武汉大学数学与统计学院 2005-2006 学年第 2 学期
《线性代数 D》试题 B 卷　（工科 36 学时）

姓名____________学号__________________班号______专业_______________成绩

一、（16 分）选择题

1、A 是 3 阶矩阵，且 $|A|=-3$，则 $|-2A|=$（　　）

A、6　　B、-6　　C、24　　D、-24

2、设 A 是 n 阶矩阵，且 $A^2=A$，则有（　　）

A、若 $A\neq I$，则 $A=0$　　B、若 $|A|\neq 0$，则 $A=I$

C、若 $A\neq 0$，则 $A=I$　　D、$|A|=0$，则 $|A-I|=0$

3、设 A 是 n 阶矩阵，若 $|A|=0$，则有（　　）

A、A 中必有一行元素全为 0　　B、$AX=0$ 有非零解

C、A 中必有两行元素对应成比例　　D、对任意非零 n 维列向量 b，$AX=b$ 无解

4、向量 $\alpha=(a,1,2),\beta=(3,-2,b)$ 正交，（a，b 均为正数），且 $\|\alpha\|=\sqrt{21}$，则（　　）

A、$a=2,b=3$　　B、$a=4,b=5$　　C、$a=3,b=2$　　D、$a=5,b=4$

二、（10 分）设 $A=\begin{pmatrix} a_1b_1 & a_1b_2 & \cdots & a_1b_n \\ a_2b_1 & a_2b_2 & \cdots & a_2b_n \\ \multicolumn{4}{c}{\cdots\cdots\cdots\cdots} \\ a_nb_1 & a_nb_2 & \cdots & a_nb_n \end{pmatrix}$，（$a_ib_j\neq 0, i,j=1,2,\ldots,n$），求 $R(A)$

三、（10 分）计算 n 阶行列式 $\begin{vmatrix} a_1+a & a_2 & \cdots & a_n \\ a_1 & a_2+a & \cdots & a_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_1 & a_2 & \cdots & a_n+a \end{vmatrix}$

四、（10 分）求矩阵 X，其中 X 满足矩阵方程 $X\begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 5 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$.

五、（10 分）当 t 取何值时，向量组 $\alpha_1=(1,1,1),\alpha_2=(1,3,-1),\alpha_3=(5,3,t)$ 线性相关？

六、（12 分）非齐次线性方程组 $\begin{cases} \lambda x_1+x_2=\lambda^2 \\ x_1+\lambda x_2=1 \end{cases}$ 当 λ 取何值时有唯一解、有无穷多解、无解.

七、（12 分）已知 $\alpha=(1,1,-1)^T$ 是 $A=\begin{bmatrix} a & -1 & 2 \\ 5 & b & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ 的特征向量，求 a，b 的值，并证明 A 的任一特征向量均能由 α 线性表出.

八、（12 分）已知二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2+x_2^2+x_3^2+2x_1x_2+tx_2x_3$ 正定，

（1）写出二次型对应的矩阵 A；

（2）求 t 的取值范围.

九、（8 分）设 A 为 n 阶正交矩阵，B 为 n 阶对称阵，证明 ABA^{-1} 是对称阵.