

A. PHẦN TRẮC NGHIỆM (6 điểm)

Câu 1: Trong các chuỗi số sau đây, chuỗi số nào là chuỗi số hội tụ?

A.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \ln}{n^2 - 1}$ .

B.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} \frac{1}{2^n}$ .

C.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! e^n}{n^n}$ .

D.  $\sum_{n=1}^{\infty} n \sin\left(\frac{(-1)^n}{n^3}\right)$ .

Câu 2: Xác định miền hội tụ của chuỗi lũy thừa sau:  $\sum_{n=i}^{\infty} \frac{(x-1)^{3n} n}{(2n+3)8^n}$

A.  $[-8; 8)$ .

B.  $(-1; 3)$ .

C.  $(-8; 8)$ .

D.  $[-1; 3)$ .

Câu 3: Số cực trị của hàm số  $f(x, y) = (x + y)(1 - xy)$  trên  $\mathbb{R}^2$  là:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. Vô số.

Câu 4: Tiến hành sử dụng phương pháp tọa độ cực để giải tích phân:  $\iint_D (x + y) dx dy$  (\*) với miền  $D: (x - 1)^2 + y^2 = 1$ . Với cách đặt  $x = r \cos \alpha + 1$ ,  $y = r \sin \alpha$ . Tích phân (\*) tương đương với tích phân nào sau đây?

A.  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\alpha \int_0^{2 \cos \alpha} (r \cos \alpha + r \sin \alpha) r dr$ .

B.  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\alpha \int_0^1 (r \cos \alpha + r \sin \alpha + 1) r dr$ .

C.  $\int_0^{2\pi} d\alpha \int_0^1 (r \cos \alpha + r \sin \alpha + 1) r dr$ .

D.  $\int_0^{2\pi} d\alpha \int_0^{2 \cos \alpha} (r \cos \alpha + r \sin \alpha) r dr$ .

Câu 5: Giá trị của tích phân  $P = \iiint_B e^{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} dV$  (với B là hình cầu  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ ):

A.  $\frac{4}{3} \pi (e - 1)$ .

B.  $\frac{4}{3} \pi e$ .

C.  $\frac{4}{3} (\pi - 1)$ .

D.  $\frac{4}{3} e (\pi - 1)$ .

**Câu 6:** Giá trị của tích phân  $L = \int_C \sqrt{x^2 + y^2} dl$  (với  $C$  là đường tròn có phương trình  $x^2 + y^2 + 4y = 0$ ) là:

A. 16.

B. 32.

C. 34.551.

D. 17.276

**Câu 7:** Giá trị của tích phân  $M = \int_C (9x^2 + y)dx + 9(x + y)dy$  (với  $C$  là đường tròn có phương trình  $x^2 + y^2 = 4$ ) là:

A.  $16\pi$ .

B.  $32\pi$ .

C. 212.91.

D. 106.46.

**Câu 8:** Cho hàm  $P(x,y)$ ,  $Q(x,y)$  và các đạo hàm riêng cấp 1 của chúng liên tục trong miền mở đơn liên  $D$  chứa cung  $AB$ . Khi đó, nếu  $\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial y}$  thì khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Tích phân  $\int_{AB} Pdx + Qdy$  phụ thuộc vào đường cong trơn từng khúc nối cung  $AB$  nằm trong  $D$ .

B. Tích phân trên mọi đường cong kín  $C$ , trơn từng khúc trong  $D$  có giá trị bằng  $\int_{AB} Pdx + Qdy$ .

C. Luôn tồn tại hàm  $U(x,y)$  là vi phân toàn phần của  $Pdx + Qdy$ , tức là  $dU(x, y) = Pdx + Qdy$ .

D. Chọn tùy ý trong  $D$  một điểm  $P$  bất kì, khi đó  $\int_{AB} Pdx + Qdy$  luôn có giá trị lớn hơn tổng  $\int_{AP} Pdx + Qdy + \int_{PB} Pdx + Qdy$ .

**Câu 9:** Cho phương trình vi phân:  $(x^2 + y^2 + 2x - 2y)dx + 2(y - 1)dy = 0$ . Nghiệm của phương trình vi phân trên là:

A.  $(y - 1)^2 = -x^2 + I + C.e^{-x}$ .

B.  $y^2 = -x^2 + I + C.e^{-x}$ .

C.  $y^2 = -x^2 + C.e^{-x}$ .

D.  $(y - 1)^2 = x^2 + I + C.e^{-x}$ .

**Câu 10:** Cho phương trình vi phân:  $y'' + y' - 2y = \sin x$ . Nghiệm tổng quát của phương trình vi phân trên là:

A.  $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{2x} - (3\cos x + \sin x)/10$ .

B.  $y = C_1 e^x + C_2 e^{-2x} - (3\cos x + \sin x)/10$ .

C.  $y = C_1 e^x + C_2 e^{-2x} - (\cos x + 3\sin x)/10$ .

D.  $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{2x} - (\cos x + 3\sin x)/10$ .

**Câu 11:** Phi Long mới mua một bộ cầu lông rất là dễ thương nên Phi Long quyết định sẽ căng một đoạn dây thép làm lưới đánh cầu trên một mảnh đất hình chữ nhật từ điểm  $A$  có tọa độ  $(0, 1)$  đến điểm  $B$  có tọa độ  $(2, 3)$ . Một ngày nọ khi ba của Phi Long phun thuốc trừ sâu vô tình làm dây thép bị ăn mòn khiến cho khối lượng riêng của dây thép tại mỗi điểm có giá trị  $f(x, y) = x + 2y$ . Bạn hãy giúp Phi Long tính khối lượng sợi dây thép đó lúc này.

A. 10.

B. 20.

C.  $20\sqrt{2}$ .

D.  $10\sqrt{2}$ .

**Câu 12:** Tết đã đến rất gần rồi nên Phi Long quyết định sẽ làm một món quà nho nhỏ gửi cho người em thân yêu Minh Triết của mình. Món quà của Phi Long là một bình đựng sữa

mô phỏng một vật thể hình học được giới hạn bởi: 
$$\begin{cases} x^2 + z^2 \geq 1 \\ x^2 + z^2 \leq 9 \\ x^2 + y^2 + z^2 \leq 16 \end{cases} \quad \text{trong không gian tọa}$$

độ Oxyz với vector đơn vị  $|\vec{u}| = |\vec{v}| = |\vec{k}| = 1\text{cm}$ . Minh Triết cảm thấy món quà rất thú vị nên quyết định sẽ dùng nó để đựng sữa bò Long Thành uống dần vào ngày tết. Biết giá trị trường của sữa bò Long Thành là 12000 đồng/100ml. Mà xui là Minh Triết bận quá trời hong có thời gian. Giúp Minh Triết tính số tiền cần bỏ ra để mua sữa sao cho lượng sữa mua được vừa đủ để lấp đầy món quà. Chúc các bạn năm mới vui vẻ nhe.

A. 2968 đồng.

B. 29201 đồng.

C. 30686 đồng.

D. 19892 đồng.

## B. PHẦN TỰ LUẬN (4 điểm)

**Câu 1:** (2 điểm) Đổi thứ tự lấy tích phân sau:

$$I = \int_{-1}^1 dx \int_{x^2}^{\sqrt{2-x^2}} f(x, y) dy$$

**Lưu ý:** Chỉ cần liệt kê các miền tính giá trị của tích phân theo định dạng sau:

$$D1: a \leq y \leq b \text{ và } f(y) \leq x \leq g(y)$$

**Câu 2:** (2 điểm) Giải phương trình vi phân sau:

$$y'' - 8y' + 12y = e^{2x}(x^2 - 1) \quad (*)$$

**Lưu ý:** Trả lời theo mẫu sau:

- Phương trình đặc trưng:

.....

- Nghiệm tổng quát của phương trình thuần nhất tương ứng:

.....

- Nghiệm riêng:

.....

- Nghiệm tổng quát của phương trình (\*):

.....

-----HẾT-----

*Chúc các bạn sinh viên có một cái tết hạnh phúc và nhiều may mắn!*