

Z はあるソボレフ空間への全射

1

命題 1.1. $Z : \mathcal{W} \rightarrow H_{(n+1)/2}$ は全射である.

証明. $w \in H_{-(n+1)/2}$ に対して

$$F(Zw) = n!\omega_n \langle \cdot \rangle^{-(n+1)} F(w)$$

であるので,

$$Zw = n!\omega_n F^{-1} \left(\langle \cdot \rangle^{-(n+1)} F(w) \right)$$

が成り立つ.

$f \in H_{(n+1)/2}$ を任意にとる.

$$Z \left(\frac{1}{n!\omega_n} F^{-1} \langle \cdot \rangle^{n+1} F(f) \right) = n!\omega_n F^{-1} \left(\langle \cdot \rangle^{-(n+1)} F \left(\frac{1}{n!\omega_n} F^{-1} \langle \cdot \rangle^{n+1} F(f) \right) \right) = f$$

が成り立つ. 従って, Z は全射である.

□