

班内序号

学号

姓名

专业班级

期末考试试题 (A 卷)
(2021—2022 学年第一学期)

课程名称：高等数学 A1

考试专业、年级：通工、电子、计科、自动化等专业 2021 级

考核方式： 闭卷 可使用计算器： 否

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							
评卷人							

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、学号、班内序号填写清楚；
2. 答题时，必须用黑色字迹签字笔书写，字体工整、字迹清楚；
3. 作图时可先用铅笔画出，确定后再用黑色字迹的签字笔描黑；
4. 不许使用涂改液、修正带及刮纸刀，不许使用铅笔答卷。

得分_____一、填空题：每小题 2 分，共 12 分.

1. 函数 $y = \arcsin(x-1)$ 的定义域为 _____.
2. 设 a 为常数，且当 $x \rightarrow 0$ 时， $(1+ax^2)^{\frac{1}{3}} - 1 \sim x^2$ ，则 $a =$ _____.
3. 设 $f'(1) = 2$ ，则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1-3x) - f(1)}{x} =$ _____.
4. 抛物线 $y = 4x - x^2$ 在点 $(4, 0)$ 处的切线方程为_____.
5. 积分 $\int_{-1}^1 (x+x^3) \cos x dx =$ _____.
6. 微分方程 $y'' - 3y' + 2y = 0$ 的通解为 _____.

得分_____二、选择题：每小题 2 分，共 16 分. 下列每小题给出的四个选项 A、B、C、D 中，只有一个选项符合题目要求，请将所选项前面的字母填在题中的括号内.

7. 函数 $y = xe^{\cos x} \sin x$ 是 ()
A. 单调函数； B. 周期函数； C. 无界函数； D. 有界函数.
8. 函数 $f(x)$ 在 x_0 处有定义是极限 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在的 () 条件.
A. 充分； B. 必要； C. 充要； D. 无关.
9. 下列各微分式中正确的是 ()
A. $x dx = d(x^2)$ ； B. $\cos 2x dx = d(\sin 2x)$ ； C. $d(x^2) = (dx)^2$ ； D. $dx = -d(1-x)$.
10. 下列函数在自变量的给定变化过程中为无穷小的是 ()
A. $xe^{-x} (x \rightarrow \infty)$ ； B. $\ln x (x \rightarrow 0^+)$ ； C. $e^{\frac{1}{x}} (x \rightarrow 0^-)$ ； D. $x \sin \frac{1}{x} (x \rightarrow \infty)$.
11. $x = 0$ 是函数 $y = x \ln|x|$ 的 ()
A. 跳跃间断点； B. 可去间断点； C. 无穷间断点； D. 振荡间断点.
12. 微分方程 $y''' + 2y' + y^4 = 0$ 的阶数是 ()
A. 1 阶； B. 2 阶； C. 3 阶； D. 4 阶.
13. 一物体按规律 $x = ct^3$ 做直线运动，介质的阻力与速度的平方成正比（比例系数为 k ），则物体由 $x = 0$ 移动到 $x = a (a > 0)$ 时，克服介质阻力所做的功为 ()
A. $\frac{9}{5}kc^2a^5$ ； B. $\frac{27}{7}kc^{\frac{2}{3}}a^{\frac{7}{3}}$ ； C. $\frac{27}{7}kc^3a^7$ ； D. $\frac{9}{5}kc^{\frac{1}{3}}a^{\frac{5}{3}}$.
14. 设 $y = \frac{x}{1+x}$ ，则 $y^{(4)}(0) =$ ()
A. 0； B. 24； C. -24； D. 12.

学号

姓名

专业班级

得分_____三、计算题：共 27 分。计算应写出必要的文字说明及演算步骤。请将计算过程写在试题预留的空白处。

得分_____15. (5 分) 计算 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x + 3^x - 2}{x^2 + 2x}$.

得分_____16. (5 分) 设函数 $y = y(x)$ 由方程 $2^{-x-y} = x + y$ 确定，求 y' .

得分_____17. (5 分) 求 $\int \frac{\cos x}{\sqrt{2 + \sin x}} dx$.

得分_____18. (6 分) 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1+x^2}, & x \leq 0, \\ 3x^2, & x > 0 \end{cases}$, 求 $\int_{-3}^{-1} f(x+2) dx$.

得分_____19. (6 分) 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 3x}{x} + b, & x < 0, \\ a, & x = 0, \\ (1+x)^{\frac{2}{x}}, & x > 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续，求常数 a, b 的值.

得分_____四、解答题：共 20 分。解答应写出必要的文字说明及演算步骤。请将解答过程写在试题预留的空白处。

得分_____20. (12 分) 设 $f(x) = xe^{2-x}$, (1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间及极值; (2) 求曲线 $y = f(x)$ 的凹凸区间及拐点.

专业班级 _____ 姓名 _____ 学号 _____

得分 _____ 21. (8 分) 设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[0, \pi]$ 上具有连续的二阶导数, 且 $f(0)=2$, $\int_0^{\pi} [f(x)+f''(x)] \sin x dx = 5$, 求 $f(\pi)$.

得分 _____ 五、解答题: 共 20 分. 解答应写出必要的文字说明及演算步骤. 请将解答过程写在试题预留的空白处.

得分 _____ 22. (8 分) 设连续函数 $f(x)$ 满足 $f(x)=x^2+\int_0^x f(t)dt$, 求 $f(x)$.

得分 _____ 23. (12 分) 设 D 是由抛物线 $y=6x-3x^2$ 与 x 轴所围成的平面图形.

(1) 求 D 的面积;

(2) 求 D 绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积.

得分 _____ 六、证明题: 共 5 分.

24. (5 分) 试证: 当 $x>1$ 时, $2\sqrt{x}>3-\frac{1}{x}$.