

THUSC2017-tangent

$n+e$

Tsinghua University

2017 年 5 月 22 日



① 题意简述

② 得分情况

③ 算法分析

- 在 K 维空间中给出 K 个球，求它们的所有公切面。 $K \leq 10$ 。
- 为了降低难度，本题变成了提交答案的形式。选手可通过观察答案/乱搞骗分来得分。
- 可是似乎比 CTSC2017 Day2 T3 的得分率还要低??? 抓脑袋

① 题意简述

② 得分情况

③ 算法分析

- 有效样本：152
- 平均分：6.44
- 最高分：88

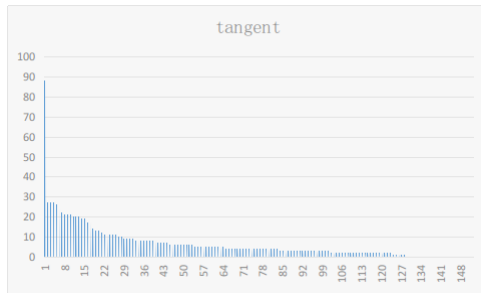


图 1: 分数分布情况

1 题意简述

2 得分情况

3 算法分析

算法一

算法二

算法三

算法四

算法五

算法六

1 题意简述

2 得分情况

3 算法分析

算法一

算法二

算法三

算法四

算法五

算法六

- 对于前 2 个点, 有 $K \leq 2$

- 对于前 2 个点，有 $K \leq 2$
- 问题转化为求二维平面上的两圆的内公切线/外公切线的问题，相似三角形解方程即可。
- 注意一些特殊情况，解方程会解爆掉，可能需要人工 check

1 题意简述

2 得分情况

3 算法分析

算法一

算法二

算法三

算法四

算法五

算法六

- 存在某些数据，每个圆都是点

- 存在某些数据，每个圆都是点
- 直接输出这些点的点坐标就好了。注意要把最后的 0 去掉，否则不得分。

1 题意简述

2 得分情况

3 算法分析

算法一

算法二

算法三

算法四

算法五

算法六

- 存在某些数据，某些圆的某个切平面垂直于某个坐标轴

- 存在某些数据，某些圆的某个切平面垂直于某个坐标轴
- 如果能发现的话，直接输出这个切面就好了。。。

1 题意简述

2 得分情况

3 算法分析

算法一

算法二

算法三

算法四

算法五

算法六

- 存在某些数据，半径都相同， $K=3$ ，并且长得跟样例极为相似。

- 存在某些数据，半径都相同， $K=3$ ，并且长得跟样例极为相似。
- 可以通过解方程，得出一个矩阵变换，然后将样例中的答案用这个变换求出该测试点的答案。

1 题意简述

2 得分情况

3 算法分析

算法一

算法二

算法三

算法四

算法五

算法六

- 模拟退火/梯度下降/.../人类智慧

1 题意简述

2 得分情况

3 算法分析

算法一

算法二

算法三

算法四

算法五

算法六

- 根据题目中所给的定义，可以得出在 K 维空间中的超平面方程为 $a_0x_0 + a_1x_1 + \cdots + a_{K-1}x_{K-1} = d$ ，其中 $a_0, a_1, \cdots, a_{K-1}$ 和 d 为参数。
- 这样的话一共有 $K+1$ 个参数，多出一个自由元，我们只要强行令 $\sum_{i=0}^{K-1} a_i^2 = 1$ 即可。
- 类比高中数学必修 2 上的“点到直线的距离公式”，可以得出在 K 维空间中，点到超平面的距离公式为

$$dis(x, a, d) = \frac{|a_0x_0 + a_1x_1 + \cdots + a_{K-1}x_{K-1} - d|}{\sqrt{a_0^2 + a_1^2 + \cdots + a_{K-1}^2}}$$

- 相切的条件即为一个球的球心到这个平面的距离等于其半径。

- 由于我们强行令 $\sum_{i=0}^{K-1} a_i^2 = 1$ ，那么距离公式就变成了

$$dis(x, a, d) = \left| \sum_{i=0}^{K-1} (a_i x_i) - d \right|$$

- 对于第 i 个圆，需要满足的式子为 $|\sum_{j=0}^{K-1} (a_j (x_i)_j) - d| = r_i$
- 通过枚举正负号，可以把绝对值去掉，因此答案个数最多为 2^K 。
- 去掉之后，将所有的 a_i 用 $C_1 d + C_2$ 表示，带入 $\sum a_i^2 = 1$ ，然后直接解一元二次方程就能直接得出答案。
- 复杂度为 $O(2^K K^3)$