

武汉大学 2009-2010 第一学期高等数学期终试题

(经管院 72 学时 A)

学院_____专业_____学号_____姓名_____

一、计算下列各题 (5 分/小题, 共 30 分):

$$\begin{aligned} (1) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - \sqrt{n^2 - n}) \quad (2) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3}{1-x^3} - \frac{1}{1-x} \right) \quad (3) \int \arctan x dx \\ (4) \int \frac{(x-1)^2}{x(1+x^2)} dx \quad (5) \int_1^5 \frac{1}{\sqrt{x-1}+1} dx \quad (6) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x + \cos x}{1 + \sin^2 x} dx \end{aligned}$$

二、解答下列各题 (7 分/小题, 共 42 分):

1、若 $y = x^2 2^x + e^x \cos x^2 + \sin 1$, 求 dy 。

2、函数 $f(x) = \begin{cases} ax^2 - b & x \leq 1 \\ 2x - 2 & x > 1 \end{cases}$ 在 $x=1$ 可导, 求 a, b 之值。

3、求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right)$ 。

4、如函数 $y = y(x)$ 由方程 $y \ln y - x + y = 0$ 确定, 判断曲线: $y = y(x)$ 在点 $(1, 1)$ 的凹凸性。

5、计算 $\int \ln(1 + \sqrt{\frac{1+x}{x}}) dx$ 。

6、若曲线 $y = x^2$ 和直线 $y = x$ 所围区域为 D ; 求 D 的面积并求 D 绕 X 轴旋转一周而成的旋转体的体积。

三、(10 分) 若 $f(x) = -x^4 + 18x^2$,

(1) 求 $f(x)$ 的单调区间与极值; (2) 求 $f(x)$ 的凹凸区间与拐点。

四、(8 分) 若 $f(x), g(x)$ 在 $[0, 1]$ 连续, 在 $(0, 1)$ 内二阶可导; 而且 $f(x), g(x)$ 在 $(0, 1)$

内有相同的最小值; 又 $f(0) = g(0), f(1) = g(1)$ 。证明: (1) 在 $(0, 1)$ 内至少有一

点 η , 使得 $f(\eta) = g(\eta)$ 。 (2) 在 $(0, 1)$ 内至少有一点 ξ , 使得 $f''(\xi) = g''(\xi)$

五、(10 分) 若某商品的价格 p 为销量 x 的函数: $p(x) = 10 - \frac{x}{5}$ (单位: 万元)。

(1) 求 $p = 2$ 时边际收益和收益关于价格的弹性;

(2) 销量为多少时, 收益最大?