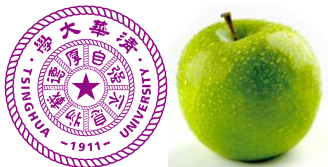


THUSC2017-dls

$n+e$

Tsinghua University

2017 年 5 月 21 日



① 题意简述

② 得分情况

③ 算法分析

- 题面是真实的，dls 的确甩锅跑路了。
- 求 L 到 R 这 $R-L+1$ 个数中，一共有多少个子集，满足子集中的数的乘积是完全平方数。
- 多组数据， $1 \leq L \leq R \leq 10^7$ ， $T \leq 100$

① 题意简述

② 得分情况

③ 算法分析

- 有效样本数: 168
- 平均分: 23.125
- 最高分: 70

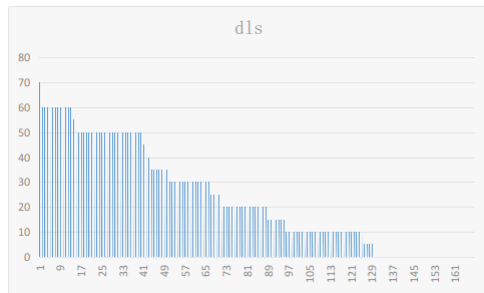


图: 分数分布情况

① 题意简述

② 得分情况

③ 算法分析

算法一

算法二

算法三

算法四

算法五

算法六

① 题意简述

② 得分情况

③ 算法分析

算法一

算法二

算法三

算法四

算法五

算法六

- 对于测试点 1, 2, $R \leq 30$

- 对于测试点 1, 2, $R \leq 30$
- 写个 $O(2^{R-L+1})$ 的暴力，打个表就能过。

- 对于测试点 5, 6, $R - L \leq 22$

- 对于测试点 5, 6, $R - L \leq 22$
- 很遗憾，出题人的暴力只能够通过 $R - L \leq 21$ 的数据，因此这部分数据不是给纯暴力的

① 题意简述

② 得分情况

③ 算法分析

算法一

算法二

算法三

算法四

算法五

算法六

- 对于测试点 3,7,8, 保证答案不会太大。

- 对于测试点 3, 7, 8, 保证答案不会太大。
- 只要在暴力的基础上加一个剪枝：按照最大素因子从大到小排序，按照这个顺序搜索，如果有一个素因子不满足就 `break`，这样即可通过 3, 5, 6, 7, 8 这几个测试点，得到 35 分。

① 题意简述

② 得分情况

③ 算法分析

算法一

算法二

算法三

算法四

算法五

算法六

- 对于前 10 个测试点，满足 $R \leq 10^3$

- 对于前 10 个测试点，满足 $R \leq 10^3$
- 设 x_i 表示第 i 个数是否需要取，以 $L = 1, R = 12$ 为例：

对于质数 2 $x_2 \text{ xor } x_6 \text{ xor } x_8 \text{ xor } x_{10} = 0$

对于质数 3 $x_3 \text{ xor } x_6 \text{ xor } x_{12} = 0$

对于质数 5 $x_5 \text{ xor } x_{10} = 0$

对于质数 7 $x_7 = 0$

对于质数 11 $x_{11} = 0$

- 解这个异或方程组，可以发现只有 7 个自由元，因此答案是 $2^7 = 128$ 。
- 因此可得出结论：若这个异或方程组的秩为 r ，则答案为 $2^{R-L+1-r}$ 。
- 现在问题就转化为如何快速求出 r 。如果直接暴力高斯消元的话，是可以拿到这部分分数的。

① 题意简述

② 得分情况

③ 算法分析

算法一

算法二

算法三

算法四

算法五

算法六

- 对于测试点 11 ~ 14, 满足 $R \leq 10^6$

- 对于测试点 11 ~ 14, 满足 $R \leq 10^6$
- 首先有一个显然的结论: 对于任何一个数 k 而言, 至多只有一个素因子大等于 \sqrt{k} 。
- 利用这个结论, 对于最大素因子为 d , 并且 $d \geq \sqrt{\max(R_i)}$ 的数, 在它们之间取一个数 a , 再将所有的数的状态与 a 的状态进行异或, 这样异或出的结果一定只有小等于 $\sqrt{\max(R_i)}$ 的数。再将这个新的状态扔进之前的状态中进行高斯消元即可。显然, 答案还要扣去 1——因为这些数要被答案是 d^2 的倍数这个条件所约束。
- 这么做就能通过这些测试点。时间复杂度为 $O(\text{预处理} + \sum(R_i - L_i + 1) * \text{小于 } \sqrt{\max(R_i)} \text{ 的素因子个数} / 32)$, 其中除以 32 是因为使用 bitset 进行高斯消元运算。

① 题意简述

② 得分情况

③ 算法分析

算法一

算法二

算法三

算法四

算法五

算法六

- 对于测试点 11, 12, 满足 $R \leq 10^6$ 并且 $R - L \geq 999990$

- 对于测试点 11, 12, 满足 $R \leq 10^6$ 并且 $R - L \geq 999990$
- 显然 $r = 2 \sim R$ 中质数个数。直接统计就好了。

① 题意简述

② 得分情况

③ 算法分析

算法一

算法二

算法三

算法四

算法五

算法六

- 对于测试点 15 ~ 20, 满足 $R \leq 10^7$

- 对于测试点 15 ~ 20, 满足 $R \leq 10^7$
- 瓶颈卡在消元上。这个时候需要仔细分析一下什么时候算法五的结论会成立。
- 经过研究, 可得出当 $R - L \geq 6000$ 的时候, 算法五的结论一定成立。这是因为当 $R = 10^7$ 时, 小于 \sqrt{R} 的质数个数只有不到 500 个。再考虑上素数分布, 可以估算出这个结论。
- 因此只要当 $R - L \geq 6000$ 时直接 for 一遍有出现在 $L \sim R$ 之间的素数 (而不是 $1 \sim R$ 中的素数个数), 计算 r 即可。时间复杂度为 $O(\text{预处理} + \sum(R_i - L_i + 1) + \gamma(L_i, R_i))$, 其中

$$\gamma(L, R) = \begin{cases} 0, & \text{if } R - L + 1 \geq 6000 \\ 446/32 * (R - L + 1) & \text{if } R - L + 1 < 6000 \end{cases}$$