# SPC. Ćwiczenie 6. Systemy o złożonej strukturze. Sterowanie optymalne, wielowarstwowe

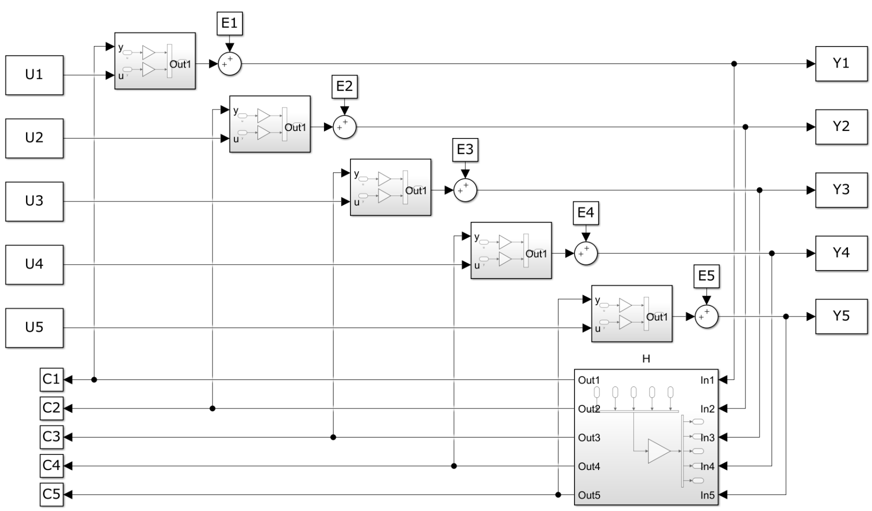
Lev Sergeyev

20.12.2019, pt/TN 13:15

## 1 Liniowy system statyczny o złożonej strukturze

Zaprojektowano model systemu statycznego o złożonej strukturze:

$$Y = KU = (\mathbf{I} - AH)^{-1}BU \tag{1}$$




Rysunek 1: Model systemu

Parametry systemu:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{2}$$

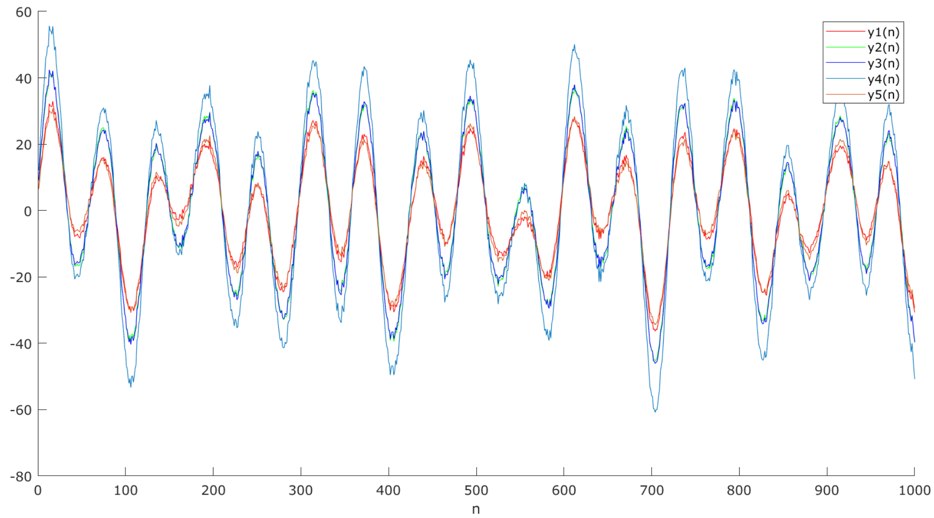
## 2 Identyfikowalność

Tw.

$$rank\, H_i A = \begin{bmatrix} K_1 & \cdots & K_{i-1} & K_{i+1} & \cdots & K_N \end{bmatrix} = dim\, u_i \tag{3}$$

pozwala na określenie identyfikowalności systemu.
Dla danego systemu, wszystkie równości:

$$rank\, H_i(\mathbf{I} - AH)^{-1} diag[B_1 \cdots B_{i-1}\ 0\ B_{i+1} \cdots B_n] = dim\, u_i \tag{4}$$




Rysunek 2: Odpowiedź na wymuszenie sinusoidalne

są prawdziwe. System jest identyfikowalny

# 3 Identyfikacja

Używając metody NK rzeprowadzono identyfikację systemu w obecności zakłóceń losowych:

$$\Phi_N = \begin{bmatrix} C_N & U_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_0 & u_0 \\ c_1 & u_1 \\ \vdots & \vdots \\ c_n & u_n \end{bmatrix} \tag{5}$$

$$\widehat{\Theta} = (\Phi_N^T \Phi_N)^{-1} \Phi_N^T Y_N = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \tag{6}$$

$$\widehat{\Theta}_1 = \begin{bmatrix} 1.0005 \\ 1.9855 \end{bmatrix}, \widehat{\Theta}_2 = \begin{bmatrix} 1.0091 \\ 2.9368 \end{bmatrix}, \widehat{\Theta}_3 = \begin{bmatrix} 1.0001 \\ 1.9605 \end{bmatrix}, \widehat{\Theta}_4 = \begin{bmatrix} 1.3 \\ 1.9789 \end{bmatrix}, \widehat{\Theta}_5 = \begin{bmatrix} 0.5003 \\ 1.9992 \end{bmatrix} \tag{7}$$

# 4 Sterowanie

Założono, wyjście żądane przyjmuje następujące wartości:

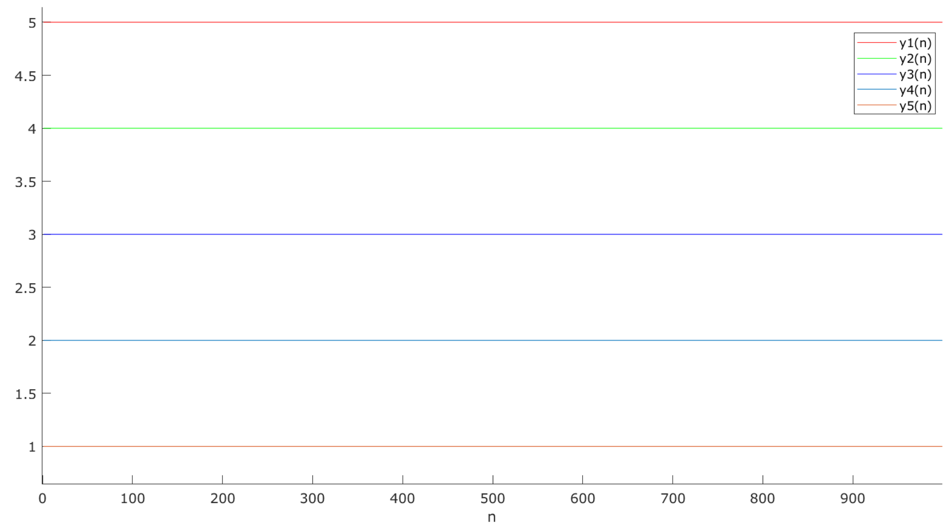
$$Y_z = \begin{bmatrix} y_{z1} \\ y_{z2} \\ y_{z3} \\ y_{z4} \\ y_{z5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{8}$$

Wysterować $U$ tak, aby ośiągnoć:

$$Q(u_1, u_2, u_3, u_4, u_5) = (y_1 - y_{z1})^2 + (y_2 - y_{z2})^2 + \cdots + (y_5 - y_{z5})^2) \rightarrow min \tag{9}$$

### 4.1 Sterowanie bez ograniczeń

$$U_{opt} = K^{-1}Y = ((\mathbf{I} - AH)^{-1}B)^{-1}Y = B^{-1}(\mathbf{I} - AH)Y = \begin{bmatrix} 2 \\ -1/3 \\ -0.5 \\ -0.95 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{10}$$




Rysunek 3: Sterowanie bez ograniczeń

### 4.2 Sterowanie z ograniczeniami

Wprowadzono ograniczenie:

$$u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 + u_5^2 \leqslant r \tag{11}$$

Przejście na współrzędne sferyczne V wymiaru:

$$\begin{gathered} u_1 = p\ cos\alpha \\ u_2 = p\ sin\alpha\ cos\beta \\ u_2 = p\ sin\alpha\ sin\beta\ cos\gamma \\ u_2 = p\ sin\alpha\ sin\beta\ sin\gamma\ cos\theta \\ u_2 = p\ sin\alpha\ sin\beta\ sin\gamma\ sin\theta \end{gathered} \tag{12}$$

wprowadza następujące ograniczenia:

$$\begin{gathered} p \in (0, r] \\ \alpha \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \\ \beta \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \\ \gamma \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \\ \theta \in [-\pi, \pi] \end{gathered} \tag{13}$$

## 5 Wnioski

System o złożonej strukturze (kaskada z zprzężeniem zwrotnym) z pełną macierzą połączeń $H$ może być stabilny.

Aby poszczegulne podsystemy systemu o złożonej strukturze były identyfikowalne, system złożony musi spełniać warunki identyfikowalności.

Identyfikacja metodą NK i sterowanie zakończyło się powodzeniem.