### **XGBoost**

```
XGBoost
背景
工程原理
  具体形式
  怎么做出预测
目标函数
  引言
  数学详解
    明确符号
    化简目标函数
       符号注释
       结论
生成一棵完整的树
     贪心算法
    加权分位法
       工作原理
       数学原理
       作用
       算法描述
       策略
         全局策略
         局部策略
         两种策略相比
     总结
     例子
    缺失值处理
    shrinkage (收缩率)
超参数/参数
References
```

## 背景

XGBoost 最初是由 Tianqi Chen 作为分布式(深度)机器学习社区(DMLC)组的一部分的一个研究项目开始的。XGBoost后来成为了Kaggle竞赛传奇——在2015年的時候29个Kaggle冠军队伍中有17队在他们的解决方案中使用了XGboost。人们越来越意识到XGBoost的强大威力。夸张一点说,如果你不会XGboost,那你参加Kaggle竞赛就是去送人头的。

XGboost到底是什么呢? Tianqi Chen在XGboost的论文中写道: "Tree boosting is a highly effective and widely used machine learning method. In this paper, we describe a scalable end-to-end tree boosting system called XGBoost, which is used widely by data scientists to achieve state-of-the-art results on many machine learning challenges."[1] 总结一下,XGBoost是一个可拓展的Tree boosting算法,被广泛用于数据科学领域。

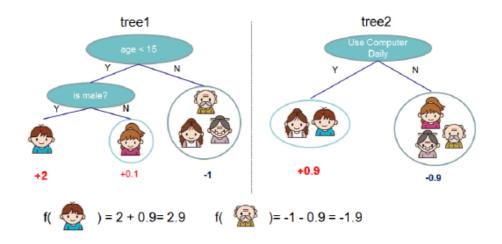
XGBoost可以说是GBDT (Gradient Boosting Decision Tree) 梯度提升树的一个改进版本。XGBoost 中的X代表的就是eXtreme(极致),XGBoost能够更快的、更高效率的训练模型。这就是为什么 XGBoost可以说似乎GBDT的一个改进版本。正是得益于XGBoost的高效率,使得她成为数据竞赛中的 一大杀器。

## 工程原理

想要了解一个算法,首先得从**宏观**上知道这个算法是怎么工作的:**1、算法的具体形式;2、怎么做出预 测** 

### 具体形式

XGboost的可视化(如下图,一个由两棵决策树组成的XGBoost)



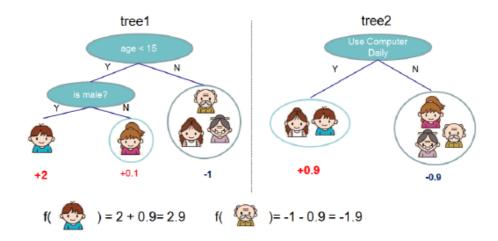
#### 重点:

- 1、XGboost的基本组成元素是:决策树;我们将这些决策树成为"弱学习器",这些"弱学习器"**共同**组成了XGboost
- 2、组成XGBoost的决策树之间是有先后顺序的;**后一棵**决策树的生成会考虑前一棵决策树的预测结果,即将前一棵决策树的偏差考虑在内(在目标函数中有体现)
- 3、生成每棵决策树使用的数据集,是整个数据集。所以可以将每棵决策树的生成都看作是一个完整的决 策树生成过程

### 怎么做出预测

一个新样本的预测:新样本依次进入XGBoost的每棵决策树。在第一棵决策树,有一个预测值;在第二棵决策树,有一个预测值,依次类推…直到进入完所有"弱学习器"(决策树)。最后,将"在每一颗决策树中的值"相加,即为最后预测结果。

举例:还是刚刚那张图,样本"儿子"在tree1中的预测值为+2,在tree2中为+0.9。将两个值相加,2+0.9=2.9,所以XGboost最后预测样本"儿子"的值为2.9



## 目标函数

### 引言

到这里,我们已经知道了一个XGBoost模型到底是什么工作的了。那XGboost模型到底是怎么生成的呢?XGboost中的"弱学习器"是怎么生成的?

了解机器学习的都知道,要评价我们产生的模型是否是最好的,其依据是"目标函数"。目标函数越小,这个模型才越是我们想要的。刚刚提到,XGboost中的"弱学习器"是"决策树"。在经典的"决策树"算法中,**ID3**的目标函数基于"信息熵",**CART**的目标函数基于"GINI系数"。而在XGboost中,"决策树"的目标函数引入了"偏差"这个变量,这也是XGBoost的魅力所在。

**总结一下**: XGboost的"弱学习器"是"决策树",每棵"决策树"都是目标函数值最小时的模型。只有这棵"决策树"的目标函数值最小,才会被选为"弱学习器"。

### 数学详解

要想清楚了解XGBoost的原理,需要对其目标函数进行数学上的解析。这样,我们才能知道,每一个"弱学习器"是怎么生成的。

我们已经知道,要生成一棵好的决策树,目标是:是其目标函数值最小。那问题是,我们该如何使得其最小呢?其中,涉及到两个问题:

问题1: 怎么设置叶子节点的值?

问题2:如何进行结点的分裂(怎么构造树的结构)?

围绕问题1问题,笔者对目标函数进行了手写的数学详解

#### **第t个决策树的目标函数**公式如下

$$\mathcal{L}^{(t)} = \sum_{i=1}^{n} l(y_i, \hat{y_i}^{(t-1)} + f_t(\mathbf{x}_i)) + \Omega(f_t)$$

### 明确符号

- 1、 $l(y_i,\; \hat{y}_i^{(t-1)})$  表示与  $y_i,\; \hat{y}_i^{(t-1)}$  有关的损失函数,这个损失函数是可以根据需要自己定义的
- 2、 $\hat{y}_i^{(t-1)}$  表示"**前t-1棵决策树**"对样本i的**预测值**(将前t-1棵决策树中的每棵决策树的预测值相加所得); $y_i$  表示样本i的**实际值**
- 3、 $f_t(x_i)$  表示"**第t棵决策树**"对样本i 的**预测值**
- 4、 $\Omega(f_t)$  表示第t棵树的模型复杂度

所以,我们有结论如下图:总共k棵树对样本i的预测值=前k-1棵预测树的预测值+第k棵树的预测值

### 化简目标函数

1、将刚刚得到的:  $\hat{y}_i^{(k)} = \hat{y}_i^{(k-1)} + f_k(x_i)$  替换进目标函数。过程如下图

$$Ob\dot{y} = \sum_{i=1}^{N} \left( (y_i, \hat{y}_i^{(k)}) + \sum_{k=1}^{k} \Lambda(f_k) \right)$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \left( (y_i, \hat{y}_i^{(k-1)}) + \sum_{j=1}^{k-1} \Lambda(f_j) + \Lambda(f_k) \right)$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \left( (y_i, \hat{y}_i^{(k-1)}) + f_k(x_i) \right) + \sum_{j=1}^{N} \Lambda(f_j) + \Lambda(f_k)$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \left( (y_i, \hat{y}_i^{(k-1)}) + f_k(x_i) \right) + \sum_{j=1}^{N} \Lambda(f_j) + \Lambda(f_k)$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \left( (y_i, \hat{y}_i^{(k-1)}) + f_k(x_i) \right) + \sum_{j=1}^{N} \Lambda(f_j) + \Lambda(f_k)$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \left( (y_i, \hat{y}_i^{(k-1)}) + f_k(x_i) \right) + \sum_{j=1}^{N} \Lambda(f_j) + \Lambda(f_k)$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \left( (y_i, \hat{y}_i^{(k-1)}) + f_k(x_i) \right) + \sum_{j=1}^{N} \Lambda(f_j) + \Lambda(f_k)$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \left( (y_i, \hat{y}_i^{(k-1)}) + f_k(x_i) \right) + \sum_{j=1}^{N} \Lambda(f_j) + \Lambda(f_k)$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \left( (y_i, \hat{y}_i^{(k-1)}) + f_k(x_i) \right) + \sum_{j=1}^{N} \Lambda(f_j) + \Lambda(f_k)$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \left( (y_i, \hat{y}_i^{(k-1)}) + f_k(x_i) \right) + \sum_{j=1}^{N} \Lambda(f_j) + \Lambda(f_k)$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \left( (y_i, \hat{y}_i^{(k-1)}) + f_k(x_i) \right) + \sum_{j=1}^{N} \Lambda(f_j) + \Lambda(f_k)$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \left( (y_i, \hat{y}_i^{(k-1)}) + f_k(x_i) \right) + \sum_{j=1}^{N} \Lambda(f_j) + \Lambda(f_k)$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \left( (y_i, \hat{y}_i^{(k-1)}) + f_k(x_i) \right) + \sum_{j=1}^{N} \Lambda(f_j) + \Lambda(f_k)$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \left( (y_i, \hat{y}_i^{(k-1)}) + f_k(x_i) \right) + \sum_{j=1}^{N} \Lambda(f_j) + \Lambda(f_k)$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \left( (y_i, \hat{y}_i^{(k-1)}) + f_k(x_i) \right) + \sum_{j=1}^{N} \Lambda(f_j) + \Lambda(f_k)$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \left( (y_i, \hat{y}_i^{(k-1)}) + f_k(x_i) \right) + \sum_{j=1}^{N} \Lambda(f_j) + \Lambda(f_j)$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \left( (y_i, \hat{y}_i^{(k-1)}) + f_k(x_i) \right) + \sum_{j=1}^{N} \Lambda(f_j) + \Lambda(f_j)$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \left( (y_i, \hat{y}_i^{(k-1)}) + f_k(x_i) \right) + \sum_{j=1}^{N} \Lambda(f_j) + \Lambda(f_j)$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \left( (y_i, \hat{y}_i^{(k-1)}) + f_k(x_i) \right) + \sum_{j=1}^{N} \Lambda(f_j) + \Lambda(f_j)$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \left( (y_i, \hat{y}_i^{(k-1)}) + f_k(x_i) \right) + \sum_{j=1}^{N} \Lambda(f_j) + \Lambda(f_j)$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \left( (y_i, \hat{y}_i^{(k-1)}) + f_k(x_i) \right) + \sum_{j=1}^{N} \Lambda(f_j) + \Lambda(f_j)$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \left( (y_i, \hat{y}_i^{(k-1)}) + f_k(x_i) \right)$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \left( (y_i, \hat{y}_i^{(k-1)}) + f_k(x_i) \right)$$

# => 若要第K个模型的最小,流怎么求?

2、紧接着第一步的结果,我们有以下目标——怎么样才能使目标函数最小(如下图)

对 
$$obj$$
 花板小植:
因为  $obj$  几  $foi = constant. 故忽略$ 

Minmise  $obj^{(k)} = \sum_{k=1}^{N} l(yi, yi^{(k-1)} + f_k(xi)) + f_k(xi))$ 

3、为了解决这个问题,我们对目标函数进行化简。根据数学知识,我们可以使用"**泰勒展开**"对一个函数进行化简。具体过程如下图

大致的思路: 1、使用泰勒展开; 2、将常数项忽略(因为我们的目标是找最小值); 3、转换一些符号,使式子更简洁

使用泰勒展开:

注释

$$\Omega(f_k) = \gamma T + rac{1}{2} \lambda \sum_{j=1}^T w_j^2$$

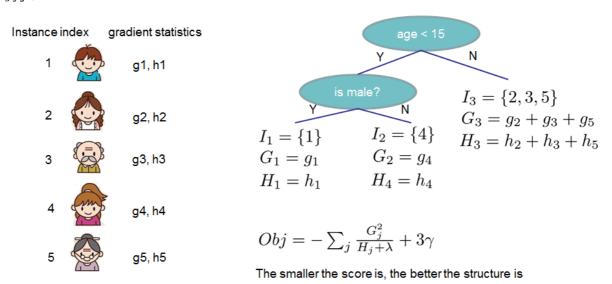
#### 符号注释

- 1、 $W_i$  表示该树中,第i个叶子结点的值
- $2, q(x_i)$  表示第i个样本位于第几个叶子结点
- 3、 $I_j$  表示位于第j个叶子结点有哪些样本
- 4、 $G_j$  表示所有属于第j个叶子结点的样本的 $g_i$  总和, $H_j$  表示所有属于第j个叶子结点的样本的 $h_i$  总和
- 4、 T表示叶子结点数量

Q(Xi)表示第3个样本位于第几个对子结点。

Ii=行12(Xi)=33:位马第十叶子传点有哪些样本

#### 例子:



### 结论

通过上面目标函数的化简,可以回答一开始提出的问题一了

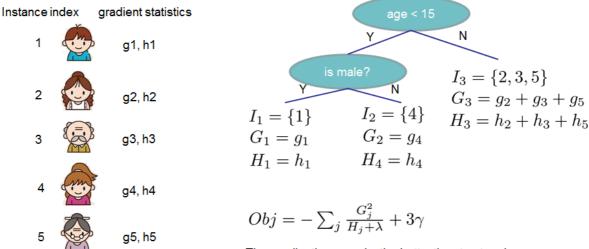
1、应该怎么设置叶子结点的值?

答:应该将叶子结点的值 $W_j$ 设为 $\frac{-G_j}{H_i+\lambda}$ ,此时该树的目标函数最小

2、目标函数化简后提高了什么信息?

答:叶子结点的值和目标函数的大小,与"前k-1个决策树"的**偏差**有关。且每个决策树在结构确定的前提下,目标函数最小为 $-\frac{1}{2}\sum_{j=1}^T \frac{G_j}{H_j+\lambda}+\gamma T$ ,人话就是:先求每个叶子结点中的样本的偏差的一次导数和二次导数相除,再对所有叶子节点求和

例子:还是这个例子,但是这里的Obj表示的不是目标函数最小的时候,所以应该改一下,在前面乘 $\frac{1}{2}$ (笔者这里没在图中修改)

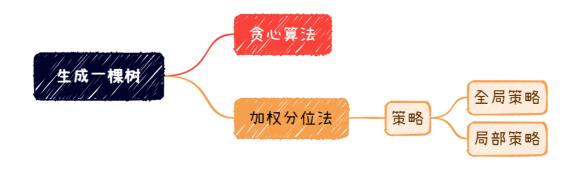


The smaller the score is, the better the structure is

## 生成一棵完整的树

到这里,我们已经知道,怎么样设置叶子节点的值,可以使得该树的目标函数最小了,之后我们就可以选择目标函数值最小的决策树,作为XGBoost的一个"弱学习器"。但在实际应用中有一个问题:我们无法做到遍历所有的树形结构,也就是说我们不能通过计算所有树形结构的目标函数值,而实现选出其中最小那个。因此下面要解决的问题是:怎样高效的产生一棵决策树呢?

#### 主要内容



### 贪心算法

与传统的决策树生成方法类似,在XGBoost中,我们也可以利用贪心算法生成一棵树,着将大大的提高效率。

贪心算法,简单来说,就是保证每一步都是最优解,从而达到全局最优解的方法。放到决策树的生成中,就是:保证每一次结点的分裂产生的新的树,都是目标函数值最小的。

举例:如下图,假设现在有四个特征,我们要构造决策树的**第一层**。第一步:分别将每个特征都依次作为第一层结点;第二步:计算相应的目标函数值;第三步:比较哪个最小,选取最小的作为结果。

下图的例子中,因为选取特征D为第一层的决策树,目标函数最小,所以结果为**红色部分**。



#### 那如何判断是否应该分裂这个节点呢?

与传统决策树的判断依据一样——增益。只有当将这个结点分裂后,形成的新的树的目标函数值比之前的小,才分裂。换句话说,就是分裂后的树一定要比分裂前的树,目标函数更小。计算方式如下图。

解释:如果当前结点A要分裂成B和C,**原先A结点**的目标函数值,**减去**B和C部分的目标函数值的和。如果大于0,则代表分裂有益,可以分裂。

$$\mathcal{L}_{split} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\left(\sum_{i \in I_L} g_i\right)^2}{\sum_{i \in I_L} h_i + \lambda} + \frac{\left(\sum_{i \in I_R} g_i\right)^2}{\sum_{i \in I_R} h_i + \lambda} - \frac{\left(\sum_{i \in I} g_i\right)^2}{\sum_{i \in I} h_i + \lambda} \right] - \gamma$$
(7)

**注意**:这里有一个**惩罚项** $\gamma$ ,表示有时候增益太小的话,相比于增加模型复杂度的副作用,不选择进行分裂

第二层、第三层、重复上述步骤,直到整个决策树所有特征都被使用,或者已经达到限定的层数。

#### 算法描述如下

### Algorithm 1: Exact Greedy Algorithm for Split Finding

```
Input: I, instance set of current node
Input: d, feature dimension
gain \leftarrow 0
G \leftarrow \sum_{i \in I} g_i, H \leftarrow \sum_{i \in I} h_i
for k = 1 to m do
G_L \leftarrow 0, H_L \leftarrow 0
for j in sorted(I, by \mathbf{x}_{jk}) do
G_L \leftarrow G_L + g_j, H_L \leftarrow H_L + h_j
G_R \leftarrow G - G_L, H_R \leftarrow H - H_L
score \leftarrow \max(score, \frac{G_L^2}{H_L + \lambda} + \frac{G_R^2}{H_R + \lambda} - \frac{G^2}{H + \lambda})
end
end
Output: Split with max score
```

### 加权分位法

我们刚刚利用贪心算法解决了"如何高效的产生一棵决策树"的问题,但其实这个问题还没有完全解决。不知道你有没有注意到,在刚刚举的例子中,并没有给出每个特征具体的划分。例如,上个例子的图中,决策树D,并没有给出例如"D<5"这样的划分,仅仅只是说根据特征D来进行划分。

我们假设,特征D是一个离散的连续变量,有10个不同的值,范围是[1,10]。那么如果选择特征D时,需要尝试10中不同的划分,从D≤1到D≤9.这是一个非常繁琐的步骤,会导致算法的效率很低。那么 XGBoost又是怎么解决这个问题的呢?有没有一种办法,可以不用尝试每一种的划分,只选取几个值进行尝试?为了解决这个问题,XGBoost中用了一个全新的方法:加权分位法

#### 工作原理

为了得到值得进行尝试的划分点,我们需要一个函数对该特征的特征值进行"重要性"排序。根据排序的结果,再选出值得进行尝试的特征值。

### 数学原理

我们来看一下, 我们化简得到的目标函数 (如下)

$$\tilde{\mathcal{L}}^{(t)} = \sum_{i=1}^{n} [g_i f_t(\mathbf{x}_i) + \frac{1}{2} h_i f_t^2(\mathbf{x}_i)] + \Omega(f_t)$$

对目标函数进行数学变换,结果如下。可以发现,目标函数是一个:真实值为  $\frac{g_i}{h_i}$  ,权重为 $h_i$ 的平方损失。因此,我们可以得出结论:一个样本对于目标函数值的贡献,在于其得到的 $h_i$ 。

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} h_i (f_t(\mathbf{x}_i) - g_i/h_i)^2 + \Omega(f_t) + constant,$$

这样我们可以根据 $h_i$ 对特征值的"重要性"进行排序。到这,XGBoost提出了一个新的函数,这个函数用于表示一个特征值的"重要性"排名,如下图

$$r_k(z) = \frac{1}{\sum_{(x,h)\in\mathcal{D}_k} h} \sum_{(x,h)\in\mathcal{D}_k, x < z} h,$$

#### 我们来解释一下这个函数:

1、 $D_k$ 解释如下:第k个特征的每个样本的特征值( $x_{nk}$ )与其相应的 $h_i$ 组成的集合。( $x_{1k},h_1$ )表示第一个样本对于第k个特征的特征值,和其对应的 $h_i$ 

$$D_k = \{(x_{1k}, h_1), (x_{2k}, h_2), \dots (x_{nk}, h_n)\}$$

- 2、 $r_k(z)$  的**分母**表示为: 第k个特征的所有样本的 $h_i$  总和; **分子**: 所有特征值小于z的样本的 $h_i$  总和
- 3、注意,这里是x < z

之后对一个特征的所有特征值进行排序。在排序之后,设置一个值 $\epsilon$ 。这个值用于对要划分的点进行规范,满足要求如下:对于特征k的特征值的划分点 $\{s_{k1},s_{k2}\dots s_{kl}\}$ 有,两个相连划分点的 $r_k$ 值的差的绝对值要小于 $\epsilon$ 。同时,为了增大算法的效率,也可以选择每个切分点包含的特征值数量尽可能多。人话就是,根据特征值的 $r_k$ 进行排序后,大约要选出 $1/\epsilon$ 个的点作为切分点。

$$|r_k(s_{k,j}) - r_k(s_{k,j+1})| < \epsilon$$

#### 例子:

假设对一个特征有:特征值1到4,其 $h_i$ , $r_k$ 如下, $\epsilon=0.5$ 。如果我们的策略是切分点尽可能少,那么我们得到的切分点应该是{2,3}:x<2,x<3。因为: $r_k(2)=0.4<0.5$ 但 $r_k(3)=0.7>0.5$ ;之后, $|r_k(2)-r_k(3)|=0.3<0.5$ 但 $|r_k(2)-r_k(4)|=0.5$ 。所以切分点是:{2,3}。

特征值	$h_i$	$r_k$
1	4	$r_k(1)=0$
2	3	$r_k(2)=0.4$
3	2	$r_k(3)=0.7$
4	1	$r_k(4)=0.9$

### 作用

在我们得到了使用加权分位法的分裂点之后,在贪心算法的分裂过程中,我们就只需要对这几个分裂点进行尝试,而不需要与原先一样,对所有的特征值进行尝试。这大大减少了算法的开销。

### 算法描述

### Algorithm 2: Approximate Algorithm for Split Finding

for k = 1 to m do

Propose  $S_k = \{s_{k1}, s_{k2}, \dots s_{kl}\}$  by percentiles on feature k. Proposal can be done per tree (global), or per split(local).

end

for k = 1 to m do

$$G_{kv} \leftarrow = \sum_{j \in \{j \mid s_{k,v} \geq \mathbf{x}_{jk} > s_{k,v-1}\}} g_j$$
  
$$H_{kv} \leftarrow = \sum_{j \in \{j \mid s_{k,v} \geq \mathbf{x}_{jk} > s_{k,v-1}\}} h_j$$

end

Follow same step as in previous section to find max score only among proposed splits.

### 策略

基于加权分位法, 我们有两种策略进行分裂点的计算: 1、全局策略; 2、局部策略

#### 全局策略

顾名思义,全局策略,我们在一棵树的生成之前,就已经计算好每个特征的分裂点。并且在整个树的生成过程当中,用的都是一开始计算的分裂点。这也就代表了,使用全局策略的开销更低,但如果分裂点不够多的话,准确率是不够高的

#### 局部策略

局部策略,对每一个结点所包含的样本,重新计算其所有特征的分裂点。我们知道,在一棵树的分裂的时候,样本会逐渐被划分到不同的结点中,也就是说,每个结点所包含的样本,以及这些样本有的特征值是不一样的。因此,我们可以对每个结点重新计算分裂点,以保证准确性,相当于是因地制宜的方法。这也就代表了,使用局部策略的开销更大,但分裂点数目不用太多,也能够达到一定的准确率。

#### 两种策略相比

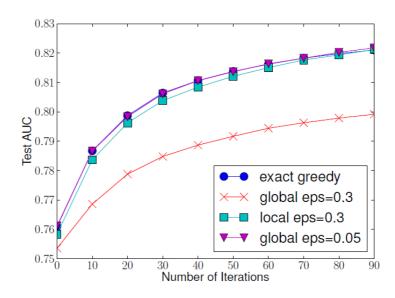


Figure 3: Comparison of test AUC convergence on Higgs 10M dataset. The eps parameter corresponds to the accuracy of the approximate sketch. This roughly translates to 1 / eps buckets in the proposal. We find that local proposals require fewer buckets, because it refine split candidates.

根据上图,我们可以得出结论:

- 1、在分裂点数目相同,即eps  $(\epsilon)$  相同的时候,全局策略的效果 < 局部策略
- 2、分裂点数目越多,两个策略的效果都越好
- 3、全局策略可以通过增加分裂点数目,达到逼近局部策略的效果

### 总结

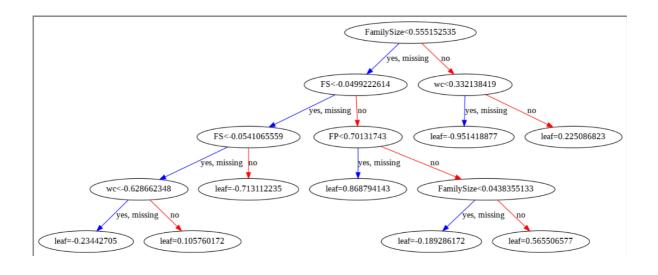
至此,我们已经知道了一棵完整的树是怎么生成的了。

#### 步骤

- 1、基于贪心算法进行划分,通过计算目标函数增益,选择该结点使用哪个特征
- 2、为了提高算法效率,使用"加权分位法",计算分裂点。只考虑计算分裂点的目标函数值,而不是考虑 所有特征值
- 3、可以选择"全局策略"还是"局部策略"计算分裂点

### 例子

下图是笔者在kaggle Titanic比赛时候训练的XGBoost的其中一棵决策树。其中,笔者选择的是全局策略进行计算。在下图中可以看到一个值得注意的地方:并不是一个特征在使用了一次后就不会再使用了,而是一个分裂点被使用后,这个分裂点包含的所有情况就不会再被使用了。例如,图中的FS特征,在第二层和第三层都有被使用



### 缺失值处理

从上面的例子,我们可以看到有一条蓝色的线,上面写着"yes,missing",这表示只要是缺失值就跟着蓝色线走。这是XGBoost对缺失值的处理方法。那这个蓝色的线又是如何生成的呢?生成的算法如下图

```
Algorithm 3: Sparsity-aware Split Finding
 Input: I, instance set of current node
 Input: I_k = \{i \in I | x_{ik} \neq \text{missing}\}
 Input: d, feature dimension
 Also applies to the approximate setting, only collect
 statistics of non-missing entries into buckets
 qain \leftarrow 0
 G \leftarrow \sum_{i \in I} g_i, H \leftarrow \sum_{i \in I} h_i
 for k = 1 to m do
       // enumerate missing value goto right
       G_L \leftarrow 0, \ H_L \leftarrow 0
      for j in sorted(I_k, ascent order by \mathbf{x}_{ik}) do
            G_L \leftarrow G_L + g_j, \ H_L \leftarrow H_L + h_j
            G_R \leftarrow G - G_L, \ H_R \leftarrow H - H_L
            score \leftarrow \max(score, \frac{G_L^2}{H_L + \lambda} + \frac{G_R^2}{H_D + \lambda} - \frac{G^2}{H + \lambda})
      end
       // enumerate missing value goto left
      G_R \leftarrow 0, \ H_R \leftarrow 0
      for j in sorted(I_k, descent order by \mathbf{x}_{jk}) do
            G_R \leftarrow G_R + g_j, \ H_R \leftarrow H_R + h_j
           G_L \leftarrow G - G_R, \ H_L \leftarrow H - H_R

score \leftarrow \max(score, \frac{G_L^2}{H_L + \lambda} + \frac{G_R^2}{H_R + \lambda} - \frac{G^2}{H + \lambda})
       end
 end
```

Output: Split and default directions with max gain

这个算法实际上做的是一件非常简单的事情。对于第k个特征,我们首先将样本中第k个特征的特征值为 缺失值的样本全部剔除。然后我们正常进行样本划分。最后,我们做两个假设,一个是缺失值全部摆左 子结点,一个是摆右子节点。哪一个得到的增益大,就代表这个特征最好的划分。总结一下,就是缺失 值都摆一起,选最好的情况

注意:对于加权分位法中对于特征值的排序,缺失值不参与。也就是说缺失值不会作为分裂点。gblinear将缺失值视为0。

### shrinkage (收缩率)

shrinkage(收缩率)是一个对于"弱学习器"的权重值。shrinkage的目的是防止过拟合,具体公式如下。解释一下,就是对每个"弱学习器"的预测值乘 $\eta$  ,来缩小预测值( $0<\eta<=1$ ),达到防止过拟合的效果。

$$\hat{y}_i^t = \hat{y}_i^{(t-1)} + \eta f_t(x_i)$$

## 超参数/参数

超参数的训练是模型训练中至关重要的一环。对于一个不变的数据集,超参数的设置决定了模型的效果。下面就来总结一下XGBoost中的超参数以及每个超参数的影响。

注意:下列表格中列出的超参数/参数的名称,会因为调用的包不同而有不一样的名称。表格的超参数以python中的XGBoost为准 (网页链接)

超参数	取值	影响
objective	常用: reg:logistic, binary:logistic, binary:logitraw, multi:softmax	根据你的目标进行选择,得到不同的结果,以及损失函数会不一样
n_estimators (sklearn-API), num_round	$(0,\infty]$	"弱学习器"的数量
base_score	default=0.5	所有实例的初始预测分数,如果"弱学习器"足够多,不会有影响
eval_metric	rmse, rmsle, mae, mape, mphe, logloss, error, error@t, merror, mlogloss, auc, aucpr	验证数据的评估指标
eta (learning_rate)	[0,1]	shrinkage中的 $\eta$ ,对每个学习器的权重;越小,越减少过拟合

超参数	取值	影响	
gamma	$[0,\infty]$	当一个结点的分裂,目标函数的增益大于"gamma" 才进行分裂;是一个模型复杂度惩罚项,越大,越 不分裂	
max_depth	$[0,\infty]$	树的最大深度,0表示没有限制	
min_child_weight	$[0,\infty]$	结点样本的 $h_i$ (偏差的二次导数)的和的最小值,也就是说如果结点的 $h_i$ 小于设定的值,就不分裂了。在线性回归中,可以理解为结点的样本数。越大,越不分裂	
max_delta_step	$[0,\infty]$	允许每个叶子输出的最大增量步长,适用于样本极度不平衡的时候。通常为0,表示不受限制。并且这个超参数通常不用。但当类极度不平衡时,它可能有助于逻辑回归。将其设置为 1-10 的值可能有助于控制模型。	
subsample	(0,1]	选择多少百分比的样本进行训练,每次训练一棵新的树,都会进行重新采样。用于防止过拟合;原理:基于部分数据产生的一棵新的树,都会作用在整个数据集上进行预测,这样可以得到所有样本的偏差,然后下一棵树在重新抽样	
sampling_method	uniform, gradient_based	uniform:每个训练实例被选中的概率相等。通常设置 subsample >= 0.5 以获得良好的结果;gradient_based:每个训练实例的选择概率与梯度的正则化绝对值成正比。这时可以subsample可以设置低到0.1也不会影响模型精度。只有当"tree_method"为"gpu_hist"才可以用这个方法,其他都只能用"uniform"	
colsample_bytree colsample_bylevel colsample_bynode	(0,1], default=1	对特征进行采样的方法。分步骤进行: 1、colsample_bytree: 采样一棵树能运用的特征; 2、colsample_bylevel: 对colsample_bytree后的结果,再次进行抽样,得到对一棵树某一层的结点能用的特征; 3、colsample_bynode: 基于colsample_bylevel的结果,进行抽样,得到这一层的这一个结点能用的特征。所以,如果{'colsample_bytree':0.5,'colsample_bylevel':0.5,'colsample_bylevel':0.5,'colsample_bynode':0.5},总共有64个特征,表示: 1、每棵树只能用0.5的特征数,等于32; 2、在0.5的特征数基础上,再取0.5的特征作为这一层的可选特征,等于16; 3、在某一层可选特征中,再选0.5作为这个结点的可选特征,等于8。	
lambda	$[0,\infty]$ , default=1	权重(叶子结点的预测值)的L2正则化参数;可以理解为:越大,目标函数越大	

超参数	取值	影响
alpha	$[0,\infty]$ , default=0	权重 (叶子结点的预测值) 的L1正则化参数; 可以理解为: 越大, 目标函数越大
sketch_eps	(0, 1], default=0.3	仅用于"updater=grow_local_histmaker"。用于精确控制分箱的数量(类似于 $\epsilon$ )
scale_pos_weight	$(0,\infty]$ , default=1	控制正负样本不平衡的情况,一般考虑值 为"sum(negative instances) / sum(positive instances)"
max_leaves	$[0,\infty]$ , default=0	最大叶子结点的数量,"tree_method=exact"不可 用
max_bin	$[0,\infty]$ , default=256	最大分箱数(其实就是分裂点的数目), "tree_method=hist,approx,gpu_hist"时可用
num_parallel_tree	$[0,\infty]$ , default=1	每次迭代并行生成多少棵树,仅支持"boosted random forest"

参数	取值	影响
booster	gbtree,gblinear,dart	XGBoost中的"弱学习器"的模型类型:树还是线性
verbosity	0, 1, 2, 3	训练的时候要显示什么信息,数字越 大,显示信息越详细
nthread	int	选择线程数
disable_default_eval_metric	0, 1	是否禁用默认的指标,0为false,1 为True
tree_method	auto, exact, approx, hist, gpu_hist,	exact: 精确贪心算法 approx: 使用分位数草图和梯度直 方图的近似贪心算法(就是加权分类法),是全局策略的 hist: 更快的直方图优化近似贪心算法,使用的是用户提高的权重,而不是 $h_i$ ,全局策略 gpu_hist: 基于GPU实现hist auto: 根据数据集大小,自动选择方法; 小数据集,使用exact; 较大数据集,使用approx; 大数据集,使用hist或者gpu_hist

参数	取值	影响
updater	grow_local_histmaker, prune, refresh, sync	要使用这个参数,得设置参数 "process——type": {"process_type": "update", "updater": " [grow_local_histmaker, prune, refresh, sync]"} grow_local_histmaker: 近似算法, 局部策略(很少使用)
refresh_leaf	0,1	当"updater=refresh"可用, refresh_leaf=1,更新树叶和树结点 的统计信息;refresh_leaf=0,仅更 新结点的统计信息
process_type	default,update	default表示用正常的去生成树, update表示用"updater"中的参数方 法
grow_policy	depthwise (default) , lossguide	当"tree_method= [hist,approx,gpu_hist]"时可用。 depthwise:倾向于在离根结点近的 地方进行分裂(深度优先,保证平 衡) lossguide:倾向于在目标函数变化 最大的结点处分裂(可能会使树不平
predictor	auto,cpu_predictor,gpu_predictor	auto:自动选择。如果" tree_method=gpu_hist",提供基于GPU的预测,而无需复制所有数据到GPU内存 cpu_predictor:多核cpu预测 gpu_predictor:当" tree_method=gpu_hist"时可用。将所有数据复制到GPU中进行预测
monotone_constraints		变量单调性的约束,有关详细信息, 请参阅 <u>单调约束</u> 。
interaction_constraints		表示允许交互的交互约束。约束必须以嵌套列表的形式指定,例如,其中每个内部列表是一组允许相互交互的特征索引。[[0,1],[2,3,4]]`,有关详细信息,请参阅特征交互约束。
enable_categorical	True or False	输入的变量是否是分类变量。如果已 经做了one-hot就不用设置为True了
max_cat_to_onehot	int	设置阈值,小于阈值的分类变量的值 会做ont-hot。反之,不做,该数值 会被划分到子节点
seed	random	随机数种子

Exact	Approx	Hist	GPU Hist	
grow_policy	Depthwise	depthwise/lossguide	depthwise/lossguide	depthwise/lossguide
max_leaves	F	Т	Т	Т
sampling method	uniform	uniform	uniform	gradient_based/uniform
categorical data	F	Т	Т	Т
External memory	F	Т	Т	P (部分支持)
Distributed(分布式)	F	Т	Т	Т

# References

[1] Tianqi Chen,Carlos Guestrin. XGBoost: A Scalable Tree Boosting System.