

# Zeitreihenanalyse

## Übung 2

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Messung</b>	<b>1</b>
<b>3</b>	<b>Programmablauf</b>	<b>3</b>
<b>4</b>	<b>Detektion von Ausreißern</b>	<b>4</b>
4.1	Zeitreihengegenüberstellung . . . . .	4
4.2	Trend- und Residuenbestimmung . . . . .	5
4.3	Filterung . . . . .	6
4.4	Ausreißer . . . . .	7
<b>5</b>	<b>Analysen</b>	<b>9</b>
5.1	Analyse im Frequenzraum . . . . .	9
5.2	Korrelationsanalysen . . . . .	10
5.2.1	Autokorrelationsanalyse . . . . .	11
5.2.2	Kreuzkorrelationsanalyse . . . . .	12
<b>6</b>	<b>Fazit</b>	<b>12</b>
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>14</b>

# 1 Einführung

Die Analyse von Zeitreihen ist in vielen wissenschaftlichen Disziplinen von großer Bedeutung. Zeitreihendaten finden in verschiedenen Bereichen wie Wirtschaft, Klimatologie, Finanzwesen, Biologie und weiteren Verwendung. Eine Zeitreihe besteht aus einer Sequenz von Beobachtungen, die in regelmäßigen oder unregelmäßigen Zeitabständen erfasst werden. Durch die Analyse dieser Daten können Muster, Trends, Saisonabhängigkeiten und andere nützliche Informationen extrahiert werden. Die Zeitreihenanalyse ermöglicht es, die Vergangenheit zu verstehen, die Gegenwart zu interpretieren und sogar Vorhersagen über zukünftige Ereignisse oder Trends zu treffen. Sie ist besonders nützlich, um Veränderungen im Laufe der Zeit zu erkennen, periodische Phänomene zu identifizieren und zeitliche Abhängigkeiten zu analysieren.

In der Geodäsie spielt die Zeitreihenanalyse eine wichtige Rolle bei der Untersuchung geodätischer Messungen. Zeitreihen von geodätischen Messungen ermöglichen es, Veränderungen in der Position, Höhe oder anderen Eigenschaften von Punkten oder Strukturen im Laufe der Zeit zu verfolgen. Besonders im Bereich des Monitoring spielen Zeitreihen eine essenzielle Rolle. Es können wichtige Informationen gewonnen werden, wie beispielsweise das Verhalten von Gebäuden oder Infrastrukturen, bei der Überwachung von Umweltveränderungen oder die Auswirkungen tektonischer Bewegungen auf die Erdoberfläche. Bei der Analyse von Zeitreihen stehen verschiedene statistische Methoden und Modelle zur Verfügung. Dazu gehören beispielsweise Regressionsanalysen, spektrale Analysen und viele andere Verfahren. Diese Methoden ermöglichen es, Muster und Trends in den Zeitreihen zu identifizieren und Schlüsse zu ziehen.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde je eine Zeitreihe von zwei Ultraschall-Distanzmessern aufgenommen. Durch die Anwendung geeigneter statistischer Methoden können Zusammenhänge und Trends aufgedeckt werden. In diesem Bericht wird die Analyse der aufgenommenen Zeitreihen präsentiert, wobei besonderes Augenmerk auf die Anwendung verschiedener mathematisch-statistischer Werkzeuge zur Zeitreihenanalyse gelegt wird. Da unsere Messreihe zu wenig Möglichkeiten bot, alle Analysewerkzeuge zu nutzen und unserer Messaufbau im Geolabor durchaus fehleranfällig gewesen ist, haben wir uns nach kurzer Beratung mit Herrn Zobel und Herrn Freier gegen unsere aufgenommene Zeitreihen entschieden. So wird in diesem Bericht der allgemein zur Verfügung gestellte Datensatz des Kurses Ingenieurgeodäsie Sommersemester 2023 verwendet.

## 2 Messung

Der in Abbildung 2 skizzierte Messaufbau gilt nur für die Messungen, die wir selbst durchgeführt haben. Diese sind, wie bereits in der Einführung erläutert, jedoch eher ungeeignet beziehungsweise bieten nicht ausreichend Datenmaterial für die später vorgestellten und angewandten Methoden der Zeitreihenanalyse. Es wird daher nur kurz beschrieben, wie der Messaufbau der eigenen Messung umgesetzt wurde. Anschließend wird sich den allgemein zur Verfügung gestellten Zeitreihen gewidmet. Der Vollständigkeit halber gibt jedoch dieses Kapitel Aufschluss über den zuvor ge-

leisteten praktischen Teil, auch wenn die dabei gewonnen Daten nicht weiter prozessiert werden. Abbildung 1 zeigt die erhobene Daten zweier Zeitreihen der eigenen Messung.

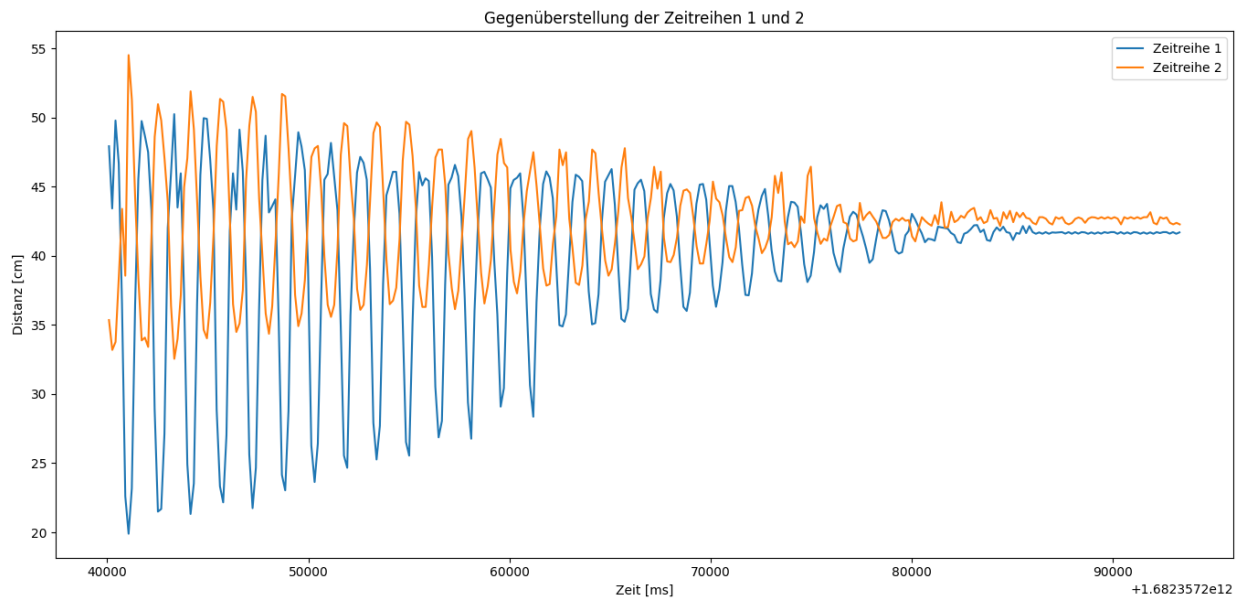


Abbildung 1: Gegenüberstellung der beiden selbst aufgezeichneten Zeitreihen

Es wurden zwei Ultraschallsensoren auf beiden Seiten des sich in der Mitte befindenden Schwingtisches aufgebaut. Der Schwingtisch wurde zum Schwingen gebracht, sodass beide Sensoren jeweils eine Zeitreihe komplementärer Schwingungen aufzeichnen konnte. Die Stromversorgung der beiden Arduinos, welche die Sensoren steuern, sowie das Aufzeichnen der Messwerte, wurde über einen Laptop realisiert.

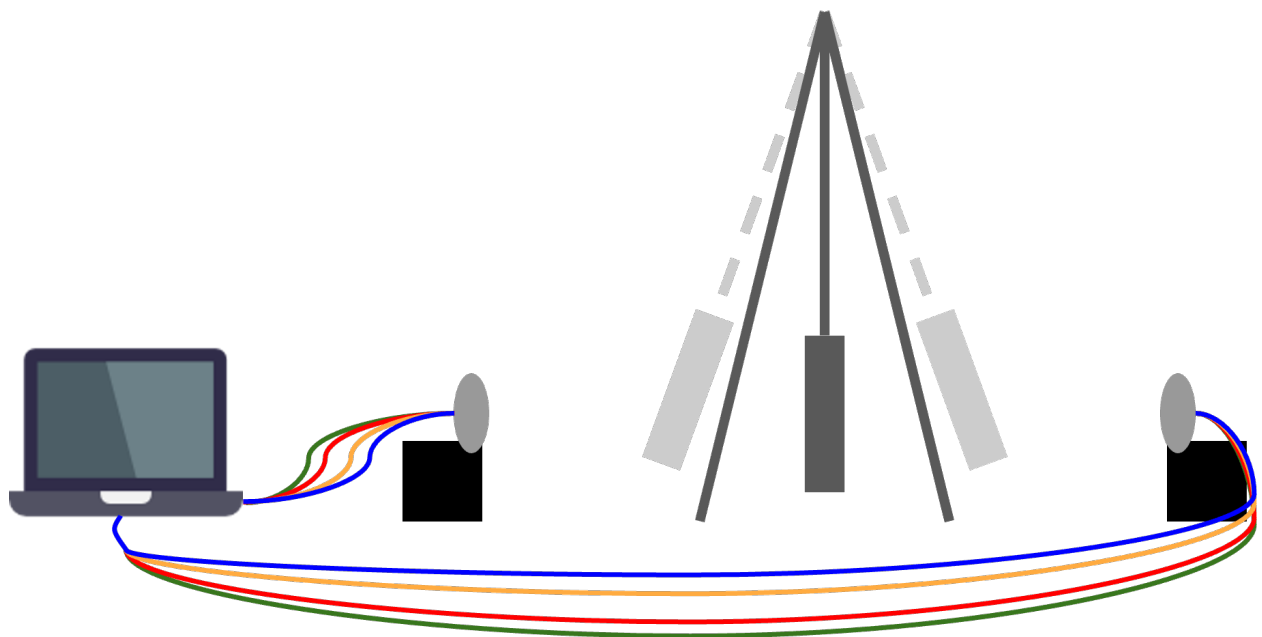


Abbildung 2: skizzierter Messaufbau

### 3 Programmablauf

Dieses Kapitel gibt einen kurzen Abriss über die einzelnen Schritte der Zeitreihenanalyse. Im Detail sind die einzelnen Schritte in den entsprechenden Kapitel zu finden.

Die Methoden und Werkzeuge der Zeitreihenanalyse wurden in Python programmiert (Arduinos in C). Zunächst wurden die Daten eingelesen und aufbereitet. Wichtig ist das Konvertieren des Zeitformates. Die Zeitstempel lagen in der Form `JJJJ-MM-DD HH:MM:SS` vor. Diese wurden in Millisekunden umgewandelt. Startzeitpunkt für die erste Millisekunde ist dabei die Unixzeit, welche genau um Mitternacht am ersten Januar 1970 begann. Zeitstempel in Millisekunden vorliegen zu haben, bietet den Vorteil, arithmetische Operationen auf die Zeitstempel anzuwenden. Anschließend wurden die beiden Zeitreihen, welche in einer gemeinsamen Datei vorliegen, in zwei separate Dateien mit je der Spalte mit den konvertierten Zeitstempeln abgelegt. Dies macht das Handling der Daten einfacher sowie die spätere Zeitreihenanalyse übersichtlicher.

Als Nächstes wurden die Zeitreihen auf Datenlücken überprüft. Sowohl in der zeitlichen als auch in der räumlichen Dimension wurde nach Datenlücken gesucht. Für die Detektion von Datenlücken in den Zeitstempeln wurde zuerst die Messrate bestimmt. Diese liegt konstant bei 10 Sekunden. Es gilt

$$\Delta t = 10s \quad (1)$$

und

$$\delta t_i^{i+1} = t_{i+1} - t_i. \quad (2)$$

Weichen nun die einzelnen  $\delta t$  von  $\Delta t$  ab, so ist auf Datenlücken aufgrund bspw. eines temporären Systemausfalles zu schließen. So wurde eine Datenlücke von 40 Sekunden gefunden. Diese wurde durch einfaches Aufaddieren des Zeitpunktes der letzten Messung mit der Messrate  $\Delta t$  bis zum Zeitpunkt der Wiederaufnahme der Messungen geschlossen. Als Messwerte wurden zunächst NaN-Werte als Platzhalter eingefügt. Für die Datenlücken in den Messwerten wurde schlicht nach solchen NaN-Werten gefiltert. Die Stellen, an denen keine Werte vorlagen, wurden durch Interpolation geschlossen. Die Interpolation wurde realisiert durch die im Python-Paket `numpy` enthaltene Funktion `interp1d`. Der Parameter `kind` wurde auf 'cubic' gesetzt. Somit sind die Zeitreihen auf Datenlücken sowohl zeitlicher als auch räumlicher Natur hin überprüft und etwaige Lücken sind geschlossen. Die Zeitreihen sind bereit für die weitere Prozessierung.

Als nächstes folgte die Berechnung des Trendes beider Zeitreihen. Aus der Reduktion selbigem gingen die Residuen für zwei stationäre Zeitreihen hervor. Daraufhin wurde zur Detektion von Ausreißern ein Tiefpassfilter in Form eines Gleitenden Mittels auf die Residuen angewendet. So konnte die Drei-Sigma-Regel angewendet werden. Im Anschluss wurden die detektierten Ausreißer durch interpolierte Werte ersetzt.

Die letzten beiden Bereiche der Zeitreihenanalyse sind die Frequenzanalyse sowie die Korrelationsanalyse in Form von Auto- sowie Kreuzkorrelationsanalyse. In allen Fällen wurden die stationären Zeitreihen verwendet. Ausführlicher sind diese Prozesse in Kapitel 5 zu den Analysen beschrieben. Abbildung 3 zeigt den Programmablauf in seinen einzelnen Schritten.

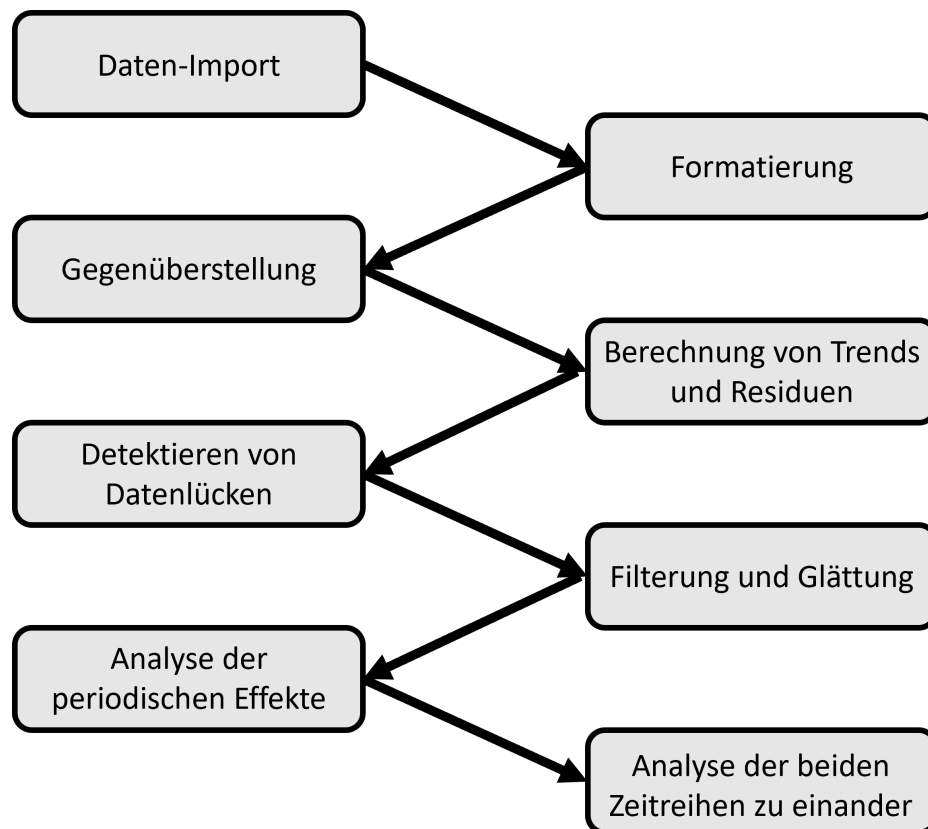


Abbildung 3: Programmablauf

## 4 Detektion von Ausreißern

### 4.1 Zeitreihengegenüberstellung

Es sollte sich zunächst ein Überblick über die Daten verschafft werden. Dies lässt sich grafisch am besten verwirklichen. Nachfolgend Abbildung 4 als Gegenüberstellung der beiden Zeitreihen.

Dabei werden die Verschiebungen in Millimetern über der Zeit aufgetragen. Es ergibt sich zum einen, dass beide Zeitreihen einen ähnlichen periodischen Verlauf aufweisen. Zum anderen, dass beide Zeitreihen einen ähnlichen Trend verzeichnen. Ebenfalls sind mögliche Ausreißer bereits jetzt schon zu erkennen. Letzteres wird jedoch später noch statistisch nachgewiesen werden. Erstere wiederum lassen darauf schließen, dass beide Zeitreihen stark korreliert sind. Auch dieser Zusammenhang wird in späteren Kapiteln ausführlich erläutert und belegt.

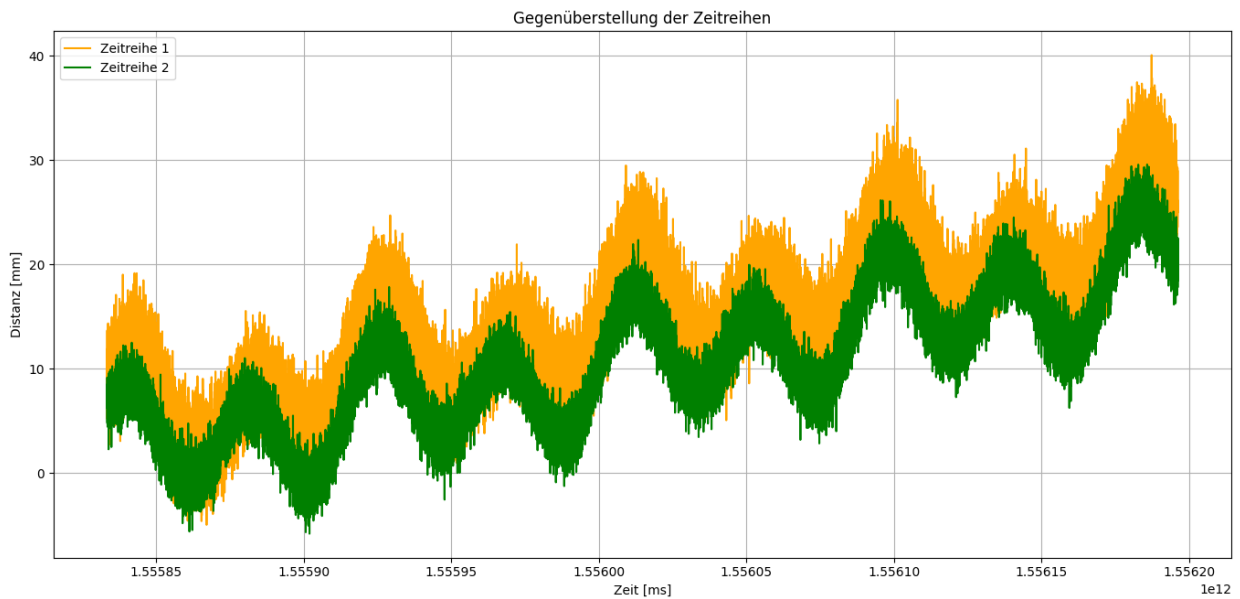


Abbildung 4: Gegenüberstellung beider Zeitreihen

## 4.2 Trend- und Residuenbestimmung

Zur korrekten Anwendung statistischer Methoden, wie der Detektion von Ausreißern, sowie zur Anwendung von beispielsweise der Fast-Fourier-Transformation für die Analyse im Frequenzbereich, bedarf es zunächst stationärer Zeitreihen. Hierfür muss als erstes der jeweilige Trend beider Zeitreihen bestimmt werden. Dies gelingt über die im Python-Modul `numpy` enthaltene Funktion `polyfit`, welche die entsprechenden Parameter der Trendfunktion berechnet. Es wurde sich für eine kubische Funktion entschieden, da diese augenscheinlich den Trend am besten approximieren kann. Über die Funktion `polyval` lassen sich die entsprechenden Funktionswerte der ermittelten Trendfunktion berechnen. Nachdem die originalen Zeitreihen sowie ihre dazugehörigen Trendfunktionswerte vorliegen, lassen sich die jeweiligen Residuen über einfache Subtraktion der Zeitreihe und ihrer Trendfunktionswerte berechnen. Abbildungen 5 und 6 zeigen diese Schritte.

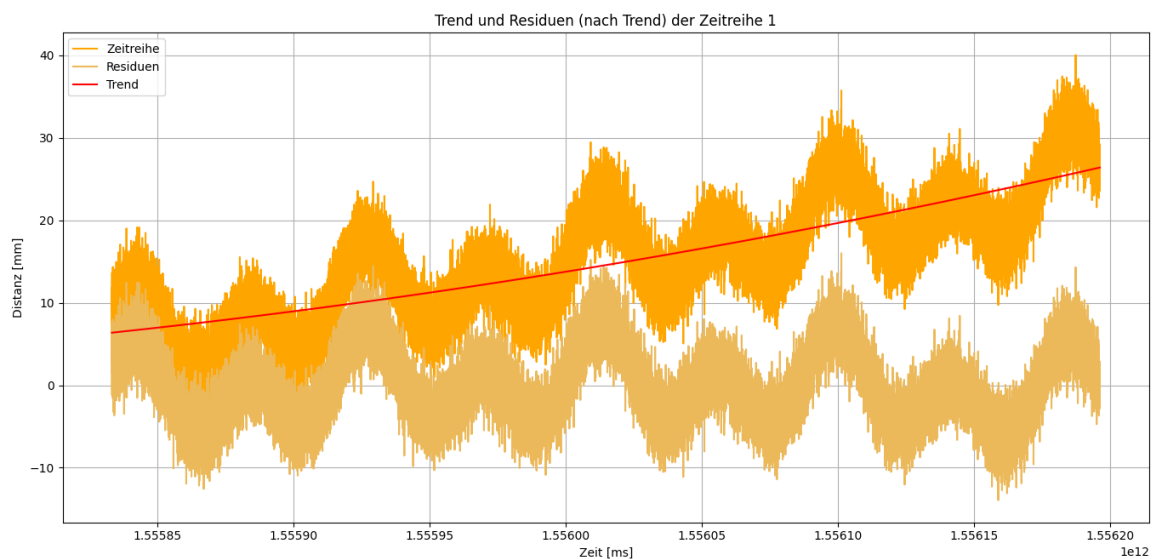


Abbildung 5: Anwendung des Trendes auf Zeitreihe 1

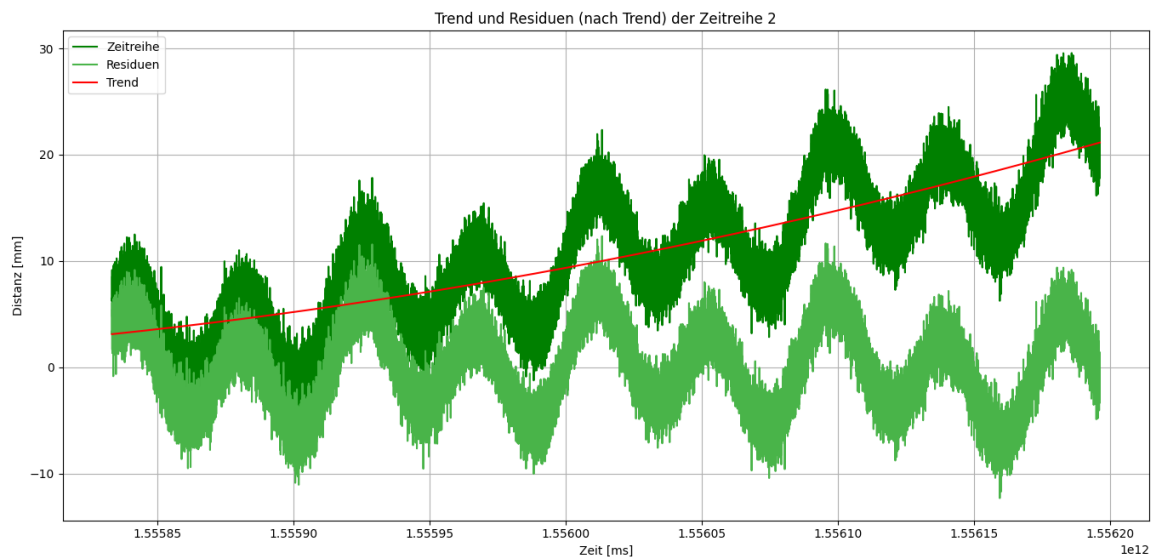


Abbildung 6: Anwendung des Trendes auf Zeitreihe 2

### 4.3 Filterung

Zur späteren Detektion von Ausreißern sollten zunächst alle systematischen Zeitreihenanteile, ergo Trends und approximierte Trends, bestimmt werden und nur die verbleibenden Residuen betrachtet werden. Es sollte sich bei der Ausreißerdetektion möglichst nur noch um das Messrauschen handeln. Um möglichst gut alle systematischen Zeitreihenanteile zu eliminieren, wurden bereits in Kapitel 4.2 die Residuen durch die Reduktion des Trendes berechnet. Diese enthalten jedoch weiterhin starke periodische Effekte, wie in den Abbildungen 5 und 6 unschwer zu erkennen. Es wird also ein Tiefpassfilter in Form eines gleitenden Mittels auf die im vorangegangenen Kapitel bestimmten Residuen angewendet (siehe Abbildungen 7 & 8).

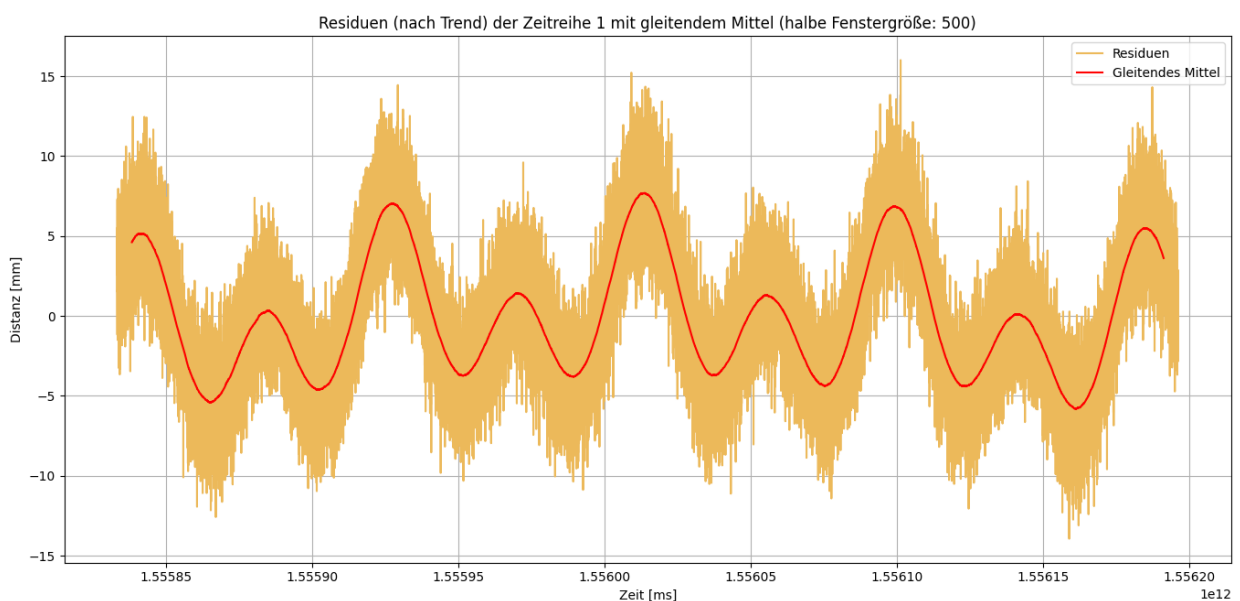


Abbildung 7: Gleitendes Mittel als Tiefpassfilter auf trendreduzierte Zeitreihe 1



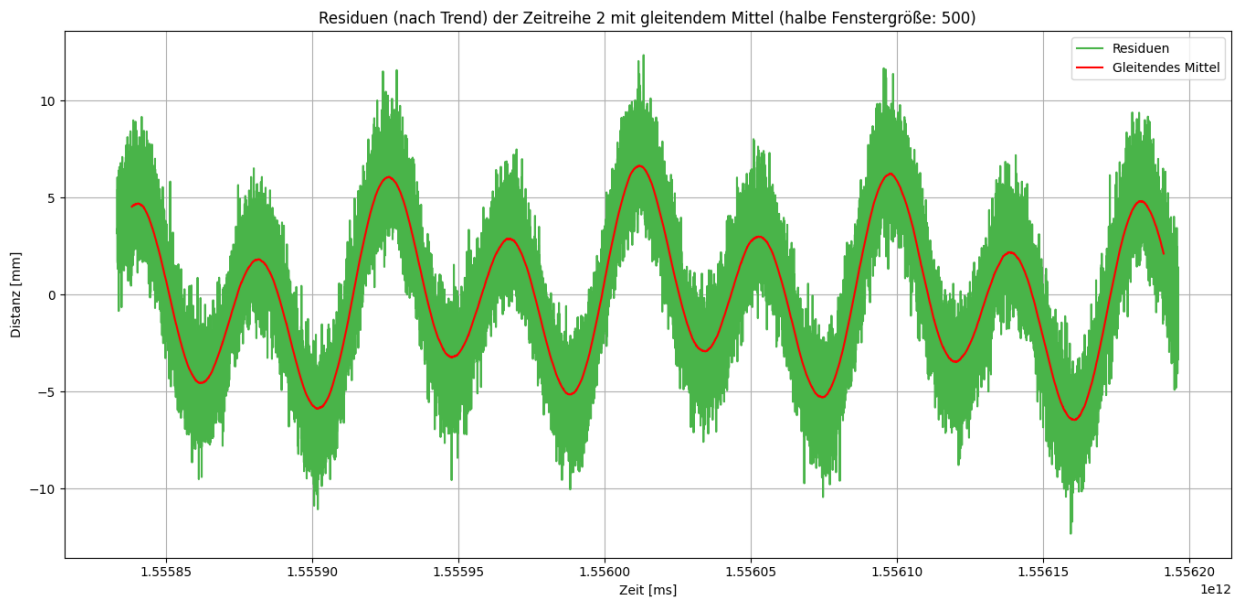


Abbildung 8: Gleitendes Mittel als Tiefpassfilter auf trendreduzierte Zeitreihe 2

## 4.4 Ausreißer

Nach Bestimmung der Residuen, welche sich aus der Reduktion des Trendes ergeben, sowie das Anwenden eines Tiefpassfilters auf jene Residuen, lässt sich nun das tatsächliche Messrauschen mehr oder minder gut herausfiltern. Zum Gleitenden Mittel sei noch zu sagen, dass zur iterativen Berechnung des jeweiligen Mittelwerts immer 1000 Messwerte genommen wurden. Dabei sind 500 vergangene und 500 noch kommende Messwerte verwendet worden. Die Größe dieser (halben) Fenstergröße hat großen Einfluss auf das Ergebnis des Tiefpassfilters. Nach längerem Probieren wurde letztendlich eine Fenstergröße von 1000 Werten festgelegt. In den Abbildungen 7 und 8 ist deshalb zu Beginn und am Ende der beiden Messreihen zu sehen, dass das Gleitende Mittel später startet und früher endet. Dies entspricht genau der halben Fenstergröße, die vergangen bzw noch vorhanden sein muss, um einen Mittelwert zu berechnen. Ebendieser Umstand führt trivialerweise dazu, dass in diesen Bereichen keine Ausreißer erkannt werden können. Dies liegt daran, dass dort die gesamten Messwerte inklusive des Messrauschens eliminiert werden.

Zur Detektion von Ausreißern wird eine Variante gewählt, die auf der dreifachen Standardabweichung als Ober- und Untergrenze beruht. Hierzu muss zunächst das Gleitende Mittel aus Kapitel 4.3 von den durch Reduktion des Trendes erhaltenen Residuen abgezogen werden. Das Ergebnis sollte dann dem Messrauschen entsprechen. Von diesem Messrauschen lässt sich anschließend das Arithmetische Mittel sowie die empirische Varianz und damit Standardabweichung berechnen. Etabliert man nun als Ober- und Untergrenze jeweils das Dreifache dieser Standardabweichung, erhält man Grenzen, welche alle Messwerte beinhalten, die mit einer 99-prozentigen Wahrscheinlichkeit nicht als Ausreißer zu bezeichnen sind. Diese sogenannte Drei-Sigma-Regel sagt also aus, dass in einem Intervall von dem dreifachen der Standardabweichung plus und minus um den Mittelwert ca. 99% aller Werte liegen. Abbildungen 9 und 10 zeigen das Ergebnis dieses Prozesses. Als blaue Kreuze sind alle Messwerte markiert, die zu 99% Ausreißer sein müssten.

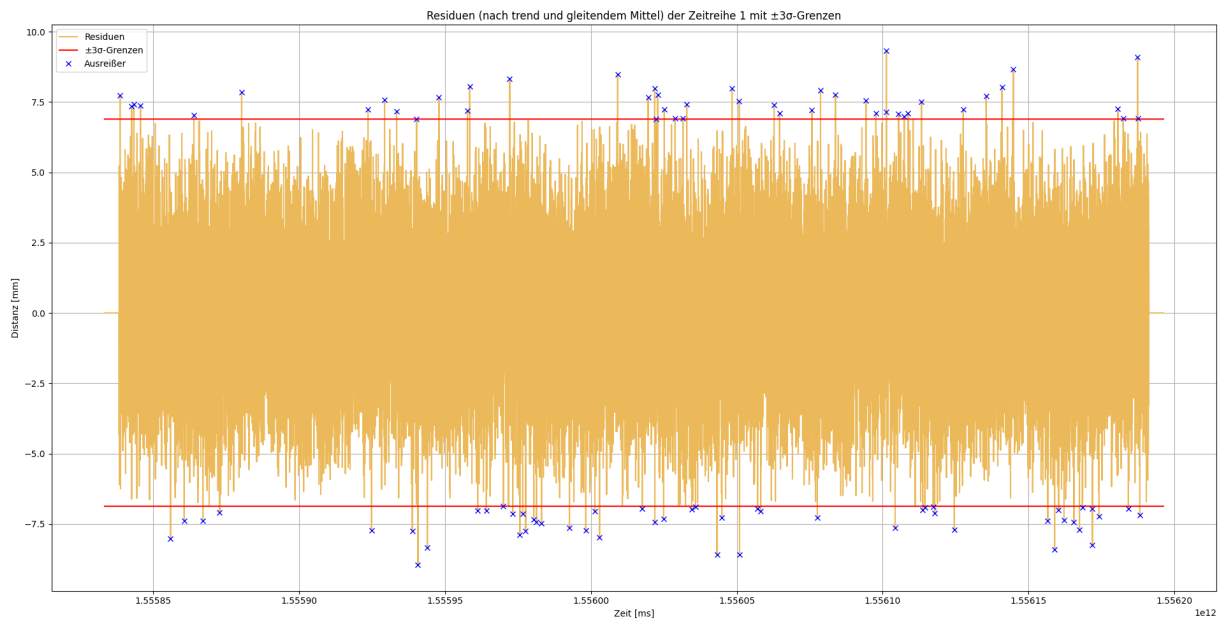


Abbildung 9: Detektion von Ausreißern in Zeitreihe 1 durch Anwendung der  $\pm 3\sigma$ -Regel

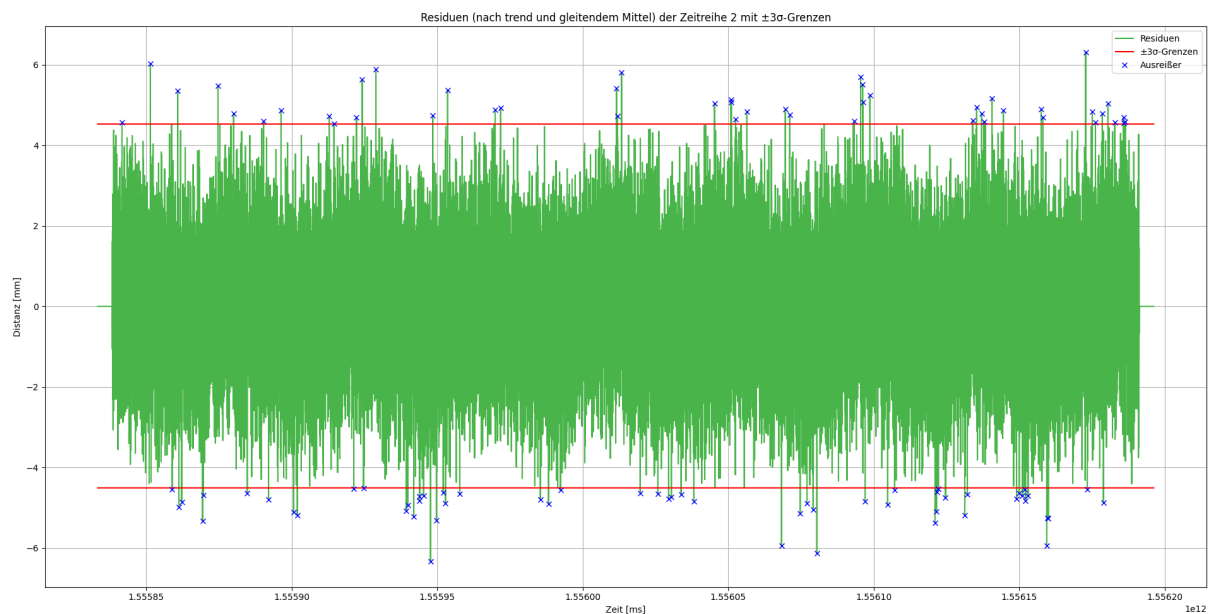


Abbildung 10: Detektion von Ausreißern in Zeitreihe 2 durch Anwendung der  $\pm 3\sigma$ -Regel

Anschließend werden die detektierten Ausreißer aus den zugehörigen ursprünglichen Zeitreihen entfernt und durch Interpolation analog zu Kapitel 3 neu erzeugt. Diese neuen interpolierten Werte sollten somit nicht mehr als Ausreißer klassifiziert werden können und schließen die durch Löschen der Ausreißer entstandenen Datenlücken. Legt man nun die mit Ausreißern behafteten Zeitreihen mit denen ohne Ausreißer übereinander, so lässt sich optisch abschätzen, wie erfolgreich die Detektion der Ausreißer war (s. Abbildungen 11 & 12). An manchen Stellen könnte man zu der Meinung kommen, dass die Detektion der Ausreißer nicht ganz erfolgreich war. Dies könnte an der Qualität des Tiefpassfilters liegen ( $\rightarrow$  Anpassen der Fenstergröße). Es wird jedoch nichts Weiteres dagegen unternommen, da diese Ausarbeitung primär dem grundsätzlichen Anwenden solcher Methoden gilt und nicht der Optimierung etwaiger Analysewerkzeuge.

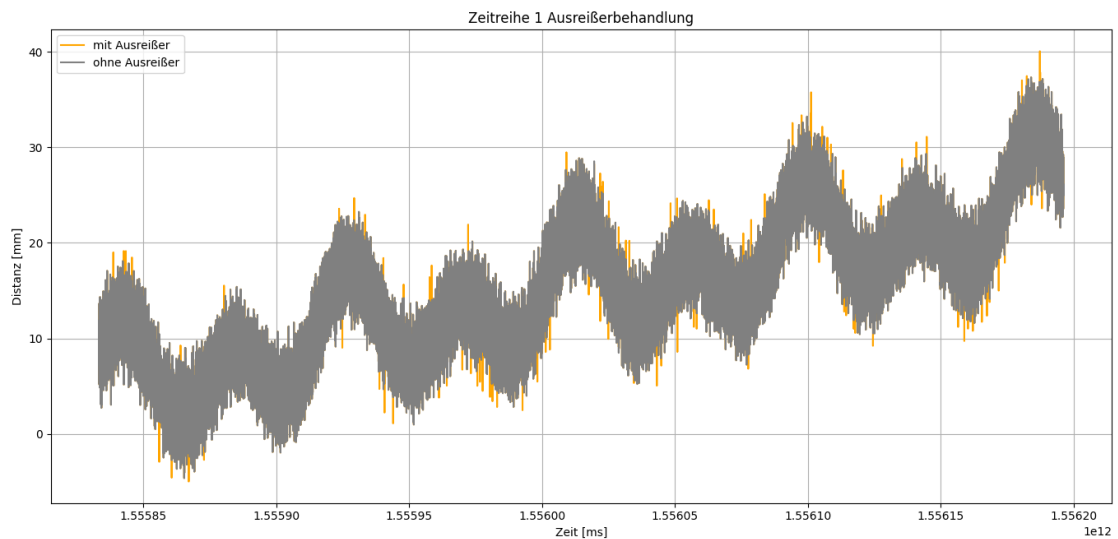


Abbildung 11: Vergleich der Ausreißer unbehandelten und behandelten Zeitreihe 1

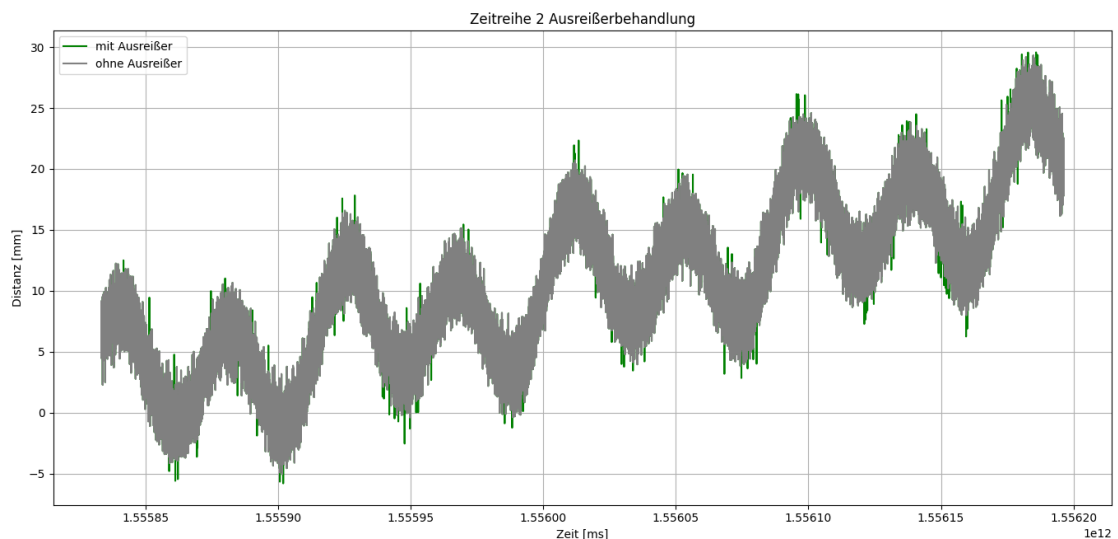


Abbildung 12: Vergleich der Ausreißer unbehandelten und behandelten Zeitreihe 2

## 5 Analysen

### 5.1 Analyse im Frequenzraum

Um eine Analyse im Frequenzbereich durchzuführen, wird die Fast-Fourier-Transformation, kurz FFT, angewendet. Die FFT sorgt dafür, dass die auftretenden Frequenzen und Amplituden den Zeitreihen entnommen werden können. Dabei ist eine stationäre Zeitreihe die maßgebende Voraussetzung, um eine FFT überhaupt sinnvoll einsetzen zu können. Solch stationäre Zeitreihen sind bereits in Kapitel 4.2 als Residuen durch die Reduktion der Zeitreihen durch den geschätzten Trend eingeführt worden. Die FFT ist schon in Python implementiert und kann aus dem Modul `numpy` über die `fft.fft`-Funktion verwendet werden. Neben den Werten der stationären

Zeitreihen ist ebenso die Aufnahme-/Messfrequenz, oder auch Sampling Rate, von Nöten. Diese liegt, wie bereits Gleichung 1 bei konstant 10 Sekunden. Das Ergebnis der FFT ist in Abbildung 13 in einem Amplitudendiagramm dargestellt.

Das Diagramm stellt das Ergebnis der FFT für beide Zeitreihen dar. Es zeigt die auftretenden Frequenzen in Hertz auf der x-Achse und die Amplitude auf der y-Achse. Sichtbar werden die dominierenden Frequenzen. Der Diagrammbereich wurde in x-Richtung von 0 bis 0.010 Hertz begrenzt, da alle höheren detektierten Frequenzen nur noch sehr geringe Amplituden und damit einen sehr geringen bis gar keinen Einfluss mehr aufweisen. Zusätzlich sind die Maxima der Amplitudenverläufe dargestellt, wobei die Frequenz der Maxima beider Zeitreihen identisch ist. Die zwei Maxima in beiden Zeitreihen zeigen zwei überlagerte zyklische Schwankungen. Ohne weitere Informationen über den Umstand sowie den Messaufbau lassen sich nur schwer Rückschlüsse ziehen und Erklärungen für dieses Phänomen finden.

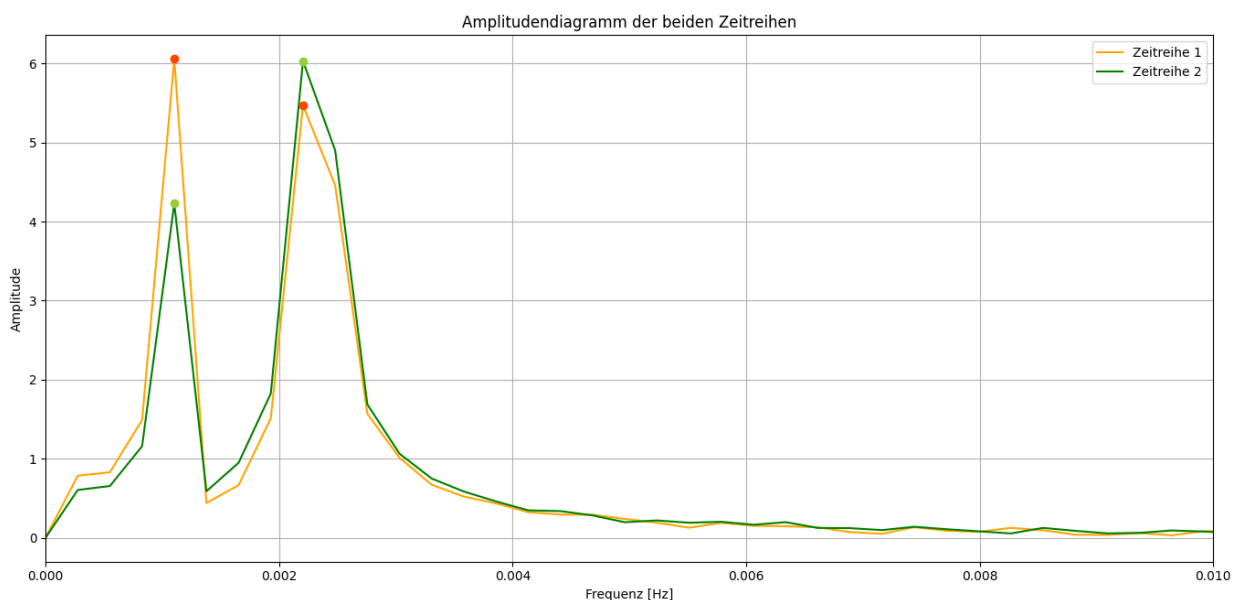


Abbildung 13: Amplitudendiagramm beider Zeitreihen

## 5.2 Korrelationsanalysen

In der Statistik nimmt die Korrelation als Grad des Zusammenhangs zweier oder mehr Variablen eine bedeutende Stellung ein. Dabei wird die Korrelation oft durch den Korrelationskoeffizienten ausgedrückt. Dieser kann Werte zwischen  $+1$  und  $-1$  annehmen. Ein Wert von  $+1$  würde für einen perfekten linearen Zusammenhang von Variablen stehen; Steigt **A**, steigt auch **B**. Ein Wert von  $-1$  hingegen lässt auf das Gegenteil schließen; Steigt **A**, fällt **B**. Ist der Korrelationskoeffizient hingegen 0, so ist keine Korrelation zu erkennen und es kann somit darauf geschlossen werden, dass sich *hier* **A** und **B** nicht bedingen. In der Auto- und Kreuzkorrelationsanalyse wird der Korrelation von ganzen Zeitreihen nachgegangen. Für beide Formen der Korrelationsanalyse wird auf die `numpy`-Funktion `correlate` zurückgegriffen.

### 5.2.1 Autokorrelationsanalyse

Bei der Autokorrelation (ACF) geht es darum, inwieweit eine Zeitreihe mit sich selbst korreliert. Beispiel hierfür wäre das Erfassen einer Zeitreihe von Wasserständen. Dies ist womöglich der Fall bei den beiden in diesem Bericht betrachteten Zeitreihen. Es gilt nun herauszufinden, ob gewisse Tidenhube (bspw. sehr starke oder auffallend schwache) an einem Tag die Gezeiten des darauffolgenden Tages bedingen. So wird die Zeitreihe, welche optimaler Weise Messwerte über mehrere Tage enthält, über sich selbst in einem vorher festgelegten Zeitintervall verschoben. Dabei wird für jedes neue Werte-Paar der Korrelationskoeffizient berechnet. Ergebnis einer solchen ACF für die beiden hier betrachteten Zeitreihen folgen nun in den Abbildungen 15 sowie 14. Erstere zeigt die ACF auf die ungefilterten Werte der trendreduzierten Zeitreihen, Letztere die gefilterten.

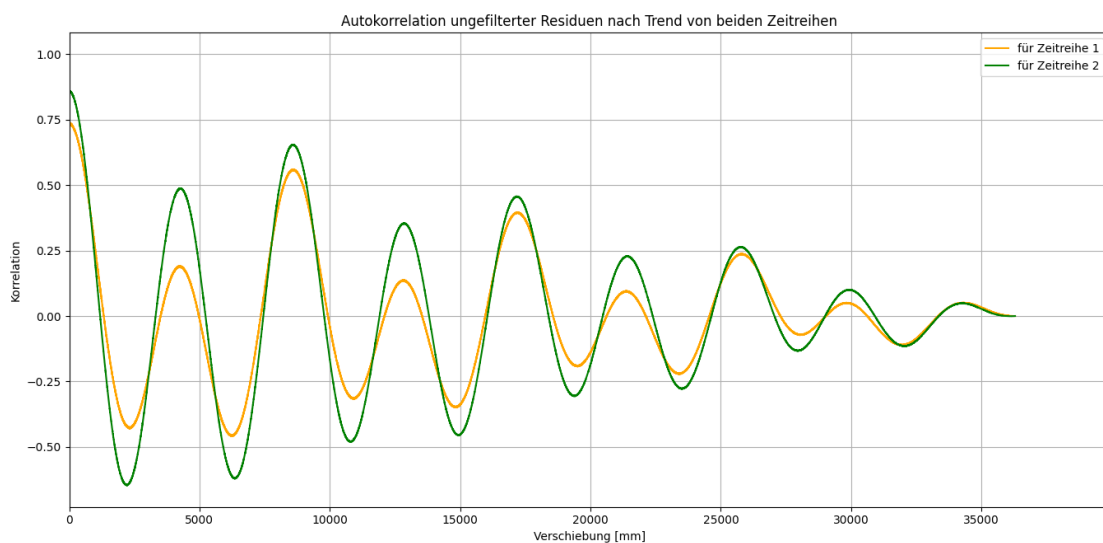


Abbildung 14: Autokorrelationskurve beider ungefilterter Zeitreihen

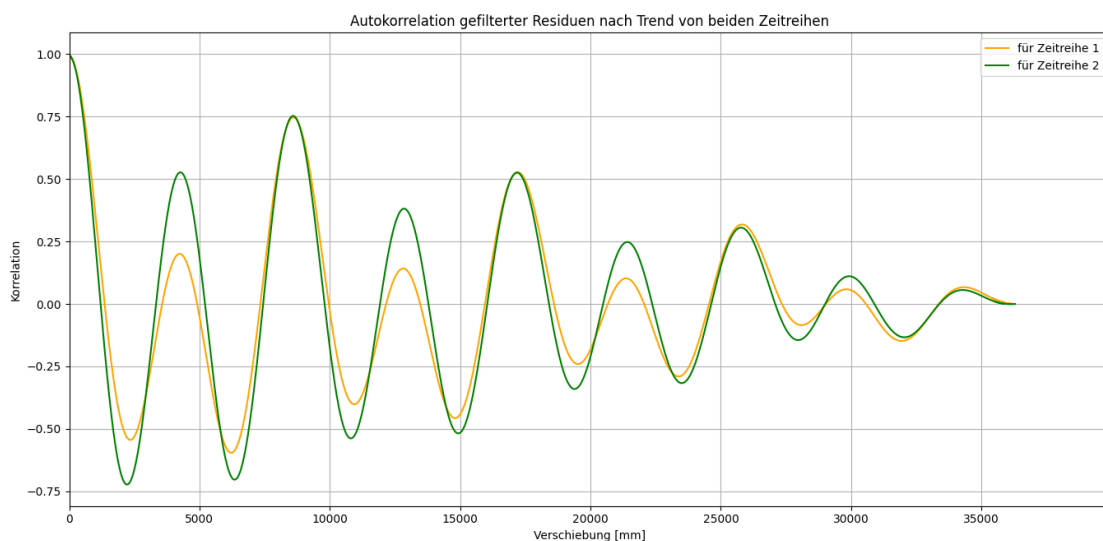


Abbildung 15: Autokorrelationskurve beider gefilterter Zeitreihen

Zu erkennen ist, dass zum einen beide Male – ungefiltert sowie gefiltert – die zweite Zeitreihe eine höhere Autokorrelation aufweist als ihr Pendant und zum anderen die gefilterten Werte insgesamt für beide Zeitreihen zu einer Steigerung der Autokorrelation geführt hat.

### 5.2.2 Kreuzkorrelationsanalyse

Die Kreuzkorrelationsanalyse funktioniert ähnlich der Autokorrelationsanalyse. Der Unterschied besteht darin, dass nicht eine Zeitreihe mit sich selbst auf Korrelationen hin geprüft wird, sondern zwei Zeitreihen gegeneinander. Durchgeführt wurde die Kreuzkorrelationsanalyse ebenfalls wie die Autokorrelationsanalyse einmal mit ungefilterten und einmal mit gefilterten Daten. In Abbildung 16 sind beide Kurven gegeneinander aufgetragen und die jeweilige maximale Korrelation durch je einen farbigen Punkt kenntlich gemacht.

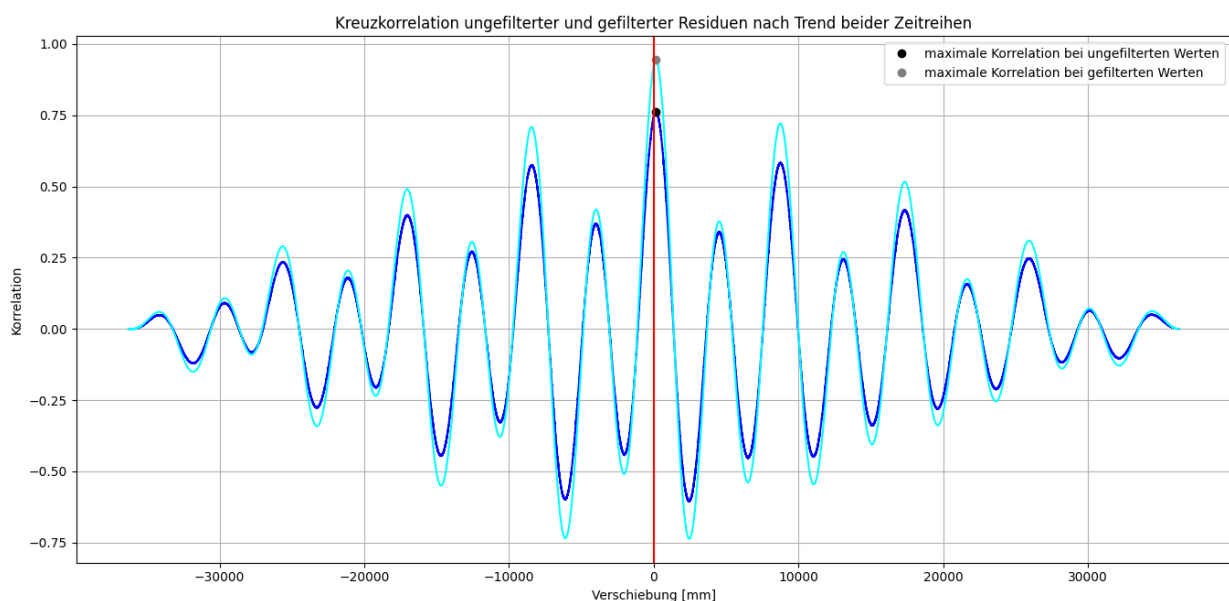


Abbildung 16: Kreuzkorrelationskurve beider ungefilterter sowie gefilterter Zeitreihen

Der maximale Korrelationskoeffizient bei ungefilterter Zeitreihen liegt bei 0.76 und die Zeitreihen sind um 158 Zeitparameter verschoben. Für die gefilterten Zeitreihen liegt der maximale Korrelationskoeffizient bei 0.94. Die gefilterten Zeitreihen sind um 170 Zeitparameter verschoben.

## 6 Fazit

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die selbst durchgeführte Messung an sich ein Erfolg war. Es wurden gemäß der Erwartungen zwei komplementäre Zeitreihen aufgenommen, die klar dem Verlauf einer gedämpften Schwingung folgen. Jedoch waren es insgesamt vergleichsweise wenig Daten, die der Fülle an in der vorangegangenen Vorlesung vorgestellten Methoden zur Zeitreihenanalyse nicht wirklich gerecht wurden. So wurde sich nach Absprache mit zwei wissenschaftlichen Mitarbeitern – namentlich Herrn Kay Zobel und Herrn Udo Freier – dazu entschieden, die allgemein zur Verfügung gestellten Zeitreihen zur weiteren Zeitreihenanalyse zu verwenden.

Es wurden von der Detektion von Datenlücken und Ausreißern über das Bestimmen des Trends und Anwenden eines Filter (Tiefpassfilter) bis hin zur Implementierung einer Fast-Fourier-Transformation und Auto- sowie Kreuzkorrelationsanalyse viele praktische und gerade in der Geodäsie wichtige Werkzeuge zur Zeitreihenanalyse angewendet. Die dabei gewonnen Erkenntnisse werden mit Sicherheit an der ein oder anderen Stelle im späteren universitären sowie Berufsleben Anwendung finden.

# Abbildungsverzeichnis

1	Gegenüberstellung der beiden selbst aufgezeichneten Zeitreihen . . . . .	2
2	skizzierter Messaufbau . . . . .	2
3	Programmablauf . . . . .	4
4	Gegenüberstellung beider Zeitreihen . . . . .	5
5	Anwendung des Trendes auf Zeitreihe 1 . . . . .	5
6	Anwendung des Trendes auf Zeitreihe 2 . . . . .	6
7	Gleitendes Mittel als Tiefpassfilter auf trendreduzierte Zeitreihe 1 . . . . .	6
8	Gleitendes Mittel als Tiefpassfilter auf trendreduzierte Zeitreihe 2 . . . . .	7
9	Detektion von Ausreißern in Zeitreihe 1 durch Anwendung der $\pm 3\sigma$ -Regel . . . .	8
10	Detektion von Ausreißern in Zeitreihe 2 durch Anwendung der $\pm 3\sigma$ -Regel . . . .	8
11	Vergleich der Ausreißer unbehandelten und behandelten Zeitreihe 1 . . . . .	9
12	Vergleich der Ausreißer unbehandelten und behandelten Zeitreihe 2 . . . . .	9
13	Amplitudendiagramm beider Zeitreihen . . . . .	10
14	Autokorrelationskurve beider ungefilterter Zeitreihen . . . . .	11
15	Autokorrelationskurve beider gefilterter Zeitreihen . . . . .	11
16	Kreuzkorrelationskurve beider ungefilterter sowie gefilterter Zeitreihen . . . . .	12