

# 閉路グラフ $C_4$ はユークリッド空間に等長埋め込み不可能

## 1

**命題 1.1.** 4 頂点からなる閉路グラフ  $C_4$  にグラフ距離を備えた距離空間  $(C_4, d)$  はどの次元のユークリッド空間  $(\mathbb{R}^N, \|\cdot\|_2)$  にも等長埋め込み不可能である.

**証明.**  $p, q \in C_4$  で  $d(p, q) = 2$  であるものをとると. 残りの 2 点とともに,  $p, q$  からそれぞれ距離 1 の位置にあるが, ユークリッド空間においてそのような点は 1 点しか存在しない. 等長埋め込み不可能である.  $\square$