可靠性概论

华东理工大学机械学院

主讲：刘长虹

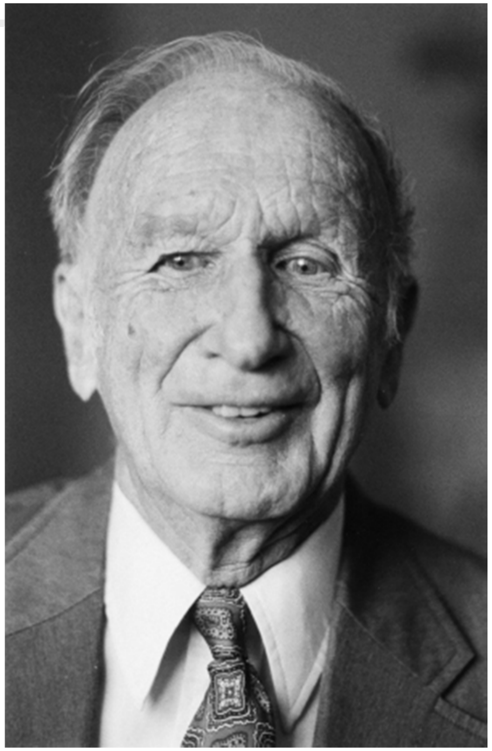
机械可靠性设计

- 第1章 可靠性设计概论
- 第2章 机械可靠性设计概述
- 第3章 机械可靠性设计基本原理
- 第4章 系统可靠性设计
- 第5章 机械零部件可靠性设计
- 第6章 可靠性优化设计与可靠性提高

第3章 机械可靠性设计的基本原理

- 3.1 机械可靠性设计思想的转变
- 3.2安全系数设计法 与可靠性设计方法
- 3.3 应力—强度干涉模型
- 3.4机械零件的可靠度计算

混沌理论美国气象学家爱德华·洛伦茨



- 最为人知的表述就是蝴蝶效应：一只蝴蝶在巴西轻拍翅膀，会使更多蝴蝶跟着一起轻拍翅膀。最后将有数千只的蝴蝶都跟着那只蝴蝶一同振翅，其所产生的巨风可以导致一个月后在美国德州发生一场龙捲风。04年好莱坞就有部影片以其为根据片名叫《蝴蝶效应》.
- 最初提出“蝴蝶效应”并创立混沌理论

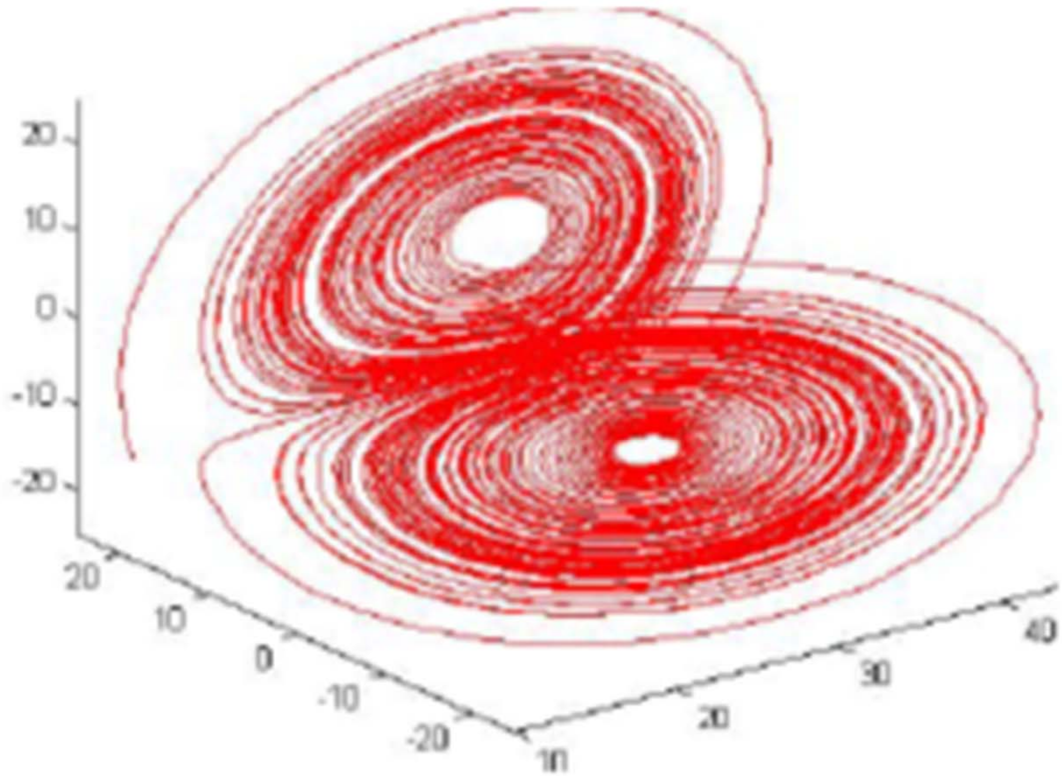


图 3　洛仑兹吸引子的相图

墨菲定律（Murphy's Law）

- 凡事只要有可能出错，那就一定会出错。

墨菲是美国爱德华兹空军基地的上尉工程师。1949年，他和他的上司斯塔普少校，在一次火箭减速超重试验中，因仪器失灵发生了事故。

墨菲发现，测量仪表被一个技术人员装反了。由此，他得出的教训是：**如果做某项工作有多种方法，而其中有一种方法将导致事故，那么一定有人会按这种方法去做。**

第3章 机械可靠性设计的基本原理

3.1 机械可靠性设计思想的转变

- 有一首翻译的英文诗："钉子缺，蹄铁卸；蹄铁卸，战马蹶；战马蹶，骑士绝；骑士绝，战事折；战事折，国家灭。"

---引自：机遇与混沌

《蝴蝶效应之谜：走近分形与混沌》

上面的故事，是由一系列"凑巧发生"的概率事件，导致的结果，下面我们引出今天的课程内容。

第3章 机械可靠性设计的基本原理

3.1 机械可靠性设计思想的转变

- 基本概念:

  传统设计+可靠性设计=现代设计

  负载(应力)、强度与失效

传统设计→ 设计理论的发展 / 设计概念的深化 →可靠性设计

3.1 机械可靠性设计思想的转变

传统设计与可靠性设计的比较：

- 相同点：研究对象——安全与失效；

参　　数——应力$s=f(s_1,s_2\cdots s_n)$

强度$r=g(r_1,r_2\cdots r_n)$

$r>s$ ——安全

$r<s$——失效

$r=s$为临界状态。

3.1 机械可靠性设计思想的转变

传统设计与可靠性设计的比较——不同点

不同点	传统设计法	可靠性设计法
设计变量处理方法不同	应力、强度、安全系数、载荷、几何尺寸等均为单值变量	应力、强度、安全系数、载荷、几何尺寸等均为随机变量，且呈一定分布
设计变量运算方法不同	代数运算，单值变量，如 **s=F/A**	随机变量的组合运算，为多值变量，**S(μs，σs)= F(μF，σF)/A(μA，σA)**
设计准则含义不同	安全准则：**σ<[σ];n>[n]**	安全准则：**R（t）**=P(r>s)≥**[R]**

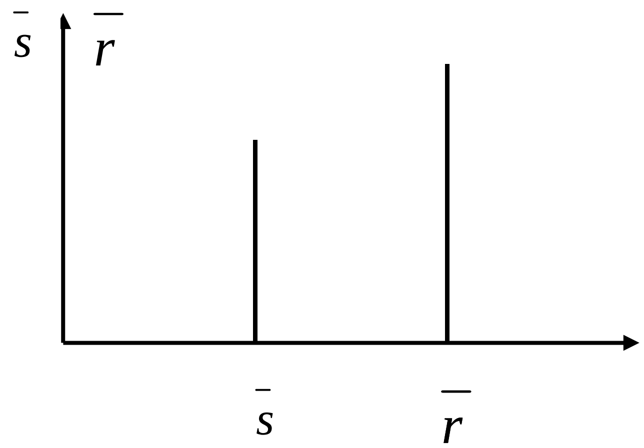
第3章 机械可靠性设计的基本原理

3.2 安全系数设计法与机械可靠性设计法

1)安全系数设计法

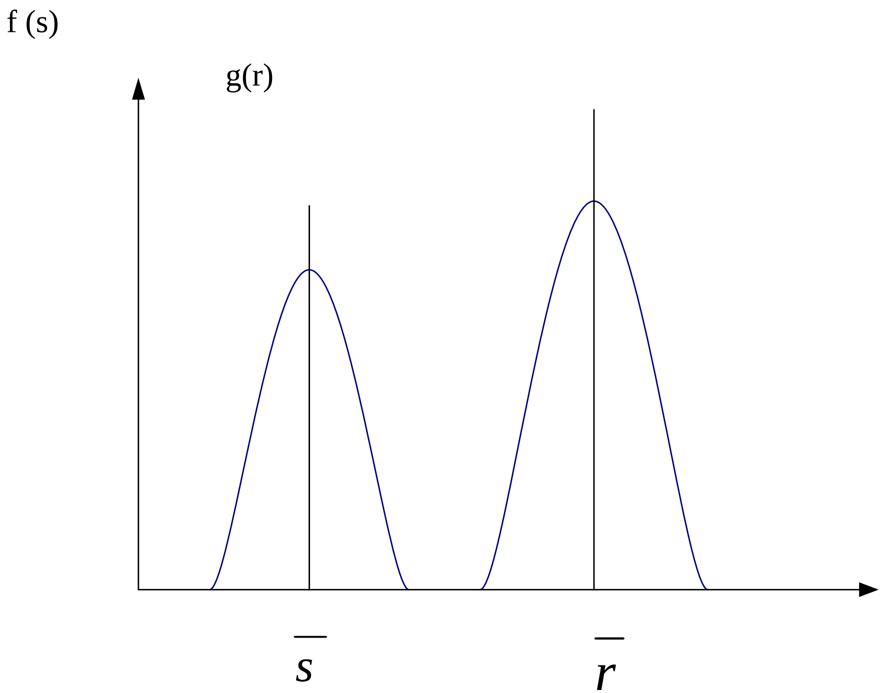
认为零件的强度和应力都是单值的，因而安全系数也是单值的。

$n = \bar{s} / \bar{r}$

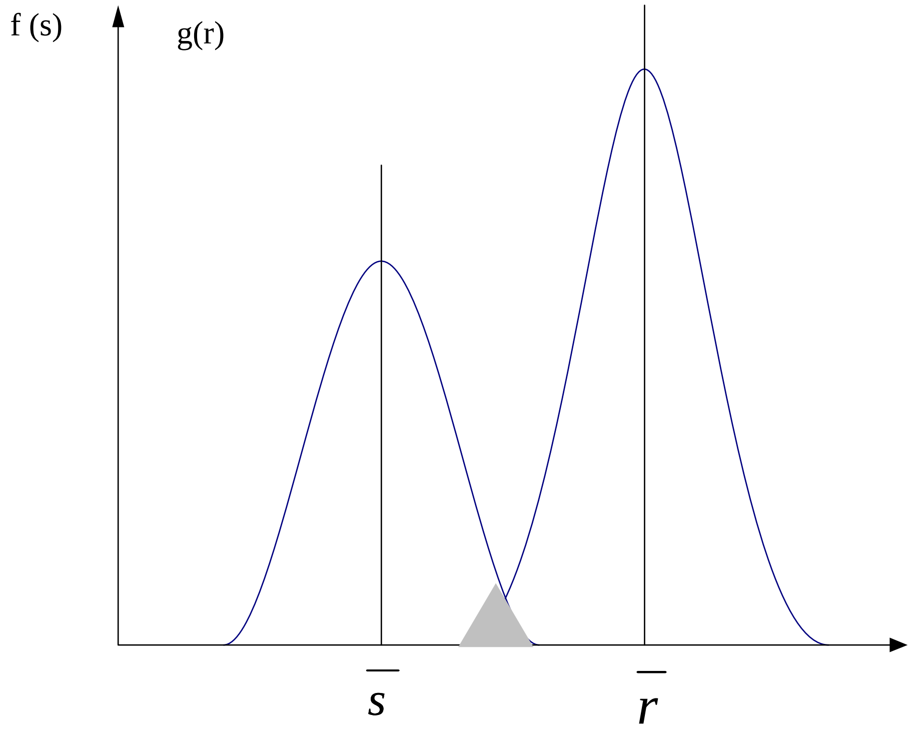


3.2 安全系数设计法与机械可靠性设计法

2)可靠性设计法——概率设计法



互不干涉的应力—强度分布



尾部发生干涉的应力—强度分布

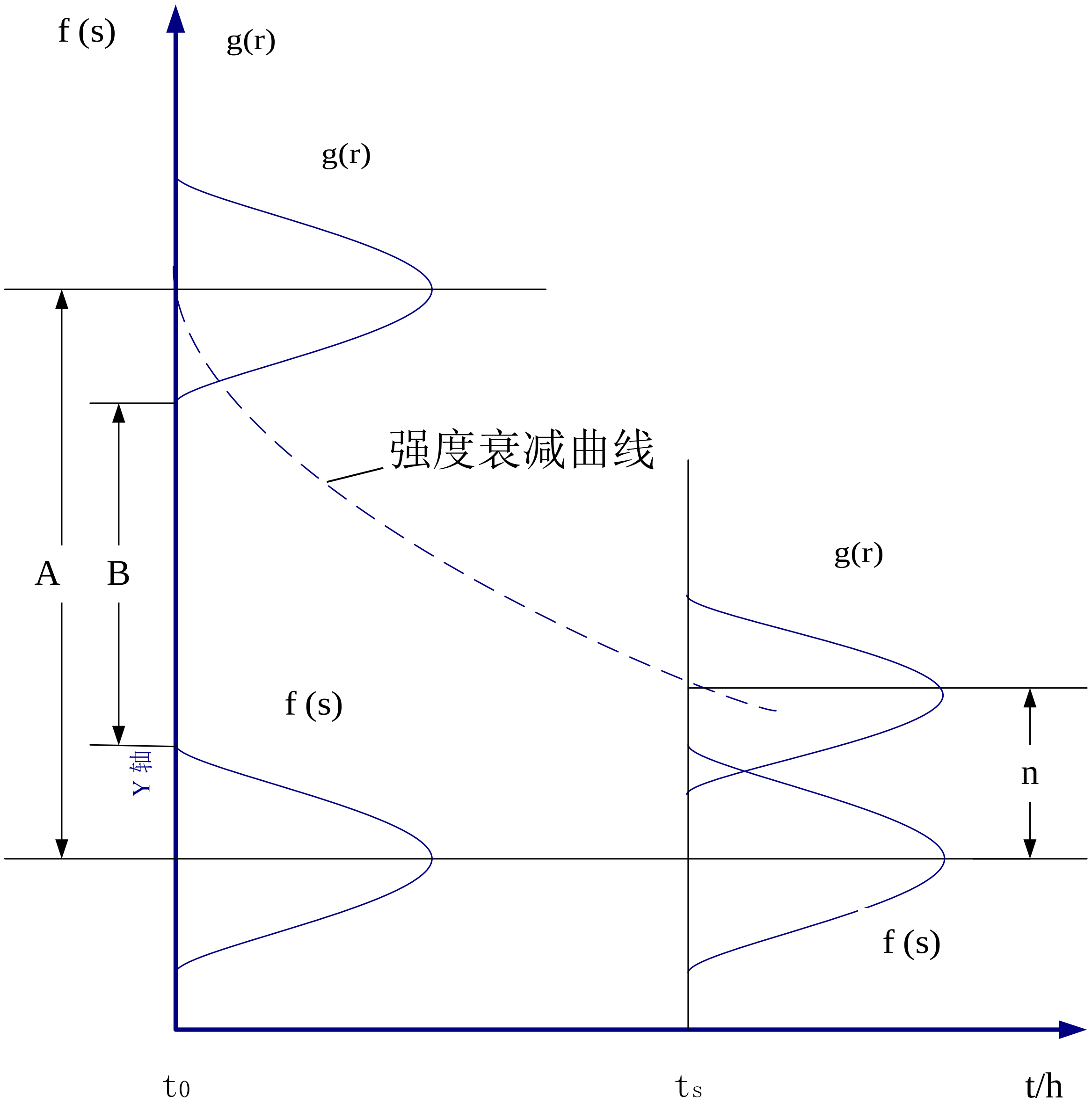
A—常规设计安全系数；

B—实际安全裕度；

n—平均安全系数；

t_0时刻—绝对安全；

t_s时刻—R=P(s<r）安全；



应力—强度随时间变化曲线

安全系数法的基本思想是：机械结构在承受外载作用下，计算得到的应力小于该结构材料的许用应力，即

$$\sigma_{计算} \leq \sigma_{许用}$$

$$\sigma_{计算} = \frac{\sigma_{极限}}{n}$$

式中，n为安全系数；$\sigma_{极限}$为极限应力。

任意可靠度下的安全系数n_R可表示为

$$n_R=\frac{\delta_{\min}}{\sigma_{\max}}=\frac{\left(1-Z_\delta C_\delta\right)\bar{\delta}}{\left(1+Z_\sigma C_\sigma\right)\bar{\sigma}}$$

其中：Z_δ，Z_σ强度、应力偏差；

C_δ，C_σ强度、应力的变异系数；

$\bar{\delta}$，$\bar{\sigma}$强度、应力均值，

或者说是$R=0.5$时强度和应力对应值。

安全系数n

$$n = {最小强度}\Big/{最大应力} = {r_{\min}}\Big/{s_{\max}};$$

正态分布3σ原则下：

$$n = {(\mu_r - 3\sigma_r)}\Big/{(\mu_s - 3\sigma_s)};$$

可靠度意义下的安全系数：

$$n_R = {r_{\min}(R_r)}\Big/{s_{\max}(R_s)}.$$

第3章 机械可靠性设计的基本原理

3.3 应力—强度干涉模型

机械零部件设计的基本目标是,在一定的可靠度下保证其危险断面上的最小强度(抗力)不低于最大的应力,否则,零件将由于未满足可靠度要求而导致失效.这里应力和强度都不是一个确定的值,而是由若干随机变量组成的多元随机函数(随机变量),它们都具有一定的分布规律。

应力--强度干涉模型

这种应力与强度的分布情况,严格地说都或多或少地与时间因素有关, 应力s、强度r的分布与时间的关系. 当时间t=0时,两个分布有一定的距离,不会产生失效, 但随着时间的推移,由于环境,使用条件等因素的影响,材料强度退化,导致在$t=t_2$时应力分布与强度分布发生干涉，这时将可能产生失效. 通常把这种干涉称为应力——强度干涉模型。此时，零件的不可靠度（失效概率）与可靠度（安全概率）可分别表示为:

$$F=P(r<s) \qquad R=P(r>s)$$

具有 $F+R=1$

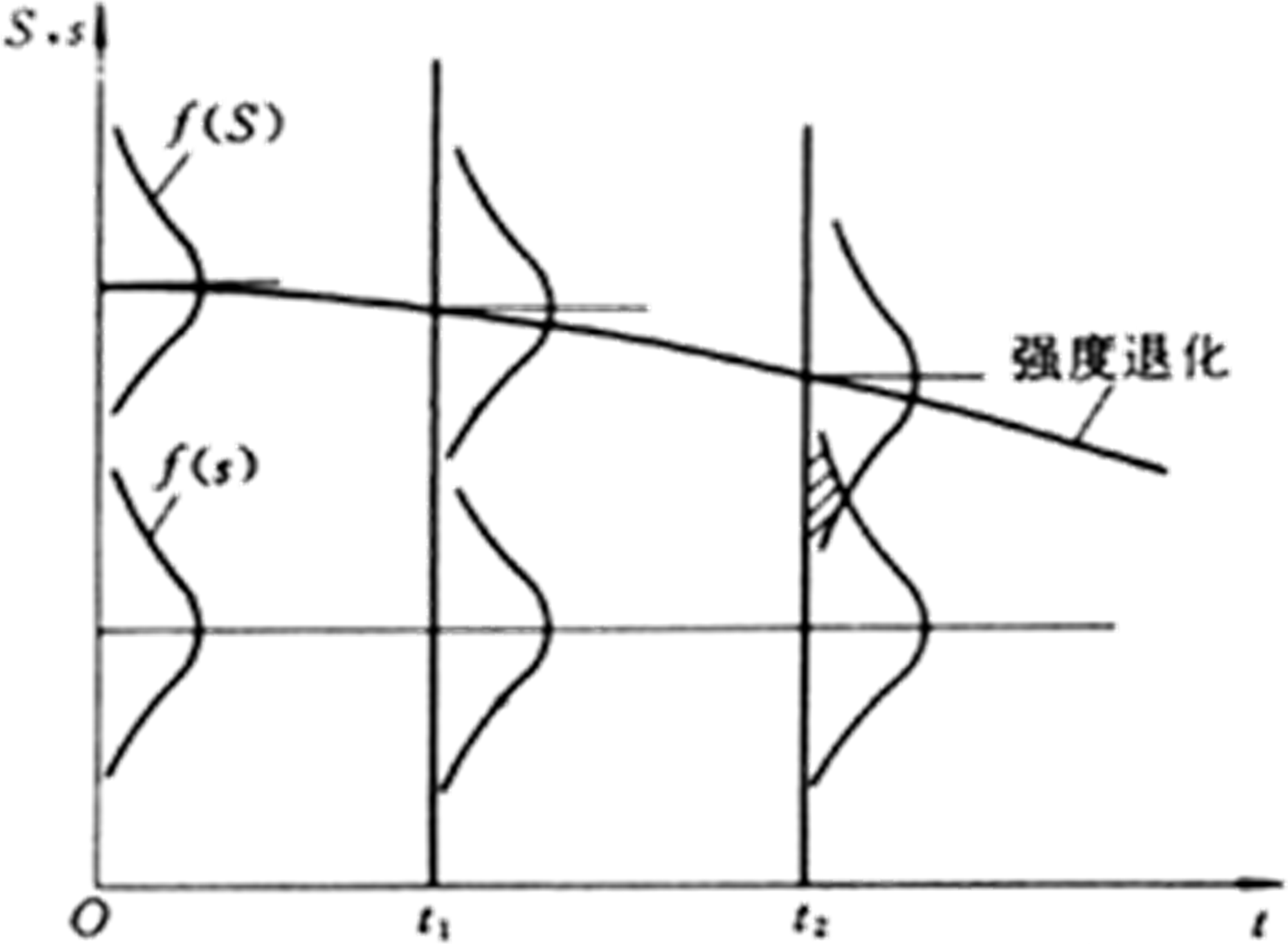
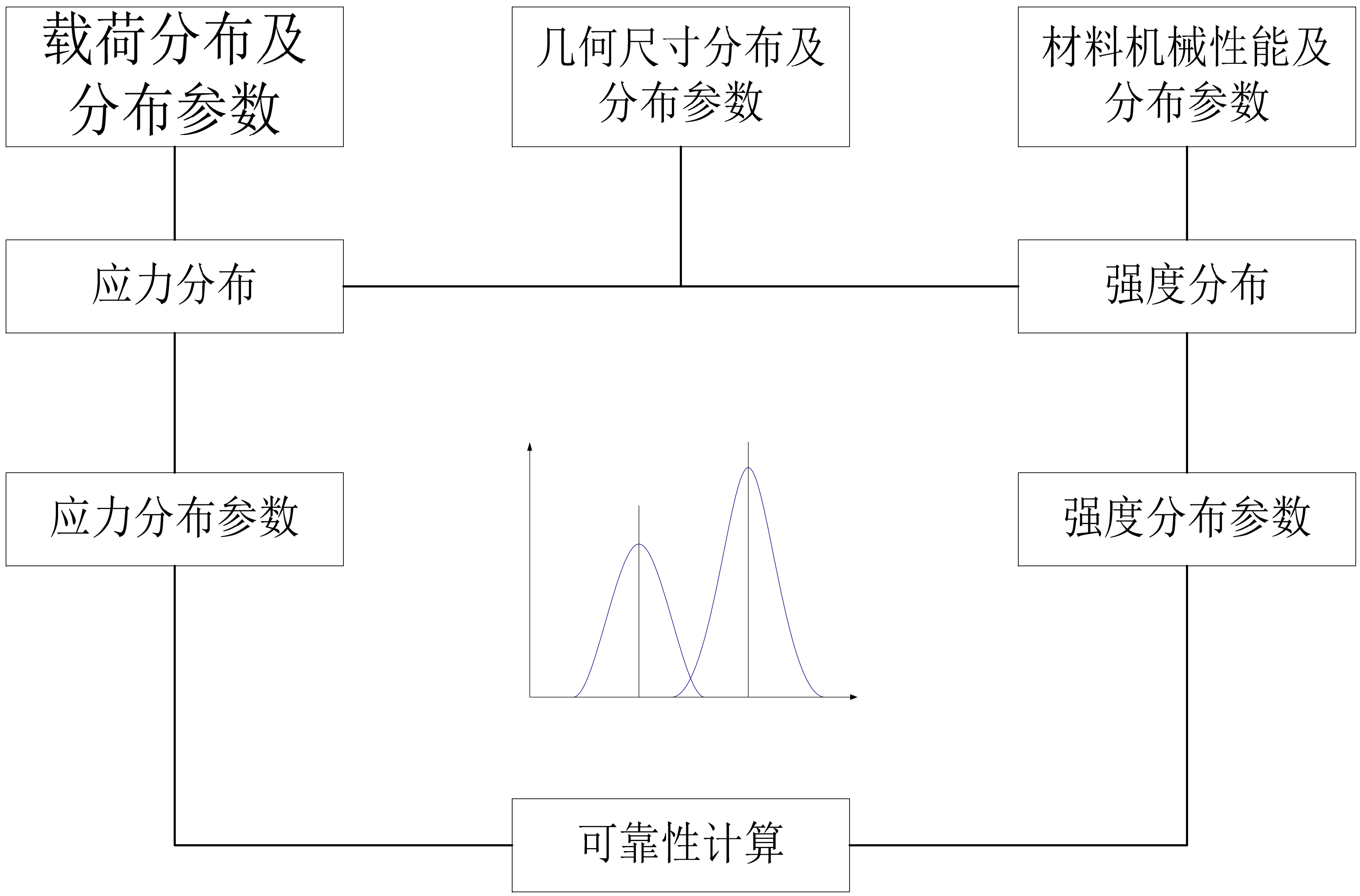


图 3-7　应力—强度分布与时间的关系

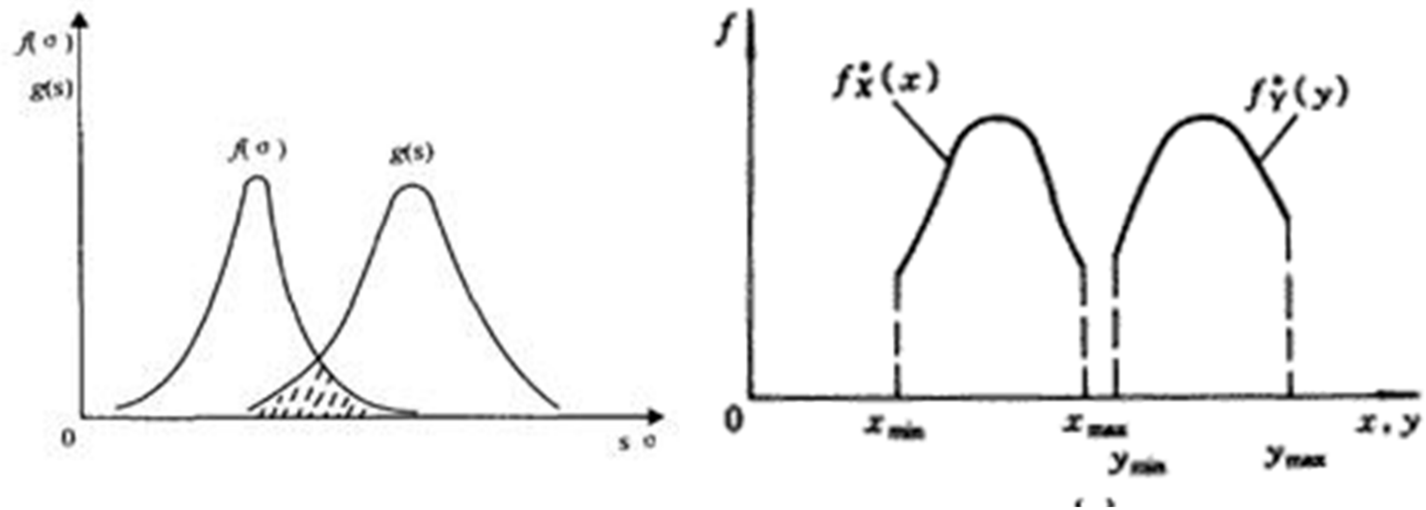


应力—强度分布干涉模型原理

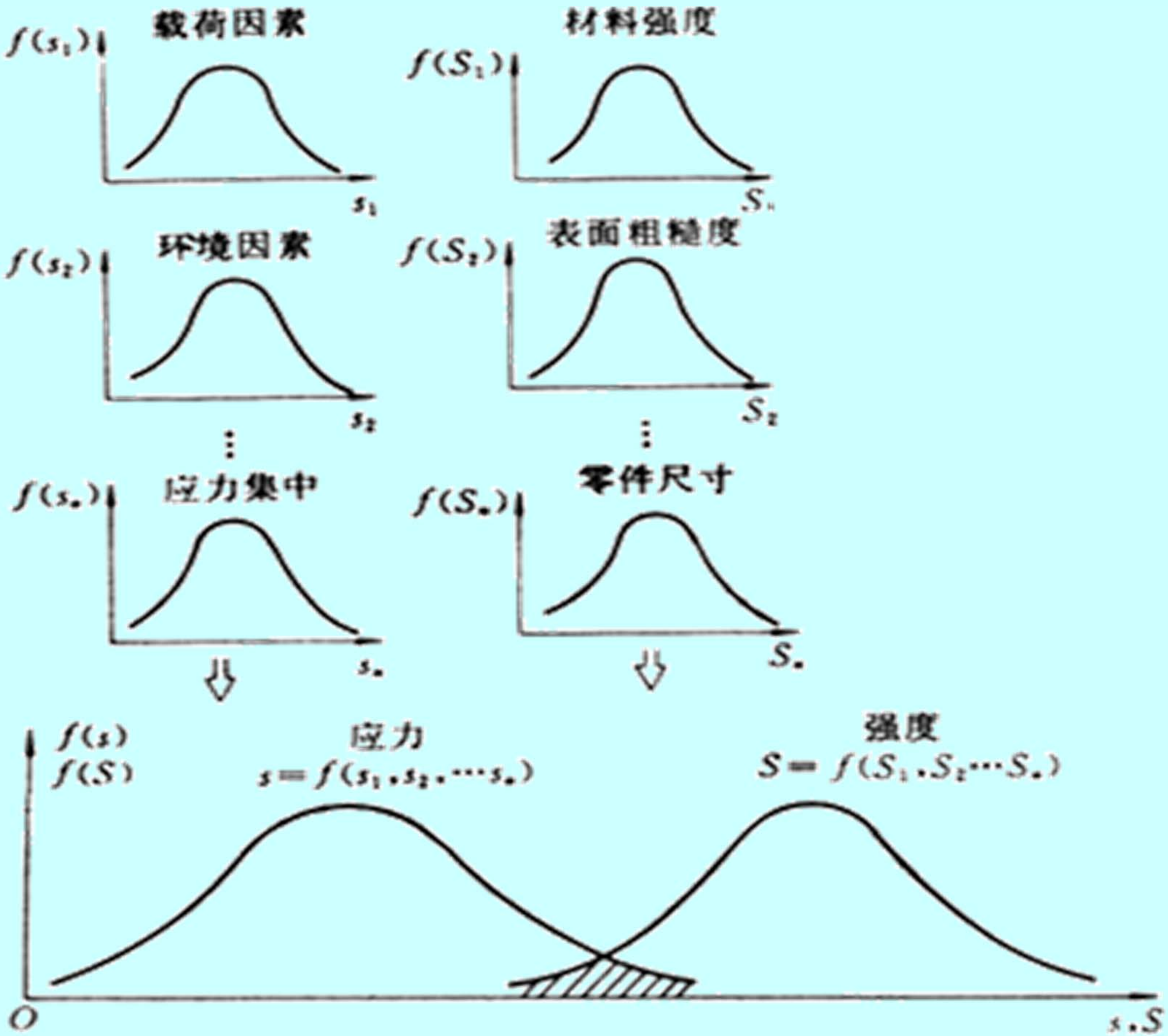
应力强度模型的应用—过应力试验

- 从上述应力-强度干涉模型曲线，可以看出，“干涉区面积”大小与失效概率成正比。
- 因此故意施加过应力导致薄弱产品失效，从而保留带有左边被截去的强度分布总体，以便消除重叠来增加残存总体的可靠性。

提高可靠性的方法
--过应力试验，间隔设计



- 截去强度弱的部分，即左边的部分。以提高可靠性。--过应力试验。
- 截去应力右边高应力部分，提高可靠性。降额设计。



载荷因素
$f(s_1)$
s_1
材料强度
$f(S_1)$
S_1
环境因素
$f(s_2)$
s_2
表面粗糙度
$f(S_2)$
S_2
应力集中
$f(s_n)$
s_n
零件尺寸
$f(S_n)$
S_n
$f(s)$
$f(S)$
应力
$s=f(s_1,s_2,\cdots s_n)$
强度
$S=f(S_1,S_2\cdots S_n)$
O
s,S

应力强度干涉模型

公 式 的 推 导 如 下：

根据上述应力-强度干涉模型的分析知,强度低于应力则系统(装置、零部件）失效概率P_f和可靠度R的表达式如下:

$$P_f = P(r \le s) = P(r - s \le 0)$$

$$R = P(r > s) = P(r - s > 0)$$

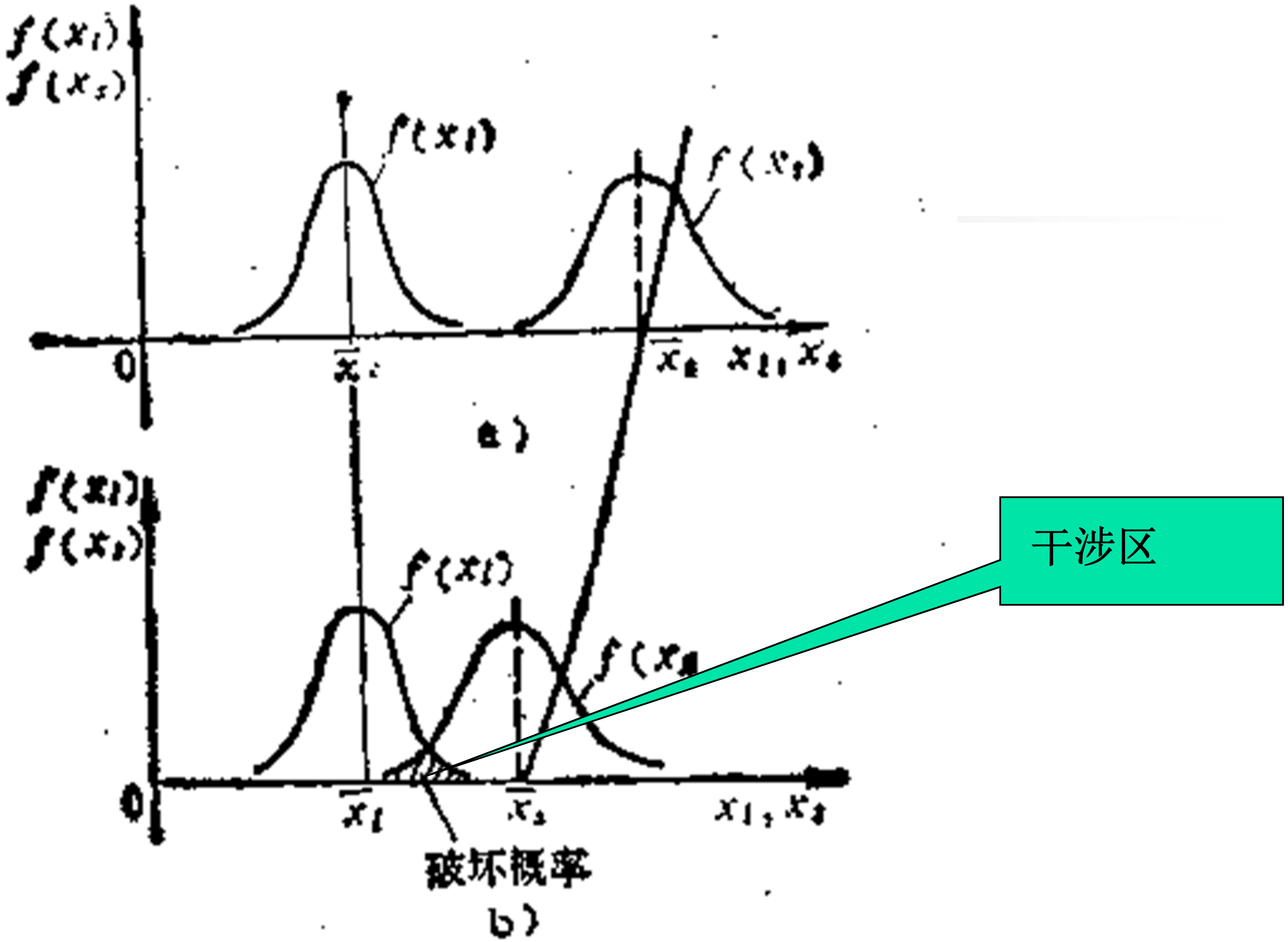
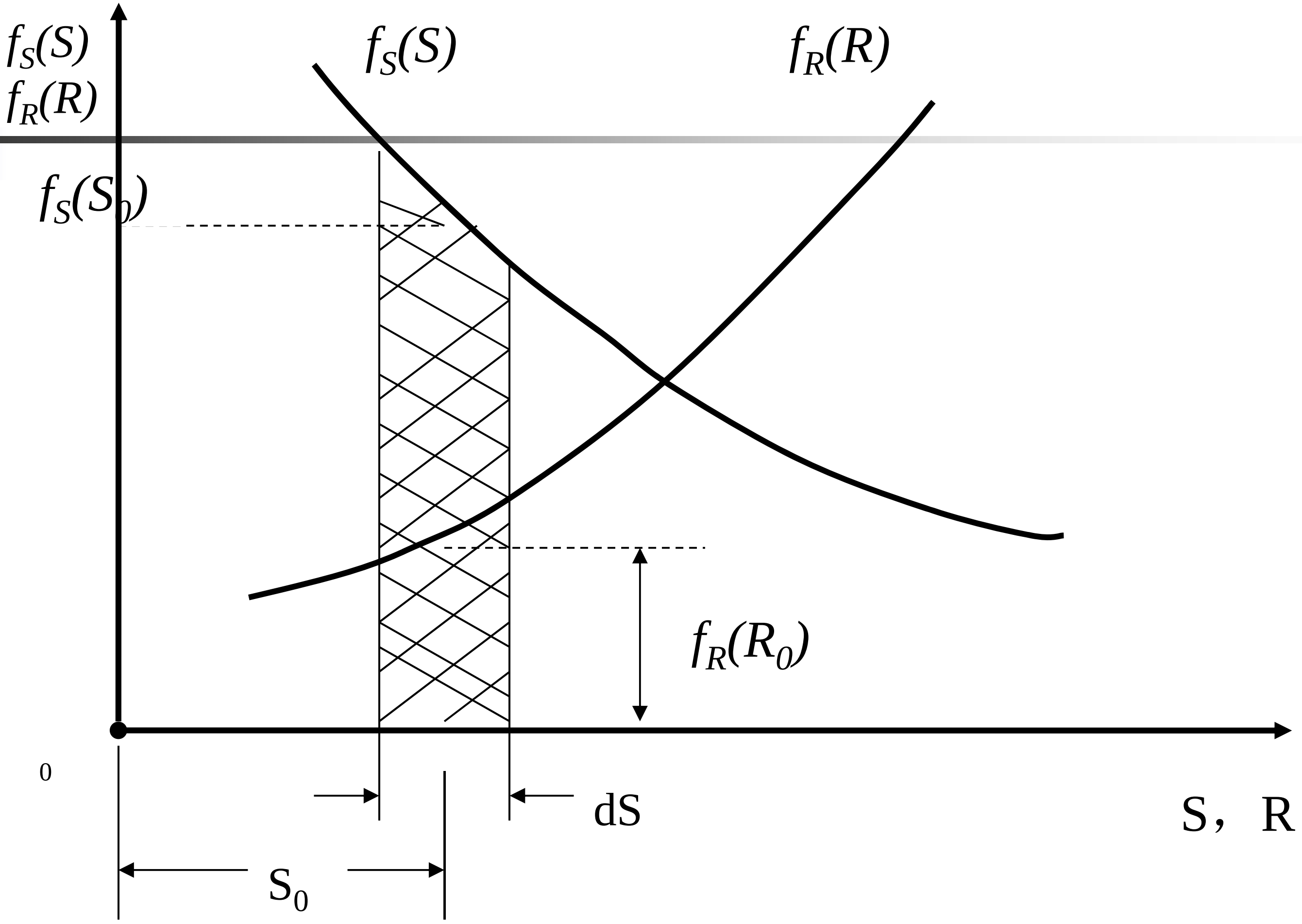


图4-1　应力分布和强度分布的模型



干涉分布区放大图

(1) 推导可靠度和失效概率

$$P\left(s_0-\frac{ds}{2}\le s<s_0+\frac{ds}{2}\right)=f_s(s_0)ds$$

$$P(r>s_0)=\int_{s_0}^{\infty}f_r(r)dr$$

应力在ds内的概率与材料强度大于s_0的概率为

$$f_s(s_0)ds\left[\int_{s_0}^{\infty}f_r(r)dr\right]$$

$$因为 s_0 \in [0,\infty)$$

$$可靠度 \quad R=\int_{-\infty}^{+\infty} f_s(s)\left[\int_s^{\infty} f_r(r)dr\right]ds$$

$$失效概率 \quad P_f=1-R=1-\int_{-\infty}^{+\infty} f_s(s)\left[\int_s^{\infty} f_r(r)dr\right]ds$$

(2) 根据应力小于强度 的情况可以推导出另一种形式

$$P\left(r_0-\frac{dr}{2}\le r<r_0+\frac{dr}{2}\right)=f_r(r_0)dr$$

$$P(s\le r)=\int_{-\infty}^{r_0} f_s(s)ds$$

$$R=\int_{-\infty}^{\infty} f_r(r)\int_{-\infty}^{r} f_s(s)dsdr$$

$$P_f=1-R=1-\int_{-\infty}^{\infty} f_r(r)\int_{-\infty}^{r} f_s(s)dsdr$$

(3) 联合概率密度函数积分法

- 在机械工程可靠性分析中,引入干涉随机变量y.
- y=r-s;
- r, s为相互独立的随机变量,则y的概率密度函数为:

$$f_y(y)=\int_s f_r(y+s)f_s(s)ds$$

$$R=P(y>0)$$

当y>0时

$$f_y(y)=\int_0^{\infty} f_r\left(y+s\right)f_s(s)ds$$

当y≤0时

$$f_y(y)=\int_{-y}^{\infty} f_r\left(y+s\right)f_s(s)ds$$

干涉随机变量y>0的概率即为可靠度

$$R=\int_0^{\infty}\int_0^{\infty} f_r(y+s) f_s(s)\,ds\,dy$$

干涉随机变量y<0的概率即为失效概率

$$P_f=\int_{-\infty}^{0} f_y(y)\,dy=\int_{-\infty}^{0}\int_{-y}^{\infty} f_r(y+s) f_s(s)\,ds\,dy$$

第3章 机械可靠性设计的基本原理

3.4零件的可靠度计算

1）应力、强度均为正态分布

2）应力、强度均为对数正态分布

3）应力、强度均为指数分布

4）计算实例

第3章 机械可靠性设计的基本原理

3.4机械零件的可靠度计算

1）应力、强度均为正态分布

概率密度函数：

$$f(s)=\frac{1}{\sigma_s\sqrt{2\pi}}\exp[-\frac{1}{2}(\frac{s-\mu_s}{\sigma_s})^2]$$

$$g(r)=\frac{1}{\sigma_r\sqrt{2\pi}}\exp[-\frac{1}{2}(\frac{r-\mu_r}{\sigma_r})^2]$$

第3章 机械可靠性设计的基本原理

3.4机械零件的可靠度计算

1）应力、强度均为正态分布

$$R = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{Z} \exp\left[-\frac{1}{2}(Z)^2\right] dZ$$

$$Z = \frac{\mu_r - \mu_s}{\sqrt{\sigma_s^2 + \sigma_r^2}}$$

第3章 机械可靠性设计的基本原理

3.4机械零件的可靠度计算

1）应力、强度均为正态分布

可靠度R与可靠性系数Z的对应关系

R	Z	R	Z	R	Z
0.5	0	0.995	2.567	0.999999	4.753
0.9	1.288	0.999	3.091	0.9999999	5.199
0.95	1.645	0.9999	3.719	0.99999999	5.621
0.99	2.326	0.99999	4.265	0.999999999	5.997

3.4机械零件的可靠度计算

2）应力、强度均为对数正态分布

应力s、强度 r 服从对数正态分布，

lns、lnr 服从正态分布，

$\mu_{\ln s}$ 、$\mu_{\ln r}$ 为应力和强度的对数均值；

$\sigma_{\ln s}$ 、$\sigma_{\ln r}$ 为应力和强度的对数标准差。

对数正态分布

<u>定理2.6.3</u>　设 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，则 $Y=e^X$ 的服从

$$p(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,y\sigma_{\ln y}}\exp\left\{-\frac{(\ln y-\mu_{\ln y})^2}{2\sigma^2_{\ln y}}\right\},\quad y>0.$$

第3章 机械可靠性设计的基本原理

3.4机械零件的可靠度计算

2）应力、强度均为对数正态分布

$$R=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{Z}\exp[-\frac{1}{2}(Z)^{2}]dZ$$

$$Z=\frac{\mu_{\ln r}-\mu_{\ln s}}{\sqrt{\sigma_{\ln r}^{2}+\sigma_{\ln s}^{2}}}$$

第3章 机械可靠性设计的基本原理

3.4机械零件的可靠度计算

2）应力、强度均为对数正态分布

$$\mu_{\ln r} = \ln \mu_r - \frac{\sigma_{\ln r}^2}{2} \qquad \mu_{\ln s} = \ln \mu_s - \frac{\sigma_{\ln s}^2}{2}$$

$$\sigma_{\ln r}^2 = \ln[\left(\frac{\sigma_r}{\mu_r}\right)^2 + 1] \qquad \sigma_{\ln s}^2 = \ln[\left(\frac{\sigma_s}{\mu_s}\right)^2 + 1]$$

第3章 机械可靠性设计的基本原理

3.4机械零件的可靠度计算

3）应力、强度均为指数分布

应力 s、强度r服从指数分布时，其概率密度函数为：

$$f(s)=\lambda_s e^{-\lambda_s \cdot s}$$

$$g(r)=\lambda_r e^{-\lambda_r \cdot r}$$

第3章 机械可靠性设计的基本原理

3.4机械零件的可靠度计算

3）应力、强度均为指数分布

应力 s、强度r服从指数分布时，其可靠度为:

$$R = P\{r > s\} = \int_{o}^{\infty} \lambda_s e^{-(\lambda_r + \lambda_s)\cdot s} ds = \frac{\lambda_s}{\lambda_r + \lambda_s}$$

$$E[r] = \mu_r = \frac{1}{\lambda_r}$$

$$E[s] = \mu_s = \frac{1}{\lambda_s}$$

$$R = \frac{\mu_r}{\mu_s + \mu_r}$$

安全系数的计算（p55）

1、应力、强度均为正态分布时的安全系数

正态分布下的可靠度、均值安全系数及变异系数关系：

$$Z_R = \frac{\mu_\delta - \mu_s}{\sqrt{\sigma_\delta^2 + \sigma_s^2}}$$

$$= \frac{\dfrac{\mu_\delta}{\mu_s} - 1}{\sqrt{\dfrac{\sigma_\delta^2}{\mu_\delta^2} \cdot \dfrac{\mu_\delta^2}{\mu_s^2} + \dfrac{\sigma_s^2}{\mu_s^2}}} = \frac{n_c - 1}{\sqrt{C_\delta^2 n_c^2 + C_s^2}}$$

2 应力、强度均为对数正态分布的安全系数

$$Z_R = \frac{\mu_{\lg\delta} - \mu_{\lg s}}{\sqrt{\sigma_{\lg\delta}^2 + \sigma_{\lg s}^2}} \approx \frac{\ln\mu_\delta - \ln\mu_s}{\sqrt{C_\delta^2 + C_s^2}}$$

可得：

$$\ln\mu_\delta - \ln\mu_s = Z_R\sqrt{C_\delta^2 + C_s^2}$$

可靠度设计的均值安全系数为

$$n_c = \frac{\mu_\delta}{\mu_s} = e^{Z_R\cdot\sqrt{C_\delta^2 + C_s^2}}$$

4 应力、强度分布类型不明确的安全系数

均值安全系数的下限：

$$n_L \geq \frac{1}{1 - C_n \sqrt{\dfrac{R}{1-R}}}$$

$$C_n = \sqrt{C_\delta^2 + C_s^2}$$

分布类型不明确的安全系数

- 推导过程：首先利用了切比雪夫不等式；可以得到可靠度的下限；然后就得到上页中的均值安全系数下限。
- （推导过程略）

$$P(|n-a| \le \varepsilon) \ge 1-\frac{E[(n-a)^2]}{\varepsilon^2}$$

$$R_L = 1-\frac{n^2 C_n^2}{n^2 C_n^2 + (n-1)^2}$$

第3章 机械可靠性设计的基本原理

3.4机械零件的可靠度计算

4）计算实例

（1）钢丝绳的可靠度计算

（2）拉杆的可靠度与安全系数计算

（3）服从对数正态分布的零件可靠度计算

（1）钢丝绳的可靠度计算

已知：钢丝绳的应力和强度都服从于正态分布，其中应力和强度的均值和标准差为：

Smu=379MPa, Ssd=41.4MPa; Rmu=517MPa, Rsd=24.1MPa。求：可靠度。

$$Z=-\frac{Rmu-Smu}{\sqrt{Rsd^2+Ssd^2}}=-\frac{517-379}{\sqrt{24.1^2+41.4^2}}=-2.88$$

$$R(t)=0.99801$$

（2）拉杆的可靠度与安全系数计算

设拉杆的应力和强度都服从正态分布；

Smu=54MPa, Ssd=10.8MPa, CS=0.2;

Rmu=80MPa, Rsd=8MPa, CR=0.1;求：可靠度和安全系数。

$$Z=-\frac{80-54}{\sqrt{64+116.64}}=-1.934;$$

$$R=0.97$$

$$n_{\binom{95}{99}}=\frac{R_{(0.95)}}{S_{(0.99)}}=\frac{(1-1.65\times0.1)80}{(1+2.33\times0.2)54}=0.844$$

（3）服从对数正态分布的零件可靠度计算

已知：R和S的平均值和变异系数分别为：

Rm=75.0, Cr=0.2; Sm=35.0, Cs=0.35; 求：当R、S服从对数正态分布时的可靠指标和失效概率？

$$Z=\frac{\ln\left(\frac{Rm}{Sm}\sqrt{\frac{1+Cs^2}{1+Cr^2}}\right)}{\sqrt{\ln\left[\left(1+Cr^2\right)\left(1+Cs^2\right)\right]}}=\frac{\ln\left(\frac{75}{35}\sqrt{\frac{1+0.35^2}{1+0.20^2}}\right)}{\sqrt{\ln\left[\left(1+0.2^2\right)\left(1+0.35^2\right)\right]}}$$

$$=1.8402$$

$$P_f=\Phi(-1.8402)=3.2870\times10^{-2}$$

同上，如果服从正态分布时。

$$Z=\frac{(Rm-Sm)}{\sqrt{\left[(Rm*Cr)^2+(Sm*Cs)^2\right]}}$$

$$=\frac{75-35}{\sqrt{\left[(75*0.2)^2+(35*0.35)^2\right]}}=2.0654$$

$$P_f=\Phi(-2.0654)=1.9442\times10^{-2}$$

第3章　机械可靠性设计基本原理

总结：

- 机械可靠性设计思想的转变
- 安全系数设计法 与可靠性设计方法
- 应力—强度干涉模型
- 机械零件的可靠度计算

本章作业（p58） （1）

- 简述机械可靠性设计方法。
- 已知某零件的应力s和强度r服从对数正态分布，应力的均值和标准差为60MPa, 20MPa; 强度的均值和标准差为100MPa,10MPa。
- 求：零件的可靠度。

作业 （2）

- 钢丝绳承载能力和载荷为正态分布，承载能力的均值和标准差为907.2kN, 136kN;载荷的均值和标准差为554.3kN,113kN。球钢丝绳可靠度。如果承载能力的标准差降低到90.7kN，求：可靠度?
- 发动机零件应力的均值和标准差为350MPa, 20MPa，材料强度均值标准差为，820MPa, 60MPa, 它们均为正态分布。
- 求：零件可靠度?

下讲

第4章 系统可靠性设计

- 4.1 系统可靠性设计概述
- 4.2 可靠性预测
- 4.3 可靠性分配
- 4.4 故障树分析