分 数	
评卷人	

一、填空题（15 分）（每小题 3 分，共 5 小题）

解答内容不得超过装订线

1. 设 $A=\begin{bmatrix}2&1&0&i\\0&2&0&0\\0&0&3&-1\\0&0&0&3\end{bmatrix}$，则 $\|A\|_\infty=$ ________。

2. 矩阵 $\begin{bmatrix}1&1\\1&1\end{bmatrix}$ 的 M-P 广义逆为________。

3. 矩阵已知 $A=\begin{pmatrix}1&3&2\\2&8&5\\1&11&4\end{pmatrix}$

则 A 的 LDV 分解为:

4. 令 $A=\begin{pmatrix}0.1&0.3\\0.7&0.6\end{pmatrix}$，则 $\sum_{k=1}^{\infty}A^k=$________。

5. R^3中的镜像变换 S 定义为 $S(x)=x-2(x,u)u$，这里 u为单位向量。若 $S\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}$，则 $S\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}=$ ________。

分 数	
评卷人	

二、（15 分）设已知 T是 $R^{2\times2}$到$R^{2\times2}$上的变换，且对 $\forall X\in R^{2\times2}$，有 $T(X)=BXC$，其中

$$B=\begin{bmatrix}2&0\\1&3\end{bmatrix},\quad C=\begin{bmatrix}-2&1\\0&1\end{bmatrix},$$

(1)证明 T 是线性变换；

(2)求 T在基$\{E_{11}，E_{21}，E_{12}，E_{22}\}$下的矩阵 A;

(3)求$R^{2\times2}$的一组基，使 T在该基下有对角矩阵表示。

分 数	
评卷人	

三、(15 分)设矩阵 $A=\begin{bmatrix}3&2&-1\\-1&0&1\\-1&-2&3\end{bmatrix}$，

(1)求其 Jordan 标准型 J_A 及相应的矩阵P使得$P^{-1}AP=J_A$；

(2)求微分方程组 $\boldsymbol{x}'(t)=A\,\boldsymbol{x}(t)$，$\boldsymbol{x}(0)=(1\quad 2\quad 1)^T$。

分 数	
评卷人	

四、(10 分)计算矩阵 $A=\begin{bmatrix}1&-2&0\\0&-2&1\end{bmatrix}$ 的奇异值(SVD)分解$A=U\sum V^H$(请给出$U,\sum,V$具体矩阵形式)。

分 数	
评卷人	

五、 计算题 (1) (10 分)矩阵$A=\begin{bmatrix}1&0&1\\0&1&-1\\1&0&1\end{bmatrix}$, $b=\begin{pmatrix}3\\0\\4\end{pmatrix}$。计算不相容方程组$Ax=b$的最佳最小二乘解。

(2) (10 分)设 $A=\begin{bmatrix}2&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{bmatrix}$，计算 $e^{A}\sin(I-A)$。

分 数	
评卷人	

六、 证明题 (1) (8 分)假设$A\in C^{n\times n}$为 Hermite 矩阵, I 为 n 阶单位矩阵。证明：$A^{+}=\lim\limits_{t\to 0}(A^2+tI)^{-1}A$。

(2) (7 分)设非奇异矩阵$A\in R^{n\times n}$，向量$b\in R^{n}$，并设 σ_1 和 σ_n分别为 A 的最大和最小奇异值。若 $Ax=b$且 $A(x+\Delta x)=b+\Delta b$，证明 $\frac{\|\Delta x\|_2}{\|x\|_2}\le\gamma\frac{\|\Delta b\|_2}{\|b\|_2}$，其中$\gamma=\frac{\sigma_1}{\sigma_n}$，范数为向量的 2 范数。