

超距離空間の球の任意の点は中心

1

命題 1.1. (X, d) を超距離空間とする. 任意の $x \in X$ と $r > 0$ に対して,

$$B(x; r) = B(y; r) \quad (\forall y \in B(x; r))$$

が成り立つ.

証明. $y \in B(x; r)$ をとる. $z \in B(x; r)$ に対して,

$$zy \leq \max\{zx, xy\} < \max r, r = r$$

が成り立つので, $B(x; r) \subset B(y; r)$ である. また, $z \in B(y; r)$ に対して

$$zx \leq \max\{zy, yx\} < \max r, r = r$$

が成り立つので, $B(y; r) \subset B(x; r)$ である. 故に $B(x; r) = B(y; r)$ が成り立つ.

□