

7.17上机练习讲评

——Peanut Tang

黄盛唐

福建师范大学附属中学⇒中国科学技术大学

T1 猴皮面包树 (tree)

原题: <https://www.luogu.com.cn/problem/P4092>

解析

▶ 用线段树维护每一段区间中被标记的最深的节点，然后向上传递时取两段中的最大值即可。

需要注意的是查询中在链上往上跳时只要找到了有标记的节点就需要输出，否则不是最深的点。

时间复杂度 $O(q \log^2 n)$ ，空间复杂度 $O(n)$ ，期望得分 80 分。

解析

- ▶ 离线，在读入时记录每个点被染色的次数，存在数组 c 中。之后从根节点 dfs，如果这个点被染色了，不做操作，否则就将其并到他的父亲上去。
- 然后倒序枚举操作，如果是查询操作，直接查这个点在并查集中的根，得到的值就是答案。
- 如果是标记操作，则让这个点的 c_i 减 1，如果 c_i 变成 0，就意味着这个点没有染色了，将其并到父亲上去。
- 时间复杂度 $O(q\alpha(n))$ ，空间复杂度 $O(n + q)$ ，期望得分 100 分。

T2 有向无向图 (graph)

原题: <https://www.luogu.com.cn/problem/P3686>

解析

▶ $o = 0$ 的边相当于单行票, $o = 1$ 的边相当于双行票, 但可以只去不回。发现不同的无序数对之间是独立的。

对于每个无序数对 (x, y) ($x < y$), 我们都可以用哈希表加以分类讨论求出 $x \rightarrow y$ 、 $y \rightarrow x$ 、 $x \rightarrow y \rightarrow x$ 与 $y \rightarrow x \rightarrow y$ 的最小花费。

显然有 $\text{cost}(x \rightarrow y \rightarrow x), \text{cost}(y \rightarrow x \rightarrow y) \leq \text{cost}(x \rightarrow y) + \text{cost}(y \rightarrow x)$ 。对每个 (x, y) , 如果原序列有 x, y , 那加入一个 $(;$ 如果有 y, x , 那加入一个 $)$ 。

先假设 $\text{cost}(x \rightarrow y \rightarrow x) \leq \text{cost}(y \rightarrow x \rightarrow y)$, 那贪心地, 尽量消掉 $($, 然后再尽量消掉 $)$, 最后剩下的 $($ 和 $)$ 再消掉。

如果 $\text{cost}(x \rightarrow y \rightarrow x) > \text{cost}(y \rightarrow x \rightarrow y)$, 那把 x, y 互换一下即可。时空复杂度均为 $O(n + m + l)$, 期望得分 100 分。

这是一道注重实现方法的题, 思维难度不高。

T3 牛牛鱼牧场 (pasture)

原题: <https://www.luogu.com.cn/problem/P4348>

解析

设 $f_{i,j}$ 表示 (i,j) 中的牛能到达多少朵花转移显然，直接做显然过不去。我们可以利用扫描线，从后往前枚举每一列，只要知道这一列上的所有围栏，就知道能否从 $f_{i,j+1}$ 转移了。而要知道能否从下方转移，可以开个 `set` 维护所有下方有围栏的行，相当于一列被划分成了若干段，同一段中是可以从 $f_{i+1,j}$ 转移的。用一棵线段树来维护一列的所有 DP 值，从右转移是非常简单的：先全部继承，然后把有围栏的部分清零。而从下转移就非常困难了，因此我们决定放弃转移，直接用 $f_{i,j}$ 记录从 (i,j) 开始往右走的答案，询问时只要查询从询问点开始向下一整段的 $f_{i,j}$ 之和。

解析

但真的只往右走肯定也是不行的，有些时候下方存在障碍格，最迟需要从这一行出发向下才能走到，我们把这部分的格子数也计入这一行的答案之中。

具体地，对于一个围栏 $(x, y) - (u, v)$ ，我们在进入它和离开它的时候分别需要下述操作：

在 v 进入：段被划开，产生 $x - 1$ 和 u 两个新的划分点。对于第 $x - 1$ 行，原先段中 x 及其下方的格子需要从第 $x - 1$ 行出发到达，因此把这一部分的答案计入 $f_{x-1,j}$ 。

在 $y - 1$ 离开：段被重新合并。对于第 $x - 1$ 行，进入围栏之前 $x \sim u$ 右边的格子依旧需要从第 $x - 1$ 行出发到达，而 $y + 1$ 及其下方的格子可以第 $y + 1$ 行及其下方的格子出发到达，需要把这一部分从 $f_{x-1,j}$ 中减去（在开一个数组，在进入时记录）。

时间复杂度为 $O(N \log N)$ ，空间复杂度为 $O(N)$ ，其中 $N = n + m + f$ 。

谢谢聆听！