超距離空間は距離空間

1

命題 1.1. (X,d) を超距離空間とする. このとき, (X,d) は距離空間である.

証明. 任意の $x, y, z \in X$ に対して、

$$xy \leq \frac{1}{2}(xz + zy) + \frac{1}{2}|xz - zy| \leq \frac{1}{2}(xz + zy) + \frac{1}{2}xy \leq \frac{1}{2}(xz + zy) + \frac{1}{2}(xz + zy) = xz + zy$$