图论算法及其 MATLAB 程序代码

求赋权图 G = (V, E, F) 中任意两点间的最短路的 Warshall-Floyd 算法:

设 $A = (a_{ij})_{n \times n}$ 为赋权图 G = (V, E, F) 的矩阵,当 $v_i v_j$ E 时 $a_{ij} = F(v_i v_j)$,否则取 $a_{ii} = 0$, $a_{ij} = 0$ 。

赋初值. 对所有 $i, j, d_{ij} = a_{ij}, r_{ij} = j, k = 1$. 转向

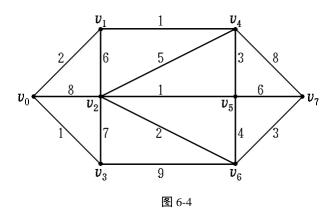
更新 d_{ii} , r_{ii} . 对所有 i, j, 若 $d_{ik} + d_{kj} < d_{ii}$, 则令 $d_{ii} = d_{ik} + d_{ki}$, $r_{ii} = k$, 转向 .

终止判断. 若 d_i < 0,则存在一条含有顶点 v_i 的负回路,终止;或者 k=n 终止;否则 令 k=k+1,转向 .

最短路线可由 rii 得到.

end %程序结束

例 1 求图 6-4 中任意两点间的最短路.



解:用 Warshall-Floyd 算法, MATLAB 程序代码如下:

```
n=8;A=[0 2
                      Inf Inf
                               Inf
             8
                  1
                                   Inf
    2
         0
             6
                 Inf
                           Inf
                               Inf
                                   Inf
                      1
    8
         6
                 7
                      5
                               2
                                   Inf
             0
                           1
             7
                 0
                      Inf
                          Inf
                               9
                                   Inf
    1
         Inf
    Inf
             5
                 Inf
                      0
                           3
                               Inf
                                   8
                               4
                                   6
    Inf
        Inf
             1
                 Inf
                      3
                           0
    Inf
        Inf
             2
                  9
                      Inf
                               0
                                   3
    Inf
        Inf
             Inf
                 Inf
                      8
                               3
                                   0];
                                       % MATLAB 中, Inf 表示
         %赋初值
for(i=1:n)for(j=1:n)R(i,j)=j;end;end %赋路径初值
for(k=1:n)for(i=1:n)for(j=1:n)if(D(i,k)+D(k,j)< D(i,j))D(i,j)=D(i,k)+D(k,j);
                                                               %更新 dij
    R(i,j)=k;end;end;end
                          %更新 rij
         %显示迭代步数
    k
    D
        %显示每步迭代后的路长
        %显示每步迭代后的路径
    pd=0;for i=1:n %含有负权时
         if(D(i,i)<0)pd=1;break;end;end %存在一条含有顶点 vi 的负回路
                     %存在一条负回路,终止程序
    if(pd)break;end
```

Kruskal 避圈法:将图 G 中的边按权数从小到大逐条考察,按不构成圈的原则加入到 T 中(若有选择时,不同的选择可能会导致最后生成树的权数不同),直到 q(T) = p(G) - 1 为止,即 T 的边数= G 的顶点数- 1 为止.

```
Kruskal 避圈法的 MATLAB 程序代码如下:
```

%显示近似最小生成树 T, 程序结束

```
n=8;A=[0 2
           8
               1
                   0
                       0
                           0
                               0
   2 0
           6
               0
                   1
                       0
                           0
                               0
   8
       6
               7
                   5
                               0
           0
                       1
                           2
       0 7
              0
                  0 0 9
                              0
   1
   0
       1 5 0
                  0 3 0
                              8
   0
      0 1 0 3 0 4
                              6
   0
      0 2 9 0 4 0
                               3
      0 0 0 8 6
   0
                           3
                               0];
       %记录 A 中不同正数的个数
for(i=1:n-1)for(j=i+1:n)
                  %此循环是查找 A 中所有不同的正数
   if(A(i,j)>0)x(k)=A(i,j); %数组 x 记录 A 中不同的正数
       kk=1;
               %临时变量
       for(s=1:k-1)if(x(k)==x(s))kk=0;break;end;end %排除相同的正数
       k=k+kk;end;end;end
k=k-1
       %显示 A 中所有不同正数的个数
for(i=1:k-1)for(j=i+1:k)
                  %将 x 中不同的正数从小到大排序
    if(x(j)< x(i))xx=x(j);x(j)=x(i);x(i)=xx;end;end;end
T(n,n)=0; %将矩阵 T 中所有的元素赋值为 0
q=0;%记录加入到树 T 中的边数
for(s=1:k)if(q==n)break;end %获得最小生成树 T, 算法终止
   for(i=1:n-1)for(j=i+1:n)if (A(i,j)==x(s))T(i,j)=x(s);T(j,i)=x(s);%加入边到树 T 中
       TT=T:
               %临时记录 T
       while(1)pd=1; %砍掉 TT 中所有的树枝
           for(y=1:n)kk=0;
               for(z=1:n)if(TT(y,z)>0)kk=kk+1;zz=z;end;end %寻找 TT 中的树枝
               if(kk==1)TT(y,zz)=0;TT(zz,y)=0;pd=0;end;end %砍掉TT中的树枝
           if(pd)break;end;end %已砍掉了 TT 中所有的树枝
               %判断 TT 中是否有圈
       for(y=1:n-1)for(z=y+1:n)if(TT(y,z)>0)pd=1;break;end;end;end
       if(pd)T(i,j)=0;T(j,i)=0;
                           %假如 TT 中有圈
       else q=q+1;end;end;end;end;end
```

求二部图 G 的最大匹配的算法(匈牙利算法),其基本思想是:从 G 的任意匹配 M 开始,对 X 中所有 M 的非饱和点,寻找 M -增广路.若不存在 M -增广路,则 M 为最大匹配;若存在 M -增广路 P,则将 P 中 M 与非 M 的边互换得到比 M 多一边的匹配 M_1 ,再对 M_1 重复上述过程.

设 G = (X, Y, E)为二部图,其中 $X = \{x_1, x_2, ..., x_n\}, Y = \{y_1, y_2, ..., y_n\}$. 任取 G 的一初始匹配 M (如任取 e E, 则 $M = \{e\}$ 是一个匹配).

令 $S = \mathbf{f}, T = \mathbf{f},$ 转向 .

若 M 饱和 $X \setminus S$ 的所有点,则 M 是二部图 G 的最大匹配. 否则,任取 M 的非饱和点 $u \mid X \setminus S$,令 $S = S \mid \{u\}$,转向 .

 $\hbox{\rm id}\ N(S)=\{v\mid u\quad S,uv\quad E\}.\ \ \hbox{\rm if}\ N(S)=T,\ \ \hbox{\rm if}\ \ 0.\ \ \hbox{\rm coull}\ y\quad N(S)\setminus T.\ \ \hbox{\rm if}\ y\not\equiv M$ 的饱和点,转向 ,否则转向 .

设xy M, 则令S=S $\{x\}, T=T$ $\{y\}$, 转向 .

u-y 路是 M—增广路,设为 P,并令 M=M P,转向 . 这里 M P=M $P\setminus M$ P,是对称差.

由于计算 M-增广路 P 比较麻烦, 因此将迭代步骤改为:

将 X 中 M 的所有非饱和点(不是 M 中某条边的端点)都给以标号 0 和标记*. 转向 .

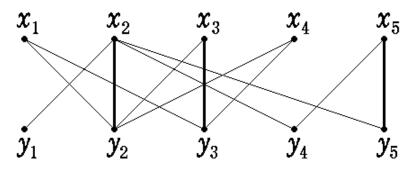
若 X 中所有有标号的点都已去掉了标记 * ,则 M 是 G 的最大匹配. 否则任取 X 中一个既有标号又有标记 * 的点 x_i ,去掉 x_i 的标记 * ,转向 .

找出在 G 中所有与 x_i 邻接的点 y_j (即 $x_i y_j = E$),若所有这样的 y_j 都已有标号,则转向,否则转向。

对与 x_i 邻接且尚未给标号的 y_i 都给定标号i. 若所有的 y_i 都是M的饱和点,则转向 , 否则逆向返回. 即由其中M的任一个非饱和点 y_i 的标号i找到 x_i ,再由 x_i 的标号k找到 y_k ,… , 最后由 y_i 的标号s找到标号为0的 x_s 时结束,获得M —增广路 x_s y_t … x_i y_j ,记 $P = \{x_s$ y_t … x_i y_j , 重新记M 为 M P ,转向 .

将 y_j 在 M 中与之邻接的点 x_k (即 x_ky_j M),给以标号 j 和标记*,转向 .

例 1 求图 6-9 中所示的二部图 G 的最大匹配.



```
图 6-9
    匈牙利算法的 MATLAB 程序代码如下:
                1
                    0
                        0
m=5; n=5; A=[0 1]
        1
                        1
                    1
        0
                1
                    0
                        0
            1
        0
                    0
                        0
                1
            1
        0
                0
                        1];
M(m.n)=0:
for(i=1:m)for(j=1:n)if(A(i,j))M(i,j)=1;break;end;end
                                        %求初始匹配 M
   if(M(i,j))break;end;end
                        %获得仅含一条边的初始匹配 M
while(1)
   for(i=1:m)x(i)=0;end %将记录 X 中点的标号和标记*
   for(i=1:n)y(i)=0;end %将记录Y中点的标号和标记*
   for(i=1:m)pd=1;
                    %寻找 X 中 M 的所有非饱和点
        for(j=1:n)if(M(i,j))pd=0;end;end
                            %将 X 中 M 的所有非饱和点都给以标号 0 和标记*, 程序中用 n+1 表
        if(pd)x(i)=-n-1;end;end
示 0 标号, 标号为负数时表示标记*
    pd=0;
    while (1) xi=0;
        for(i=1:m)if(x(i)<0)xi=i;break;end;end
                                        %假如 X 中存在一个既有标号又有标记*的点,则任
取X中一个既有标号又有标记*的点xi
        if(xi==0)pd=1;break;end %假如 X 中所有有标号的点都已去掉了标记*, 算法终止
        x(xi)=x(xi)*(-1); %去掉 xi 的标记*
        for(j=1:n)if(A(xi,j)&y(j)==0)y(j)=xi;yy(k)=j;k=k+1;end;end %对与 xi 邻接且尚未给标号的 yj 都
给以标号i
        if(k>1)k=k-1;
            for(j=1:k)pdd=1;
                for(i=1:m)if(M(i,yy(j)))x(i)=-yy(j);pdd=0;break;end;end
                                                           %将 yi 在 M中与之邻接的
           M), 给以标号 j 和标记*
点 xk (即 xkyj
                if(pdd)break;end;end
            if(pdd)k=1;j=yy(j);
                            %yj 不是 M 的饱和点
                while(1)P(k,2)=j;P(k,1)=y(j);j=abs(x(y(j))); %任取 M 的一个非饱和点 yj, 逆向返回
                    if(j==n+1)break;end %找到 X 中标号为 0 的点时结束, 获得 M-增广路 P
                    k=k+1;end
```

for(i=1:k)if(M(P(i,1),P(i,2)))M(P(i,1),P(i,2))=0; %将匹配 M 在增广路 P 中出现的边

去掉

else M(P(i,1),P(i,2))=1;end;end %将增广路 P 中没有在匹配 M 中出现的边加入

到匹配 M中

break;end;end;end

if(pd)break;end;end %假如 X 中所有有标号的点都已去掉了标记*, 算法终止

M %显示最大匹配 M, 程序结束

利用可行点标记求最佳匹配的算法步骤如下:

设 G = (X, Y, E, F)为完备的二部赋权图, L 是其一个初始可行点标记, 通常取

$$\begin{cases} L(x) = \max\{ F(xy) \mid y \in Y \}, & x \in X, \\ L(y) = 0, & y \in Y. \end{cases}$$

 $M \in G_L$ 的一个匹配.

若X的每个点都是M的饱和点,则M是最佳匹配. 否则取M的非饱和点 u X, 令S = {u}, $T = \mathbf{f}$, 转向 .

记 $N_L(S)=\{v\mid u\quad S,uv\quad E_L\}.$ 若 $N_L(S)=T$,则 G_L 没有完美匹配,转向 . 否则转向 .

调整可行点标记, 计算

$$a_L = \min \{ L(x) + L(y) - F(xy) | x S, y Y \setminus T \}.$$

由此得新的可行顶点标记

for(i=1:n)k=1;

$$H(v) = \begin{cases} L(v) - a_L, & v \in S, \\ L(v) + a_L, & v \in T, \\ L(v), & 否则. \end{cases}$$

令 L = H, $G_L = G_H$, 重新给出 G_L 的一个匹配 M, 转向 .

取 $y N_L(S) \setminus T$, 若 $y \in M$ 的饱和点, 转向 . 否则, 转向 .

设xy M, 则令S=S $\{x\}, T=T$ $\{y\}$, 转向 .

在 G_L 中的 u-y 路是 M -增广路, 记为 P, 并令 M=M P, 转向 .

利用可行点标记求最佳匹配算法的 MATLAB 程序代码如下:

```
n=4;A=[4 5 5 1
    2 2 4 6
    4 2 3 3
       0 2 1];
for(i=1:n)L(i,1)=0;L(i,2)=0;end
for(i=1:n)for(j=1:n)if(L(i,1)<A(i,j))L(i,1)=A(i,j);end; %初始可行点标记L
         M(i,j)=0;end;end
for(i=1:n)for(j=1:n) %生成子图 GI
         if(L(i,1)+L(j,2)==A(i,j))GI(i,j)=1;
         else Gl(i,j)=0;end;end;end
ii=0;ij=0;
for(i=1:n)for(j=1:n)if(GI(i,j))ii=i;jj=j;break;end;end
    if(ii)break;end;end %获得仅含 GI 的一条边的初始匹配 M
M(ii,jj)=1;
for(i=1:n)S(i)=0;T(i)=0;NIS(i)=0;end
while(1)
```

```
for(j=1:n)if(M(i,j))k=0;break;end;end
         if(k)break;end;end
    if(k==0)break;end %获得最佳匹配 M, 算法终止
     S(1)=i;jss=1;jst=0; %S={xi}, T=\phi
     while(1)
         isn=0:
         for(i=1:jss)for(j=1:n)if(Gl(S(i),j))jsn=jsn+1;NlS(jsn)=j; %NL(S)={v|u S,uv EL}
                   for(k=1:jsn-1)if(NIS(k)==j)jsn=jsn-1;end;end;end;end;end
         if(isn==ist)pd=1;
                             %判断 NL(S)=T?
              for(j=1:jsn)if(NIS(j)\sim=T(j))pd=0;break;end;end;end
         if(jsn==jst&pd)al=Inf; %如果 NL(S)=T, 计算 al, Inf 为
              for(i=1:jss)for(j=1:n)pd=1;
                   for(k=1:jst)if(T(k)==j)pd=0;break;end;end
                   if(pd\&al>L(S(i),1)+L(j,2)-A(S(i),j))al=L(S(i),1)+L(j,2)-A(S(i),j);\\ end;end;end
              for(i=1:jss)L(S(i),1)=L(S(i),1)-al;end %调整可行点标记
              for(j=1:jst)L(T(j),2)=L(T(j),2)+al;end %调整可行点标记
              for(i=1:n)for(j=1:n) %生成子图 GL
                        if(L(i,1)+L(j,2)==A(i,j))GI(i,j)=1;
                        else Gl(i,j)=0;end
                        M(i,j)=0;k=0;end;end
              ii=0;jj=0;
              for(i=1:n)for(j=1:n)if(GI(i,j))ii=i;jj=j;break;end;end
                   if(ii)break;end;end %获得仅含 GI 的一条边的初始匹配 M
              M(ii,jj)=1;break
         else %NL(S) T
              for(j=1:jsn)pd=1;
                                  %取 y NL(S)\T
                   for(k=1:jst)if(T(k)==NIS(j))pd=0;break;end;end
                   if(pd)jj=j;break;end;end
                        %判断 y 是否为 M 的饱和点
              pd=0;
              for(i=1:n)if(M(i,NIS(jj)))pd=1;ii=i;break;end;end
              if(pd)jss=jss+1;S(jss)=ii;jst=jst+1;T(jst)=NIS(jj); %S=S {x}, T=T {y}
              else %获得 GI 的一条 M-增广路, 调整匹配 M
                   for(k=1:jst)M(S(k),T(k))=1;M(S(k+1),T(k))=0;end
                   if(jst==0)k=0;end
                   M(S(k+1),NIS(jj))=1;break;end;end;end;end
MaxZjpp=0;
for(i=1:n)for(j=1:n)if(M(i,j))MaxZjpp=MaxZjpp+A(i,j);end;end;end
M %显示最佳匹配 M
MaxZjpp %显示最佳匹配 M 的权,程序结束
```

从一个可行流 f 开始,求最大流的 Ford--Fulkerson 标号算法的基本步骤:

标号过程

给发点 v_s 以标号(+,+), $\boldsymbol{d}_s = +$.

选择一个已标号的点x,对于x的所有未给标号的邻接点y,按下列规则处理:

当 yx E, 且 $f_{yx} > 0$ 时,令 $d_y = \min \{f_{yx}, d_x\}$,并给 y 以标号 $(x - d_y)$.

当 xy E, 且 $f_{xy} < C_{xy}$ 时,令 $d_y = \min \{C_{xy} - f_{xy}, d_x\}$,并给 y 以标号 $(x + d_y)$.

重复 直到收点 v_i 被标号或不再有点可标号时为止. 若 v_i 得到标号,说明存在一条可增广链,转 调整过程;若 v_i 未得到标号,标号过程已无法进行时,说明 f 已经是最大流. 调整过程

决定调整量 $\mathbf{d} = \mathbf{d}_{vt}$, 令 $u = v_t$.

若u点标号为 $(v+, \mathbf{d}_u)$,则以 $f_{vu}+\mathbf{d}$ 代替 f_{vu} ;若u点标号为 $(v-, \mathbf{d}_u)$,则以 $f_{vu}-\mathbf{d}$ 代替 f_{vu}

若 $v = v_s$,则去掉所有标号转 重新标号;否则令u = v,转 .

算法终止后,令已有标号的点集为 S,则割集 (S, S^c) 为最小割,从而 $W_f = C(S, S^c)$.

例 1 求图 6-19 所示网络的最大流.

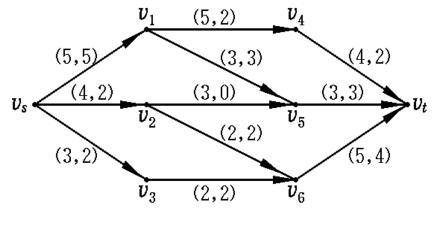


图 6-19

利用 Ford--Fulkerson 标号法求最大流算法的 MATLAB 程序代码如下:

| n=8;C=[0 | 5 0 | 4 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
|----------|-----|---|---|---|---|---|-----|------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 5 | 3 | 0 | 0 | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 | 2 | 0 | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0]; | %弧容量 |

for(i=1:n)for(j=1:n)f(i,j)=0;end;end %取初始可行流 f 为零流

for(i=1:n)No(i)=0;d(i)=0;end %No,d 记录标号

```
while(1)
    No(1)=n+1;d(1)=Inf; %给发点 vs 标号
    while(1)pd=1; %标号过程
        for(i=1:n)if(No(i))
                         %选择一个已标号的点 vi
            for(j=1:n)if(No(j)==0&f(i,j)< C(i,j))
                                         %对于未给标号的点 vj, 当 vivj 为非饱和弧时
                     No(j)=i;d(j)=C(i,j)-f(i,j);pd=0;
                     if(d(j)>d(i))d(j)=d(i);end
                elseif(No(j)==0&f(j,i)>0) %对于未给标号的点 vj, 当 vjvi 为非零流弧时
                     No(j)=-i;d(j)=f(j,i);pd=0;
                     if(d(j)>d(i))d(j)=d(i);end;end;end;end
        if(No(n)|pd)break;end;end %若收点 vt 得到标号或者无法标号, 终止标号过程
    if(pd)break;end %vt 未得到标号, f 已是最大流, 算法终止
    dvt=d(n);t=n; %进入调整过程, dvt 表示调整量
    while(1)
        if(No(t)>0)f(No(t),t)=f(No(t),t)+dvt; %前向弧调整
        elseif(No(t)<0)f(No(t),t)=f(No(t),t)-dvt;end %后向弧调整
        if(No(t)==1)for(i=1:n)No(i)=0;d(i)=0;end;break;end %当 t 的标号为 vs 时,终止调整过程
                        %继续调整前一段弧上的流 f
        t=No(t);end;end;
wf=0;for(j=1:n)wf=wf+f(1,j);end %计算最大流量
    %显示最大流
wf %显示最大流量
No %显示标号,由此可得最小割,程序结束
```

设网络 G = (V, E, C),取初始可行流 f 为零流,求解最小费用流问题的迭代步骤:

构造有向赋权图 $G_f = (V, E_f, F)$, 对于任意的 $v_i v_j \in E, E_f, F$ 的定义如下:

当
$$f_{ij} = 0$$
时, $v_i v_j$ E_f , $F(v_i v_j) = b_{ij}$;

当
$$f_{ij} = C_{ij}$$
时, $v_j v_i$ E_f , $F(v_j v_i) = -b_{ij}$;

当
$$0 < f_{ij} < C_{ij}$$
 时, $v_i v_i$ E_f , $F(v_i v_i) = b_{ij}$, $v_i v_i$ E_f , $F(v_i v_i) = -b_{ij}$.

转向 .

求出有向赋权图 $G_f = (V, E_f, F)$ 中发点 v_s 到收点 v_t 的最短路 m,若最短路 m存在转向; 否则 f 是所求的最小费用最大流. 停止.

增流. 同求最大流的方法一样, 重述如下:

令
$$\mathbf{d}_{ij} = \begin{cases} C_{ij} - f_{ij}, & v_i v_j \in \mathbf{m}^+, \\ f_{ij}, & v_i v_j \in \mathbf{m}^-. \end{cases} \mathbf{d} = \min \{ \mathbf{d}_{ij} | v_i v_j \quad \mathbf{m} \}, \; \mathbf{\underline{m}} \mathbf{\hat{m}} \mathbf{\hat$$

如果 W_f 大于或等于预定的流量值,则适当减少 \mathbf{d} 值,使 W_f 等于预定的流量值,那么 f 是所求的最小费用流,停止;否则转向

求解含有负权的有向赋权图 G = (V, E, F)中某一点到其它各点最短路的 Ford 算法.

当 $v_i v_j$ E 时记 $w_{ij} = F(v_i v_j)$,否则取 $w_{ii} = 0$, $w_{ij} = + (i \ j)$. v_1 到 v_i 的最短路长记为 $\mathbf{p}(i)$, v_1 到 v_i 的最短路中 v_i 的前一个点记为 $\mathbf{q}(i)$. Ford 算法的迭代步骤:

赋初值
$$p(1) = 0, p(i) = +, q(i) = i, i = 2, 3, ..., n$$
.

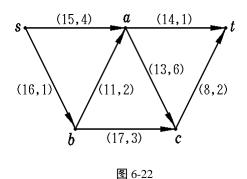
更新p(i), q(i). 对于i = 2, 3, ..., n和j = 1, 2, ..., n,如果 $p(i) < p(j) + w_{ii}$,则令

$$p(i) = p(j), q(i) = j.$$

终止判断:若所有的p(i)都无变化,停止;否则转向

在算法的每一步中,p(i)都是从 v_1 到 v_i 的最短路长度的上界。若不存在负长回路,则从 v_1 到 v_i 的最短路长度是p(i)的下界,经过n-1次迭代后p(i)将保持不变。若在第n次迭代后p(i)仍在变化时,说明存在负长回路。

例 2 在图 6-22 所示运输网络上, 求 s 到 t 的最小费用最大流, 括号内为(C_{ii} , b_{ii}).



求最小费用最大流算法的 MATLAB 程序代码如下:

%显示最小费用最大流

```
n=5;C=[0
             15
                 16
                     0
                          0
        0
             0
                 0
                      13
                          14
        0
                          0
             11
                 0
                      17
        0
             0
                 0
                      0
                          8
        0
             0
                 0
                      0
                          0];
                               %弧容量
                 0
b = [0]
        4
                      0
             1
        0
    0
             0
                 6
                      1
    0
        2
             0
                 3
                      0
    0
        0
             0
                 0
                      2
        0
             0
                 0
                     0]; %弧上单位流量的费用
wf=0;wf0=Inf; %wf表示最大流量,wf0表示预定的流量值
for(i=1:n)for(j=1:n)f(i,j)=0;end;end %取初始可行流 f 为零流
while(1)
    for(i=1:n)for(j=1:n)if(j~=i)a(i,j)=Inf;end;end;end%构造有向赋权图
    for(i=1:n)for(j=1:n)if(C(i,j)>0&f(i,j)==0)a(i,j)=b(i,j);
        elseif(C(i,j)>0&f(i,j)==C(i,j))a(j,i)=-b(i,j);
        elseif(C(i,j)>0)a(i,j)=b(i,j);a(j,i)=-b(i,j);end;end;end
                              %用 Ford 算法求最短路, 赋初值
    for(i=2:n)p(i)=Inf;s(i)=i;end
    for(k=1:n)pd=1;
                      %求有向赋权图中 vs 到 vt 的最短路
        for(i=2:n)for(j=1:n)if(p(i)>p(j)+a(j,i))p(i)=p(j)+a(j,i);s(i)=j;pd=0;end;end;end
        if(pd)break;end;end %求最短路的 Ford 算法结束
    if(p(n)==Inf)break;end
                          %不存在 vs 到 vt 的最短路, 算法终止. 注意在求最小费用最大流时构造有
向赋权图中不会含负权回路, 所以不会出现 k=n
    dvt=Inf:t=n:
                 %进入调整过程, dvt 表示调整量
    while(1) %计算调整量
        if(a(s(t),t)>0)dvtt=C(s(t),t)-f(s(t),t);
                                       %前向弧调整量
        elseif(a(s(t),t)<0)dvtt=f(t,s(t));end
                                       %后向弧调整量
        if(dvt>dvtt)dvt=dvtt;end
        if(s(t)==1)break;end %当 t 的标号为 vs 时, 终止计算调整量
        t=s(t);end %继续调整前一段弧上的流 f
    pd=0;if(wf+dvt>=wf0)dvt=wf0-wf;pd=1;end%如果最大流量大于或等于预定的流量值
    t=n;while(1)
                 %调整过程
        if(a(s(t),t)>0)f(s(t),t)=f(s(t),t)+dvt;
                                            %前向弧调整
        elseif(a(s(t),t)<0)f(t,s(t))=f(t,s(t))-dvt;end %后向弧调整
        if(s(t)==1)break;end %当 t 的标号为 vs 时, 终止调整过程
        t=s(t);end
    if(pd)break;end %如果最大流量达到预定的流量值
    wf=0; for(j=1:n)wf=wf+f(1,j);end;end %计算最大流量
zwf=0;for(i=1:n)for(j=1:n)zwf=zwf+b(i,j)*f(i,j);end;end%计算最小费用
```

wf %显示最小费用最大流量 zwf %显示最小费用,程序结束