対応集合とグロモフハウスドルフ距離と近似写像

1

定義 1.1. (対応集合). X, Y を集合とする. $\mathcal{R} \subset X \times Y$ は, 任意の $x \in X$ に対して, $y \in Y$ で $(x, y) \in \mathcal{R}$ を満たすものが存在し, かつ, 任意の $y \in Y$ に対して, $x \in X$ で $(x, y) \in \mathcal{R}$ を満たすものが存在するときに , 対応集合という.

命題 1.2. X, Y を集合とし, $f : X \to Y$ を全射とする. このとき,

$$\{(x, fx) \mid x \in X\}$$

は対応集合である.

証明. 明らかである. □

命題 1.3. $(X, d_X), (Y, d_Y)$ を距離空間とし, $\varepsilon > 0$ とする. $f : X \to Y$ を, $Y \subset (fX)_\varepsilon$ とする. このとき,

$$\{(x, y) \mid x \in X, yfx < \varepsilon\}$$

は対応集合である.

証明. □

定義 1.4. $(X, d_X), (Y, d_Y)$ を距離空間とする. $\varepsilon > 0$ とする. $f : X \to Y$ は

$$|fxfx' - xx'| < \varepsilon$$

を満たすときに, ε 近似写像という.

命題 1.5.

証明. □