局所リプシッツ関数の lower pointwise dilation は upper gradient

1

注意 1.1. X 上の曲線を, コンパクト区間上で定義された, 連続写像で, 求長可能かつ, 弧長パラメータづけられているとする.

注意 1.2. 実数値関数は全て拡張実数値関数であるとする.

定義 1.3. (upper gradient). (X, d) を距離空間とする. 実数値関数 $f : X \to \bar{\mathbb{R}}$ に対して, ボレル関数 $g : X \to \bar{\mathbb{R}}$ で, 任意の曲線 $\gamma : [0, L(\gamma)] \to X$ に対して,

$$|f \circ \gamma(L(\gamma)) - f \circ \gamma(0)| \leq \int_0^{L(\gamma)} g \circ \gamma(s) ds$$

を満たすものを, f の upper gradient という.

命題 1.4.

証明. $\square$