

標準ウェイトと0ウェイトの内積

1

命題 1.1. $A \subset X$ とする. w を A の標準ウェイト, v を A の0ウェイトとする. このとき,

$$(w, v)_Z = 0$$

が成り立つ.

証明. $w + v$ は $Z(w + v)|_A = 1$ より A の標準弱ウェイト であるので,

$$\text{Mag} A \leq (w + v, w + v)_Z = \text{Mag} A + \varepsilon 2(v, w)_Z + \varepsilon^2 (v, v)_Z$$

が成り立つので,

$$0 \leq 2(v, w)_Z + \varepsilon (v, v)_Z$$

より, $0 \leq (v, w)_Z$ が成り立つ. v のかわりに $-v$ を考えることにより,

$$0 \leq -2(v, w)_Z + \varepsilon (v, v)_Z$$

が成り立つので, $0 \geq (v, w)_Z$ も成り立つ. よって主張が従う.

□