

Drzewo czerwono-czarne

Opis zadania:

Celem zadania było zaimplementowanie drzewa czerwono-czarnego oraz pomiar złożoności obliczeniowej zapisu oraz przeszukania. Operacja zapisu polegała na dodawaniu do drzewa liczb pseudolosowych za pomocą funkcji rand z zakresu od 0 do liczby elementów drzewa podzielonego przez 4, zanim nie osiągnięto zadanego rozmiaru, a następnie dodanie jednego elementu i dokonanie pomiaru czasu. Operacja przeszukania polegała na 10000-krotnym przeszukaniu drzewa, gdzie wartością szukaną była liczba z poza zakresu przypisanych liczb, równa rozmiarowi drzewa, co gwarantowało przejście algorytmu przez całą wysokość drzewa. Wielokrotne powtórzenie operacji przeszukania miało na celu zwiększenie dokładności pomiaru czasu.

Tabela 1 Czasy zapisu odpowiedniej liczby elementów podane w sekundach

Lp.	Liczba elementów:							
	10	10 ²	10 ³	10 ⁴	10 ⁵	10 ⁶	10 ⁷	10 ⁸
1	0,000002	0,000002	0,000002	0,000002	0,000002	0,000004	0,000003	0,000004
2	0,000001	0,000001	0,000002	0,000002	0,000001	0,000002	0,000003	0,000004
3	0,000001	0,000001	0,000002	0,000002	0,000002	0,000002	0,000003	0,000008
4	0,000001	0,000001	0,000002	0,000002	0,000002	0,000003	0,000002	0,000005
5	0,000002	0,000002	0,000002	0,000001	0,000002	0,000003	0,000003	0,000003
6	0,000001	0,000001	0,000002	0,000002	0,000003	0,000003	0,000004	0,000003
7	0,000001	0,000002	0,000001	0,000002	0,000002	0,000003	0,000003	0,000003
8	0,000001	0,000002	0,000001	0,000001	0,000002	0,000002	0,000004	0,000003
9	0,000001	0,000001	0,000001	0,000001	0,000001	0,000002	0,000004	0,000004
10	0,000001	0,000001	0,000001	0,000002	0,000002	0,000002	0,000003	0,000005
Średnia:	0,0000012	0,0000014	0,0000016	0,0000017	0,0000019	0,0000026	0,0000032	0,0000042

Wykres 1 Czas wykonania algorytmu zapisu w zależności od liczby elementów drzewa

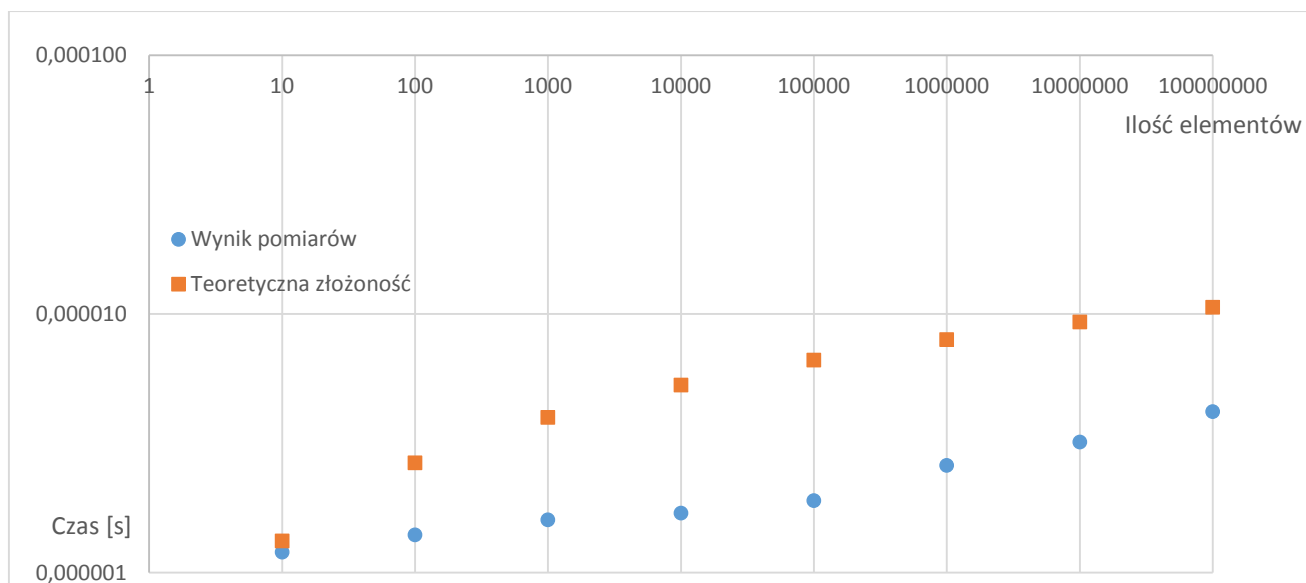
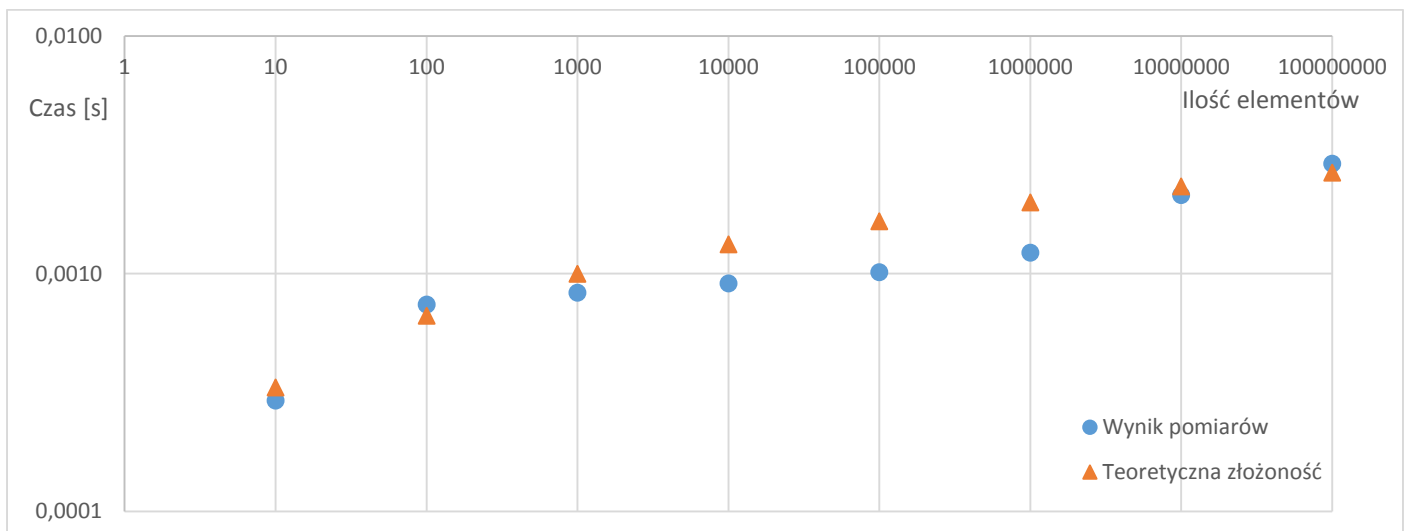


Tabela 2 Czasy przeszukania odpowiedniej liczby elementów podane w sekundach

Lp.	Liczba elementów:							
	10	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6	10^7	10^8
1	0,000284	0,000974	0,000731	0,001134	0,001073	0,001218	0,002245	0,00284
2	0,000308	0,001105	0,000704	0,000847	0,000981	0,001121	0,002327	0,00249
3	0,000252	0,001104	0,000736	0,000808	0,001028	0,001219	0,002103	0,00232
4	0,000253	0,001106	0,001044	0,000911	0,000981	0,001309	0,002105	0,00237
5	0,000308	0,000794	0,000739	0,000869	0,000899	0,001386	0,002031	0,00233
6	0,000309	0,000434	0,000629	0,000872	0,001069	0,001126	0,002043	0,00489
7	0,000308	0,000437	0,000612	0,000908	0,001099	0,001115	0,001953	0,00435
8	0,000283	0,000516	0,000613	0,000967	0,001023	0,001383	0,002251	0,00216
9	0,000308	0,000427	0,001044	0,000937	0,001047	0,001154	0,002024	0,00223
10	0,000308	0,000524	0,00145	0,000843	0,000936	0,001228	0,002349	0,00299
Średnia:	0,00029	0,00074	0,00083	0,00091	0,00101	0,00123	0,00214	0,00290

Wykres 2 Czas wykonania algorytmu przeszukania w zależności od liczby elementów drzewa



Wnioski:

Złożoność czasowa operacji dodania oraz znalezienia elementu drzewa czerwono-czarnego wynosi $O(\log n)$. Drzewa czerwono-czarne charakteryzują się większą szybkością odczytu niż zwykłe drzewa binarne, ponieważ ich elementy są równomierniej rozłożone, przez co wysokość drzewa jest mniejsza i odczyt jest szybszy. W pesymistycznym przypadku złożoność dodania oraz znalezienia elementu z drzewa binarnego może wynieść $O(n)$, więc jest to znacząca różnica.

Wyniki pomiarów czasu zapisu świadczą, że złożoność algorytmu jest bliska teoretycznej. Duży wpływ na wynik miała dokładność pomiaru czasu, ponieważ czas wykonania operacji był bardzo krótki.

Złożoność czasowa algorytmu przeszukania drzewa jest bliska teoretycznej.