区間と区間の和のマグニチュード

1

命題 1.1. (区間と 1 点の和). $d, l > 0$ とする.

$$\mathrm{Mag}([0,d] \cup \{d+l\}) = 1 + \frac{d}{2} + \tanh\frac{l}{2}$$

証明.

$$[0,d] \cup \{d+l\} = [0,d] \cup (\{d\} \cup \{d+l\})$$

と表せる. $1 + \frac{d}{2} + 1 + \tanh\frac{l}{2} - 1 = 1 + \frac{d}{2} + \tanh\frac{l}{2}$ である. □

命題 1.2. (区間と区間の和). $d, l, d' > 0$ とする.

$$\mathrm{Mag}([0,d] \cup [d+l, d+l+d'] \subset \mathbb{R}) = 1 + \frac{1}{2}(d + d' + h) + \frac{1}{4}h(d+d') + (\tanh\frac{l}{2} + \frac{1}{2}\tanh\frac{l}{2})$$

証明.

$$[0,d] \cup [d+l, d+l+d'] = ([0,d] \cup \{d+l\}) \cup (d \cup [d+l, d+l+d'])$$

と表せる. $([0,d] \cup \{d+l\}) \cap (d \cup [d+l, d+l+d']) = \{d, d+l\}$ なので, マグニチュードが計算できる. □