第三章 材料力学的基本原理与方法

机械零件与结构元件必须具有足够的承载能力：

1）**强度：**<u>抵抗破坏</u>的能力。

2）**刚度：**<u>抵抗变形</u>的能力。

3）**稳定性：**<u>保持原有平衡状态</u>的能力。

第一节 变形固体的基本概念

一、变形固体的基本假设

连续性：认为物质是毫无空隙地充满了物体的整个体积。

均匀性：认为在物体整个体积内各点处的力学性能完全相同。

各向同性：认为物体内任一点在各个方向上的力学性质完全相同。

二、内力和应力

1、内力

- 在有外部载荷时，杆件内部各质点之间的相对位置发生改变，从而引起相互作用力的改变，这种由于**载荷作用而引起的受力构件内部之间相互作用力的改变**量称为附加内力，简称**内力。**
- 构件中的内力随着变形的增加而增大，但对于确定的材料，内力的增加有一定的限度，超过这一限度，构件将发生破坏。
- **内力的大小及其分布方式与零件的承载大小及形式密切相关。**

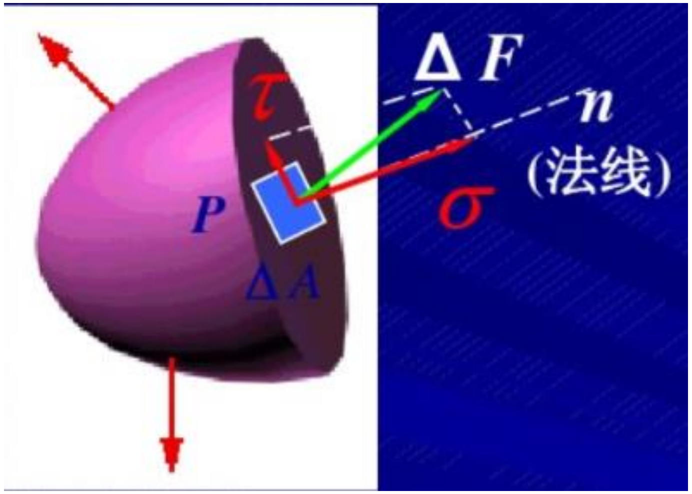
2、应力

一般来说，构件的内力大小和方向是位置的连续变化函数。

受力杆件截面上某一点处的内力集度称为该点的**应力**。

全应力:

$$P = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F_R}{\Delta A} = \frac{dF_R}{dA}$$



全应力P为空间矢量，通常可分解为与截面垂直的分量σ和与截面相切的分量τ，分别称为正应力和切应力。

应力的单位是Pa(N/m²)，工程中常用MPa和Gpa, 它们的关系如下：

$$1MPa = 10^6 Pa \qquad 1GPa = 10^9 Pa$$

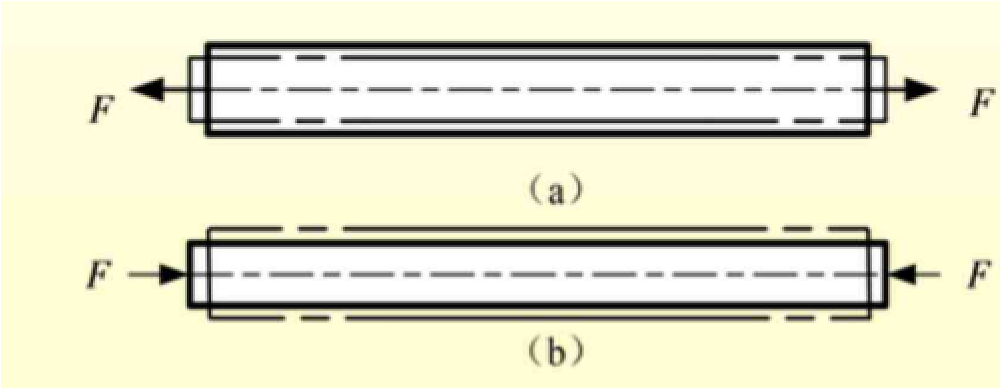
3、应力与内力的关系

内力在某一点处的集度为该点的应力；整个截面上各点处的应力总和等于该截面上的内力。

三、杆件的基本受力与变形形式

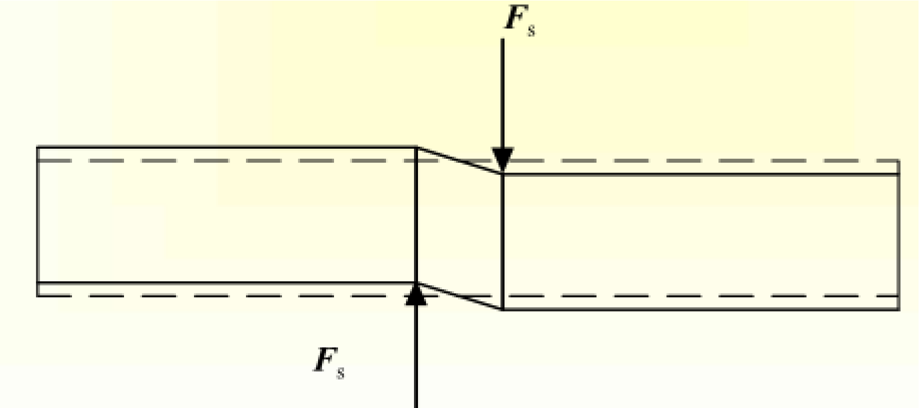
1、拉伸压缩

当杆件两端承受沿轴线方向的拉力或压力时，杆件将产生轴向伸长或压缩变形。



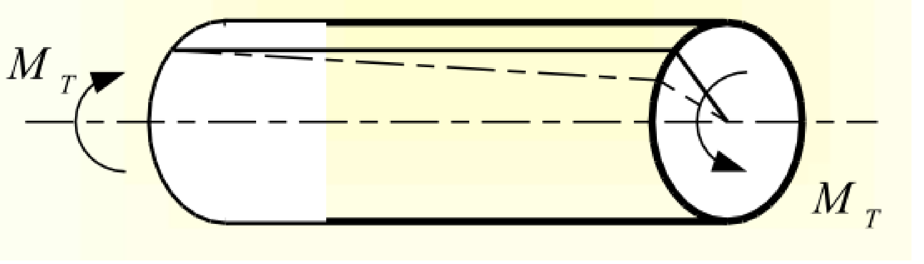
2、剪切

杆受一对垂直于轴线，相距很近、方向相反的横向力作用，受力处杆的横截面沿横向力方向产生相对错动。



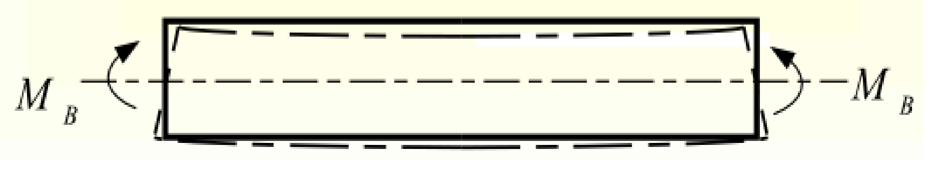
3、扭转

杆两端受一对作用面垂直于杆轴线、转向相反的力偶作用，杆件任意两截面发生绕轴线的相对转动。



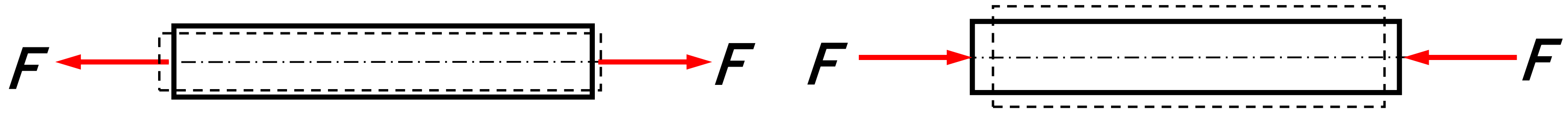
4、平面弯曲

杆受一对作用于杆纵截面内、转向相反的力偶作用，杆的轴线在力偶作用平面内发生弯曲，直杆变成曲杆，横截面发生相对转动。



第二节 杆件的拉伸与压缩

作用在杆件上的外力合力的作用线与杆件轴线重合，杆件变形是沿轴线方向的伸长或缩短。



拉（压）杆的受力简图

一、轴力与轴力图

1、轴力--拉压杆截面上的内力，用N或F_N表示

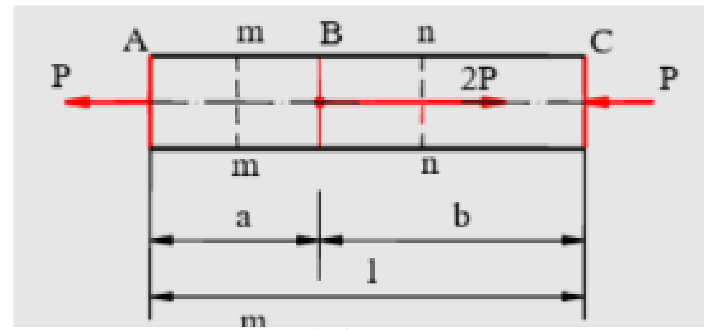
由于外力的作用线与杆件的轴线重合，**内力**的作用线也与杆件的轴线重合,所以称为**轴力**。

轴力正负号：**拉为正、压为负**

2、轴力图

以平行于轴线的坐标表示各横截面的位置，以垂直于杆轴的坐标表示轴力的数值，这种图形称为**轴力图**。

[例] 求图示杆的轴力，并画出轴力图



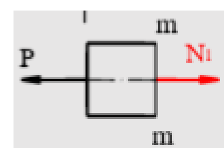
(a)

解：（1）分段求轴力

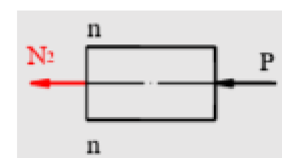
❶AB段 将杆在截面m-m处切开，研究左段的平衡. 假定N1为拉力。

$$\sum F_x = 0 \quad N_1 - P = 0 \quad \therefore N_1 = P$$

结果为正值，说明轴力N1为拉力。



(b)

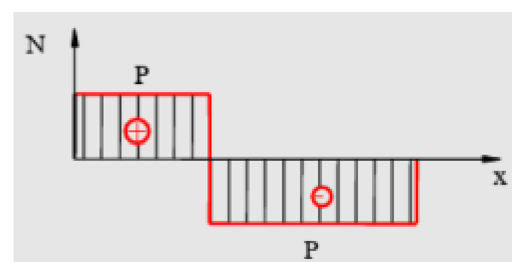


(c)

❷BC段

同理： $N_2 = -P$

（2）画轴力图



(d)

3、截面法求内力的步骤：

(1)截开。在需求内力的截面处**假想用截面将零件一分为二**，并取其中**一部分作为研究对象。**

(2)设正。正确**分析研究对象**所受的全部**外力与内力，并绘受力图。**

(3)平衡。根据研究对象的受力图**建立平衡方程，求出截面上的内力值。**

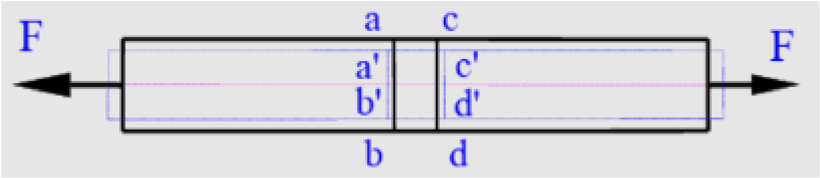
(4)绘图。由平衡方程求得的**内力**若**为正值**，表示与**事先的设正方向一致**，在轴力图的**横坐标上方**按比例绘出内力分布图；若求得的**内力为负值**，则表示与**事先的假设方向相反**，**实际所受内力为负**，故在轴力图的**横坐标下方**按比例绘出内力分布图。

二、轴向拉伸和压缩时杆件的应力

1、横截面上的应力

➢ **观察现象：**

等直杆相邻两条横向线在杆受拉（压）后仍为直线，仍相互平行，且仍垂直于杆的轴线。



➢ **平面假设：**

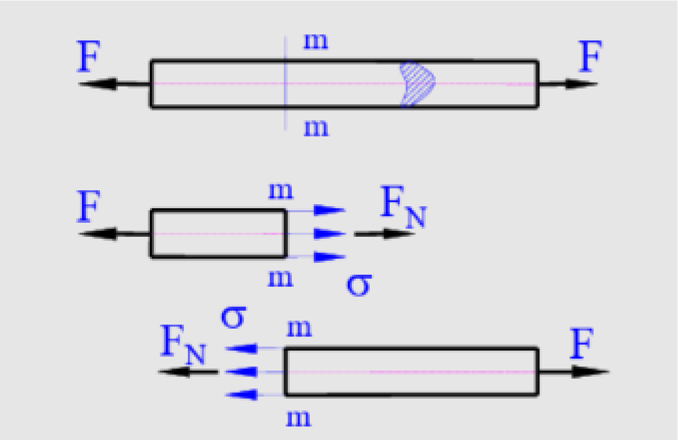
原为平面的横截面在杆变形后仍为平面。

➢ **推论：**

杆的所有纵向纤维的伸长（缩短）相等，横截面上的内力为均匀分布。

横截面上的正应力与轴力的关系：

$$F_N = \int_A \sigma dA$$



得横截面上的正应力σ计算公式：

$$\sigma = \frac{F_N}{A}$$

正应力σ和轴力F_N同号。即拉应力为正，压应力为负。

三、轴向拉伸和压缩时的强度计算

极限应力（危险应力）—材料破坏时得应力

塑性材料：以屈服作为破坏状态，以**屈服极限** σ_S（或$\sigma_{0.2}$）作为极限应力

脆性材料：以脆断作为破坏状态，**拉伸**时以**抗拉强度** σ_{b+} 作为极限应力，**压缩**时以**抗压强度** σ_{b-} 作为极限应力。

许用应力 $[\sigma]$**：** 极限应力除以大于1的系数S的**最大允许应力。**

$$[\sigma]=\begin{cases}\dfrac{\sigma_s}{S_s} & (\text{塑性材料})\\[2ex] \dfrac{\sigma_b}{S_b} & (\text{脆性材料})\end{cases}$$

S_s—塑性材料的安全系数；S_b—塑性材料的安全系数

拉伸或压缩杆件的强度条件：

$$\sigma_{\max} = \left|\frac{F_N}{A}\right|_{\max} \le [\sigma]$$

上式可用于解决三种类型的强度计算问题：

（1）强度校核。

（2）设计截面。

$$A \ge \frac{F_N}{[\sigma]}$$

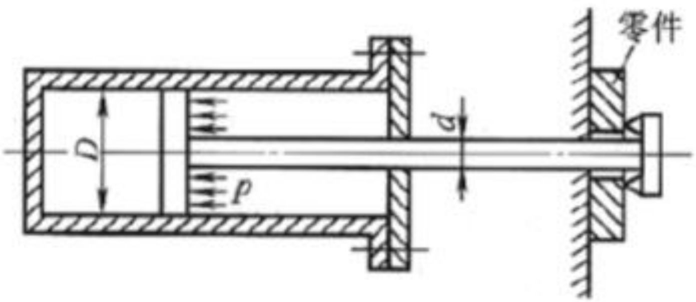
（3）确定许可载荷。

$$F_N \le [\sigma] A$$

[例1] 气缸内径D=140mm，缸内气压P=0.6MPa。活塞杆材料的许用应力〔σ〕=80MPa。试设计活塞杆直径d。

解：（1）计算轴力：

活塞杆两端受拉力，发生轴向拉伸变形，根据平衡条件，轴力由气体的压强求出。



(a)

$$F_N = F = P\times\frac{\pi}{4}D^2 = 0.6\times\frac{\pi}{4}\times140^2 = 9231.6(N)$$

(b)

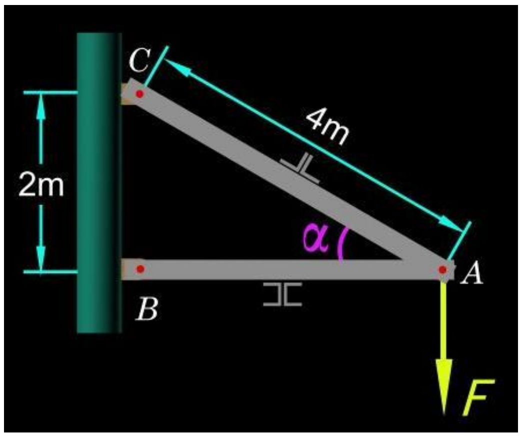
（2）设计截面：

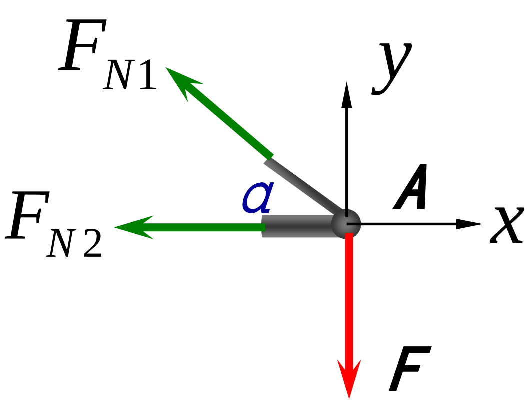
由强度条件式，得活塞杆横截面面积为

$$A = \frac{\pi}{4}d^2 \geq \frac{F_N}{[\sigma]} = \frac{9231.6}{80} = 115.4(mm^2)$$

得 $$A = \frac{\pi}{4}d \approx 0.012\text{m} = 12mm$$

[例2] AC为50×50×5的等边角钢，AB为10号槽钢，〔σ〕=120MPa。确定许可载荷F。





解: (1)计算轴力（设斜杆为1杆，水平杆为2杆）用截面法取节点A为研究对象

$$\sum F_x = 0 \qquad F_{N1}\cos\alpha + F_{N2} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \qquad F_{N1}\sin\alpha - F = 0$$

$$F_{N1} = F/\sin\alpha = 2F$$

$$F_{N2} = -F_{N1}\cos\alpha = -\sqrt{3}F$$

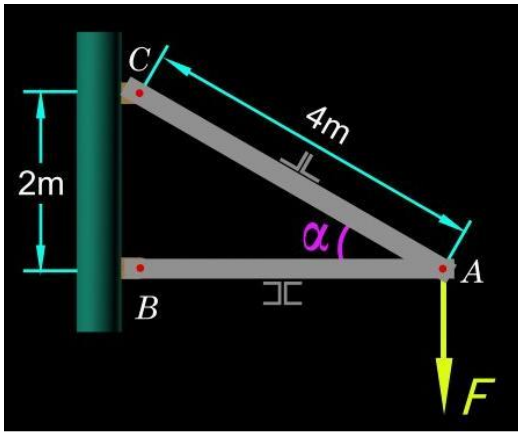
(2)根据斜杆的强度，求许可载荷

查表得斜杆AC的横截面面积为A_1=2×4.8cm^2

$$F_{N1} = 2F_1 \le [\sigma]A_1$$

$$F_1 \le \frac{1}{2}[\sigma]A_1 = \frac{1}{2}\times 120\times 10^6\times 2\times 4.8\times 10^{-4}$$

$$= 57.6\times 10^3\,\text{N} = 57.6\text{kN}$$



(3)根据水平杆的强度，求许可载荷

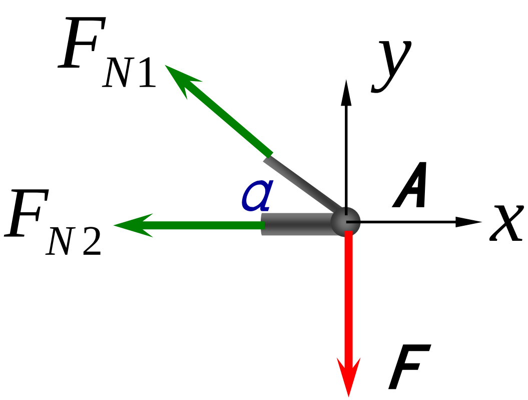
查表得水平杆AB的面积为$A_2=2\times12.74\mathrm{cm}^2$

$$F_{N2}=-F_{N1}\cos\alpha=-\sqrt{3}F$$

$$F_{N2}=\sqrt{3}F_2\le[\sigma]A_2$$

$$F_2\le\frac{1}{\sqrt{3}}[\sigma]A_2=\frac{1}{1.732}\times120\times10^6\times2\times12.74\times10^{-4}$$

$$=176.7\times10^3\,\mathrm{N}=176.7\mathrm{kN}$$

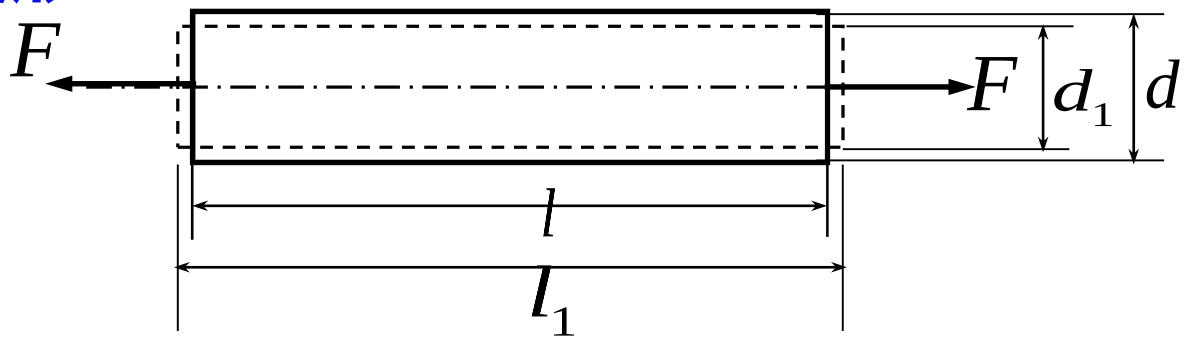


(4)许可载荷

$$F\le\{F_i\}_{\min}\{57.6\mathrm{kN}\quad 176.7\mathrm{kN}\}_{\min}=57.6\mathrm{kN}$$

四、轴向拉伸（压缩）时的变形

1、纵（轴）向变形



$$\Delta l = l_1 - l \qquad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

$$\begin{cases} \sigma = \dfrac{F_N}{A} \\ \sigma = E\varepsilon = E\dfrac{\Delta l}{l} \end{cases}$$

$$\Delta l = \frac{F_N l}{EA}$$ **胡克定律**

$$\Delta l \propto F, l \qquad \Delta l \propto \frac{1}{EA}$$

EA：**抗拉（压）刚度**

2、 横向变形

$$\Delta d = d_1 - d \qquad \varepsilon' = \frac{\Delta d}{d}$$

$$\mu = \left|\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right|$$ **泊松比**

所以，横向应变与纵向变形的关系

$$\varepsilon' = -\mu\varepsilon$$

五、应力集中概念

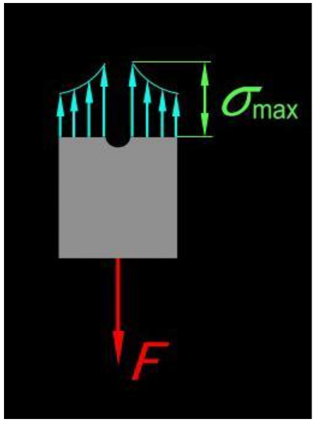
应力集中—因截面尺寸的突变而引起的应力局部急剧增大的现象

$$\alpha = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_0}$$

α —**理论应力集中系数**

σ_0—**被削弱截面上的平均应力**

σ_0—**最大局部应力**



1、形状尺寸的影响：

尺寸变化越急剧、角越尖、孔越小，应力集中的程度越严重。

2、材料的影响：

应力集中对塑性材料的影响不大；应力集中对脆性材料的影响严重，应特别注意。