

多重指数と微分

1

命題 1.1. α, β を多重指数とする. このとき,

$$\partial_x^\beta x^\alpha = \begin{cases} \beta! \cdot {}_\alpha C_\beta x^{\alpha-\beta} & \beta \leq \alpha \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

証明. 明らか. □

命題 1.2. $f, g \in C^\infty(\mathbb{R}^n)$ とし, $\alpha \in \mathbb{Z}_{\geq 0}^n$ とする. このとき,

$$D^\alpha(fg) = \sum_{\beta \leq \alpha} (D^\beta f)(D^{\alpha-\beta} g)$$

証明. □