Universidad Corporativa Coppel | Programas Académicos

Ingeniería en Desarrollo de Software

Actividad | 3 | Transformaciones Lineales

Matemáticas Matriciales

Ingeniería en Desarrollo de Software

academiaglobal

TUTOR: Eduardo Israel Castillo García

ALUMNO: Adriana Esteban López

FECHA: 23 de junio de 2024

INDICE

Introducción 03

....

Descripción 04

....

Justificación 05

....

Desarrollo 06

....

Conclusión 12

....

INTRODUCCIÓN

Primero tenemos que entender que una transformación lineal es un conjunto de operaciones que se realizan sobre un elemento de un espacio vectorial para convertirlo en un elemento de otro espacio vectorial para convertirlo en un elemento de otro espacio vectorial.

Un espacio vectorial consiste en un cuerpo K compuesto de escalares en el que se definen las operaciones de suma y multiplicación con lo cual podemos comprobar que estamos hablando de un espacio vectorial y los podremos definir como vectores.

Ejemplo: Sea $V = \{ax^2 + bx + c|a,b,c \in \mathrm{R}\}$ y $W = \{(a,b,c)|a,b,c \in \mathrm{R}\}$ y la transformación $\mathrm{T} = V \rightarrow W$ definida por $\mathrm{T}\ (ax^2 + bx + c) = (\mathrm{a} + 1, \mathrm{b} + \mathrm{c}, 0)$; podemos observar claramente que cada elemento de V se convierte en un elemento de W tras aplicarse la transformación T.

En el desarrollo de esta actividad estaremos viendo de manera más práctica la aplicación de la Transformación.

DESCRIPCIÓN

Contextualización (Descripción del problema)

Las transformaciones lineales formulan un papel muy importante en áreas como las matemáticas, la física y en otras ciencias como el procesamiento de imágenes, gráficas en computadoras, de manera general las transformaciones lineales es una función o aplicación lineal cuyo dominio y codominio son espacios vectoriales, y tiene que cumplir con ciertas propiedades.

1. Sea T una transformación lineal de R3 → R2 y suponga que:

$$T\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix},\ T\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-1\\4\end{bmatrix} \text{ y } T\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}5\\-3\end{bmatrix}. \text{ Calcular } T\begin{bmatrix}3\\-4\\5\end{bmatrix}$$

2. Sea T una transformación lineal R2 → R3 tal que:

$$T\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix},\ \text{ y }\ T\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-4\\0\\5\end{bmatrix}.$$

$$\text{Calcular } T\begin{bmatrix}-3\\7\end{bmatrix}$$

3. Encontrar una transformación lineal en R2, en el plano:

$$W = \left\{\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix}:\ 2x - y + 3z = 0\right\}$$

Se debe de calcular T y resolver la transformación lineal en el 2do plano.

JUSTIFICACIÓN

Las transformaciones lineales intervienen en muchas situaciones en matemáticas y son algunas de las funciones más importantes; por ejemplo, en Geometría modelan las simetrías de un objeto, en Algebra se pueden usar para representar ecuaciones, en Análisis sirven para aproximar localmente funciones.

En el desarrollo de esta actividad estaremos realizando el proceso correspondiente para de un base canónica obtener la T conforme a los datos que nos van dando, así mismo para comprobar resultados nos estaremos apoyando en RStudio para la demostración de nuestros resultados.

DESARROLLO

1.- Sea T una transformación lineal de R3 → R2 y suponga que :

$$T\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix},\quad T\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1\\4\end{bmatrix}\text{ y }T\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\-3\end{bmatrix}.\text{ Calcular }T\begin{bmatrix}3\\-4\\5\end{bmatrix}.$$

A partir de estos datos vamos a definir primero la **Base Canonica:**

1.- Sea T una transformación lineal de R3 → R2 y suponga que :

$$T\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}=\boxed{\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix}},\quad T\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}=\boxed{\begin{bmatrix}-1\\4\end{bmatrix}}\text{ y }T\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}=\boxed{\begin{bmatrix}5\\-3\end{bmatrix}}.\text{ Calcular }T\begin{bmatrix}3\\-4\\5\end{bmatrix}.$$

Estos son los valores que tomamos para formar la base canónica que estaremos nombrando M(T)

$$M\ (T)\begin{bmatrix}2 & -1 & 5\\3 & 4 & -3\end{bmatrix}$$

Base canónica

La transformación que estaremos realizando será de R3 → R2, por lo que 1ro definimos:

1. **2x – y + 5z** esta ecuación la definimos tomando la primera fila de M(T) y en la cual vamos a sustituir los valores de T para obtener el siguiente valor:

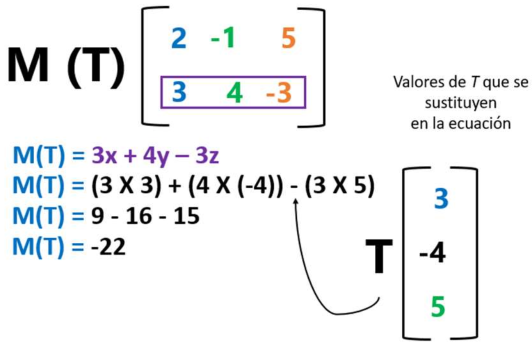
$$M\ (T)\begin{bmatrix}\boxed{2 \quad -1 \quad 5}\\3 \quad\ \ 4 \quad -3\end{bmatrix}$$

Valores de *T* que se sustituyen en la ecuación

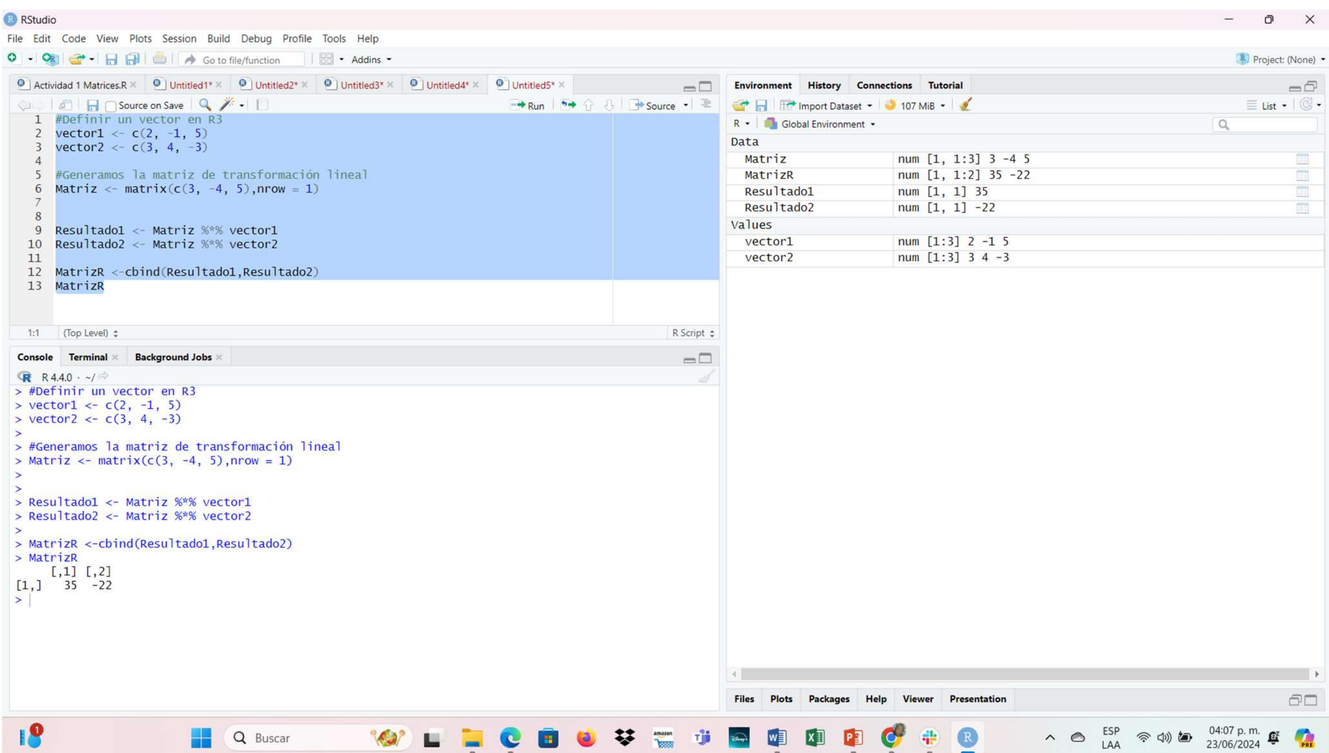
M(T) = 2x – y + 5z
M(T) = (2 X 3) – (1 X (-4)) + (5 X 5)
M(T) = 6 + 4 + 25
M(T) = 35

$$T\begin{bmatrix}3\\-4\\5\end{bmatrix}$$

2. Realizamos el mismo procedimiento con la segunda fila **3x + 4y - 3z**



Con esto podemos concluir que el valor de R3 → R2 queda de la siguiente manera: **T = 35, -22,** vamos ahora a confirmar los resultados en RStudio:



Dentro de este código almacenamos el valor final en ***MatrizR***, el cual podemos observar es el mismo que el que se encontró dentro de los cálculos realizados e identificamos como ***T***.

2.- Sea T una transformada lineal R2→R3 tal que:

$$T\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix}, \quad \text{y} \quad T\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-4\\0\\5\end{bmatrix}.$$

Calcular $T\begin{bmatrix}-3\\7\end{bmatrix}$

Al igual que en el ejercicio 2, realizamos el mismo procedimiento:

2.- Sea T una transformada lineal R2→R3 tal que:

$$T\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix}, \quad \text{y} \quad T\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-4\\0\\5\end{bmatrix}.$$

Estos son los valores que tomamos para formar la base canónica que estaremos nombrando M(T)

$$\mathbf{M\ (T)} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 0 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}}_{\text{Base canónica}}$$

$$M\ (T)\begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 2 & 0 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

Valores de *T* que se sustituyen en la ecuación

$$T\begin{bmatrix} -3 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$M(T) = x + (-4y)$
$M(T) = (1 X (-3)) + (-4 X 7)$
$M(T) = -3 - 28$
$M(T) = -31$

$$M\ (T)\begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 2 & 0 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

Valores de *T* que se sustituyen en la ecuación

$$T\begin{bmatrix} -3 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$M(T) = 2x + (0y)$
$M(T) = (2 X (-3)) + (0 X 7)$
$M(T) = -6 - 0$
$M(T) = -6$

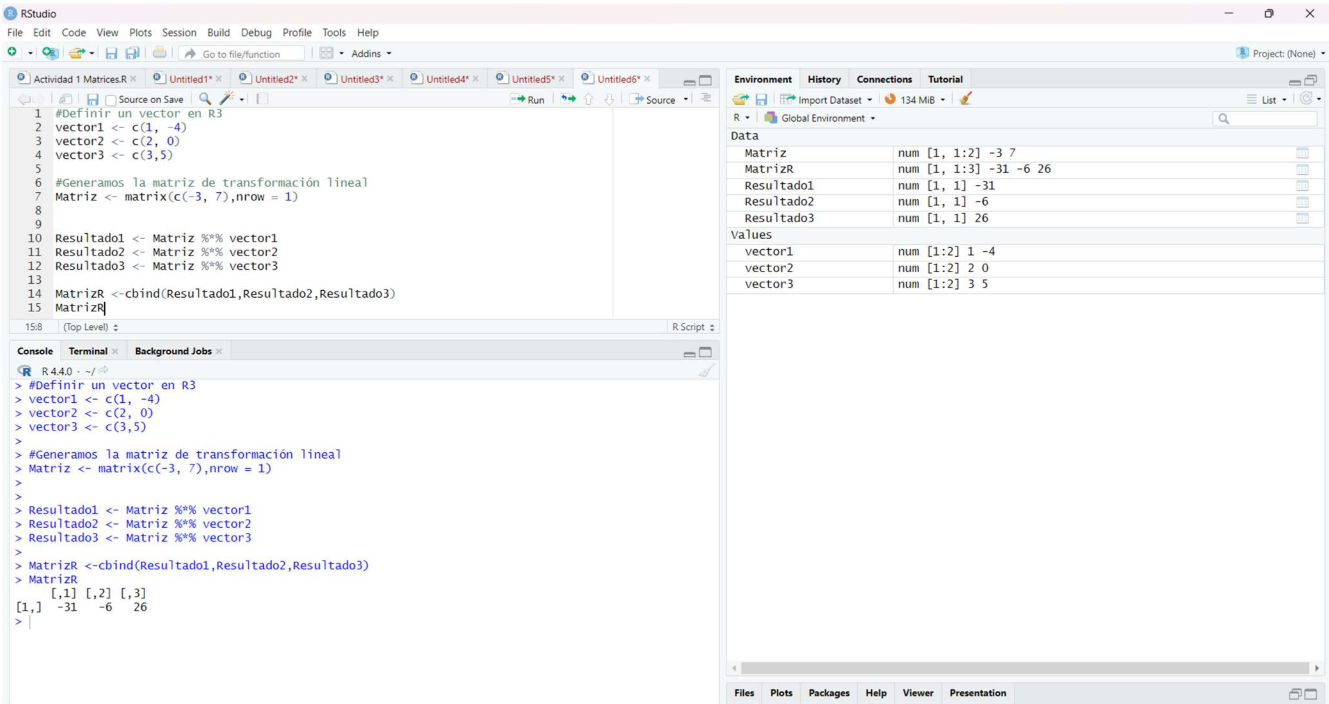
$$M\ (T)\begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 2 & 0 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

Valores de *T* que se sustituyen en la ecuación

$$T\begin{bmatrix} -3 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$M(T) = 3x + 5y$
$M(T) = (3 X (-3)) + (5 X 7)$
$M(T) = -9 + 35$
$M(T) = 26$

Con esto podemos concluir que el valor de R2 → R3 queda de la siguiente manera: **T = -31, -6, 26**, vamos ahora a confirmar los resultados en RStudio:



Dentro de este código almacenamos el valor final en ***MatrizR***, el cual podemos observar es el mismo que el que se encontró dentro de los cálculos realizados e identificamos como ***T***.

3.- Encontrar una transformación lineal en R2, en el plano:

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} : \ 2x - y + 3z = 0 \right\}$$

Transformación a utilizar es: **T(x, y) = (x, y, (2x – y) /3)**, aquí vamos a definir los valores (se asignan los valores que deseemos) de:

x = 5

y = 7

Estos valores los vamos a sustituir en la formula anterior:

T = (5, 7, ((2 x 5) – 7) / 3))

T = (5, 7, (10 – 7) / 3))

T = (5, 7, (3 / 3)

T = (5, 7, 1)

Entonces, el punto (5, 7) en {R}^2 **se mapea al punto (5, 7, 1)** en el plano 2x – y + 3 z en {R}^3, por lo cual cumple la ecuación del plano.

CONCLUSIÓN

Las transformaciones lineales son algunas de las funciones más importantes ya que estás interactúan e intervienen en muchas situaciones matemáticas, por ejemplo, en la Ciencia, en el ámbito de la Tecnología, Economía y Finanzas, Ingeniería Eléctrica, etc.

En resumen, las transformaciones lineales son una herramienta fundamental en el mundo moderno y tienen una gran importancia en una variedad de disciplinas, son versátiles y poderosas ya que han demostrado ser de mucha utilidad en una amplia gama de aplicaciones; ya que a través de estas transformaciones es posible identificar patrones, relaciones y propiedades en los espacios vectoriales.

Se agrega dicha actividad a la plataforma de GitHub a través del siguiente link:
https://github.com/22HADRIA/Matem-ticas-Matriciales.git