

埋め込みと相対位相 (メモ)

1

定義 1.1. $f : X \rightarrow Y$ は, $f : (X, \text{位相}) \rightarrow (f(X), \text{相対位相})$ が同相写像となるときに, (位相的) 埋め込みであるという.

注意 1.2. ι で包含写像を表す.

例 1.3. $\iota(S^1, \text{密着位相}) \rightarrow (\mathbb{R}^2, \text{密着位相})$ は埋め込みである.

例 1.4. $\iota(S^1, \text{密着位相}) \rightarrow (\mathbb{R}^2, \text{標準的な位相})$ は埋め込みではない.

例 1.5. $\iota(S^1, \text{密着位相}) \rightarrow (\mathbb{R}^2, \text{離散位相})$ は埋め込みではない.

例 1.6. $\iota(S^1, \text{標準的な位相}) \rightarrow (\mathbb{R}^2, \text{密着位相})$ は埋め込みではない.

例 1.7. $\iota(S^1, \text{標準的な位相}) \rightarrow (\mathbb{R}^2, \text{標準的な位相})$ は埋め込みである.

例 1.8. $\iota(S^1, \text{標準的な位相}) \rightarrow (\mathbb{R}^2, \text{離散位相})$ は埋め込みではない.

例 1.9. $\iota(S^1, \text{離散位相}) \rightarrow (\mathbb{R}^2, \text{密着位相})$ は埋め込みではない.

例 1.10. $\iota(S^1, \text{離散位相}) \rightarrow (\mathbb{R}^2, \text{標準的な位相})$ は埋め込みではない.

例 1.11. $\iota(S^1, \text{離散位相}) \rightarrow (\mathbb{R}^2, \text{離散位相})$ は埋め込みである.

注意 1.12. 包含写像は常に連続になるとは限らない. 実際, $S^1 \subset \mathbb{R}^2$ に密着位相を考えると包含写像は連続でない. が, 標準的には始域の集合には相対位相をこめている状況なので, 包含写像は連続な場合が多い.