

## 関数の和の上勾配

### 1

**命題 1.1.** (関数の和の上勾配).  $(X, d)$  を距離空間とする.  $u, u_1, u_2 : X \rightarrow \mathbb{R}$  を拡張実数値関数とする.  $g \in UG(u), g_1 \in UG(u_1), g_2 \in UG(u_2)$  に対して,

$$\begin{aligned} g_1 + g_2 &\in UG(u_1 + u_2) \\ |a|g &\in UG(au) \quad (a \in \mathbb{R}) \end{aligned}$$

が成り立つ.

**証明.** 省略.

□

**注意 1.2.**  $u_1(x) := x, u_2(x) := -x$  とすると,  $1 \in UG(u_1), 1 \in UG(u_2)$  であるわけだが,

$$u_1(x) - u_2(x) = 2x$$

であるので,  $1 - 1 = 0$  は  $UG(u_1 - u_2)$  に属さない.