

Lista 1. Własności równań różniczkowych

Zadania 1. Dla podanego równania różniczkowego

a) podaj czy jest liniowe, stacjonarne, jaki ma rząd,

b) napisz równanie statyczne i charakterystyczne,

c) wyznacz punkt/punkty równowagi.

Przykłady:

1) $a\ddot{x}(t) + \dot{x}(t) + bx(t) = \ddot{u}(t) + 2u(t)$

2) $\ddot{x}(t) + 3\dot{x}(t) + b\sqrt{x(t)} = u(t)$

3) $4\ddot{x}(t) + \ddot{x}(t) + a\dot{x}(t) + x^2(t) = u(t)$

4) $\ddot{x}(t) + 4\dot{x}(t) + ax^3(t) = u(t)$

5) $\ddot{x}(t) + 2\dot{x}(t) + ax(t) = u(t) + 2\dot{u}(t)$

6) $\ddot{x}(t) + a\dot{x}(t) + 2x(t) = u(t) + a\dot{u}(t)$

7) $a^2\ddot{x}(t) + \ddot{x}(t) + 3\dot{x}(t) + u_1(t)x(t) = u_2(t)$

8) $2\ddot{x}(t) + 3\dot{x}(t) + a(t)x(t) = 2u_1(t) + 3u_2(t)$

9) $5\ddot{x}(t) + \ddot{x}(t) + 3\dot{x}(t) + x(t)u_1(t) = u_2(t)$

10) $2\ddot{x}(t) + 3\dot{x}(t) + a^3x(t) = 2u_1(t) + 3u_2(t)$

11) $\ddot{x}^2(t) + 3\dot{x}(t) + ax(t) = u^2(t)$

12) $\ddot{x}(t) + 3\dot{x}(t) + ax(t) = u^2(t)$

13) $b^2\ddot{x}(t) + 2\dot{x}(t) + x(t) = \sqrt{a}u(t) + \dot{u}(t)$

14) $3\ddot{x}(t) + 2\dot{x}(t) + \dot{x}(t) = 2u_1(t) + \dot{u}_1(t)$

15) $a\dot{x}(t) + 2abx(t) = 2\ddot{u}(t) + \dot{u}(t)$

16) $a\dot{x}(t) - 2abx(t) = 2u(t) + \dot{u}(t)$

Zadania 2. Dla układu, który ma wskazane bieguny:

a) naszkicuj rozwiązanie swobodne i jego składniki

b) naszkicuj odpowiedź skokową układu o podanych biegunach

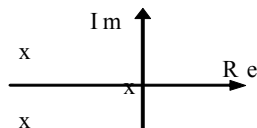
c) naszkicuj odpowiedź impulsową układu o biegunach

d) naszkicuj składniki rozwiązania swobodnego i wskaż który z nich zaniknie najszybciej? (uzasadnij)

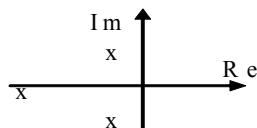
e) który biegun ma decyduje o czasie zanikania rozwiązania swobodnego? (uzasadnij)

f) zaproponuj i uzasadnij uproszczenie układu

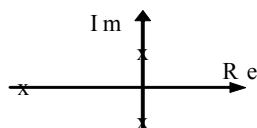
Przykład 1



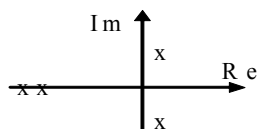
Przykład 3



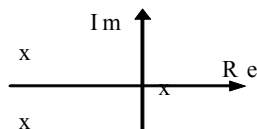
Przykład 5



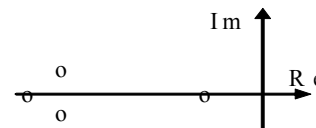
Przykład 7



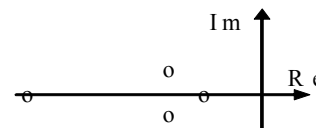
Przykład 9



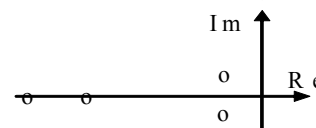
Przykład 2



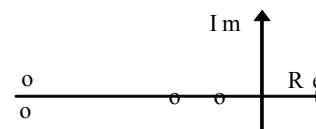
Przykład 4



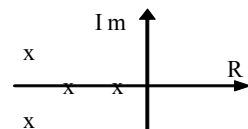
Przykład 6



Przykład 8



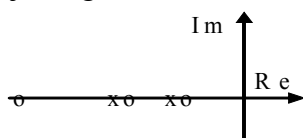
Przykład 10



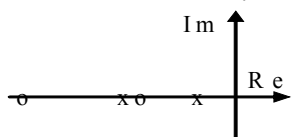
Zadania 3. Porównaj własności układów o biegunach oznaczonych 'x' i 'o':

a) który szybciej osiągnie stan równowagi

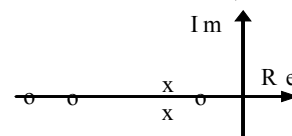
Przykład 1



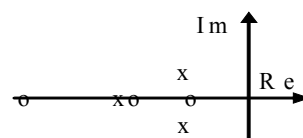
Przykład 3



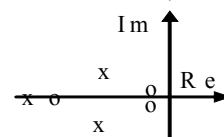
Przykład 5



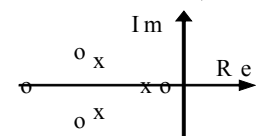
Przykład 2



Przykład 4

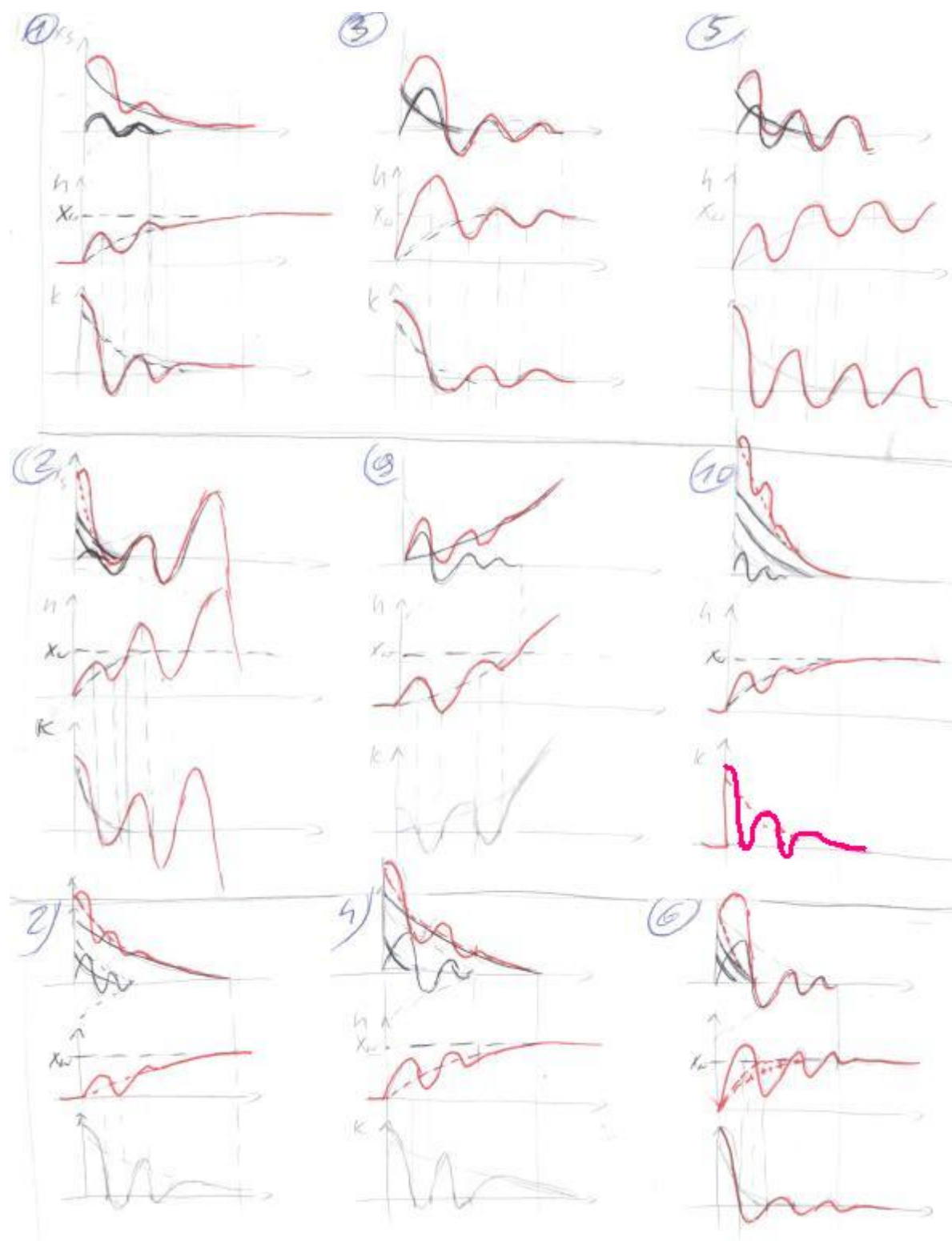


Przykład 6



Rozwiązanie

Sprawdzenie (część odpowiedzi): Zadanie 2



Uwagi i odpowiedzi

1) Własności równania oscylacyjnego $\ddot{x} + 2\xi\omega\dot{x} + \omega^2x = u$, $\omega > 0$