

传递过程

鲍 博

华东理工大学 化工学院

第三章 热量传递

3.1 传热机理

例3-1 热水瓶保温

热传导，热对流，热辐射。

影响因素：

①. 物性特征： ρ 、 k 、 C_p 、 μ 等。

（物性是温度的函数，特性温度）

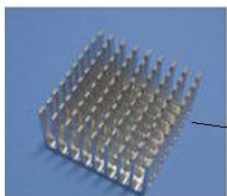
②. 几何特征：尺度、形状、方位等。

③. 动力学特征：流动状态（层流、湍流）等。

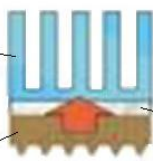


例3-2 芯片散热

增大传热面积



提高传热系数



散热翅片

导热材料

芯片

减小接触热阻



3.1.1 热传导

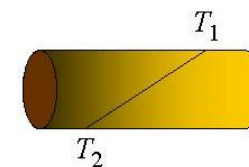
傅里叶定律 $q_x = -k \frac{dT}{dx}$

q_x : 导热通量 [$\text{J}/\text{m}^2 \cdot \text{s}$]

k : 热导率 [$\text{W}/\text{m} \cdot \text{K}$]

$\frac{dT}{dx}$: 温度梯度 [K/m]

负号表明热量由高温传向低温。



热导率 k

热导率与材料的组成、物质结构、温度和压力有关。

固体的热导率 $k = k_0(1 + aT)$

式中： k_0 为 0°C 时的热导率 $[\text{W}/\text{m}\cdot\text{K}]$

a 为温度系数 $[1/^\circ\text{C}]$

大多数金属材料 $a < 0$

大多数非金属材料 $a > 0$

良导体一定是好的导热体

气体的热导率

$$k = f(T)$$

$$T \uparrow, k \uparrow$$

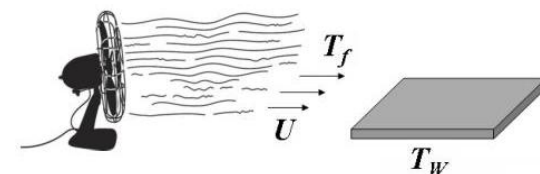
液体的热导率

$$k = f(T)$$

$$T \uparrow, k \downarrow$$

除水和甘油外

3.1.2 热对流



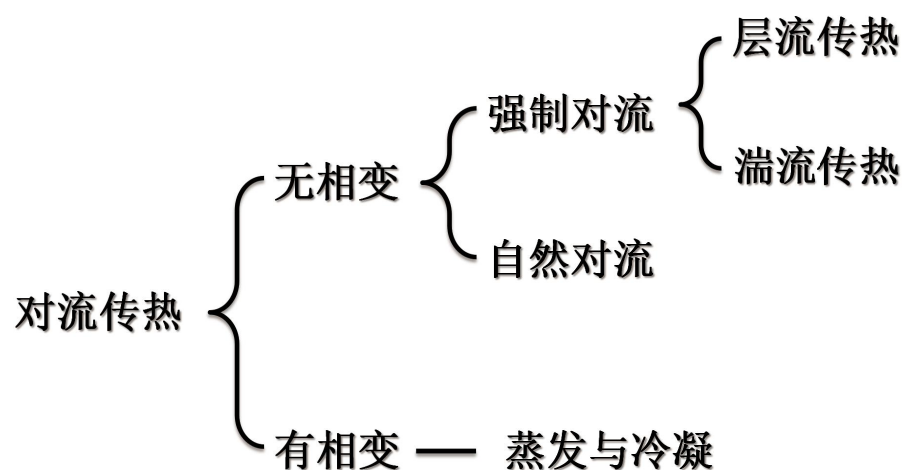
流体相对于固体作宏观运动时，引起微团尺度上的热量传递。

其规律符合**牛顿冷却定律**：

$$Q = qA = hA(T_w - T_f)$$

式中： h 对流传热系数 $[\text{W}/\text{m}^2\cdot\text{K}]$ ，通常由实验测定。

壁面对流传热的类型



湍流 > 层流、强制对流 > 自然对流、有相变 > 无相变

3.1.3 热辐射

$$q = \varepsilon C_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4$$



ε : 黑度, 由实验测得, 其值为0~1

C_0 : 黑体辐射系数, 其值为5.67 [W/m²·K⁴]

T : 绝对温度 [K]



防热辐射套装



3.2 热量传递微分方程

守恒原理的一般表达式

$$\text{特征量变化速率} = \text{特征量输入速率} - \text{特征量输出速率} + \text{特征量生成速率}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = Q_1 - Q_2 + R$$

热量变化速率是指控制体内热量对时间的变化量。

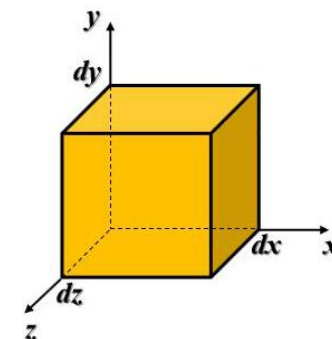
热量输入和输出速率是指单位时间从控制面输入和输出控制体的热量

热量生成速率是指单位时间控制体内因化学或物理过程产生或消失的热量

3.2.1 对流传热微分方程

控制体的热量变化速率：

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial(\rho C_p T)}{\partial t} dx dy dz$$



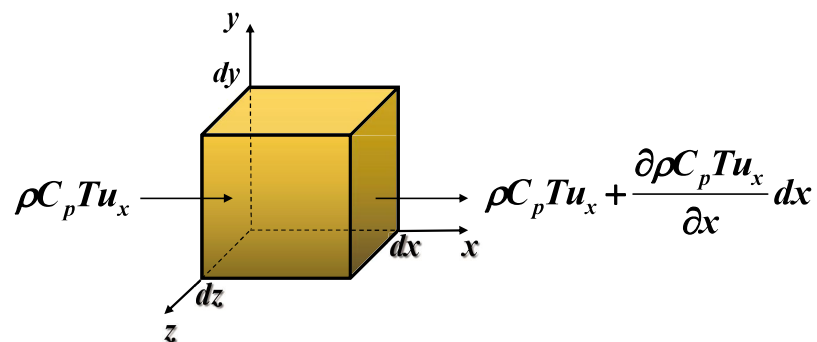
控制体内因化学反应发生的放热或吸热，还有介质通电产生的热量，则热量生成速率：

$$R = \dot{q} dx dy dz$$

其中 \dot{q} 为单位体积控制体的热量生成速率。

热量输入和输出速率

流体流动带入和带出的热量净速率：



x方向流动带入和带出的热量净速率：

$$\rho C_p Tu_x dydz - \left(\rho C_p Tu_x + \frac{\partial \rho C_p Tu_x}{\partial x} dx \right) dydz = -\frac{\partial \rho C_p Tu_x}{\partial x} dx dydz$$

同理

y方向流动带入和带出的热量净速率：

$$\rho C_p Tu_y dx dz - \left(\rho C_p Tu_y + \frac{\partial \rho C_p Tu_y}{\partial y} dy \right) dx dz = -\frac{\partial \rho C_p Tu_y}{\partial y} dx dy dz$$

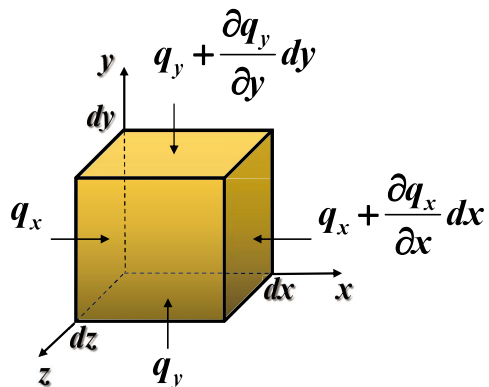
z方向流动带入和带出的热量净速率：

$$\rho C_p Tu_z dx dy - \left(\rho C_p Tu_z + \frac{\partial \rho C_p Tu_z}{\partial z} dz \right) dx dy = -\frac{\partial \rho C_p Tu_z}{\partial z} dx dy dz$$

流体流动带入和带出的总热量净速率：

$$-\left(\frac{\partial \rho C_p Tu_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho C_p Tu_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho C_p Tu_z}{\partial z} \right) dx dy dz$$

热传导产生的热量净速率：



x 方向热传导产生的热量净速率：

$$q_x dydz - \left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \right) dydz = -\frac{\partial q_x}{\partial x} dx dydz$$

同理

y 方向热传导产生的热量净速率：

$$q_y dx dz - \left(q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy \right) dx dz = -\frac{\partial q_y}{\partial y} dx dy dz$$

z 方向热传导产生的热量净速率：

$$q_z dx dy - \left(q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz \right) dx dy = -\frac{\partial q_z}{\partial z} dx dy dz$$

热传导产生的总热量净速率：

$$-\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) dx dy dz$$

热量输入和输出净速率：

$$Q_1 - Q_2 = - \left(\frac{\partial \rho C_p T u_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho C_p T u_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho C_p T u_z}{\partial z} \right) dx dy dz - \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) dx dy dz$$

根据热量守恒 $\frac{\partial Q}{\partial t} = Q_1 - Q_2 + R$

$$\frac{\partial(\rho C_p T)}{\partial t} = - \left(\frac{\partial \rho C_p T u_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho C_p T u_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho C_p T u_z}{\partial z} \right) - \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) + \dot{q}$$

$$\frac{\partial(\rho C_p T)}{\partial t} = - \left(\frac{\partial \rho C_p T u_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho C_p T u_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho C_p T u_z}{\partial z} \right) - \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) + \dot{q}$$

展开整理，引入连续性方程：

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$$

傅里叶导热定律： $q_x = -k \frac{dT}{dx}$

可得对流传热微分方程：

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u_x \frac{\partial T}{\partial x} + u_y \frac{\partial T}{\partial y} + u_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \dot{q}$$

回顾:

不可压缩流体的奈维-斯托克斯方程

以x方向为例

$$\rho \frac{Du_x}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho X + \mu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right)$$

惯性力

压力

体积力

粘性力

$$\text{随体导数 } a_x = \frac{Du_x}{Dt} = \underbrace{\frac{\partial u_x}{\partial t}}_{\text{局部导数}} + \underbrace{u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z}}_{\text{对流导数}}$$

思考: 代入随体导数的展开式, 与对流传热微分方程比较

3.2.2 导热微分方程

若介质为固体, 可得**导热微分方程**:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \dot{q}$$

无内热源 $\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)$

定常 $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = -\frac{\dot{q}}{k}$

定常且无内热源 $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0$ 拉普拉斯方程

3.2.3柱坐标和球坐标系方程的形式

柱坐标系

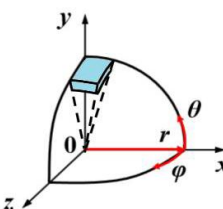
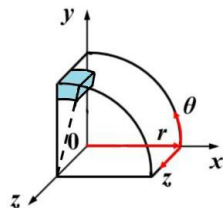
$$\frac{\partial T}{\partial t} + u_r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial T}{\partial z} = a \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] + \frac{\dot{q}}{\rho C_p}$$

球坐标系

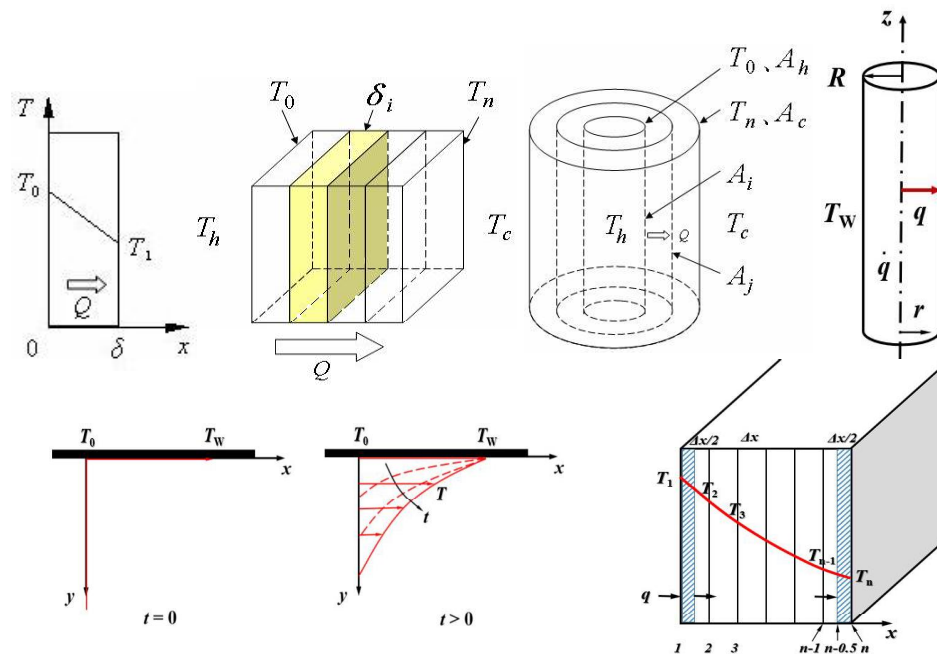
$$\frac{\partial T}{\partial t} + u_r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + \frac{u_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial T}{\partial \phi}$$

$$= a \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} \right] + \frac{\dot{q}}{\rho C_p}$$

其中 a 为导温系数 $a = \frac{k}{\rho C_p} \quad [\text{m}^2/\text{s}]$



3.3 热量传递微分方程的若干应用



3.3.1 平壁导热

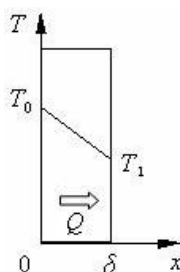
3.3.1.1 单层平壁导热

平壁玻璃内导热过程定常且无内热源，简化**导热微分方程**得：

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0$$

温度只x方向变化：

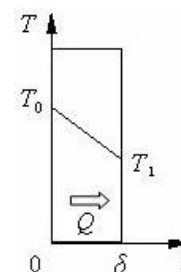
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$$



积分得： $\frac{dT}{dx} = C_1$ 再积分得： $T = C_1 x + C_2$

边界条件： $\begin{cases} x=0, & T=T_0 \\ x=\delta, & T=T_1 \end{cases}$

平壁玻璃内的温度分布 $\frac{T-T_0}{T_1-T_0} = \frac{x}{\delta}$



传热速率： $Q = qA = -Ak \frac{dT}{dx} = \frac{T_0 - T_1}{\frac{\delta}{Ak}}$

3.3.1.2 复合串联平壁导热

$$T_0 - T_1 = Q \cdot \frac{\delta_1}{k_1 A}$$

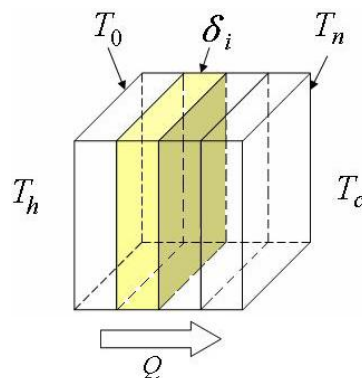
$$T_1 - T_2 = Q \cdot \frac{\delta_2}{k_2 A}$$

.....

$$T_{n-1} - T_n = Q \cdot \frac{\delta_n}{k_n A}$$

类似欧姆定律有

$$Q = \frac{T_0 - T_n}{\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{k_i A}}$$



热流体对流传热给壁面，平壁内导热传给另一侧壁面，再对流传给冷流体。

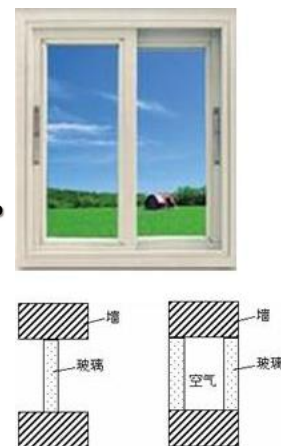
$$T_h - T_0 = Q \cdot \frac{1}{h_h A}$$

$$T_n - T_c = Q \cdot \frac{1}{h_c A}$$

$$Q = \frac{T_h - T_c}{\frac{1}{h_h A} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{k_i A} + \frac{1}{h_c A}}$$

例3-3 玻璃窗散热

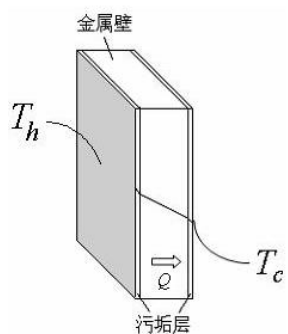
夹层保温玻璃窗由二块间距10mm，厚2.5mm的玻璃组成。玻璃和空气的热导率分别为0.669W/m.℃和0.023W/m.℃。若室内外壁温分别为20℃和-10℃，求：单位面积夹层保温玻璃窗的散热速率？若是单层厚5mm的玻璃窗，则散热速率为多少？



$$\text{解: } Q = \frac{T_0 - T_1}{\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{k_i A}} = \frac{20 - (-10)}{\frac{0.0025}{0.669 \times 1} + \frac{0.005}{0.023 \times 1} + \frac{0.0025}{0.669 \times 1}} = 133.4 W$$

$$Q = \frac{T_0 - T_1}{\frac{\delta}{k A}} = \frac{20 - (-10)}{\frac{0.005}{0.669 \times 1}} = 4014 W$$

例3-4间壁式换热器



管壳式换热器



板式换热器

$$Q = \frac{T_h - T_c}{\frac{1}{h_h A_h} + \sum_1^n \frac{\delta_i}{k_i A_n} + \frac{1}{h_c A_c}}$$

工程上: $Q = KA\Delta T$

式中: K 称传热系数

$$\frac{1}{KA} = \frac{1}{h_h A_h} + \sum_1^n \frac{\delta_i}{k_i A_n} + \frac{1}{h_c A_c}$$

强化传热途径: ①增大 A , ②提高 ΔT , ③强化 K 。