사회통계연습
Measures of Dispersion Tendency

김현우, PhD[1]

[1] 충북대학교 사회학과 조교수

September 10, 2021

충북대학교
CHUNGBUK NATIONAL UNIVERSITY

진행 순서

1. 데이터의 요약(II): 산포성향(Dispersion Tendency)
2. 데이터 요약 연습

데이터의 요약(II): 산포성향(Dispersion Tendency)

데이터의 요약(II): 산포성향(Dispersion Tendency)

앞서 연습한 중심성향으로만 충분히 자료를 잘 요약할 수 있었을까? 사실은 그렇지 않다.

두 예제를 통해 중심성향의 근본적인 한계를 살펴보자.

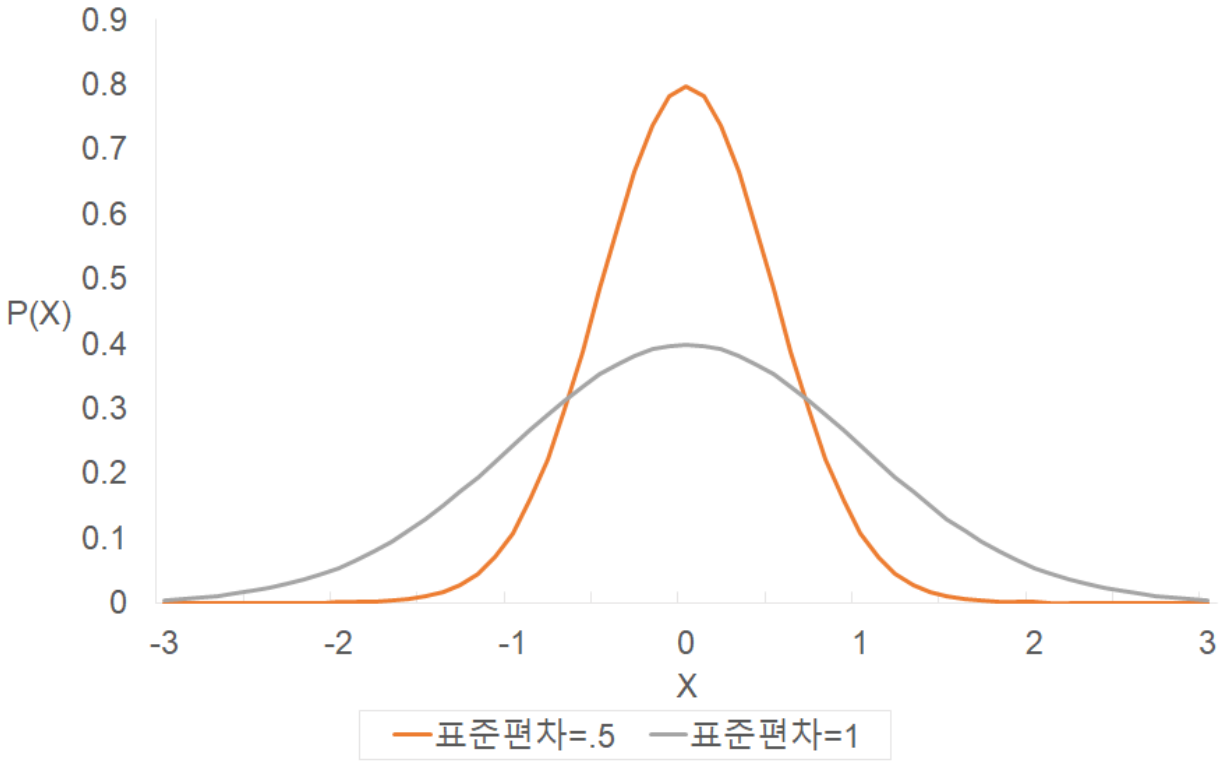
- 다음의 데이터가 주어졌다: [-10, 0, 0, 10]
- 평균(mean), 중위수(median), 최빈치(mode)는 각각 얼마인가?
- 다음의 데이터가 주어졌다: [-100, 0, 0, 100]
- 평균(mean), 중위수(median), 최빈치(mode)는 각각 얼마인가?
- 두 데이터는 어떻게 다른가?
- 중심성향에 근거하여 두 데이터가 잘 요약되었나?

충북대학교
CHUNGBUK NATIONAL UNIVERSITY

데이터의 요약(II): 산포성향(Dispersion Tendency)

다음 두 개의 분포는 0을 기준으로 모두 대칭이다.

- Find the means, medians, and modes.
- 두 그림의 차이는 세 통계에 의해 잘 설명되는가? 아니라면 어떤 차이가 있나?



두 개의 상이한 분포들

충북대학교 CHUNGBUK NATIONAL UNIVERSITY

데이터의 요약(II): 산포성향(Dispersion Tendency)

그러므로 관측치(observations)들이 얼마나 흩어져 있는가(산포; dispersion)를 측정하는 통계가 필요하다.

가장 간단한 산포성향의 통계는 범위(range)다.

- 최댓값(maximum) - 최솟값(minimum)
- e.g., 주가의 일일등락폭, 하루 온도의 일교차
- 다음의 데이터를 보라: [-10, 0, 10]. Find the range.

그러나 간단한 만큼 range는 몇 가지 치명적인 결함을 갖고 있다.

- 다음의 데이터를 보라: [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 100]. Find the range.
- 평균보다 더 outlier에 민감하다.

충북대학교
CHUNGBUK NATIONAL UNIVERSITY

데이터의 요약(II): 산포성향(Dispersion Tendency)

이 문제에 대한 임시대응책은 이른바 사분위수간 범위(interquartile range; IQR)를 사용하는 것이다.

- 이에 앞서 분위수(quantile)라는 용어에 친숙해져야 한다.
- p번째 백분위수(p-th percentile): "이 값보다 작은 값들이 관측치들의 p%이고, 이 값보다 큰 값들이 (100-p)%인 값."
- e.g., "정휴의 점수는 80 퍼센타일이야" 라고 말할 때, 그의 점수보다 낮은 점수들이 80%이고 높은 점수들이 20% 라는 의미. 즉 80 퍼센타일은 상위 20%.
- 당연히 그 범위는 0~100% percentile.

충북대학교
CHUNGBUK NATIONAL UNIVERSITY

데이터의 요약(II): 산포성향(Dispersion Tendency)

사분위수(quartile)는 25번째, 50번째, 75번째, 100번째 백분위수(percentile)로 총 네 개의 분위수이다.

- 첫번째 사분위수(Q1), 25th percentile
- 두번째 사분위수(Q2), 50th percentile (=median)
- 세번째 사분위수(Q3), 75th percentile
- 네번째 사분위수(Q4), 100th percentile

(다시 돌아와서) IQR은 세번째 사분위수와 첫번째 사분위수 간의 차이를 의미한다.

- 따라서 관측치들의 중간 50%가 흩어져 있는 정도를 측정한다!
- IQR이 큰 값을 가진다는 것은 첫 번째 사분위수(Q1)와 세 번째 사분위수(Q3)가 멀리 떨어져 있어 변동성(variation)이 크다는 것을 의미.

충북대학교
CHUNGBUK NATIONAL UNIVERSITY

데이터의 요약(II): 산포성향(Dispersion Tendency)

다시 airpollution.zip의 2020년 9월.xlsx을 열자.

[데이터]-[필터]를 사용해 다음의 조건을 특정하자: 〈지역〉은 충남 대전시, 〈망〉은 도시대기, 측정일시는 〈2020.09.10 전체〉.

필터링된 자료를 복사하여 다른 새 탭에 붙여넣고 작업하자.

- PM2.5의 range와 IQR를 구하기 위해 다음을 연습한다. =max(), min(), =quartile().
- range는 정의상 =max(:)-min(:) 로 계산된다.
- IQR은 정의상 =quartile(: , 3)-quartile(: , 1) 로 계산된다.

충북대학교
CHUNGBUK NATIONAL UNIVERSITY

데이터의 요약(II): 산포성향(Dispersion Tendency)

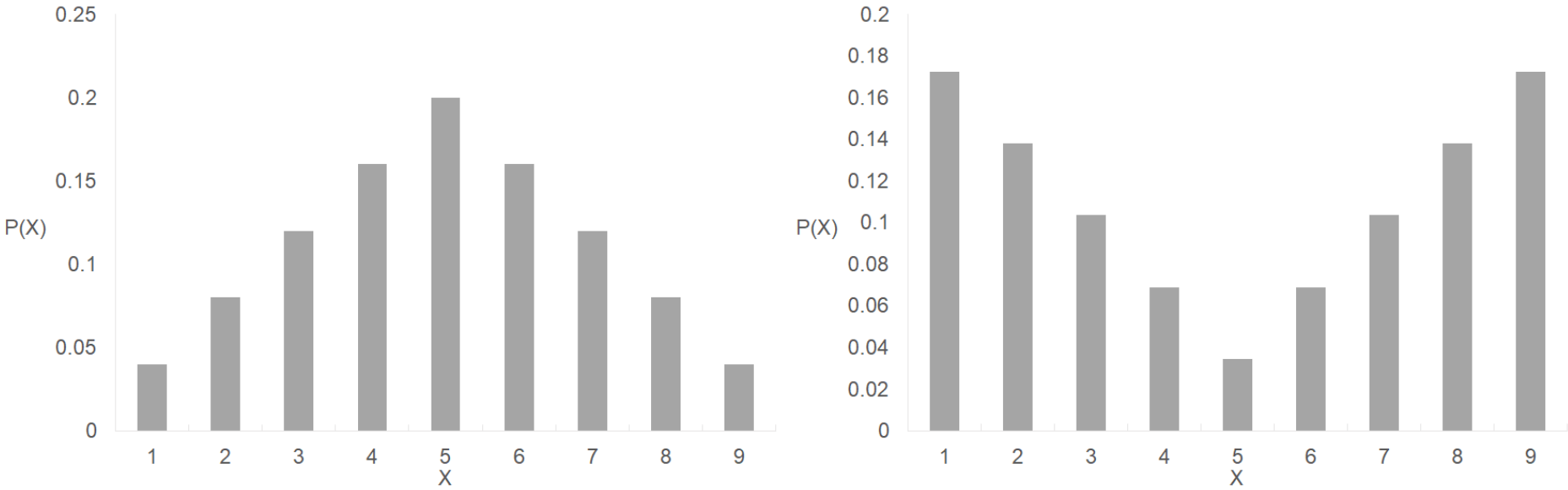
IQR은 "첫번째 사분위수와 네번째 사분위수에 극단치가 있을 수 있다"라는 전제에 입각해 있다.

- 그러나 이런 방식으로도 여전히 range의 근본적인 결함은 해소되지 않는다.
- 문제의 본질에는 range나 IQR 모두 정보의 낭비가 심하다는 사실이 있다.
- 다시 말해, 크고 작은 두 값(최대/최소 또는 Q3/Q1)만 사용하고 나머지는 모두 버리기 때문이다.
- 말하자면 통계적으로 비효율적(inefficient)이다.

충북대학교
CHUNGBUK NATIONAL UNIVERSITY

데이터의 요약(II): 산포성향(Dispersion Tendency)

그러다보니 range나 IQR로는 “범위(range)는 같으나 분포(distribution)가 다른 경우”를 제대로 요약하지 못한다.



범위는 같으나 분포의 형태가 상이한 두 개의 분포들

충북대학교
CHUNGBUK NATIONAL UNIVERSITY

데이터의 요약(II): 산포성향(Dispersion Tendency)

보다 우월한 방식은 "모든 관측치(observations)를 하나도 버리지 않고" 활용하면서 변동성(variation)을 측정하는 것이다.

분산(variance)은 range나 IQR보다 훨씬 "정보를 효율적으로" 활용한다.

- 분산을 계산하기 위해 먼저 모든 관측치에 대해 편차(deviation)을 계산한다: $(x_i - \mu)$
- 편차가 크다면 평균에서 개별값들이 많이 이탈해 있다는 의미이므로 변동성이 높다고 할 수 있다!
- 모든 관측치에 대해 구해진 이 편차들을 그냥 더하면 곤란하다. 왜죠? "이 문제"를 피하기 위해 편차들을 제곱해서 더한다: $\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2$
- 관측치들의 숫자(n)로 나누어준다.

$$\begin{aligned} \mathrm{Var}(X) = \sigma^2 &= \frac{(x_1 - \mu)^2 + (x_2 - \mu)^2 + \cdots + (x_n - \mu)^2}{n} \\ &= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2 \end{aligned}$$

충북대학교 CHUNGBUK NATIONAL UNIVERSITY

데이터의 요약(II): 산포성향(Dispersion Tendency)

분산은 평균처럼 수학적으로 우아하다. 하지만...

- 편차에 대해 제곱을 하는 과정에서 편차가 지나치게 과장스럽게 커진다!
- 수학에서 제곱의 반대는 무엇인가? 제곱근(square root)이다. 예컨대, $\sqrt{7^2} = 7$ 이다.
- 그러므로 구해진 분산에 대해서도 제곱근을 취하면 아까 커진 부분이 도로 작아지게 된다. 이것을 표준편차(standard deviation)라고 부른다.

$$\sigma = \sqrt{\mathrm{Var}(\mathrm{X})} = \sqrt{\sigma^2}$$

충북대학교
CHUNGBUK NATIONAL UNIVERSITY

데이터의 요약(II): 산포성향(Dispersion Tendency)

eCampus에서 약수터수질현황.csv를 다운받자. 이것은 우리나라 몇몇 약수터의 수질검사 결과지를 가져온 것이다.

- 먼저 질산성질소의 평균을 구하자. 평균을 구하는 함수는 =average()이다.
- 마우스로 drag할 때, $를 활용하면 편리하게 cell reference를 고정시킬 수 있다.
- 개별 질산성질소의 관측치에서 평균을 빼고 그것들의 제곱을 구한다. 괄호에 주의!
- 편차의 제곱들을 모두 합한 뒤, 관측치의 숫자(n)대로 나누어준다. 이것이 표준편차이다.
- 엑셀에서 표준편차는 stdev.p()로 더 쉽게 계산할 수 있다. 답이 일치하는가?
- 참고로 엑셀에서 분산은 var.p()로 쉽게 계산할 수 있다.

$$\sigma = \sqrt{\mathrm{Var}(X)} = \sqrt{\sigma^2}$$

충북대학교
CHUNGBUK NATIONAL UNIVERSITY

데이터 요약 연습

데이터 요약 연습

eCampus에서 queue.csv를 다운받자. 이것은 신영과 재현이 운영하는 두 패스트푸드점의 주문 후 음식 수령까지 대기시간을 기록한 자료의 샘플이다.

- 신영이 운영하는 1번 레스토랑의 평균과 표준편차를 구하시오.
- 재현이 운영하는 2번 레스토랑의 평균과 표준편차를 구하시오.
- 대기시간 외에 모든 요소가 같다고 가정한다면, 손님으로서 당신은 신영이 운영하는 1번 레스토랑과 재현이 운영하는 2번 레스토랑 사이 어느 쪽을 이용할 것인가? 왜죠?

충북대학교
CHUNGBUK NATIONAL UNIVERSITY

데이터 요약 연습

eCampus에서 서울시아파트관리비.xlsx 을 다운받자. 이것은 서울시 두 개 자치구에서 임의로 선별된 아파트단지에서 수집된 관리비 자료이다.

- 중구와 중랑구에서 총 관리비 합계 평균, 중위값, 최빈치를 각각 구하시오. 어느 쪽이 높은가?
- 중구와 중랑구에서 총 관리비 합계의 range와 IQR을 각각 구하시오. 어느 쪽의 변동이 심한가?
- 앞서 구한 Range와 IQR은 각 자치구에서 총 관리비 합계를 잘 요약하고 있는가? 아니라면 왜죠?
- 중구와 중랑구에서 세대당 관리비 합계, 즉 총 관리비 합계/세대 수로 나눈 값을 새로 계산하고 이 값의 표준편차를 각각 구하시오. 어느 쪽의 변동이 심한가?

충북대학교
CHUNGBUK NATIONAL UNIVERSITY

데이터 요약 연습

다시 airpollution.zip에서 2020년 6월.xlsx을 열자. 필터링을 적용하여 다음의 조건을 맞춘다: 〈지역〉은 경기 군포시, 〈망〉은 도시대기, 〈측정소명〉은 산본동, 측정일시는 〈2020.06.15 전체〉. 필터링 된 내용을 새 탭에 복사하고 그 탭에서 작업하자.

stdev.p와 var.p를 사용하지 않고 액셀에서 공식대로 계산하여 PM2.5의 표준편차를 구하시오.

충북대학교
CHUNGBUK NATIONAL UNIVERSITY