LSS 不等式

1

記号 1.1. (X,d) を距離空間とする. $x,y \in X$ に対して

$$xy \coloneqq d(x,y)$$

という記号を用いることにする.

定義 1.2. (X,d) を距離空間とする. n+1 点 $\{p,x_1,\ldots,x_n\}$ に対して、

$$k_p(x_i, x_j) \coloneqq x_i p^2 + x_j p^2 - x_i x_j^2$$

と定める. 任意の非負関数 $\lambda:\{p,x_1,\ldots,x_n\}\to\mathbb{R}$ に対して

$$\sum_{i} \sum_{j} \lambda(x_i) \lambda(x_j) k_p(x_i, x_j) \ge 0$$

が成り立つとき, $\{p, x_1, \dots, x_n\}$ は p を中心とする (n 点)Lang-Schroeder-Strum 不等式を満たすと言う.

命題 1.3. $\{p,x_1,\ldots,x_n\}$ 上で d^2 が条件付き負であるならば, $\{p,x_1,\ldots,x_n\}$ は p 中心 LNN 不等式を満たす.

証明. 対称連続関数の pdf を参照.