

如何缩代码、如何港记、如何骗分 以及如何进队

$n+e$

Tsinghua University

2017 年 1 月 22 日



① 基础知识

数学

几何

② 无营养热身题

③ 正常题

④ 集训队题

⑤ 省选题

① 基础知识 数学 几何

② 无营养热身题

③ 正常题

④ 集训队题

⑤ 省选题

板子们

排名不分先后。查看代码

- 快速幂
- exgcd、中国剩余定理
- 线性求逆元 (?)
- 线性筛
- Lucas
- Miller-Rabin + Rho
- 阶、原根、二次互反
- 高斯消元
- BSGS、exBSGS
- 矩阵快速幂
- 生成树计数
- K 阶线性递推-特征多项式 $O(K \log K \log n)$
- 拉格朗日插值、牛顿插值
- 特殊多项式的线性插值
- $O(n^{2/3})$ 求 φ 、 μ 的前缀和
- 单纯形
- FFT、NTT、多项式求逆

知识点

- xiǎo xué ào shù
计数原理
- chū dǒng
高中数学（向量、平面几何、解析几何、……）
- 数论函数变换（反演）
- 组合数、卡特兰数、斯特林数、伯努利数、调和数、斐波那契数、母函数
- Pólya
- 博弈论（SG、不平等）
- 概率与期望（DP）
- 数值方法与极值问题（二分、三分、牛顿迭代、多元函数求偏导、拉格朗日乘子法、符号积分与数值积分）
- 线性代数相关（矩阵、行列式、线性基）

① 基础知识

数学

几何

② 无营养热身题

③ 正常题

④ 集训队题

⑤ 省选题

所有知识点

排名分先后。查看代码

- 复数域上 Point 的定义
- 二维凸包
- 几何特征构造 (切线、外接圆、……)
- 旋转卡壳
- 最近点对
- 最小圆覆盖
- 半平面交
- 自适应辛普森积分
- K-D Tree
- 三维凸包
- 动态凸包
- 扫描线与周长、面积问题
- 曼哈顿距离最小生成树
- Delaunay 三角剖分与 Voronoi 图
- 平面图点定位

要特意交代的东西

- 以上内容 = 省选/NOI 最大出题范围
- 从近几年的 FJOI 情况来看，~~如果今年命题组不变，则每年~~必有 1 ~ 2 道数学相关的题目，比重还是相当大的。
- 个人认为 3h 拿来介绍知识点的话，介绍不了很多东西，~~除非是省夏，~~因此接下来将以题目讨论为主。
- 我真的不是标题党
- $n+e$ 好菜啊请各位大佬轻虐^{shén běn}

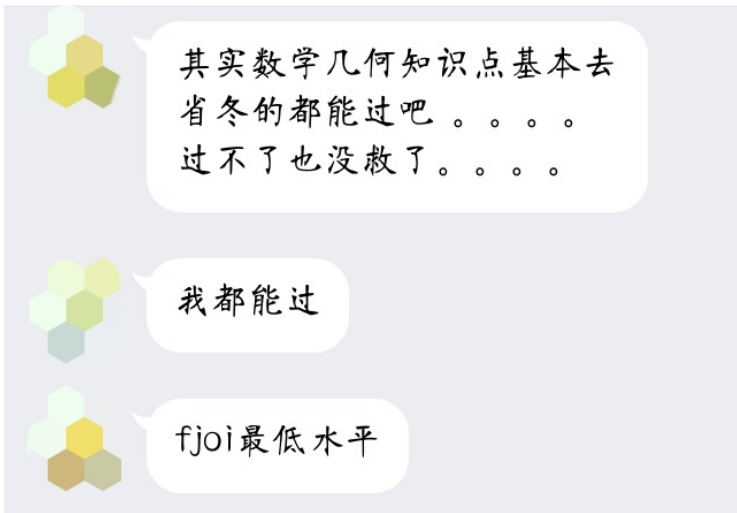
要特意交代的东西

Rating变化通知

Trinkle 您好:

您在 UOJ Test Round #2 这场比赛后的Rating变化为-67，当前Rating为 1905。

要特意交代的東西



① 基础知识

② 无营养热身题

UR#1-A

POJ 3070

HDU 5762

Hihocoder 1164

③ 正常题

④ 集训队题

⑤ 省选题

① 基础知识

② 无营养热身题

UR#1-A

POJ 3070

HDU 5762

Hihocoder 1164

③ 正常题

④ 集训队题

⑤ 省选题

缩进优化

- $\pi+e$ 是一个热爱短代码的选手。自从看了《N 语言全书》之后，代码能力突飞猛进。在缩代码方面，他可是身经百战，见得多了。世界各地的 OJ 上，很多题的最短解答排行榜都有他的身影。这令他感到十分愉悦。
- 给定 n 和 a_i ，最小化

$$f(x) = \sum_{i=1}^n a_i/x + a_i \bmod x$$

- $n, a_i \leq 10^6$
- 基础推式子练习题：题解

以下内容节选自《N 语言全书》:

一般做法	短码做法
全局变量用容易理解的名称，局部变量用短名称命名	变量全部用一个字母命名
函数用动词命名	函数用一个字母命名
用明确的描述文字命名	用一个字母命名
为结构加上合理的缩进	该缩进的地方也不要放进多余的空格
写成自然的形式	写成最短的形式
加上括号避免误读	熟知运算符优先级，尽量不用括号
把复杂的表达式分开	把复杂的表达式换成同等的简单表达式或近似表达式
明确编写源代码	明确编写源代码
注意副作用	把副作用应用到极致
统一缩进、大括号的使用方式	绝不缩进，大括号能省就省
以惯用写法确保一致性	学会最短的惯用法，尽快转换成短码编程想法

短码做法

不管是不是多重分支，都使用条件运
绝对不要用宏功能
就算非得使用宏，还是千万别用括号
魔术数字基本上维持原状
整数、浮点数、字符串常量挑最短的
事先计算好对象大小
完全不用写注释
完全不用写注释
长的源代码就别注释了，缩短比较快
完全不用写注释
什么都不写是最明智的

① 基础知识

② 无营养热身题

UR#1-A

POJ 3070

HDU 5762

Hihocoder 1164

③ 正常题

④ 集训队题

⑤ 省选题

- 求 Fib_n 的末四位。 $n \leq 10^9$ ，多组数据。

- 求 Fib_n 的末四位。 $n \leq 10^9$ ，多组数据。
- 裸的矩阵快速幂？

- 求 Fib_n 的末四位。 $n \leq 10^9$ ，多组数据。
- 裸的矩阵快速幂？找循环节

- 求 Fib_n 的末四位。 $n \leq 10^9$ ，多组数据。
- 裸的矩阵快速幂？找循环节
- C 语言的效果大概长这样

```

1  main(a, b, n){
2      for (; a=b=scanf("%d",&n), ~n; printf("%d\n", a))
3          for (; --n% 'u0 ' ; a=(b-a)%10000) b+=a;
4  }
```

① 基础知识

② 无营养热身题

UR#1-A

POJ 3070

HDU 5762

Hihocoder 1164

③ 正常题

④ 集训队题

⑤ 省选题

- 美国曼哈顿市的街道呈整齐的“井”字形，现在统计学家把各个位置上的建筑分布做成了一张表格，每座建筑按顺序标号，位置都以 (x, y) 的坐标表示。你的任务是在这些建筑中寻找两个建筑对 (A, B) 和 (C, D) ，满足 $A < B, C < D$ ， $A \neq C$ 或者 $B \neq D$ ，并且 A 到 B 的曼哈顿距离等于 C 到 D 的曼哈顿距离。如果存在的话输出"YES"，否则输出"NO"。
- 每个测试点 50 组数据，点数、坐标范围 $\in [1, 10^5]$ ，2000ms

- 美国曼哈顿市的街道呈整齐的“井”字形，现在统计学家把各个位置上的建筑分布做成了一张表格，每座建筑按顺序标号，位置都以 (x, y) 的坐标表示。你的任务是在这些建筑中寻找两个建筑对 (A, B) 和 (C, D) ，满足 $A < B, C < D$ ， $A \neq C$ 或者 $B \neq D$ ，并且 A 到 B 的曼哈顿距离等于 C 到 D 的曼哈顿距离。如果存在的话输出"YES"，否则输出"NO"。
- 每个测试点 50 组数据，点数、坐标范围 $\in [1, 10^5]$ ，2000ms
- 为什么暴力就能过呢？

- 美国曼哈顿市的街道呈整齐的“井”字形，现在统计学家把各个位置上的建筑分布做成了一张表格，每座建筑按顺序标号，位置都以 (x, y) 的坐标表示。你的任务是在这些建筑中寻找两个建筑对 (A, B) 和 (C, D) ，满足 $A < B, C < D$ ， $A \neq C$ 或者 $B \neq D$ ，并且 A 到 B 的曼哈顿距离等于 C 到 D 的曼哈顿距离。如果存在的话输出"YES"，否则输出"NO"。
- 每个测试点 50 组数据，点数、坐标范围 $\in [1, 10^5]$ ，2000ms
- 为什么暴力就能过呢？抽屉原理还记得吗？

① 基础知识

② 无营养热身题

UR#1-A

POJ 3070

HDU 5762

Hihocoder 1164

③ 正常题

④ 集训队题

⑤ 省选题

随机斐波那契

- 大家对斐波那契数列想必都很熟悉，现在考虑如下生成的斐波那契数列： $a_0 = 1$, $a_i = a_j + a_k$, $i > 0$, j, k 从 $[0, i-1]$ 的整数中随机选出 (j 和 k 独立)。
- 现在给定 n ，要求求出 $E(a_n)$ ，即各种可能的 a 数列中 a_n 的期望值。

随机斐波那契

- 大家对斐波那契数列想必都很熟悉，现在考虑如下生成的斐波那契数列： $a_0 = 1$, $a_i = a_j + a_k$, $i > 0$, j, k 从 $[0, i-1]$ 的整数中随机选出 (j 和 k 独立)。
- 现在给定 n ，要求求出 $E(a_n)$ ，即各种可能的 a 数列中 a_n 的期望值。

$$f[n] = \frac{2}{n}(f[0] + f[1] + \cdots + f[n-1]) = n + 1$$

① 基础知识

② 无营养热身题

③ 正常题

BZOJ 3707

HDU 5738

HDU 5734

BZOJ 2655

CC AUG14 SIGFIB

关于找规律

④ 集训队题

⑤ 省选题

1 基础知识

2 无营养热身题

3 正常题

BZOJ 3707

HDU 5738

HDU 5734

BZOJ 2655

CC AUG14 SIGFIB

关于找规律

4 集训队题

5 省选题

- 2 维平面上有 n 个点，取 3 个点使得围出的面积最小。
- 最小面积可以是 0。 $n \leq 1000$

- 2 维平面上有 n 个点，取 3 个点使得围出的面积最小。
- 最小面积可以是 0。 $n \leq 1000$
- 暴力 n^3 不多说。但是有很多时候的情况是没有用的。于是我们把这些点分成 \sqrt{n} 块，块内暴力，轻松愉快。（不一定非要 \sqrt{n} ）
- 这样做不靠谱，所以我们可以随机旋转坐标系，rand 个四五十次就可以把这题水过了。
- 正解网络上一搜一大堆。
- 最近点对的数据水的话，这种方法能够轻松拿 Rank 1

1 基础知识

2 无营养热身题

3 正常题

BZOJ 3707

HDU 5738

HDU 5734

BZOJ 2655

CC AUG14 SIGFIB

关于找规律

4 集训队题

5 省选题

- 二维平面上有 n 个点，定义一个点集 P 为 best set 当且仅当 P 中至少有一对 best pair
- 两个点 $u, v \in P$ 被称作 best pair，当且仅当 $\forall w \in P, f(u, v) \geq g(u, v, w)$ ，其中

$$f(u, v) = \sqrt{(x_u - x_v)^2 + (y_u - y_v)^2},$$

$$g(u, v, w) = \frac{1}{2}(f(u, v) + f(v, w) + f(w, u))$$
- 求 best set 的个数
- $n \leq 1000$, 4000ms

- xjb 推导一下可以知道 best set 一定是一些共线的点，于是问题变成问有多少个子集共线。
- 首先，把所有点按照 (x, y) 双关键字排序，然后枚举最左边的点 i ，那么其他点 j 一定满足 $j > i$ 。把在这个点右边的点都做下极角排序 (按照 $\frac{1}{\gcd(dx, dy)}(dx, dy)$ 排序)，统计下共线的就好了。
- 一条线段上有 k 个点，那么这条线段的总贡献即为 $C_k^2 + C_k^3 + \cdots + C_k^k = 2^k - 1 - k$
- 需要注意下对重点的处理。

1 基础知识

2 无营养热身题

3 正常题

BZOJ 3707

HDU 5738

HDU 5734

BZOJ 2655

CC AUG14 SIGFIB

关于找规律

4 集训队题

5 省选题

- 给出一个向量 $W = (w_1, w_2, w_3, \dots, w_n)$, 求向量 $B = (b_1, b_2, \dots, b_n) (b_i \in \{+1, -1\})$ 和一个非负的权重因子 α , 使 $\|W - \alpha B\|^2$ 最小。
- $\|X\| = \sqrt{x_1^2 + \dots + x_n^2}, n \leq 10^5$

- 把距离公式展开，可以得到

$$n\alpha^2 - 2\alpha(b_1w_1 + b_2w_2 + \cdots + b_nw_n) + \sum_{i=1}^n w_i^2$$

- 对于二次函数 $ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 有最小值 $c - \frac{b^2}{4a}$
- 很显然当保证 b_iw_i 全部同正负时，上式最小。代入化简得

$$MinVal = \sum_{i=1}^n w_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n |w_i| \right)^2$$

1 基础知识

2 无营养热身题

3 正常题

BZOJ 3707

HDU 5738

HDU 5734

BZOJ 2655

CC AUG14 SIGFIB

关于找规律

4 集训队题

5 省选题

- 一个有序序列 a_1, \dots, a_n 是合法的，当且仅当：
 - ① 长度为给定的 n
 - ② 其中的数两两不同
 - ③ $\forall i, a_i \in [1, A]$
- 一个序列的值 $value(a) = \prod_{i=1}^n a_i$ ，求所有不同序列的值的和 mod p
- $A, p \leq 10^9, n \leq 500$

原题题解

7 100%的算法

让我们计算排个序之后的不同合法数列的和,再乘上 $n!$. 让我们用 $dp[A][n]$,表示答案.
 注意到

$$\prod (a_i + A) = \sum_{s \subset \{0..n-1\}} A^{n-|s|} * \prod_{i \in s} a_i. \quad (1)$$

那么不妨考虑计算 $dp[2A][n]$.

不妨考虑在 $[1, A]$ 中选了 a 个,在 $[A+1, 2A]$ 中选了 $n-a$ 个数,

不妨令 a_i 表示 $[1, A]$ 中选了 i 个的序列的和,即为 $dp[A][i]$.

同时令 b_i 表示 $[A+1, 2A]$ 中选了 i 个的序列的和.根据之前的式子,可以推出

$$b_i = \sum_{j=0}^{j=i} A^{i-j} * a_j * \binom{A-j}{i-j} \quad (2)$$

不妨考虑1的右边,考虑计算 a_j 对 b_i 的贡献, A^{i-j} 是共有的系数,同时可以发现 $\binom{A-j}{i-j}$ 个长度为 i 且包含某给定长度为 j 序列的串,故系数是 $\binom{A-j}{i-j} * A^{i-j}$

同时考虑化简 $\binom{A-j}{i-j}$

$$\binom{A-j}{i-j} = \prod_{k=1}^{k=i-j} \frac{A-j+1-k}{k} = \frac{\prod_{k=j}^{k=i-1} (A-k)}{(i-j)!} \quad (3)$$

不妨令 $m_i = \prod_{k=0}^{k=i-1} A - i$, $rm_i = (m_i)^{-1}$ 那么 $\binom{A-j}{i-j} = (i-j)!^{-1} * m_i * rm_j$

那么我们进一步推出

$$b_i = m_i \sum_{j=0}^{j=i} A^{i-j} * a_j * rm_j * (i-j)!^{-1} \quad (4)$$

- 从原始 dp 的思路出发, $f[i][j]$ 表示 $1 \sim i$ 中选取 j 个数的分数
- 写出 dp 方程 $f[i][j] = f[i-1][j-1] \times i \times j + f[i-1][j]$
初始状态 $f[0][0] = 1$
- 手玩 j 比较小的情况, 容易发现, $f[i][j]$ 实际上是一个最高次项为 $2j$ 的多项式, 那也就是说我们最终的答案 $f[A][n]$ 就是一个 $2n$ 次的多项式
- 这是个很好的性质, 因为我们只用求出 0 到 $2n$ 次项的系数就可以直接求答案了
- 随便贴一个插值板子

① 基础知识

② 无营养热身题

③ 正常题

BZOJ 3707

HDU 5738

HDU 5734

BZOJ 2655

CC AUG14 SIGFIB

关于找规律

④ 集训队题

⑤ 省选题

- 给定 n, m , 求

$$\sum_{x+y+z=n, x,y,z \in \mathbb{N}} 6xyz \times Fib_x \times Fib_y \times Fib_z \bmod m$$

多组数据。 $n \leq 10^{18}$, $m \leq 10^5$, 对于每个测试点, $\sum m \leq 10^6$

- 听说可以用生成函数搞然而并不是很会做……

- 由于斐波那契数列可以递推求解，故上式也应该是一个常系数线性递推。经验证，该式为十二阶递推，可以直接递推求解。
- 使用特征多项式优化之后的复杂度： $O(k^2 \log n)$ ，其中 $k = 12$
- 特征多项式 + FFT + CRT： $O(k \log k \log n)$
- 听说手动展开 FFT 的 for 循环就 Rank 1 了？

1 基础知识

2 无营养热身题

3 正常题

BZOJ 3707

HDU 5738

HDU 5734

BZOJ 2655

CC AUG14 SIGFIB

关于找规律

4 集训队题

5 省选题

- 请勿看答案
- 观察法 & 模式识别
- n 次多项式差分 $n+1$ 次之后就变成了 0, 可以返推回去
- 普通插值方法
- k 次方幂和本质上是一个 $k+1$ 次关于 n 的多项式, 使用线性插值的方法即可解决本问题
- 常系数递推多项式? 暴力枚举多少项递推, 然后高斯消元, 检验是否能接着递推
- 剩下的超几何函数我表示不会搞, 并没有研究过, 欢迎讨论

① 基础知识

② 无营养热身题

③ 正常题

④ 集训队题

清华集训 2016 定向越野

清华集训 2016 如何暴力地求和

CC OCT12 MAXCIR

⑤ 省选题

① 基础知识

② 无营养热身题

③ 正常题

④ 集训队题

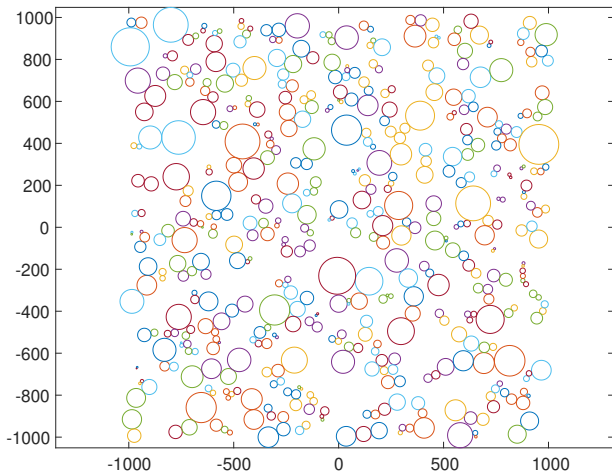
清华集训 2016 定向越野

清华集训 2016 如何暴力地求和

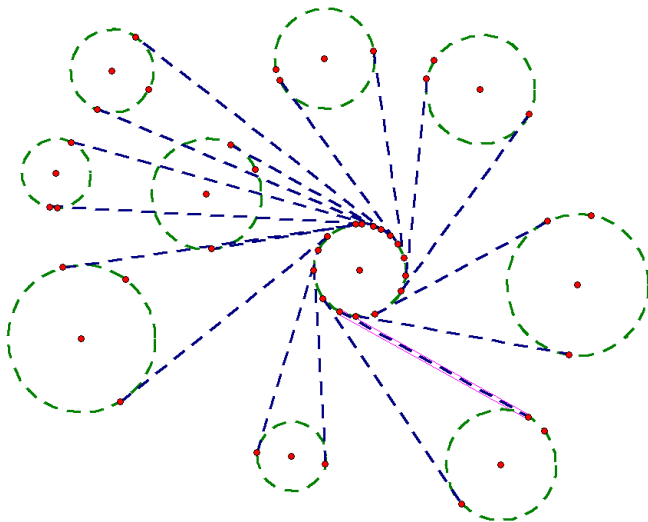
CC OCT12 MAXCIR

⑤ 省选题

- 求平面上点 s 到 t 的最短路径，路径不能与给定的 n 个圆相交。 $n \leq 500$ ，坐标范围 $\in [-1000, 1000]$



跟大家讲个鬼故事



跟大家讲个鬼故事

- 裸的三方暴力求切线是过不了的。需要一点小小的优化。
- zgg: 我想用我的 $O(n^2 \log n)$ 扫描线来卡常数, 资不资兹呀?
- 我: 当蓝资兹辣! 你必须要在我的运行时间的 $1/2$ 以下才行。
- 然后, 我和 zgg 各自调了调常数, 结果我跑的比他快。



① 基础知识

② 无营养热身题

③ 正常题

④ 集训队题

清华集训 2016 定向越野

清华集训 2016 如何暴力地求和

CC OCT12 MAXCIR

⑤ 省选题

- 有一个多项式函数 $f(x)$ ，最高次幂为 x^m ，定义变换 Q :

$$Q(f, n, x) = \sum_{k=0}^n f(k) \binom{n}{k} x^k (1-x)^{n-k}$$

现在给定函数 f 和 n, x ，求 $Q(f, n, x) \bmod 998244353$ 。

- 出于某种原因，函数 f 由点值形式给出，即给定 a_0, a_1, \dots, a_m 共 $m+1$ 个数， $f(x) = a_x$ 。可以证明该函数唯一。
- $n \leq 10^9$, $m \leq 20000$

- 通过尝试可以发现答案是一个关于 n 和 x 的多项式，且最高次项为 m 。并且变换 Q 有如下性质：

$$Q(f(x) = x^c) = n^c x^c$$

把 f 的点值表示用 FFT 转换成下降幂表示，然后求个和即可

- 详细题解
- 以下有请 zzx 传授人生经验！

① 基础知识

② 无营养热身题

③ 正常题

④ 集训队题

清华集训 2016 定向越野

清华集训 2016 如何暴力地求和

CC OCT12 MAXCIR

⑤ 省选题

- 给出一个三角形 ABC，以及 N 个操作。第 i 个操作有两个参数 x_i, y_i ，使用这个操作可以使得点 A 的 x 坐标增加 x_i ，并且 y 坐标增加 y_i 。
- 你可以使用最多 K 个操作，这些操作的影响叠加，同一个操作不能重复使用，ABC 三个点允许共线或重合。最大化三角形 ABC 的周长。
- $K \leq N \leq 500$, $|x_i|, |y_i| \leq 10^6$, $|x|, |y| \leq 10^9$

- 首先, $|BC|$ 是定值可以被忽略。那么考虑最大化 $|AC| + |BC|$, 若得到的最大值为 ans , 那么对于所有解都满足 $|AC| + |BC| \leq ans$, 也就是 A 点全部在一个椭圆内部。
- 记 A' 点为最优点, 那么 A' 就在椭圆的边界上, 考虑在 A' 点的切线 $f(x, y) = c$, 那么对于所有在椭圆内部的点, 都满足 $f(x, y) \leq c$, 于是, 只需要最大化 $f(x, y)$ 即可找到这个 A 点。也就是对于任意一条向量 v , 然后选取 $op_i \cdot v$ 最大的 K 个向量。
- 容易发现, 对于 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$, 它们点乘一条向量的大小关系变化的分界点是 $(y_2 - y_1, x_1 - x_2)$ 。考虑处理出所有的分界点, 然后对这些临界向量极角排序, 每次大小关系变化时更新以下选择的操作即可得到答案。

⑤ 省选题

FJOI2010 邮局选址

FJOI2012 字母识别

FJOI2013 Grid

FJOI2013 圆形游戏

FJOI2014 病毒防护带

FJOI2015 最小覆盖双圆问题

FJOI2016 建筑师 HDU 4372

FJOI2017 交错和查询

① 基础知识

② 无营养热身题

③ 正常题

④ 集训队题

⑤ 省选题

FJOI2010 邮局选址

FJOI2012 字母识别

FJOI2013 Grid

FJOI2013 圆形游戏

FJOI2014 病毒防护带

FJOI2015 最小覆盖双圆问题

FJOI2016 建筑师 HDU 4372

FJOI2017 交错和查询

- 裸的最小圆覆盖。

- 裸的最小圆覆盖。
- 不会的同学，详见 NOIP2016 福建夏令营 我的课件

① 基础知识

② 无营养热身题

③ 正常题

④ 集训队题

⑤ 省选题

FJOI2010 邮局选址

FJOI2012 字母识别

FJOI2013 Grid

FJOI2013 圆形游戏

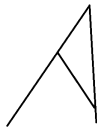
FJOI2014 病毒防护带

FJOI2015 最小覆盖双圆问题

FJOI2016 建筑师 HDU 4372

FJOI2017 交错和查询

- 现在给出若干书写的轨迹描述，问最终的图形是否为大写字母 A。如果两条轨迹在同一条直线上，并且拥有共同的坐标点，则这两条轨迹可以合成一条，并且合成后的轨迹可以再次合并。判定规则如下：
 - 最终的图形中，只看得到 3 条长度严格 > 0 的轨迹；
 - 其中 2 条轨迹交于一个公共的交点 (端点)，所构成的夹角 $\leq 90^\circ$ ；
 - 假设 (2) 中的 2 条轨迹分别为 L_1 和 L_2 ，第三条轨迹 L_3 的一个端点严格在 L_1 内部，另一个端点则严格在 L_2 内部 (即不能在端点上或者线段外部)；
 - L_3 的长度不得超过 L_1, L_2 长度之和的一半。



- 无脑码农题。
- 比起清华集训那道要简单。

① 基础知识

② 无营养热身题

③ 正常题

④ 集训队题

⑤ 省选题

FJOI2010 邮局选址

FJOI2012 字母识别

FJOI2013 Grid

FJOI2013 圆形游戏

FJOI2014 病毒防护带

FJOI2015 最小覆盖双圆问题

FJOI2016 建筑师 HDU 4372

FJOI2017 交错和查询

- 假设给定一个平面方形网格。网格上相邻网格点的边长为 e 。现在要在这个平面网格上分布 n 个处理器用于网格计算。处理器只能是分布在网格点处。如何规划处理器的合理分布才能使得网格计算的通信费用最小？ $n \leq 100$
- 空间中任意两个点 p_1 与 p_2 之间的曼哈顿距离 $L_1(p_1, p_2)$ 定义为连接这 2 点的线段在各坐标轴产生的投影长度之和。例如在平面上，点 $p_1 = (x_1, y_1)$ 与点 $p_2 = (x_2, y_2)$ 之间的曼哈顿距离

$$L_1(p_1, p_2) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$$

- 如果处理器分布在平面上 n 个网格点 p_1, p_2, \dots, p_n 处，网格点 p_i 的坐标为 (x_i, y_i) ， $1 \leq i \leq n$ ，则 n 个处理器之间的通信费用可以用它们的平均曼哈顿距离来度量。

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n L_1(p_i, p_j) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |x_i - x_j| + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |y_i - y_j|$$

- 正解玄学。连 oeis 最高纪录也才到 $n=50$
- 一种思路：贪心的选择放下一个目标位置（考场 60）
- 另一种思路：先全部拍满处理器，然后每次删掉代价最大的那个（考场 70）
- 两个取 min：刚好和 oeis 对上了
- 不是很懂古钱是怎么造的数据……据说有 $O(n^{7.5})$ 的神奇做法
- 反正我当时初三并不知道有省选这回事 233

① 基础知识

② 无营养热身题

③ 正常题

④ 集训队题

⑤ 省选题

FJOI2010 邮局选址

FJOI2012 字母识别

FJOI2013 Grid

FJOI2013 圆形游戏

FJOI2014 病毒防护带

FJOI2015 最小覆盖双圆问题

FJOI2016 建筑师 HDU 4372

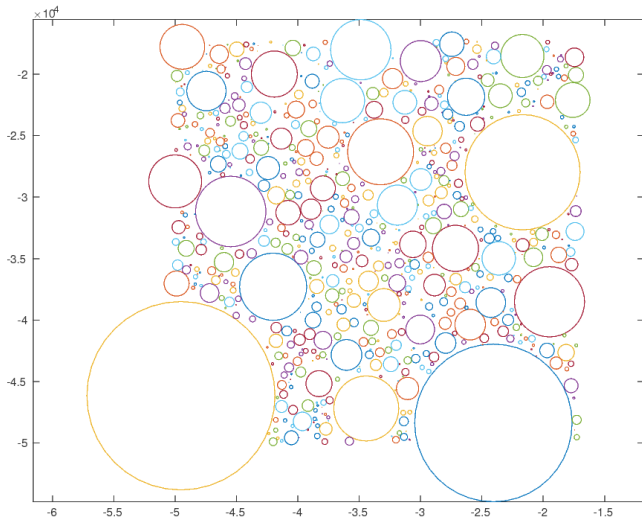
FJOI2017 交错和查询

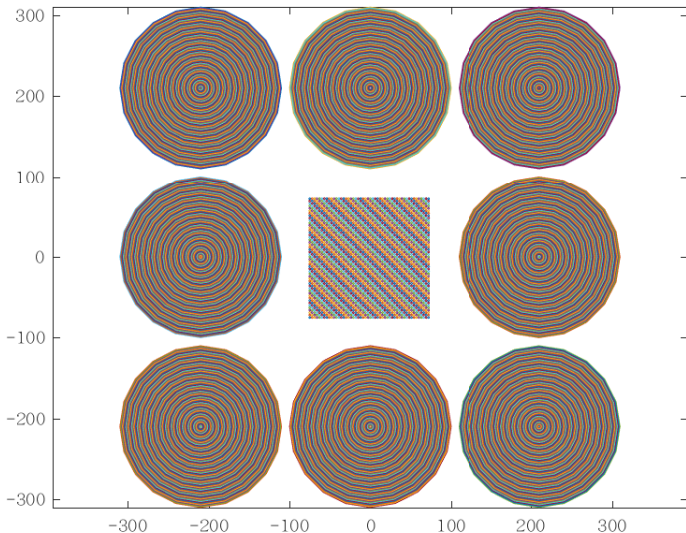
- 在一个无穷大的桌面上有 n 个圆形，保证任意 2 个圆相离或者相包含，不存在相切或相交。现在 Alice 和 Bob 在玩一个圆形游戏，以 Alice 为先手，双方以如下步骤轮流游戏：

 - ① 选定一个圆 A，把 A 以及所有完全在 A 内部的圆都删除；
 - ② 如果在自己回合无法找到可删除的圆，则输掉比赛。
- 假设 Alice 和 Bob 都非常聪明，请问最终谁能够取得胜利？请编程输出最终获胜的人。 $n \leq 20000$

- $sg[fa]=1+(sg[son[1]] \wedge sg[son[2]] \wedge \dots)$
- 难点在于建树。扫描线 + 括号序列 + 平衡树维护 (真难写)

- $sg[fa] = 1 + (sg[son[1]] \wedge sg[son[2]] \wedge \dots)$
- 难点在于建树。扫描线 + 括号序列 + 平衡树维护（真难写）
- 把坐标轴随机转一下，按照每个圆的左端点排序。
- 对于一个圆，在排完序里面的数组里面二分出它有可能控制到的圆的区间，然后暴力扫并且更新答案。
- 如果随机的话，期望重合的圆的个数在 $O(\sqrt{n})$ 个。
- 于是如果数据水的话就可以水过啦 ~
- 直接这么暴力就可以和标算运行效率差不多了，大家来思考一下有没有什么能卡掉这个做法的数据。





① 基础知识

② 无营养热身题

③ 正常题

④ 集训队题

⑤ 省选题

FJOI2010 邮局选址

FJOI2012 字母识别

FJOI2013 Grid

FJOI2013 圆形游戏

FJOI2014 病毒防护带

FJOI2015 最小覆盖双圆问题

FJOI2016 建筑师 HDU 4372

FJOI2017 交错和查询

- 求一条直线使得平面上所有点到这条直线的距离的平方和最小

$$\delta = \sum_{i=1}^n \frac{(kx_i - y_i + b)^2}{k^2 + 1}$$

- 求一条直线使得平面上所有点到这条直线的距离的平方和最小

$$\delta = \sum_{i=1}^n \frac{(kx_i - y_i + b)^2}{k^2 + 1}$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial b} = \sum_{i=1}^n \frac{2(kx_i - y_i + b)}{k^2 + 1} = 0 \Rightarrow b = \bar{y} - k\bar{x}$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial k} = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^n (k^2 + 1)(x_i - \bar{x}) = \sum_{i=1}^n k(k(x_i - \bar{x}) - (y_i - \bar{y}))$$

这是一个关于 k 的一元二次方程，直接解就好了。

当年的 AKF 是如何进队的

- 最小二乘法拟合出来的直线必过点 (\bar{x}, \bar{y}) ，由题目样例猜想这题应该也是有这个结论的。
- 当 k 确定之后， b 也随之确定
- 把坐标平面切成一块一块的，每块暴力三分，然后就大力 AC 了

当年的 AKF 是如何进队的

- 最小二乘法拟合出来的直线必过点 (\bar{x}, \bar{y}) ，由题目样例猜想这题应该也是有这个结论的。
- 当 k 确定之后， b 也随之确定
- 把坐标平面切成一块一块的，每块暴力三分，然后就大力 AC 了
- 细心观察，大胆猜想，不用证明！
- 加强版：CC SEPT13 Two Roads

① 基础知识

② 无营养热身题

③ 正常题

④ 集训队题

⑤ 省选题

FJOI2010 邮局选址

FJOI2012 字母识别

FJOI2013 Grid

FJOI2013 圆形游戏

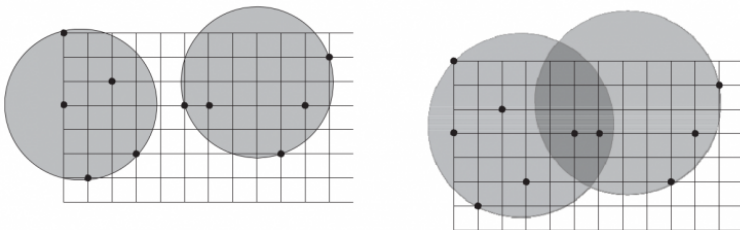
FJOI2014 病毒防护带

FJOI2015 最小覆盖双圆问题

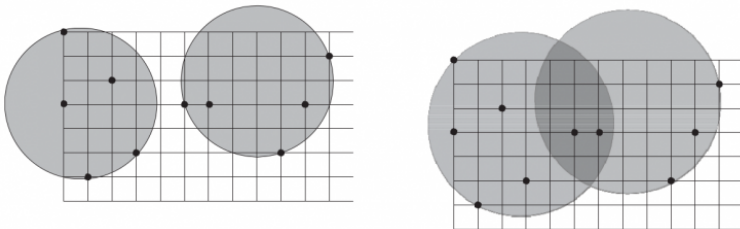
FJOI2016 建筑师 HDU 4372

FJOI2017 交错和查询

- 给定平面上 n 个点，找出 2 个半径相同的圆 R_1 和 R_2 ，覆盖给定的 n 个点，且半径最小。



- 给定平面上 n 个点，找出 2 个半径相同的圆 R_1 和 R_2 ，覆盖给定的 n 个点，且半径最小。



- 正解玄学

当年的 $n+e$ 是如何进队的

- 我会最小单圆覆盖!
- 两个圆的话, 中间必然有一条直线能把点的归属分好类
- 如果这条直线垂直于 x 轴, 那么从 x 坐标最小处移动到 x 坐标最大处的过程中, $R1$ 一定是不断变大、 $R2$ 一定是不断减小, 其中必定有分界点使得 $R1=R2$
- 大力转坐标 + 二分 + 最小圆覆盖

当年的 $n+e$ 是如何进队的

- 我会最小单圆覆盖!
- 两个圆的话, 中间必然有一条直线能把点的归属分好类
- 如果这条直线垂直于 x 轴, 那么从 x 坐标最小处移动到 x 坐标最大处的过程中, $R1$ 一定是不断变大、 $R2$ 一定是不断减小, 其中必定有分界点使得 $R1=R2$
- 大力转坐标 + 二分 + 最小圆覆盖
- 这场比赛 100 分就能稳进了 233

① 基础知识

② 无营养热身题

③ 正常题

④ 集训队题

⑤ 省选题

FJOI2010 邮局选址

FJOI2012 字母识别

FJOI2013 Grid

FJOI2013 圆形游戏

FJOI2014 病毒防护带

FJOI2015 最小覆盖双圆问题

FJOI2016 建筑师 HDU 4372

FJOI2017 交错和查询

- n 幢楼高度分别为 1 到 n ，你需要排列这些楼的相对位置使得从左看去恰好有 x 幢楼，从右看去恰好有 y 幢楼，问方案数。
- $n \leq 50000, x, y \leq 100, T \leq 200000$

- n 幢楼高度分别为 1 到 n ，你需要排列这些楼的相对位置使得从左看去恰好有 x 幢楼，从右看去恰好有 y 幢楼，问方案数。
- $n \leq 50000, x, y \leq 100, T \leq 200000$
- $s(n-1, x+y-2) \times \binom{x+y-2}{x-1}$
- 推不出来怎么办？
kàn

当时我就写了个暴力

- 把 $ans(n, x, y)$ 打表打出来是这个样子的:

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n=1	1									
n=2	0	1								
n=3	0	1	1							
n=4	0	2	3	1						
n=5	0	6	11	6	1					
n=6	0	24	50	35	10	1				
n=7	0	60	165	160	84	21	1			
n=8	0	120	420	540	350	140	35	1		
n=9	0	180	756	1260	1260	756	315	70	1	
n=10	0	252	1260	2520	3780	3780	2520	1260	315	1

- 左边那列不就是斯特林数吗 ??? 这就 AC 了 ???

① 基础知识

② 无营养热身题

③ 正常题

④ 集训队题

⑤ 省选题

FJOI2010 邮局选址

FJOI2012 字母识别

FJOI2013 Grid

FJOI2013 圆形游戏

FJOI2014 病毒防护带

FJOI2015 最小覆盖双圆问题

FJOI2016 建筑师 HDU 4372

FJOI2017 交错和查询

FJOI2017 交错和查询

- 你问我资兹不资兹，我只能回答说无可奉告

P2847 -- [FJOI2017]交错和查询 Top 25

用户	总耗时	内存消耗	代码长度	编译器
n+e 3(我)	1.274s	15.71MB	2KB	G++
nealchen2003 2	2.116s	6.74MB	2.16KB	G++
E.Space 2	2.928s	7.25MB	2.82KB	G++
runzhe2000 2	3.285s	9.04MB	4.31KB	G++
Std	3.549s	16.65MB	3.73KB	G++
Paladin 2	3.98s	16.64MB	3.92KB	G++
dick32165401 2	4.162s	26.18MB	3.68KB	G++

- ~~闷声背代码，那是坠吼的！~~

- 掌握一些套路固然是重要的，比如：计算几何中将元素有序化，能够解决很多问题。
- 但是，我们也应该掌握一些 xjb 乱搞的能力
- Aja Huang 在 CNN 上 ~~xjb~~ 乱搞做了很多实验，最终才有围棋连胜 60 局的成绩

祝大家省选顺利!

Thank you for listening!