

球対称な関数と可積分性

1

命題 1.1. $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ を $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ で,

$$f(x) = F(\|x\|)$$

を満たすものが存在する関数とする. $r^{n-1}F \in L^1(\mathbb{R})$ であるならば, $f \in L^1(\mathbb{R}^n)$ である.

証明.

$$\int_{\mathbb{R}^n} f(x) dx \simeq \int_0^\infty |F(r)| r^{n-1} dr$$

が成り立つから.

□