武汉大学 2012-2013 学年第一学期期末考试

高等数学 C1 (A 卷答题卡)

1 2							考	生		Ž	号			
姓	名	班级 1	0	0	0	0 1	0	0	0	0	0 1	0 1	0 1	0 1
填涂料等	意識等	1. 答题前,考生先将自己的姓名、学号填写清楚,并填涂相应的 考号信息点。 2. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂; 解答题必须使用黑色墨水的签字 笔书写,不得用铅笔或圆珠笔作解答题; 字体工整、笔迹清楚。 3. 请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答,超出答题区域书 写的答题无效; 在草稿纸、试题卷上答题无效。 4. 保持卡面清洁,不要折叠、不要弄破。	3 4 5	2 3 4 5 6 7 8 9	23456789	23456789	23456789	2 3 4 5 6 7 8 9	23456789	23456789	23456789	23456789	23456789	23456789

- 一. 计算下列各题(每题 6 分, 共 36 分)
- (1) $\lim_{x\to 0} \frac{4\arcsin x + x^2 \cos \frac{1}{x}}{(1+e^x)\ln(1+x)}$;

(2) $\lim_{n\to\infty}(n-\sqrt{n^2-n});$

(3) $\lim_{x\to 0} \left(\frac{1+x}{e^x-1} - \frac{1}{x} \right);$

$$(4) \int_{\frac{1}{\sin^2 x + 4\cos^2 x}} dx;$$

(5)
$$\int \frac{1}{\sqrt{(1-x^2)^3}} dx;$$

$$(6) \int x \cos^2 x dx$$

- 二. 解答下列各题(每题7分, 共42分)
- (1) 设 $f(x) = \lim_{n \to \infty} \frac{1-3^{nx}}{1+3^{nx}}$, 求函数 f(x) 的间断点, 并说明其类型;

(2) 设 $y = e^{\sin \frac{1}{x}} + \arccos \sqrt{x}$, 求 y' :
--

(3) 若
$$y = xe^{-2x} + 5 \cdot 4^x + \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2})(a > 0)$$
, 求 dy;

(4) 求由方程
$$y^2 - 2xy + 12 = 0$$
 确定的隐函数的二阶导数;

(5) 求函数
$$f(x) = xe^{-x}$$
 的单调区间与凹凸区间;

(6) 已知 f(x) 的一个原函数是 $\ln |1+x|$,求不定积分 $\int x f'(x) dx$.

(京、建学者: 4) 的 美世籍書

三. 设 $f(x) = \begin{cases} x^2 \cos \frac{1}{x}, & x < 0, \\ (a-1)x+b, & x \ge 0, \end{cases}$ 试问 a,b 为何值时, f(x) 在 x = 0 处可导,并求 f'(0). (7 分)

四. 设 f(x) 在 [0,1] 上连续,在 (0,1) 上可导,且 $|f'(x)| \le M, x \in (0,1)$. 若 $f(0) \cdot f(1) < 0$,证明: $|f(0)| + |f(1)| \le M \cdot (8 \ f(0))$

五. 要造一个圆柱形油罐, 体积为 V, 问底半径 r 和高 h 等于多少时, 才能使表面积最小? 这时底直径与高的比是多少? (7分)