

# SPC. Ćwiczenie 5. Estymacja. Metoda NK

Lev Sergeyev

06.12.2019, pt/TN 13:15

## 1 Standardowa metoda NK (wersja off-line)

Dany jest obiekt:

$$y_n = a_1^* y_{n-1} + a_2^* y_{n-2} + b_0^* u_n + b_1^* u_{n-1} + z_n \quad (1)$$

Gdzie  $\mathbf{E}z = 0$

Dla obiektu dobrano takie parametry A i B, aby obiekt był stabilny:

$$\Theta^* = \begin{bmatrix} a_1^* \\ a_2^* \\ b_0^* \\ b_1^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Następnie, używając metody najmniejszych kwadratów, przeprowadzono estymację parametrów w obecności zakłóceń:

$$\Phi_N = \begin{bmatrix} Y_{N-1} & Y_{N-2} & U_N & U_{N-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_0 & y_{-1} & u_1 & U_0 \\ y_1 & y_0 & u_2 & U_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y_{n-1} & y_{n-2} & u_n & U_{n-1} \end{bmatrix} \quad (3)$$

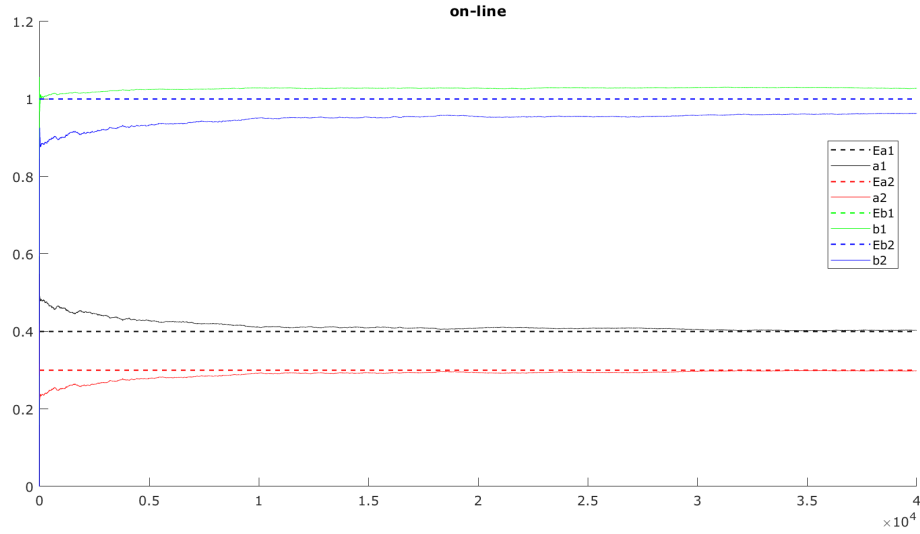
$$\hat{\Theta} = (\Phi_N^T \Phi_N)^{-1} \Phi_N^T Y_N = \begin{bmatrix} 0.398 \\ 0.3 \\ 0.985 \\ 1.02 \end{bmatrix} \quad (4)$$

## 2 Rekurencyjna metoda NK (wersja on-line)

$$\hat{\Theta}_n = \hat{\Theta}_{n-1} + P_n \phi_n (y_n - \phi_n^T \hat{\Theta}_{n-1}) \quad (5)$$

$$P_n = P_{n-1} - \frac{P_{n-1} \phi_n \phi_n^T P_{n-1}}{1 + \phi_n^T P_{n-1} \phi_n} \quad (6)$$

$$\phi_n = \begin{bmatrix} y_{n-1} \\ y_{n-2} \\ u_n \\ u_{n-1} \end{bmatrix}, \hat{\Theta}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, P_0 = \begin{bmatrix} 1000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1000 \end{bmatrix} \quad (7)$$



Rysunek 1: Estymacja metodą NK on-line

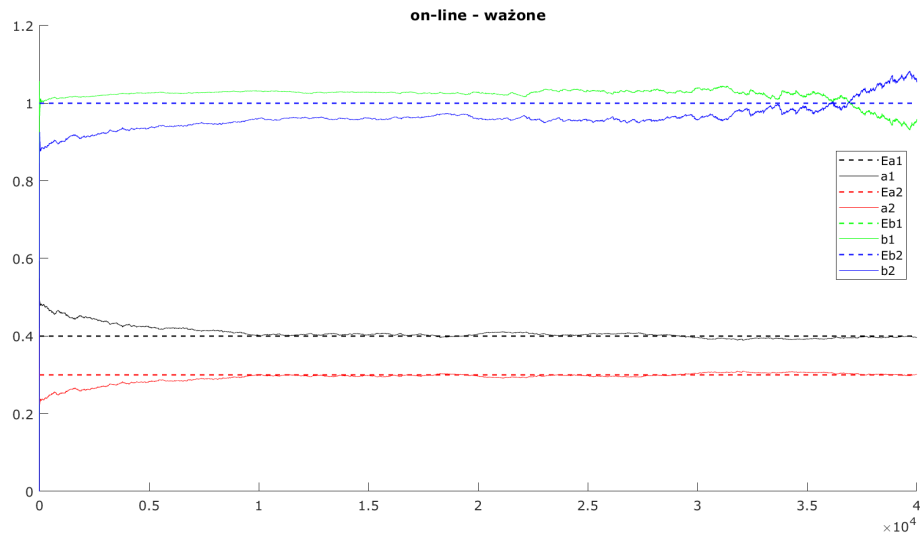
## 2.1 Ważona metoda NK

Do rekurencyjnej metody najmniejszych kwadratów dodana została waga  $\lambda$ :

$$P_n = \frac{1}{\lambda} \left( P_{n-1} - \frac{P_{n-1} \phi_n \phi_n^T P_{n-1}}{\lambda + \phi_n^T P_{n-1} \phi_n} \right) \quad (8)$$

## 2.2 Obiekt stacjonarny

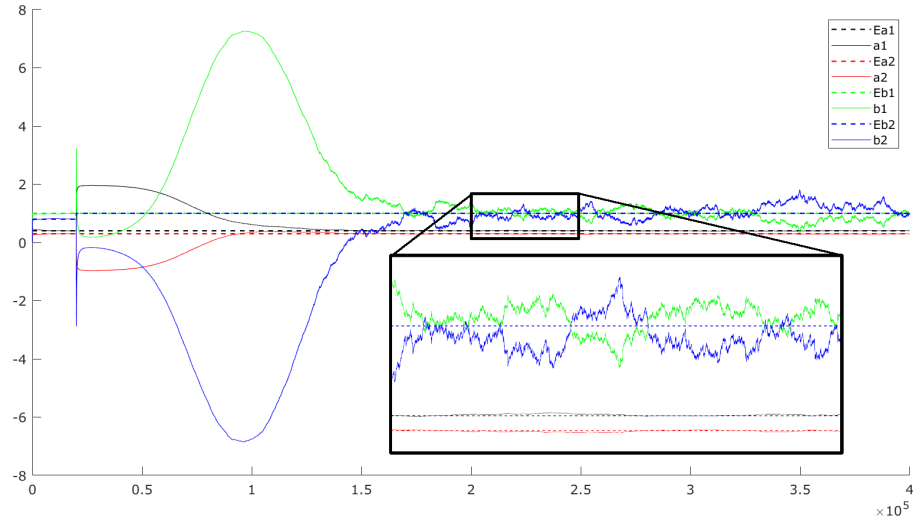
Dla  $\lambda = 0.9999$ :



Rysunek 2: Estymacja metodą ważoną NK on-line

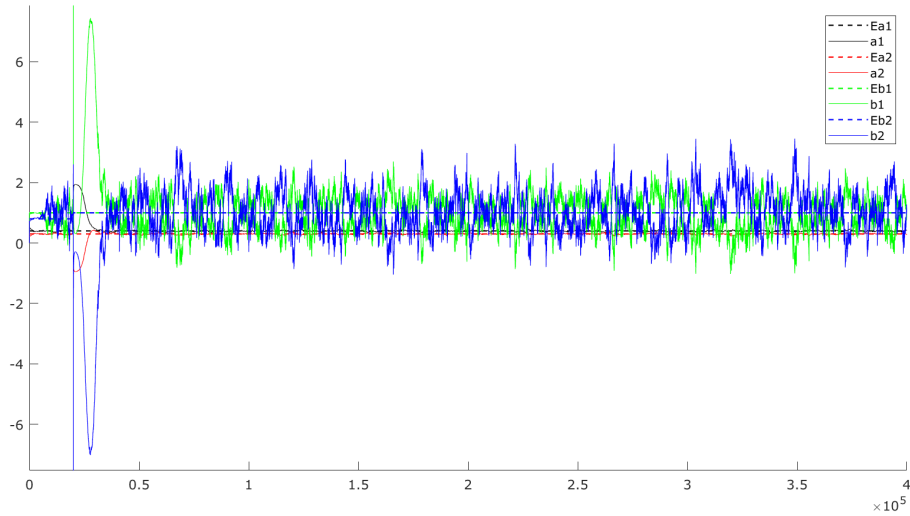
## 2.3 Obiekt niestacjonarny

Dla  $\lambda = 0.9999$ :



Rysunek 3: Estymacja metodą ważoną NK on-line

Dla  $\lambda = 0.999$ :



Rysunek 4: Estymacja metodą ważoną NK on-line

## 3 Wnioski

Wynik uzyskany po estymacji metodą NK off-line wskazuje na skuteczność użytej metody.

Dla rekurencyjnej metody NK wynik na końcu jest zbliżony do metody standardowej, ale zależy od warunków początkowych w tym od  $\hat{\Theta}_0$ , źle dobrane warunki początkowe mogą sprowadzić

do wydłużenia czasu uzyskania poprawnego wyniku. Taka metoda nadaje się tylko do obiektów stacjonarnych, gdyż kumuluje wszystkie dotychczasowe pomiary z równą wagą.

Wprowadzenie wagi dla starszych pomiarów rozwiązuje powyżej opisany problem. Dla mniejszej  $\lambda$  jest szybsza adaptacja, ale estymator jest bardziej podatny na zakłócenia.