

カイファン距離の定義

1

命題 1.1. 測度空間 (X, μ) から距離空間 (Y, d) への写像 f, g に対して,

$$\varepsilon \mapsto \mu(\{x \in X \mid d(f(x), g(x)) > \varepsilon\})$$

は ε に関する単調減少関数である.

証明. 自明. □

注意 1.2. すなわち, 前述の量は, ε を 0 に近づけるにつれて増大する.

定義 1.3. (カイファン距離). 測度空間 (X, μ) から距離空間 (Y, d) への μ 加速写像 f, g に対して,

$$d_{\text{KF}}^\mu(f, g) = \inf\{\varepsilon > 0 \mid \mu(\{x \in X \mid d(f(x), g(x)) > \varepsilon\}) \leq \varepsilon\}$$

とさだめ, これを μ に関する f, g のカイファン距離という.