

FOI2022算法夏令营基础班

day8讲评

清华大学 陆宏

跑步 (running)

- 小G特别地爱跑步!
- 小G为了锻炼身体，决定每天跑步 A 千米。他一共跑了 N 天，然而其中有 M 天少跑了 B 千米。现在他想知道，他一共跑了多少千米?
- 特别地，如果小G少跑的距离超过他本来计划要跑的距离的10%，那么小G就会不开心。这时，你应该额外输出一行 Oh!。否则，你应该输出 Wow!。
- $0 < B \leq A \leq 10000, 0 < M \leq N \leq 10^6$

跑步 (running)

- 跑步的总距离为 $A \times N - B \times M$ 。
- 判断 $10 \times B \times M$ 与 $A \times N$ 的大小关系即可避免除法。

搭方块 (block)

- 小G有一个 N 行 M 列的网格。他有 K 个长方形的方块。第 i 个方块的宽为 W_i 格，高为 H_i 格。小G从网格的顶端依次扔下这 K 个方块。每个方块均竖直下落，并且第 i 个方块的左端与网格第 C_i 列的左端在同一直线上。如果方块在下落的过程中底部碰到了网格底部或另一个方块的顶部，那么这个方块就会立刻被固定住。如果一个方块被固定住时顶部高于网格顶端，那么小G就会非常生气，以至于他把整个网格图都砸烂（当然，后面的方块也就不能被扔下了）。
- 求出网格图最终的样子。 $1 \leq N, M, K \leq 250$

搭方块 (block)

- 模拟。
- 对于第 i 个方块，它占据了 $c_i \sim c_i + w_i - 1$ 这些列。
- 开一个数组维护每列目前最高的方块位置。通过查询 $c_i \sim c_i + w_i - 1$ 列的目前最高的方块的位置即可完成整个网格图的维护。
- 时间复杂度 $O(nm)$ 。
- Bonus：若只需输出每个方块左下角的坐标，试给出时间复杂度 $O((n + k) \log n)$ 的做法。

聚会 (party)

- 小G邀请了 N 个同学参加他的聚会！他们所在的城市可以看成是一个二维平面，第 i 个同学的家位于 (x_i, y_i) 。每个同学都是从家里出发，赶往聚会地点。由于城市只有南北走向和东西的街道，所以他们能沿着与坐标轴平行的直线走。第 i 个同学走一个单位长度需要时间 t_i 。小G希望他们快点赶到，所以他想找一个聚会地点，使得所有 N 个同学到这个地点的时间之和最短。注意聚会地点只能选在整数坐标点。时间紧迫，请你求出最短的总时间。 $N \leq 200000$

聚会 (party)

- x, y 两维是独立的。以下以 x 坐标为例。
- 先给出结论：将所有点按 x 坐标排序，从小到大找到第一个满足 $\sum_{j=1}^i t_j \geq \sum_{j=i+1}^n t_j$ 的点 i ，那么最终聚会位置的 x 坐标就是这个点的 x 坐标。
- 同理可求出 y 坐标。

聚会 (party)

- 证明考虑若目前选定的聚会地点的右边的人的 t 之和大于聚会地点及其左边的人的 t 之和，那么聚会地点往右移一定不会更劣，往左同理，上述结论描述的坐标就是通过此方法不断调整得到的合法坐标之一。
- 时间复杂度 $O(n \log n)$ 。

- 谢谢大家

F012022算法夏令营课件