**Câu 1:** (*4,0 điểm*) Cho hàm Boole theo 4 biến sau:

$$f(x,y,z,t) = \bar{x}\bar{y}zt + xyt + x\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}\bar{t} + \bar{y}\bar{t}$$

a) Tìm dạng nối rời chính tắc của hàm f.
b) Tìm các công thức đa thức tối tiểu của hàm f.
c) Hãy vẽ sơ đồ mạch cho một công thức đa thức tối tiểu của hàm f vừa tìm được.

<u>Giải</u>:

| | $x$ | $x$ | $\bar{x}$ | $\bar{x}$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| $z$ | $1_{4,5}$ | | $1_{1}$ | $1_{1,5}$ | $y$ |
| $z$ | | $1_{3}$ | $1_{1,3}$ | $1_{1}$ | $\bar{y}$ |
| $\bar{z}$ | $1_{2}$ | $1_{2,3}$ | $1_{3}$ | | $\bar{y}$ |
| $\bar{z}$ | $1_{2,4}$ | $1_{2}$ | | | $y$ |
| | $t$ | $\bar{t}$ | $\bar{t}$ | $t$ | |

a) Dạng nối rời chính tắc của hàm f

$$f(x,y,z,t) = xyzt \vee \bar{x}yz\bar{t} \vee \bar{x}yzt \vee x\bar{y}z\bar{t} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{t} \vee \bar{x}\bar{y}zt \vee x\bar{y}\bar{z}t \vee x\bar{y}\bar{z}\bar{t} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}\bar{t} \vee xy\bar{z}t \vee xy\bar{z}\bar{t}$$

b) Công thức đa thức tối tiểu của hàm f

Tế bào lớn: $T_1$: $\bar{x}z$, $T_2$: $x\bar{z}$, $T_3$: $\bar{y}\bar{t}$, $T_4$: $xyt$, $T_5$: $yzt$

$$T_1 \rightarrow T_2 \rightarrow T_3 \rightarrow T_4$$

$$\downarrow$$

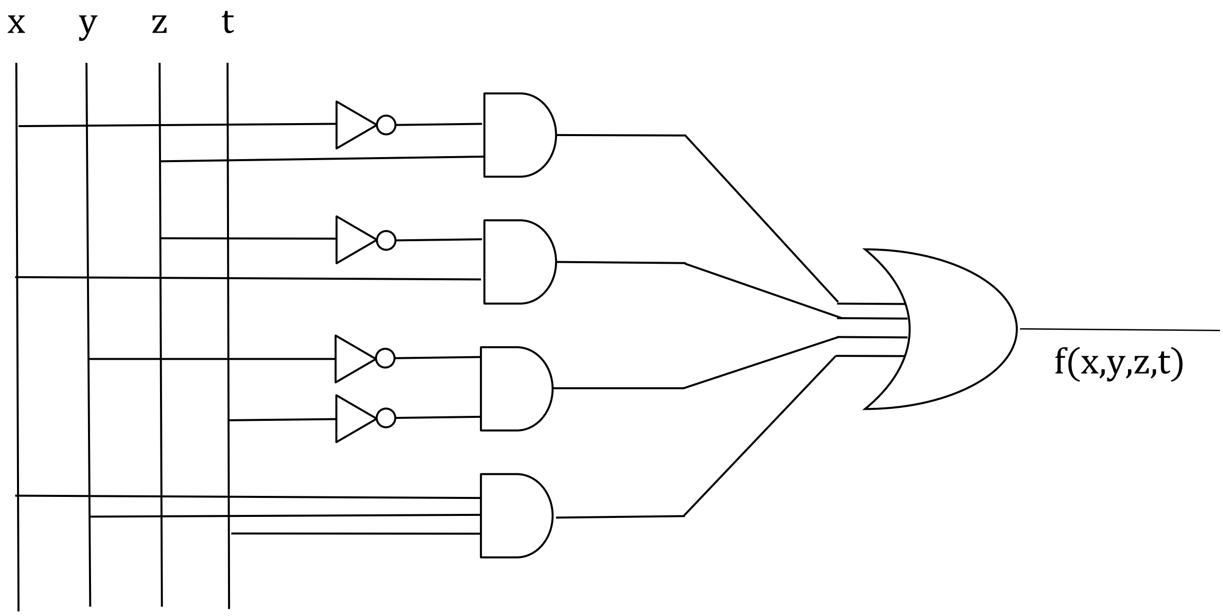
$$T_5$$

Công thức đa thức tối tiểu:

$f(x,y,z,t) = \bar{x}z \vee x\bar{z} \vee \bar{y}\bar{t} \vee xyt$

$= \bar{x}z \vee x\bar{z} \vee \bar{y}\bar{t} \vee yzt$

c) Vẽ mạch:




**Câu 2:** (*2 điểm*)

a. Hãy vẽ biểu đồ (nếu có) minh họa cho G là đồ thị có hướng, đầy đủ, liên thông yếu.

b. Hãy vẽ biểu đồ (nếu có) minh họa cho G là đơn đồ thị, vô hướng, có ít nhất 5 đỉnh, không đầy đủ, có chu trình Euler nhưng không có chu trình Hamilton (nêu tên chu trình).

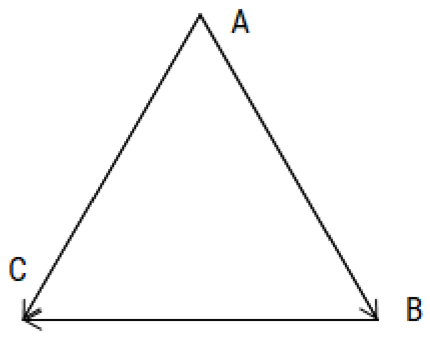
c. Có thể tồn tại 11 đội bóng thi đấu theo vòng tròn trong đó mỗi đội đều thi đấu với 7 đội khác hay không?

<u>Giải</u>:

a. - Một đồ thị có hướng G được gọi là đồ thị đầy đủ nếu đồ thị vô hướng tương ứng của nó là đầy đủ.

- Đồ thị có hướng G được gọi là liên thông yếu nếu đồ thị vô hướng tương ứng của nó là vô hướng liên thông.

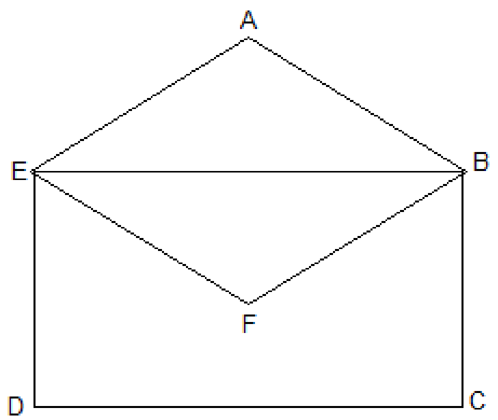
*Đồ thị minh hoạ:




b. - Một đồ thị G đgl đầy đủ nếu như mọi cặp đỉnh của G đều kề nhau, nghĩa là mọi đỉnh đều có cạnh nối trực tiếp đến tất cả các đỉnh còn lại của G.

- Đồ thị vô hướng có chu trình Euler khi và chỉ khi mọi đỉnh của nó đều có bậc chẵn.
- Đồ thị có đỉnh treo hoặc đỉnh cô lập thì không có chu trình Hamilton.
- Nếu trong G có một nhóm gồm k đỉnh sao cho khi ta xóa k đỉnh này ra khỏi G cùng với các cạnh liên quan đến k đỉnh, mà số thành phần còn lại của đồ thị là nhiều hơn ( > ) k thành phần thì G không có chu trình Hamilton.

*Đồ thị minh hoạ:



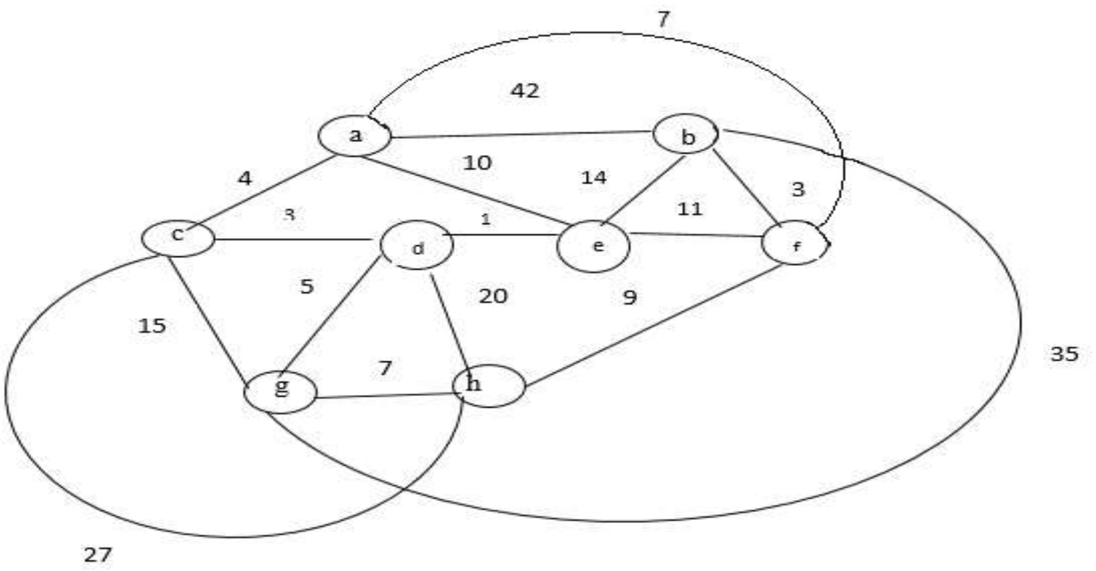

- Chu trình Euler: EABEFBCDE

c. - Cách 1: Ta có số đỉnh = 11 và bậc của mỗi đỉnh đều bằng 7 ⇒ Vô lý do trong đồ thị G vô hướng, ta luôn có số đỉnh bậc lẻ là một số chẵn.

- Cách 2: Ta có số đỉnh = 11 và bậc của mỗi đỉnh đều bằng 7 ⇒ Tổng số bậc của các đỉnh bậc lẻ: 11 x 7 = 77 (Vô lý do tổng số bậc của các đỉnh bậc lẻ phải là số chẵn)

Vậy không thể tồn tại 11 đội bóng thi đấu theo vòng tròn trong đó mỗi đội đều thi đấu với 7 đội khác..

**Câu 3.** (*4,0 điểm*)




a. G có chu trình (đường đi) Euler không? Tại sao? Nếu có hãy chỉ ra một chu trình (đường đi) Euler của G.
b. G có chu trình (đường đi) Hamilton không? Nếu có hãy chỉ ra một chu trình (đường đi) Hamilton của G.
c. Dùng thuật toán Djikstra tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh b đến các đỉnh còn lại của G (trình bày thuật toán trên cùng một bảng).
d. Hãy tìm cây khung có trọng số lớn nhất T của G (chỉ rõ thuật toán) và tính trọng số của T.

Giải:

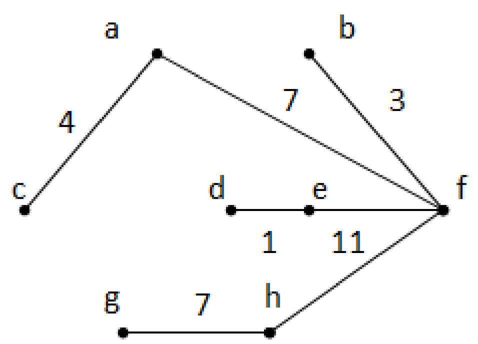
a. G có chu trình Euler vì tất cả các đỉnh đều có bậc chẵn.
Chu trình Euler: c -> d -> g -> c -> a -> e -> d -> h -> g -> b -> e -> f -> a -> b -> f -> h -> c
b. Chu trình Hamilton: c -> d -> g -> h -> f -> e -> b -> a -> c

c.

| Đỉnh | a | c | d | e | f | g | h | Cạnh |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | b, 42 | ∞ | ∞ | b, 14 | b, 3 | b, 35 | ∞ | |
| f | f, 10 | ∞ | ∞ | f, 14 | - | b, 35 | f, 12 | bf |
| a | - | a, 14 | ∞ | f, 14 | - | b, 35 | f, 12 | af |
| h | - | a, 14 | h, 32 | f, 14 | - | h, 19 | - | hf |
| c | - | - | c, 17 | f, 14 | - | h, 19 | - | ca |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| e | - | - | e, 15 | - | - | h, 19 | - | ef |
| d | - | - | - | - | - | h, 19 | - | de |
| g | - | - | - | - | - | - | - | gh |

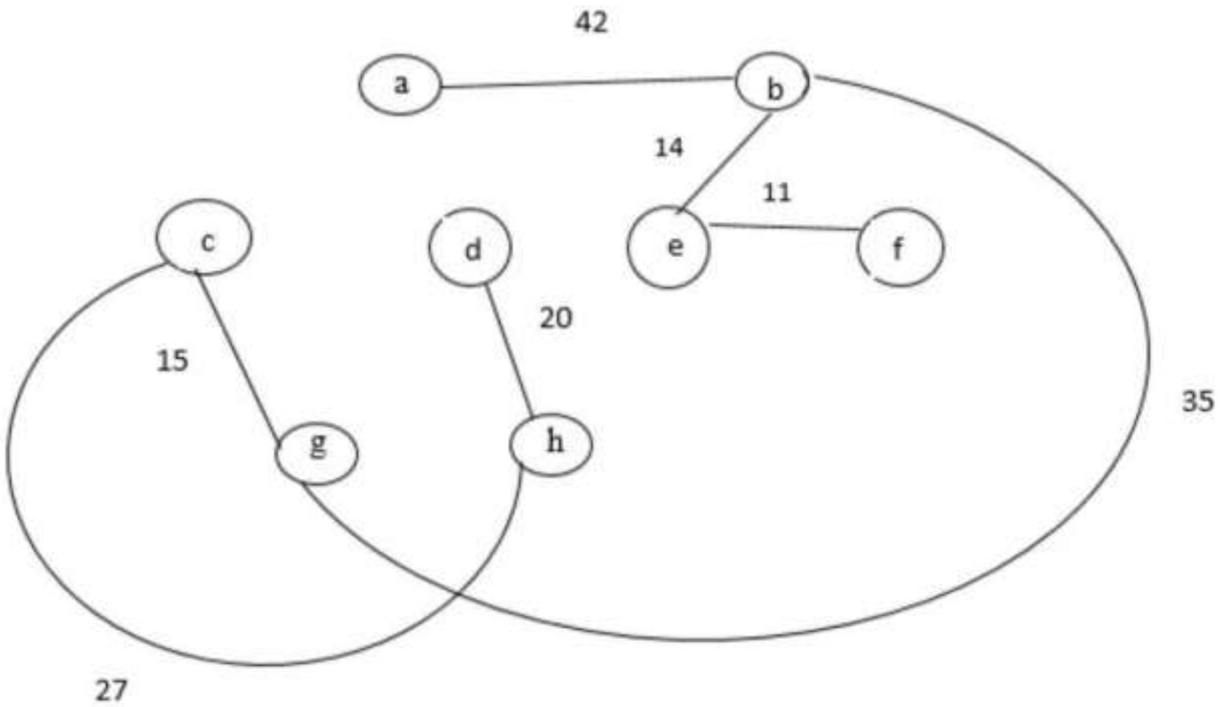
Đường đi ngắn nhất từ b đến:
a: bfa trọng số: 10
c: bfac trọng số: 14
d: bfed trọng số: 15
e: bfe trọng số: 14
f: bf trọng số: 3
g: bfhg trọng số: 19
h: bfh trọng số: 12




d.

Thuật toán Kruskal:

| Cạnh | Trọng số |
|---|---|
| ab | 42 |
| bg | 35 |
| ch | 27 |
| dh | 20 |
| cg | 15 |
| be | 14 |
| ef | 11 |
| Tổng | 164 |


42
a
b
14
11
c
d
e
f
20
15
35
g
h
27