

Dyskretna Transformata Fouriera

Autor:

Tymon Tobolski (181037)

Jacek Wieczorek (181043)

Prowadzący:

Dr inż. Paweł Biernacki

Wydział Elektroniki

II rok

WT/TN 13:15–15:00

1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest analiza i porównanie widma różnych sygnałów oraz zbadanie parametrów widma sygnału rzeczywistego i zespolonego.

2. Algorytm przetwarzający

Wykorzystane funkcje:

- generujące sygnał (**sin**, **cos**, **prostokat**)
- wyznaczająca widmo (**fft**)
- wyznaczająca parametry widma (**real**, **imag**, **abs**)
- wyznaczające wykres fazowy (**angle**, **unwrap**)
- generująca sygnał zespolony (**complex**)

```
1 % Laboratorium nr 4

setenv GNUTERM 'x11'

% 1. Sygnał sinus, widmo
figure(1)
function [] = pkt1(i, T)
    F = 10;
    A = 1;
    Fpr = 500;

11    [t,y] = sinus(A, F, Fpr, 0, T);
    subplot(2,2,i*2-1)
    plot(t,y)
    title(["Sygnał sinus, f = ", num2str(F), ", T = ", num2str(T)])

    [f,res] = fftg(y, Fpr);
    subplot(2,2,i*2)
    semilogy(f,res,'r-');
    title(["Widmo sygnału sinus, f = ", num2str(F), ", T = ", num2str(T)])
21 end;

pkt1(1, 1)
pkt1(2, 1.76)

print(["out/fig1.png"], "-dpng", "-landscape");

% 2. DFT
figure(2)
31 function [] = pkt2(i, F)
    A = 1;
    T = 2;
    Fpr = 256;

    [t,y] = sinus(1, F, Fpr, 0, T);
    subplot(2,2,i*2-1)
    plot(t,y)
    title(["Sygnał sinus, f = ", num2str(F), ", T = ", num2str(T)])

41    [f,res] = fftg(y, Fpr);
    subplot(2,2,i*2)
    semilogy(f,res,'r-');
    title(["Widmo sygnału sinus, f = ", num2str(F), ", T = ", num2str(T)])
end;

pkt2(1, 4)
pkt2(2, 4.33)

print(["out/fig2.png"], "-dpng", "-landscape");
```

51

```
% 3. Transformata Fouriera – sygnal sinus i prostokat
```

```
function [] = pkt3(y)
```

```
    X = fft(y);
```

```
    subplot(2,2,1)
```

```
    plot(real(X), 'b-');
```

```
    title("Czesc rzeczywista")
```

61

```
    subplot(2,2,2)
```

```
    plot(imag(X), 'b-');
```

```
    title("Czesc urojona")
```

```
    subplot(2,2,3)
```

```
    plot(abs(X), 'b-');
```

```
    title("Modul")
```

```
    subplot(2,2,4)
```

```
    Xf = angle(X);
```

```
    Xff = unwrap(Xf);
```

71

```
    plot(Xff, 'b-');
```

```
    title("Faza")
```

```
end;
```

```
fpr=512;
```

```
f = 5;
```

```
n=0:1/fpr:1;
```

```
y=sin(2*pi*f*n);
```

81

```
figure(3);
```

```
pkt3(y);
```

```
print(["out/fig3.png"], "-dpng", "-landscape");
```

```
y = prostokat(1,f,fpr,0,1,0.5);
```

```
figure(4)
```

```
pkt3(y)
```

```
print(["out/fig4.png"], "-dpng", "-landscape");
```

91

```
% 4. Wykresy fazowe sinus cosinus
```

```
figure(5)
```

```
fpr=512;
```

```
f = 10;
```

```
n=0:1/fpr:1;
```

```
x=sin(2*pi*f*n);
```

```
X=fft(x);
```

```
Xf=angle(X);
```

101

```
Xff=unwrap(Xf);
```

```
subplot(2,2,1);
```

```
plot(n, x);
```

```
title("Sygnal sinus");
```

```
subplot(2,2,2);
```

```
plot(Xff, 'r-');
```

```
title("Wykres fazowy sinus");
```

111

```
x=cos(2*pi*f*n);
```

```
X=fft(x);
```

```
Xf=angle(X);
```

```
Xff=unwrap(Xf);
```

```
subplot(2,2,3);
```

```
plot(n, x);
```

```
title("Sygnal cosinus");
```

```
subplot(2,2,4);
```

121

```
plot(Xff, 'r-');
```

```
title("Wykres fazowy cosinus");
```

```

print(["out/fig5.png"], "-dpng", "-landscape");

% 5. Sygnał zespolony
N=512;
fpr=512;
f = 50;
n=0:1/fpr:1;
131 xr = sin(2*pi*f*n);
    xi = cos(2*pi*f*n);
    xc = complex(xr, xi);

figure(6);
plot(n(1:100), xr(1:100), ";czesc rzeczywista;r-", n(1:100), xi(1:100), ";czesc urojona;b-")
print(["out/fig6.png"], "-dpng", "-landscape");

figure(7)
141 pkt3(xc)
    print(["out/fig7.png"], "-dpng", "-landscape");

```

3. Analiza widma sygnału sinusoidalnego, który w N próbkach zawiera całkowitą i niecałkowitą liczbę okresów

Widmo sygnału sinusoidalnego zawierające w N próbkach niecałkowitą liczbę okresów, różni się od widma sygnału o całkowitej liczbie okresów. Dzieje się to dlatego, że dla sygnału o niecałkowitej liczbie okresów zachodzi zjawisko nazywane przeciekiem widma. Występuje ono wtedy, gdy sygnał wejściowy posiada częstotliwość, która nie jest dokładnie równa częstotliwości, dla której wyznaczony jest prążek Dyskretnej Transformy Fouriera.

Wykresy znajdują się na stronie 5.

4. Próbkowanie i analiza widma sygnału ciągłego

$$f_{sin} \in m * f_{pr}/N, m \in 0, 1, \dots, N-1 \text{ oraz } f_{sin} \notin m * f_{pr}/N$$

Zgodnie ze wzorem $f(m) = \frac{m * f_{pr}}{N}$ podstawiając odpowiednie wartości m i analizując widma takowych sygnałów zauważamy, że również zachodzi zjawisko przecieków widma, z takich samych powodów jak w pkt 3.

Wykresy znajdują się na stronie 6.

5. Analiza widm sygnału sinusoidalnego i prostokątnego

5.1. Sygnał sinusoidalny

Wartość rzeczywista widma sygnału sinusoidalnego jest znacznie mniejsza od widma urojonego. Kształtem przypomina natomiast wykres modułu widma sygnału. Wykres modułu widma sygnału, co do wartości jest sumą modułów wartości rzeczywistej i urojonej. Wykres widma amplitudowego (wykres modułu) pokazuje, jakie są amplitudy składowych widmowych sygnału o różnych częstotliwościach. Widmo fazowe ma kształt sygnału piłokształtnego i pokazuje nam jakie składowe fazowe wchodzi w skład sygnału oryginalnego.

Wykresy znajdują się na stronie 7.

5.2. Sygnał prostokątny

Wykres widma sygnału prostokątnego, w przeciwieństwie do widma sygnału sinusoidalnego, różni się od swojego widma modułu. Wykres urojonej części widma sygnału prostokątnego jest odwrócony względem osi x w stosunku do widma urojonego sygnału sinusoidalnego. Wykres widma fazowego stanowi funkcję liniową.

Wykresy znajdują się na stronie 8.

6. Analiza wykresów fazowych sygnałów sinus i cosinus

Wykres widma obrazuje zmianę częstotliwości sygnałów sinusoidalnego i cosinusoidalnego. Miejsca wystąpienia skoków pokazują nam wartości częstotliwości sygnałów. Wykres widma fazowego sygnału cosinusoidalnego ma dwa razy więcej skoków, niż wykres widma fazowego sygnału sinusoidalnego. Wykresy są przesunięte względem siebie o $\frac{\pi}{2}$, czyli różnica faz między sinusem i cosinusem.

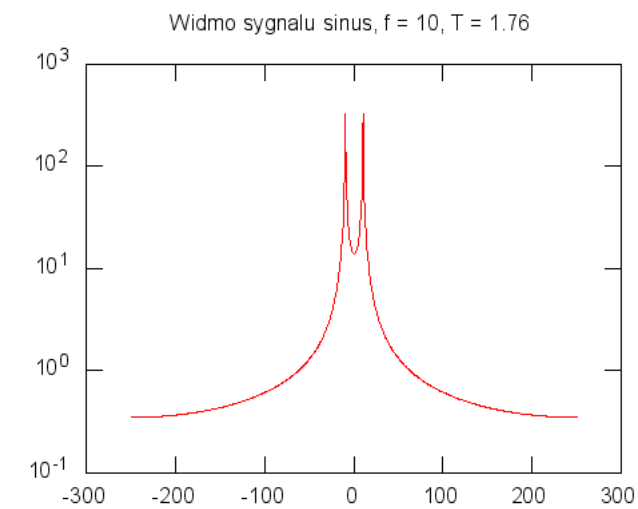
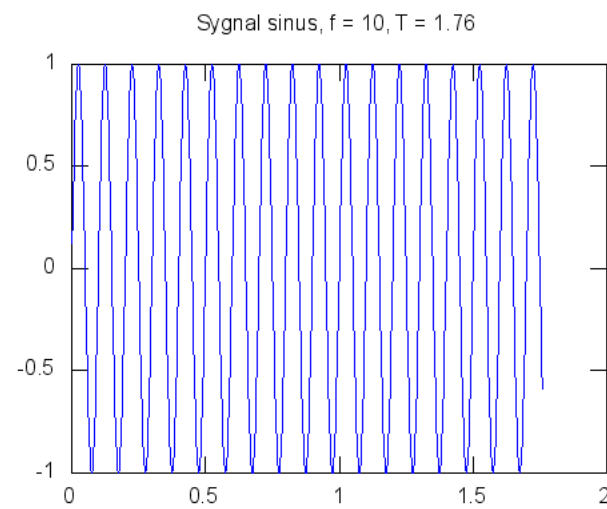
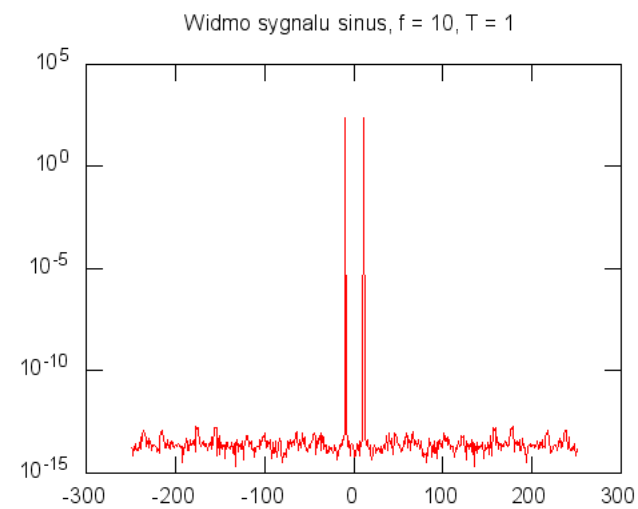
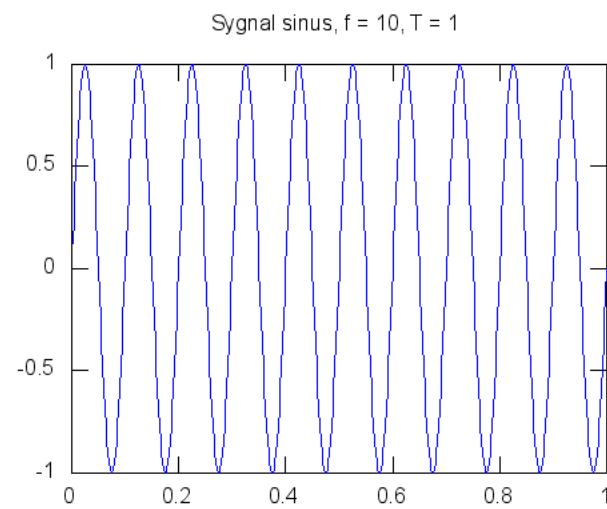
Wykresy znajdują się na stronie 9.

7. Analiza widma sygnału zespolonego

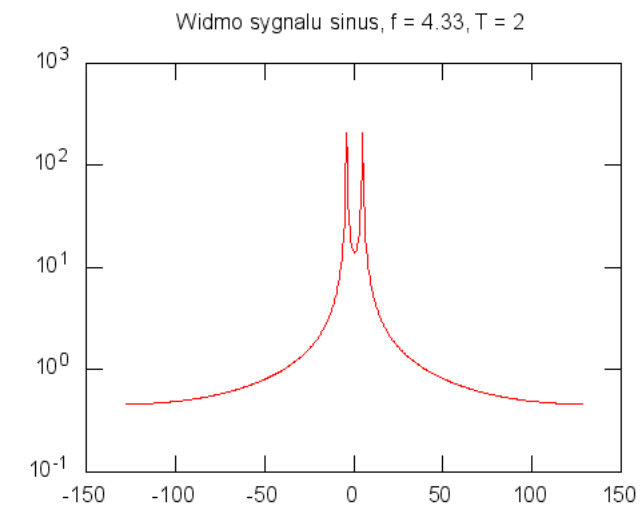
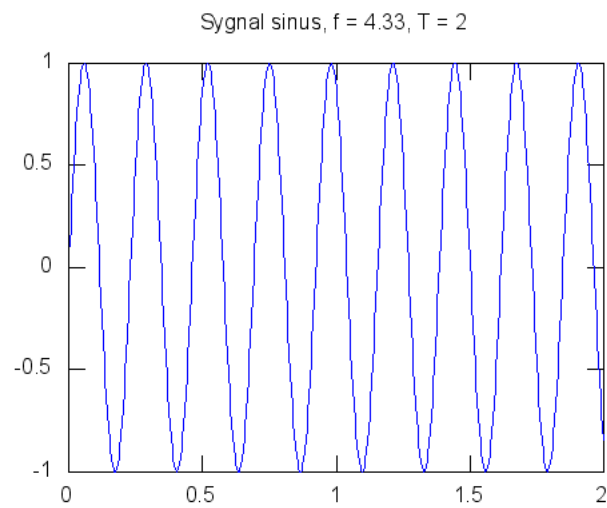
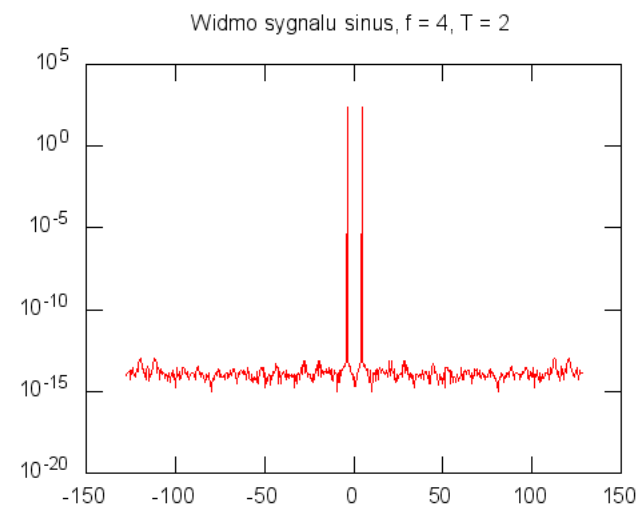
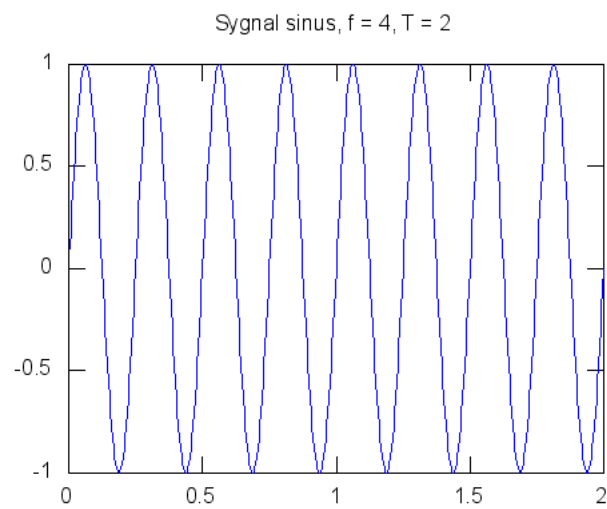
Sygnał zespolony: $x(m) = \sin(m) + i * \cos(m)$

Wartość rzeczywista widma sygnału zespolonego jest mniejsza od widma urojonego. Różnica jest jednak dużo mniejsza niż w przypadku sygnału rzeczywistego z pkt 5.1. Widmo fazowe, podobnie jak w przypadku sinusoidalnego sygnału rzeczywistego, ma kształt sygnału piło-kształtnego.

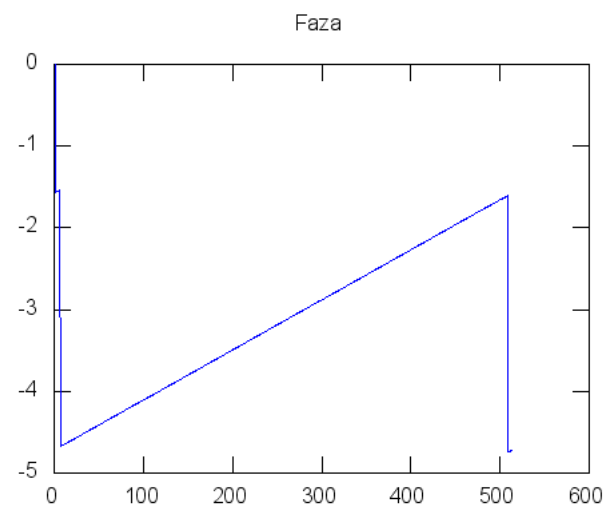
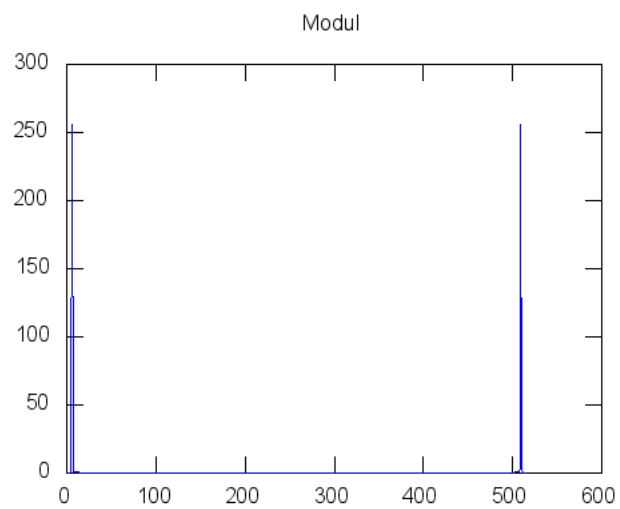
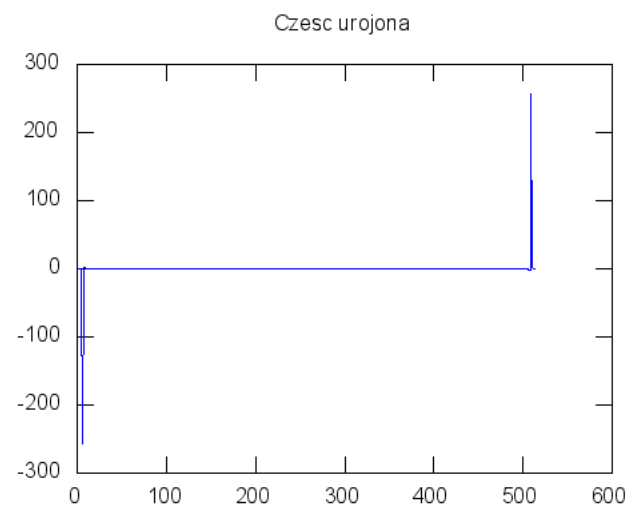
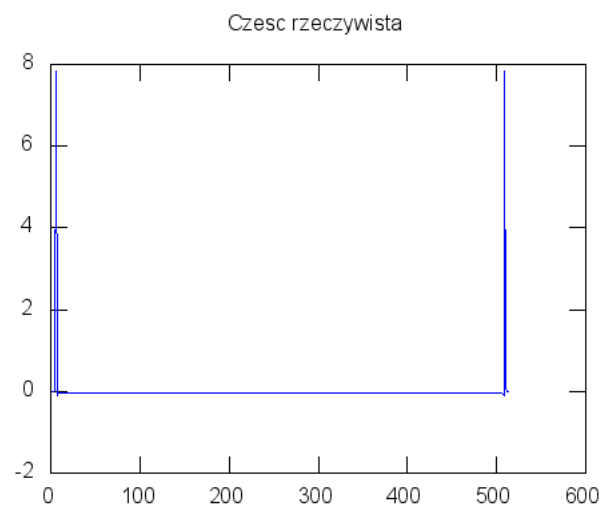
Wykresy znajdują się na stronach 10 i 11.



Rysunek 1. Widmo sygnału sinus

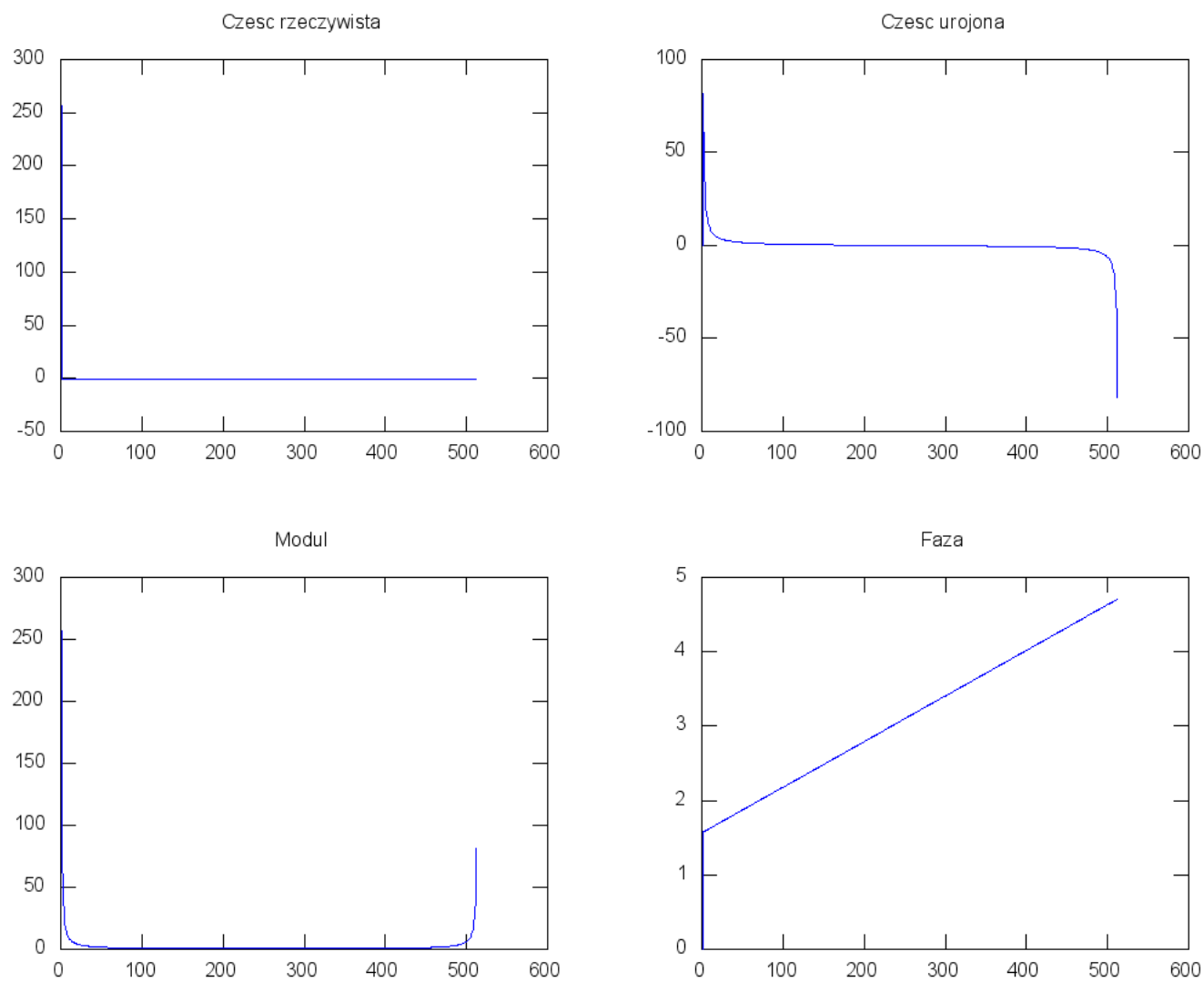


Rysunek 2. Widmo sygnału sinus

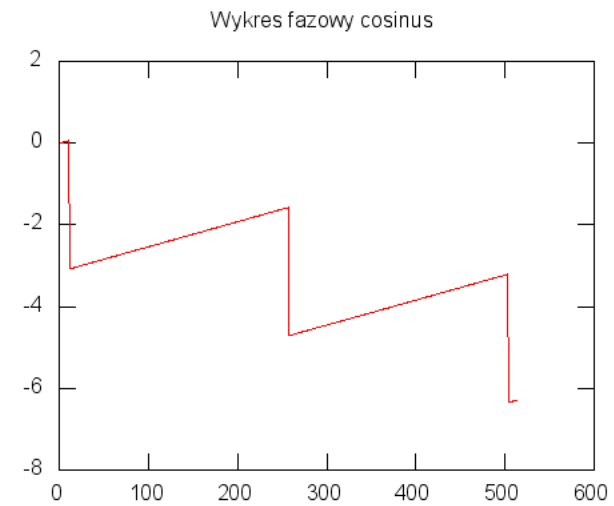
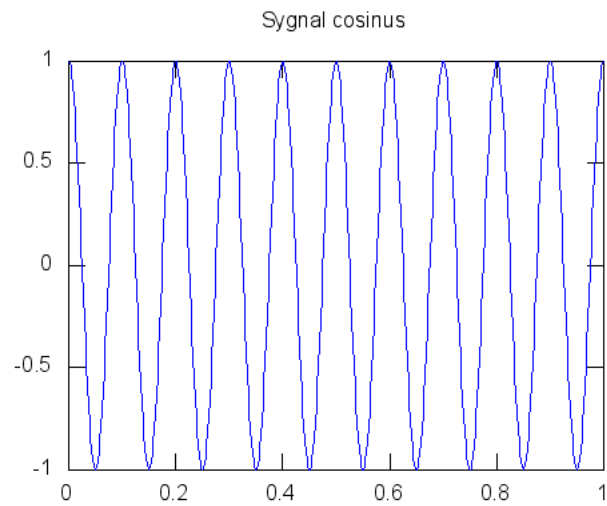
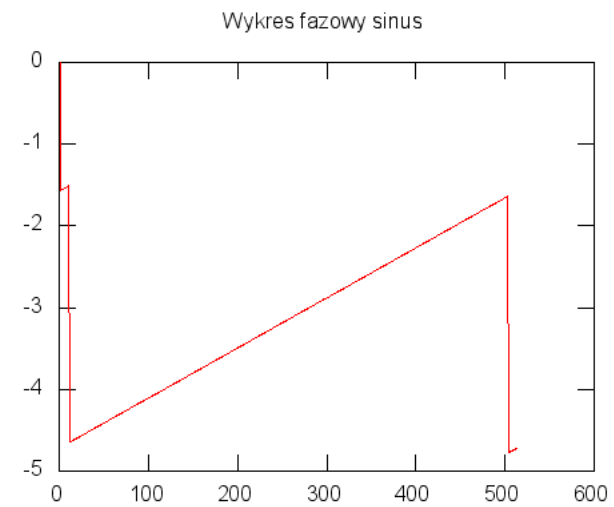
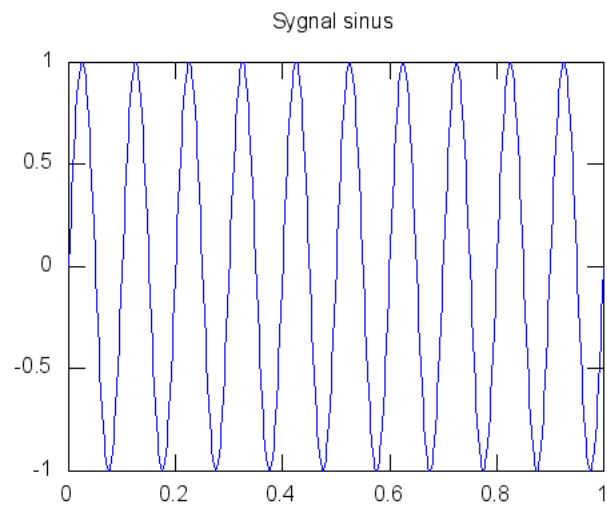


Rysunek 3. Widmo sygnału sinus

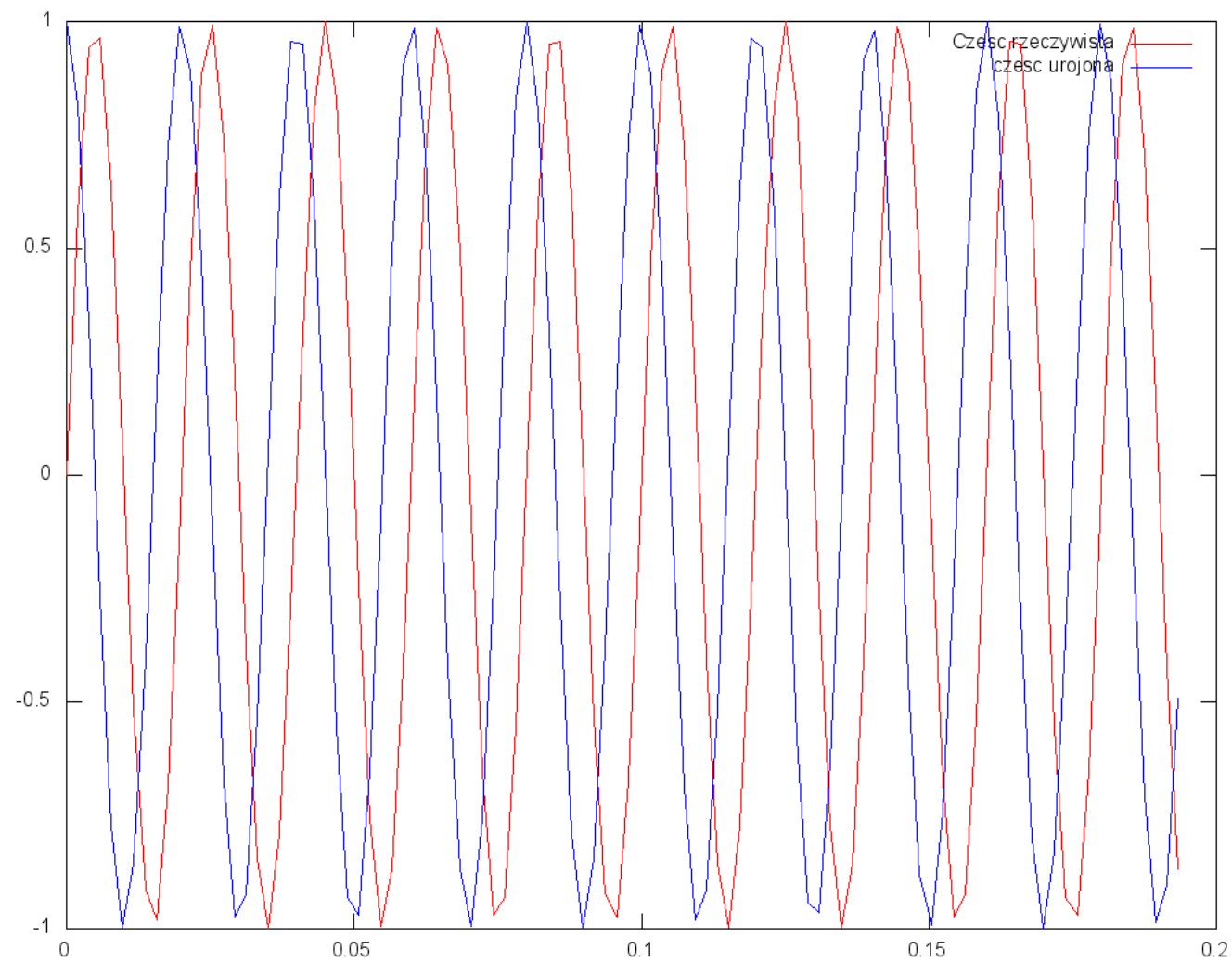
∞



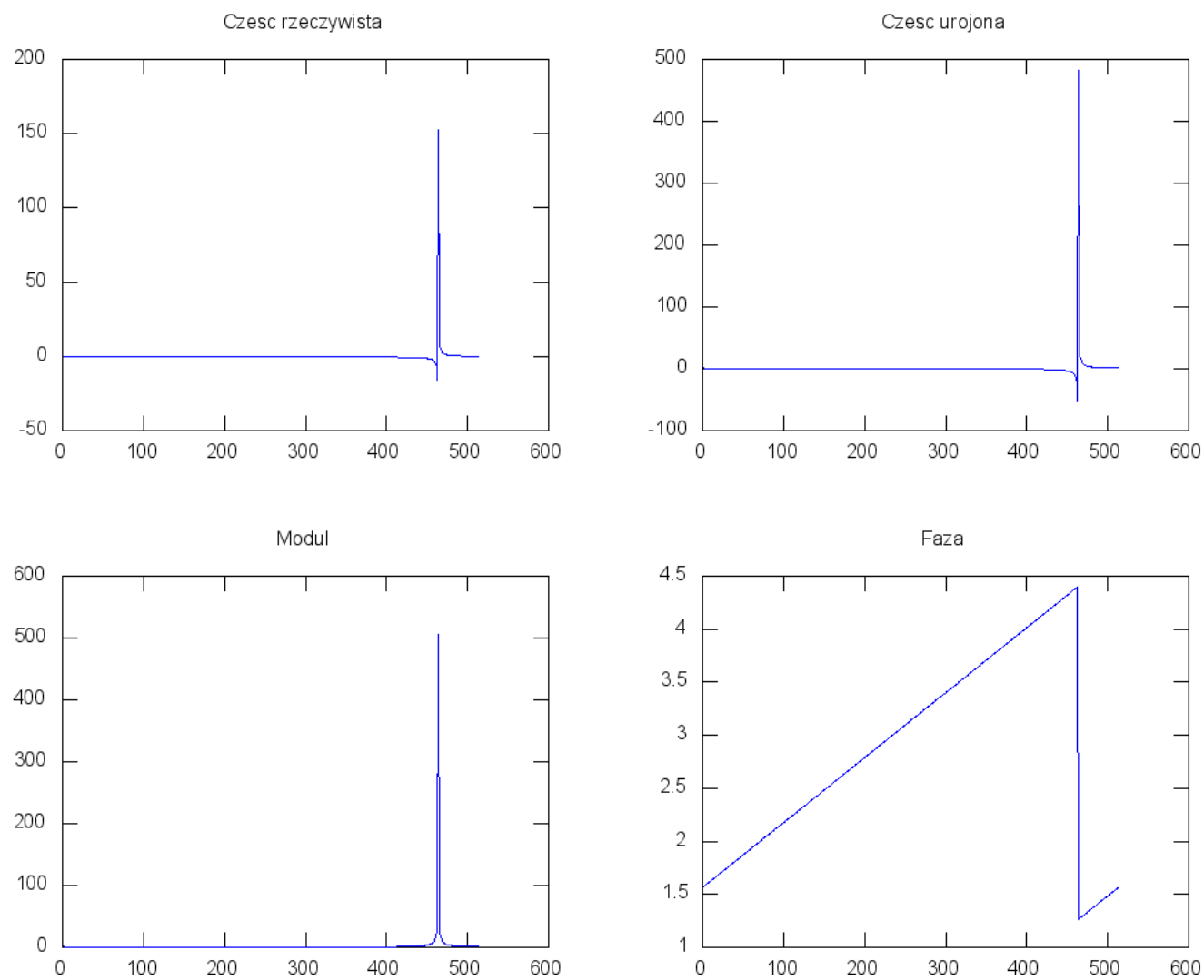
Rysunek 4. Widmo sygnału prostokątnego



Rysunek 5. Wykresy fazowe sinus i cosinus



Rysunek 6. Sygnał zespolony, część rzeczywista i urojona



Rysunek 7. Widmo sygnału zespolonego