传递方法论

孙志仁

第三讲. 传递方法论

1. 经典传递现象方程
2. 脉动传递现象方程
3. 描述微团运动的方法
4. 连续性方程

1. 经典传递现象方程

牛顿粘性定律运动粘度形式：

$$\tau_{yx} = -\nu \frac{d\left(\rho u_x\right)}{dy}$$

量纲： $\dfrac{\mathrm{kg\cdot m/s}}{\mathrm{m^2\cdot s}}$ $\mathrm{m^2/s}$ $\dfrac{\left(\mathrm{kg\cdot m/s}\right)/\mathrm{m^3}}{\mathrm{m}}$

动量传递通量 = 动量扩散系数 × 动量浓度梯度

傅里叶导热定律导温系数形式：

$$q_y = -a\frac{d\left(\rho C_p T\right)}{dy}$$

量纲： $\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m^2 \cdot s}}$ $\mathrm{m^2/s}$ $\frac{\mathrm{J/m^3}}{\mathrm{m}}$

热量传递通量 = 热量扩散系数 × 热量浓度梯度

费克分子扩散定律：

$$j_{Ay} = -D_{AB}\frac{d\rho_A}{dy}$$

量纲： $\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{s}}$ m^2/s $\dfrac{\mathrm{kg}/\mathrm{m}^3}{\mathrm{m}}$

质量传递通量 = 质量扩散系数 × 质量浓度梯度

经典传递现象方程

传递通量 = 扩散系数 × 浓度梯度

量纲: $\dfrac{(\ )}{m^2\cdot s}$ m^2/s $\dfrac{(\ )/m^3}{m}$

基于分子传递机理下的传递类似现象，这种类似特征并非传递现象表象，必然是由内而外的传递规律支配，传递现象研究传递的共性规律，揭示传递机理的相对与统一。

2. 脉动传递现象方程

费克分子扩散定律：

$$j_{Ay} = -D_{AB}\frac{d\rho_A}{dy} = -u_* l_* \cdot \frac{d\rho_A}{dy} = -u_* \cdot l_* \frac{d\rho_A}{dy} \xrightarrow{\rho_{A*} = l_* \frac{d\rho_A}{dy}} j_{A*} = \rho_{A*} u_*$$

质量扩散方程

重组特征量 【扩散系数•浓度梯度】【脉动速度•相对质量】

脉动相对质量传递现象方程：

质量传递通量 = 脉动速度 × 相对质量

量纲： $\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}}$ $\mathrm{m/s}$ $\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$

牛顿粘性定律：

$$\tau_{yx} = -\nu \frac{d(\rho u_x)}{dy} = -u_* l_* \cdot \frac{d(\rho u_x)}{dy} = -u_* \cdot l_* \frac{d(\rho u_x)}{dy}$$

重组特征量

脉动相对动量传递现象方程：

动量传递通量 = 脉动速度 × 相对动量

量纲： $\frac{\mathrm{kg \cdot m/s}}{\mathrm{m^2 \cdot s}}$ $\mathrm{m/s}$ $\frac{\mathrm{kg \cdot m/s}}{\mathrm{m^3}}$

傅里叶导热定律：

$$q_y = -a\frac{d(\rho C_p T)}{dy} = -u_* l_* \cdot \frac{d(\rho C_p T)}{dy} = -u_* \cdot l_* \frac{d(\rho C_p T)}{dy}$$

重组特征量

脉动相对热量传递现象方程：

热量传递通量 = 脉动速度 × 相对热量

量纲： $\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}}$ $\mathrm{m/s}$ $\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^3}$

脉动传递现象方程

传递通量 = 脉动速度 × 相对特征量

量纲: $\dfrac{(\ )}{m^2 \cdot s}$ $\quad m/s \quad$ $\dfrac{(\ )}{m^3}$

微团脉动传递机理下的传递现象方程，其类似特征兼容不同微团尺度（如层流与湍流），和不同物质形态（分子和量子）的传递现象。

观察态方程

量子态方程

牛顿粘性定律：

$$\tau_{yx} = \pm \mu \frac{du_x}{dy}$$

傅里叶导热定律：

$$q_y = -k \frac{dT}{dy}$$

费克分子扩散定律：

$$j_{Ay} = -D_{AB} \frac{d\rho_A}{dy}$$

动质量传递方程：

$$e_* = \rho u_*^2$$

热量传递方程：

$$q_{*y} = \rho C_p T_* u_*$$

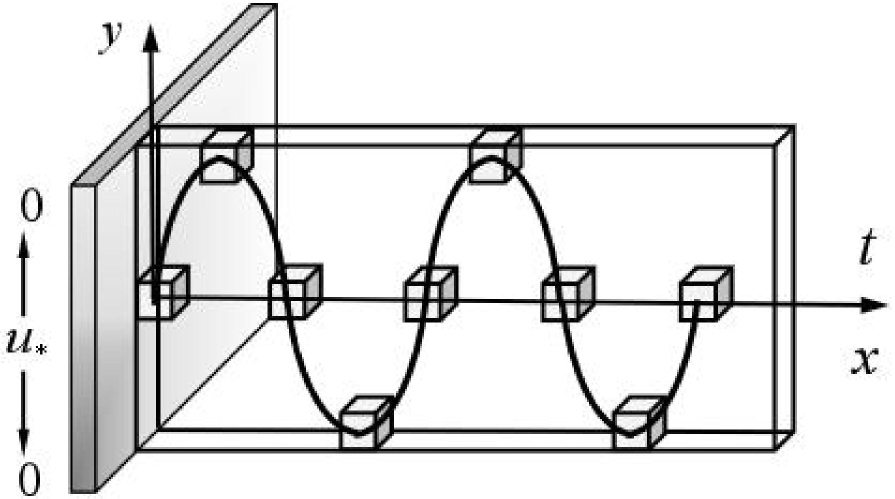
质量扩散方程：

$$j_{A*} = \rho_{A*} u_*$$

3. 描述微团运动与脉动的方法

【1】拉格朗日法

观察质点运动轨迹，称拉格朗日法。



动质量身形

质点微团随时间变化的空间位置函数关系：

$$\begin{cases} x = f_1(a, b, c, t) \\ y = f_2(a, b, c, t) \\ z = f_3(a, b, c, t) \end{cases}$$

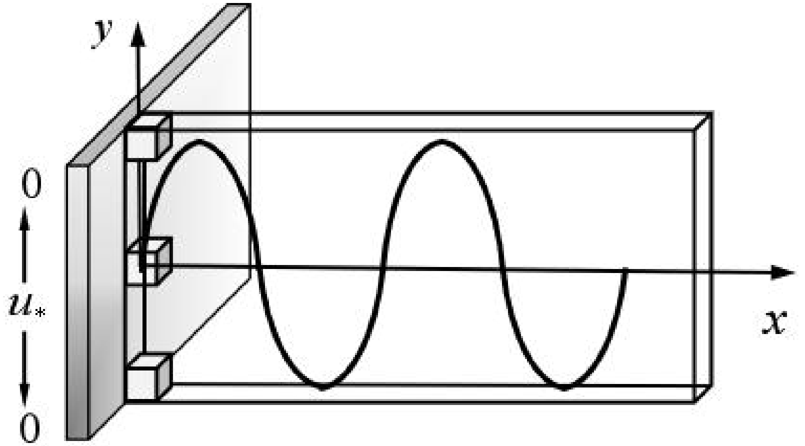
轨线方程：

$$\frac{dx}{u_x} = \frac{dy}{u_y} = \frac{dz}{u_z} = dt$$

动质量的身形是轨迹

【2】欧拉法

同时观察流场空间所有质点分布，称欧拉法。



动质量魅影

同一时刻，流体质点特征量与空间位置和时间的函数关系：

$$
\begin{cases}
u_x = F_1(x, y, z, t) \\
u_y = F_2(x, y, z, t) \\
u_z = F_3(x, y, z, t)
\end{cases}
$$

流线方程：

$$
\frac{dx}{u_x} = \frac{dy}{u_y} = \frac{dz}{u_z}
$$

纠缠动质量的魅影是流线

流函数—流线的函数

已知平面流速度分布：

$$\begin{cases} u_x = f_1(x, y) \\ u_y = f_2(x, y) \\ u_z = 0 \end{cases}$$

二维流线方程：

$$\frac{dx}{u_x} = \frac{dy}{u_y}$$

$$-u_y dx + u_x dy = 0$$

如果有一函数 ψ

全微分 $$d\psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \psi}{\partial y} dy = 0$$ 令

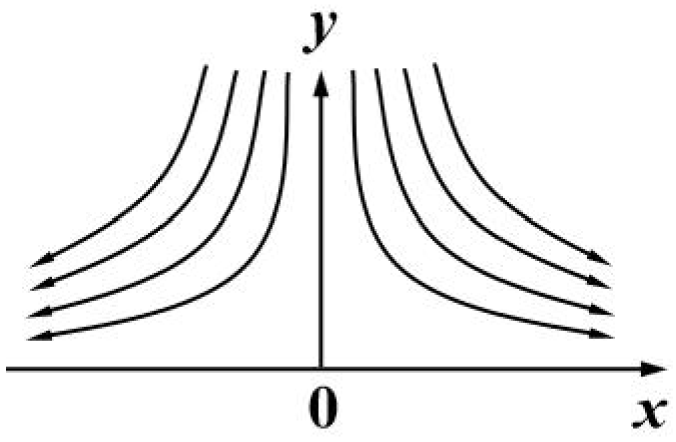
则有

$$\begin{cases} u_x = \dfrac{\partial \psi}{\partial y} \\ u_y = -\dfrac{\partial \psi}{\partial x} \end{cases}$$

ψ **流函数** $d\psi = 0 \longrightarrow \psi = C$ 流线簇

令**流函数** ψ 等于常数，就是流线

已知一流场的流函数为：$\psi = axy$



令 $\psi = C$ $axy = C$

流线 $xy = C'$

$$u_x = \frac{\partial\psi}{\partial y} = ax \qquad u_y = -\frac{\partial\psi}{\partial x} = -ay$$

该流场的速度分布为：

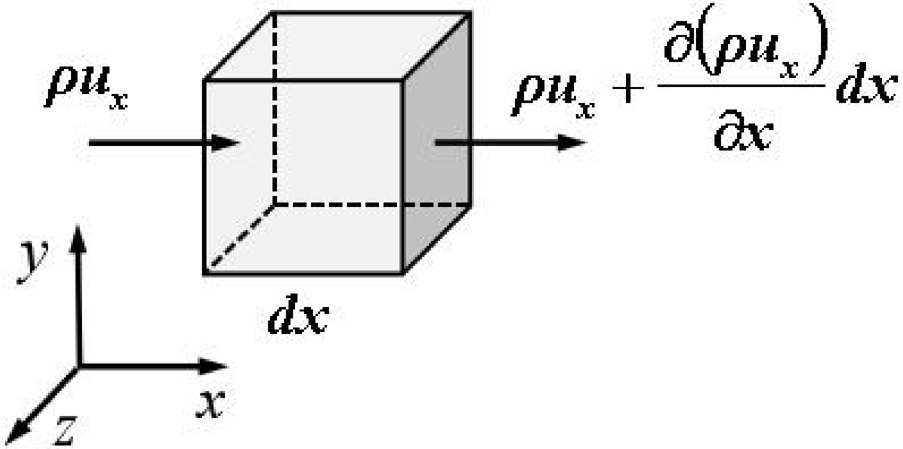
$$\begin{cases} u_x = ax \\ u_y = -ay \\ u_z = 0 \end{cases}$$

4. 连续性方程

基于控制体的守恒原理

经典方法

三维微元控制体：

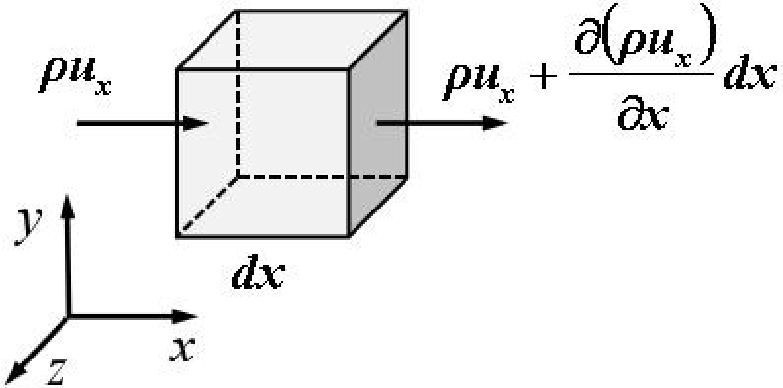


质量守恒原理：

$$\begin{matrix}\text{质量}\\\text{变化速率}\end{matrix} = \begin{matrix}\text{质量}\\\text{输入速率}\end{matrix} - \begin{matrix}\text{质量}\\\text{输出速率}\end{matrix}$$

x 方向输入： $\rho u_x dydz$

输出： $\left[\rho u_x + \dfrac{\partial(\rho u_x)}{\partial x}dx\right]dydz$



输入- 输出： $-\dfrac{\partial(\rho u_x)}{\partial x}dxdydz$

同理 y 方向： $-\dfrac{\partial(\rho u_y)}{\partial y}dxdydz$

z 方向： $-\dfrac{\partial(\rho u_z)}{\partial z}dxdydz$

系统质量变化速率：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}dxdydz$$

质量守恒原理：

$$\begin{matrix}\text{质量}\\\text{变化速率}\end{matrix} = \begin{matrix}\text{质量}\\\text{输入速率}\end{matrix} - \begin{matrix}\text{质量}\\\text{输出速率}\end{matrix}$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = -\frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} - \frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y} - \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z}$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = 0$$

连续性方程：

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$$

随体导数物理内涵

全导数

$$\frac{d\rho}{dt}=\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial\rho}{\partial x}\frac{dx}{dt}+\frac{\partial\rho}{\partial y}\frac{dy}{dt}+\frac{\partial\rho}{\partial z}\frac{dz}{dt}$$

$$u_x=\frac{dx}{dt}、u_y=\frac{dy}{dt}、u_z=\frac{dz}{dt}$$

随体导数

$$\frac{D\rho}{Dt}=\boxed{\frac{\partial\rho}{\partial t}}+\boxed{u_x\frac{\partial\rho}{\partial x}+u_y\frac{\partial\rho}{\partial y}+u_z\frac{\partial\rho}{\partial z}}$$

随波逐流

当地加速度

迁移加速度

质量波动

$$\hat{M}_*v_*=\rho_*v_*=\frac{D\rho}{Dt}$$

运动与脉动

时间与空间质量波动

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}=\frac{1}{t_*}t_*\frac{\partial\rho}{\partial t}=\rho_*v_*=\hat{M}_*v_*$$

时间质量子

$$u_x\frac{\partial\rho}{\partial x}=\frac{u_x}{l_x}l_x\frac{\partial\rho}{\partial x}=\rho_*\frac{1}{t_*}=\hat{M}_*v_*$$

空间质量子