

CAT(0) の 4 点間不等式特徴づけ

1

定義 1.1. (X, d) を距離空間とする. 4 点 $x, y, z, w \in X$ は,

$$d^2(x, z) + d^2(y, w) \leq d^2(x, y) + d^2(y, z) + d^2(x, w) + d^2(z, w)$$

が成り立つとき, 2-四角不等式をみたすという.

命題 1.2. (X, d) を距離空間とする. $1/2$ snowflake である $(X, d^{1/2})$ は,

証明.

□

命題 1.3. (X, d) を測地的空間とする. このとき, 次は同値である.

(1) (X, d) は CAT(0) である.

(2) 任意の 4 点 $x, y, z, w \in X$ が 2-四角不等式を満たす.

証明.

□