集合の近傍の補集合の近傍

1

命題 1.1. (X,d) を距離空間とする. 任意の $\varepsilon>0$ と任意の部分集合 $A\subset X$ に対して、

 $((A_{\varepsilon})^c)_{\varepsilon} \subset A^c$

証明. 任意に $x \in ((A_{\varepsilon})^c)_{\varepsilon}$ をとる. $y \in (A_{\varepsilon})^c$ で $xy < \varepsilon$ を満たすものがとれる. $x \in A^c$ でないと仮定する と, $x \in A$ であるので, 任意の $y \in (A_{\varepsilon})^c$ に対して $xy \ge \varepsilon$ が成り立つ. 従って矛盾する.