

# セミノルムは劣線型

## 1

**定義 1.1.** (セミノルム).  $V$  を  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$  (or  $\mathbb{C}$ ) 上のベクトル空間とする.  $V$  上の非負実数値関数

$$\|\cdot\| : V \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$$

で

$$(1) \|v + w\| \leq \|v\| + \|w\| \quad (v, w \in V)$$

$$(2) \|kv\| = |k| \|v\| \quad (v \in V, k \in \mathbb{K})$$

を満たすものをセミノルムという.

**定義 1.2.** (劣線型関数).  $V$  を  $\mathbb{R}$  上のベクトル空間とする.  $V$  上の実数値関数

$$p : V \rightarrow \mathbb{R}$$

で

$$(1) p(v + w) \leq p(v) + p(w) \quad (v, w \in V)$$

$$(2) p(rv) = rp(v) \quad (v \in V, r \in \mathbb{R}_{\geq 0})$$

を満たすものを劣線型関数という.

**命題 1.3.**  $V$  を  $\mathbb{R}$  上のベクトル空間とする.  $V$  上のセミノルムは, 劣線型関数である.

**証明.** 明らか.

□