武汉大学数学与统计学院

2005－2006 第一学期《线性代数》B 卷（供 36 学时用）

姓名____________学号____________专业______________成绩__________

一、计算题：（以下 4 题，每题 10 分，共 40 分）

1、设 $A=\begin{pmatrix} a_1b_1 & a_1b_2 & \cdots & a_1b_n \\ a_2b_1 & a_2b_2 & \cdots & a_2b_n \\ \multicolumn{4}{c}{\cdots\cdots\cdots\cdots} \\ a_nb_1 & a_nb_2 & \cdots & a_nb_n \end{pmatrix}$，（$a_ib_j \neq 0, i, j=1,2,...,n$），求 $R(A)$

2、计算 n 阶行列式 $\begin{vmatrix} a_1+a & a_2 & \cdots & a_n \\ a_1 & a_2+a & \cdots & a_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_1 & a_2 & \cdots & a_n+a \end{vmatrix}$

3．设 $\alpha_1=(1,1,1)^{\mathrm{T}}$ $\alpha_2=(1,2,3)^{\mathrm{T}}$ $\alpha_3=(1,3,t)^{\mathrm{T}}$， 求 t 使得 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性相关.

4．已知矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$， 求 A 的伴随阵 A^*.

二、解答题和证明题（以下 6 题，每题 10 分，共 60 分）：

1、求矩阵 ***X***，使满足 ***AX=A+2X*****,** 其中 $A=\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$.

2、求矩阵 $A=\begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 5 & 2 \end{bmatrix}$的秩及一个量大线性无关组，并将其余向量用该最大线性无关组线性表示.

3、非齐次线性方程组 $\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 = \lambda^2 \\ x_1 + \lambda x_2 = 1 \end{cases}$ 当 λ 取何值时有唯一解、有无穷多解、无解.

4、已知 $\alpha=(1,1,-1)^T$ 是 $A=\begin{bmatrix} a & -1 & 2 \\ 5 & b & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$的特征向量，求 a,b 的值，并证明 A 的任一特征向量均能由 α 线性表出.

5、已知二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2+x_2^2+x_3^2+2x_1x_2+tx_2x_3$ 正定，

（1）写出二次型对应的矩阵 A；

（2）求 t 的取值范围.

6、设 A 为 n 阶正交矩阵，B 为 n 阶对称阵，证明 ABA^{-1} 是对称阵.