第三章 流体动力学基础

➢ 自然界或工程实际中，流体的静止总是相对的，运动才是绝对的。流体**最基本的特征**就是它的流动性，流体动力学研究的主要问题是**流速和压强在空间的分布**。

➢ 流速是流动情况的数学描述，流体流动时，在破坏压力和质量力平衡的同时，出现了和流速密切相关的**惯性力和粘性力**。

惯性力是由质点本身流速变化所产生，而粘性力是由于流层与流层之间，质点与质点间存在着流速差异所引起的。这样，流体由静到动所产生的两种力，是由流速在空间的分布和随时间的变化所决定。

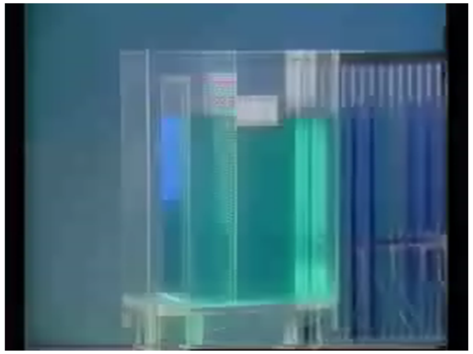
3.1 流体运动的基本概念

3.1.1 定常流动和非定常流动

根据流体的物理参数(如速度、压强、密度、温度等)是否随时间变化，流体的流动可分为定常流动和非定常流动。

- **定常流动 (steady flow) — 物理参数不随时间变化**

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t}=\frac{\partial p}{\partial t}=\frac{\partial \rho}{\partial t}=0$$



- **非定常流动 (non-steady flow)**

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t}\neq 0\ ,\quad \frac{\partial p}{\partial t}\neq 0\ ,\quad \frac{\partial \rho}{\partial t}\neq 0$$

3.1 流体运动的基本概念

3.1.2 迹线和流线

➢流体质点的运动轨迹称为迹线(path line)。迹线是某一流体质点在一段时间内所经过的路径，是同一流体质点在不同时刻的位置的连线。

➢流线(stream line)上各点的切线方向与通过该点的流体质点的流速方向重合。如图3-1所示，流线给出了同一时刻不同流体质点的运动方向。

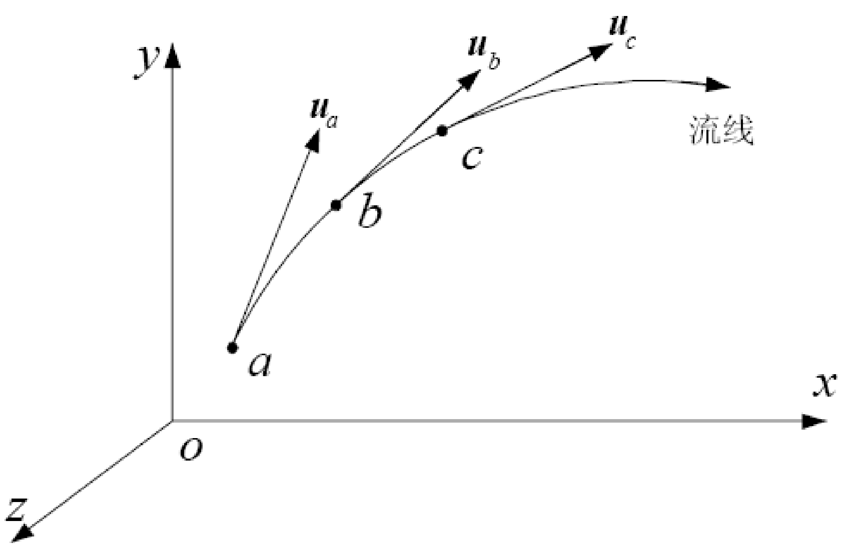
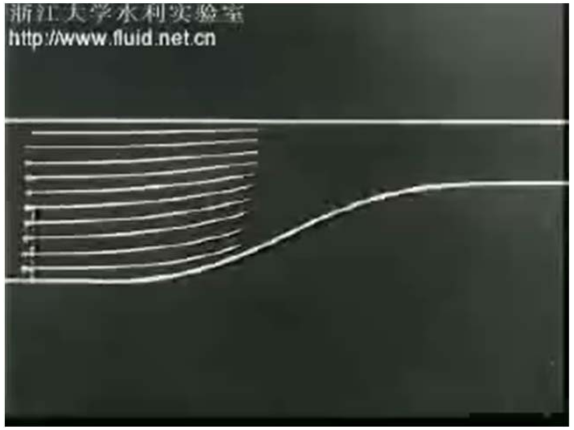
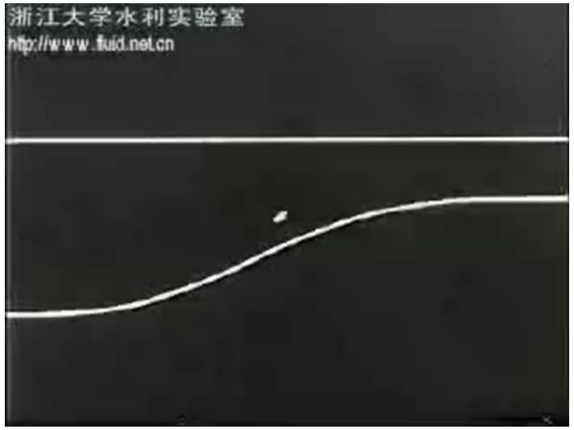
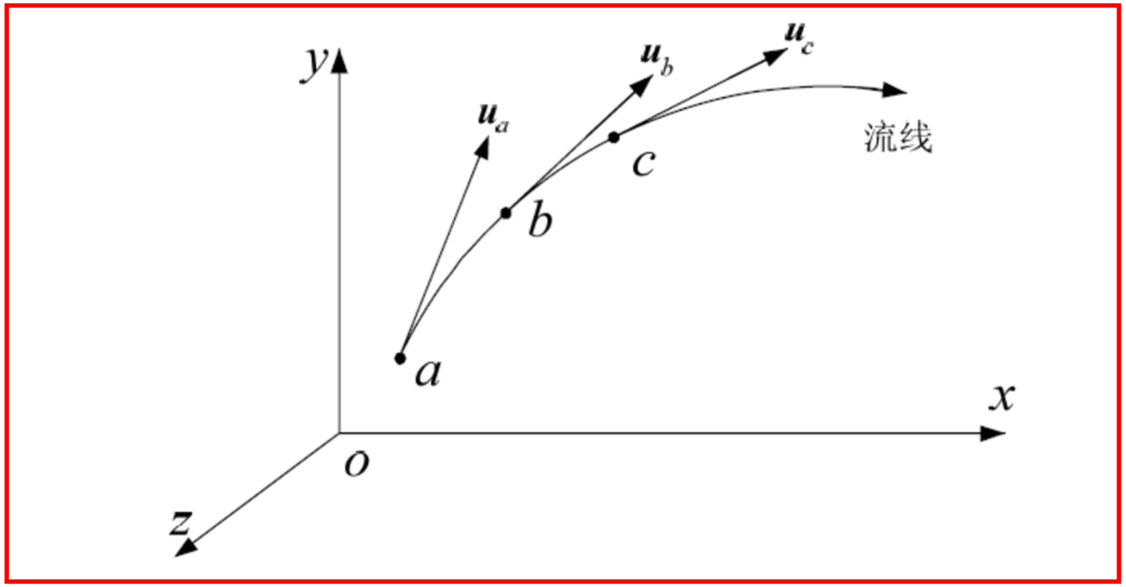


图3-1 流线





3.1 流体运动的基本概念



- 流线越密处流速越大，流线越稀疏处流速越小。
- 只有在定常流中才能用迹线来代替流线。
- 流线不能相交，也不能是折线，流线只能是一条光滑的曲线或直线。
- 流线的微分方程式(stream line differential equation)

$$\frac{\mathrm{d}x}{u_x}=\frac{\mathrm{d}y}{u_y}=\frac{\mathrm{d}z}{u_z}$$

3.1 流体运动的基本概念

3.1.3 流管、流束和总流

- 在流场中任取一封闭曲线，只要此曲线本身不是流线，则经过该封闭曲线上每一点作流线，所构成的管状表面就称为流管(stream tube) 。
- 流管内部的流体称为流束(stream filament)。断面无穷小的流束称为微元流束，微元流束的极限为流线，对于微元流束，可以认为其断面上各点的运动要素相等。
- 总流(total flow)是固体边界内所有微元流束的总和。

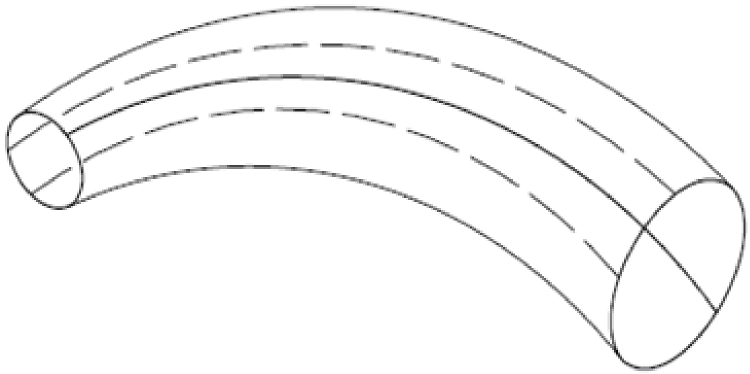
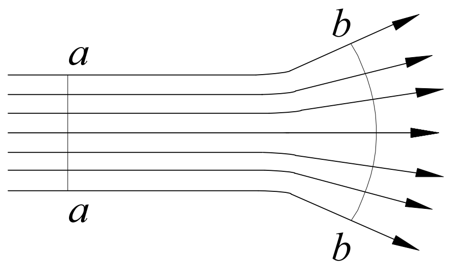


图 3-3 流管和流束

3.1.4 过流断面及水力半径

- 在有限断面的流束中，与每条流线相垂直的横截面称为该流束的过流断面(cross section of flow)。



- 湿周(wet circum)，即过流断面上流体和固体壁面接触的周界 。
- 过流断面面积*A*与湿周 χ 之比称为水力半径(hydraulic radius)，用 R_h 表示，

$$R_h = \frac{A}{\chi}$$

半径为*r*的圆管内充满流体，其水力半径为：$R_h = \dfrac{\pi r^2}{2\pi r} = \dfrac{r}{2}$

3.1.5 过流断面的压强分布

- 流体从静止到运动，质点获得流速，由于粘性力的作用，改变了压强的静力特性。任一点的压强，不仅与该点所在的空间位置有关，也与方向有关，这就与流体静压强有所区别。但粘性力对压强随方向变化的影响很小，在工程上可以忽略不计。
- 而且，理论推导还可证明，任何一点在三个正交方向的压强的平均值是一个常数，不随这三个正交方向的选取而变化，这个平均值就作为点的压强值。
- 以后，流体流动时的压强和流体静压强，一般在概念和命名上不予区别，一律称为压强。

$$p = -\frac{p_{xx} + p_{yy} + p_{zz}}{3}$$

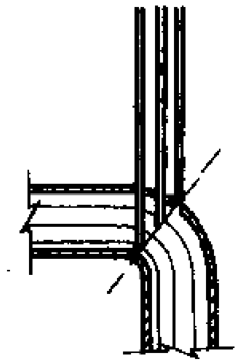


图 3-17　弯曲段断面的压强分布

3.1.5 过流断面的压强分布

➢根据流速是否随流向变化，分为**均匀流动**和**不均匀流动**。流体质点流速的大小和方向均不变的流动叫均匀流动(uniform flow)，否则称为不均匀流动(non-uniform flow)。

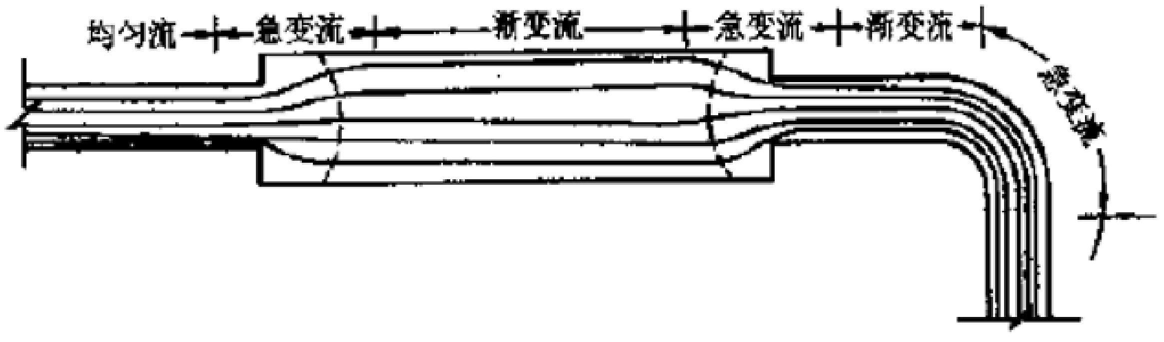
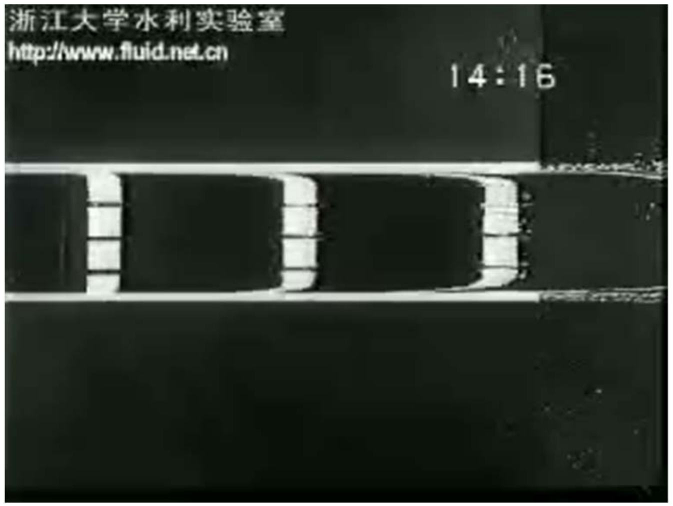
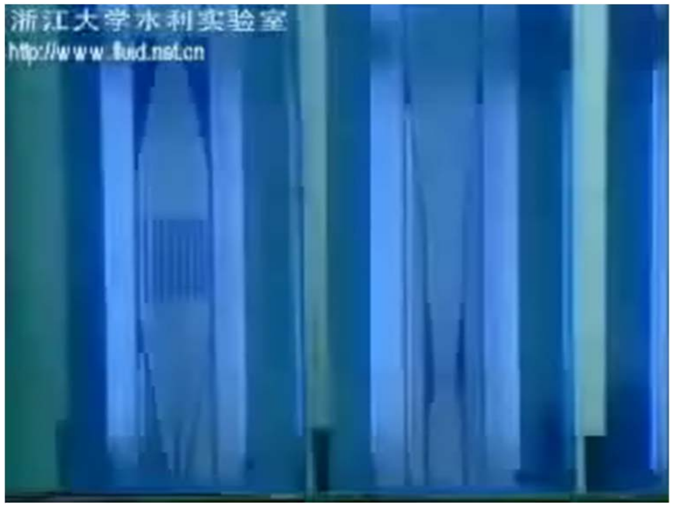
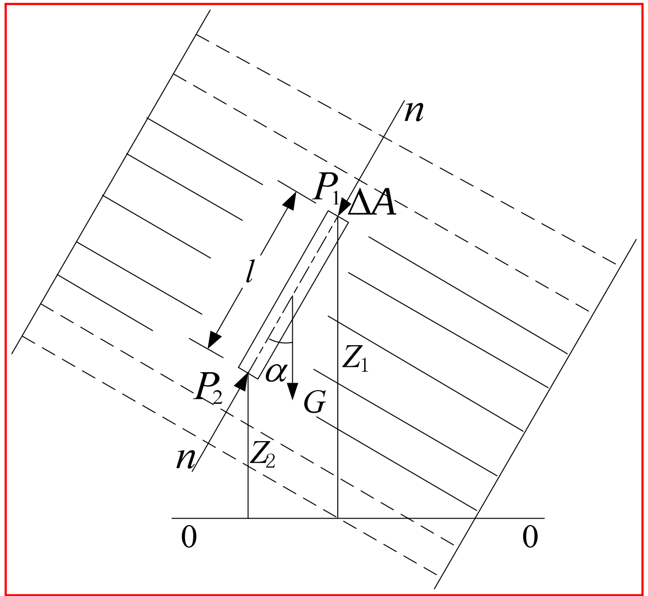


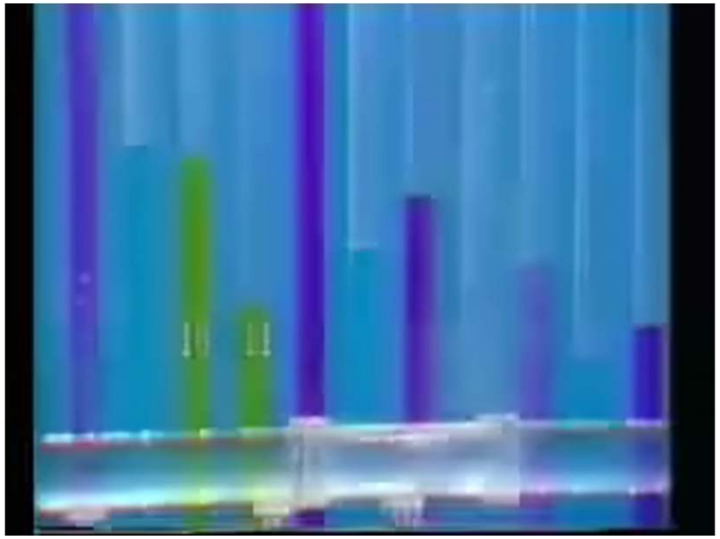
图 3-12　均匀流和不均匀流





3.1.5 过流断面的压强分布





$$Z_1 + \frac{p_1}{\gamma} = Z_2 + \frac{p_2}{\gamma}$$

- 对于均匀流过流断面，情况有所不同，粘性阻力对垂直于流速方向的过流断面上压强的变化不起作用
- 均匀流过流断面上压强分布服从于水静力学规律，同一断面上测压管水面将在同一水平面上，不同断面上，由于粘性阻力作负功，将使下游断面的水头降低。

3.1.5 过流断面的压强分布

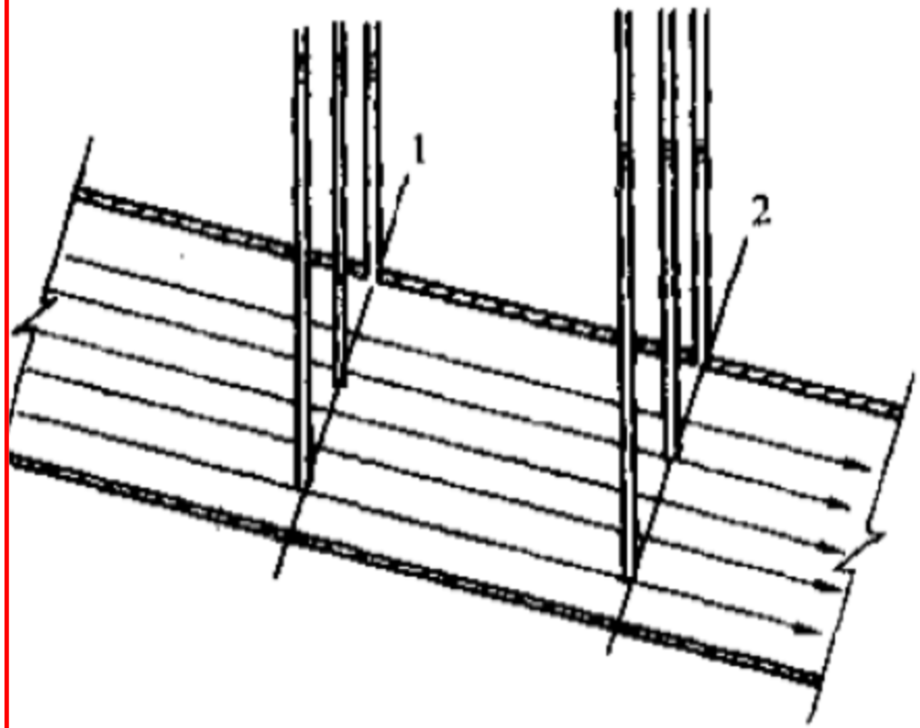


图 3-14 均匀流过流断面的压强分布

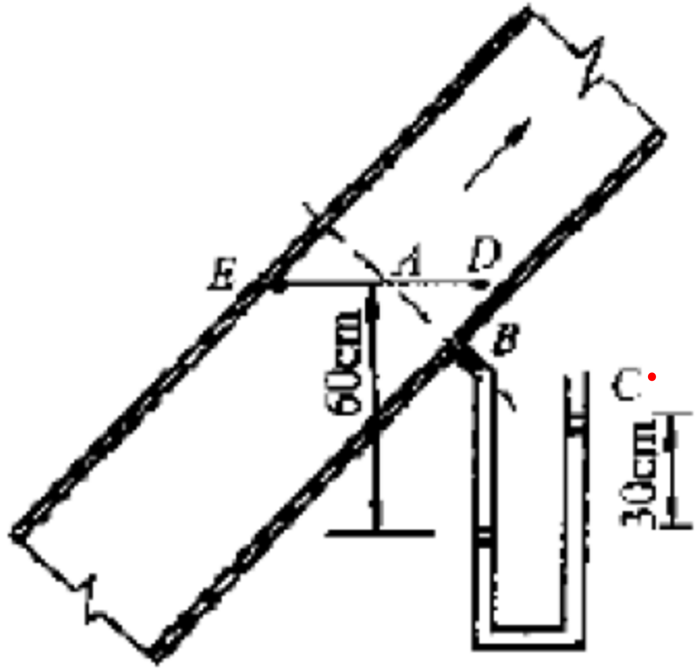


图 3-16 均匀流断面的压强测定

3.2 质量守恒

- 单位时间内流过管道某一截面的物质量称为流量(flow rate)。
- 流量是一种瞬时的特性，不是某段时间内累计流过的量，它可以因时而异。
- 当流体作定态流动时，流量不随时间而变。
- 平均速度以符号 $\bar{u}$ 表示

$$Q = \bar{u}A = \int_A u\mathrm{d}A$$

$$\bar{u} = \frac{\int_A u\mathrm{d}A}{A} \tag{3-6}$$

式中 $\bar{u}$—平均流速，m/s；

u—某点的流速，m/s；

A—垂直于流动方向的管截面积，m^2。

3.2 质量守恒

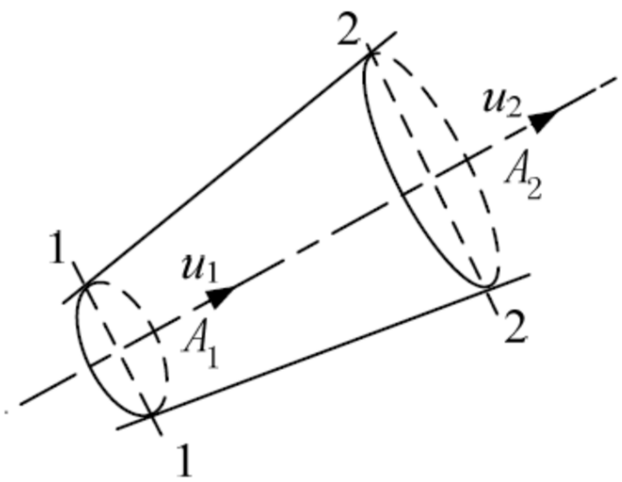


图3-6 控制体中的质量守恒

$$\rho_1\bar{u}_1A_1-\rho_2\bar{u}_2A_2=\frac{\partial}{\partial t}\int\rho\mathrm{d}V \tag{3-7}$$

定态流动时：

$$\rho_1\bar{u}_1A_1=\rho_2\bar{u}_2A_2 \tag{3-8}$$

式中 A_1、A_2——管段两端的横截面积，m^2；

$\bar{u}_1$、$\bar{u}_2$——管段两端面处的平均流速，m/s；

ρ_1、ρ_2——管段两端面处的流体密度，kg/m^3。

- 式(3-8)称为流体在管道中作定态流动时的质量守恒方程式，又称连续性方程。
- 对不可压缩流体，ρ 为常数 ⇨ $\dfrac{\bar{u}_2}{\bar{u}_1}=\dfrac{A_1}{A_2}$
- 流体在均匀直管内作定态流动时，平均流速沿流程保持定值，并不因粘性力而减速！

3.3 动量守恒

➢牛顿第二定律：物体动量随时间的变化率等于作用于物体上的外力之和。

➢流体的动量守恒定律 ：

作用于控制体内流体上的合外力=(单位时间内流出控制体的动量)－(单位时间内进入控制体的动量)+(单位时间内控制体中流体动量的累积量)

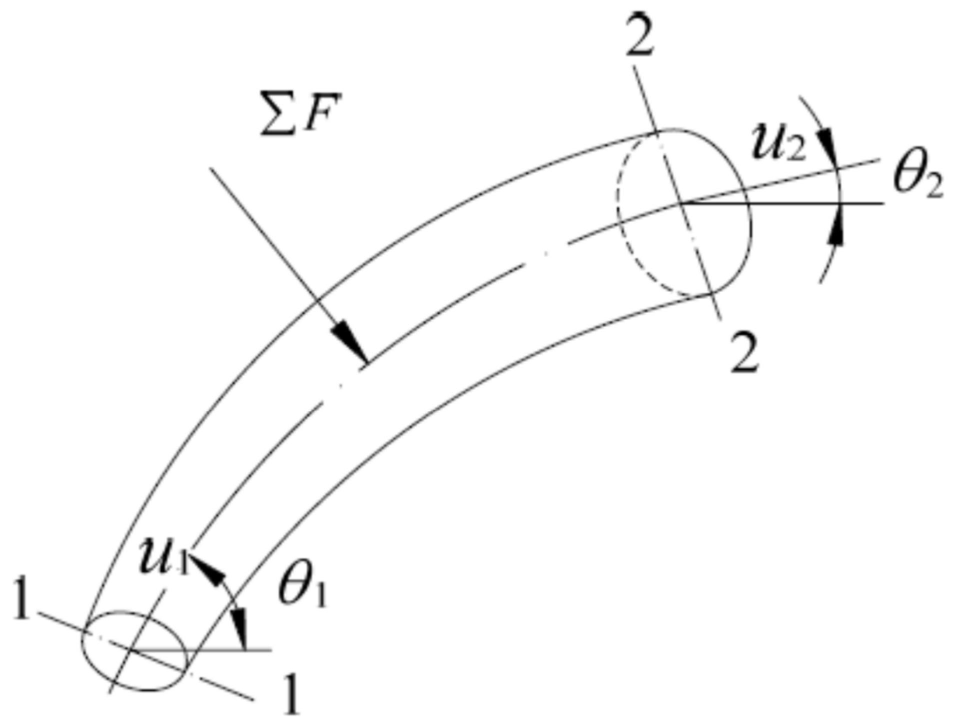


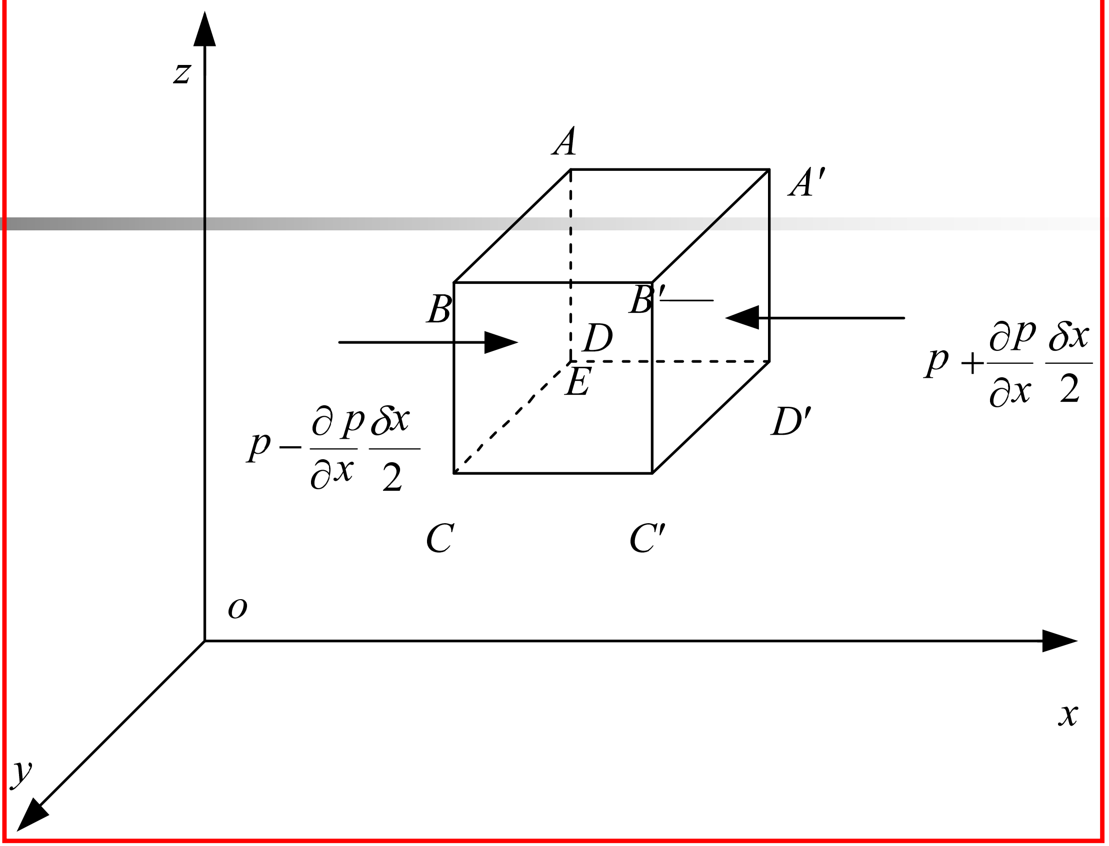
图3-7 动量守恒

$$\left.\begin{aligned}\sum F_x &= \rho Q(u_{2x}-u_{1x})\\ \sum F_y &= \rho Q(u_{2y}-u_{1y})\\ \sum F_z &= \rho Q(u_{2z}-u_{1z})\end{aligned}\right\}$$

$$\alpha_0=\frac{\int_A \rho u^2 \mathrm{d}A}{\rho Q\bar{u}}=\frac{\int_A u^2 \mathrm{d}A}{\bar{u}^2 A}$$

$$\left.\begin{aligned}\sum F_x &= \alpha_{02}\rho Q u_{2x}-\alpha_{01}\rho Q u_{1x}\\ \sum F_y &= \alpha_{02}\rho Q u_{2y}-\alpha_{01}\rho Q u_{1y}\\ \sum F_z &= \alpha_{02}\rho Q u_{2z}-\alpha_{01}\rho Q u_{1z}\end{aligned}\right\}$$

3.4 机械能守恒



（1）表面力 设六面体中心点 E 处的静压强为 p，沿 x 方向作用于 $abcd$ 面上的压强为 $p-\frac{1}{2}\times\frac{\partial p}{\partial x}\delta x$，作用于 $a'b'c'd'$ 面上的压强为 $p+\frac{1}{2}\times\frac{\partial p}{\partial x}\delta x$。因此作用于该两表面上的压力分别为

$$(p-\frac{1}{2}\times\frac{\partial p}{\partial x}\delta x)\delta y\delta z$$

和

$$(p+\frac{1}{2}\times\frac{\partial p}{\partial x}\delta x)\delta y\delta z$$

3.4 机械能守恒

（2） 体积力 设作用于单位质量流体上的体积力在*x*方向的分量为*X*，则微元所受的体积力在*x*方向的分量为$X\rho\delta x\delta y\delta z$。

由牛顿第二定律可知：体积力+表面力=质量×加速度。

$$(p-\frac{1}{2}\times\frac{\partial p}{\partial x}\delta x)\delta y\delta z-(p+\frac{1}{2}\times\frac{\partial p}{\partial x}\delta x)\delta y\delta z+X\rho\delta x\delta y\delta z=\frac{\mathrm{d}u_x}{\mathrm{d}t}\rho\delta x\delta y\delta z$$

各项均除以微元体的质量$\rho\delta x\delta y\delta z$可得

$$X-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}=\frac{\mathrm{d}u_x}{\mathrm{d}t}$$

同理

$$Y-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}=\frac{\mathrm{d}u_y}{\mathrm{d}t}$$

$$Z-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}=\frac{\mathrm{d}u_z}{\mathrm{d}t} \qquad (3\text{-}13)$$

式(3-13)即为理想流体运动微分方程(ideal fluid motion differential equation)。

$$X\mathrm{d}x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}\mathrm{d}x = u_x \mathrm{d}u_x = \frac{1}{2}\mathrm{d}u_x{}^2$$

$$Y\mathrm{d}y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}\mathrm{d}y = u_y \mathrm{d}u_y = \frac{1}{2}\mathrm{d}u_y{}^2$$

$$Z\mathrm{d}z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}\mathrm{d}z = u_z \mathrm{d}u_z = \frac{1}{2}\mathrm{d}u_z{}^2$$

对于定常流动

$$\frac{\partial p}{\partial t} = 0\;; \qquad \mathrm{d}p = \frac{\partial p}{\partial x}\mathrm{d}x + \frac{\partial p}{\partial y}\mathrm{d}y + \frac{\partial p}{\partial z}\mathrm{d}z \tag{3-15}$$

且注意到

$$\mathrm{d}(u_x{}^2 + u_y{}^2 + u_z{}^2) = \mathrm{d}u^2$$

于是将以上三式相加可得

$$(X\mathrm{d}x + Y\mathrm{d}y + Z\mathrm{d}z) - \frac{1}{\rho}\mathrm{d}p = \mathrm{d}(\frac{u^2}{2}) \tag{3-16}$$

若流体只是在重力场中流动，取 z 轴垂直向上，则

$$X = Y = 0,\ Z = -g$$

上式成为

$$g\mathrm{d}z + \frac{\mathrm{d}p}{\rho} + \mathrm{d}\frac{u^2}{2} = 0 \tag{3-17}$$

3.4 机械能守恒

假设条件：

（1）不可压缩： $\rho = c$

（2）理想流体的定常流动： $\frac{\partial u_x}{\partial t} = \frac{\partial u_y}{\partial t} = \frac{\partial u_z}{\partial t} = 0$ $\frac{\partial p}{\partial t} = 0$

（3）质量力只有重力： $f_x = 0$， $f_y = 0$， $f_z = -g$

（4）沿同一流线积分

$$u = \frac{dx}{dt} \qquad v = \frac{dy}{dt} \qquad w = \frac{dz}{dt}$$

3.4 机械能守恒

$$Z+\frac{p}{\rho g}+\frac{u^2}{2g}=\text{常数} \tag{3-18}$$

该式称为**沿迹线的伯努利方程**(Bernoulli equation)，适用于重力场不可压缩的理想流体作定常流动的情况。

在式(3-18)中：

- Z 代表单位重量流体的位置势能(position potential energy)，
- $p/\rho g$ 代表单位重量流体的压力势能(pressure potential energy)，
- $u^2/2g$ 表示单位重量流体的动能(kinetic energy)。
- 对于不可压缩的流体，位能和压强能均属势能，其和 $Z+\dfrac{p}{\rho g}$ 常称为总势能(total potential energy)。

https://tv.cctv.com/2021/03/07/VIDE1RqwfauWcTC9c9XQQOVx210307.shtml?spm=C53121759377.PwhSj7Z9qAK2.0.0

https://www.zhihu.com/question/57467847/answer/2517062376

3.4 机械能守恒

$$Z_1+\frac{p_1}{\rho g}+\frac{u_1^2}{2g}=Z_2+\frac{p_2}{\rho g}+\frac{u_2^2}{2g} \qquad \text{理想流体！} \qquad (3\text{-}19)$$

- 下标1、2分别代表管流中位于均匀流段的截面1和2。
- 上式中各项的单位都是米(m)，具有长度量纲[L]，表示某种高度，可以用几何线段来表示，流体力学上称为水头(head)。
- 即 $u^2/2g$ 称为速度水头(velocity head)，Z 称为位置水头(elevating head)，$p/\rho g$ 称为压力水头(pressure head)，三项之和称为总水头(total head)，常用H表示，$Z+p/\rho g$ 为测压管水头(piezometric head)，常用 H_p 表示。
- 伯努利方程的几何意义可以表述为：**不可压缩理想流体在重力场中作定常流动时，同一条流线上的各点的单位重量流体的位置水头、压力水头和速度水头之和为常数，即总水头线为一平行于基准线的水平线**，如图3-10所示。

3.4 机械能守恒

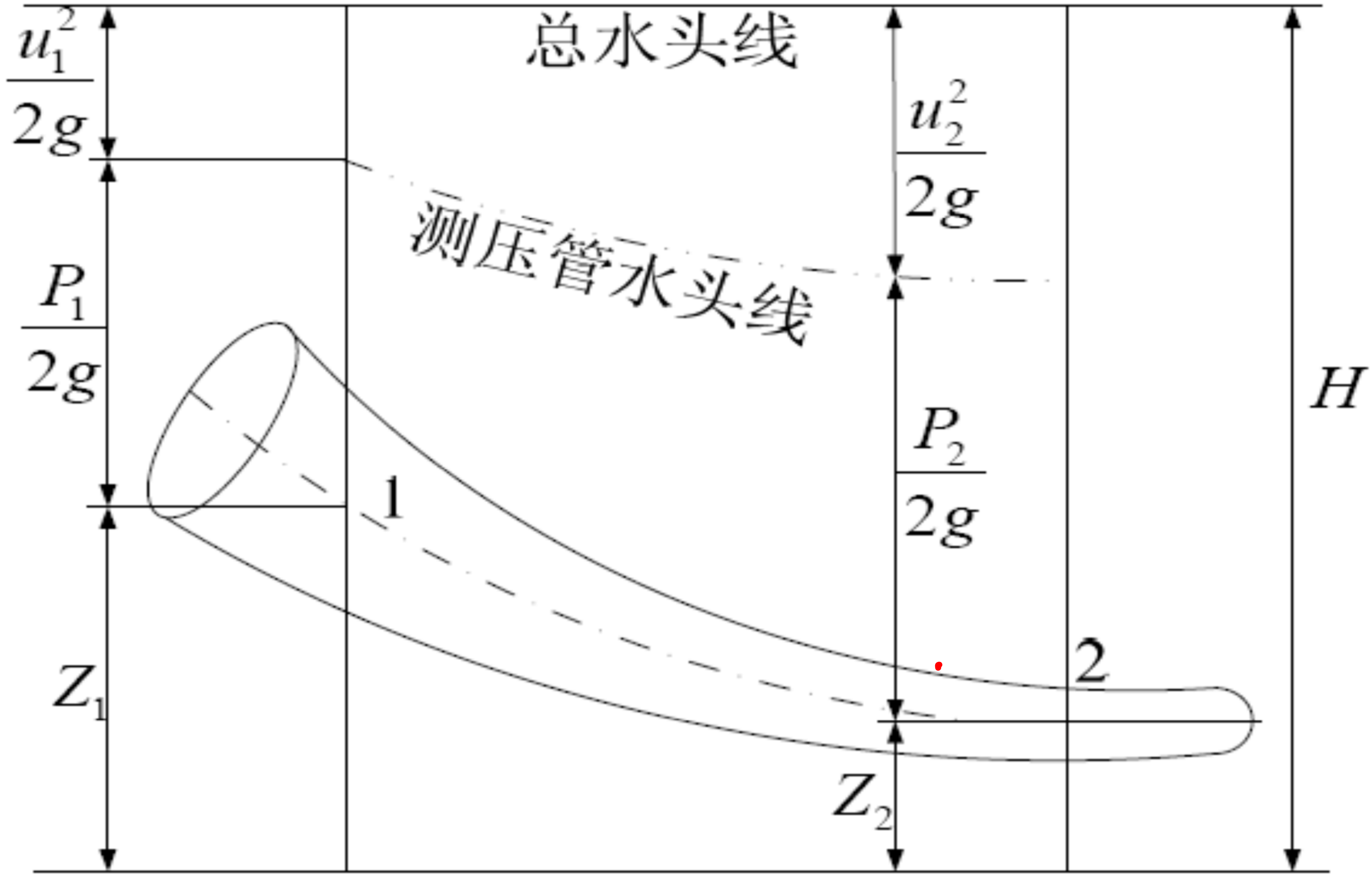


图3-10 水头线

3.4 机械能守恒

3.4.2 实际流体管流的机械能衡算

1) 将伯努利方程推广应用到粘性流体，必须采用该截面上的平均动能以代替原伯努利方程中的动能项。

2) 此外，粘性流体流动时因内摩擦而导致机械能损耗，常称阻力损失。

3) 外界也可对控制体内流体加入机械能，如用流体输送机械等。

此两项在作机械能衡算时均必须计入。这样，对截面1-1与2-2间作机械能衡算可得

$$Z_1+\frac{p_1}{\rho g}+\frac{\overline{u_1^2}}{2g}+h_e=Z_2+\frac{p_2}{\rho g}+\frac{\overline{u_2^2}}{2g}+h_f \tag{3-20}$$

式中 $\frac{\overline{u^2}}{2}$—某截面上单位质量流体动能的平均值；

h_e—截面1至截面2间外界对单位重量流体加入的机械能；

h_f—单位重量流体由截面1流至截面2的机械能损失（即阻力损失）。

3.4 机械能守恒

$$\left(\frac{\overline{u^2}}{2}\right) = \frac{1}{\rho Q}\int_A \frac{u^2}{2}\rho u \mathrm{d}A = \frac{1}{\rho \bar{u} A}\int_A \frac{1}{2}\rho u^3 \mathrm{d}A$$

$$\left(\frac{\overline{u^2}}{2}\right) \neq \frac{\bar{u}^2}{2}$$

动能，故引入一动能修正系数α，使

$$\left(\frac{\overline{u^2}}{2}\right) = \frac{\alpha \bar{u}^2}{2}$$

$$\alpha = \frac{1}{\bar{u}^3 A}\int_A u^3 dA$$

$$Z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 \bar{u}_1^2}{2} + h_e = Z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 \bar{u}_2^2}{2g} + h_f$$

3.4 机械能守恒

例3-2 20℃的水通过虹吸管从水箱吸至B点。虹吸管直径d_1=60mm，出口B处喷嘴直径d_2=30mm。当h_1=2m、h_2=4m时，在不计水头损失条件下，试求流量和C点的压强。

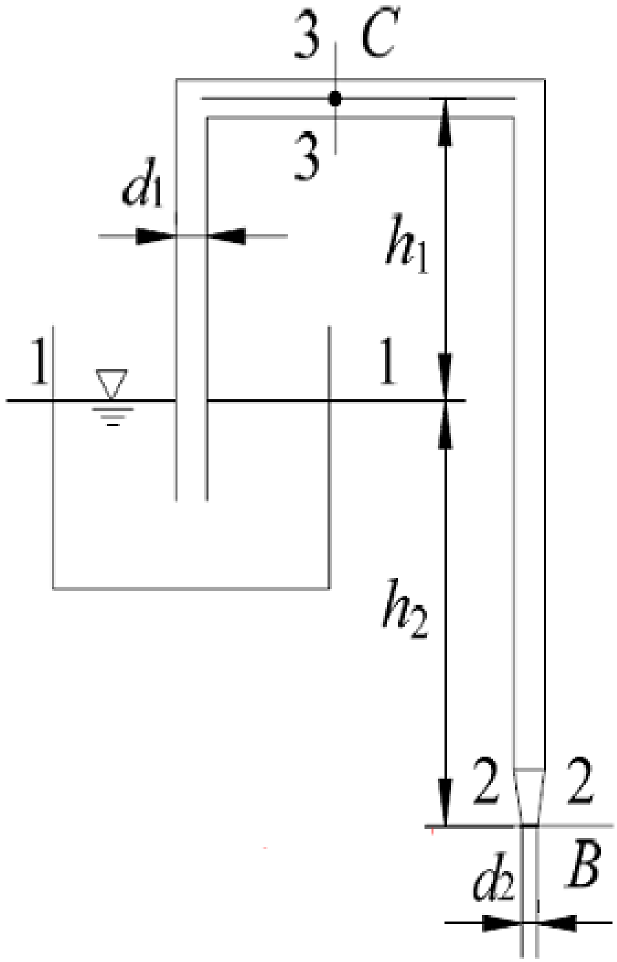
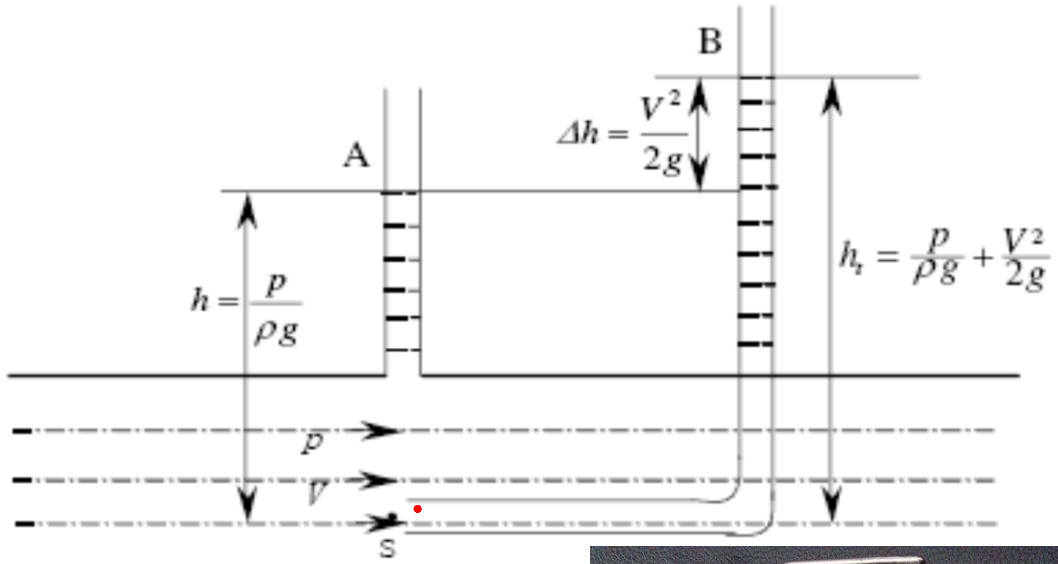


图3-12 例3-2附图

3.4 机械能守恒

A管与B管就构成为一简单形式的皮托-静压管， A管为静压管、B为总压管，即皮托管。

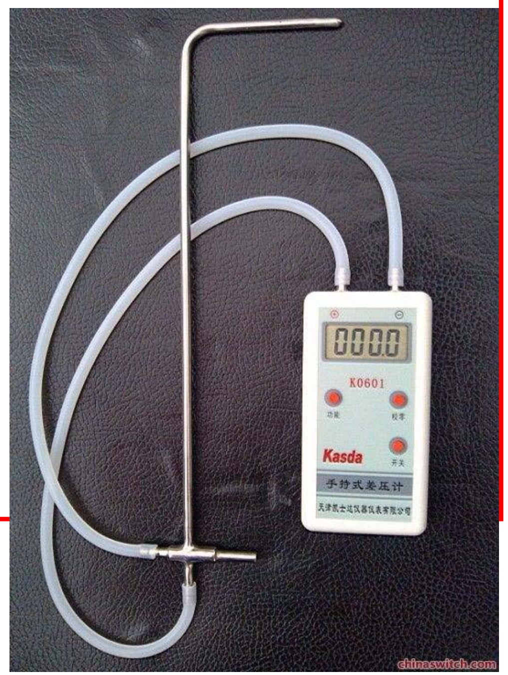


液体在A管内上升的高度（按表压）为

$$h = p/\rho g$$

B管内的液柱高

$$h_t = p/\rho g + V^2/2g$$



撞击流中能量转化

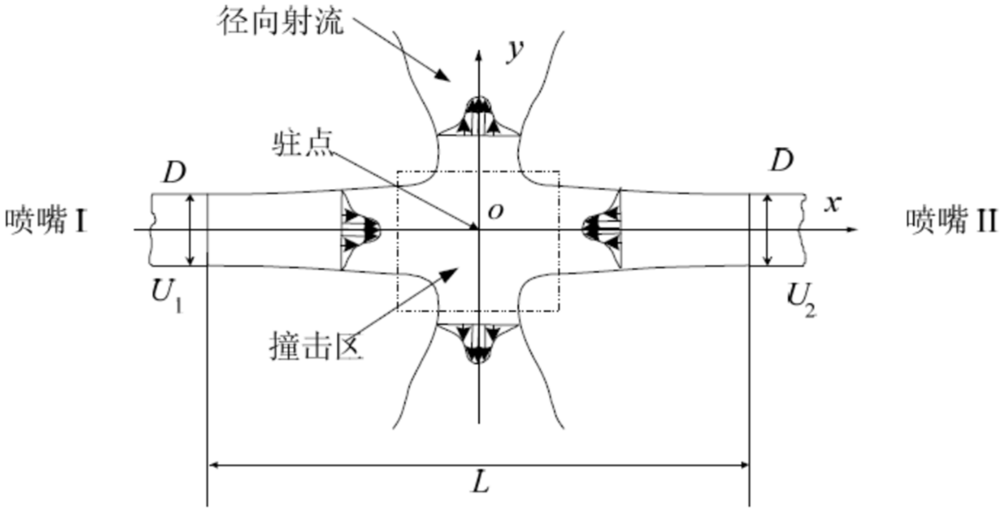
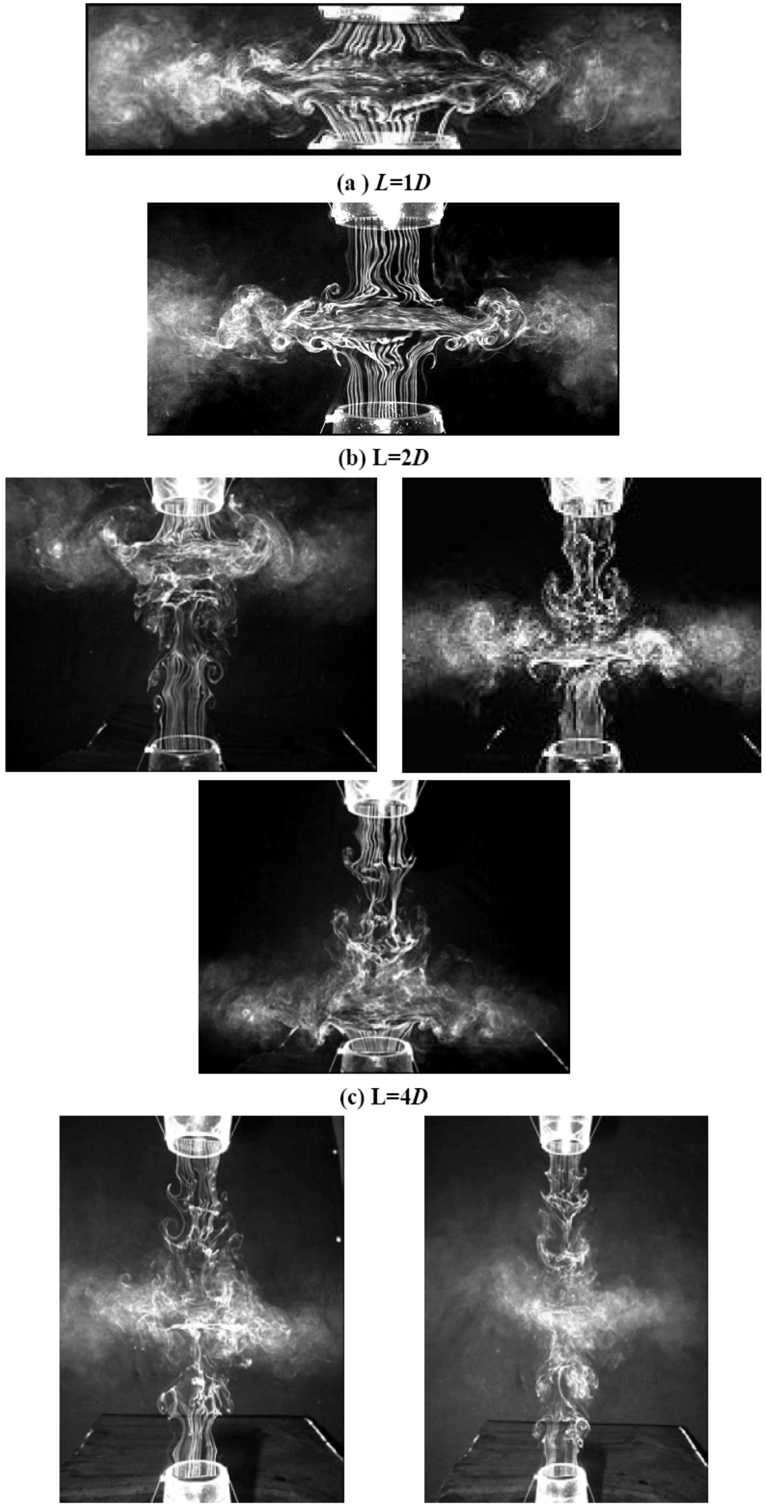


图6-17 两喷嘴对置撞击流示意图



(a) L=1D

(b) L=2D

(c) L=4D

(d) L=6D

(e) L=8D

图6-18 气速相等时不同喷嘴间距下流场瞬时照片

3.4 机械能守恒

伯努利方程是流体力学的基本方程之一，与连续性方程和流体静力学方程联立，可以全面地解决一维流动的流速（或流量）和压强的计算问题，用这些方程求解一维流动问题时，应注意下面几点：

（1）弄清题意，看清已知什么，求解什么，是简单的流动问题，还是既有流动问题又有流体静力学问题。

（2）选好有效截面，选择合适的有效截面，应包括问题中所求的参数，同时使已知参数尽可能多。通常对于从大容器流出，流入大气或者从一个大容器流入另一个大容器，有效截面通常选在大容器的自由液面或者大气出口截面，因为该有效截面的压强为大气压强，对于大容器自由液面，速度可以视为零来处理。

3.4 机械能守恒

（3）选好基准面，基准面原则上可以选在任何位置，但选择得当，可使解题大大简化，通常选在管轴线的水平面或自由液面，要注意的是，基准面必须选为水平面。

（4）求解流量时，一般要结合一维流动的连续性方程求解。伯努利方程的 p_1和 p_2应为同一度量单位，同为绝对压强或者同为相对压强 p_1和 p_2的问题与静力学中的处理完全相同。

（5）有效截面上的参数，如速度、位置高度和压强应为同一点的，绝对不许在式中取有效截面上A点的压强，又取同一有效截面上另一点B的速度。

思考题和作业

一、概念理解辨析

定常流动-非定常流动　　流线-迹线

均匀流动-非均匀流动　　动量修正系数-动能修正系数

水静力学守恒-能量守恒　欧拉方程-伯努利方程

二、课后作业

3-1~3-11

三、观看流体力学视频文件

压力场和流体加速