

収束部分列をもつコーシー列は収束列

1

命題 1.1. (X, d) を距離空間とする. $x_n \in X$ をコーシー列とする. x_n が収束部分列をもつならば, x_n は収束部分列の極限に収束する.

証明. 適当な部分列をとり $x_{n(k)} \rightarrow x$ とする.

$$d(x, x_n) \leq d(x, x_{n(k)}) + d(x_{n(k)}, x_n)$$

という三角不等式を考えればよい.

□