

ヒルベルト空間の部分空間の稠密性

1

命題 1.1. H をヒルベルト空間とし, $L \subset H$ を部分空間とする. $L^\perp = \{0\}$ であるならば, L は H で稠密である.

証明. \overline{L} は閉部分集合であるので,

$$H = \overline{L} \oplus \overline{L}^\perp$$

と一意に分解できるので, $L^\perp = \overline{L}^\perp = \{0\}$ であるので, $H = \overline{L}$ が成り立つ.

□