

3.3 均匀增宽介质的增益系数和增益饱和

饱和效应：随着 I 的增大， G 和 Δn 不增反降的现象

饱和原因：入射光引起强烈的受激发射使激光上能级粒子数减少

I 很小时, Δn^0 和 G^0 均为常数;

$I \sim I_s$ 时, Δn 和 G 均随 I 增大而下降

3.3.1 均匀增宽介质的增益系数

一. 标志介质受激放大能力的物理量—增益系数 G , 可以表示为

$$G(\nu) = \Delta n B_{21} \frac{\mu}{c} f(\nu) h\nu$$

对于均匀增宽介质:

$$G(\nu) = \frac{\Delta n^0}{1 + \frac{I}{I_s} \frac{f(\nu)}{f(\nu_0)}} B_{21} \frac{\mu}{c} f(\nu) h\nu$$

小信号 $I \ll I_s$ 增益系数：

$$G^0(\nu) = \Delta n^0 B_{21} \frac{\mu}{c} f(\nu) h\nu_0$$

可见： $G^0(\nu)$ 与光强无关, 仅是频率的函数

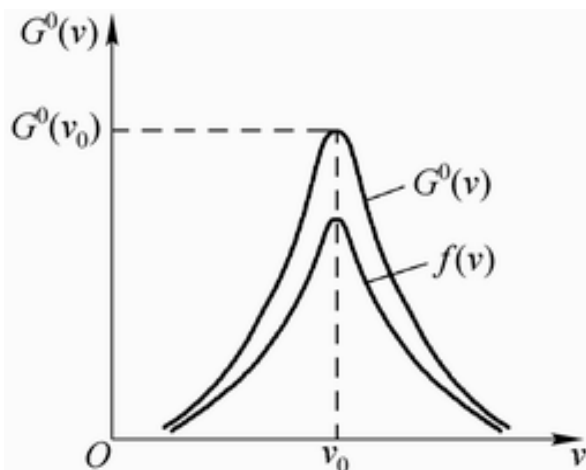


图2-7 均匀增宽介质小信号增益系数

图(2-7)示意 $G^0(\nu)$ 与谱线的线型函数 $f(\nu)$ 有相似的变化规律。**该曲线称为小信号增益曲线, 其形状完全取决于线型函数.**

$$G(\nu) = \frac{\Delta n^0}{1 + \frac{I}{I_s} \frac{f(\nu)}{f(\nu_0)}} B_{21} \frac{\mu}{c} f(\nu) h\nu$$

综合上两式可得：

二. 均匀增宽介质**增益系数G**的表达式

$$G(\nu) = \frac{G^0(\nu)}{1 + \frac{I}{I_s} \frac{f(\nu)}{f(\nu_0)}}$$

3.3.2 均匀增宽介质的增益饱和

一. 增益饱和：在抽运速率一定的条件下，当入射光的光强很弱时，增益系数是一个常数；当入射光的光强增大到一定程度后，增益系数随光强的增大而减小。

二. 对增益饱和分几种情况讨论

1. $\nu = \nu_0$ 及 $I \ll I_s$ 时：入射光强很小，且入射光频率与谱线中心频率重合时，小信号中心频率增益系数

$$f(\nu) = \frac{\Delta\nu/2\pi}{(\nu - \nu_0)^2 + (\Delta\nu/2)^2} \Rightarrow f(\nu_0) = \frac{2}{\pi\Delta\nu}$$

则中心频率处小信号增益系数： $G^0(\nu_0) = \Delta n^0 B_{21} \frac{\mu}{c} \frac{2}{\pi\Delta\nu} h\nu_0$

可见：无饱和（ G 和 I 无关），且 G 有最大值 $G^0(\nu_0)$

中心频率小信号增益系数决定于工作物质特性及激发速率。

$f(\nu_0)$ 可由实验测出。

2. $\nu = \nu_0$ 但 $I \sim I_s$ 时: 中心频率入射光光强 I 与饱和光强 I_s

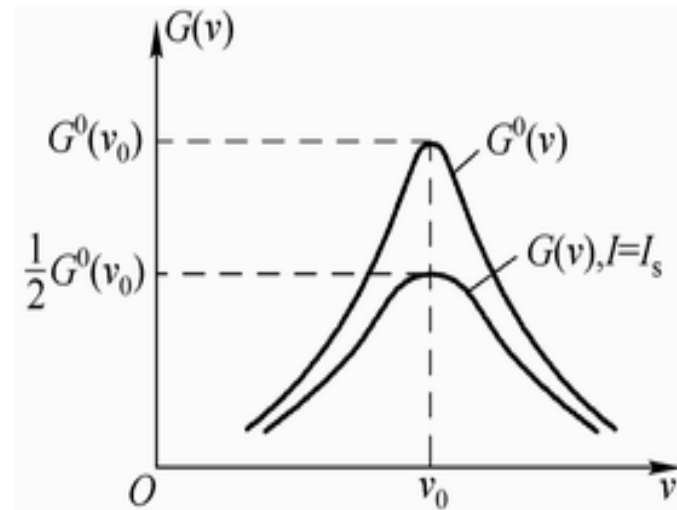
可比拟时, 非小信号 中心频率增益系数 (介质对此光波的增益系数) 为:

$$G(\nu_0) = \frac{G^0(\nu_0)}{1 + \frac{I}{I_s} \frac{f(\nu_0)}{f(\nu_0)}} = \frac{G^0(\nu_0)}{1 + \frac{I}{I_s}} < G^0(\nu_0)$$

可见: 显著饱和, 即 $I \sim I_s$ 时 G 明显随 I 增大而下降.

* (上式常用来估算均匀加宽谱线饱和后的增益系数,)

* (因能起振的纵模频率总是在附近)



例如, $I = I_s$ 时, $G(\nu_0, I_s) = \frac{1}{2}G^0(\nu_0)$
即降至小信号时的一半.

图(2-8) 均匀增宽型增益饱和曲线

3. 介质对频率为 $\nu \neq \nu_0$ 、光强为 $I \sim I_s$ 的光波的增益系数

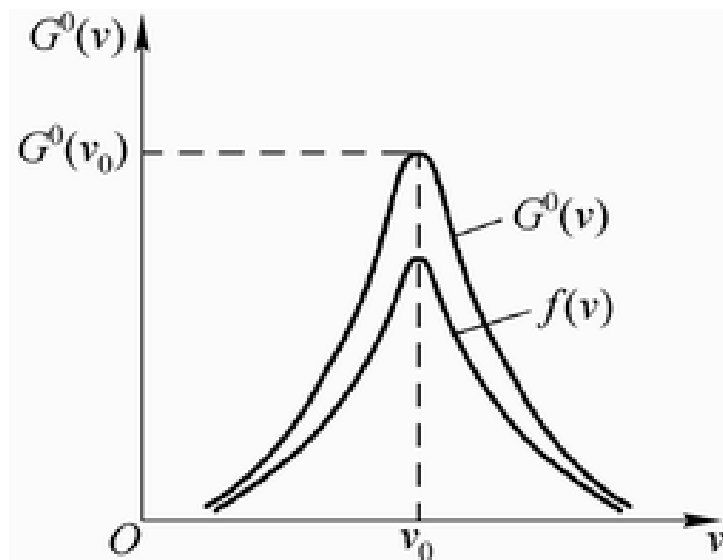
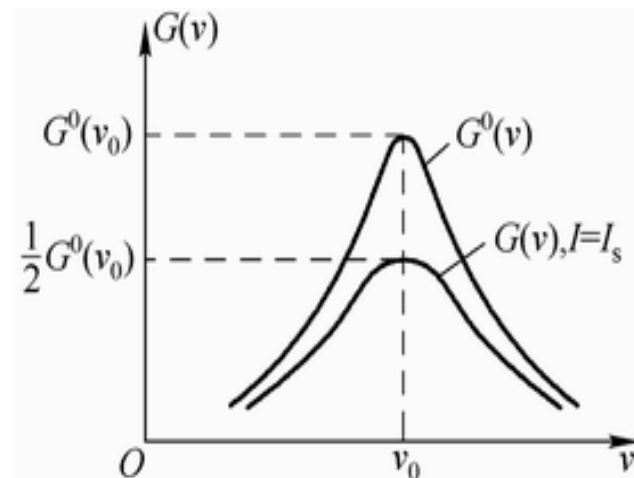
► 此时均匀介质对光波的增益系数为：

$$G(\nu) = \frac{G^0(\nu)}{1 + \frac{I}{I_s} \frac{f(\nu)}{f(\nu_0)}} = \frac{[(\nu - \nu_0)^2 + (\Delta\nu/2)^2] G^0(\nu)}{(\nu - \nu_0)^2 + (1 + \frac{I}{I_s})(\frac{\Delta\nu}{2})^2}$$
$$= \frac{(\Delta\nu/2)^2}{(\nu - \nu_0)^2 + (1 + \frac{I}{I_s})(\frac{\Delta\nu}{2})^2} G^0(\nu_0)$$

$$G^0(\nu_0) = \Delta n^0 B_{21} \frac{\mu}{c} \frac{2}{\pi \Delta\nu} h\nu_0$$

$$G^0(\nu) = \Delta n^0 B_{21} \frac{\mu}{c} f(\nu) h\nu_0 \quad \text{宽度为 } \Delta\nu$$

$$G(\nu) = \frac{G^0(\nu)}{1 + \frac{I}{I_s} \frac{f(\nu)}{f(\nu_0)}}$$



均匀增宽介质小信号增益系数

$$G^0(\nu_0) = \Delta n^0 B_{21} \frac{\mu}{c} \frac{2}{\pi \Delta \nu} h \nu_0$$

$$G^0(\nu) = \Delta n^0 B_{21} \frac{\mu}{c} f(\nu) h \nu_0$$

$$G(\nu) = \frac{G^0(\nu)}{1 + \frac{I}{I_s} \frac{f(\nu)}{f(\nu_0)}} < G^0(\nu) < G^0(\nu_0)$$

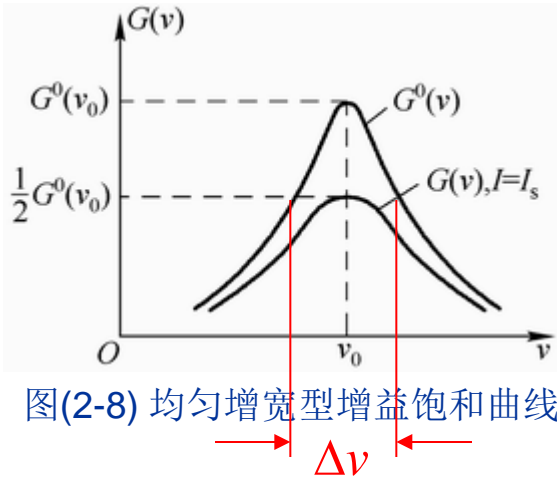
$$G(\nu) = \frac{G^0(\nu)}{1 + \frac{I}{I_s} \frac{f(\nu)}{f(\nu_0)}}$$

可见: 只要 $I \sim I_s$, 则不论 ν 为何值均有饱和, 且有

$$G(\nu) < G^0(\nu) < G^0(\nu_0)$$

根据上式列表如下，令表中各种频率光波的光强都等于饱和光强 I_s 。并作 $G(\nu)-\nu$ 的曲线如图(2-8)所示。

<div>频率</div> <div>ν</div> <div>增益系数</div> <div>$G(\nu)$</div>	ν_0	$\nu_0 \pm \frac{\Delta \nu}{2}$	$\nu_0 \pm (1 + \frac{I}{I_s})^{1/2} \frac{\Delta \nu}{2}$	$\nu_0 \pm \Delta \nu$
$G(\nu)$	$\frac{1}{2} G^0(\nu_0)$	$\frac{1}{3} G^0(\nu_0) = \frac{2}{3} G^0(\nu)$	$\frac{1}{4} G^0(\nu_0) = \frac{3}{4} G^0(\nu)$	$\frac{1}{6} G^0(\nu_0) = \frac{5}{6} G^0(\nu)$
$G^0(\nu) - G(\nu)$	$\frac{1}{2} G^0(\nu_0)$	$\frac{1}{3} G^0(\nu) = \frac{1}{6} G^0(\nu_0)$	$\frac{1}{4} G^0(\nu) = \frac{1}{12} G^0(\nu_0)$	$\frac{1}{6} G^0(\nu) = \frac{1}{30} G^0(\nu_0)$



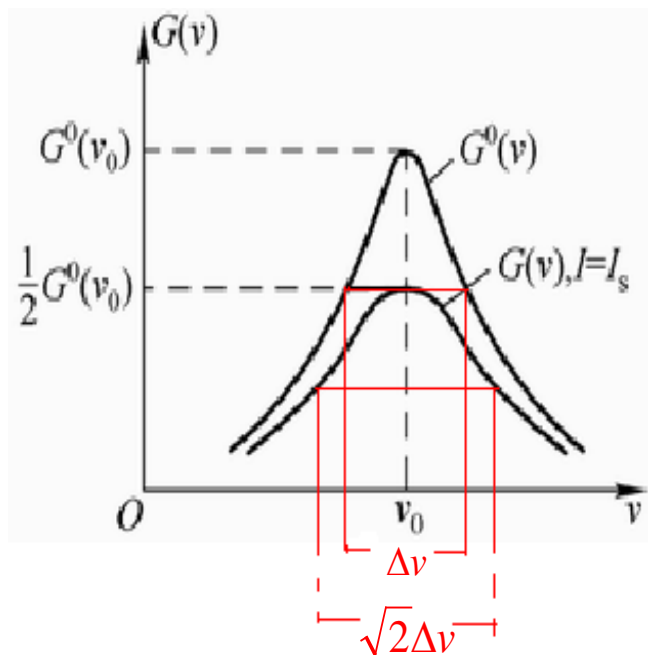
图(2-8) 均匀增宽型增益饱和曲线

介质对频率为 ν_0 光波的增益系数值最大，该光波的增益饱和作用也最大，当

$$|\nu_0 - \nu| \geq \sqrt{1 + \frac{I}{I_s}} \frac{\Delta \nu}{2}$$

介质对光波的增益作用以及光波对介质的增益饱和作用都很微弱

讨论:



(1) 谱线中心频率 $\nu = \nu_0$ 是 $G(\nu)$ 和 $G^0(\nu)$ 的对称轴, 在 $\nu = \nu_0$ 处它们有最大值; $|\nu - \nu_0|$ 越大, $G(\nu)$ 和 $G^0(\nu)$ 越小.

(2) $I \ll I_s$ 时, 无饱和 $*(G$ 和 I 无关); $I \sim I_s$ 时, 有饱和 $*(G$ 随 I 增大而下降)。

(3) I 不同时增益曲线及其宽度(半幅全宽):

a $I \sim 0$, 小信号增益系数 $G^0(\nu)$ 的宽度为 $\Delta \nu$;

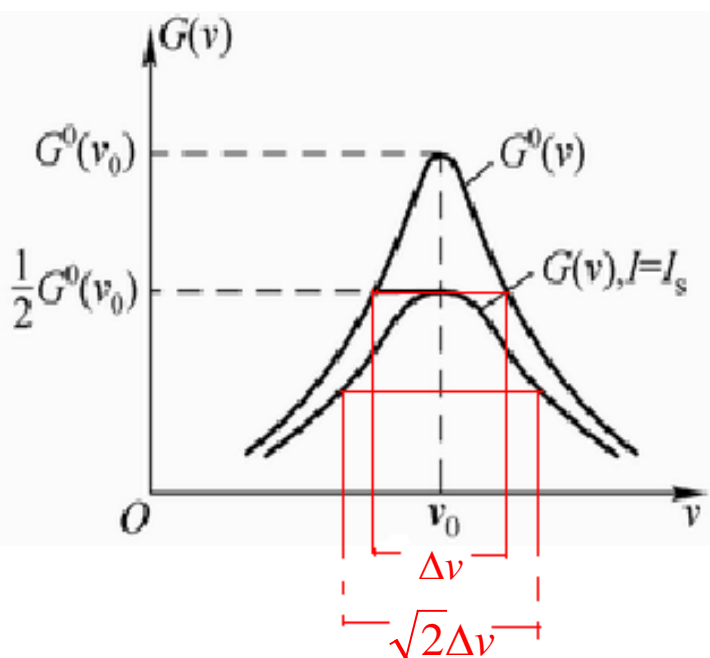
b $I \sim I_s$, 增益系数 $G(\nu)$ 的宽度为 $\sqrt{2} \cdot \Delta \nu > \Delta \nu$

原因: ν 偏离 ν_0 越大, $G(\nu)$ 饱和效应越弱, 曲线下降越缓慢.

(4) 物理意义：当光强 $I = I_s$ 时，介质只在 $\sqrt{2}\Delta\nu$ 范围内对光波有增益作用，在此范围外增益可忽略不计，而光波也只在这个线宽范围内对介质有增益饱和作用。

可见，入射光强增大时增益曲线宽度增大。（在稳定工作状态下，激光器有更宽的增益线宽。）

(5) 对均匀增宽工作物质，入射光所引起的饱和效应使增益曲线整体下降；但在 $\nu = \nu_0$ 处，增益饱和最显著；偏离中心频率越远，饱和越弱，增益下降越小，因此使增益曲线下降趋于平缓。



原因：在均匀加宽谱线的情况下，由于每个粒子对谱线不同的频率处都有贡献，所以当某一频率的受激辐射消耗了激发态的粒子时，也就减少了对其它频率信号的增益起作用的粒子数，其结果是增益曲线在整个谱线上均匀的下降。

以上我们讨论了当频率为 ν , 强度为 I_ν 光入射时, 它本身所能获得的增益系数 $G(\nu)$ 随 I_ν 增加而下降的规律。现在我们提出另外一个问题: 设有一频率为 ν , 强度变为 I_ν 的强光入射, 同时还有一频率为 ν_i 的弱光 i 入射, 此弱光的增益系数 $G(\nu_i)$ 将如何变化?

4. 频率为 ν 、光强为 I 的强光作用下增益介质对另一小信号 i (弱光) $i(\nu_i)$ 的增益系数 $G(\nu_i)$ 将如何变化。

对均匀加宽工作物质而言, 显然, 强光入射会引起反转粒子数密度 Δn 的下降, 而 Δn 的下降又将导致弱光增益系数的下降。

➤ 由于 I 和 i 放大是消耗同一个 E_2 能级上的粒子, 而介质中 E_2 能级上的粒子数密度已经在 I 的激励下大为减少, 所以, 此时介质对光波 $i(\nu_i)$ 的增益系数也同样下降;

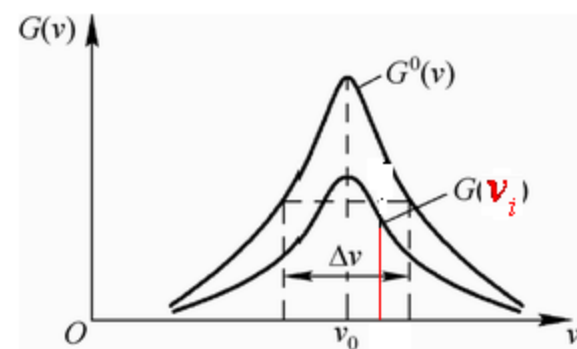


图2-9 小信号 $i(\nu_i)$ 增益饱和曲线

➤ 频率为 ν 的强光 I 不仅使本身频率处介质的增益系数由 $G^0(\nu)$ 下降至 $G(\nu)$ ，而且使介质的线宽范围内一切频率处介质的增益系数 $G^0(\nu_i)$ 都下降了同样的倍数，变为 $G(\nu_i)$ 。

➤ 由于光强 I 仅改变粒子在上下能级间的分布值，并不改变介质的密度、粒子的运动状态以及能级的宽度。因此，在光强 I 的作用下，介质的光谱线型不会改变，线宽不会改变，增益系数随频率的分布也不会改变，光强仅仅使增益系数在整个线宽范围内下降同样的倍数，如图 (2-9) 所示 —— 增益均匀饱和而不形成烧孔

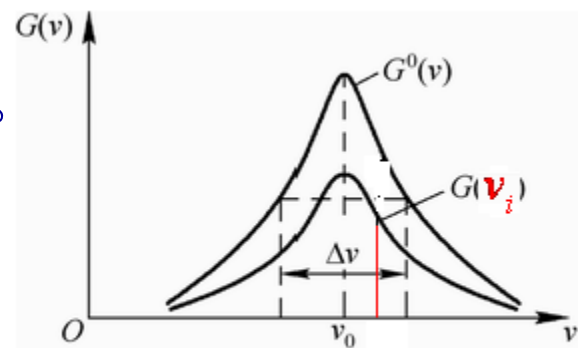
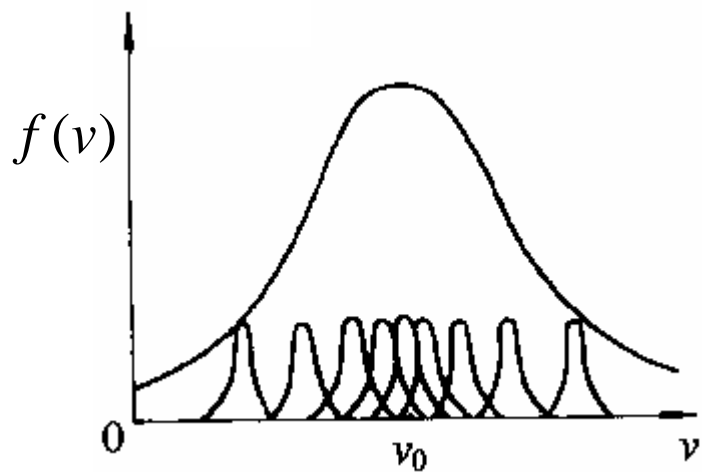


图2-9 小信号 $i(\nu_i)$ 增益饱和曲线

也就是说：在均匀加宽谱线情况下，由于每个粒子对谱线不同频率处的增益都有贡献，所以当某一频率 (ν) 的受激辐射消耗了激发态的粒子时，也就减少了对其他频率 (ν_i) 信号的增益起作用的粒子数。其结果是增益在整个谱线上均匀地下降。于是在均匀加宽激光器中，当一个模振荡后，就会使其他模的增益降低，因而阻止了其他模的振荡。

3.4 非均匀增宽介质的增益饱和

非均匀增宽



△非均匀增宽情形:只有谱线中心频率与入射光表观中心频率相应的粒子才参与受激发射/吸收

对线型函数为 $f_0(\nu)$ 的非均匀多普勒加宽工作物质,在计算增益系数时,必须将反转粒子数密度 Δn 按表观中心频率分类。

光源中发光粒子由于某种物理因数的影响,使得中心频率发生变化。不同的发光粒子因所处物理环境不同,造成**中心频率(表观中心频率)**也不同,这就使由各发光粒子光谱线叠加而成的光源光谱线加宽。光源光谱线的线型函数取决于各发光粒子中心频率的分布,它不再与单个发光粒子的光谱线线型函数相同,这种加宽称为**非均匀增宽**。它的特点是, 不同发光粒子只对光源光谱线的相应部分有贡献。

3.4.1 介质在小信号时的粒子数反转分布值

一. 在系统到达动平衡时，对非均匀增宽介质仍有：

$$\Delta n = n_2 - n_1 = \frac{\Delta n^0}{1 + \tau_2 B_{21} \rho f(\nu)} \quad (2-7)$$

$$\Delta n^0 = \Delta n_2^0 - \Delta n_1^0 = R_2 \tau_2 - (R_1 + R_2) \tau_1 \quad (2-8)$$

二. 由于介质内的粒子在作紊乱的热运动，粒子运动的速度沿腔轴方向的分量满足麦克斯韦速度分布律（小信号情况下）

➤ E_2 能级上的粒子中速度在 $v_1 - v_1 + dv_1$ 之间的粒子数密度为

$$n_2^0(v_1)dv_1 = n_2^0 \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{1/2} \exp\left(-\frac{mv_1^2}{2kT}\right) \cdot dv_1$$

➤ E_1 能级上的粒子中速度在 $v_1 - v_1 + dv_1$ 之间的粒子数密度为

$$n_1^0(v_1)dv_1 = n_1^0 \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{1/2} \exp\left(-\frac{mv_1^2}{2kT}\right) \cdot dv_1$$

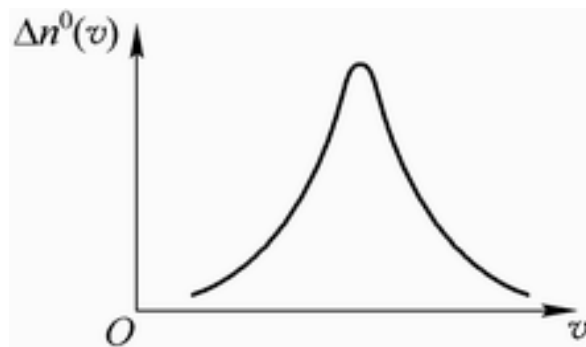
➤若 E_2 、 E_1 能级的简并度相等，速度在 $v_1 - v_1 + dv_1$ 间的粒子数密度反转分布值为

$$\begin{aligned}\Delta n^0(v_1)dv_1 &= n_2^0(v_1)dv_1 - n_1^0(v_1)dv_1 \\ &= \Delta n^0\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{mv_1^2}{2kT}\right) \cdot dv_1\end{aligned}$$

➤在 E_2 、 E_1 能级间各种速度的粒子数密度反转分布值之和为

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Delta n^0(v_1)dv_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta n^0\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{mv_1^2}{2kT}\right) \cdot dv_1 = \Delta n^0(v)$$

三. 在非均匀增宽型介质中，单位速度间隔内粒子数密度反转分布值随速度的分布情况如图(2-10)所示。



图(2-10) $\Delta n^0(v) - v$ 曲线

四. 在 E_1 、 E_2 能级间跃迁的粒子辐射的光波也是中心频率为 ν_0 的自然增宽型函数。但由于多普勒效应，在正对着粒子运动（运动速度为 v_1 ）的方向上接受到的光波的线型函数变为中心频率为 ν_1 的自然增宽型函数了。

➤ ν_1 和 ν_0 的关系为：

$$\nu_1 = \nu_0 \left(1 + \frac{v_1}{c}\right) \Rightarrow \nu_1 - \nu_0 = \nu_0 \frac{v_1}{c}$$

$$d\nu_1 = \frac{\nu_0}{c} dv_1 \Rightarrow dv_1 = \frac{c}{\nu_0} d\nu_1$$

➤ 介质中能够辐射中心频率为 $\nu_1 - \nu_1 + d\nu_1$ 光波的粒子数密度反转分布值为

$$\Delta n^0(\nu_1) d\nu_1 = \Delta n^0 \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{1/2} \exp \left[-\frac{mc^2(\nu_1 - \nu_0)^2}{2kT\nu_0^2} \right] \cdot \frac{c}{\nu_0} d\nu_1$$

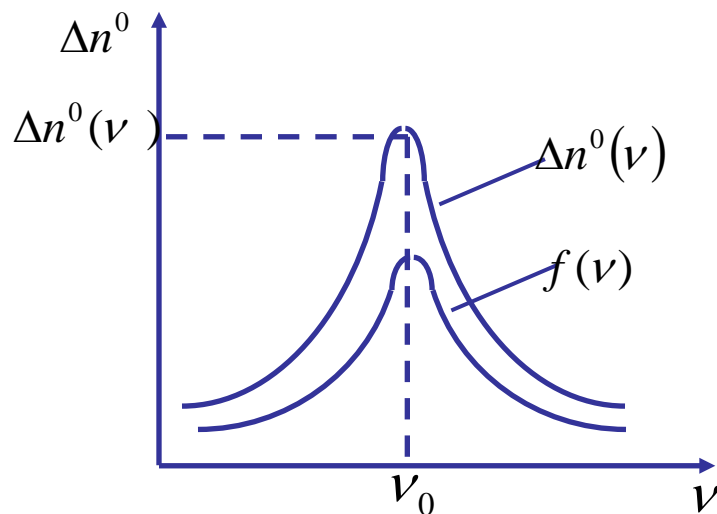
$$= \Delta n^0 \underline{f_D(\nu_1)} \cdot d\nu_1 \quad (1-80)$$

频率 ν 附近单位频率间隔内的光强占总光强的比例

➤能够辐射以 ν_1 为中心频率的单位频率间隔内的粒子数密度

反转分布值为 $\Delta n^0(\nu_1) = \Delta n^0 f_D(\nu_1)$

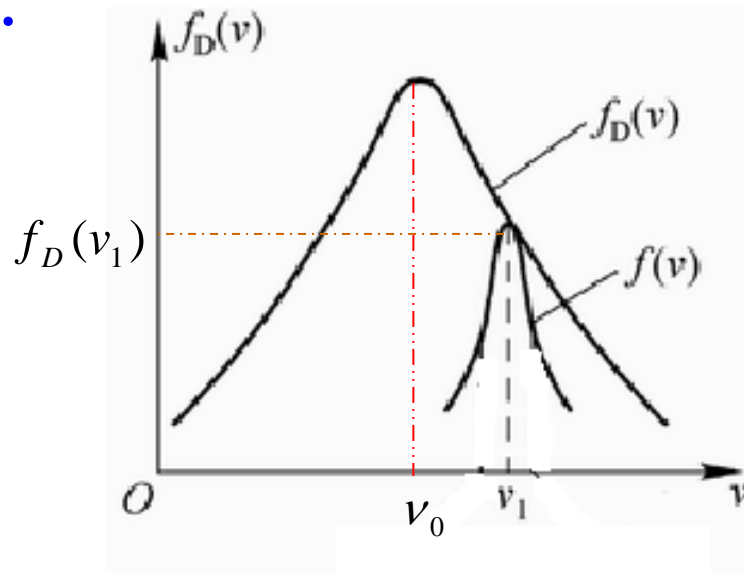
❁粒子数反转随频率变化的分布形式与线型函数相同，只是此时的光谱线型函数为非均匀增宽多普勒增宽产生的高斯线型函数



小信号粒子数反转与频率关系曲线

■小信号粒子数反转与频率关系曲线：粒子数反转随频率变化的分布形式与线型函数相同，无论光谱线型函数为均匀增宽 $f_N(\nu)$ 还是非均匀增宽 $f_D(\nu)$

因为在非均匀增宽工作物质中，每一种特定类型的粒子，只能同某一定频率 ν 的光相互作用。因此反转粒子数密度 Δn^0 按频率 ν 有一个分布。



$f_D(\nu_1)$ 是非均匀增宽介质的线型函数在 ν_1 处的大小. $f_D(\nu)$ 的中心频率也是 ν_0 , 但 $f_D(\nu)$ 的线宽却远大于均匀增宽谱线 $f(\nu)$ 的线宽.

3.4.2 非均匀增宽介质在小信号时的增益系数

一. 增益系数的计算

方法: 把一条非均匀增宽谱线看作大量线宽极窄的均匀增宽谱线的叠加 * (计算时, 先把按中心频率分类, 然后再叠加)

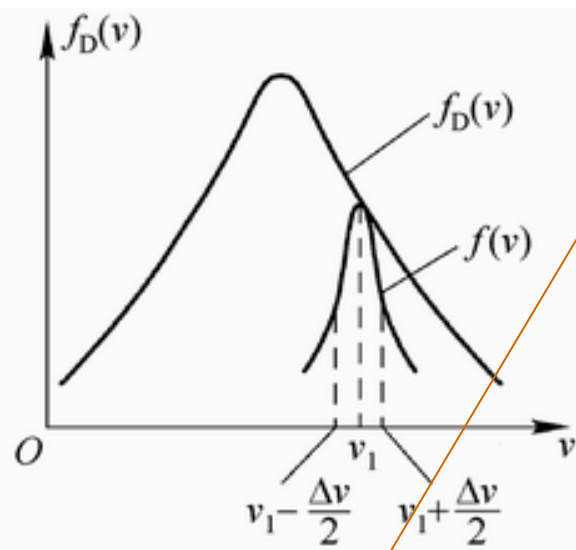
1. 频率为 ν_1 粒子数密度反转分布对小信号增益系数的贡献, 就象均匀增宽型介质的 Δn^0 对 $G^0(\nu)$ 的贡献那样

$$\begin{aligned} dG_D^0(\nu) &= \Delta n^0(\nu_1) \cdot d\nu_1 \cdot B_{21} \frac{\mu}{c} f(\nu) h\nu \\ &= \Delta n^0 f_D(\nu_1) d\nu_1 B_{21} \frac{\mu}{c} h\nu \cdot f(\nu) \end{aligned}$$

2. 介质的小讯号增益系数是介质中各种速度的粒子数密度反转分布的贡献之和, 故有

$$G_D^0(\nu) = \int_0^\infty dG_D^0(\nu) = \int_0^\infty \Delta n^0 f_D(\nu_1) d\nu_1 B_{21} \frac{\mu}{c} h\nu \cdot f(\nu)$$

$$G_D^0(\nu) = \int_0^\infty dG_D^0(\nu) = \int_0^\infty \Delta n^0 f_D(\nu_1) d\nu_1 B_{21} \frac{\mu}{c} h\nu \cdot f(\nu)$$



$$= \Delta n^0 B_{21} \frac{\mu}{c} h\nu \frac{\Delta\nu}{2\pi} \int_0^\infty f_D(\nu_1) \frac{d\nu_1}{(\nu - \nu_1)^2 + (\Delta\nu/2)^2}$$

虽然积分是在 $0 \sim \infty$ 区内进行的,但是由于 ν_1 是 $f(\nu)$ 的中心频率,当 $|\nu - \nu_1| > \frac{\Delta\nu}{2}$ 时的 $f(\nu)$ 的值迅速趋近于零,实际上 ν_1 的取值范围为

$$\nu_1 - \frac{\Delta\nu}{2} \sim \nu_1 + \frac{\Delta\nu}{2}$$

$G_D^0(\nu)$ 实际是由频率在 $\nu_1 - \frac{\Delta\nu}{2} < \nu < \nu_1 + \frac{\Delta\nu}{2}$ 范围内的粒子数密度反转分布值贡献的,在此范围内 $f_D(\nu_1) \Rightarrow f_D(\nu)$

$$= \Delta n^0 B_{21} \frac{\mu}{c} h\nu \cdot f_D(\nu) \cdot \int_0^\infty \frac{\Delta\nu}{2\pi} \frac{d\nu_1}{(\nu - \nu_1)^2 + (\Delta\nu/2)^2}$$

由归一化条件

$$= \Delta n^0 B_{21} \frac{\mu}{c} h\nu \cdot f_D(\nu)$$

非均匀增宽介质在小信号时的增益系数

$$G^0(\nu) = \Delta n^0 B_{21} \frac{\mu}{c} f(\nu) h \nu$$

$$dG_D^0(\nu) = \Delta n^0(\nu_1) \cdot d\nu_1 \cdot B_{21} \frac{\mu}{c} f(\nu) h \nu_1 = \Delta n^0 f_D(\nu_1) d\nu_1 B_{21} \frac{\mu}{c} h \nu f(\nu)$$

$$G_D^0(\nu) = \int_0^\infty dG_D^0(\nu) = \int_0^\infty \Delta n^0 f_D(\nu_1) d\nu_1 B_{21} \frac{\mu}{c} h \nu f(\nu)$$

$$G_D^0(\nu) = \Delta n^0 B_{21} \frac{\mu}{c} h \nu \frac{\Delta \nu}{2\pi} \int_0^\infty f_D(\nu_1) \frac{d\nu_1}{(\nu - \nu_1)^2 + (\Delta \nu/2)^2}$$

$$= \Delta n^0 B_{21} \frac{\mu}{c} h \nu f_D(\nu) \cdot \int_0^\infty \frac{\Delta \nu}{2\pi} \frac{d\nu_1}{(\nu - \nu_1)^2 + (\Delta \nu/2)^2}$$

$$= \Delta n^0 B_{21} \frac{\mu}{c} h \nu f_D(\nu)$$

上式在形式上与均匀增宽时得到的结果相同，但是由上述分析看出其实质是有很大区别的，小信号增益频率曲线与小信号粒子数反转与频率关系曲线形状相同。

上式在形式上与均匀增宽时得到的结果相同，但是由上述分析看出其实质是有很大的区别的，小信号增益频率曲线与小信号粒子数反转与频率关系曲线形状相同。

$$G_D^0(\nu) = \Delta n^0 B_{21} \frac{\mu}{c} h\nu \cdot f_D(\nu)$$

二. 中心频率处的小信号增益系数 $G_D^0(\nu_0)$

$$G_D^0(\nu_0) = \Delta n^0 B_{21} \frac{2\mu}{c\Delta\nu_D} h\nu_0 \left(\frac{\ln 2}{\pi}\right)^{1/2} \left\{ \begin{array}{l} \propto \frac{1}{\Delta\nu_D} \\ \propto \Delta n^0 \end{array} \right.$$

与非均匀增宽介质稳态粒子数密度反转分布有关？

3.4.3 非均匀增宽介质稳态粒子数密度反转分布

一. 当频率为 ν_1 、光强为 I 的光波在其中传播时, 对中心频率为 ν_1 的粒子来说

$$\Delta n(\nu_1) = \frac{\Delta n^0(\nu_1)}{1 + I/I_s} = \frac{\Delta n^0}{1 + I/I_s} f_D(\nu_1)$$

二. 当频率为 ν_1 、光强为 I 的光波在其中传播时, 对中心频率为 ν 附近单位频率间隔内粒子数反转分布值 $\Delta n(\nu)$ 的饱和效应规律为:

$$\begin{aligned}\Delta n(\nu) &= \frac{\Delta n^0(\nu)}{1 + \frac{I}{I_s} \frac{f(\nu_1)}{f(\nu)}} = \frac{\Delta n^0}{1 + \frac{I}{I_s} \frac{f(\nu_1)}{f(\nu)}} f_D(\nu) \\ &= \frac{(\nu_1 - \nu)^2 + (\frac{\Delta\nu}{2})^2}{(\nu_1 - \nu)^2 + (1 + \frac{I}{I_s})(\frac{\Delta\nu}{2})^2} \cdot \Delta n^0 f_D(\nu)\end{aligned}$$

◆ 作为对比，还是先给出**均匀增宽型介质**一般情况下的粒子数密度反转分布的结果

$$\Delta n = \frac{\Delta n^0}{1 + \frac{I}{I_s} \frac{f(\nu)}{f(\nu_0)}} = \begin{cases} \frac{\Delta n^0}{1 + I/I_s} & \nu = \nu_0 \\ \frac{[(\nu - \nu_0)^2 + (\Delta \nu/2)^2] \Delta n^0}{(\nu - \nu_0)^2 + (1 + I/I_s)(\Delta \nu/2)^2} & \nu \neq \nu_0 \end{cases}$$

◆ 对于**非均匀增宽型介质**，一般情况下的粒子数密度反转分布为

$$\Delta n(\nu) = \frac{\Delta n^0(\nu)}{1 + \frac{I}{I_s} \frac{f(\nu_1)}{f(\nu)}} = \begin{cases} \frac{\Delta n^0}{1 + I/I_s} f_D(\nu_1) & \nu = \nu_1 \\ \frac{(\nu_1 - \nu)^2 + (\frac{\Delta \nu}{2})^2}{(\nu_1 - \nu)^2 + (1 + \frac{I}{I_s})(\frac{\Delta \nu}{2})^2} \cdot \Delta n^0 f_D(\nu) & \nu \neq \nu_1 \end{cases}$$

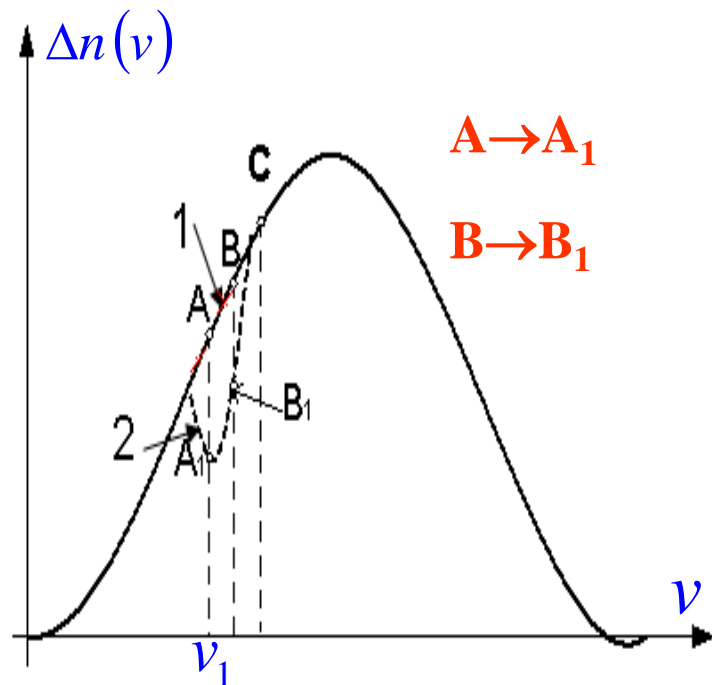
三. 图(2-12)描绘了 ν_1 光波对频率为 ν 的粒子数密度反转分布的饱和作用以及起作用的频率范围。

四. 反转粒子数 $\Delta n(\nu)$ 烧孔效应

曲线1: I 较小($I \ll I_s$), 小信号情形;

曲线2: I 较大($I \sim I_s$), 大信号情形.

原因: 非均匀增宽物质中特定类型粒子只与特定频率 ν 的入射光有相互作用.



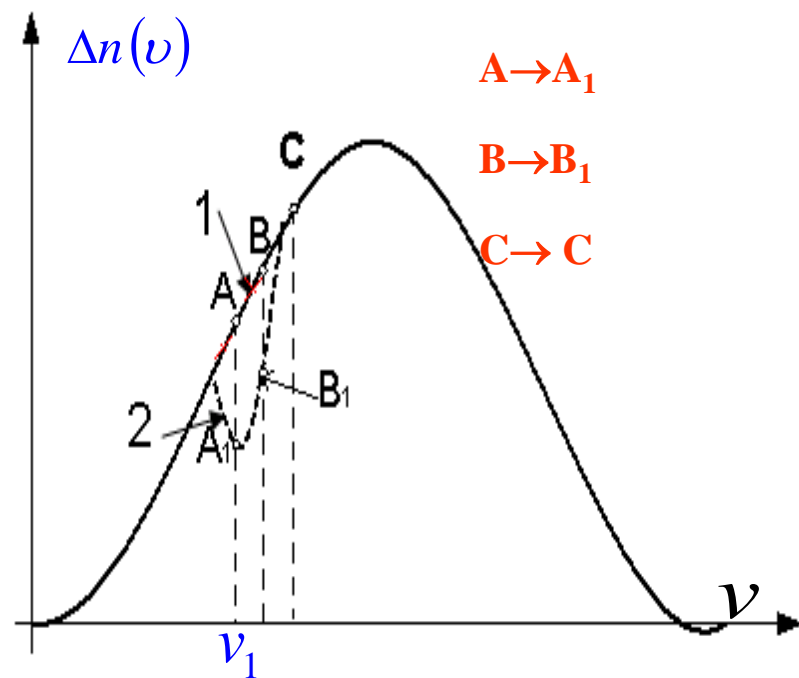
频率 ν_1 的准单色入射光入射时:

①当入射光频率为 ν_1 时, 对谱线中心频率为 $\nu_a = \nu_1$ 的粒子刚好是A点的中心频率, 因此, 在光强为 I 的光波作用下 $\Delta n(\nu_1)$ 下降到 A_1 点.

②当入射光频率为 ν_1 时, 对谱线中心频率为 $\nu_b = \nu_1 + d\nu$ 的粒子, 由于入射光频率 ν_1 偏离中心频率 ν_b , 所以引起的饱和效应较小, 它仅下降到 $B \rightarrow B_1$ 点.

③当入射光频率为 ν_1 时, 对谱线中心频率为 $\nu_c = \nu_b + d\nu$ 的粒子, 由于入射光频率 ν_1 偏离中心频率 ν_c 已大于 $(1 + \frac{I}{I_s})^{1/2} \frac{\Delta\nu}{2}$, 所以引起的饱和效应可以忽略.

频率为 ν_1 强度为 I 的光波仅使围绕中心频率 ν_1 、宽度为 $\nu - \nu_1 = \pm[1 + (I/I_s)]^{1/2} \cdot (\Delta\nu/2)$ 范围内的粒子有饱和作用, 因此在 $\Delta n(\nu)$ 曲线上形成一个以 ν_1 为中心的凹陷, 习惯上把它叫做**烧孔效应**



➤孔的深度为

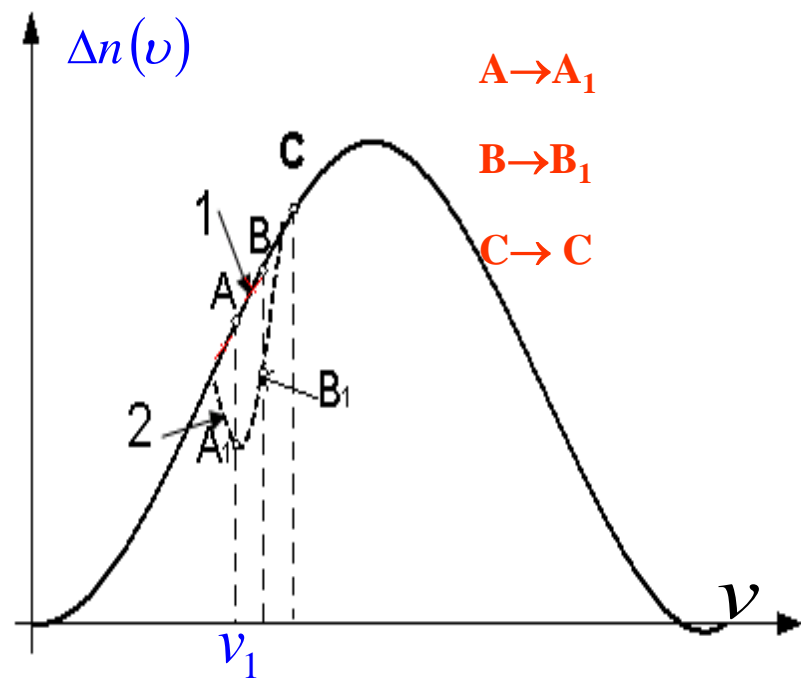
$$\Delta n^0(\nu_1) - \Delta n(\nu_1) = \frac{I/I_s}{1 + I/I_s} \Delta n^0(\nu_1)$$

➤孔的宽度为

$$\delta\nu = \left(1 + \frac{I}{I_s}\right)^{\frac{1}{2}} \Delta\nu$$

➤孔的面积为

$$\delta S \approx \Delta n^0(\nu_1) \Delta\nu \frac{I/I_s}{(1 + I/I_s)^{1/2}}$$



反转粒子数密度曲线烧孔的孔宽和孔深随饱和信号光强的增大而变宽、变深。

留意：*(烧孔面积) δS 常用来估算输出激光功率；

例如对四能级系统，受激发射光子数 $\propto \delta S$

故

输出激光功率 $\propto \delta S$

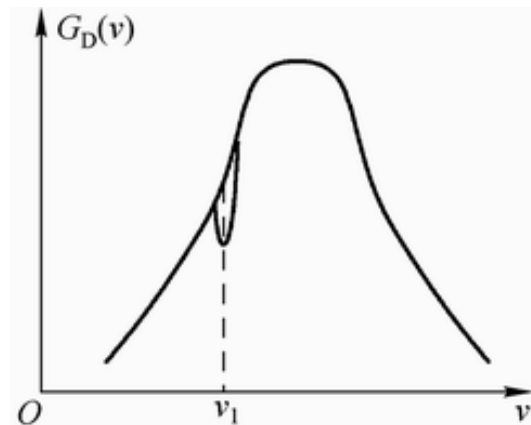
3.4.4 非均匀增宽介质稳态情况下的增益饱和

1. 在非均匀增宽型介质中，频率为 ν_1 、强度为 I 的光波只在附近宽度约为 $\sqrt{1 + \frac{I}{I_s}} \Delta\nu$ 的范围内有增益饱和作用，如图(2-13)所示

2. 增益系数在 ν_1 处下降的现象称为增益系数的“烧孔”效应。孔的中心频率仍是光频 ν_1 ，孔宽仍为：

$$\left(1 + \frac{I}{I_s}\right)^{\frac{1}{2}} \Delta\nu$$

只是孔的深度浅了一点。



图(2-13) 非均匀增宽型增益饱和曲线

3. 在频率为 ν_1 、强度为 I 的光波作用下，可以计算出介质的增益系数：

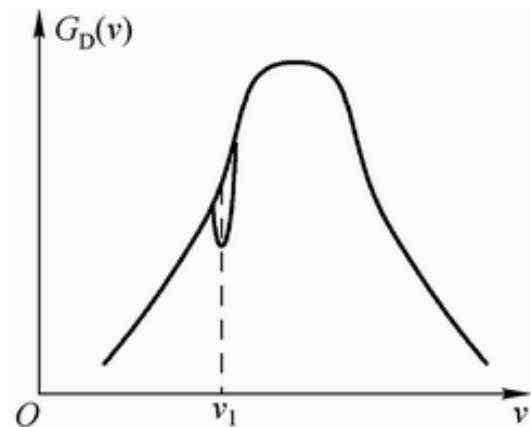
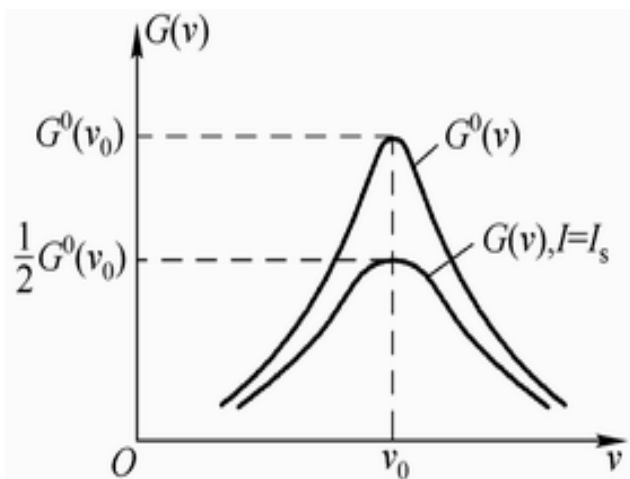
$$G_D(\nu_1) = \frac{G_D^0(\nu_1)}{\left(1 + \frac{I}{I_s}\right)^{1/2}}$$

4. 从上面的分析可以看出，光波**I**使非均匀增宽型介质发生增益饱和的速率要比均匀增宽型介质缓慢。

$$G_H(\nu_0, I_s) = \frac{1}{2} G_H^0(\nu_0)$$

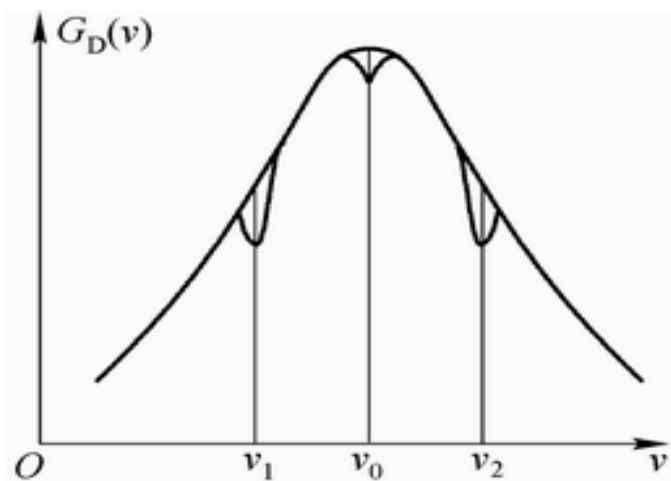
$$G_D(\nu_0, I_s) = \frac{1}{\sqrt{2}} G_D^0(\nu_0)$$

5. 从上面的分析可以看出，光波**I**使均匀增宽型介质对各种频率的光波的增益系数都下降同样的倍数；而对非均匀增宽型介质它只能引起**某个范围内的**光波的增益系数下降，并且下降的倍数不同。



图(2-13) 非均匀增宽型增益饱和曲线

6. 对于多普勒增宽来讲，光波**I**使频率为 ν_1 （即速度为 $v_1 = [(v_1 - v_0)/v_0]c$ ）附近的粒子数密度反转分布饱和；同样沿负轴传播的光波**I**也会使速度为 $-v_1$ （其对应的频率为 $\nu_2 = (1 - v_1/c)v_0$ ）的粒子数密度反转分布饱和，即沿腔轴**负方向**传播的频率为 ν_1 的光波将在增益曲线上 $\nu = \nu_2$ 的附近烧一个孔。如图(2-14)所示。



图(2-14) 多普勒增宽型激光器中的增益饱和

增益曲线烧孔的孔宽和孔深随饱和信号光强的增大而变宽、变深

当光波频率恰好是**多普勒增宽的中心频率**时，只烧一个孔，对应着速度为零的跃迁粒子。

