滑らかでない関数への微分のおしつけはできるか

1

命題 1.1. $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ を開集合, $1 \le p \le \infty$ とし, $u \in W^{1,p}(\Omega)$ とする.

$$\int_{\Omega} u \partial_i \varphi dx = -\int_{\Omega} \partial_i u \varphi dx \quad (\forall \varphi \in C_c^1(\Omega))$$

が成り立つ.

証明. $\varphi\in C^1_c(\Omega)$ をとる. 開集合 ω で, $\mathrm{supp}\varphi\subset\omega$ ©