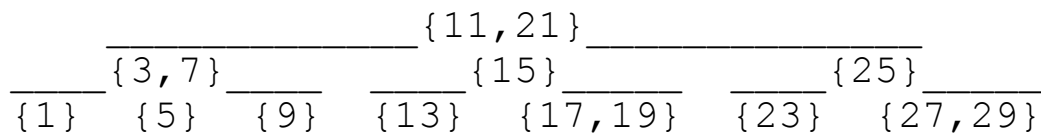


Cho biết cây B-Tree bậc 3 là một cây thỏa mãn các tính chất sau:

- Tất cả node lá nằm trên cùng một mức
- Tất cả các node, trừ node gốc và node lá, có ***tối thiểu*** 2 node con.
- Tất cả các node có ***tối đa*** 3 con
- Tất cả các node, trừ node gốc, có từ 1 cho đến 2 khóa (keys)
- Một node không phải lá và có n khóa thì phải có n+1 node con.

Hãy thực hiện các yêu cầu sau:

1. Cho dãy số: 27, 19, 23, 9, 1, 3, 11, 21, 5, 13, 17, 15, 29, 25. Hỏi khi lần lượt thêm các số trong dãy vào một cây B-Tree bậc 3 rồi thì:
 - a. Các khóa nào khi thêm vào sẽ làm phát sinh thao tác split node? (0.5đ)
 - b. Vẽ cây B-Tree trước và sau khi thêm các khóa trên. (1đ)
2. Cho cây B-Tree bậc 3 như hình sau:



- a. Lần lượt tiến hành xóa các khóa sau khỏi cây B-Tree: 11, 21, 13 và Vẽ cây B-Tree trước sau khi xóa mỗi khóa trên. (0.5đ)

Lưu ý:

- i. Khi khóa cần xóa (gọi là x) không nằm ở node lá, chọn khóa thế mạng là khóa có giá trị lớn nhất mà nhỏ hơn x.
- ii. Thao tác underflow sẽ được thực hiện khi hai node liền kề có tổng số khóa ≥ 2 . Khi có một node không còn đáp ứng đủ số lượng khóa tối thiểu, luôn ưu tiên thực hiện underflow thay cho catenation vì thao tác này không làm thay đổi số khóa của node cha.
- iii. Khi có 02 lựa chọn node liền kề để thực hiện catenation, ưu tiên chọn catenate giữa node bị thiếu khóa với node liền trước

Đáp án:

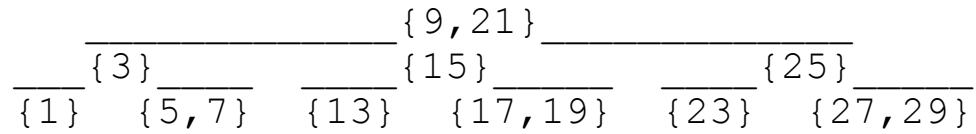
1a. Các khóa làm phát sinh thao tác split node là : 23, 1, 21, 5, 17, 25,

1b.

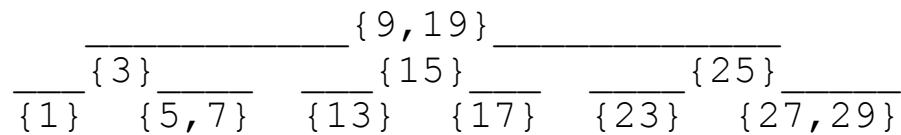
Khóa	trước	Sau
23	$\{19, 27\}$	$\frac{\quad}{\{19\}} \frac{\{23\}}{\quad} \frac{\quad}{\{27\}}$
1	$\frac{\quad}{\{9, 19\}} \frac{\{23\}}{\quad} \frac{\quad}{\{27\}}$	$\frac{\quad}{\{1\}} \frac{\{9, 23\}}{\{19\}} \frac{\quad}{\{27\}}$
21	$\frac{\quad}{\{1, 3\}} \frac{\{9, 23\}}{\{11, 19\}} \frac{\quad}{\{27\}}$	$\frac{\quad}{\{1, 3\}} \frac{\{9\}}{\{11\}} \frac{\{19\}}{\{21\}} \frac{\{23\}}{\{27\}}$
5	$\frac{\quad}{\{1, 3\}} \frac{\{9\}}{\{11\}} \frac{\{19\}}{\{21\}} \frac{\{23\}}{\{27\}}$	$\frac{\quad}{\{1\}} \frac{\{3, 9\}}{\{5\}} \frac{\{19\}}{\{11\}} \frac{\{23\}}{\{21\}} \frac{\quad}{\{27\}}$
17	$\frac{\quad}{\{1\}} \frac{\{3, 9\}}{\{5\}} \frac{\{19\}}{\{11, 13\}} \frac{\{23\}}{\{21\}} \frac{\quad}{\{27\}}$	$\frac{\{3\}}{\{1\}} \frac{\{9, 19\}}{\{5\}} \frac{\{13\}}{\{11\}} \frac{\{23\}}{\{17\}} \frac{\quad}{\{21\}} \frac{\quad}{\{27\}}$
25	$\frac{\{3\}}{\{1\}} \frac{\{9, 19\}}{\{5\}} \frac{\{13\}}{\{11\}} \frac{\{23\}}{\{15, 17\}} \frac{\quad}{\{21\}} \frac{\quad}{\{27, 29\}}$	$\frac{\{3\}}{\{1\}} \frac{\{9, 19\}}{\{5\}} \frac{\{13\}}{\{11\}} \frac{\{23, 27\}}{\{15, 17\}} \frac{\quad}{\{21\}} \frac{\quad}{\{25\}} \frac{\quad}{\{29\}}$

2.

Xóa 11: Swap 11 và 9 sau đó xóa tại lá và thực hiện catenate (chỉ có 1 lựa chọn để catenate)



Xóa 21 - Swap 21 và 19 xóa tại lá và không cần thực hiện điều chỉnh



Xóa 13 trực tiếp tại lá, thực hiện catenate, lan truyền quá trình catenate lên node con ở giữa của gốc, tại mức này ưu tiên catenate với node liền trước là {3} node gốc làm gốc bị giảm số khóa.

