

# Projektowanie efektywnych algorytmów

*Autor:*

Tymon Tobolski (181037)

Jacek Wieczorek (181043)

*Prowadzący:*

Prof. dr hab. inż Adam Janiak

Wydział Elektroniki

III rok

Cz TN 13.15 - 15.00

16 stycznia 2012

# 1 Cel projektu

Celem projektu jest zaimplementowanie i przetestowanie metaheurystycznego algorytmu genetycznego dla problemu szeregowania zadań na jednym procesorze przy kryterium minimalizacji ważonej sumy opóźnień zadań.

# 2 Opis problemu

**Jednoprocesorowy problem szeregowania zadań przy kryterium minimalizacji ważonej sumy opóźnień zadań.**

Danych jest  $n$  zadań (o numerach od 1 do  $n$ ), które mają być wykonane bez przerwania przez pojedynczy procesor, mogący wykonywać co najwyżej jedno zadanie jednocześnie. Każde zadanie  $j$  jest dostępne do wykonania w chwili zero, do wykonania wymaga  $p_j > 0$  jednostek czasu oraz ma określoną wagę (priorytet)  $w_j > 0$  i oczekiwany termin zakończenia wykonywania  $d_j > 0$ . Zadanie  $j$  jest spóźnione, jeżeli zakończy się wykonywać po swoim terminie  $d_j$ , a miarą tego opóźnienia jest wielkość  $T_j = \max(0, C_j - d_j)$ , gdzie  $C_j$  jest terminem zakończenia wykonywania zadania  $j$ . Problem polega na znalezieniu takiej kolejności wykonywania zadań (permutacji) aby zminimalizować kryterium  $TWT = \sum_{j=1}^n w_j T_j$ .

# 3 Opis algorytmu

Przebieg algorytmu :

```
1  best = S_0 // stan początkowy
   population = generateRandomPopulation(S_0, 2*k) // losowa populacja
                  początkowa

   while n > 0 // n - ilość iteracji
       nextGen = ... TODO

       foreach i in nextGen
           if rand() < M
               nextGen[i] = mutate(nextGen[i])
           end
       end
11  end

       all = population + nextGen
       sort(all)

       population = []
       for i in (0..2k)
           population[i] = all[i]
       end

21  best = population[0]
```

end

gdzie :

- F - funkcja kosztu/celu
- M - prawdopodobieństwo mutacji

## 4 Implementacja

Jezykiem implementacji algorytmu jest *Scala* w wersji 2.9.1 działająca na *JVM*.

```
// generyczna klasa algorytmu genetycznego
abstract class Genetic[A, R : Ordering] extends Function1[A, A] {
  import scala.Ordering.Implicits._

  def K: Int // population size (will be doubled!)
  def F(x: A): R // cost function
  def N: Int // number of iterations
  8 def M: Double // mutation probability
  def crossover(a: A, b: A): (A, A) // crossover function
  def mutation(a: A): A
  def newRandom(a: A): A

  def bestOf(as: List[A]): A = as.minBy(F)
  def mutate(a: A) = if(math.random < M) mutation(a) else a

  def apply(s0: A) = {
    18 def inner(n: Int, population: List[A], best: A): A = {
      val nextGen = population.grouped(2).flatMap {
        case a :: b :: Nil =>
          val (x,y) = crossover(a,b)
          mutate(x) :: mutate(y) :: Nil
        case _ => Nil
      }

      val newPopulation = (population ++ nextGen).sortBy(F).take(2*K)
      val newBest = bestOf(newPopulation)
    28 if(n > 0) inner(n-1, newPopulation, newBest)
      else newBest
    }

    val initial = (1 to (2*K)).map(i => newRandom(s0)).toList

    inner(N, initial, initial.head)
  }
  38 }

// Klasa reprezentujaca zadanie
case class Task(index: Int, p: Int, d: Int, w: Int){
  override def toString = index.toString
}
```

```

    }

    // Klasa reprezentująca uporządkowanie zadań
    case class TaskList(list: Array[Task]){
      lazy val cost = ((0,0) /: list){
        case ((time, cost), task) =>
48         val newTime = time + task.p
          val newCost = cost + math.max(0, (newTime - task.d)) * task.w
          (newTime, newCost)
      }. _2

      override def toString = "%s : %d" format (list.map(_.toString).mkString(
        "[", ", ", "]" ), cost)
    }

    trait Common {
      def selections[A](list: List[A]): List[(A, List[A])] = list match {
58         case Nil => Nil
          case x :: xs => (x, xs) :: (for((y, ys) <- selections(xs)) yield (y,
            x :: ys))
      }

      implicit def taskListOrdering = new Ordering[TaskList]{
        def compare(x: TaskList, y: TaskList): Int = x.cost compare y.cost
      }

      implicit def arraySwap[T](arr: Array[T]) = new {
        def swapped(i: Int, j: Int) = {
68         val cpy = arr.clone
          val tmp = cpy(i)
          cpy(i) = cpy(j)
          cpy(j) = tmp
          cpy
        }
      }
    }

    }

78 // Implementacja algorytmu genetycznego
    val GA = (n: Int, k: Int) => new Genetic[TaskList, Int] with Common {
      def N = n
      def M = 0.01
      def K = k
      def F(tasks: TaskList) = tasks.cost

      def crossover(a: TaskList, b: TaskList) = pmx(b,a)
      def mutation(tasks: TaskList) = TaskList(randomPermutation(tasks.list))
      def newRandom(tasks: TaskList) = TaskList(randomPermutation(tasks.list))

88     def pmx(ta: TaskList, tb: TaskList): (TaskList, TaskList) = {
      def zeros(n: Int) = new Array[Task](n)

      val (a, b, n) = (ta.list, tb.list, ta.list.length)

      val rand = new Random
      var ti = rand.nextInt(n)
      var tj = rand.nextInt(n)
      while(ti == tj){ tj = rand.nextInt(n) }
98     val (i,j) = if(ti < tj) (ti, tj) else (tj, ti)

      val (af, ar) = a.splitAt(i)
      val (am, ab) = ar.splitAt(j-i)
    }
  }

```

```

108      val (bf, br) = b.splitAt(i)
          val (bm, bb) = br.splitAt(j-i)

          val ax = zeros(i) ++ bm ++ zeros(n - j)
          val bx = zeros(i) ++ am ++ zeros(n - j)

          a.zipWithIndex.foreach { case (e, i) => if(ax(i) == null && !ax.
              contains(e)) ax(i) = e }
          b.zipWithIndex.foreach { case (e, i) => if(bx(i) == null && !bx.
              contains(e)) bx(i) = e }

          ax.zipWithIndex.foreach { case (e, i) => if(e == null) ax(i) = a.
              dropWhile(ax.contains).head }
          bx.zipWithIndex.foreach { case (e, i) => if(e == null) bx(i) = b.
              dropWhile(bx.contains).head }

          (TaskList(ax), TaskList(bx))
    }
118 }

```

## 5 Testy

Test algorytmu genetycznego przeprowadzony został dla trzech zestawów testów o różnej ilości zadań, każdy składający się ze 125 instancji.

Jako wyniki testów przedstawiamy średni czas liczenia wszystkich instancji dla danego rozmiaru problemu -  $\bar{t}$ , a także średni błąd względny rozwiązań dla każdej instancji -  $\bar{x}$ . Według wzoru :

$$\bar{t} = \frac{\sum_{j=1}^m \frac{\sum_{i=1}^z t_i}{z}}{m} \quad (1)$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^m \frac{\sum_{i=1}^z x_i}{z}}{m} \quad (2)$$

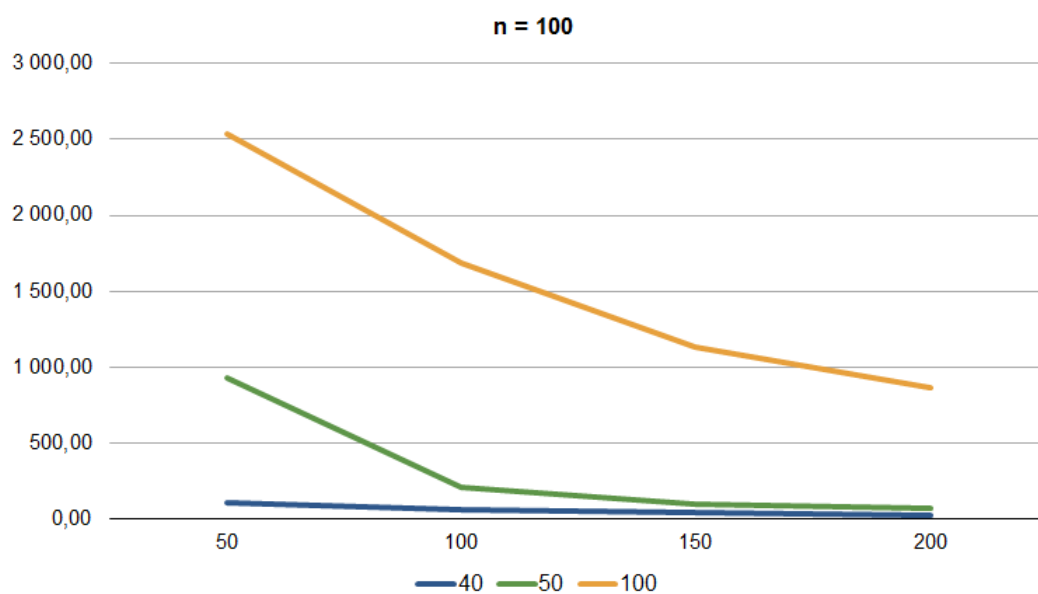
gdzie :

- $z$  - ilość rozwiązań w instancji
- $m$  - ilość instancji danego problemu

## 5.1 Średnia różnica dla zmiennego $k$ i stałego $n = 100$

$k \backslash m$	40	50	100
50	108,04	928,76	2 535,24
100	57,86	212,16	1 682,69
150	38,76	92,89	1 133,71
200	26,19	69,96	859,94

Tabela 1: Diff,  $n = 100$

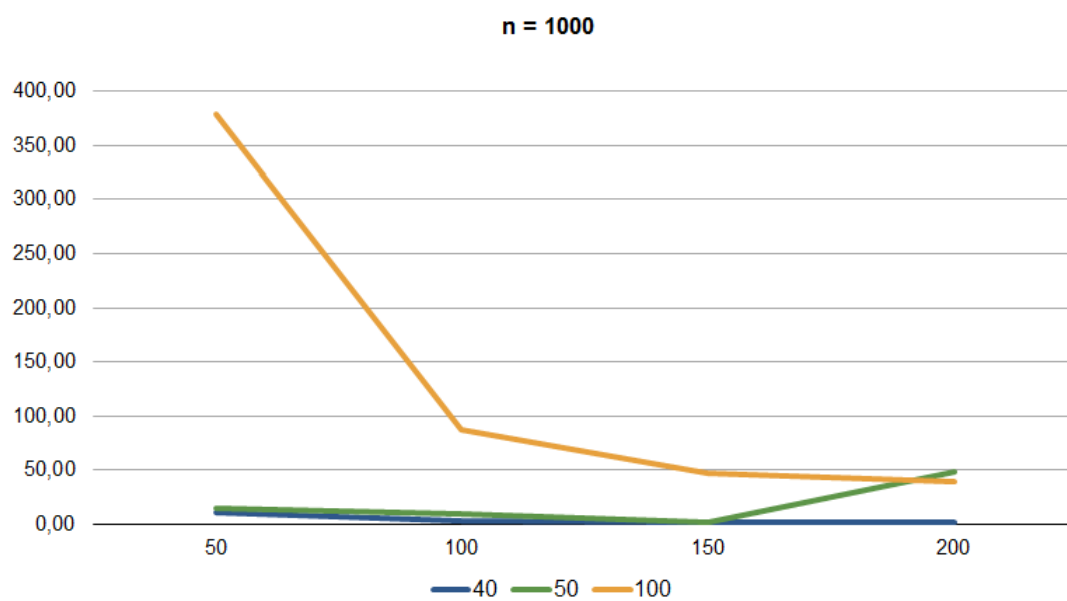


Rysunek 1: Diff,  $n = 100$

## 5.2 Średnia różnica dla zmiennego $k$ i stałego $n = 1000$

$k \backslash m$	40	50	100
50	10,99	14,33	378,84
100	2,59	9,17	87,50
150	2,53	2,14	46,63
200	1,44	48,89	39,68

Tabela 2: Diff,  $n = 1000$

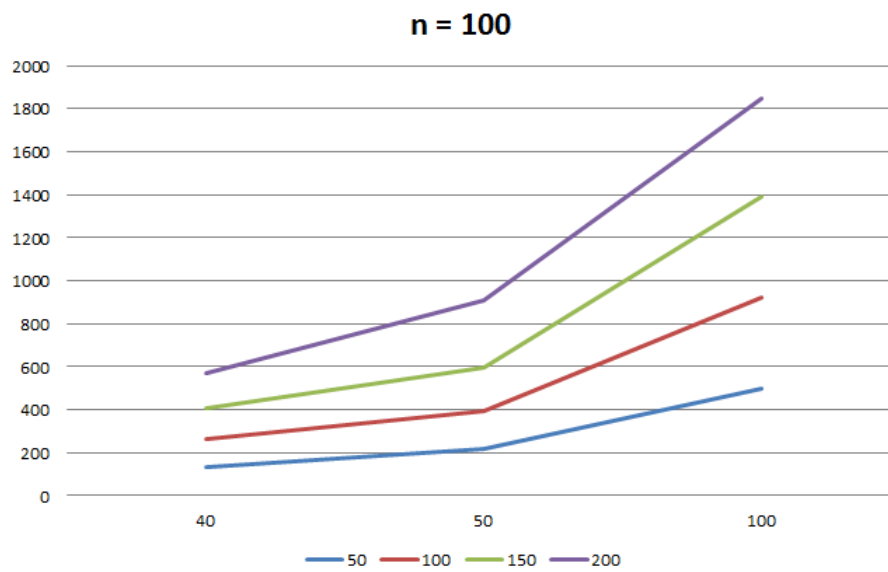


Rysunek 2: Diff,  $n = 1000$

### 5.3 Średnia czas rozwiązywania dla zmiennego $k$ i stałego $n = 100$

$k \backslash I$	40	50	100
50	136,45	219,75	497,38
100	261,98	391,01	918,89
150	409,40	598,76	1 394,21
200	572,62	908,32	1 847,48

Tabela 3: Time,  $n = 100$



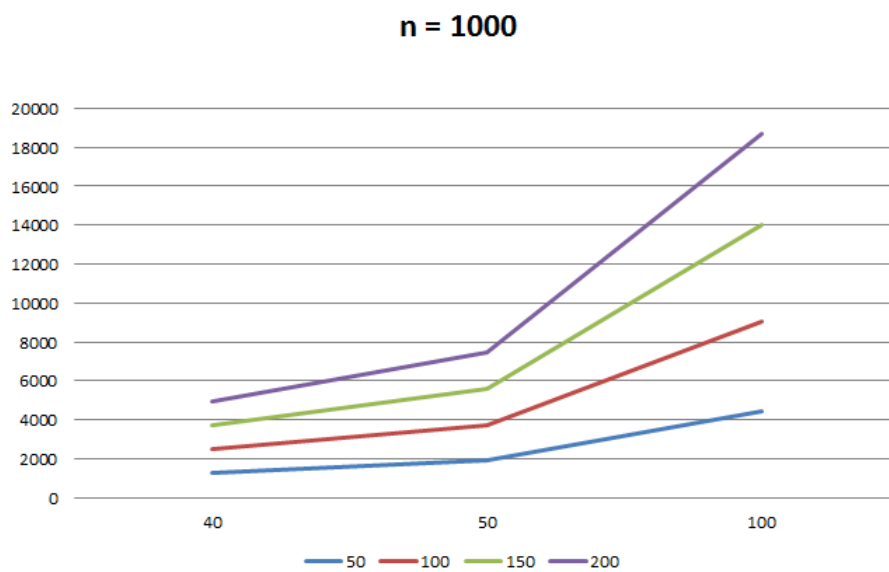
Rysunek 3: Time,  $n = 100$



## 5.4 Średnia czas rozwiązywania dla zmiennego $k$ i stałego $n = 1000$

$k \backslash I$	40	50	100
50	1 285,72	1 904,94	4 428,43
100	2 492,99	3 706,92	9 026,62
150	3 713,95	5 595,20	13 981,76
200	4 954,24	7 452,48	18 717,00

Tabela 4: Time,  $n = 1000$



Rysunek 4: Time,  $n = 1000$

## 6 Wnioski

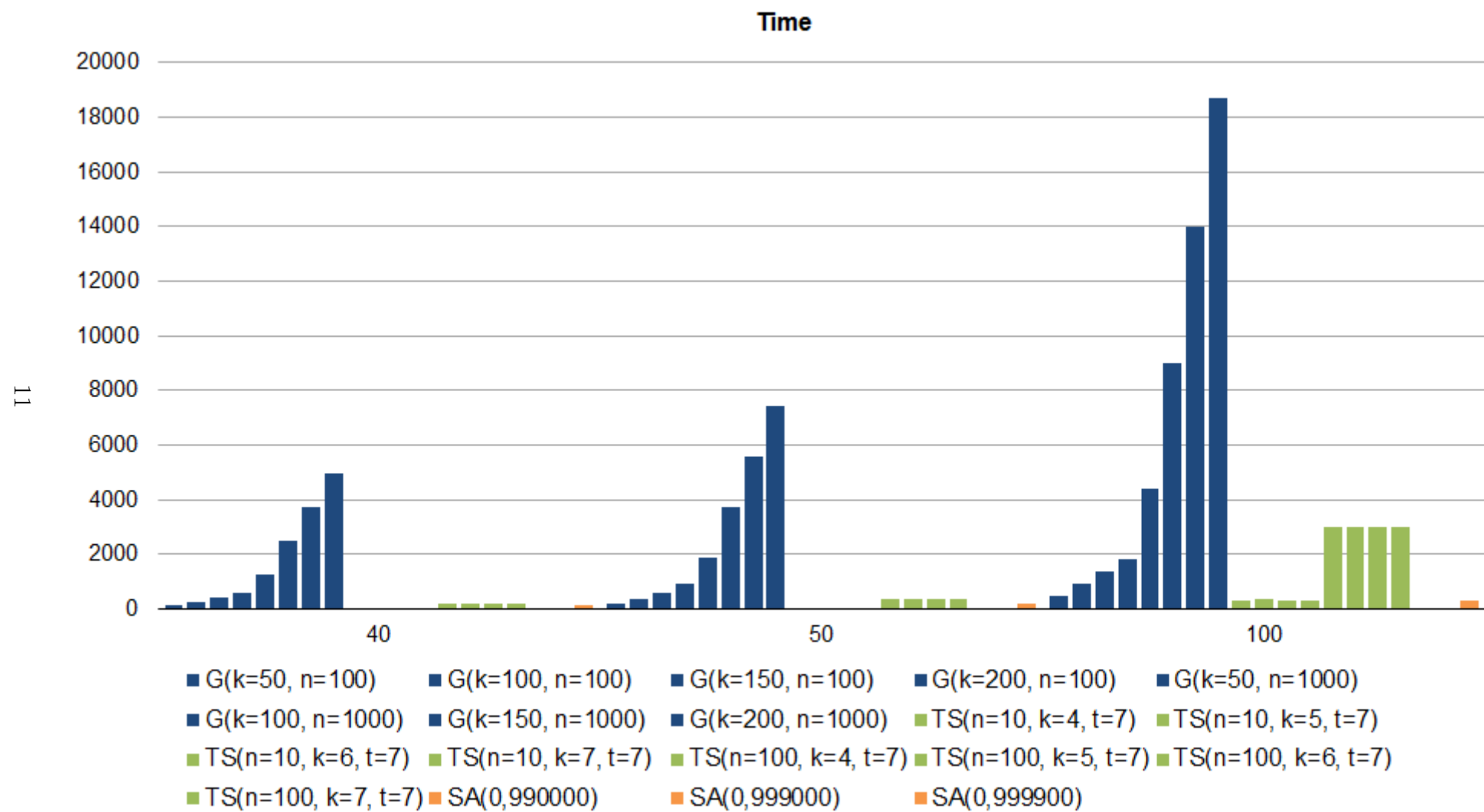
TODO

## 7 Porównanie

### 7.1 Porównanie średniego czasu algorytmów

Alg	40	50	100
G(k=50, n=100)	136,45	219,75	497,38
G(k=100, n=100)	261,98	391,01	918,89
G(k=150, n=100)	409,40	598,76	1 394,21
G(k=200, n=100)	572,62	908,32	1 847,48
G(k=50, n=1000)	1 285,72	1 904,94	4 428,43
G(k=100, n=1000)	2 492,99	3 706,92	9 026,62
G(k=150, n=1000)	3 713,95	5 595,2	13 981,76
G(k=200, n=1000)	4 954,24	7 452,48	18 717,00
TS(n=10, k=4, t=7)	23,11	46,81	333,83
TS(n=10, k=5, t=7)	25,96	50,96	368,84
TS(n=10, k=6, t=7)	26,23	39,14	327,85
TS(n=10, k=7, t=7)	19,42	38,48	314,94
TS(n=100, k=4, t=7)	188,06	378,68	3 028,87
TS(n=100, k=5, t=7)	208,98	375,12	3 009,74
TS(n=100, k=6, t=7)	206,57	382,79	3 004,64
TS(n=100, k=7, t=7)	185,13	387,76	3 003,10
SA(0,990000)	1,89	2,01	3,09
SA(0,999000)	15,88	18,74	30,36
SA(0,999900)	167,36	189,63	305,09

Tabela 5: Średni czas

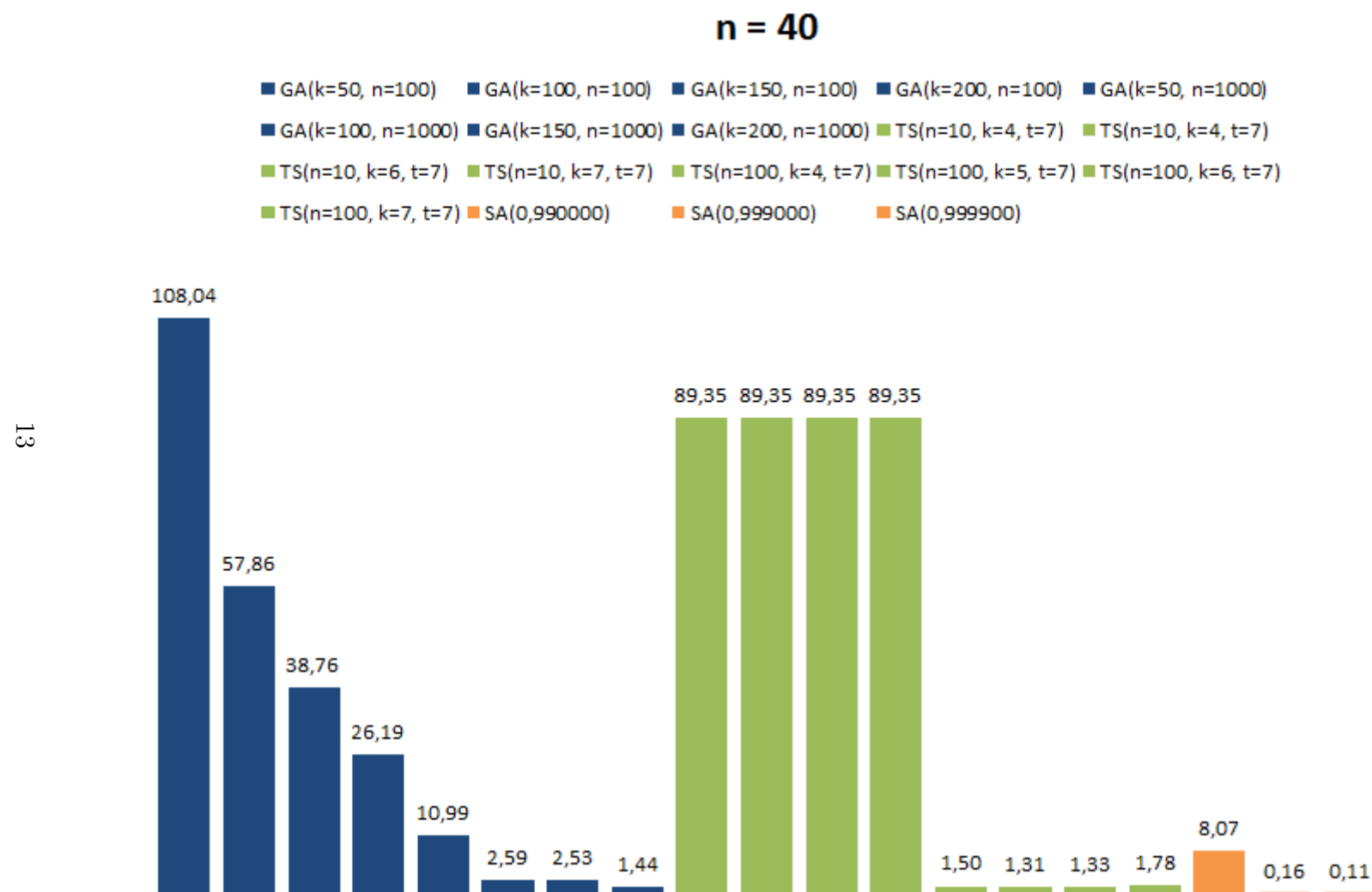


Rysunek 5: Średni czas

## 7.2 Porównanie różnicy wyników algorytmów

Alg	40	50	100
GA(k=50, n=100)	108,04	928,76	2 535,24
GA(k=100, n=100)	57,86	212,16	1 682,69
GA(k=150, n=100)	38,76	92,89	1 133,71
GA(k=200, n=100)	26,19	69,96	859,94
GA(k=50, n=1000)	10,99	14,33	378,84
GA(k=100, n=1000)	2,59	9,17	87,50
GA(k=150, n=1000)	2,53	2,14	46,63
GA(k=200, n=1000)	1,44	48,89	39,68
TS(n=10, k=4, t=7)	89,35	356,44	1 170,06
TS(n=10, k=5, t=7)	89,35	356,44	1 170,06
TS(n=10, k=6, t=7)	89,35	356,44	1 170,06
TS(n=10, k=7, t=7)	89,35	356,44	1 170,06
TS(n=100, k=4, t=7)	1,50	2,21	28,78
TS(n=100, k=5, t=7)	1,31	1,69	30,62
TS(n=100, k=6, t=7)	1,33	6,41	33,63
TS(n=100, k=7, t=7)	1,78	2,43	33,78
SA(0,990000)	8,07	15,77	337,97
SA(0,999000)	0,16	0,55	9,93
SA(0,999900)	0,11	0,01	0,57

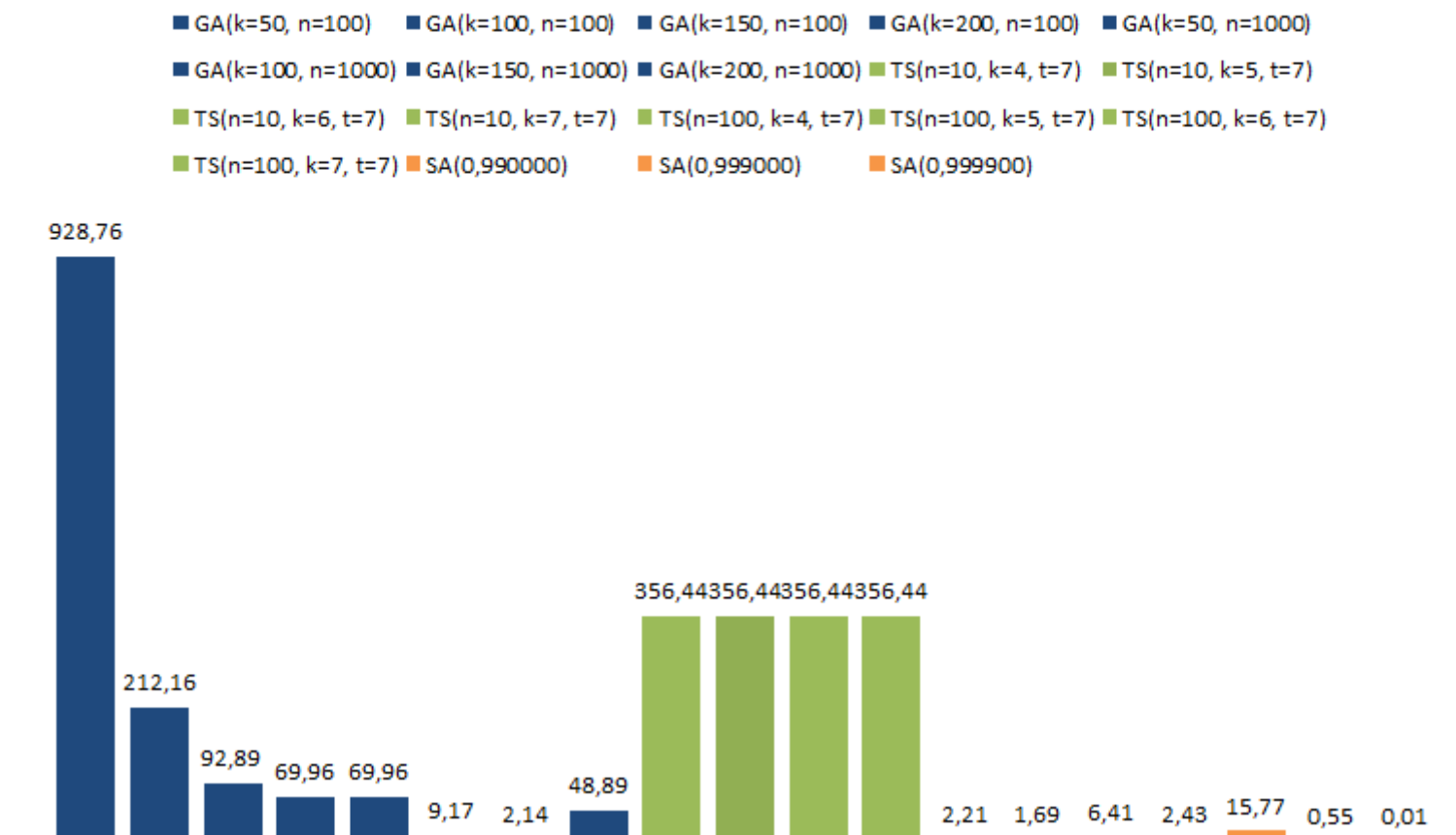
Tabela 6: Różnica



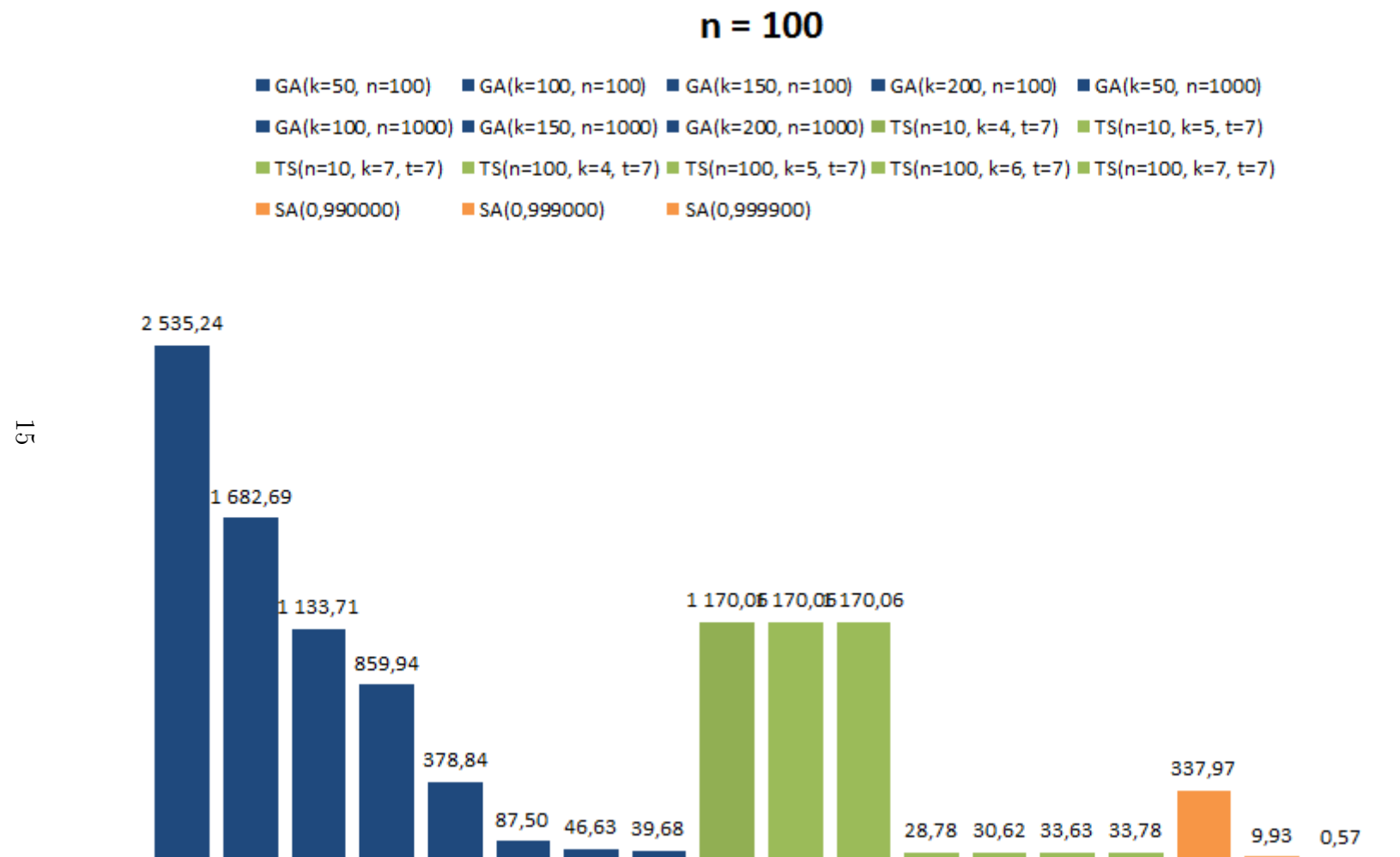
Rysunek 6: 40 zadań

**n = 50**

14



Rysunek 7: 50 zadań



Rysunek 8: 100 zadań