開球の中心になるかどうかについて

1

定義 1.1. (X,d) を距離空間とする. $x,y,z \in X$ は,

$$xy, yz, xz$$

のうち,

$$\max xy, yz, xy$$

と一致するものが 2 つ以上存在する時に, 長二等間隔三頂点であるという.

命題 1.2. (X,d) を距離空間, $x \in X$ とする. $y,z \in X$ で x,y,z が長二等間隔三頂点とならないものが存在する時,

$$m < R \leq M$$

とすると, $B(x;R) \neq B(y;R)$ が成り立つ.
(ただし, xy, yz, xz のうち最大の値を M , 2 番目に大きい値を m とする.)

証明. (1)$xy \leq yz \leq xz$ のとき, $y \in B(x;R), z \notin B(x;R)$ だが, $z \in B(y;R)$ である.
(2)$xy \leq xz \leq yz$ のとき, $y,z \in B(x;R)$ だが, $z \notin B(y;R)$ である.
(3)$yz \leq xy \leq xz$ のとき, $y \in B(x;R), z \notin B(x;R)$ だが, $z \in B(y;R)$ である.
(4)$xz \leq xy \leq yz$ のとき, $y,z \in B(x;R)$ だが, $z \notin B(y;R)$ である.
(5)$yz \leq xz \leq xy$ のとき, $z \in B(x;R), y \notin B(x;R)$ だが, $y \in B(z;R)$ である.
(6)$xz \leq yz \leq xy$ のとき, $z \in B(x,R), y \notin B(x;R)$ だが, $y \in B(z;R)$ である.

□

注意 1.3. 長二等間隔三頂点 だと, $m = M$ となるので, 上のような R がとれない.