

Turnitin Informe de Originalidad

Procesado el: 17-nov.-2020 8:02 a. m. -05

Identificador: 1448892818

Número de palabras: 4021

Entregado: 1

Asignación 1 Metodos 1 Por Leila Villamizar

Índice de similitud

10%

Similitud según fuente

Internet Sources:	10%
Publicaciones:	0%
Trabajos del estudiante:	6%

3% match (Internet desde 03-mar.-2018)

<http://cienciasdelosmaterialesindustrial.blogspot.com/2013/05/describir-la-estructura-cristalina-de.html>

2% match (Internet desde 16-oct.-2020)

https://es.wikipedia.org/wiki/Redes_de_Bravais

1% match (Internet desde 23-mar.-2016)

<http://cevale2.uis.edu.co/~cevale2/wiki/images/Capt1MetMatV00.pdf>

1% match (Internet desde 24-jun.-2020)

<https://www.coursehero.com/file/47209428/inge-cynthia-8docx/>

1% match (Internet desde 04-oct.-2016)

<https://www.scribd.com/doc/307736918/Ciencia-e-Ingenieria-de-los-Materiales>

< 1% match (Internet desde 09-oct.-2020)

<http://www.geologyin.com/2014/11/crystal-structure-and-crystal-system.html>

< 1% match (trabajos de los estudiantes desde 23-ago.-2013)

[Submitted to Cranfield University on 2013-08-23](#)

< 1% match (Internet desde 28-oct.-2017)

<http://www.buenastareas.com/materias/redes-de-bravais/0>

< 1% match (Internet desde 10-oct.-2010)

<http://www.ipellejero.es/hf/antenas/monopolo/index.html>

< 1% match (Internet desde 27-feb.-2007)

http://gemini.udistrital.edu.co/comunidad/estudiantes/rolozadag/index.php?option=com_content&task=view&id=49&Itemid=82

< 1% match ()

<http://gestiopolis.com/recursos/documentos/fulldocs/rrhh1/prhjar.htm>

< 1% match (Internet desde 11-nov.-2020)

https://archive.org/stream/VIIICongresoInternacionalDePsicologiaYEducacion/Libro%20de%20Res%C3%BAmenes%20Book%20of%20Abstracts_djvu.txt

< 1% match (Internet desde 26-nov.-2017)

https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/102590/cavalheiro_aa_dr_araiq.pdf?isAllowed=y&sequence=1

< 1% match (Internet desde 12-nov.-2020)

<https://qdoc.tips/2b-mates-ccss-2008-libro-pdf-free.html>

< 1% match (Internet desde 03-mar.-2008)

http://www.riogrande.com.br/Clipart/mapas_mundo/INDIA007.WMF

Redes de Bravais Leila Briggite Villamizar Peña* Camilo Alejandro Gómez Castellanos** Sebastian Sampayo Anaya*** Universidad Industrial de Santander Escuela de Física 13/11/2020 Índice 1. Introducción 1.1. Redes de Bravais 1.2. Redes de Bravais bidimensionales 1.3. Redes de Bravais tridimensionales 2. Metodología 2.1. Redes de Bravais analíticamente 3. El experimento y los resultados 3.1. Redes de Bravais bidimensionales 3.2. Redes de Bravais tridimensionales en los átomos 3.3. Sistemas cúbicos 4. Conclusiones y Recomendaciones 2 2 3 3 4 5 7 7 12 14 22

[*e-mail: leilavp27@gmail.com](mailto:leilavp27@gmail.com) [**e-mail: camonayc@hotmail.com](mailto:camonayc@hotmail.com) [***e-mail: sebasaman@hotmail.com](mailto:sebasaman@hotmail.com)

1 Resumen En este artículo se busca el analizar las redes de Bravais y su importancia en la cristalografía, empezando por el estudio de las redes de Bravais y como formarlas mediante vectores bases. También se analizó la estructura de los cristales y sus posibles primitivas geometrías en la combinación de los átomos, llegando a que las estructuras atómicas de los cristales se pueden describir como primitivas de Bravais tridimensionales conformadas por vectores bases, de tal forma que generen una red de Bravais a la hora de trasladándolas en diferente direcciones. Se tomo también en cuenta la descripción de cada primitiva fundamental de Bravais para llegar a que por primitiva se puede hallar un conjunto de vectores bases que lo repliquen, así se puede decir que matemáticamente la estructura atómica de los cristales se puede replicar con un conjunto de vectores base y su simple traslación formando la red de Bravais 1.

Introducción Analizando el álgebra lineal, surge el problema de saber si un conjunto de vectores generan (son base) un espacio vectorial, de igual manera la teoría de estructura molecular con la que trabajamos hoy en día requiere de posicionamiento preciso a partir de un sistema de referencia predeterminado. Para tener este posicionamiento preciso de los elementos de las moléculas necesitamos saber en que términos podemos expresar las posiciones (vectores posición) de cada uno de los átomos que conforman una estructura, estos términos son los vectores base, que analizamos a lo largo de este reporte, ¿de que manera hallamos estos vectores? ¿cómo sabemos si realmente cumplen las condiciones de base? y ¿cómo podemos usarlos para hallar las coordenadas de los diferentes átomos que conforman una molécula? son preguntas cuya respuesta conoceremos después de analizar los ejemplos y entender los conceptos físicos y matemáticos junto con los cálculos hechos para la realización de este trabajo. A continuación veremos: familiarización con el concepto de las redes de Bravais y sus bases, [redes de Bravais](#) bidimensionales, [redes de Bravais](#) tridimensionales, bases de [las redes de Bravais](#) tridimensionales y un corto análisis de las celdas primitivas y celdas recíprocas 1.1. [Redes de Bravais Las redes de Bravais son una disposición infinita de puntos discretos cuya estructura es invariante bajo cierto grupo de traslaciones.](#) Estas propiedades hacen [que desde todos los nodos de una red de Bravais se tenga la misma perspectiva de la red.](#) Mediante teoría de grupos se ha demostrado que solo existe una única red de Bravais unidimensional, 5 redes bidimensionales y 14 modelos distintos de redes tridimensionales. Estas [redes](#) permiten describir las posiciones de los átomos en estructuras cristalinas por medio de un vector R , como se muestra en la ecuación 1, donde los a_i son vectores no coplanares y los n_i son números enteros. $R = n_1a_1 + n_2a_2 + n_3a_3 = \sum n_i a_i$ (1) [Se puede definir la celda primitiva como la estructura mínima que replicada reproduce todo el cristal.](#) Grupo 4 Universidad Industrial de Santander 2 [Vale decir, que la estructura cristalina es invariante bajo traslaciones espaciales del tipo: \$R' = R + T\$; \$T = \sum m_i a_i\$](#) (2) 1.2. Redes de Bravais bidimensionales A continuación, en la figura 1 se muestran las 5 redes de Bravais bidimensionales fundamentales. Estas redes son: oblicuas (Monoclínico), rectangular (Ortorrómico), rectangular centrada (Ortorrómico), hexagonal y cuadrada (Tetragonal). Figura 1: [Redes de Bravais bidimensionales fundamentales: 1 oblicuas, 2 rectangular, 3 rectangular centrada\(rómbica\), 4 hexagonal, y 5 cuadrada.](#) Fuente:[1] En esta imagen los puntos verdes representan la ubicación de los átomos y los paralelogramos representan las celdas primitivas. 1.3. Redes de Bravais [tridimensionales En función de los parámetros de la celda unitaria, longitudes de sus lados y ángulos que forman, se distinguen 7 sistemas cristalinos.](#) Los cuales son: [triclínico, monoclínico, ortorrómico, tetragonal, romboédrico \(trigonal\), hexagonal y cúbico.](#) [Para determinar completamente la estructura cristalina elemental de un sólido, además de definir la forma geométrica de la red, es necesario establecer las posiciones en la celda de los átomos o moléculas que forman el sólido cristalino; lo que se denominan puntos reticulares. Las alternativas son las siguientes: P: Celda primitiva o simple en la que los puntos reticulares son solo los vértices del paralelepípedo.](#) Grupo 4 Universidad Industrial de Santander 3 [F: Celda centrada en las caras, que tiene puntos reticulares en las caras, además de en los vértices. Si solo tienen puntos reticulares en las bases, se designan con las letras A, B o C según sean las caras que tienen los dos puntos reticulares. B: Celda centrada en el cuerpo, que tiene un punto reticular en el centro de la celda, además de los vértices. C: Primitiva con ejes](#)

iguales y ángulos iguales ó hexagonal doblemente centrada en el cuerpo, además de los vértices.[

1] En la figura 2 se pueden observar las 14 redes tridimensionales fundamentales. Figura 2: Redes de Bravais tridimensionales fundamentales Fuente:[1] 2. Metodología En esta sección se presentara la metodología de como teniendo como meta el lograr entender geométricamente las redes de Bravais, se procedió al análisis de un grupo de imágenes teniendo en cuenta la teoría que dio Bravais al definir las redes como puntos invariantes en la traslación y Grupo 4 Universidad Industrial de Santander 4 discretos. 2.1. Redes de Bravais analíticamente Para llevar a cabo el análisis de la figura 3, se tomo por separado cada una de las imágenes que la componen y se les aplico por igual una serie de pasos para llegar al análisis y conclusión. Figura 3: Imágenes del ProblemaFuente:[] Fase 1: Descomposición de la imagen Se toma una de las imágenes y se saca de ella la sección como se ve en la figura 4, que a simple vista pueda representarla si se traslada en diferentes direcciones, esta sección la denominaremos primitiva de la imagen. Figura 4: Imagen a analizar y sección de la imagen Grupo 4 Universidad Industrial de Santander 5 Fase 2: Asignación de vectores base Posteriormente tomando en cuenta la figura 1, denominamos donde se deben ubicar los nodos y respecto a ellos se asigna una base vectorial para la primitiva, de la siguiente manera: Figura 5: Primitiva con nodos y vectores base como se puede apreciar en la figura 5, hemos asignado una base vectorial tal que nos refleja una red de Bravais hexagonal. Fase 3: Construcción de la red de Bravais Ahora aplicaremos lo de la fase 2, pero esta vez en toda la imagen a analizar, dando así una red de Bravais hexagonal como se muestra a continuación. Grupo 4 Universidad Industrial de Santander 6 Figura 6: Red de Bravais hexagonal En la figura 6 se puede apreciar la red de color azul formada por las primitivas hexagonales y la red de color amarillo definida por las traslaciones posibles de las primitivas. 3. El experimento y los resultados ¿Qué se midió? ¿cuáles fueron las condiciones de medición? ¿qué representan esas medidas? ¿cuáles son las limitaciones de la medida por las restricciones que impone la técnica y las herramientas? ¿Cuáles fueron los resultados? Incluyendo algunos comentarios y discusiones que serán reforzadas en las conclusiones. 3.1. Redes de Bravais bidimensionales En esta sección se presentan una serie de imágenes (redes) con sus respectivas celdas primitivas y vectores primitivos. Grupo 4 Universidad Industrial de Santander 7 Figura 7: Vectores y celdas primitivas para la primera imagen de la figura ?? Fuente: Autores. En la figura 7 se observa en color azul los vectores primitivos que forman una base oblicua, y en color verde las traslaciones de esta celda primitiva para generar toda la imagen. Además, se puede notar que esta no es la única base primitiva posible para generar la imagen, en color rojo podemos ver que otra opción sería una base primitiva hexagonal. Figura 8: Vectores y celdas primitivas para la segunda imagen de la figura ?? Fuente: Autores. En la figura 8, se representa en color rosado la celda primitiva y sus vectores primitivos, estos forman una base cuadrada, y en color amarillo los vectores de traslación de la celda primitiva para generar toda la imagen. Grupo 4 Universidad Industrial de Santander 8 Figura 9: Vectores y celdas primitivas para la tercera imagen de la figura ?? Fuente: Autores. En la figura 9 se muestra en color rojo la celda primitiva y sus vectores, que forman una base oblicua, y en color verde los vectores de traslación para dicha celda. Figura 10: Vectores y celdas primitivas para la cuarta imagen de la figura ?? Fuente: Autores. En la figura 10 se muestra en color azul los vectores primitivos que forman una base cuadrada, y en color verde los vectores de traslación. Grupo 4 Universidad Industrial de Santander 9 Figura 11: Vectores y celdas primitivas para la quinta imagen de la figura ?? Fuente: Autores. En la figura 11 se muestra en color verde los vectores primitivos que generan la celda primitiva de la imagen, note que los vectores paralelos tienen la misma magnitud y sentido, por lo tanto esta es una base rectangular. Además, se pueden observar los vectores de traslación en color naranja. Figura 12: Vectores y celdas primitivas para la sexta imagen de la figura ?? Fuente: Autores. En la figura 12, se muestra en color verde los vectores primitivos que generan la celda primitiva de la imagen, estos vectores forman una base oblicua, en amarillo se ven los vectores de traslación. En este caso la celda primitiva en realidad no tiene forma de paralelogramo, sin embargo se asignaron los vectores primitivos para poderla expresar en términos de las redes fundamentales bidimensionales. Grupo 4 Universidad Industrial de Santander 10 Figura 13: Vectores y celdas primitivas para la séptima imagen de la figura ?? Fuente: Autores. En la figura 13, vectores primitivos azules forman una base hexagonal, y los vectores amarillos muestran la traslación de esta base para generar toda la imagen. Figura 14: Vectores y celdas primitivas para la octava imagen de la figura ?? Fuente: Autores. En la figura 14, en color azul se muestran los vectores primitivos, que forman una base oblicua, y en color verde los vectores de traslación. Grupo 4 Universidad Industrial de Santander 11 Figura 15: Vectores y celdas primitivas para la novena imagen de la figura ?? Fuente: Autores. En la figura 15, podemos ver los vectores primitivos en color verde, que forman una base oblicua, y en naranja los vectores de traslación. 3.2. Redes de Bravais tridimensionales en los átomos En la cristalografía se puede describir la estructura de los cristales, tomando una unidad mínima volumétrica a la cual se le denomina célula de unidad, la cual esta compuesta por un grupo específico de átomos unidos con una geometría establecida, esta unidad y sus átomos se repiten una y otra vez formando así una

red de unidades al que se le denomina celosía. Figura 16: Células unidad fundamentales en los cristales Fuente: <https://3.bp.blogspot.com/-8WFSRDxYOL4/VdYjHgZ1BzI/AAAAAAAAAF8U/z5c3Pm4knjM/s1600/Crystal+Structure+and%2BCrystal+System.jpg> Grupo 4 Universidad Industrial de Santander 12 Los cristales se forman en base a su célula de unidad, la cual puede ser una de las fundamentales como se muestra en la figura 16, en el plano solo se pueden llegar a producir cinco celosías fundamentales mientras que en el espacio tridimensional tenemos 14 tipos de ellas, con las cuales podemos llegar a construir 32 tipos de cristales que serían las 32 posibles combinaciones de dichas celosías. Al hacer una comparación de las redes de Bravais y las estructuras atómicas de los cristales, vemos como dichas estructuras pueden llegar a verse como vectores bases fundamentales que forman primitivas bidimensionales que juntas terminan dando un sistema cristalino fundamental de Bravais, con dicho sistema podemos formar la red de Bravais que sería el mismo enrejado de celosías en la estructura de los cristales, dándonos así la comparación de que las redes primitivas tridimensionales de Bravais pueden describir y dar los volúmenes atómicos en las estructuras fundamentales de los cristales [como se ve en la figura 17. Figura 17: Células unidad fundamentales en los cristales Fuente :https://4.bp.blogspot.com/-obS45ekyac/WsoH6M9exmI/AAAAAAAAAPkE/SweI0nMBqUE_zJcYDm3ANyWQMchlZecUACLcBGAs/s1600/Crystal+Structure+and+Crystal+Systems.jpg](https://4.bp.blogspot.com/-obS45ekyac/WsoH6M9exmI/AAAAAAAAAPkE/SweI0nMBqUE_zJcYDm3ANyWQMchlZecUACLcBGAs/s1600/Crystal+Structure+and+Crystal+Systems.jpg) Otro ejemplo para apreciar de los sistemas de cristales es el de la figura 18 Grupo 4 Universidad Industrial de Santander 13 Figura 18: Estructuras atómicas de los cristales. Fuente: [3] 3.3. Sistemas cúbicos Para sistemas cúbicos ($a=b=c$, $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$) Es fácil ver que en el caso más simple, el de un cubo recto, los vectores base se describen por $a = a_i$, $b = a_j$, $c = a_k$ con $a = \|a\|$, pero este no es el único caso para el cubo, también está el cubo centrado en cara ([por sus siglas en inglés fcc](#)) y el cubo [centrado en cuerpo](#) (por sus siglas en inglés, bcc). La red fcc consiste en un cubo con átomos [en cada uno de sus vértices](#), sumándole [un átomo en el centro](#) a cada una de sus caras (Figura 19) por el otro lado la estructura bcc también tiene átomos en sus vértices, pero con un solo átomo adicional en el centro del cubo (Figura 20). Hemos estado tocando el tema de los vectores base de las estructuras de Bravais, conocer estos vectores, nos permite encontrar las posiciones de todos los átomos relativos a un origen predeterminado, en este caso podemos ver que un grupo de los vectores generadores de la estructura bcc es $a = a_i$, $b = a_j$, $c = a_2(i + j + k)$, esto se puede demostrar de la siguiente forma: A cada posición se le asignan unas coordenadas, estas coordenadas se igualan a las componentes i, j, k de cada uno de los vectores base, esto nos deja con un sistema de ecuaciones 3×3 , resolviendo el sistema de ecuaciones correspondiente, igualando nuestros vectores base a las coordenadas obtenemos los factores por los que hay que multiplicar cada vector para obtener la coordenada que se busca: $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ j \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i \\ j \\ k \end{bmatrix}$ En este caso, se usa el siguiente sistema de referencias para ubicar los átomos de una estructura: Grupo 4 Universidad Industrial de Santander 14 Figura 19: Sistema de referencia BCC Figura 20: Sistema de referencia FCC Y a partir de acá, reemplazamos i, j y k según la coordenada de la posición que se busca, por ejemplo en este caso para calcular la posición 6 usando (3): $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ Luego de esta explicación sobre cómo hallar r $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ fact. Lores, podemos ver que los vectores a, b y c son base para la estructura bcc. [En la siguiente tabla se resumen los resultados de](#) cada uno de los sistemas de ecuaciones para cada una de las 9 posiciones: Grupo 4 Universidad Industrial de Santander 15 Cuadro 1: Tabla BCC 1: Se muestran los sistemas de ecuaciones para el sistema bcc descrito anteriormente. Fuente: Autores Posición Coordenadas Combinación Lineal 1 (0,0,0) $0/2$ (1,0,0) $a/2$ (1,1,0) $a+b/2$ (0,1,0) $b/2$ (0,0,1) $c/2$ (1,0,1) $a+c/2$ (1,1,1) $a+b+c/2$ (0,1,1) $b+c/2$ (0,1,1) $a/2, b/2, c/2$ Todos estos conjuntos de vectores base pueden ser obtenidos con un poco de trabajo al observar las posiciones de cada átomo de la estructura. Tomemos de ejemplo de nuevo la Posición 6 de la estructura bcc, esta posición se puede describir con una combinación lineal de los vectores a, b y c multiplicada por unos factores α, β y γ que nos da como resultado el vector $j + k$, en este caso el resultado del sistema de ecuaciones es $0, -1$ y 2 , por lo tanto $\alpha = 0, \beta = -1, \gamma = 2$ lo que nos deja con un vector posición $r = \alpha a + \beta b + \gamma c = 2c - b$. Otro conjunto de vectores base del sistema bcc es dado por: $a = a(j + k - i)/2, b = a(i + k - j)/2, c = a(i + j - k)/2$ Que nos deja el sistema: $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ j \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ Realizando el mismo ejercicio algebraico anterior, podemos mostrar que es base del sistema bcc, la tabla se muestra a continuación: Grupo 4 Universidad Industrial de Santander 16 Cuadro 2: Tabla BCC 2: Se muestran los sistemas de ecuaciones para el sistema bcc descrito anteriormente. Fuente: Autores Posición Coordenadas Combinación Lineal 1 (0,0,0) $0/2$ (1,0,0) $b+c/2$ (1,1,0) $a+b+c/2$ (0,1,0) $a+c/2$ (0,0,1) $a+b/2$ (1,0,1) $a+2b+c/2$ (1,1,1) $2a+2b+2c/2$ (0,1,1) $2a+b+c/2$ (1/2, 1/2, 1/2) $a+b+c/2$ Por último, también tenemos el sistema fcc, con el que usamos el sistema de referencia de la (Figura 20) y que tiene una base de vectores de la forma: $a = a(j + k)/2, b = a(i + k)/2, c = a(i + j)/2$ que nos da el sistema: $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ j \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ Dejándonos la tabla: $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ j \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ Grupo 4 Universidad Industrial de Santander 17 Cuadro 3: Tabla FCC: Se muestran los sistemas

[illegible]