

题解

FOI2022 算法夏令营提高班 day6

T1

- 快速排序的大致思路就是你每次随机选取当前排序序列中的一个数，把比它小的放它左边，大的放右边。
- 由于题目中要求的是排列，就是每个下标都在区间中有对应的值，所以对应于一个在区间中的随机数，可以把将该下标上的数排序后放在区间中的任何位置。
- 所以不难想到一个区间dp：记 $f_{i,j,k,l}$ 表示当前的排序区间为 $[i, j]$ ，该区间会使用掉 k 个随机数，当前用到了第 l 个随机数。
- 在转移时，枚举排序后的位置 p ，枚举在排左侧的数时需要的随机数个数 q ，有：
$$f_{i,j,k,l} = \max(f_{i,p-1,q,l+1} + f_{p+1,j,k-q-1,l+q+1}) + j - i。$$

T1

- 转移时需要保证排序区间对应的随机数在该区间内。
- 由于该 dp 中有很多多余状态，使用记忆化搜索可以通过。
- 接下来考虑如何还原答案：考虑选取的数的位置，设排序前为 x ，排序后为 y 。（不妨设 $x \leq y$ ）。若 x 左边的数都 $\leq y$ 右边的都 $\geq y$ 。那么它们的位置不会有变化。而中间的数只是 x 和 y 对应下标上的数换了个位置。（可以自己模拟一下）。那么按这个步骤倒过来还原就好了。

T2

- 题目基本告诉你在考匹配了，看你会不会优化建图。
- 普通地建二分图跑最大匹配复杂度是 $\Theta(n^{2.5})$ 的。
 - 什么，你写了 $\Theta(n^3)$ 的匈牙利算法？
- 至多一组属性互质 \rightarrow 至少两组属性不互质 \rightarrow 两组属性可以找到一个公因子。
- 用“ S_1 属性能被 t_1 整除， S_2 属性能被 t_2 整除”为媒介匹配。
- 200 以内有 46 个质因子，媒介就有 $3 \times 46 \times 46$ 个。
- 200 以内数质因子种数不超过 3 种，一个卡片可以连 3^3 种媒介。

T2

- 70000 个点， 2×10^6 条边的网络图。
- 由于是分层图，所以Dinic可以跑过。

T3

- 核心过程：玩家在点 u ，把箱子放到相邻的点 v ，玩家不经过 v 的情况下到达一个与点 v 相邻的点 w 。
- 那么能这样做当且仅当点 u 和点 w 在同一个点双中出现。
- v 周围的点可能分属很多个点双，它们之间连完全图，边数有点大。
- 常见优化：新建一个点，把完全图变成菊花的形式。
- 顺便解决了搬放箱子分别算一次的过程。