

## 超関数の微分のフーリエ変換

### 1

命題 1.1.  $f \in \mathcal{D}'(\mathbb{R}^n)$  とし,  $\alpha \in \mathbb{Z}_{\geq 0}^n$  とする.

$$F(D^\alpha f) = (-x)^\alpha f$$

が成り立つ.

証明. 任意に  $\varphi \in \mathcal{D}$  をとる.

$$\begin{aligned}(D^\alpha(Ff), \varphi) &= (Ff, (-1)^{|\alpha|} D^\alpha \varphi) \\ &= (f, F((-1)^{|\alpha|} D^\alpha \varphi)) \\ &= (f, (-1)^{|\alpha|} x^\alpha F\varphi) \\ &= (F((-x)^\alpha f), \varphi)\end{aligned}$$

□