线　订　装

西安邮电大学试题卷标准答案专用纸

线　订　装

[redacted] 2021----2022 学年第一学期期末试题（A）卷

标准答案

课程：高等数学 A1　类型：A 卷　专业、年级：通工、电子、计科、自动化等专业 2021 级

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分	12	16	27	20	20	5	100

一、填空题（每小题 2 分，共 12 分）

1. $0 \le x \le 2$；　2. 3；　3. -6；　4. $y=-4x+16$；　5. 0；　6. $y=C_1e^x+C_2e^{2x}$.

二、选择题（每小题 2 分，共 16 分）

7.C；　8.D；　9.D；　10.C；　11.B；　12.C；　13.B；　14.C

三、计算题(共 27 分)

15.**解**　由洛必达法则，

$$原式=\lim_{x\to 0}\frac{2^x\ln 2+3^x\ln 3}{2x+2} \qquad (3\text{分})$$

$$=\frac{\ln 2+\ln 3}{2}=\frac{1}{2}\ln 6. \qquad (5\text{分})$$

16.**解**　所给等式两端对 x 求导，得

$$2^{-x-y}\ln 2\cdot(-1-y')=1+y'. \qquad (4\text{分})$$

故 $y'=-1$.　(5 分)

17.　**解**　原式 $=\int(2+\sin x)^{-\frac{1}{2}}d(2+\sin x)$　(3 分)

$$=2\sqrt{2+\sin x}+C \qquad (5\text{分})$$

18.　**解**　令 $u=x+2$，则

$$原式=\int_{-1}^{1}f(u)du=\int_{-1}^{0}\frac{1}{1+u^2}du+\int_0^1 3u^2du \qquad (3\text{分})$$

$$=[\arctan u]_{-1}^{0}+\left[u^3\right]_0^1=\frac{\pi}{4}+1. \qquad (6\text{分})$$

19. **解**　由题设知 $f(0)=a$，且

$$\lim_{x\to 0^-}f(x)=\lim_{x\to 0^-}\left(\frac{\sin 3x}{x}+b\right)=\lim_{x\to 0^-}\frac{\sin 3x}{3x}\times 3+b=3+b, \qquad (2\text{分})$$

$$\lim_{x\to 0^+}f(x)=\lim_{x\to 0^+}(1+x)^{\frac{2}{x}}==e^2. \qquad (4\text{分})$$

由函数在 $x=0$ 处连续知 $f(0)=\lim\limits_{x\to 0^-}f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)$，即 $a=b+3=e^2$，

故 $a=e^2$．$b=e^2-3$。　(6 分)

四、解答题（共 20 分）

20. **解**　函数 $f(x)$ 在其定义域 $(-\infty,+\infty)$ 内连续，且

$$f'(x)=(1-x)e^{2-x},\quad f''(x)=(x-2)e^{2-x}.$$

解方程 $(1-x)e^{2-x}=0$，得 $x=1$；解方程 $(x-2)e^{2-x}=0$，得 $x=2$.　(4 分)

(1) 由表

x	$(-\infty,1)$	$(1,+\infty)$
$f'(x)$	+	−

知，函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,1]$ 上单调递增，在 $[1,+\infty)$ 上单调递减；在 $x=1$ 处取得极大值 $f(1)=e$，且函数无其他极值.　(8 分)

(2) 由表

x	$(-\infty,2)$	$(2,+\infty)$
$f''(x)$	−	+

知，曲线 $y=f(x)$ 在 $(-\infty,2]$ 上是凸的，在 $[2,+\infty)$ 上是凹的；拐点为 $(2,2)$.　(12 分)

说明：1．标准答案务必正确无误。　2．将每道大题得分和总分填入得分栏中。

21. **解** 由分部积分法得

$$\int_0^{\pi} f''(x)\sin x\mathrm{d}x=\int_0^{\pi}\sin x\mathrm{d}f'(x)$$
$$=f'(x)\sin x\Big|_0^{\pi}-\int_0^{\pi}f'(x)\cos x\mathrm{d}x$$
$$=-\int_0^{\pi}\cos x\mathrm{d}f(x)$$
$$=-f(x)\cos x\Big|_0^{\pi}-\int_0^{\pi}f(x)\sin x\mathrm{d}x$$
$$=f(\pi)+f(0)-\int_0^{\pi}f(x)\sin x\mathrm{d}x. \qquad \textbf{(4 分)}$$

所以

$$\int_0^{\pi}\left[f(x)+f''(x)\right]\sin x\mathrm{d}x=\int_0^{\pi}f(x)\sin x\mathrm{d}x+\int_0^{\pi}f''(x)\sin x\mathrm{d}x$$
$$=\int_0^{\pi}f(x)\sin x\mathrm{d}x+f(\pi)+f(0)-\int_0^{\pi}f(x)\sin x\mathrm{d}x$$
$$=f(\pi)+f(0). \qquad \textbf{(7 分)}$$

从而 $f(\pi)+f(0)=5$，故 $f(\pi)=5-f(0)=5-2=3$.　**(8 分)**

五、解答题（共 20 分）

22. **解** 由所给方程得 $f(0)=0$。求导，得 $f'(x)=2x+f(x)$，即

$$f'(x)-f(x)=2x \qquad \textbf{(3 分)}$$

由一阶线性方程的通解公式，得

$$f(x)=\left(\int 2x\cdot\mathrm{e}^{\int(-1)\mathrm{d}x}\mathrm{d}x+C\right)\mathrm{e}^{-\int(-1)\mathrm{d}x}$$
$$=\left(\int 2x\mathrm{e}^{-x}\mathrm{d}x+C\right)\mathrm{e}^{x}$$
$$=\left[(-2x-2)\mathrm{e}^{-x}+C\right]\mathrm{e}^{x}$$
$$=C\mathrm{e}^{x}-2x-2. \qquad \textbf{(6 分)}$$

将 $f(0)=0$ 代入，得 $C-2=0$，故 $C=2$，且所求函数 $f(x)=2\mathrm{e}^{x}-2x-2$.　**(8 分)**

23. **解** （1）抛物线 $y=6x-3x^2$ 与 x 轴的交点为 $(0,0)$ 和 $(2,0)$，故 D 的面积为

$$S=\int_0^2\left(6x-3x^2\right)\mathrm{d}x=\left(3x^2-x^3\right)_0^2=4. \qquad \textbf{(6 分)}$$

（2）D 绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积

$$V=\pi\int_0^2\left(6x-3x^2\right)^2\mathrm{d}x=9\pi\left[\frac{1}{5}x^5-x^4+\frac{4}{3}x^3\right]_0^2=\frac{48}{5}\pi. \qquad \textbf{(12 分)}$$

六、证明题(共 5 分)

24. **证** 令

$$f(x)=2\sqrt{x}-\left(3-\frac{1}{x}\right)\quad(x\geq 1)$$

则 $f(1)=0$.　**(1 分)**

注意到 $f(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上连续，在 $(1,+\infty)$ 内可导且

$$f'(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}-\frac{1}{x^2}=\frac{1}{x^2}\left(x\sqrt{x}-1\right)>0,$$

得 $f(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上单调递增。　**(4 分)**

从而当 $x>1$ 时，$f(x)>f(1)=0$，即 $2\sqrt{x}-\left(3-\frac{1}{x}\right)>0$，亦即 $2\sqrt{x}>3-\frac{1}{x}\quad(x>1)$.　**(5 分)**

西安邮电大学试题卷标准答案专用纸

线　订　装

线　订　装