

装订线

班内序号

学号

姓名

专业班级

装订线

期末考试试题 (A 卷)

(2020——2021 学年第一学期)

课程名称: 高等数学 A1

考试专业、年级: 通院、电院、自动化院、计算机院及网安院各专业与物理、信管及商务等专业等

考核方式: 闭卷

可使用计算器: 否

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得分										
评卷人										

注意事项: 1. 答题必须使用黑色字迹签字笔书写, 不许用铅笔答卷; 2. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

得分: 一、选择题 (每小题 2 分, 共 6 分): 每小题只有一个正确选项, 请将所选项前面的字母填在题中的括号内.

1. 考察函数:

- ① e^{-x^2} ; ② e^{-x} ; ③ e^{x^2} ; ④ $\arctan x^2$; ⑤ $\arctan x$,

当 $x \rightarrow \infty$ 时, 上述五个函数中, 极限存在的函数是 ()

- A. ③④⑤; B. ②④; C. ①②④; D. ①④.

2. 下列函数在自变量的给定变化过程中不是无穷小的是 ()

- A. $\frac{x}{\sqrt{x^4+1}}$ ($x \rightarrow \infty$); B. $1-2^{-x}$ ($x \rightarrow 0$); C. $e^{\frac{1}{x}}$ ($x \rightarrow 0^+$); D. $\frac{\sin x}{x}$ ($x \rightarrow \infty$).

3. 设函数 $f(x) = \begin{cases} ae^{2x}, & x \geq 0, \\ (1-2x)^{\frac{1}{x}}, & x < 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $a =$ ().

- A. e^{-2} ; B. e ; C. 1 ; D. e^{-1} .

得分: 二、填空题 (每空 2 分, 共 10 分)

1. 曲线 $y=1-2x^2$ 上点 $(0,1)$ 处的曲率为_____.

2. 设 $y = \int_0^x xe^{t^2} dt$, 则 $y'' =$ _____.

3. 设 $y = f(\tan x)$, 其中 $y = f(u)$ 可微, 则 $dy =$ _____.

4. 已知 $y_1 = e^{-x}$ 和 $y_2 = e^{2x}$ 是二阶常系数齐次线性微分方程的两个解, 则该微分方程是_____.

5. 微分方程 $y'' - 5y' + 6y = xe^x$ 的一个特解可设为_____(不求待定常数).

得分: 三、计算下列各题 (每小题 4 分, 共 16 分)

得分: 1. 计算 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+3n+1} - \sqrt{n^2-2n-2})$.

得分: 2. 已知 $y = |x+1|^x$ ($x \neq -1$), 计算 y' .

得分: 3. 设 $\begin{cases} x = t^3 + 3t + 1 \\ y = \arcsin(3t) \end{cases}$, 求 $\frac{dy}{dx}$.

得分: 4. 求 $\int \frac{\sin x}{\cos^{\frac{3}{2}} x} dx$.

学号
姓名
专业班级

得分：_____ 四、解答下列各题（每小题 5 分，共 20 分）

得分：_____ 1. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x - \sin x)e^{\cos x}}{\sqrt{1+x^3}-1}$.

得分：_____ 2. 求 $\int_{-1}^1 \frac{2x^2 + x \cos x}{1+x^2} dx$.

得分：_____ 3. 判别反常积分 $\int_1^{+\infty} (x-1)e^{-x} dx$ 的收敛性，如果收敛，求出其值.

得分：_____ 4. 已知 $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0 \end{cases}$, 求 $f'(x)$.

得分：_____ 五、解答下列各题（每小题 6 分，共 18 分）

得分：_____ 1. 已知 $f(x)$ 的一个原函数为 e^{x^2} , 求 $\int x f'(x) dx$.

得分：_____ 2. 设 $e^x + e^y = xy + e + 1$, 求 $y''|_{x=0}$.

得分：_____ 3. 证明： $\int_0^1 x^m (1-x)^n dx = \int_0^1 x^n (1-x)^m dx$, 由此计算 $\int_0^1 x(1-x)^7 dx$.

学号
姓名
专业班级

得分：_____ 六、解答下列各题（共 13 分）

得分：_____ 1. (7 分)求函数 $f(x)=\frac{x^3}{(x-1)^2}$ 的单调区间与极值.

得分：_____ 2. (6 分)求曲线 $y=\int_0^{2x}\ln\sqrt{1+t^2}\mathrm{d}t$ 的凹凸区间与拐点.

得分：_____ 七、解答下列各题（共 17 分）

得分：_____ 1. (9 分)设曲线 $y=1-x^2$ 与其在点 $(1,0)$ 处的切线和 y 轴所围成的平面图形为 D .

- (1) 求平面图形 D 的面积 S ;
(2) 求 D 绕 x 轴旋转一周所成旋转体的体积 V .

得分：_____ 2. (8 分)已知可导函数 $f(x)$ 满足方程 $f(x)\cos x+2\int_0^xf(t)\sin t\mathrm{d}t=x+1$ ，求 $f(x)$.