

ĐỀ THI MẪU

ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH

Câu 1: Cho ma trận sau:

$$A = \begin{bmatrix} m & 3 \\ 3 & m \end{bmatrix}$$

Cho biết $\det(A) = -8$. Vậy $m = ?$

A. 1

B. -1

C. 0

D. ± 1

Câu 2: Cho ma trận sau:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Tìm ma trận khả nghịch của ma trận A.

A. $\begin{bmatrix} -\frac{2}{7} & \frac{3}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{2}{7} \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} \frac{3}{7} & -\frac{2}{7} \\ \frac{2}{7} & \frac{1}{7} \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

D. $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

Câu 3: Cho hai ma trận:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Tìm tích của hai ma trận đã cho.

A. $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} 13 & 12 \\ -2 & -3 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} 13 & -2 & 5 \\ 12 & -3 & 5 \end{bmatrix}$

D. $\begin{bmatrix} 13 & 2 & 12 \\ -2 & -3 & 2 \\ 3 & 5 & 5 \end{bmatrix}$

Câu 4: Tìm ma trận X sao cho thỏa mãn:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

A. $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$

D. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

Câu 5: Cho hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 5 \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 3 \\ 3x_1 + 3x_2 - 4x_3 - 2x_4 = 1 \end{cases}$$

A. Phương trình vô nghiệm

B. Phương trình có một nghiệm duy nhất

C. Phương trình vô số nghiệm phụ thuộc 1 tham số

D. Phương trình vô số nghiệm phụ thuộc 2 tham số

Câu 6: Cho $v = (1, 2, 3) \in \mathbb{R}^3$. Tập nào dưới đây là một không gian con của \mathbb{R}^3 :

A. $\{x \in \mathbb{R}^3 \mid x + v = \theta\}$

B. $\{x \in \mathbb{R}^3 \mid \langle x, v \rangle = 0\}$

C. $\{x \in \mathbb{R}^3 \mid \langle x, v \rangle = 1\}$

D. $\{x \in \mathbb{R}^3 \mid 2x - 3v = \theta\}$

Câu 7: Cho các tập: $A = \{(1, 2)\}$, $B = \{(1, 2), (3, 4)\}$, $C = \{(1, 2), (-1, 2), (3, 4)\}$

Tập nào sau đây độc lập tuyến tính?

A. Tập A và B độc lập tuyến tính

B. Tập A và C độc lập tuyến tính

C. Tập B và C độc lập tuyến tính

Câu 8: Cho \mathbb{R} – Không gian vector \mathbb{R}^2 , cho các tập vector $B = \{(1, 2), (-3, m)\}$.

Tìm m để B phụ thuộc tuyến tính.

A. $m = 6$

B. Với mọi số thực m

C. Không tồn tại m

D. $m = -6$

Câu 9: Giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 5x_4 = 1 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 2 \\ 2x_1 + 5x_2 - 4x_3 + 6x_4 = 4 \end{cases}$$

A. Hệ phương trình vô nghiệm

B. Hệ phương trình có duy nhất một nghiệm

C. Hệ phương trình có vô số nghiệm phụ thuộc 1 tham số

D. Hệ phương trình có vô số nghiệm phụ thuộc 2 tham số

Câu 10: Cho A, B là các ma trận cấp 3 thỏa mãn $\det(A) = 2, \det(B) = -3$. Tính $\det(A^T B^2)$.

A. -12

B. 18

C. -6

D. 6

Câu 11: Cho $v_1 = (1, 2, 3), v_2 = (1, 2, 0), v_3 = (1, 0, 0)$. Tìm tọa độ của $v = (-1, 2, -3)$ trong cơ sở nói trên.

A. $(-1, 2, -2)$

B. $(-3, 2, -3)$

C. $(1, -2, 3)$

D. $(-1, 2, -3)$

Câu 12: Trong \mathbb{R} -không gian vector \mathbb{R}^2 cho hai cơ sở

$B = \{u_1 = (1, 0), u_2 = (0, 1)\}$ và $C = \{v_1 = (2, 1), v_2 = (3, 4)\}$

Tìm ma trận chuyển từ cơ sở B sang cơ sở C .

A. $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

D. $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

Câu 13: Cho tích vô hướng $\varphi(x, y) = 2x_1y_1 + 5x_2y_2 - x_1y_2 - x_2y_1$, trên không gian vector Euclide \mathbb{R}^2 . Tính độ dài và góc giữa hai vector $f_1(1, 1)$ và $f_2(-1, 1)$.

A. 1

B. $\frac{1}{\sqrt{5}}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 14: Trong \mathbb{R}^3 , trực giao hóa các vector

$$u_1 = (1, 1, 1), u_2 = (1, 1, 0), u_3 = (1, 0, 0)$$

A. $\left\{ (1, 1, 1), \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{-2}{3} \right), \left(\frac{1}{2}, \frac{-1}{2}, 0 \right) \right\}$

B. $\left\{ \left(\frac{1}{2}, \frac{-1}{2}, 0 \right), \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{-2}{3} \right), (1, 1, 1) \right\}$

C. $\left\{\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{-2}{3}\right), (1, 1, 1), \left(\frac{1}{2}, \frac{-1}{2}, 0\right)\right\}$

D. $\left\{(1, 1, 1), \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{-2}{3}\right), (0, 0, 0)\right\}$

Câu 15: Tìm các giá trị riêng của ma trận A trên tập số thực \mathbb{R}

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

A. $\lambda = -1$

B. $\lambda = -1, \lambda = 2$

C. $\lambda = 2$

D. Không tồn tại

Câu 16: Tìm vector riêng của ma trận B:

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 8 & -1 \end{bmatrix}$$

A. $\begin{bmatrix} t \\ 0 \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} 2t \\ 0 \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} 0 \\ t \end{bmatrix}$

D. $\begin{bmatrix} t \\ t \end{bmatrix}$

Câu 17: Cho ma trận $B = \begin{bmatrix} -4 & 0 & -6 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 5 \end{bmatrix}$. Tính B^{10} .

A. $\begin{bmatrix} -1022 & 0 & -2046 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1023 & 0 & 2047 \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} -1022 & 0 & -2046 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1023 & 0 & 2047 \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} 1022 & 0 & 2046 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1023 & 0 & 2047 \end{bmatrix}$

D. $\begin{bmatrix} -1022 & 0 & -2046 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1023 & 0 & -2047 \end{bmatrix}$

Câu 18: Chính tắc hóa dạng toàn phương sau trên \mathbb{R}^3

$$p(x) = x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 - 4x_1x_2 - 4x_2x_3$$

A. $p(x) = z_1^2 - 2z_2^2 + z_3^2$

B. $p(x) = z_1^2 - 4z_2^2 + 5z_3^2$

C. $p(x) = z_1^2 - 2z_2^2 + 5z_3^2$

D. $p(x) = 2z_1^2 - 2z_2^2 + 5z_3^2$

Câu 19: Tìm một cơ sở cho không gian nghiệm của hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 5x_4 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + 5x_2 - 4x_3 + 6x_4 = 0 \end{cases}$$

A. $\{(-13, 4, 0, 1)\}$

B. $\{(7, -2, 1, 0), (-13, 4, 0, 1)\}$

C. $\{(7, -2, 1, 0)\}$

D. Không tồn tại

Câu 20: Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$. Nhận định nào sau đây là đúng?

A. $AB = BA$

B. AB xác định nhưng BA không xác định

C. $BA = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

D. Không xác định