Projektowanie efektywnych algorytmów

Autor:
Tymon Tobolski (181037)
Jacek Wieczorek (181043)

Prowadzący:
Prof. dr hab. inż Adam Janiak

Wydział Elektroniki
III rok
Cz TN 13.15 - 15.00

20 listopada 2011

1 Cel projektu

Celem projketu jest zaimplementowanie i przetestowanie metaheurystycznego algorytmu symulowanego wyżarzania dla porblemu szeregowania zadań na jednym procesorze przy kryterium minimalizacji wazonej sumy opóźnień zadań.

2 Opis problemu

Jednoprocesorowy problem szeregowania zadań przy kryterium minimalizacji ważonej sumy opóźnień zadań.

Danych jest n zadań (o numerach od 1 do n), które mają być wykonane bez przerwań przez pojedynczy procesor, mogący wykonywać co najwyżej jedno zadanie jednocześnie. Każde zadanie j jest dostępne do wykonania w chwili zero, do wykonania wymaga $p_j > 0$ jednostek czasu oraz ma określoną wagę (priorytet) $w_j > 0$ i oczekiwany termin zakończenia wykonywania $d_j > 0$. Zadanie j jest spóźnione, jeżeli zakończy się wykonywać po swoim terminie d_j, a miarą tego opóźnienia jest wielkość $T_j = max(0, C_j - d_j)$, gdzie C_j jest terminem zakończenia wykonywania zadania j. Problem polega na znalezieniu takiej kolejności wykonywania zadań (permutacji) aby zminimalizować kryterium $TWT = \Sigma_{j=1}^{n} w_j T_j$.

3 Opis algorytmu

Symulowane wyżarzanie to algorytm heurystyczny przeszukującego przestrzeń alternatywnych rozwiązań problemu w celu wyszukania rozwiązań najlepszych. Sposób działania algorytmu jest analogią do zjawiska wyżarzania w metalurgii.

Przebieg algorytmu :

```
t = Tmax
old = S_0
best = old

while t < Tmin
        new = S(old)
        if F(new) < F(old)
                old = new
                if F(new) < F(best)
                        best = new
                end
        else if rand() < P(old, new, t)
```

```
            old = new
        end

        t = T(t)
end
```

4 Implementacja

Jezykiem implementacji algorytmu jest *Scala* w wersji 2.9.1 działająca na *JVM*.

Algorytm oparty został na funkcji rekurencyjnej (rekurencja ogonowa) implementującej symulowane wyżarzanie. W celu bezpiecznego zrównoleglenia uruchamiania programy na wiele wątków i tym samym przyśpieszyć wyliczanie skorzystaliśmy z programowania funkcyjnego.
Funkcja :

```
def apply(s0: T) = {
        def inner(bestState: T, oldState: T, t: Double): T = {
            if(t < Tmin) oldState
            else {
                val newState = S(oldState)
                val (a,b) = if(F(newState) < F(oldState)){
                    if(F(newState) < F(bestState)) (newState, newState)
                    else (bestState, newState)
                } else if (math.random < P(oldState, newState, t)){
                    (bestState, newState)
                } else {
                    (bestState, oldState)
                }
                inner(a, b, T(t))
            }
        }

        inner(s0, s0, Tmax)

    }
```

gdzie :

- S - funkcja generujaca nowy losowy stan na postawie podanego
- F - funkcja celu/kosztu

5 Testy

Testy algorytmu symulowanego wyżarzania przeprowadzone zostały dla trzech zestawów testów o róznym rozmiarze porblemu n, każdy składający się ze 125 instancji. Parametry podstawowe jak T_{min} i T_{max} w przypadku każdego testu były takie same. Zmieniany natomiast był parametr T_d.
TODO poprawic

Jako wyniki testów przedstawiamy średni czas liczenia wszystkich instancji dla danego rozmiaru problemu - $\bar{t}$, a także średni błąd wzgledny rozwiązań dla każdej instancji - $\bar{x}$. Według wzoru :

$$\bar{t} = \frac{\Sigma_{j=0}^{n} \frac{\Sigma_{i=1}^{k} t_i}{k}}{n} \tag{1}$$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma_{j=0}^{n} \frac{\Sigma_{i=1}^{k} x_i}{k}}{n} \tag{2}$$

gdzie :

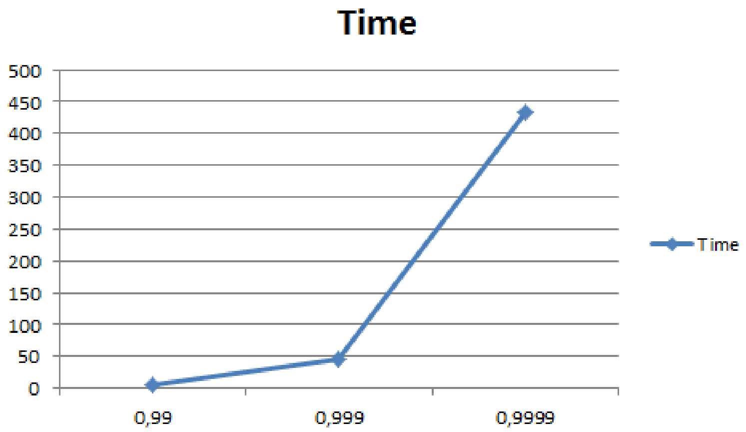
- k - ilość rozwiązań w instancji
- n - ilość instancji danego problemu

Parametry niezmienne :

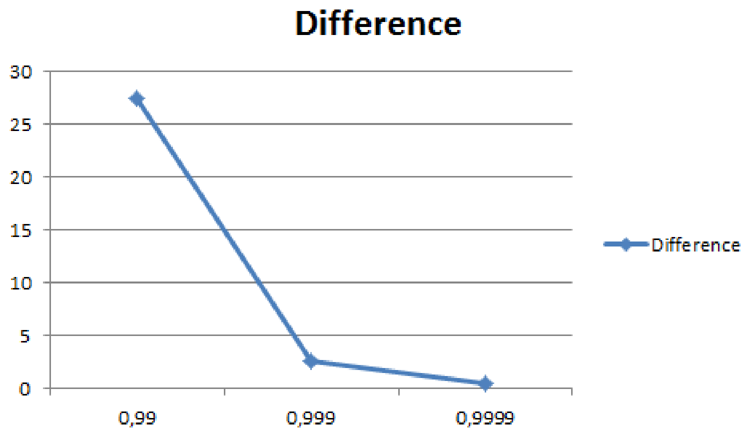
- $T_{min} = 0.01$
- $T_{max} = 100$

5.1 n = 40

T_d	Time	Difference
0,99	5,78	27,41
0,999	46,26	2,52
0,9999	434,52	0,43



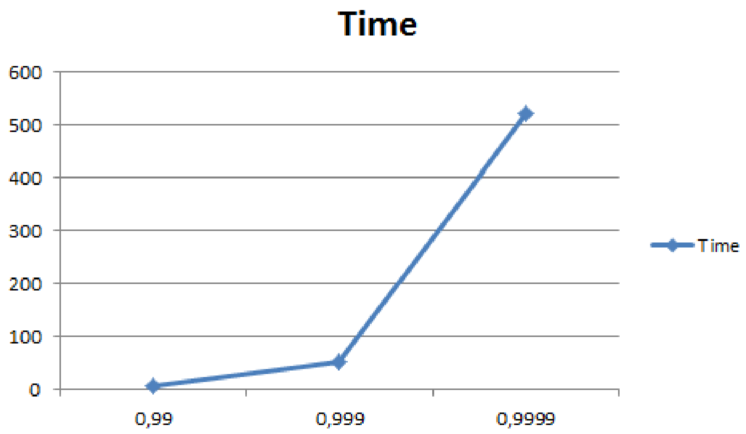
Rysunek 1: Czas rozwiązywania w zależności od parametru T_d



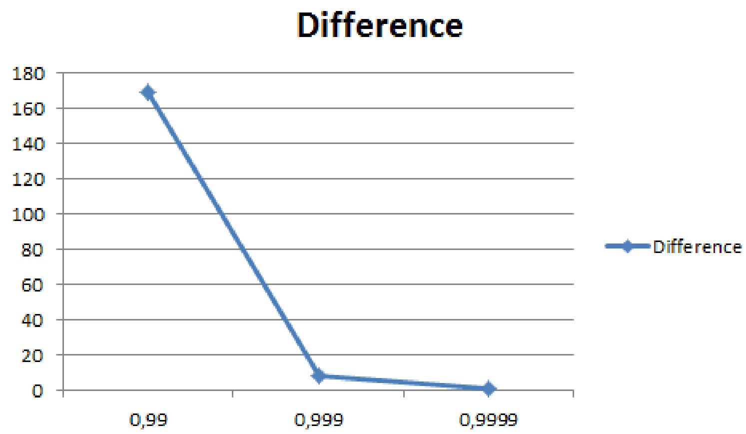
Rysunek 2: Błąd względny rozwiązywania w zależności od parametru T_d

5.2 n = 50

T_d	Time	Difference
0,99	6,63	169,02
0,999	53,09	8,47
0,9999	519,04	0,95



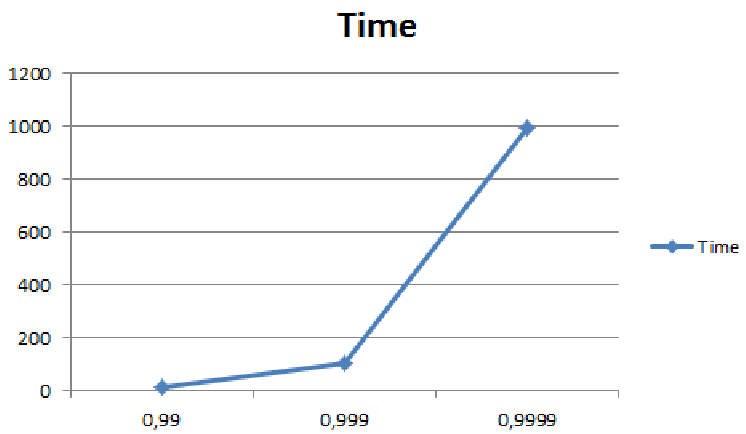
Rysunek 3: Czas rozwiązywania w zależności od parametru T_d



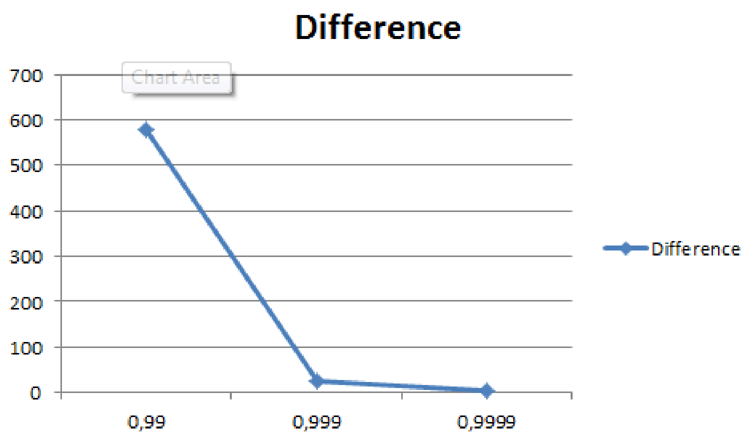
Rysunek 4: Błąd względny rozwiązywania w zależności od parametru T_d

5.3 n = 100

T_d	Time	Difference
0,99	12,4	579,97
0,999	104,18	23,43
0,9999	990	3,42

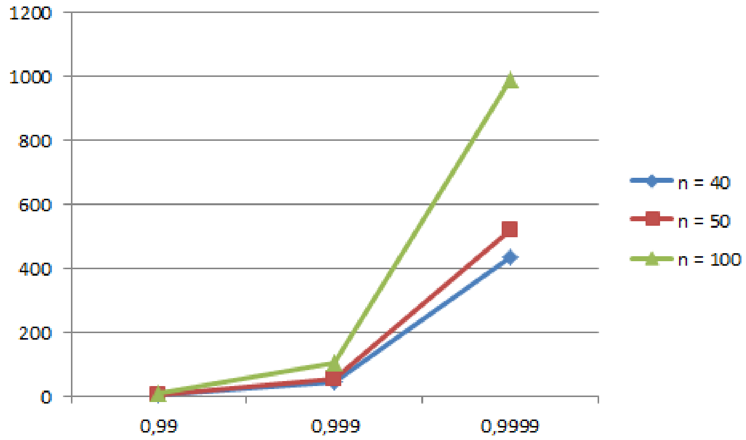


Rysunek 5: Czas rozwiązywania w zależności od parametru T_d

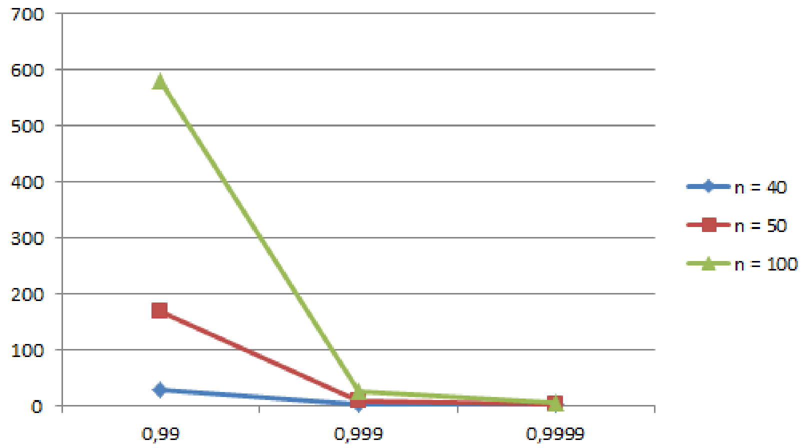


Rysunek 6: Błąd względny rozwiązywania w zależności od parametru T_d

5.4 Porównanie wszytskich zadań



Rysunek 7: Czas rozwiązywania w zależności od parametru T_d



Rysunek 8: Błąd względny rozwiązywania w zależności od parametru T_d

6 Wnioski