

?

1

定義 1.1. (X, d) を距離空間とする. 有限集合 $A \subset X$ に対して,

$$\sum_{y \in X} \lambda(y) e^{-d(x, y)} = 1_A(x)$$

を満たす $[\lambda \neq 0] \subset A$ なる $\lambda: X \rightarrow \mathbb{R}$ が存在する時,

$$\text{Mag} A := \sum_{x \in X} \sum_{y \in X} \lambda(x) \lambda(y) e^{-d(x, y)} \left(= \sum_{x \in X} \lambda(x) = \sum_{x \in A} \lambda(x) \right)$$

と定めて, これを A のマグニチュードという.

定義 1.2. (X, d) を距離空間とする. 任意の $[\lambda \neq 0] < \infty$ を満たす $\lambda: X \rightarrow \mathbb{R}$ に対して

$$\sum_{x \in X} \sum_{y \in X} \lambda(x) \lambda(y) e^{-d(x, y)} \geq 0$$

かつ,

$$\sum_{x \in X} \sum_{y \in X} \lambda(x) \lambda(y) e^{-d(x, y)} = 0 \Leftrightarrow \lambda = 0$$

を満たす時, (X, d) を正定値距離空間という.

予想

正定値距離空間 (X, d) がコンパクトならば,

$$\sup \{ \text{Mag} A \mid A \subset X \text{ 有限部分集合} \} < \infty$$

が成り立つ.