

ĐẠI HỌC QUỐC GIA THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN



HỌC PHẦN: TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
BÁO CÁO BÀI TẬP 3
GIẢI QUYẾT BÀI TOÁN KNAPSACK 0 – 1
SỬ DỤNG GOOGLE OR TOOLS

Giảng viên hướng dẫn:	TS. Lương Ngọc Hoàng
Lớp:	CS106.O22
Sinh viên thực hiện:	Cao Huyền My – 22520896

TP. Hồ Chí Minh, tháng 4, năm 2024

I. BÀI TOÁN

Trong bài tập này, ta sẽ dùng Google OR Tools với thuật toán Branch and Bound để giải quyết bài toán **Knapsack 0 – 1**.

* Bài toán:

Một kẻ trộm đột nhập vào một cửa hiệu tìm thấy có n mặt hàng có trọng lượng và giá trị khác nhau, nhưng hắn chỉ mang theo một cái túi có sức chứa về trọng lượng tối đa là c . Vậy kẻ trộm nên bỏ vào ba lô những món nào và số lượng bao nhiêu để đạt giá trị cao nhất trong khả năng mà hắn có thể mang đi được.

Ta có n loại đồ vật, x_1 tới x_n . Mỗi đồ vật x_j có một giá trị p_j và một khối lượng w_j . Khối lượng tối đa mà ta có thể mang trong ba lô là c .

Bài toán Knapsack 0 – 1: Hạn chế số đồ vật thuộc mỗi loại là 0 (không được chọn) và 1 (được chọn).

$$\begin{aligned} &\text{Cực đại hóa } \sum_{j=1}^n p_j x_j. \\ &\text{sao cho } \sum_{j=1}^n w_j x_j \leq c, \quad x_j = 0 \text{ or } 1, \quad j = 1, \dots, n. \end{aligned}$$

II. TEST INSTANCES

Thực nghiệm với bộ test instances từ <https://github.com/likr/kplib>.

Bộ test gồm 13 nhóm. Mỗi nhóm được tạo ra bởi các thuật toán khác nhau theo chương sách [Kellerer, H., Pferschy, U., & Pisinger, D. \(2004\). Exact solution of the knapsack problem. In Knapsack Problems \(pp. 117-160\). Springer, Berlin, Heidelberg](#), để **phản ánh các thuộc tính đặc biệt có thể ảnh hưởng lên quá trình giải**.

Trong mọi trường hợp, các khối lượng (w_j) được phân bố đồng đều trong một khoảng nhất định với phạm vi dữ liệu $R = 1000$ và 10000 . Giá trị (p) được thể hiện dưới dạng một hàm của khối lượng, mang lại những đặc tính cụ thể của từng nhóm.

- **Uncorrelated data instances:** p_j và w_j được chọn ngẫu nhiên trong đoạn $[1, R]$. Trong những instances này không có mối tương quan giữa giá trị và khối lượng của món hàng.
- **Weakly correlated instances:** w_j được chọn ngẫu nhiên trong đoạn $[1, R]$ và p_j nằm trong đoạn $[w_j - R/10, w_j + R/10]$ sao cho $p_j \geq 1$.
- **Strongly correlated instances:** w_j được phân bố trong $[1, R]$ và $p_j = w_j + R/10$.

- **Inverse strongly correlated instances:** p_j được phân phối trong khoảng $[1, R]$ và $w_j = p_j + R/10$.
- **Almost strongly correlated instances:** w_j được phân phối trong khoảng $[1, R]$ và p_j nằm trong khoảng $[w_j + R/10 - R/500, w_j + R/10 + R/500]$.
- **Subset sum instances:** w_j được phân phối ngẫu nhiên trong đoạn $[1, R]$ và $p_j = w_j$.
- **Uncorrelated instances with similar weights:** w_j nằm trong khoảng $[100000, 100100]$ và p_j thì nằm trong khoảng $[1, 1000]$.
- **Spanner instances:** tất cả món hàng là bội của một nhóm nhỏ các món hàng – được gọi là tập spanner. Hàm $\text{span}(v, m)$ được đặc trưng bởi 3 tham số: v - kích thước tập spanner, m - giới hạn của bội số, loại phân phối (uncorrelated, weakly correlated, strongly correlated,...). Các instances sẽ được tạo như sau: Một tập hợp gồm v món hàng được tạo với khối lượng nằm trong $[1, R]$ và giá trị tuân theo phân phối. Món hàng (p_k, w_k) trong spanner được chuẩn hóa bằng cách chia p và w cho $m + 1$. Sau đó, n món hàng được xây dựng bằng cách chọn liên tục một món hàng (p_k, w_k) từ spanner và hệ số a được tạo ngẫu nhiên trong đoạn $[1, m]$. Món hàng mới có giá trị và khối lượng là $(a \cdot p_k, a \cdot w_k)$. Các nhóm Spanner Uncorrelated, Spanner Weakly Correlated và Spanner Strong Correlated đều có $\text{span}(2, 10)$.
- **Multiple strongly correlated instances:** là sự kết hợp của 2 tập strongly correlated instances, $\text{mstr}(k_1, k_2, d)$ được tạo ra như sau: Khối lượng của n món hàng được phân phối ngẫu nhiên trong $[1, R]$. Nếu w_j chia hết cho d thì $p_j = w_j + k_1$, ngược lại $p_j = w_j + k_2$. Trong nhóm này sẽ chọn $\text{mstr}(3R/10, 2R/10, 6)$.
- **Profit ceiling instances:** mọi giá trị p đều là bội số của một tham số d cho trước. Khối lượng w được phân phối ngẫu nhiên trong khoảng $[1, R]$ và $p_j = d \lceil w_j / d \rceil$. Chọn d để thực nghiệm là $d = 3$.
- **Circle instances:** được tạo sao cho p dưới dạng hàm của w tạo thành một cung tròn. Khối lượng w được phân phối đều trong đoạn $[1, R]$ và với mỗi w ta sẽ một giá trị tương ứng $p = d \sqrt{4R^2 - (w - 2R)^2}$.

III. THỐNG KÊ VÀ NHẬN XÉT

Em chạy bài tập này trên [Google Colab](#) và set **time limit** cho mỗi test case là **180s**.

Tại mỗi group, mỗi size em sẽ chạy 2 test cases (instances) là s000.kp, s001.kp của range R01000 và chạy test case s000.kp của range R10000.

1. Bảng thống kê

Group	Size	Range	File	Total Value	Total Weight	Time	Optimal?
00 Uncorrelated	n00050	R01000	s001.kp	19836	13585	0.0000036	YES
	n00100	R01000	s001.kp	41049	22689	0.0000110	YES
	n00200	R01000	s001.kp	78918	48841	0.0003748	YES
	n00500	R01000	s001.kp	202841	131008	0.0004933	YES
	n01000	R01000	s001.kp	418472	243069	0.0021296	YES
	n00050	R01000	s000.kp	20995	14721	0.0000312	YES
	n00100	R01000	s000.kp	46537	22519	0.0000551	YES
	n00200	R01000	s000.kp	84317	50302	0.0002325	YES
	n00500	R01000	s000.kp	207992	118693	0.0000076	YES
	n01000	R01000	s000.kp	400811	252480	0.0023007	YES
	n00050	R10000	s000.kp	209818	147083	0.0000296	YES
	n00100	R10000	s000.kp	465424	225212	0.0000186	YES
	n00200	R10000	s000.kp	843127	502608	0.0000021	YES
	n00500	R10000	s000.kp	2078639	1185802	0.0000482	YES
	n01000	R10000	s000.kp	4005798	2522529	0.0010641	YES
01 Weakly Correlated	n00050	R01000	s001.kp	13214	11791	0.0002761	YES
	n00100	R01000	s001.kp	27624	25389	0.0000498	YES
	n00200	R01000	s001.kp	53514	48102	0.0015042	YES
	n00500	R01000	s001.kp	138098	123764	0.0030446	YES
	n01000	R01000	s001.kp	279824	254777	0.0001411	YES
	n00050	R01000	s000.kp	15768	14232	0.0003407	YES
	n00100	R01000	s000.kp	31064	29013	0.0002499	YES
	n00200	R01000	s000.kp	56976	51563	0.0002465	YES
	n00500	R01000	s000.kp	139258	127276	0.0018420	YES
	n01000	R01000	s000.kp	273052	245972	0.0025156	YES
	n00050	R10000	s000.kp	157504	142272	0.0005007	YES
	n00100	R10000	s000.kp	310315	289895	0.0007937	YES
	n00200	R10000	s000.kp	569063	515196	0.0015039	YES
	n00500	R10000	s000.kp	1390993	1271685	0.0196133	YES
	n01000	R10000	s000.kp	2727089	2457528	0.0013270	YES
02 Strongly Correlated	n00050	R01000	s001.kp	15293	11793	0.2591672	YES
	n00100	R01000	s001.kp	32291	25391	1.9509606	YES
	n00200	R01000	s001.kp	62206	48106	34.1800435	YES
	n00500	R01000	s001.kp	158920	123620	180.5930080	NO
	n01000	R01000	s001.kp	324577	254777	183.1338458	NO
	n00050	R01000	s000.kp	17539	14239	0.0164804	YES
	n00100	R01000	s000.kp	35617	29017	0.1065967	YES

	n00200	R01000	s000.kp	65363	51563	180.0107412	NO
	n00500	R01000	s000.kp	162178	127278	180.0457053	NO
	n01000	R01000	s000.kp	316372	245972	180.0241404	NO
	n00050	R10000	s000.kp	175283	142283	0.0322688	YES
	n00100	R10000	s000.kp	355961	289961	0.2850885	YES
	n00200	R10000	s000.kp	653200	515200	180.0075474	NO
	n00500	R10000	s000.kp	1620685	1271685	180.0172653	NO
	n01000	R10000	s000.kp	3161168	2457168	180.0002191	NO
03 Inverse Strongly Correlated	n00050	R01000	s001.kp	12691	14191	0.0418122	YES
	n00100	R01000	s001.kp	27042	30342	121.5852726	YES
	n00200	R01000	s001.kp	51707	58007	142.6519413	YES
	n00500	R01000	s001.kp	132916	148516	184.0700293	NO
	n01000	R01000	s001.kp	272157	304057	181.7227442	NO
	n00050	R01000	s000.kp	14914	16714	2.0777600	YES
	n00100	R01000	s000.kp	30468	33968	0.0009425	YES
	n00200	R01000	s000.kp	54964	61464	0.0060563	YES
	n00500	R01000	s000.kp	136031	152031	178.4195573	NO
	n01000	R01000	s000.kp	263977	295477	193.4212694	NO
	n00050	R10000	s000.kp	149036	167036	3.8263783	YES
	n00100	R10000	s000.kp	304466	339466	0.0019262	YES
	n00200	R10000	s000.kp	549209	614209	0.0266619	YES
	n00500	R10000	s000.kp	1356100	1515100	180.0001915	NO
	n01000	R10000	s000.kp	2632946	2946946	180.0001671	NO
04 Almost Strongly Correlated	n00050	R01000	s001.kp	15308	11792	4.8185391	YES
	n00100	R01000	s001.kp	32284	25391	0.4438157	YES
	n00200	R01000	s001.kp	62209	48106	1.5604172	YES
	n00500	R01000	s001.kp	159106	123736	180.0431099	NO
	n01000	R01000	s001.kp	324609	254777	49.0149906	YES
	n00050	R01000	s000.kp	17556	14238	0.0089037	YES
	n00100	R01000	s000.kp	35611	29016	0.0307395	YES
	n00200	R01000	s000.kp	65385	51563	180.0052969	NO
	n00500	R01000	s000.kp	162154	127278	182.3516791	NO
	n01000	R01000	s000.kp	316415	245972	1.8647180	YES
	n00050	R10000	s000.kp	175434	142280	1.5412428	YES
	n00100	R10000	s000.kp	355902	289960	0.0892565	YES
	n00200	R10000	s000.kp	653363	515198	180.0002396	NO
	n00500	R10000	s000.kp	1620463	1271681	180.0001769	NO
	n01000	R10000	s000.kp	3161935	2457530	180.0001650	NO
05 SubsetSum	n00050	R01000	s001.kp	11793	11793	0.0000660	YES
	n00100	R01000	s001.kp	25391	25391	0.0001490	YES
	n00200	R01000	s001.kp	48106	48106	0.0002143	YES
	n00500	R01000	s001.kp	123764	123764	0.0005252	YES
	n01000	R01000	s001.kp	254777	254777	0.0004356	YES
	n00050	R01000	s000.kp	14239	14239	0.0001454	YES
	n00100	R01000	s000.kp	29017	29017	0.0000260	YES
	n00200	R01000	s000.kp	51563	51563	0.0000472	YES
	n00500	R01000	s000.kp	127278	127278	0.0001454	YES
	n01000	R01000	s000.kp	245972	245972	0.0004652	YES
	n00050	R10000	s000.kp	142283	142283	1.2185016	YES
	n00100	R10000	s000.kp	289961	289961	0.0038800	YES

	n00200	R10000	s000.kp	515200	515200	0.0001655	YES
	n00500	R10000	s000.kp	1271685	1271685	0.0072055	YES
	n01000	R10000	s000.kp	2457533	2457533	0.0010788	YES
06 Uncorrelated With Similar Weights	n00050	R01000	s001.kp	17920	2401186	0.0139978	YES
	n00100	R01000	s001.kp	37000	4902351	2.9509661	YES
	n00200	R01000	s001.kp	72399	9904984	0.0000091	YES
	n00500	R01000	s001.kp	187312	24712830	180.0517964	NO
	n01000	R01000	s001.kp	379545	49523374	7.9938664	YES
	n00050	R01000	s000.kp	19676	2401482	0.0373735	YES
	n00100	R01000	s000.kp	39791	4902253	7.8456681	YES
	n00200	R01000	s000.kp	75678	9904900	0.0000055	YES
	n00500	R01000	s000.kp	189769	24712055	180.1265163	NO
	n01000	R01000	s000.kp	371246	49525319	0.0459721	YES
	n00050	R10000	s000.kp	19676	2401482	0.0496352	YES
	n00100	R10000	s000.kp	39791	4902253	7.6365020	YES
	n00200	R10000	s000.kp	75678	9904900	0.0000083	YES
	n00500	R10000	s000.kp	189769	24712055	180.0001867	NO
	n01000	R10000	s000.kp	371246	49525319	0.0859714	YES
07 Spanner Uncorrelated	n00050	R01000	s001.kp	11948	6578	3.0968747	YES
	n00100	R01000	s001.kp	22147	11914	165.2167072	NO
	n00200	R01000	s001.kp	43417	25921	179.2771988	NO
	n00500	R01000	s001.kp	119279	63365	179.9610169	NO
	n01000	R01000	s001.kp	232145	120497	180.0604827	NO
	n00050	R01000	s000.kp	13472	4569	0.0034542	YES
	n00100	R01000	s000.kp	24228	8748	159.4754603	NO
	n00200	R01000	s000.kp	47836	17274	179.7565382	NO
	n00500	R01000	s000.kp	114616	42898	179.8609216	NO
	n01000	R01000	s000.kp	228624	84656	188.1282351	NO
	n00050	R10000	s000.kp	135733	46295	0.0039272	YES
	n00100	R10000	s000.kp	243893	88483	180.0707202	NO
	n00200	R10000	s000.kp	482118	174792	180.0007575	NO
	n00500	R10000	s000.kp	1155011	433675	180.0001996	NO
	n01000	R10000	s000.kp	2304627	856119	180.0002379	NO
08 Spanner Weakly Correlated	n00050	R01000	s001.kp	15276	6437	1.5118432	YES
	n00100	R01000	s001.kp	27478	11951	179.8184836	NO
	n00200	R01000	s001.kp	60080	23770	173.2559853	NO
	n00500	R01000	s001.kp	145888	64611	183.3822441	NO
	n01000	R01000	s001.kp	277084	125478	180.2282193	NO
	n00050	R01000	s000.kp	10354	11452	1.6170683	YES
	n00100	R01000	s000.kp	20550	20824	0.0010121	YES
	n00200	R01000	s000.kp	40575	41116	14.9505067	YES
	n00500	R01000	s000.kp	98713	100076	200.0230806	NO
	n01000	R01000	s000.kp	196050	198664	179.9442203	NO
	n00050	R10000	s000.kp	102774	115687	1.7513516	YES
	n00100	R10000	s000.kp	203856	210158	0.0410979	YES
	n00200	R10000	s000.kp	403248	415714	118.4820774	YES
	n00500	R10000	s000.kp	981336	1011673	179.9999976	NO
	n01000	R10000	s000.kp	1948536	2008773	180.0003245	NO
09 Spanner Strongly	n00050	R01000	s001.kp	27261	6461	1.4415958	YES
	n00100	R01000	s001.kp	49204	12004	179.6461382	NO

Correlated	n00200	R01000	s001.kp	104200	23700	179.7110512	NO
	n00500	R01000	s001.kp	263953	64553	173.9305432	NO
	n01000	R01000	s001.kp	504878	125478	180.6833534	NO
	n00050	R01000	s000.kp	28440	11540	185.6863289	NO
	n00100	R01000	s000.kp	51656	20956	11.0781121	YES
	n00200	R01000	s000.kp	101888	41288	194.6442707	NO
	n00500	R01000	s000.kp	245128	99928	188.6362002	NO
	n01000	R01000	s000.kp	488672	198772	180.0009208	NO
	n00050	R10000	s000.kp	285753	116753	51.4697366	YES
	n00100	R10000	s000.kp	518835	211835	0.0493896	YES
	n00200	R10000	s000.kp	1022469	417469	180.0001919	NO
	n00500	R10000	s000.kp	2460672	1010672	180.0002286	NO
	n01000	R10000	s000.kp	4903566	2009566	180.0002182	NO
10 Multiple Strongly Correlated	n00050	R01000	s001.kp	19390	11790	0.2660174	YES
	n00100	R01000	s001.kp	40686	25386	0.0126407	YES
	n00200	R01000	s001.kp	79202	48102	6.7337892	YES
	n00500	R01000	s001.kp	201662	123762	51.7812619	YES
	n01000	R01000	s001.kp	409472	254772	180.8463767	NO
	n00050	R01000	s000.kp	21338	14238	0.0026369	YES
	n00100	R01000	s000.kp	43316	29016	1.5535488	YES
	n00200	R01000	s000.kp	81658	51558	27.5833621	YES
	n00500	R01000	s000.kp	203778	127278	205.3740530	NO
	n01000	R01000	s000.kp	399170	245970	180.0085893	NO
	n00050	R10000	s000.kp	217265	142265	0.0002012	YES
	n00100	R10000	s000.kp	434921	289921	0.0005305	YES
	n00200	R10000	s000.kp	813196	515196	6.5671973	YES
	n00500	R10000	s000.kp	2034682	1271682	180.0001957	NO
	n01000	R10000	s000.kp	3995528	2457528	180.0002067	NO
11 Profit Ceiling	n00050	R01000	s001.kp	11784	11792	0.0367553	YES
	n00100	R01000	s001.kp	25377	25390	17.6473935	YES
	n00200	R01000	s001.kp	48087	48105	179.0238709	NO
	n00500	R01000	s001.kp	123714	123763	180.0432513	NO
	n01000	R01000	s001.kp	254682	254777	109.1392992	YES
	n00050	R01000	s000.kp	14229	14238	1.0862088	YES
	n00100	R01000	s000.kp	29001	29015	48.7701356	YES
	n00200	R01000	s000.kp	51540	51562	184.0445611	NO
	n00500	R01000	s000.kp	127239	127277	180.0285203	NO
	n01000	R01000	s000.kp	245877	245972	180.0047238	NO
	n00050	R10000	s000.kp	142272	142282	0.7760186	YES
	n00100	R10000	s000.kp	289947	289959	177.8062592	NO
	n00200	R10000	s000.kp	515169	515199	180.0000052	NO
	n00500	R10000	s000.kp	1271616	1271685	24.9617610	YES
	n01000	R10000	s000.kp	2457411	2457533	180.0000081	NO
12 Circle	n00050	R01000	s001.kp	248488	11793	2.2837222	YES
	n00100	R01000	s001.kp	535012	25391	79.7854908	YES
	n00200	R01000	s001.kp	1013639	48106	180.0785446	NO
	n00500	R01000	s001.kp	2607828	123764	180.0002747	NO
	n01000	R01000	s001.kp	5368399	254777	180.0002337	NO
	n00050	R01000	s000.kp	300031	14239	0.5084240	YES
	n00100	R01000	s000.kp	611418	29017	0.1374595	YES

	n00200	R01000	s000.kp	1086483	51563	178.9444230	NO
	n00500	R01000	s000.kp	2681868	127278	179.7383385	NO
	n01000	R01000	s000.kp	5182856	245972	0.0063527	YES
	n00050	R10000	s000.kp	9485054	142283	4.5308185	YES
	n00100	R10000	s000.kp	19329757	289961	6.4141467	YES
	n00200	R10000	s000.kp	34344928	515200	31.5053759	YES
	n00500	R10000	s000.kp	84774716	1271685	180.0002499	NO
	n01000	R10000	s000.kp	163827248	2457533	180.0000021	NO

* Ở cột **Optimal?**, **YES** cho biết lời giải tìm được chắc chắn là tối ưu, **NO** thể hiện rằng thuật toán dừng lại do đã chạy hết thời gian giới hạn nên lời giải có thể tối ưu hoặc không.

2. Nhận xét

- Từ bảng kết quả có thể thấy được sự ngẫu nhiên của các test cases. **Trong cùng một group:**

+ Nhiều test cases khác nhau về size và range có sự khác biệt lớn về thời gian giải.

+ Có các test cases cùng range, cùng size vẫn có sự khác biệt rất lớn (ở **08SpannerWeaklyCorrelated/n00100/R01000/s001.kp** chạy hết thời gian giới hạn (180s) vẫn chưa chạy xong thuật toán thì ở **08SpannerWeaklyCorrelated/n00100/R01000/s000.kp** đã tìm thấy lời giải tối ưu chỉ trong 0.0010121s).

+ Cùng range nhưng size nhỏ hơn chưa chắc dễ tìm lời giải hơn (09SpannerStronglyCorrelated/**n00050**/R01000/s000.kp chạy hết thời gian giới hạn thì 09SpannerStronglyCorrelated/**n00100**/R01000/s000.kp tìm thấy lời giải tối ưu trong 11.0781121s).

+ Cùng size nhưng range nhỏ hơn cũng chưa chắc dễ tìm lời giải hơn (12Circle/n00200/**R01000**/s000.kp chạy hết thời gian giới hạn 12Circle/n00200/**R10000**/s000.kp tìm thấy lời giải tối ưu trong 31.5053759s).

Group	Số test case có lời giải tối ưu
00 Uncorrelated	15
01 Weakly Correlated	15
02 Strongly Correlated	7
03 Inverse Strongly Correlated	9
04 Almost Strongly Correlated	9
05 Subset Sum	15
06 Uncorrelated With Similar Weights	12
07 Spanner Uncorrelated	3
08 Spanner Weakly Correlated	7
09 Spanner Strongly Correlated	4
10 Multiple Strongly Correlated	10
11 Profit Ceiling	7
12 Circle	8

- **Giữa các group**, dựa vào số test case có lời giải chắc chắn tối ưu (YES):
 - + Các group dễ giải quyết nhất: 00Uncorrelated, 01WeaklyCorrelated, 05SubsetSum.
 - + Các group khó giải quyết nhất: 07SpannerUncorrelated, 09SpannerStronglyCorrelated, 02StronglyCorrelated, 08SpannerWeaklyCorrelated, 11ProfitCeiling.