

束の生成

1

定義 1.1. S を集合とする. $G \subset 2^S$ が, 有限個の共通部分に関して閉じた集合族であるとき, FI 集合族という.

命題 1.2. S を集合とし, G を空集合を含む FI 集合族とする.

$$L := \left\{ \bigcup_{i=1}^N A_i \mid N \in \mathbb{N}, A_i \in G \right\}$$

は束である.

証明. $\bigcup_{i=1}^N A_i, \bigcup_{i=1}^M B_i$ に対して, $(\bigcup_{i=1}^N A_i) \cup (\bigcup_{i=1}^M B_i)$ は明らかに L に属するので, 合併に関して閉じている. また, $(\bigcup_{i=1}^N A_i) \cap (\bigcup_{i=1}^M B_i) = \bigcup_{i,j} (A_i \cap B_j)$ を考えると, $A_i \cap B_j \in G$ であるので, L に属するので, 共通部分に関して閉じている.

□

定義 1.3. S を集合とし, G を空集合を含む FI 集合族とする.

$$[G] := \left\{ \bigcup_{i=1}^N A_i \mid N \in \mathbb{N}, A_i \in G \right\}$$

と定め, これを G の生成する束という.