

### Classification Methods in Scikit-Learn

### Scikit-Learn 分类

k最近邻、朴素贝叶斯、支持向量机、核技巧



错误,是进步的代价。

Error is the price we pay for progress.

—— 阿尔弗雷德·怀特海 (Alfred Whitehead) | 英国数学家、哲学家 | 1861 ~ 1947



- matplotlib.colors.ListedColormap() 创建离散颜色映射的函数。函数接受一个颜色列表作为输入,并生成一个 离散的颜色映射对象,用于在可视化中区分不同的类别或数据值
- ◀ sklearn.datasets.load\_iris() 加载鸢尾花数据
- ◀ sklearn.naive\_bayes.GaussianNB() 实现高斯朴素贝叶斯分类器算法
- ◀ sklearn.neighbors.KNeighborsClassifier() 实现 k 最近邻分类器算法
- ◀ sklearn.svm.SVC() 实现支持向量机分类器算法



### 32.1 什么是分类?

本书前文介绍过,分类 (classification) 是有监督学习 (supervised learning) 中的一类问题。分类是指根据给定的数据集,通过对样本数据的学习,建立分类模型来对新的数据进行分类的过程。

如图 1 所示,大家已经清楚鸢尾花数据集分三类 (setosa ●、versicolor ●、virginica ●)。以花萼长度 (sepal length)、花萼宽度 (sepal width) 作为特征,大家如果采到一朵鸢尾花,花萼长度为 6.5 厘米,花瓣长度为 4.0 厘米。图 1 中 × 又叫查询点 (query point)。

根据已有数据,猜测这朵鸢尾花属于 setosa ●、versicolor ●、virginica ●三类的哪一类可能性性更大,这就是分类问题。

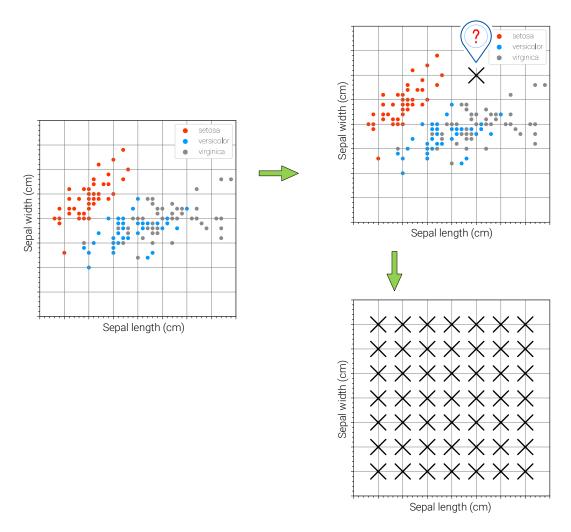


图 1. 用鸢尾花数据介绍分类算法

决策边界 (decision boundary) 是分类模型在特征空间中划分不同类别的分界线或边界。通俗地说,决策边界就像是一道看不见的墙,把不同类别的数据点分隔开。

本 PDF 文件为作者草稿,发布目的为方便读者在移动终端学习,终稿内容以清华大学出版社纸质出版物为准。版权归清华大学出版社所有,请勿商用,引用请注明出处。

代码及 PDF 文件下载: https://github.com/Visualize-ML

本书配套微课视频均发布在 B 站——生姜 DrGinger: https://space.bilibili.com/513194466

对于鸢尾花数据集,决策边界就是将 setosa •、versicolor •、virginica • 这三类点"尽可能准确地"区分开的线或曲线。大家会在本章中看到,为了获得不同算法的决策边界,我们一般会用 numpy.meshgrid() 生成一系列均匀网格数据,然后再分别预测每个网格点的分类,以此划定决策边界。

在简单的情况下,决策边界可能是一条直线;但在复杂的问题中,决策边界可能是一条弯曲的曲线,甚至是多维空间中的超平面。

模型训练过程就是调整模型的参数,使得决策边界能够最好地拟合训练数据,并且在未见过的数据上也能表现良好。

要注意的是,决策边界的好坏直接影响分类模型的性能。一个良好的决策边界能够很好地将数据分类,而一个不合适的决策边界可能导致模型预测错误。因此,选择合适的分类算法和调整模型参数是非常重要的,以获得有效的决策边界和准确的分类结果。

下面我们就用最通俗的语言,以几乎没有数学公式的方式,介绍几种常用分类算法。

## 32.2 k 最近邻分类:近朱者赤,近墨者黑

k 最近邻分类 (k-nearest neighbors), 简称 kNN。

kNN 思路很简单——"近朱者赤,近墨者黑"。更准确地说,小范围投票,少数服从多数 (majority rule),如图 2 所示。k 是参与投票的最近邻的数量,k 为用户输入值。

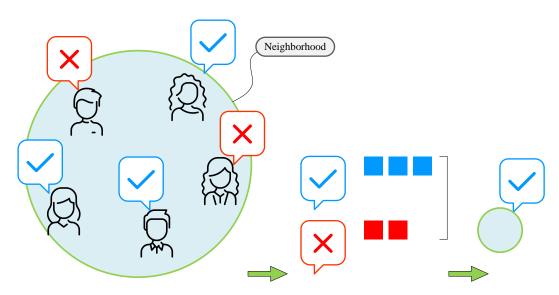


图 2. k近邻分类核心思想--小范围投票,少数服从多数

最近邻数量 k 直接影响查询点分类结果;因此,选取合适 k 值格外重要。

图 3 所示为 k 取四个不同值时,查询点 × 预测分类结果变化情况。如图 3 (a) 所示,当 k = 4 时,查询点 × 近邻中,3 个近邻为 • ( $C_1$ ),1 个近邻为 • ( $C_2$ );采用等权重投票,查询点 × 预测分类为• ( $C_1$ )。

本 PDF 文件为作者草稿,发布目的为方便读者在移动终端学习,终稿内容以清华大学出版社纸质出版物为准。

版权归清华大学出版社所有,请勿商用,引用请注明出处。

代码及 PDF 文件下载: https://github.com/Visualize-ML

本书配套微课视频均发布在 B 站——生姜 DrGinger: https://space.bilibili.com/513194466

当近邻数量 k 提高到 8 时,近邻社区中,4 个近邻为 ●  $(C_1)$ ,4 个近邻为 ●  $(C_2)$ ,如图 3 (b) 所示;等权重投票的话,两个标签各占 50%。因此 k=8 时,查询点 × 恰好在决策边界上。

如图 3 (c) 所示, 当 k=12 时, 查询点 × 近邻中 5 个为 • ( $C_1$ ), 7 个为 • ( $C_2$ ); 等权重投票条件下, 查询点 × 预测标签为 • ( $C_2$ )。当 k=16 时, 如图 3 (c) 所示, 查询点 × 预测标签同样为 • ( $C_2$ )。

k-NN 算法选取较小的 k 值虽然能准确捕捉训练数据的分类模式; 但是, 缺点也很明显, 容易受到噪声影响。

→ 鸢尾花书《机器学习》会专门介绍 k-NN 算法。

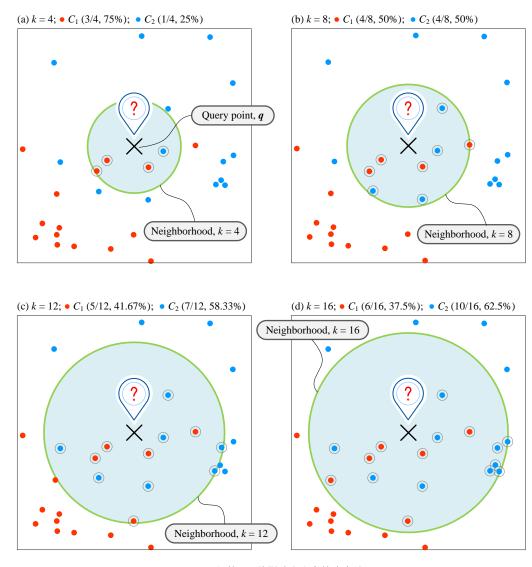


图 3. 近邻数量 k 值影响查询点的分类结果

图 4 所示为利用 kNN 算法确定的鸢尾花数据决策区域和决策边界。

本 PDF 文件为作者草稿,发布目的为方便读者在移动终端学习,终稿内容以清华大学出版社纸质出版物为准。版权归清华大学出版社所有,请勿商用,引用请注明出处。 代码及 PDF 文件下载: https://github.com/Visualize-ML 本书配套微课视频均发布在 B 站——生姜 DrGinger: https://space.bilibili.com/513194466 欢迎大家批评指教,本书专属邮箱: jiang.visualize.ml@gmail.com

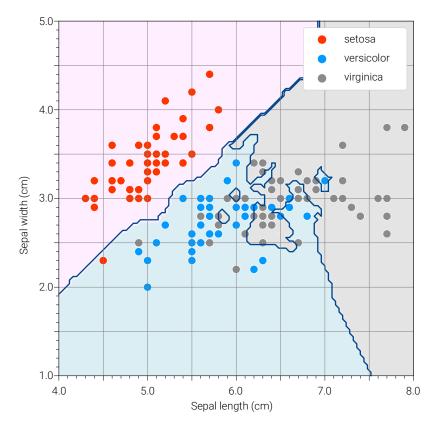


图 4. 根据花萼长度、花萼宽度, 用 k-NN 算法确定决策边界

图 5 为对应的代码。下面介绍其中重要的语句。

- ⓐ利用 sklearn.datasets.load\_iris() 加载了鸢尾花数据集。本书前文介绍过,在 scikit-learn 中,datasets 模块提供了一些经典的示例数据集。 ⓑ提取了鸢尾花数据集的前两列 -- 花萼长度、花萼宽度--作为分类特征。 ❻提取鸢尾花分类标签。
  - ₫用 numpy.meshgrid() 生成网格化数据,这些就是用来预测分类的查询点。
- f 用 sklearn.neighbors.KNeighborsClassifier(k\_neighbors) 创建了一个 k 最近邻分类器对象 kNN,并将 k\_neighbors 作为参数传递给这个分类器。这里的 k\_neighbors 指定了算法中要使用的最近邻居数量。
- ① 这行代码用训练数据 X 和相应的标签 y 来训练 k 最近邻分类器 kNN。在训练过程中,分类器会学习如何根据特征向量 X 将其分配到相应的标签 y 上。
- <sup>●</sup>利用 numpy.c<sub>-</sub>() 将两个一维数组按列合并,形成一个新的二维数组,即查询点。numpy.ravel() 函数将二维数组展平成一维数组。
- ① 这行代码用之前训练好的 k 最近邻分类器 kNN 对查询点进行预测,得到预测的标签  $y_predict$ 。 ① 利用  $numpy_predict$  ,将预测的标签  $y_predict$  调整为与 xx1 相同形状,以便后续可视化。

本 PDF 文件为作者草稿,发布目的为方便读者在移动终端学习,终稿内容以清华大学出版社纸质出版物为准。

版权归清华大学出版社所有,请勿商用,引用请注明出处。

代码及 PDF 文件下载: https://github.com/Visualize-ML

本书配套微课视频均发布在 B 站——生姜 DrGinger: https://space.bilibili.com/513194466

```
import numpy as np
  import matplotlib.pyplot as plt
  import seaborn as sns
  from matplotlib.colors import ListedColormap
  from sklearn import neighbors, datasets
  # 导入并整理数据
a iris = datasets.load_iris()
D X = iris.data[:, :2]
y = iris.target
  # 生成网格化数据
  x1_array = np.linspace(4,8,101)
                                                              В
  x2\_array = np.linspace(1,5,101)
\mathbf{d} xx1, xx2 = np.meshgrid(x1_array,x2_array)
                                                      G
  # 创建色谱
  rgb = [[255, 238, 255],
          [219, 238, 244],
          [228, 228, 228]]
  rgb = np.array(rgb)/255.
cmap_light = ListedColormap(rgb)
  cmap\_bold = [[255, 51, 0],
                [0, 153, 255],
                [138,138,138]]
  cmap_bold = np.array(cmap_bold)/255.
  k_neighbors = 4 # 定义kNN近邻数量k
  # 创建kNN分类器对象
f kNN = neighbors.KNeighborsClassifier(k_neighbors)
① kNN.fit(X, y) # 用训练数据训练kNN
\mathbf{h} q = np.c_[xx1.ravel(), xx2.ravel()]
  # 用kNN对一系列查询点进行预测
y_predict = kNN.predict(q)
y_predict = y_predict.reshape(xx1.shape)
  fig, ax = plt.subplots()
plt.contourf(xx1, xx2, y_predict, cmap=cmap_light)
plt.contour(xx1, xx2, y_predict, levels=[0,1,2], -
               colors=np.array([0, 68, 138])/255.)
sns.scatterplot(x=X[:, 0], y=X[:, 1],
                   hue=iris.target_names[y],
                   ax = ax
                   palette=dict(setosa=cmap_bold[0,:],
                   versicolor=cmap_bold[1,:],
                   virginica=cmap_bold[2,:]),
                   alpha=1.0,
                   linewidth = 1, edgecolor=[1,1,1]
  plt.xlim(4, 8); plt.ylim(1, 5)
  plt.xlabel(iris.feature_names[0])
  plt.ylabel(iris.feature_names[1])
  ax.grid(linestyle='--', linewidth=0.25,
           color=[0.5, 0.5, 0.5])
  ax.set_aspect('equal', adjustable='box')
```

本 PDF 文件为作者草稿,发布目的为方便读者在移动终端学习,终稿内容以清华大学出版社纸质出版物为准。版权归清华大学出版社所有,请勿商用,引用请注明出处。 代码及 PDF 文件下载: https://github.com/Visualize-ML

本书配套微课视频均发布在B站——生姜 DrGinger: https://space.bilibili.com/513194466

图 5. 根据花萼长度、花萼宽度,用 k-NN 算法确定决策边界;



### 高斯朴麦贝叶斯分类: 贝叶斯定理的应用

高斯朴素贝叶斯分类 (Gaussian Naive Bayes, GNB) 是一种基于贝叶斯定理 (Bayes' theorem) 的分类算法。



#### 什么是贝叶斯定理?

贝叶斯定理是一种概率论中用于计算条件概率的重要公式。它描述了在已知某个条件下,另一事件发生的概率。根据贝叶斯定 理,我们可以通过已知的先验概率和条件概率,来计算更新后的后验概率。这个定理在统计学、机器学习和人工智能等领域广泛 应用, 尤其在贝叶斯推断和贝叶斯分类中起着重要作用。

贝叶斯定理、贝叶斯分类、贝叶斯推断中有两个重要概念--先验概率 (prior probability)、 后验概率 (posterior probability)。

先验概率是指在考虑任何新证据之前,我们对一个事件或假设的概率的初始估计。它基于以前的经 验、先前的观察或领域知识。这种概率是"先验"的,因为它不考虑新数据或新证据,只是基于我们事先 已经了解的信息。先验概率可以帮助我们在没有新数据时做出初步的估计。

假设我们要研究某地区的流感发病率。在流感季节之前,我们可能会查阅历史数据、了解流感传播 的模式以及人口的健康状况,从而得出在流感季节中某人患上流感的初始估计概率,这就是先验概率。

后验概率是指在考虑了新证据或数据后,我们对一个事件或假设的概率进行更新后的估计。在得到 新的信息后,我们根据贝叶斯定理来更新先验概率,以得到后验概率。贝叶斯定理将先验概率和新的证 据结合起来,提供了一个更准确的概率估计。

在流感季节中,我们开始收集实际发病数据,比如每天有多少人确诊患上流感。根据这些新数据, 我们可以使用贝叶斯定理来更新先前的先验概率,得到一个更准确的后验概率,以更好地预测未来发病 率或做出相关决策。

图 6 所示为高斯朴素贝叶斯分类的流程图。

高斯朴素贝叶斯分类假设每个特征在给定类别下是条件独立的,即给定类别的情况下,每个特征与 其他特征之间条件独立。这便是高斯朴素贝叶斯分类中"朴素"两个字的来由。然后,将每个类别的特征 分布建模为高斯分布,这则是高斯朴素贝叶斯分类中"高斯"两个字的来由。

以图 6 为例,给定标签为  $C_1$  (红色点),分别独立获得  $f_{X_1|Y}(x_1 \mid C_1)$  和  $f_{X_2|Y}(x_2 \mid C_1)$ 。假设条件独立,  $f_{Y,X_1,X_2}(C_1, x_1, x_2) = p_Y(C_1) \cdot f_{X_1|Y}(x_1 \mid C_1) \cdot f_{X_2|Y}(x_2 \mid C_1)_{\circ}$ 

大家如果对上述内容有疑惑的话,请参考鸢尾花书《统计至简》第18、19章。

在训练时,算法从训练数据中学习每个类别的各个特征的(条件)均值和方差,用于计算每个特 征在该类别下的概率密度函数。

当有新的未标记样本输入时,算法将计算该样本在每个类别下的条件概率 (后验概率), 并选择具 有最高概率的类别作为预测结果。

本 PDF 文件为作者草稿,发布目的为方便读者在移动终端学习,终稿内容以清华大学出版社纸质出版物为准。

版权归清华大学出版社所有,请勿商用,引用请注明出处。

代码及 PDF 文件下载: https://github.com/Visualize-ML

本书配套微课视频均发布在 B 站——生姜 DrGinger: https://space.bilibili.com/513194466

高斯朴素贝叶斯分类算法的优点是简单快速、易于实现和适用于高维数据。它还能够处理连续型数据,因为它假设数据分布是高斯分布。

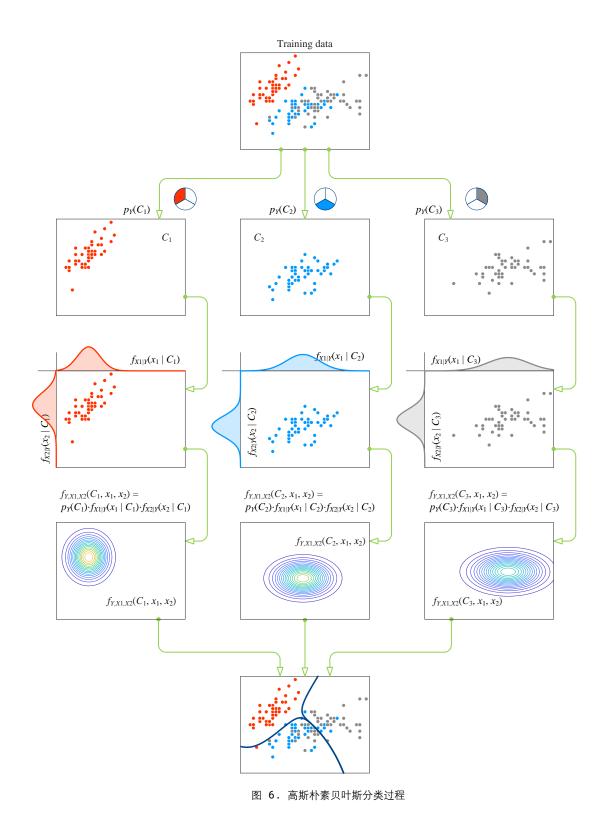


图 7 所示为利用高斯朴素贝叶斯分类算法获得的决策边界。

本 PDF 文件为作者草稿,发布目的为方便读者在移动终端学习,终稿内容以清华大学出版社纸质出版物为准。版权归清华大学出版社所有,请勿商用,引用请注明出处。 代码及 PDF 文件下载: https://github.com/Visualize-ML

本书配套徽课视频均发布在B站——生姜 DrGinger: https://space.bilibili.com/513194466 欢迎大家批评指教,本书专属邮箱: jiang.visualize.ml@gmail.com

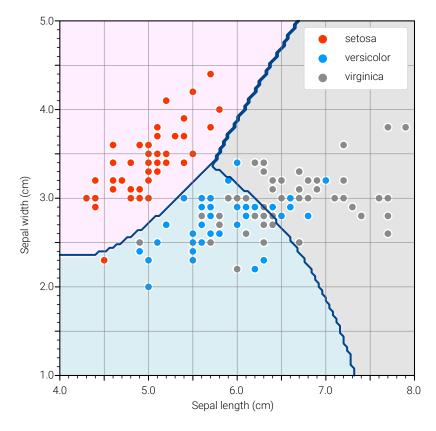


图 7. 根据花萼长度、花萼宽度,用高斯朴素贝叶斯算法确定决策边界

图 8 所示为高斯朴素贝叶斯分类算法部分代码,请大家用图 8 替换图 5 对应语句。图 8 代码相对简单,请大家自行分析并逐行注释。



图 8. 用高斯朴素贝叶斯算法确定决策边界,部分代码;

# 32.4 支持向量机:间隔最大化

图 9 所示为支持向量机 (Support Vector Machine, SVM) 核心思路。

本 PDF 文件为作者草稿,发布目的为方便读者在移动终端学习,终稿内容以清华大学出版社纸质出版物为准。版权归清华大学出版社所有,请勿商用,引用请注明出处。 代码及 PDF 文件下载: https://github.com/Visualize-ML 本书配套徵课视频均发布在 B 站——生姜 DrGinger: https://space.bilibili.com/513194466 欢迎大家批评指教,本书专属邮箱: jiang.visualize.ml@gmail.com

如图 9 所示,一片湖面左右散布着蓝色 ● 红色 ● 礁石,游戏规则是,皮划艇以直线路径穿越水 道,保证船身恰好紧贴礁石。寻找一条路径,让该路径通过的皮划艇宽度最大。很明显,图 9 (b)中 规划的路径好于图 9 (a)。

图 9 (b) 中加黑圈 ○ 的五个点,就是所谓的支持向量 (support vector)。

图 9 中深蓝色线,便是决策边界,也称分离超平面 (separating hyperplane)。特别提醒大 家注意一点,加黑圈 o 支持向量确定决策边界位置;其他数据并没有起到任何作用。因此,SVM对于 数据特征数量远高于数据样本量的情况也有效。

图 9 中两条虚线之间宽度叫做间隔 (margin)。支持向量机的优化目标为一间隔最大化。

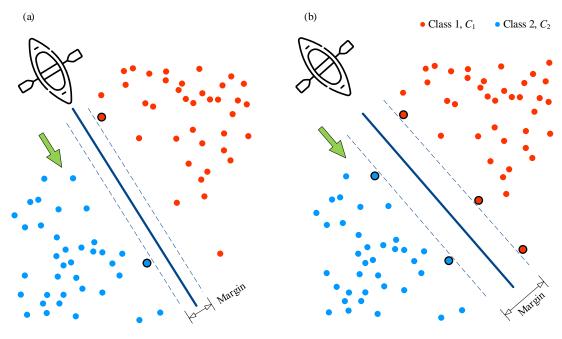


图 9. 支持向量机原理

从数据角度,图 9两类数据用一条直线便可以分割开来,这种数据叫做线性可分 (linearly separable)。线性可分问题采用硬间隔 (hard margin); 白话说, 硬间隔指的是, 间隔内没有数 据点。

实践中,并不是所有数据都是线性可分。多数时候,数据线性不可分 (non-linearly separable)。如图 10 所示,不能找到一条直线将蓝色 ● 红色 ● 数据分离。

对于线性不可分问题,就要引入两种方法——软间隔 (soft margin) 和核技巧 (kernel trick)

本 PDF 文件为作者草稿,发布目的为方便读者在移动终端学习,终稿内容以清华大学出版社纸质出版物为准。 版权归清华大学出版社所有,请勿商用,引用请注明出处。 代码及 PDF 文件下载: https://github.com/Visualize-ML

本书配套微课视频均发布在 B 站——生姜 DrGinger: https://space.bilibili.com/513194466

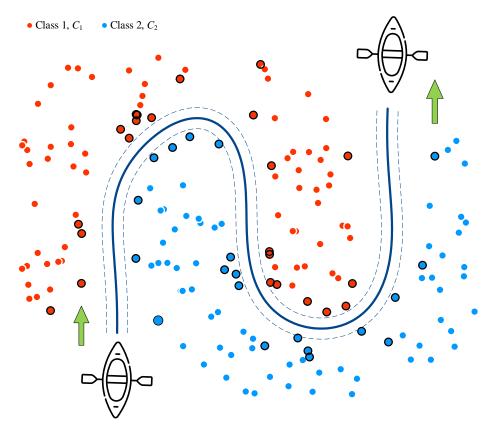
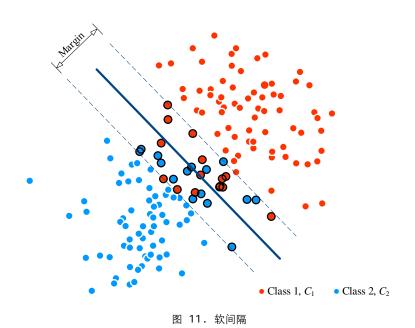


图 10. 线性不可分数据

白话说,如图 11 所示,软间隔相当于一个**缓冲区** (buffer zone)。软间隔存在时,用决策边界分离数据时,有数据点侵入间隔,甚至超越间隔带。



#### 图 12 所示用支持向量机确定的决策边界。

本 PDF 文件为作者草稿,发布目的为方便读者在移动终端学习,终稿内容以清华大学出版社纸质出版物为准。版权归清华大学出版社所有,请勿商用,引用请注明出处。

代码及 PDF 文件下载: https://github.com/Visualize-ML

本书配套微课视频均发布在B站——生姜 DrGinger: https://space.bilibili.com/513194466

欢迎大家批评指教,本书专属邮箱: jiang.visualize.ml@gmail.com

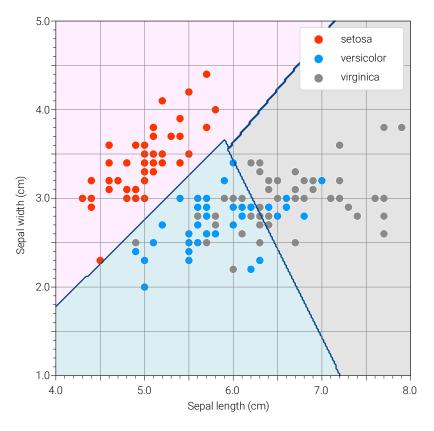


图 12. 根据花萼长度、花萼宽度,用支持向量机 (线性核, 默认) 算法确定决策边界

图 13 为支持向量机 (线性核) 算法部分代码,请大家用图 13 替换图 5 对应语句。线性核是 SVM 中最简单的核函数之一。它适用于处理线性可分的数据集,即可以通过一个直线 (在二维空间中)或一个超平面 (在高维空间中)将不同类别的样本点分开。



图 13. 用支持向量机 (线性核, 默认) 算法确定决策边界, 部分代码;

### 32.5 核技巧:数据映射到高维空间

核技巧将数据映射到高维特征空间,相当于数据升维。如图 14 所示,样本数据有两个特征,用平面可视化数据点位置。很明显图 14 给出的原始数据线性不可分。

本 PDF 文件为作者草稿,发布目的为方便读者在移动终端学习,终稿内容以清华大学出版社纸质出版物为准。

版权归清华大学出版社所有,请勿商用,引用请注明出处。

代码及 PDF 文件下载: https://github.com/Visualize-ML

本书配套微课视频均发布在 B 站——生姜 DrGinger: https://space.bilibili.com/513194466

采用核技巧,将图 14 二维数据,投射到三维核曲面上;很明显,在这个高维特征空间,容易找到某个水平面,将蓝色 • 红色 • 数据分离。利用核技巧,分离线性不可分数据变得更容易。

通常,采用支持向量机解决线性不可分问题,需要并用软间隔和核技巧。如图 15 所示, SVM 分类 环形数据中,核技巧配合软间隔。

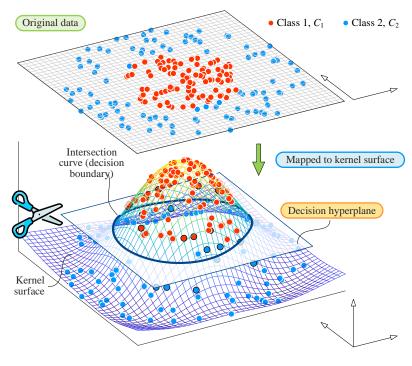


图 14. 核技巧原理

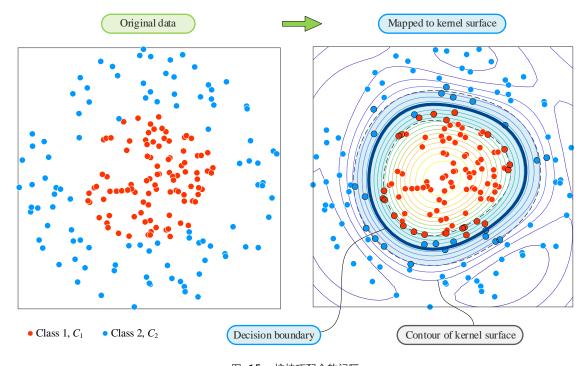


图 15. 核技巧配合软间隔

本 PDF 文件为作者草稿,发布目的为方便读者在移动终端学习,终稿内容以清华大学出版社纸质出版物为准。版权归清华大学出版社所有,请勿商用,引用请注明出处。

代码及 PDF 文件下载: https://github.com/Visualize-ML

本书配套微课视频均发布在 B 站——生姜 DrGinger: https://space.bilibili.com/513194466

欢迎大家批评指教,本书专属邮箱: jiang.visualize.ml@gmail.com

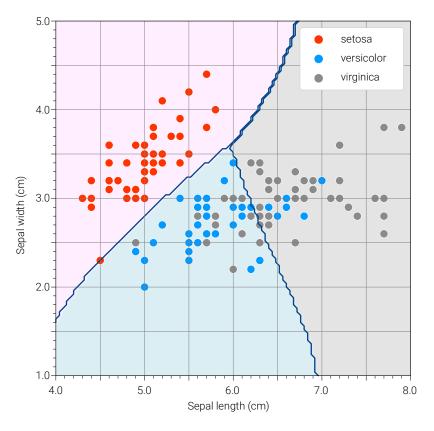


图 16. 根据花萼长度、花萼宽度,用支持向量机 (高斯核) 算法确定决策边界

图 17 代码采用高斯核完成支持向量机算法并确定决策边界,请大家自行分析。

高斯核,也称为径向基核 (Radial Basis Function Kernel),是 SVM 中常用的非线性核函 数。它能够将数据映射到无穷维的特征空间,从而在低维空间中不可分的数据变得线性可分。



图 17. 用支持向量机 (高斯核) 算法确定决策边界, 部分代码;



#### 请大家完成如下题目。

- Q1. 修改图 5 代码, 调整 kNN 近邻数量, 比如说尝试 6、7、8、9 等等, 然后说明 kNN 近邻数量对决 策边界的影响。
- Q2. 使用图 17 代码中的高斯核支持向量机时,请调整参数 gamma 的取值,并观察 gamma 大小对决策 边界影响。
- \* 题目很基础,本书不给答案。



本章几乎在"零公式"的条件下,给大家介绍了机器学习中三个特别重要的分类方法——k 最近邻、高 斯朴素贝叶斯分类、支持向量机。

简单来说, k 最近邻分类的核心思想就是"近朱者赤, 近墨者黑", 小范围投票, 少数服从多数。本章 在利用 k 最近邻完成分类时,用的距离是默认的欧氏距离。鸢尾花书中,会不断地给大家介绍各种各样 其他形式的距离,以及它们背后的数学原理。

高斯朴素贝叶斯分类提到了两个重要人名——高斯、贝叶斯。在鸢尾花书《统计至简》中,高斯和 贝叶斯是最重要的两个人物。这本书中,我们会用多元高斯分布帮助大家"升维",用贝叶斯定理完成分 类和推断。本章介绍的高斯朴素贝叶斯分类算法则是两者的完美合体。

支持向量机的原理也很简单——间隔最大化。想要理解支持向量机算法背后主要数学工具都在鸢尾 花书《矩阵力量》中。在介绍支持向量机时,我们还聊了聊核技巧。核技巧是一种通过将数据映射到高 维特征空间来处理非线性问题的方法,也离不开线性代数工具。