ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP. HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN
XUÂN TÌNH NGUYỆN 2022
ĐỘI HÌNH XUÂN CÔNG NGHỆ

ĐỀ THI THỬ CUỐI KỲ MÔN ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH
Học kỳ I, năm học 2021 – 2022
Ngày thi: 23/01/2022
Thời gian làm bài: 75 phút
(*Đề thi có 3 trang, gồm 12 câu trắc nghiệm và 1 câu tự luận*)
Không được sử dụng tài liệu.

A. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)

a = 3 , b = 4

Câu 1: Cho 2 số thực $a,\ b$ thỏa mãn $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & 1 \\ -1 & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ -3 & -1 \\ 7 & 11 \end{pmatrix}$. Giá trị của $a+b$ là:

A. 1. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 2: Tìm hạng của ma trận $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 & 3 \\ 0 & 6 & 10 & 2 \\ 1 & 4 & 7 & 2 \\ 6 & -6 & -8 & 2 \end{pmatrix}$.

A. $r(A)=1$. **B.** $r(A)=2$. **C.** $r(A)=3$. **D.** $r(A)=4$.

Câu 3: Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} -1 & 2-b & -1 \\ 4-b & 1 & 1 \\ 3 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ $(b \neq 2)$. Với giá trị nào của tham số thực b để A^3 khả nghịch?

A. $b \neq 3$. **B.** $b \neq 9$. **C.** $b \neq 4$. **D.** $b \neq 1$.

Câu 4: Tìm ma trận X thỏa mãn: $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} + X$

A. $\begin{bmatrix} -\frac{5}{4} & 1 & \frac{3}{4} \\ -\frac{3}{4} & 0 & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$. **B.** $\begin{bmatrix} \frac{5}{4} & 1 & \frac{3}{4} \\ \frac{3}{4} & 0 & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$. **C.** $\begin{bmatrix} \frac{5}{4} & -1 & \frac{3}{4} \\ \frac{3}{4} & 0 & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$. **D.** $\begin{bmatrix} \frac{5}{4} & 1 & \frac{3}{4} \\ -\frac{3}{4} & 0 & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$.

Câu 5: Cho hệ phương trình tuyến tính $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 2 \\ x_1 + 7x_2 - 4x_3 + 11x_4 = m \\ 4x_1 + 8x_2 - 4x_3 + 16x_4 = m+1 \end{cases}$. Với giá trị nào của tham số thực m để hệ phương trình vô nghiệm?

A. $m \neq 7$. **B.** $m \neq 5$. **C.** $m \neq 4$. **D.** $m \neq 6$.

Câu 6: Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hệ véctơ sau đây phụ thuộc tuyến tính trên $\mathbb{R}^4$:

$$S = \{u = (m,1,3,4),\ v = (m,m,m+4,6),\ w = (2m,2,6,m+10)\}$$

A. $m=1$. **B.** $m=-2$.
C. $m=1 \vee m=-2$. **D.** $m=0 \vee m=1 \vee m=-2$.

Câu 7: Gọi W là không gian nghiệm của hệ phương trình tuyến tính thuần nhất $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 0 \\ -x_1 + 3x_2 + 4x_4 = 0 \\ 3x_1 - 4x_2 + x_3 + mx_4 = 0 \end{cases}$.

Phát biểu nào sau đây là **sai**?

A. $\dim W \leq 2$ với mọi $m \in \mathbb{R}$.
B. Với mọi $m \in \mathbb{R}$ thì W luôn có cơ sở.
C. Tồn tại $m \in \mathbb{R}$ sao cho $W \equiv \mathbb{R}^4$.
D. Mọi hệ gồm 3 phần tử của W đều phụ thuộc tuyến tính.

Câu 8: Trong không gian $P_2[x]$, cho tích vô hướng $(p(x),q(x))=\int_0^1 p(x).q(x)dx$ và hai véctơ $p(x)=8x,\ q(x)=x^2+1$. Tính khoảng cách giữa hai véctơ $p(x)$ và $q(x)$.

A. $\frac{13}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{39}}{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{70}}{5}$. **D.** $\frac{56}{5}$.

Câu 9: Tìm một cơ sở trực chuẩn của không gian véctơ con V của $\mathbb{R}^4$ biết:

$$E=\{(1,1,0,0),(1,1,1,1),(0,-1,0,1)\}$$

A. $\left\{\left(\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}},0,0\right),(0,0,1,0),\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2},-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)\right\}$.

B. $\left\{\left(\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}},0,0\right),\left(0,\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}},0\right),\left(-\frac{1}{\sqrt{6}},\frac{2}{\sqrt{6}},-\frac{1}{\sqrt{6}},0\right)\right\}$.

C. $\left\{\left(0,\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}},0\right),\left(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right),\left(\frac{2}{\sqrt{7}},\frac{1}{\sqrt{7}},-\frac{1}{\sqrt{7}},-\frac{1}{\sqrt{7}}\right)\right\}$.

D. $\left\{\left(\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}},0,0\right),\left(0,0,\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}}\right),\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2},-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)\right\}$.

Câu 10: Cho ma trận $A=\begin{bmatrix}2&2&3\\-2&-3&-6\\1&2&4\end{bmatrix}$. Tìm bội đại số (BĐS) và bội hình học (BHH) ứng với trị riêng $\lambda=1$.

A. BĐS = 3, BHH = 2. **B.** BĐS = 2, BHH = 2. **C.** BĐS = 2, BHH = 1. **D.** Các câu kia sai.

Câu 11: Cho A là một ma trận vuông cấp 3 có ba véctơ riêng là $(2,2,1)$, $(1,1,1)$, $(2,0,0)$ lần lượt ứng với các trị riêng là -3, 2 và 4. Tìm một ma trận B thỏa mãn $B=A^{2022}$.

A. $B=\begin{pmatrix}2&2&1\\1&1&1\\2&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3^{2022}&0&0\\0&2^{2022}&0\\0&0&4^{2022}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&2&1\\1&1&1\\2&0&0\end{pmatrix}^{-1}$.

B. $B=\begin{pmatrix}2&1&2\\2&1&0\\1&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3^{2022}&0&0\\0&2^{2022}&0\\0&0&4^{2022}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1&2\\2&1&0\\1&1&0\end{pmatrix}^{-1}$.

C. $B=\begin{pmatrix}2&2&1\\1&1&1\\2&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3^{2022}&0&0\\0&2^{2022}&0\\0&0&4^{2022}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&2&1\\1&1&1\\2&0&0\end{pmatrix}^{-1}$.

D. $B=\begin{pmatrix}2&1&2\\2&1&0\\1&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3^{2022}&0&0\\0&2^{2022}&0\\0&0&4^{2022}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1&2\\2&1&0\\1&1&0\end{pmatrix}^{-1}$.

Câu 12: Cho dạng toàn phương $Q=x_1^2+5x_2^2-4x_3^2+2x_1x_2-4x_1x_3$. Bằng phép đổi Lagrange, dạng toàn phương này có thể đưa về dạng chính tắc:

A. $Q=y_1^2+4y_2^2+9y_3^2$. **B.** $Q=y_1^2+4y_2^2-9y_3^2$.

C. $Q=y_1^2-4y_2^2+9y_3^2$. **D.** $Q=y_1^2-4y_2^2-9y_3^2$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Trên $\mathbb{R}^3$, cho tập hợp $\alpha = \{\alpha_1 = (1,-1,2), \alpha_2 = (-1,2,-3), \alpha_3 = (2,1,2)\}$

và tập hợp $\beta = \{\beta_1 = (1,2,1), \beta_2 = (1,3,3), \beta_3 = (2,2,-1)\}$

a) Cho vecto $\alpha_0 = (-3,-12,5)^T \in \mathbb{R}^3$. Biết rằng $[\alpha_0]_\alpha = (m,n,l)^T \quad (m,n,l \in \mathbb{R})$.

Khi đó: $m-n+l=$ ……………………………………………………………………………………………

b) Gọi $\beta_0 = \{e_1 = (1,0,0), e_2 = (0,1,0), e_3 = (0,0,1)\}$ là cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^3$.

Hãy cho biết:

– Vết ma trận (tổng tất cả các phần tử trên đường chéo chính) của ma trận chuyển cơ sở $P = P_{\beta_0 \to \alpha}$ là:

………..

– 1–chuẩn (số lớn nhất trong tổng trị tuyệt đối của từng cột) của ma trận chuyển cơ sở $S = P_{\alpha \to \beta}$ là:

………..

------------------------HẾT------------------------

Chúc các bạn sinh viên có một mùa xuân hạnh phúc, bình an và đạt nhiều thành công trong cuộc sống!