

あとで消す

1

定義 1.1. (類似度行列). (X, d) を X が有限集合である距離空間とする.

$$Z : X \times X \rightarrow \mathbb{R}; (x, y) \mapsto e^{-d(x, y)}$$

を (X, d) の類似度行列という. ((x, y) 成分が $Z(x, y)$ である $\#X \times \#X$ 行列だと思えば良い.)

定義 1.2. (マグニチュード). (X, d) を X が有限集合である距離空間とする. 類似度行列 Z の逆行列を M で表すことにする.

$$\text{Mag}(X, d) := \sum_{x \in X} \sum_{y \in X} M(x, y)$$

と定める. (つまり行列の全成分の和.)

例 1.3. 2 点 p, q からなる距離空間 $(\{p, q\}, d)$ の類似度行列は

$$Z = \begin{pmatrix} 1 & e^{-d(p, q)} \\ e^{-d(p, q)} & 1 \end{pmatrix}$$

定義 1.4. (正定値距離空間). (X, d) を X が有限集合である距離空間とする.

$$Z : X \times X \rightarrow \mathbb{R}; (x, y) \mapsto e^{-d(x, y)}$$

が正定値行列であるときに, 正定値距離空間という.

予想

(X, d) を任意の有限部分集合が正定値距離空間となる距離空間とする (X 自身は有限とは限らない). X がコンパクトならば,

$$\sup \{ \text{Mag}(A, d) \mid A \subset X \text{ 有限部分集合} \} < \infty$$

が成り立つ.