



UIT
Trường Đại học
Công nghệ Thông tin

Khoa Khoa học
và Kỹ thuật Thông tin



BAN HỌC TẬP

Chào mừng đến với buổi training của BHT KH&KTTT và BHT HTTT

CÂU TRÚC

RỜI

RẠC



Nội Dung

**CHƯƠNG 4 : ĐẠI SỐ
BOOLE**

CHƯƠNG 5: ĐỒ THỊ

CHƯƠNG 6 : CÂY



Khoa Khoa học
và Kỹ thuật Thông tin



CHƯƠNG 4:

ĐẠI SỐ BOOLE

CẤU TRÚC RỜI RẠC

TRAINE
R

Thế Hưng
CNCL2021
Phương Nghi
HTCL2021



NỘI DUNG

I.MỘT SỐ KHÁI NIỆM CƠ BẢN

II.TÌM DẠNG NỐI RỜI CHÍNH TẮC

**III.TÌM CÔNG THỨC ĐA THỨC TỐI
TIỂU**

IV.VỀ SƠ ĐỒ MẠCH



UIT
Trường Đại học
Công nghệ Thông tin

Khoa Khoa học
và Kỹ thuật Thông tin



MỘT SỐ KHÁI NIỆM CƠ BẢN



Xét tập hợp các hàm Boole n biến F_n theo biến x_1, x_2, \dots, x_n

- Mỗi hàm Boole x_i hay \bar{x}_i được gọi là một **từ đơn**.
- **Đơn thức** là tích khác 0 của một số hữu hạn từ đơn.
- **Đơn thức tối thiểu** là tích khác 0 của đúng n từ đơn.
- **Công thức đa thức** là công thức biểu diễn hàm Boole thành tổng của các đơn thức.
- **Dạng nổi rời chính tắc** là công thức biểu diễn hàm Boole thành tổng của các đơn thức tối thiểu.



Ví dụ: Xét hàm Boole, với 3 biến x, y, z

$x, y, z, \bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ là các từ đơn.

xy, yz là đơn thức.

$xy\bar{z}$ là từ tối thiểu.

$E = xy + yz$ là một công thức đa thức.

$F = xyz + \bar{x}y\bar{z}$ là một dạng nổi rời chính tắc.



UIT
Trường Đại học
Công nghệ Thông tin

Khoa Khoa học
và Kỹ thuật Thông tin



DẠNG NỔI RỜI CHÍNH TẮC

Ví dụ: Tìm dạng nổi rời chính tắc của hàm Boole F sau:

$$F(x, y, z) = xy + y\bar{z}$$

Cách 1: Bổ sung từ đơn còn thiếu vào các đơn thức để thu được từ đơn tối thiểu

$$F(x, y, z) = xy(z + \bar{z}) + y\bar{z}(x + \bar{x})$$

$$= xyz + xy\bar{z} + xy\bar{z} + \bar{x}y\bar{z}$$

$$= xyz + xy\bar{z} + \bar{x}y\bar{z}$$

Cách 2: Dùng bảng chân trị

x	y	z	F	
0	0	0	0	
0	0	1	0	
0	1	0	1	→ $\bar{x}y\bar{z}$
0	1	1	0	
1	0	0	0	
1	0	1	0	
1	1	0	1	→ $xy\bar{z}$
1	1	1	1	→ xyz

$$F(x, y, z) = xyz + xy\bar{z} + \bar{x}y\bar{z}$$



Ví dụ: Tìm dạng nổi rời chính tắc của hàm Boole F sau:

$$F(x, y, z) = xy + y\bar{z}$$

Cách 3: Dùng bìa Karnaugh

	\bar{x}	x	\bar{y}	y
\bar{z}	1	1		
z		1		
	\bar{y}	y	\bar{z}	z

$$F(x, y, z) = xyz + xy\bar{z} + \bar{x}y\bar{z}$$



CÔNG THỨC ĐA THỨC TỐI TIỂU



DÙNG BÌA KARNAUGH

* Quy tắc tìm Tế bào lớn:

- Vòng gom phải là hình chữ nhật chứa 2^n ô kề nhau.
- Các vòng phải được gom sao cho số ô có thể vào trong vòng là lớn nhất.
- Có thể gom cả những ô đã gom vào trong vòng.

* Tìm đa thức tối thiểu:

Bước 1: Vẽ biểu đồ Karnaugh của F

Bước 2: Xác định tất cả tế bào lớn của Kar(F)

Bước 3: Xác định các tế bào lớn m nhất thiết phải chọn

Bước 4: Xác định các phủ tối thiểu gồm các tế bào lớn

Bước 5: Xác định công thức đa thức tối thiểu của F



Ví dụ: Tìm các công thức đa thức tối thiểu của hàm F

$$F(x, y, z, t) = xyz t \vee x \bar{y} \vee x \bar{z} \vee y z \vee x y \bar{z} \vee x y \bar{t}$$

	x	x	\bar{x}	\bar{x}	
z					\bar{t}
z					t
\bar{z}					t
\bar{z}					\bar{t}
	\bar{y}	y	y	\bar{y}	



UIT
Trường Đại học
Công nghệ Thông tin

Khoa Khoa học
và Kỹ thuật Thông tin

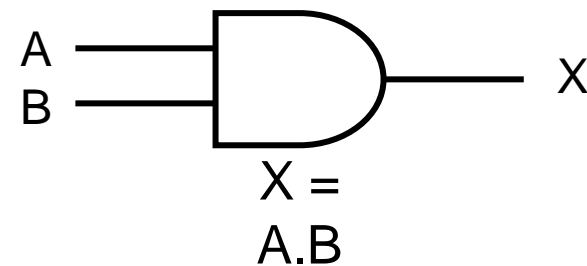


VỀ SƠ ĐỒ MẠCH

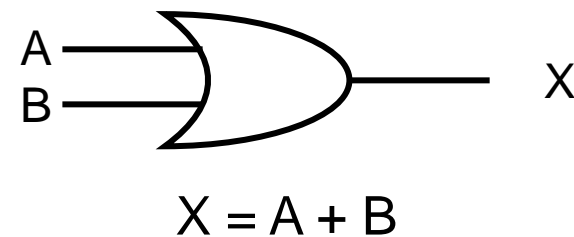


CÁC CỔNG LOGIC

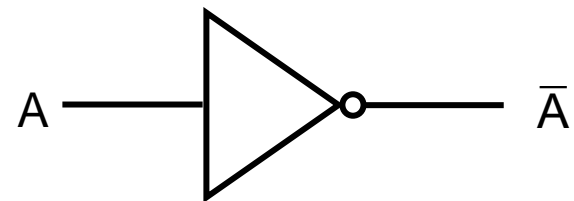
Cổng AND



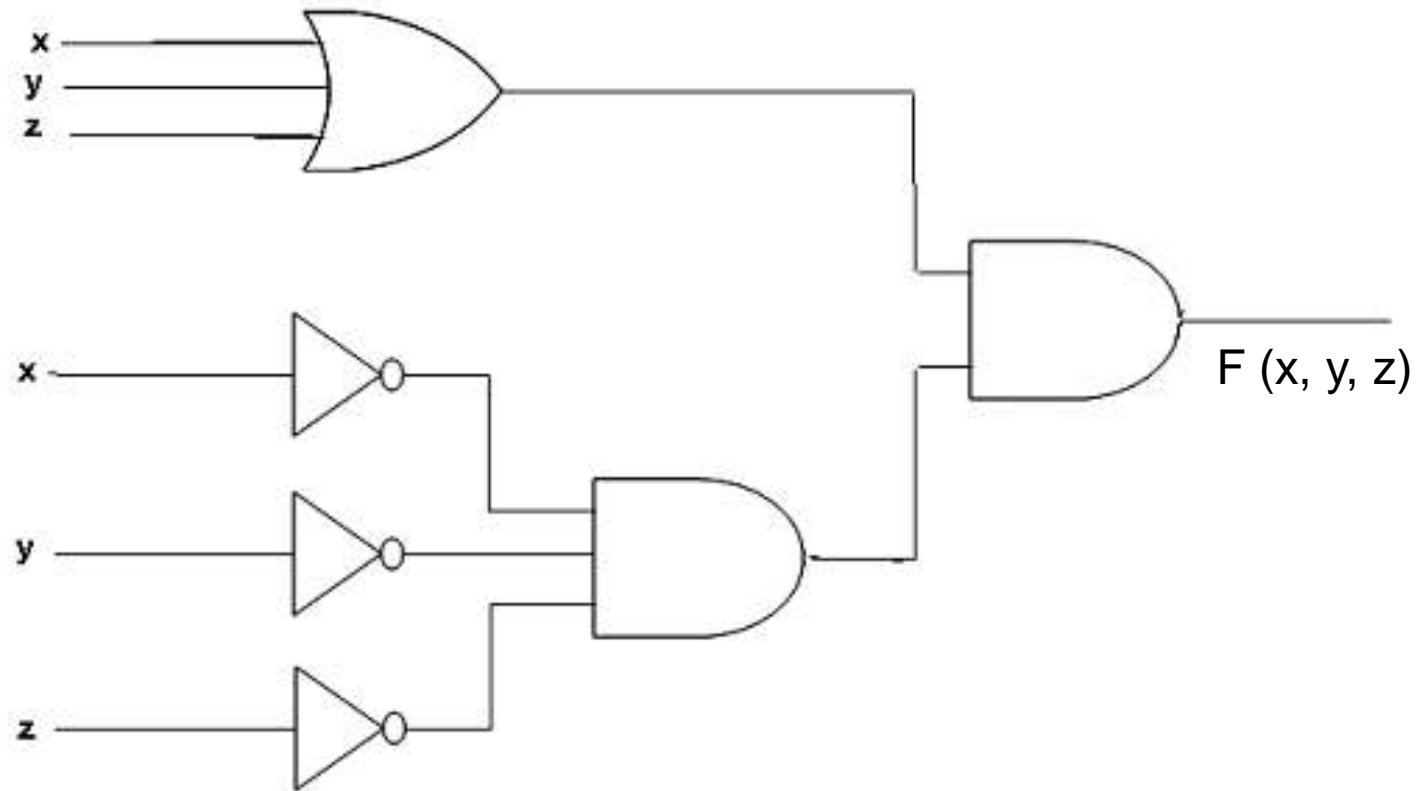
Cổng OR



Cổng NOT



Ví dụ:



$$F(x, y, z) = (x \vee y \vee z) \bar{x} \bar{y} \bar{z}$$



UIT
Trường Đại học
Công nghệ Thông tin

Khoa Khoa học
và Kỹ thuật Thông tin



BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG



BT1: Cho hàm Boole $f(x,y,z,t)$, biết:

$$f^{-1}(0) = \{0010, 1011, 1111, 0001, 0000\}.$$

- a) Tìm dạng nổi rời chính tắc của hàm f .
- b) Tìm các công thức đa thức tối thiểu của hàm f .
- c) Hãy vẽ sơ đồ mạch cho một công thức đa thức tối thiểu của hàm f vừa tìm được.



X	Y	Z	T	F
0	0	0	0	
0	0	0	1	
0	0	1	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
0	1	1	1	
1	0	0	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	0	1	
1	1	1	0	
1	1	1	1	



BT2: Cho hàm Boole theo 4 biến sau:

$$f(x,y,z,t) = xz\bar{t} \vee x\bar{y}t \vee yt \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}zt \vee \bar{x}y\bar{z}\bar{t}$$

- a) Tìm dạng nổi rời chính tắc của hàm f.
- b) Tìm các công thức đa thức tối thiểu của hàm f.
- c) Hãy vẽ sơ đồ mạch cho một công thức đa thức tối thiểu của hàm f vừa tìm được.



UIT
Trường Đại học
Công nghệ Thông tin

Khoa Khoa học
và Kỹ thuật Thông tin





CHƯƠNG 5:

ĐỒ THI!

CẤU TRÚC RỜI RẠC

TRAINEE
R

Quang Minh
CNTT2021
Tấn Đạt CNCL2021



NỘI DUNG

I.KHÁI NIỆM ĐỒ THỊ

II.ĐƯỜNG ĐI EULER

III.ĐƯỜNG ĐI HAMILTON

IV.BÀI TẬP

V. THUẬT TOÁN DIJKSTRA



UIT
Trường Đại học
Công nghệ Thông tin

Khoa Khoa học
và Kỹ thuật Thông tin



BAN HỌC TẬP

KHÁI NIỆM ĐỒ THỊ!



1. ĐỒ THỊ

$G = (V, E)$ với $V \neq \emptyset$

- V: tập các đỉnh
- E: tập các cạnh

* **Cạnh bội (song song)**

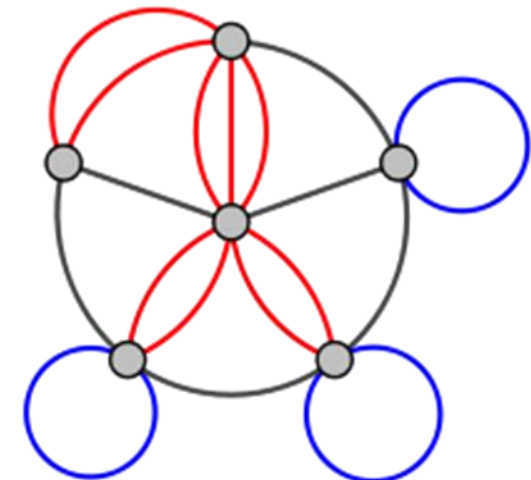
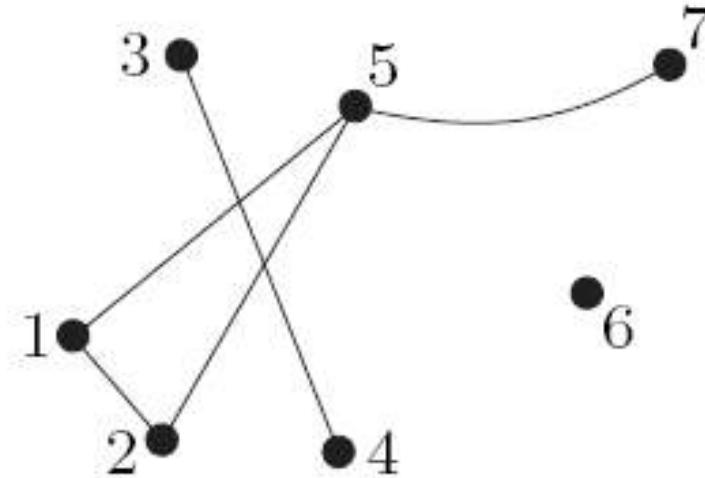
- Hai cạnh phân biệt cùng tương ứng với một cặp đỉnh.

* **Đơn đồ thị**

- Đồ thị không có vòng và cạnh song song.

* **Đa đồ thị**

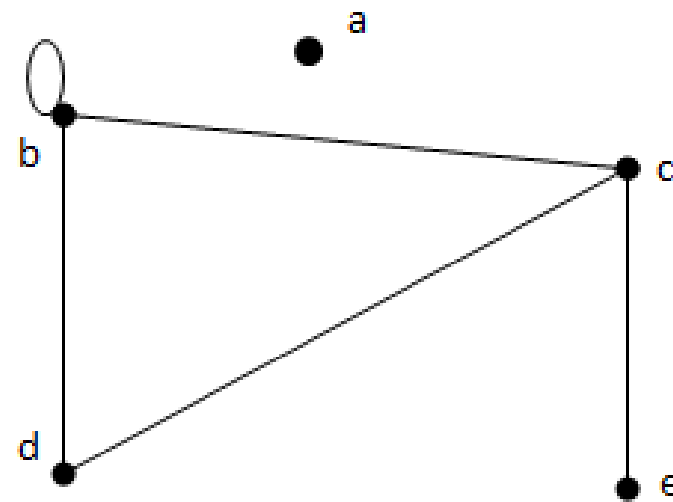
- Các đồ thị không phải là đơn đồ thị.



1. ĐỒ THỊ

* *Bậc của đỉnh*

- Đỉnh của đồ thị G có bậc là n nếu nó kề với n đỉnh khác.
- Ký hiệu: $\deg(v)$ hay $d(v)$
- Mỗi vòng (loop) được tính là 2 cạnh tới một đỉnh. \rightarrow
 $\deg(v) = 2$
- Đỉnh cô lập: $\deg(v) = 0$
- Đỉnh treo: $\deg(v) = 1$



Lưu ý: mỗi loop (nếu có) tại 1 đỉnh thì khi đếm số cạnh ta tính bằng 1.

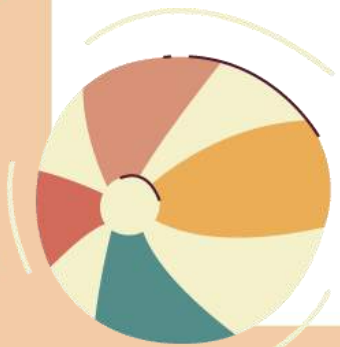


1. ĐỒ THỊ

* **Đồ thị đầy đủ:** Đồ thị mà mọi cặp đỉnh đều kề nhau.

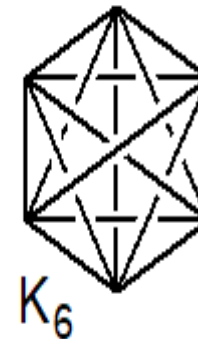
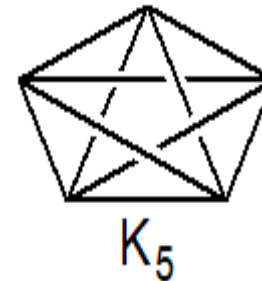
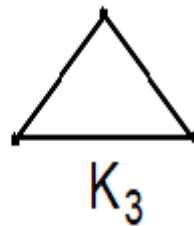
K_n : đơn đồ thị đầy đủ.

- Số đỉnh: $|V| = n$
- Bậc: $\deg(v) = n - 1$
- Số cạnh: $|E| = n(n - 1) / 2$



K_1

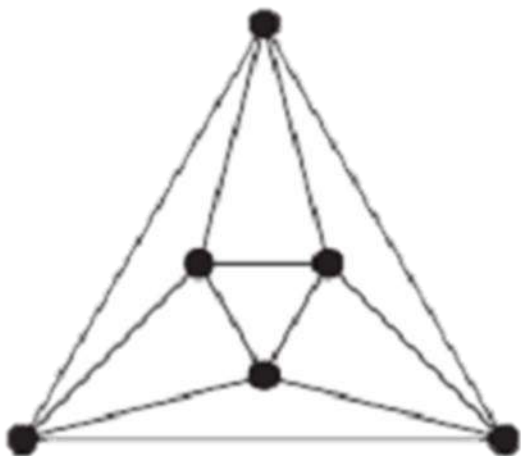
K_2





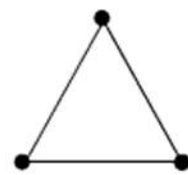
* Đồ thị đều bậc k (Đồ thị k -đều)

- Số đỉnh: $|V| = n$
- Bậc: $\deg(v) = k$
- Số cạnh: $|E| = n.k/2$

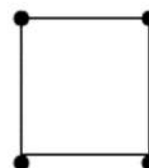


* Đồ thị vòng C_n

- Đơn đồ thị
- Số đỉnh: $|V| = n \geq 3$
- Bậc: $\deg(v) = 2$
- Số cạnh: $|E| = n$



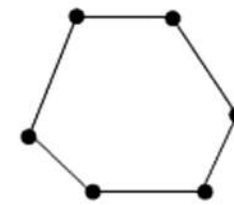
C_3



C_4



C_5



C_6

1. ĐỒ THỊ

** Tính chất đồ thị vô hướng:*

- G là đơn đồ thị, vô hướng, có n đỉnh ($n > 1$) thì trong G luôn có ít nhất 2 đỉnh cùng bậc.
- Với mọi đồ thị vô hướng, $G = (V, E)$ ta có tổng số bậc của mọi đỉnh trong G luôn gấp đôi số cạnh của G .
- Tổng số bậc của các đỉnh bậc lẻ và số đỉnh bậc lẻ trong đồ thị G luôn là số chẵn.
- Trong mọi đơn đồ thị $G = (V, E)$, nếu số đỉnh nhiều hơn 2 và có đúng hai đỉnh cùng bậc thì hai đỉnh này không đồng thời có bậc bằng 0 hoặc $n - 1$.





1. ĐỒ THỊ

Ví dụ: Có tồn tại đồ thị vô hướng có 5 đỉnh với các bậc sau đây không? Nếu có hãy vẽ phác họa.

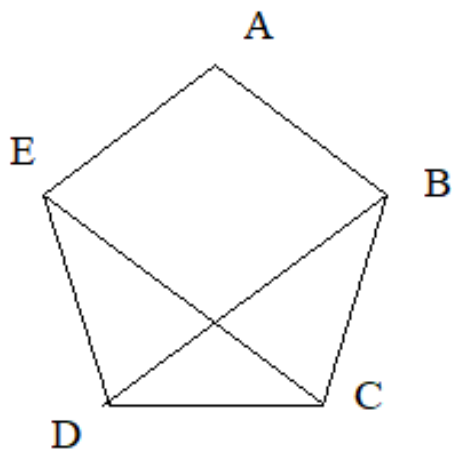
a) 3, 3, 3, 3, 2

b) 3, 3, 3, 4, 4

Giải:

b) Không vẽ được vì số đỉnh

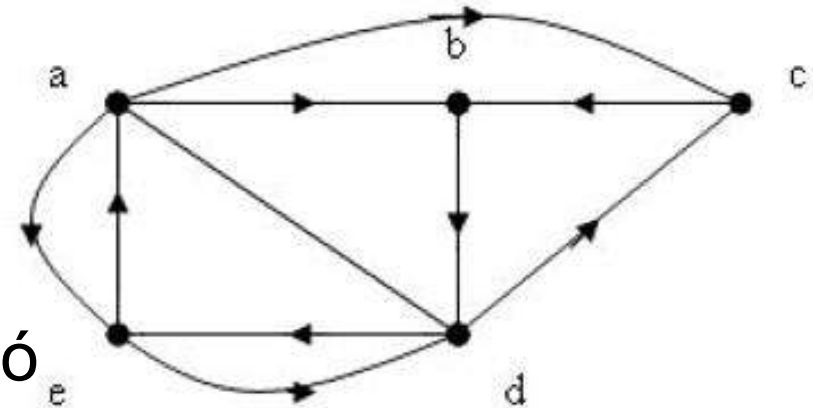
a)
bậc lẻ
phải s



1. ĐỒ THỊ

* *Tính chất đồ thị có hướng:*

- G được gọi là đầy đủ nếu đồ thị vô hướng của nó là đầy đủ.
- Bậc của đỉnh:
 - $d_{\text{out}}(u)$ hay $\text{deg}_{\text{out}}(u)$: Bậc ra của u.
 - $d_{\text{in}}(v)$ hay $\text{deg}_{\text{in}}(v)$: Bậc vào của v.
- Mỗi loop (nếu có) tại 1 đỉnh của G có hướng thì ta tính $d_{\text{out}} = d_{\text{in}} = 1$.
- Một đỉnh u gọi là đỉnh cân bằng nếu ta có $d_{\text{out}}(u) = d_{\text{in}}(u)$.
- Tổng bậc vào của các đỉnh bằng tổng bậc ra và bằng số cạnh của đồ thị



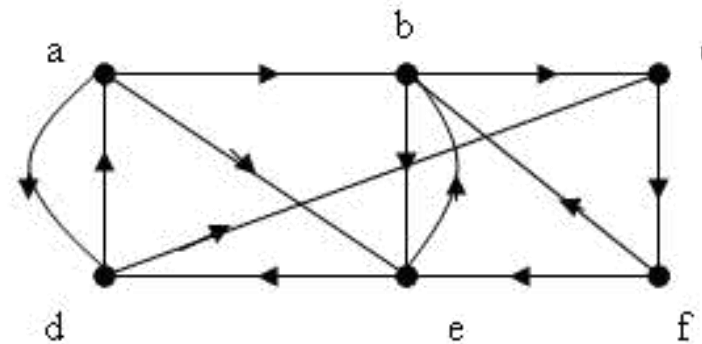
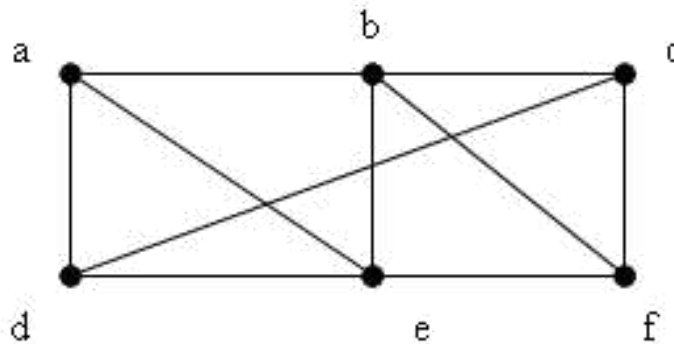


2. CHU TRÌNH – ĐƯỜNG ĐI

* *Đường đi đơn:*

Đường đi không qua **cạnh** nào quá một lần (chu trình đơn là đường đi đơn với điểm đầu và điểm cuối trùng nhau)

* *Đường đi sơ cấp:* Đường đi không qua **đỉnh** nào quá một lần.

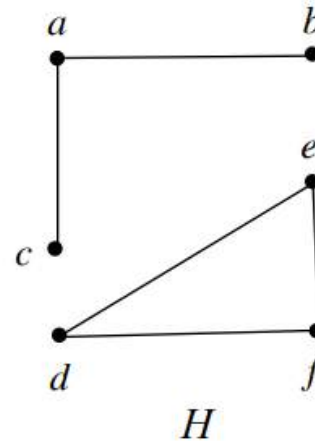
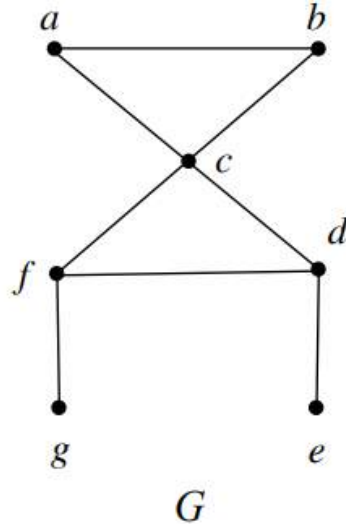




3. LIÊN THÔNG

a) Đồ thị vô hướng

- Đồ thị vô hướng G được gọi là liên thông nếu luôn tìm được đường đi giữa 2 đỉnh bất kì trong đồ thị.

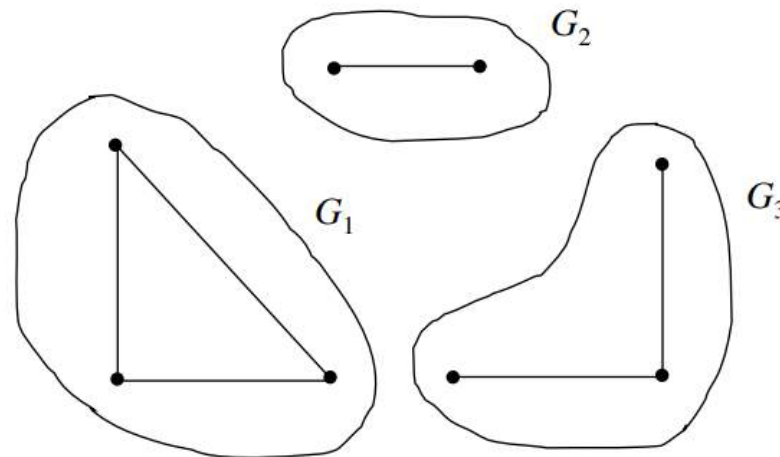




3. LIÊN THÔNG

a) Đồ thị vô hướng

- Đồ thị không liên thông là hợp của 2 hay nhiều đồ thị liên thông, giữa các đồ thị này không có đỉnh chung. Các đồ thị liên thông rời nhau như vậy gọi là thành phần liên thông của đồ thị đang xét.

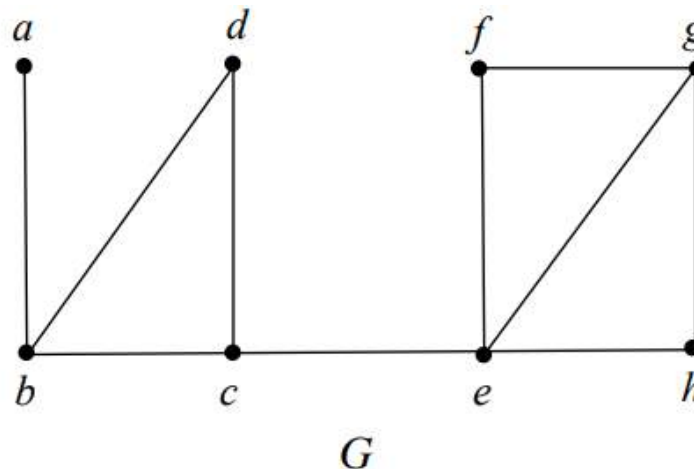




3. LIÊN THÔNG

a) Đồ thị vô hướng

- Cạnh cắt (cầu) là cạnh khi xóa sẽ tạo ra đồ thị con với nhiều thành phần liên thông hơn đồ thị ban đầu.
- Đỉnh cắt (đỉnh khớp): là một đỉnh mà nếu loại bỏ nó và **các cạnh liên thuộc** thì đồ thị tăng số thành phần liên thông



3. LIÊN THÔNG

b) Đồ thị có hướng

- **Liên thông mạnh:** đồ thị có hướng G được gọi là liên thông mạnh nếu luôn tìm được đường đi giữa hai đỉnh bất kì của nó.
- **Liên thông yếu:** đồ thị có hướng G được gọi là liên thông yếu nếu đồ thị vô hướng tương ứng của nó là vô hướng liên thông.





UIT
Trường Đại học
Công nghệ Thông tin

Khoa Khoa học
và Kỹ thuật Thông tin



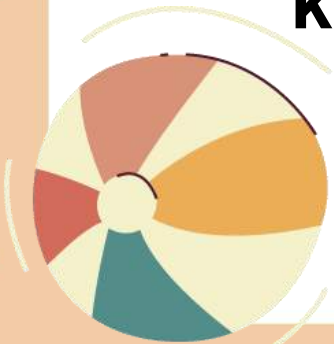
ĐƯỜNG ĐI EULER



1. ĐỊNH NGHĨA

Cho đồ thị $G = (V, E)$ liên thông

- **Chu trình Euler:** Đường đi qua mỗi **cạnh** của đồ thị G đúng một lần sao cho đỉnh bắt đầu và đỉnh kết thúc phải trùng nhau.
- **Đồ thị Euler:** Đồ thị có chứa một chu trình Euler
- **Đường đi Euler:** Đường đi qua mỗi **cạnh** của đồ thị G đúng một lần sao cho đỉnh bắt đầu và đỉnh kết thúc không trùng nhau.
- **Đồ thị nửa Euler:** là đồ thị có đường đi Euler.





2. ĐIỀU KIỆN CẦN VÀ ĐỦ

- Cho đồ thị vô hướng liên thông $G = (V, E)$.

G là đồ thị Euler \Leftrightarrow mọi đỉnh của G đều có bậc chẵn.

- G liên thông có hai đỉnh bậc lẻ còn mọi đỉnh khác đều bậc chẵn
 \Leftrightarrow **G có đường đi Euler, không có chu trình Euler.**

- Đồ thị có hướng liên thông mạnh là đồ thị Euler khi và chỉ khi:

$$d^+(v) = d^-(v), \forall v \in V$$

- Cho G là một đồ thị có hướng, liên thông và có nhiều hơn 1 đỉnh.

Ta nói G có đường đi Euler \Leftrightarrow có đúng 2 đỉnh u, v thỏa

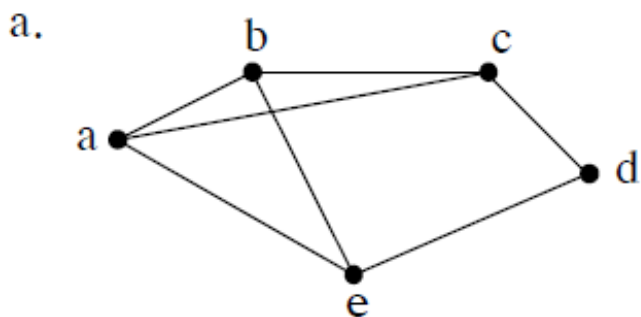
$$\begin{cases} d_{\text{out}}(u) = d_{\text{in}}(u) + 1 \\ d_{\text{in}}(v) = d_{\text{out}}(v) + 1 \end{cases}$$

và mọi đỉnh còn lại đều cân bằng (trong đó u là đỉnh xuất phát và v



2. ĐIỀU KIỆN CẦN VÀ ĐỦ

a/ Đồ thị liên thông:



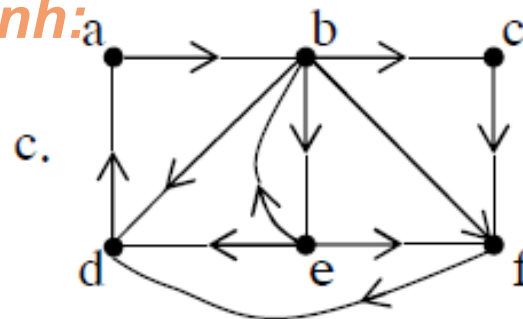
$$\deg(a) = \deg(b) = \deg(c) =$$

$$\deg(e) = 3$$

$$\deg(d) = 2$$

=> Đồ thị không có chu trình Euler (do đồ thị liên thông nhưng có tới 4 đỉnh

b/ Đồ thị liên thông mạnh:



$$\deg^+(a) = 1, \deg^-(a) = 1$$

$$\deg^+(b) = 4, \deg^-(b) = 2$$

$$\deg^+(c) = 1, \deg^-(c) = 1$$

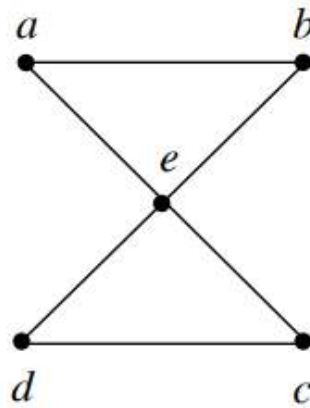
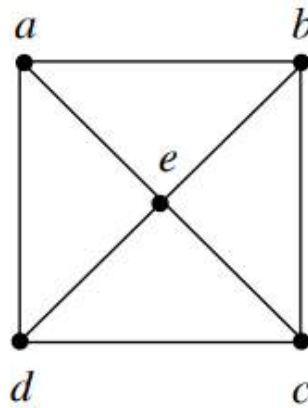
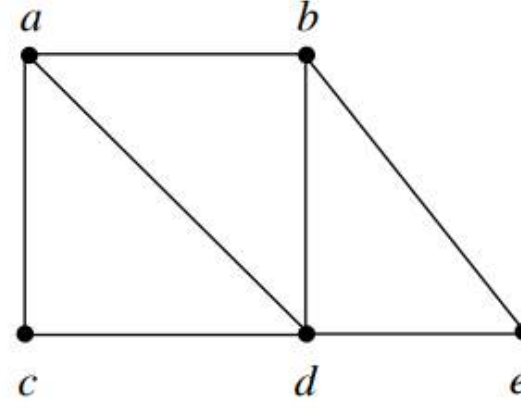
$$\deg^+(d) = 1, \deg^-(d) = 3$$

$$\deg^+(e) = 3, \deg^-(e) = 1$$

$$\deg^+(f) = 1, \deg^-(f) = 3$$

=> Đồ thị không có chu trình Euler do đồ thị không cân bằng. Đồ thị không có đường đi Euler do có tới 4 đỉnh không cân bằng.

2. ĐIỀU KIỆN CẦN VÀ ĐỦ

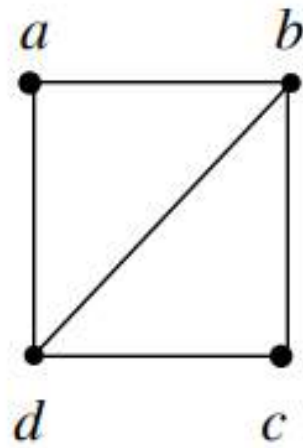
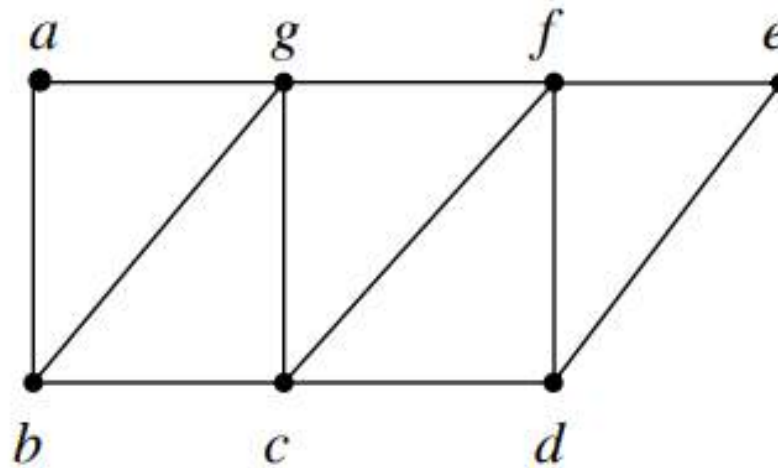
 G_1  G_2  G_3

- G_1 có chu trình Euler, ví dụ: a, b, e, d, c, e, a .
- G_2, G_3 không có chu trình Euler.
- G_3 có đường đi Euler, ví dụ: a, c, d, e, b, d, a, b
- G_2 không có đường đi Euler.

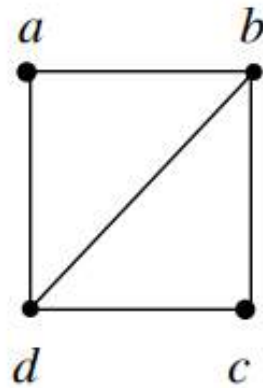
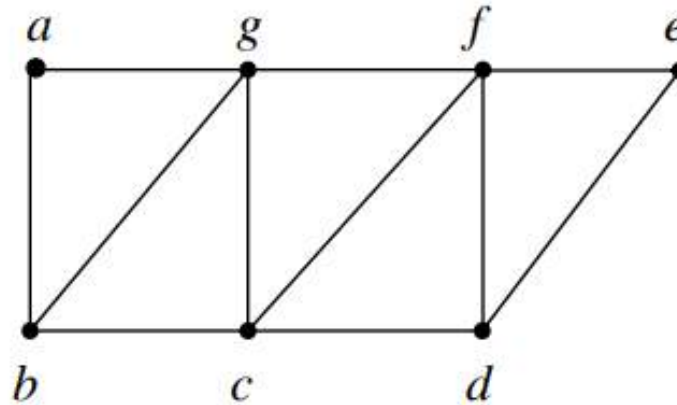


3. THUẬT TOÁN FLEURY

- Mỗi khi đi qua một cạnh nào đó thì xóa nó đi. Sau đó xóa đỉnh cô lập nếu có.
- Không bao giờ đi qua một cầu trũ khi không còn cách đi nào khác.

 G_1  G_2 

3. THUẬT TOÁN FLEURY

 G_1  G_2

- G_1 có đúng 2 đỉnh bậc lẻ b và d nên có đường đi Euler, ví dụ: d, a, b, c, d, b.
- G_2 có đúng 2 đỉnh bậc lẻ b và d nên có đường đi Euler, ví dụ: b, a, g, b, c, g, f, c, d, f, e, d.





UIT
Trường Đại học
Công nghệ Thông tin

Khoa Khoa học
và Kỹ thuật Thông tin



BAN HỌC TẬP

ĐƯỜNG ĐI HAMILTON



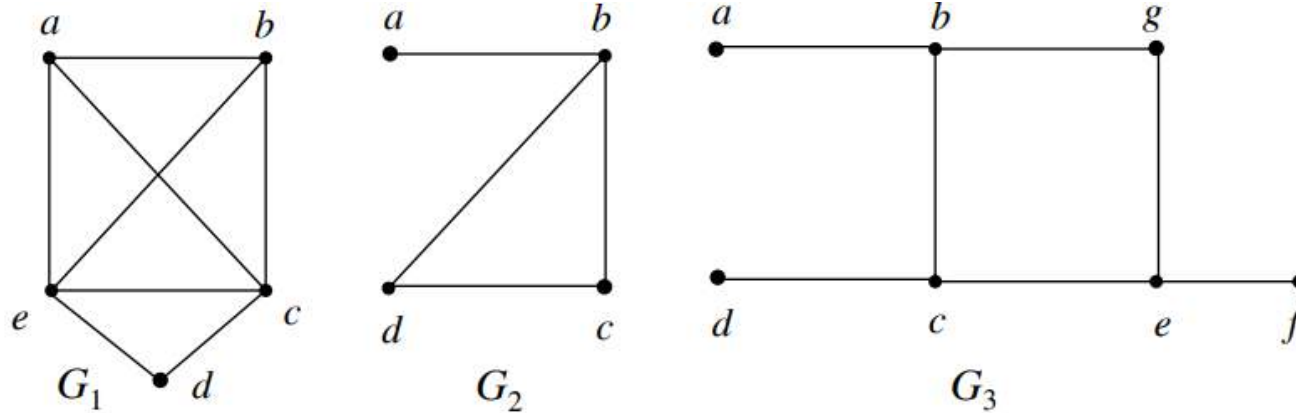
1. ĐỊNH NGHĨA

- **Chu trình Hamilton** là đường đi qua tất cả các **đỉnh** của đồ thị G **đúng một lần** sao cho đỉnh bắt đầu và đỉnh kết thúc phải **trùng nhau**.
- **Đường đi Hamilton**: là đường đi qua tất cả các đỉnh của đồ thị G đúng một lần.
- **Đồ thị Hamilton** là đồ thị có chu trình Hamilton.

* Cho G là một đồ thị vô hướng, liên thông và có nhiều hơn 1 đỉnh:

- Nếu G là một đồ thị đầy đủ thì G có chu trình Hamilton.
- Nếu mọi đỉnh của G đều có bậc $\geq \frac{n}{2}$ thì G có chu trình Hamilton (với $n \geq 3$ là số đỉnh của đồ thị).

2. QUY TẮC TÌM CHU TRÌNH HAMILTON



- G_1 có chu trình Hamilton, ví dụ: a, b, c, d, e, a .
- G_2 không có chu trình Hamilton nhưng có đường đi Hamilton
ví dụ: a, b, c, d .
- G_3 không có chu trình/đường đi Hamilton.



UIT
Trường Đại học
Công nghệ Thông tin

Khoa Khoa học
và Kỹ thuật Thông tin



BAN HỌC TẬP

BÀI TẬP



Bài 1:

- a) Có 14 game thủ thi đấu vòng tròn với nhau 1 lượt cùng một trò chơi. 2 game thủ thi đấu với nhau thì không có kết quả hòa. Hỏi có trường hợp bất kì game thủ nào cũng thắng đúng 7 game thủ khác không? Tại sao?
- b) Tìm số đỉnh của đồ thị vô hướng, biết đồ thị có 25 cạnh, 4 đỉnh bậc 3, 2 đỉnh bậc 5, còn lại là các đỉnh bậc 2, bậc 7.





Giải:

a) - Ta có: $\sum d^+(v) = \sum d^-(v) = 14 \cdot 7 = 98$

- Vì thi đấu vòng tròn nên đây là đồ thị đầy đủ $\rightarrow |E| = 14 \cdot 13 / 2 = 91$ (cạnh)

$$\rightarrow \sum d^+(v) = \sum d^-(v) \neq |E|$$

Vậy không thể có trường hợp bất kì game thủ nào cũng thắng đúng 7 game thủ khác.

b) Gọi số đỉnh bậc 2 là a, số đỉnh bậc 7 là b, có:

$$4 \cdot 3 + 2 \cdot 5 + 2a + 7b = 25 \cdot 2 = 50$$

Ta có $a = (28 - 7b) / 2 > 0 \Leftrightarrow 4 > b > 0$ và b chẵn (đỉnh bậc lẻ)

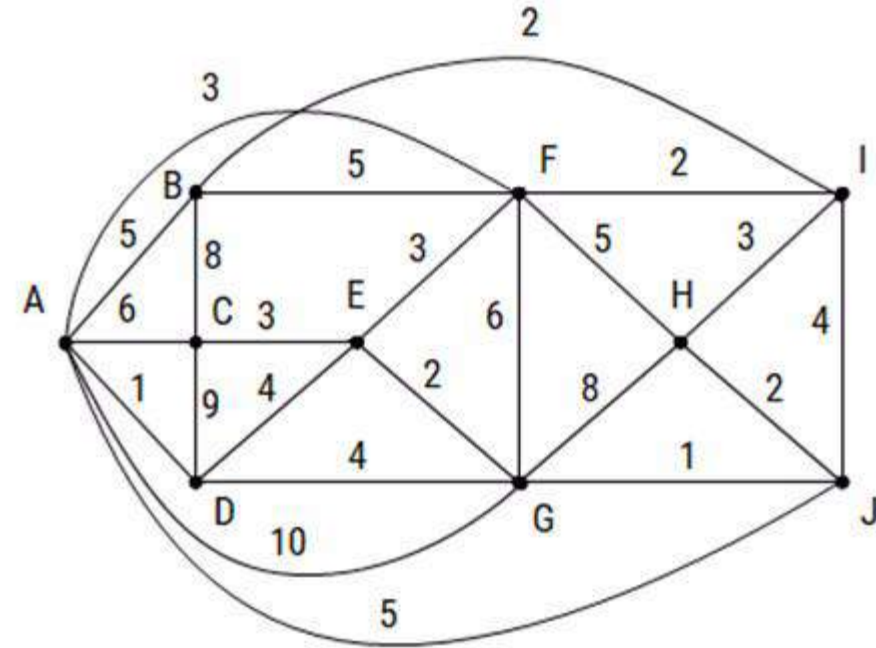
$$\rightarrow b=2; a=7$$

Vậy số đỉnh của đồ thị này là: $4+2+2+7=15$ đỉnh.



Bài 2: Cho đồ thị vô hướng, có trọng số như sau:

- Đồ thị có chu trình (đường đi) Euler không? Tại sao? Nếu có hãy chỉ ra một chu trình (đường đi) Euler của đồ thị.
- Hãy chỉ ra một chu trình (đường đi) Hamilton của đồ thị nếu có.



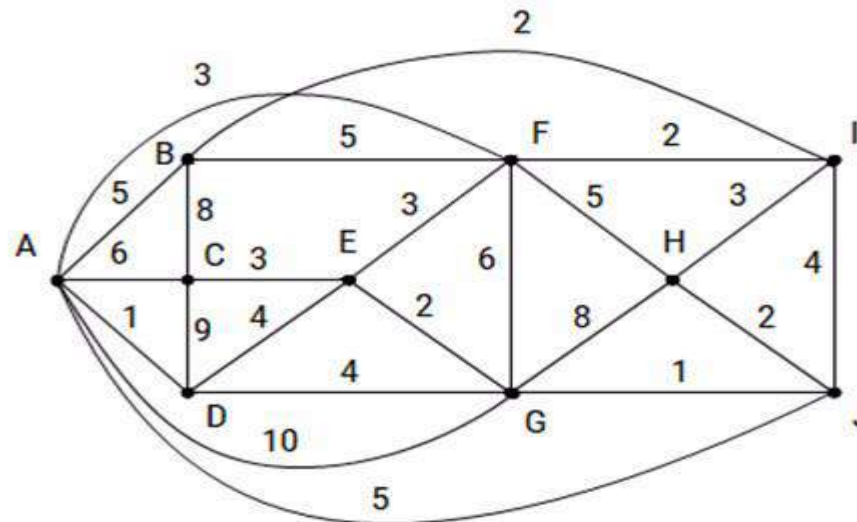


Giải:

a) Đồ thị có chu trình Euler vì các đỉnh đều có bậc chẵn.

Chu trình Euler: $J \rightarrow G \rightarrow H \rightarrow J \rightarrow I \rightarrow F \rightarrow H \rightarrow I \rightarrow B \rightarrow F \rightarrow E \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow G \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow A \rightarrow J$

b) ***Chu trình Hamilton:*** $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow H \rightarrow I \rightarrow J \rightarrow A$

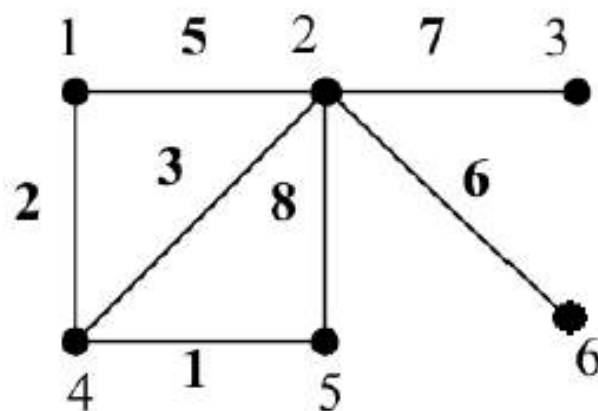




THUẬT TOÁN DIJKSTRA



1. BÀI TOÁN TÌM ĐỘ DÀI ĐƯỜNG ĐI NGẮN NHẤT

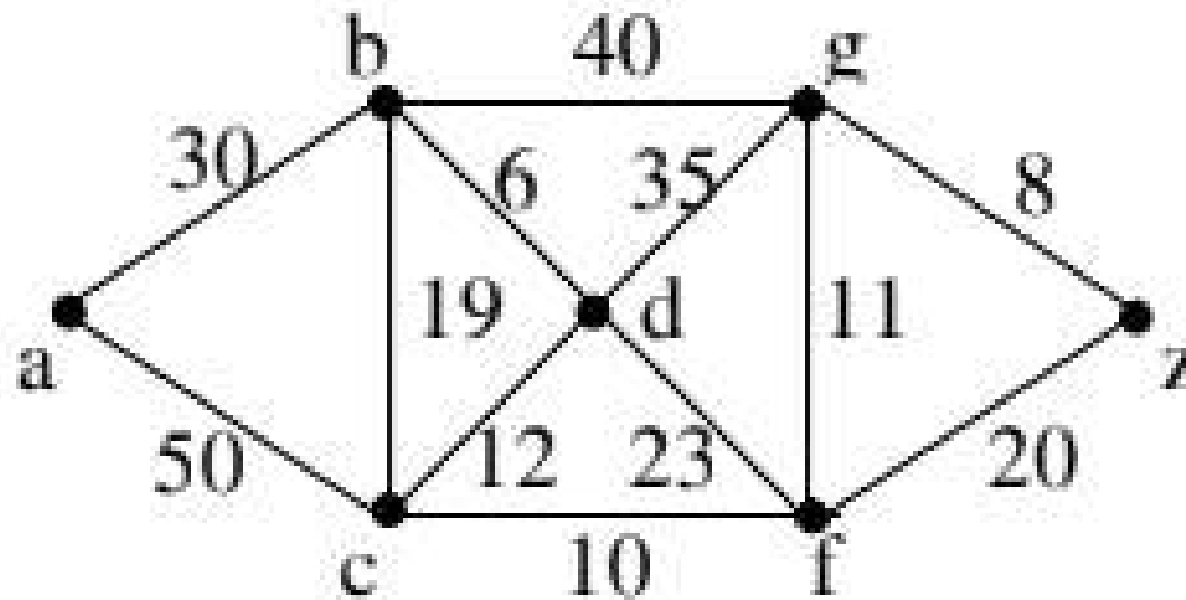


- Các số ở giữa các cạnh được gọi là trọng số
- Độ dài đường đi (P1) 1 2 5 4 2 3 là: $5 + 8 + 1 + 3 + 7 = 24$
- Độ dài đường đi (P2) 1 4 2 6 là: $2 + 3 + 6 = 11$



2.THUẬT TOÁN DIJKSTRA

Ví dụ: Tìm độ dài ngắn nhất từ đỉnh a đến các đỉnh còn lại

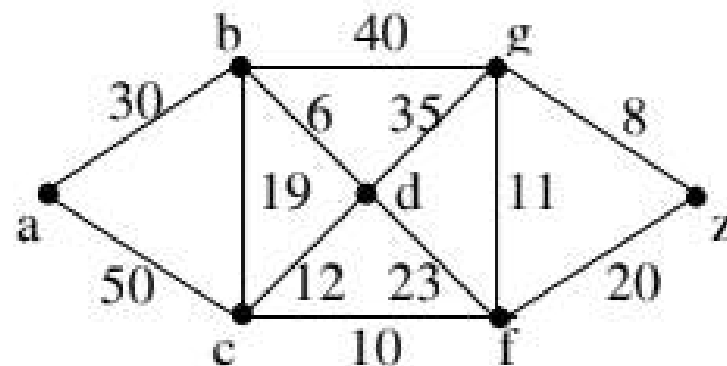




2.THUẬT TOÁN DIJKSTRA

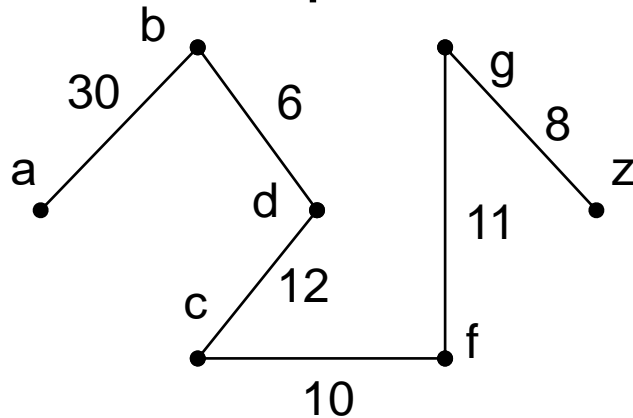
Ví dụ: Tìm độ dài ngắn nhất từ đỉnh a đến các đỉnh còn lại

Đỉnh	b	c	d	g	f	z	Cạnh
a	a,30	a,50	∞	∞	∞	∞	
b	*	b,49	b,36	b,70	∞	∞	ba
d	-	d,48	*	b,70	d,59	∞	db
c	-	*	-	b,70	c,58	∞	cd
f	-	-	-	f,69	*	f,78	fc
g	-	-	-	*	-	g,77	gf
z	-	-	-	-	-	*	gz



2.THUẬT TOÁN DIJKSTRA

Ví dụ: Tìm độ dài ngắn nhất từ đỉnh a đến các đỉnh còn lại

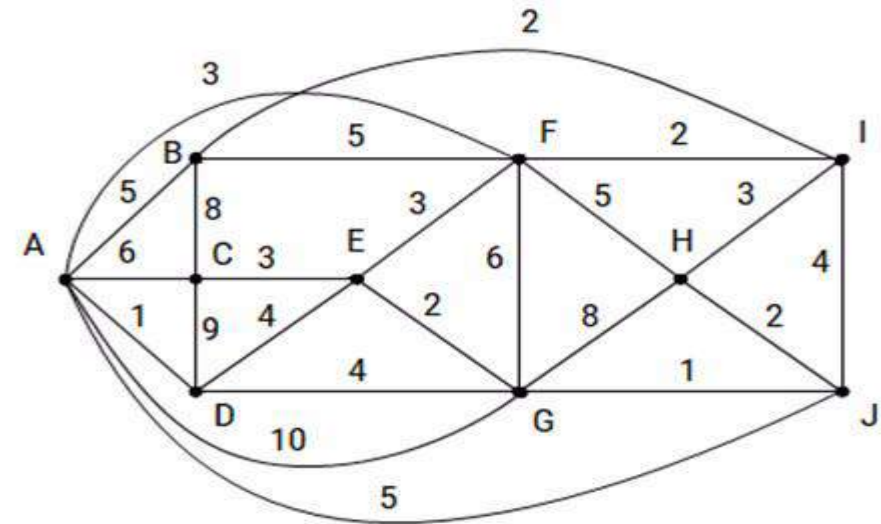


Đường đi ngắn nhất từ đỉnh a đến các đỉnh:

b: ab	trọng số: 30
d: abd	trọng số: 36
c: abdc	trọng số: 48
f: abdcf	trọng số: 58
g: abdcfg	trọng số: 69
z: abdcfgz	trọng số: 77



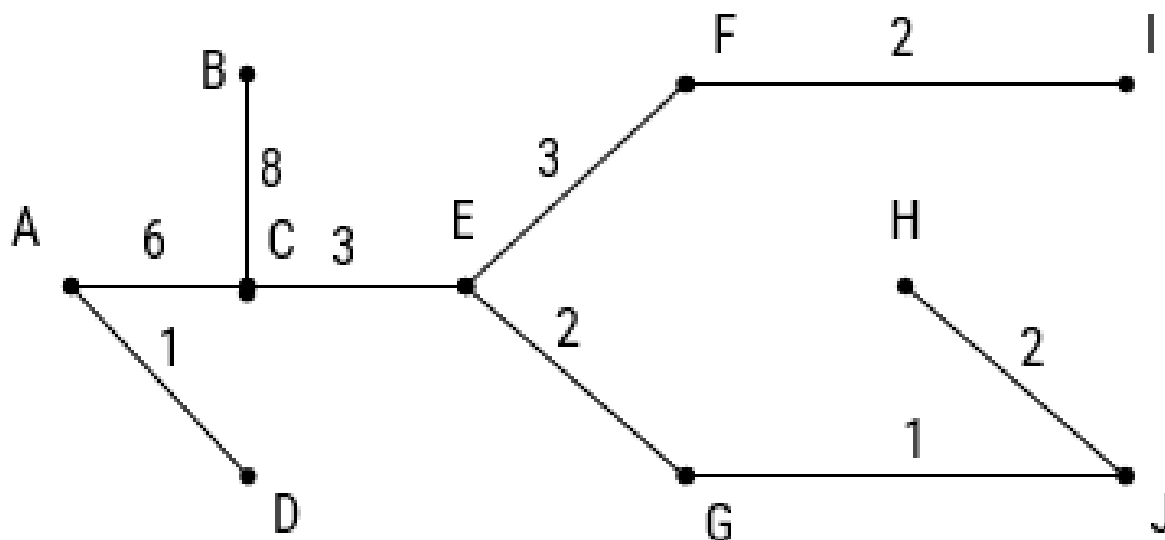
Cho đồ thị vô hướng có trọng số như sau. Hãy tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh C đến các đỉnh còn lại của đồ thị (chỉ rõ thuật toán).





Đỉnh	A	B	D	E	F	G	H	I	J	Cạnh
C	C, 6	C, 8	C, 9	C, 3	∞	∞	∞	∞	∞	
E	C, 6	C, 8	E, 7	*	E, 6	E, 5	∞	∞	∞	EC
G	C, 6	C, 8	E, 7	-	E, 6	*	G, 13	∞	G, 6	GE
A	*	C, 8	A, 7	-	E, 6	-	G, 13	∞	G, 6	AC
F	-	C, 8	A, 7	-	*	-	F, 11	F, 8	G, 6	FE
J	-	C, 8	A, 7	-	-	-	J, 8	F, 8	*	JG
D	-	C, 8	*	-	-	-	J, 8	F, 8	-	DA
B	-	*	-	-	-	-	J, 8	F, 8	-	BC
H	-	-	-	-	-	-	*	F, 8	-	HJ
I	-	-	-	-	-	-	-	*	-	IF

Đỉnh	A	B	D	E	F	G	H	I	J	Cạnh
C	C, 6	C, 8	C, 9	C, 3	∞	∞	∞	∞	∞	
E	C, 6	C, 8	E, 7	*	E, 6	E, 5	∞	∞	∞	EC
G	C, 6	C, 8	E, 7	-	E, 6	*	G, 13	∞	G, 6	GE
A	*	C, 8	A, 7	-	E, 6	-	G, 13	∞	G, 6	AC
F	-	C, 8	A, 7	-	*	-	F, 11	F, 8	G, 6	FE
J	-	C, 8	A, 7	-	-	-	J, 8	F, 8	*	JG
D	-	C, 8	*	-	-	-	J, 8	F, 8	-	DA
B	-	*	-	-	-	-	J, 8	F, 8	-	BC
H	-	-	-	-	-	-	*	F, 8	-	HJ
I	-	-	-	-	-	-	-	*	-	IF



Đường đi từ C đến các
đỉnh:

A: CA	trọng số: 6
B: CB	trọng số: 8
D: CAD	trọng số: 7
E: CE	trọng số: 3
F: CEF	trọng số: 6
G: CEG	trọng số: 5
H: CEGJH	trọng số: 8
I: CEFI	trọng số: 8
J: CEGJ	trọng số: 6



CHƯƠNG 6:

CÂY

————— CẤU TRÚC RỜI RẠC —————

TRAINEE
R

Quỳnh Hương
CNCL2021
Nhã Thy CNTT2021

NỘI DUNG

I. MỘT SỐ KHÁI NIỆM CƠ BẢN

**II. TÌM CÂY KHUNG NHỎ NHẤT –
LỚN NHẤT**

1. Thuật Toán PRIM

2. Thuật Toán KRUSKAL



UIT
Trường Đại học
Công nghệ Thông tin

Khoa Khoa học
và Kỹ thuật Thông tin



BAN HỌC TẬP

CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN

CÂY KHUNG

Định nghĩa:

* *Cây khung của đơn đồ thị G*

- + Đồ thị con của G
- + Chứa tất cả các đỉnh của G
- + **Không chứa chu trình con**

* *Cây khung nhỏ nhất:*

Cây khung nhỏ nhất trong một đồ thị liên thông, có trọng số là một cây khung có tổng trọng số trên các cạnh của nó là nhỏ nhất.

Một đồ thị có thể có nhiều cây khung

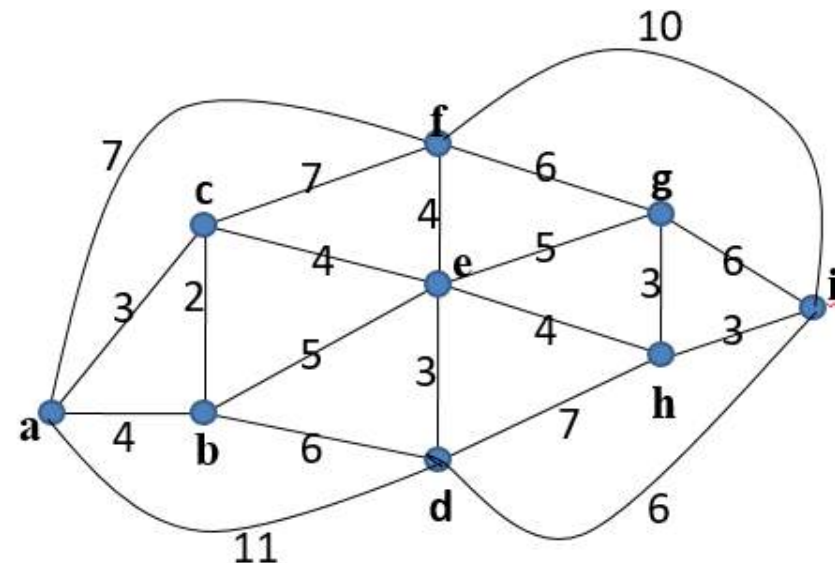


TÌM CÂY KHUNG NHỎ NHẤT – LỚN NHẤT

Thuật toán Prim

- **Bước 1:** Chọn bất kì 1 đỉnh của G đưa vào T.
- **Bước 2:** Chọn 1 đỉnh ngoài T có cạnh nối trực tiếp với 1 trong các đỉnh hiện hành trong T có độ dài nhỏ nhất/lớn nhất, đưa đỉnh và cạnh tương ứng vào T **(không tạo thành chu trình con)**.
- **Bước 3:**
 - Nếu như tất cả các đỉnh của G đã thuộc T thì ta dừng bài toán.
 - Nếu không, nghĩa là còn có đỉnh ngoài T, thì lặp lại Bước 2.

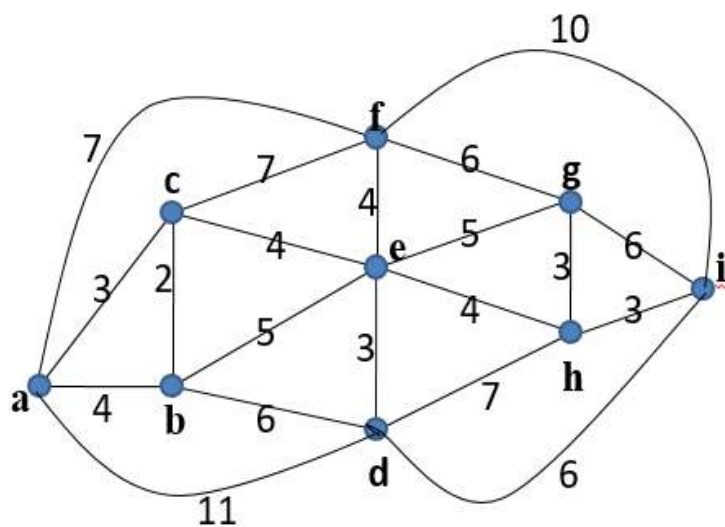
Ví dụ : Tìm cây khung (cây bao trùm) có tổng trọng số lớn nhất cho đồ thị có biểu đồ:





Thuật toán Prim

Cây khung lớn nhất

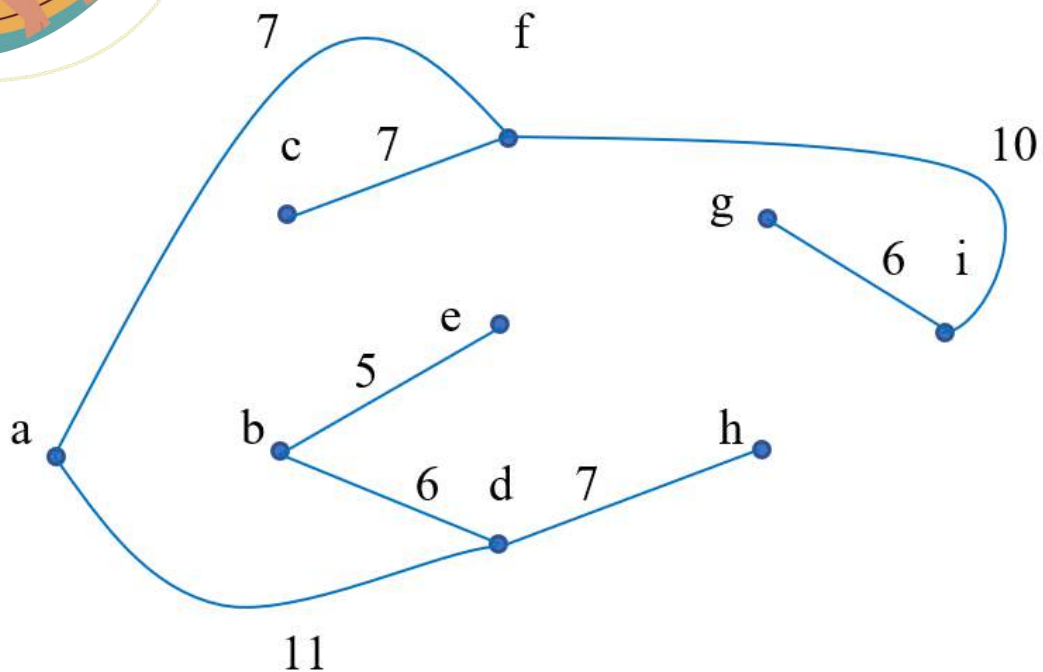


Đỉnh Cạnh	a	b	c	d	e	f	g	h	i	Đỉnh đã xét	Cạnh đã xét
Khởi tạo	∞	(5;e)	(4;e)	(3,e)	*	(4;e)	(5;e)	(4;e)	∞	e	
1	(4;b)	*	(4,e)	(6,b)	-	(4;e)	(5;e)	(4;e)	∞	b	eb
2	(11;d)	-	(4;e)	*	-	(4;e)	(5;e)	(7;d)	(6;d)	d	bd
3	*	-	(4;e)	-	-	(7;a)	(5;e)	(7;d)	(6;d)	a	da
4	-	-	(7;f)	-	-	*	(6;f)	(7;d)	(10;f)	f	af
5	-	-	(7;f)	-	-	-	(6;i)	(7;d)	*	i	fi
6	-	-	*	-	-	-	(6;i)	(7;d)	-	c	fc
7	-	-	-	-	-	-	(6;i)	*	-	h	dh
8	-	-	-	-	-	-	*	-	-	g	ig



Thuật toán Prim

Cây khung lớn nhất



⇒ Tổng trọng số trên cây là :

$$11+10+7+7+7+6+6+5=$$

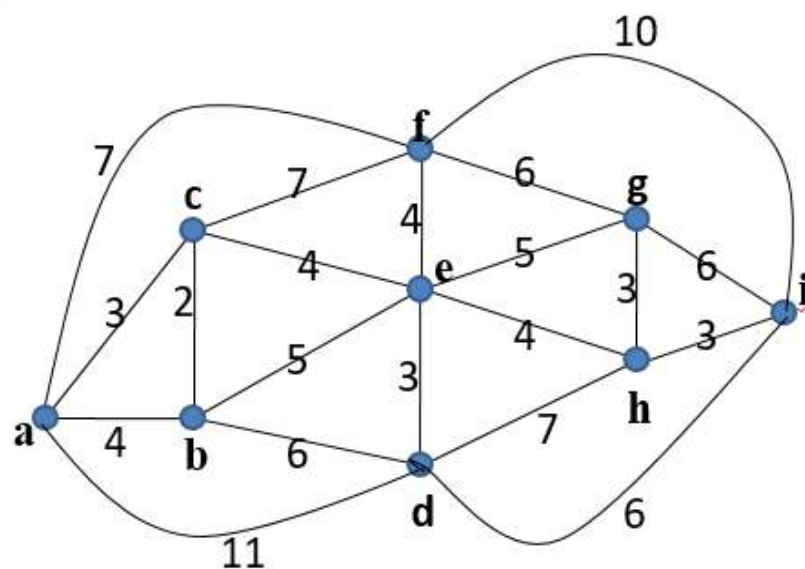
59





Thuật toán Prim

Cây khung nhỏ nhất

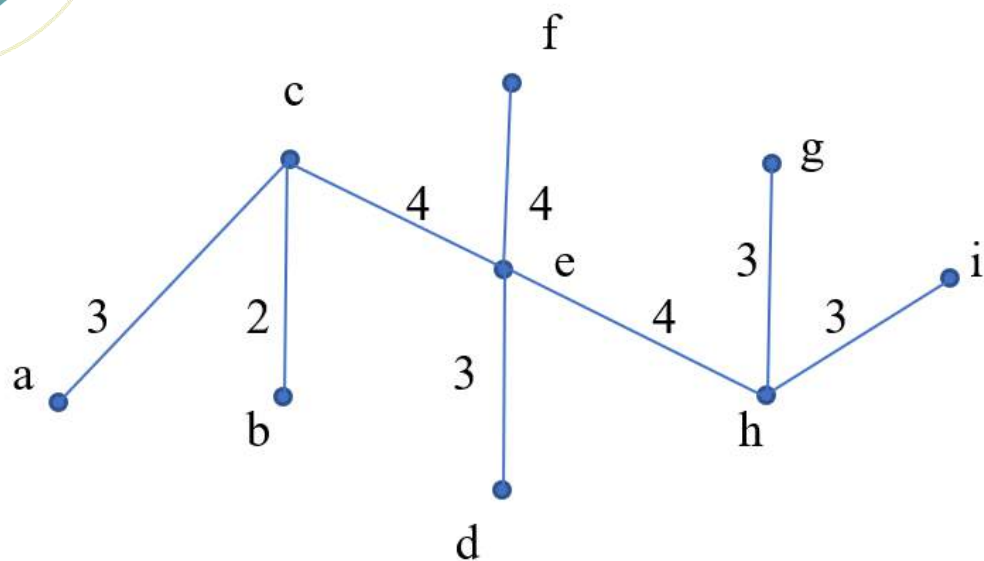


Cạnh \ Đỉnh	a	b	c	d	e	f	g	h	i	Đỉnh đã xét	Cạnh đã xét
Khởi tạo	∞	(5;e)	(4;e)	(3;e)	*	(4;e)	(5;e)	(4;e)	∞	e	
1	(11;d)	(5;e)	(4;e)	*	-	(4;e)	(5;e)	(4;e)	(6;d)	d	ed
2	(3;c)	(2;c)	*	-	-	(4;e)	(5;e)	(4;e)	(6;d)	c	ec
3	(3;c)	*	-	-	-	(4;e)	(5;e)	(4;e)	(6;d)	b	cb
4	*	-	-	-	-	(4;e)	(5;e)	(4;e)	(6;d)	a	ca
5	-	-	-	-	-	(4;e)	(3;h)	*	(3;h)	h	eh
6	-	-	-	-	-	(4;e)	*	-	(3;h)	g	hg
7	-	-	-	-	-	(4;e)	-	-	*	i	hi
8	-	-	-	-	-	*	-	-	-	f	ef



Thuật toán Prim

Cây khung nhỏ nhất



⇒ Tổng trọng số trên cây là :

$$4+4+4+3+3+3+3+2= 26$$



Thuật toán Kruskal

- **Bước 1:** Gọi cây bao trùm cần tìm là T , và ta đặt $T = (V, \emptyset)$

(với V = tập hợp các đỉnh của G)

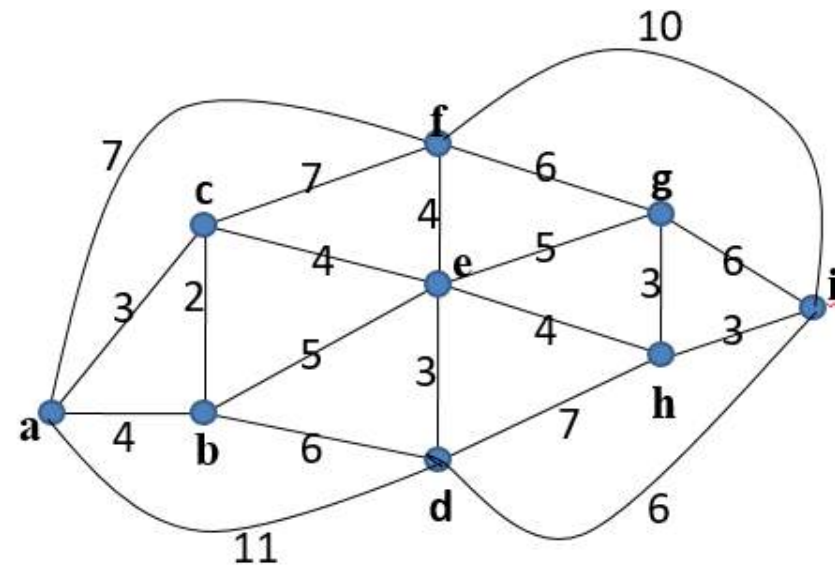
- **Bước 2:** Chọn các cạnh có trọng số nhỏ nhất/ lớn nhất sao cho khi gắn cạnh vào cây T thì ta **không tạo thành chu trình con** \rightarrow ta đưa cạnh tương ứng vào T .

- **Bước 3:**

-Nếu T đã **liên thông** thì ta dừng bài toán.

-Nếu không, thì ta lặp lại Bước 2.

Ví dụ : Tìm cây khung (cây bao trùm) có tổng trọng số lớn nhất cho đồ thị có biểu đồ:



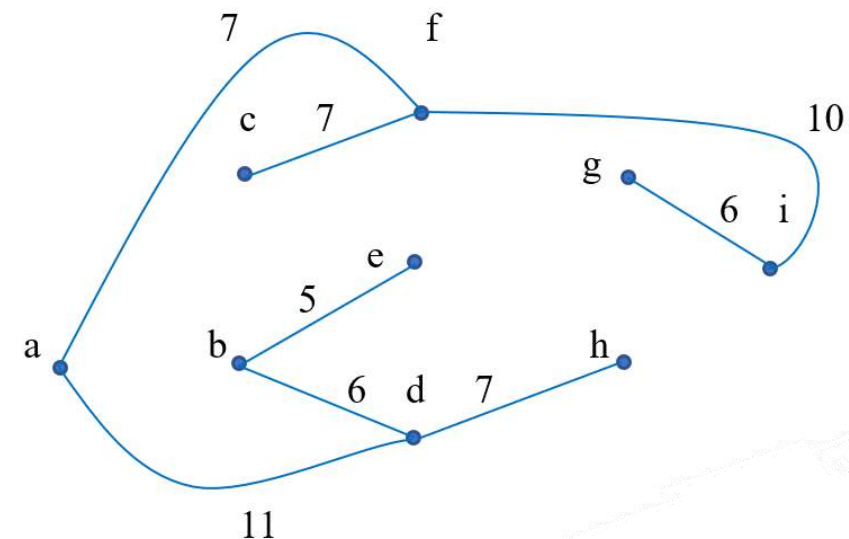
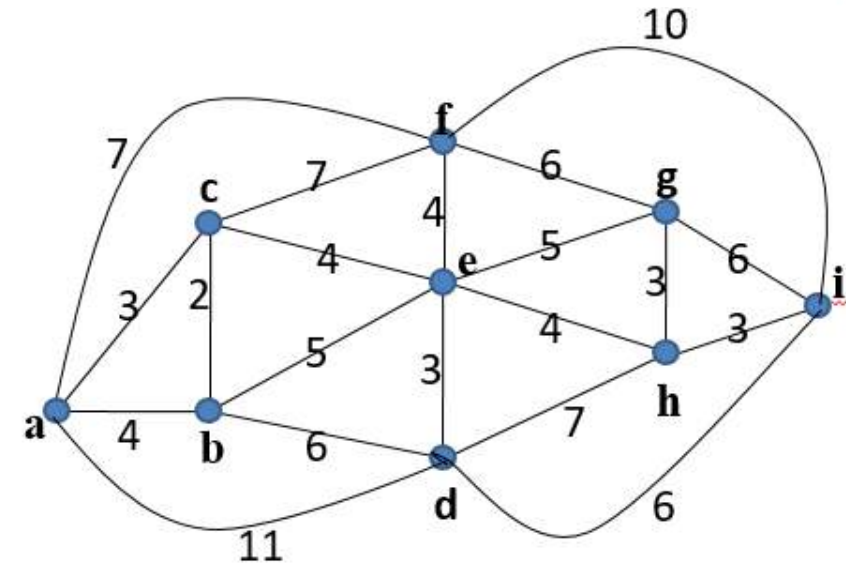


Thuật toán Kruskal

Cây khung lớn nhất

Trọng số	Cạnh	Quyết định
11	ad	Chọn
10	fi	Chọn
7	af	Chọn
7	cf	Chọn
7	dh	Chọn
6	gi	Chọn
6	bd	Chọn
5	be	Chọn

⇒ Tổng trọng số trên cây là :
 $11+10+7+7+7+6+6+5= 59$

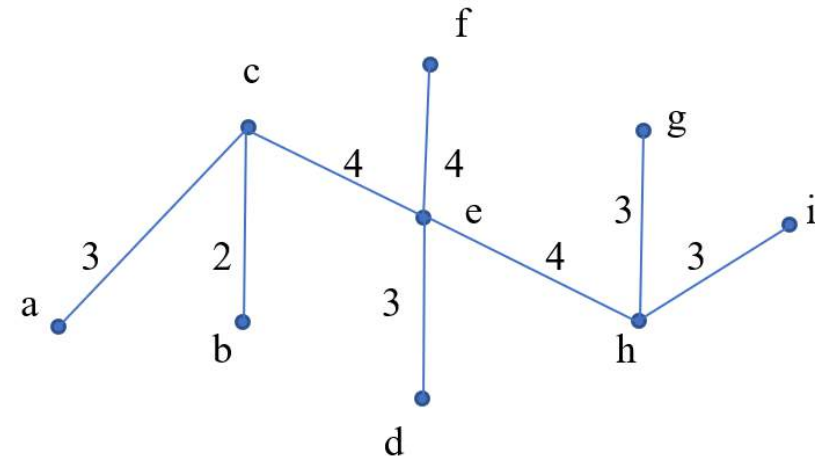
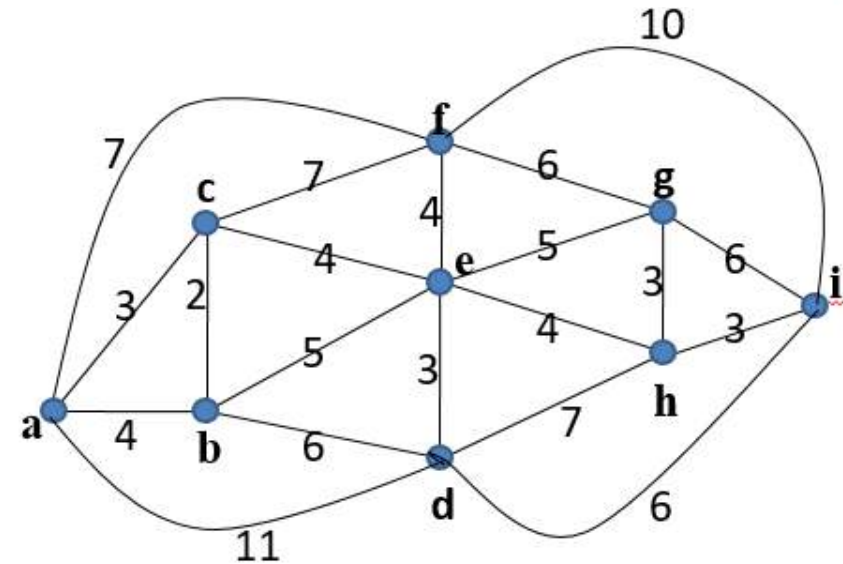


Thuật toán Kruskal

Cây khung nhỏ nhất

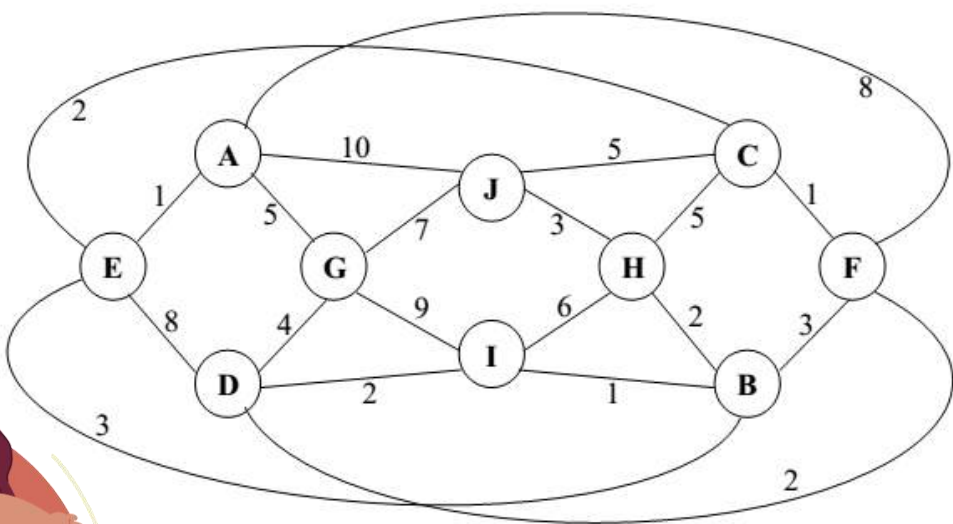
Trọng số	Cạnh	Quyết định
2	bc	Chọn
3	ac	Chọn
3	gh	Chọn
3	hi	Chọn
3	ed	Chọn
4	ce	Chọn
4	ef	Chọn
4	eh	Chọn

⇒ Tổng trọng số trên cây là :
 $4+4+4+3+3+3+3+2= 26$



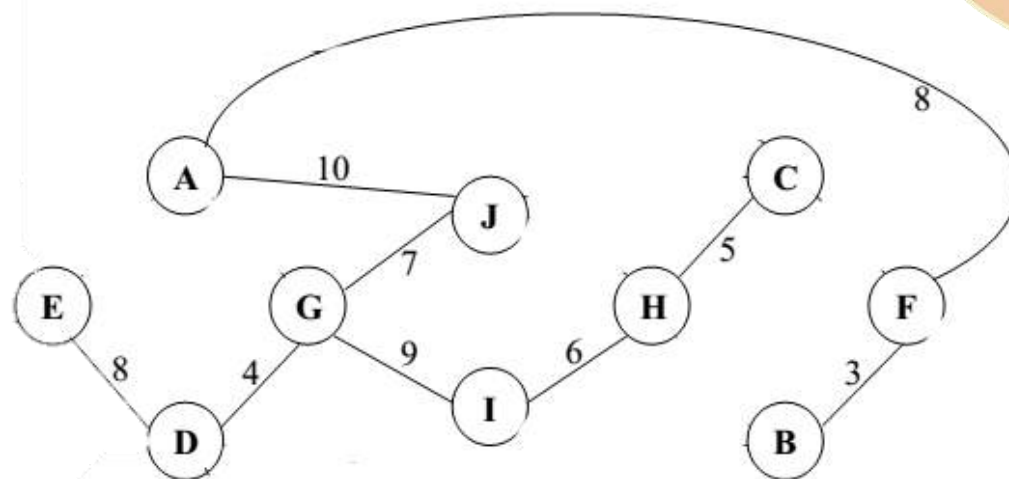
Ví dụ :

Tìm cây khung (cây bao trùm) có tổng trọng số lớn nhất và cây khung có tổng trọng số nhỏ nhất cho đồ thị có biểu đồ:



Cây khung có trọng số lớn nhất :

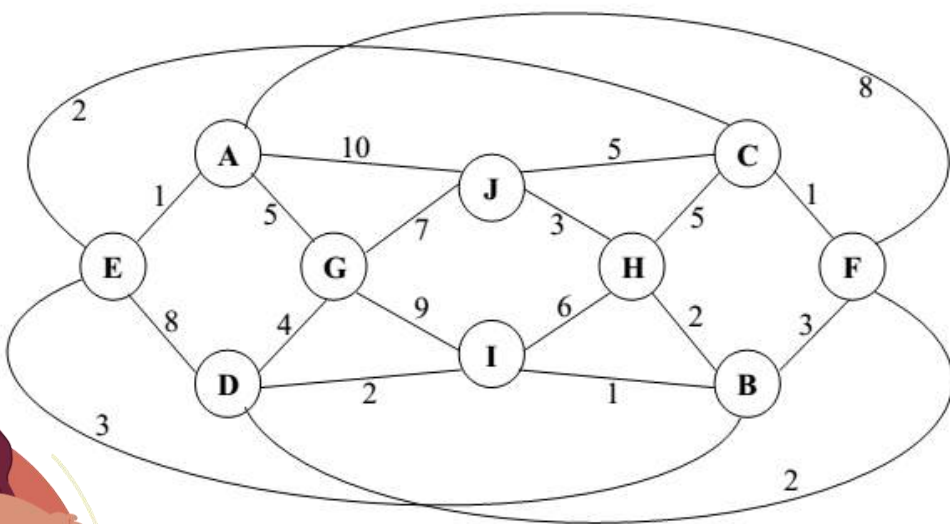
- Dùng thuật toán Kruskal



⇒ Tổng trọng số trên cây là :
 $10+9+8+8+7+6+5+4+3= 60$

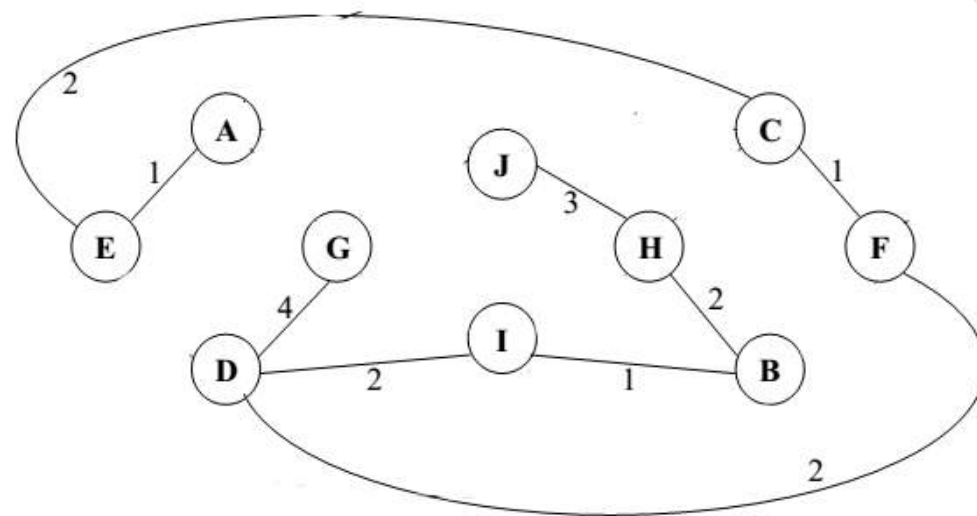
Ví dụ :

Tìm cây khung (cây bao trùm) có tổng trọng số lớn nhất và cây khung có tổng trọng số nhỏ nhất cho đồ thị có biểu đồ:



Cây khung có trọng số nhỏ nhất :

- Dùng thuật toán Kruskal



⇒ Tổng trọng số trên cây là :
 $1+1+1+2+2+2+2+3+4= 18$



LƯU Ý CHO THUẬT TOÁN KRUSKAL

- Các cạnh được chọn phải bằng $n-1$ (n là đỉnh)
- Liên thông
- Không được tạo thành chu trình con.





Khoa Khoa học
và Kỹ thuật Thông tin



Cảm ơn các bạn đã đến với buổi training của
BHT KH&KTTT và BHT HTTT

CẦU TRÚC RỜI

RẠC



Feedback



Thi thử