ウェイトの inf による特徴づけ

1

命題 1.1. $A \subset X$ をコンパクト距離空間とする.

$$\mathrm{Mag}_f A = \inf\{(w,w)_z \mid Zw(a) = f(a) \quad (a \in A)\}$$

が成り立つ.

証明. w_A を f ウェイトとする. (すなわち $w_A \in \mathcal{W}_A$ かつ, $Zw_A(a) = f$ $(a \in A)$ を満たす.) 任意の $w \in \mathcal{W}_X; Zw(a) = f(a)$ $(a \in A)$ に対して,

$$Mag_f A = (w_A, w_A)_z$$

$$= w_A(Zw_A)$$

$$= w_A(f)$$

$$= w_A(Zw)$$

$$= (w_A, w)_z$$

$$\leq (w_A, w_A)_z^{1/2} (w, w)_z^{1/2}$$

が成り立つ. また下限は w_A により実現される.