第五章 股指期货、外汇远期、利率远期与利率期货

厦门大学财务系
郑振龙 陈蓉

http:// efinance.org.cn
http:// aronge.net

目录

目录

股票指数期货概述 I

- 股票指数
  - 运用统计学中的指数方法编制而成的、反映股市中总体股价或某类股票价格变动和走势情况的一种相对指标。
- 股指期货
  - 以股票指数作为标的资产的股票指数期货，交易双方约定在将来某一特定时间交收“一定点数的股价指数”的标准化期货合约。

股票指数期货概述 II

- 特殊性质
  - 现金结算而非实物交割
  - 合约规模非固定
    - 股指期货价格 × 每个指数点所代表的金额

股指期货定价

* 一般公式

$$F = Se^{(r-q)(T-t)}$$

股票头寸与短期国库券头寸

- 非交叉套保时
  - 股票头寸 ⇐⇒ 短期国库券头寸
    - 股票多头 + 股指期货空头 = 短期国库券多头
    - 股票多头 = 短期国库券多头 + 股指期货多头
  - 构造短期国库券多头等价于将系统性风险降为零。

目录

FXA 的定价

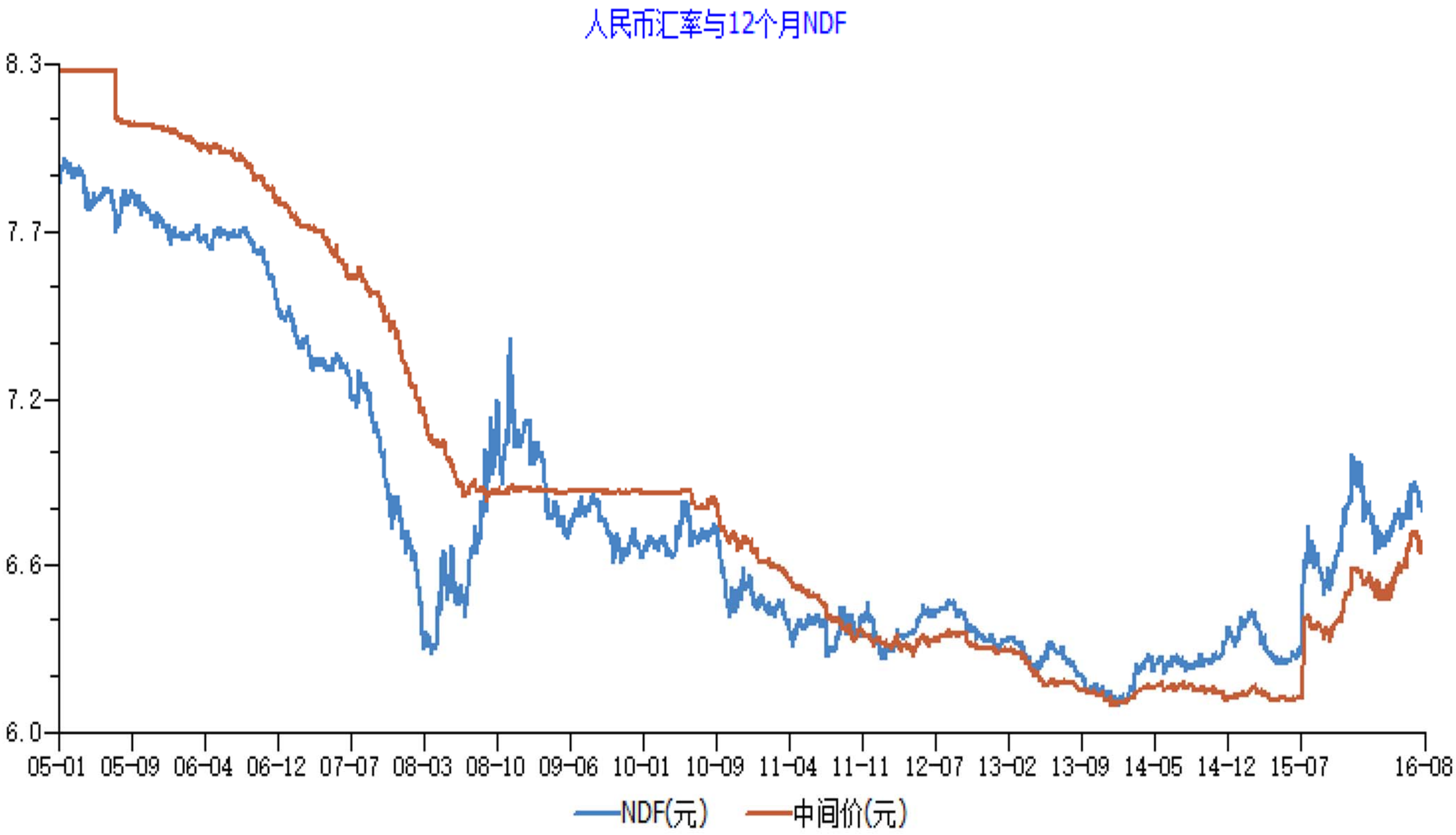
- FXA 的远期价值与远期汇率

$$f = Se^{-r_f(T-t)} - Ke^{-r(T-t)}$$

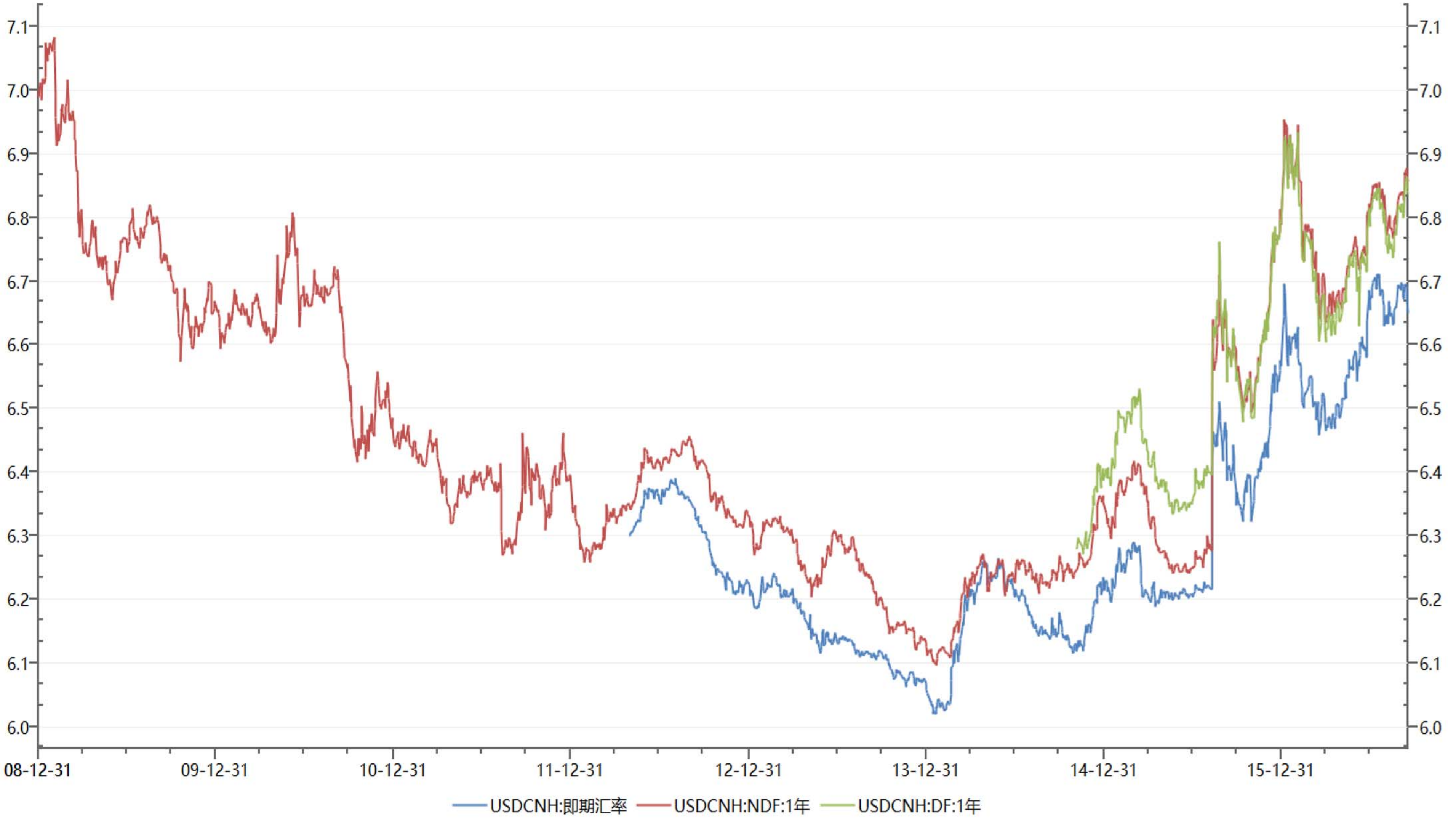
$$F = Se^{(r-r_f)(T-t)}$$

- 利率平价关系：
  - 若$r_f > r$, 外汇远期贴水；
  - 若$r_f < r$, 外汇远期升水。

人民币在岸即期汇率与离岸远期汇率的关系

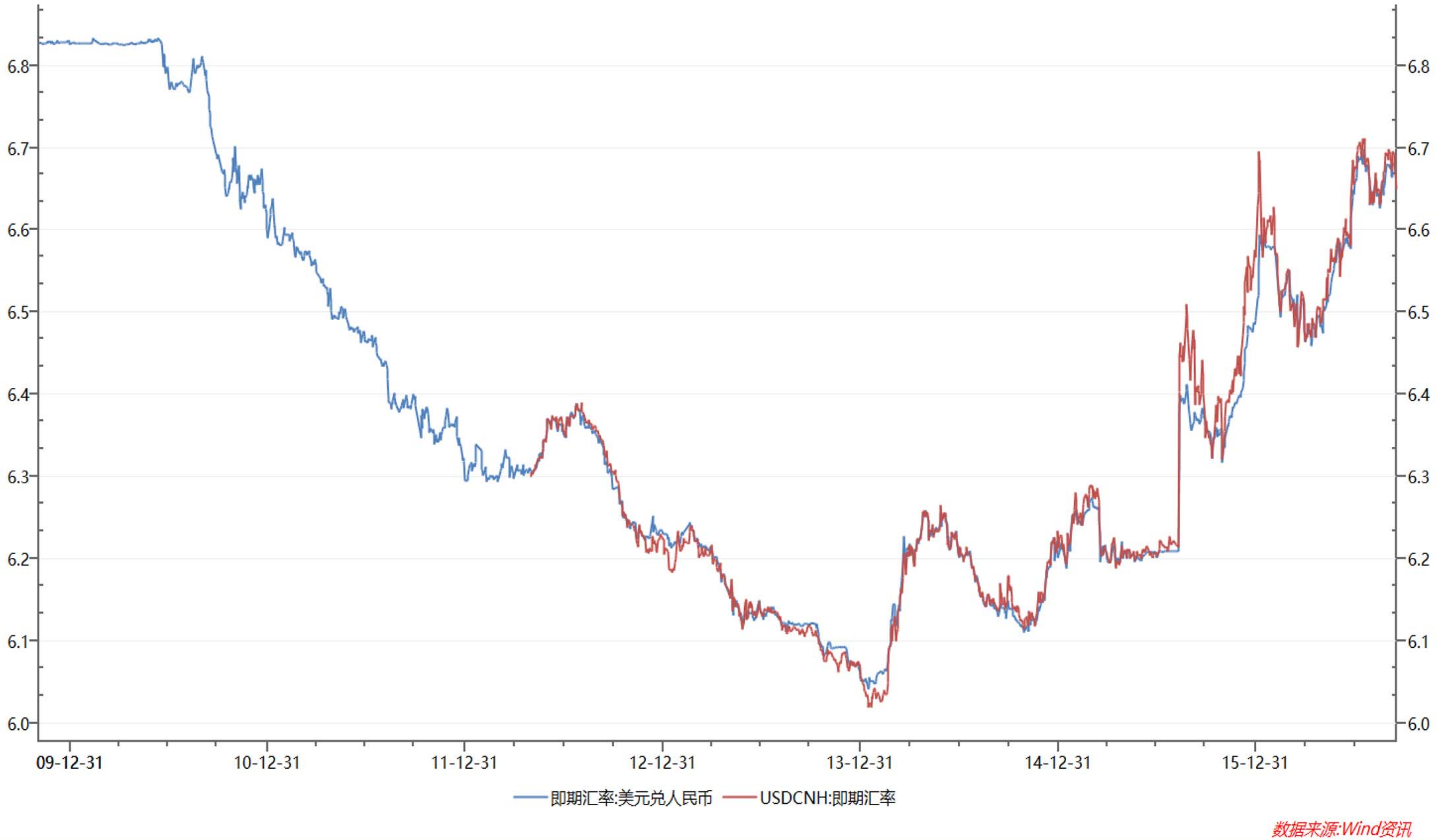


离岸人民币即期与远期的关系

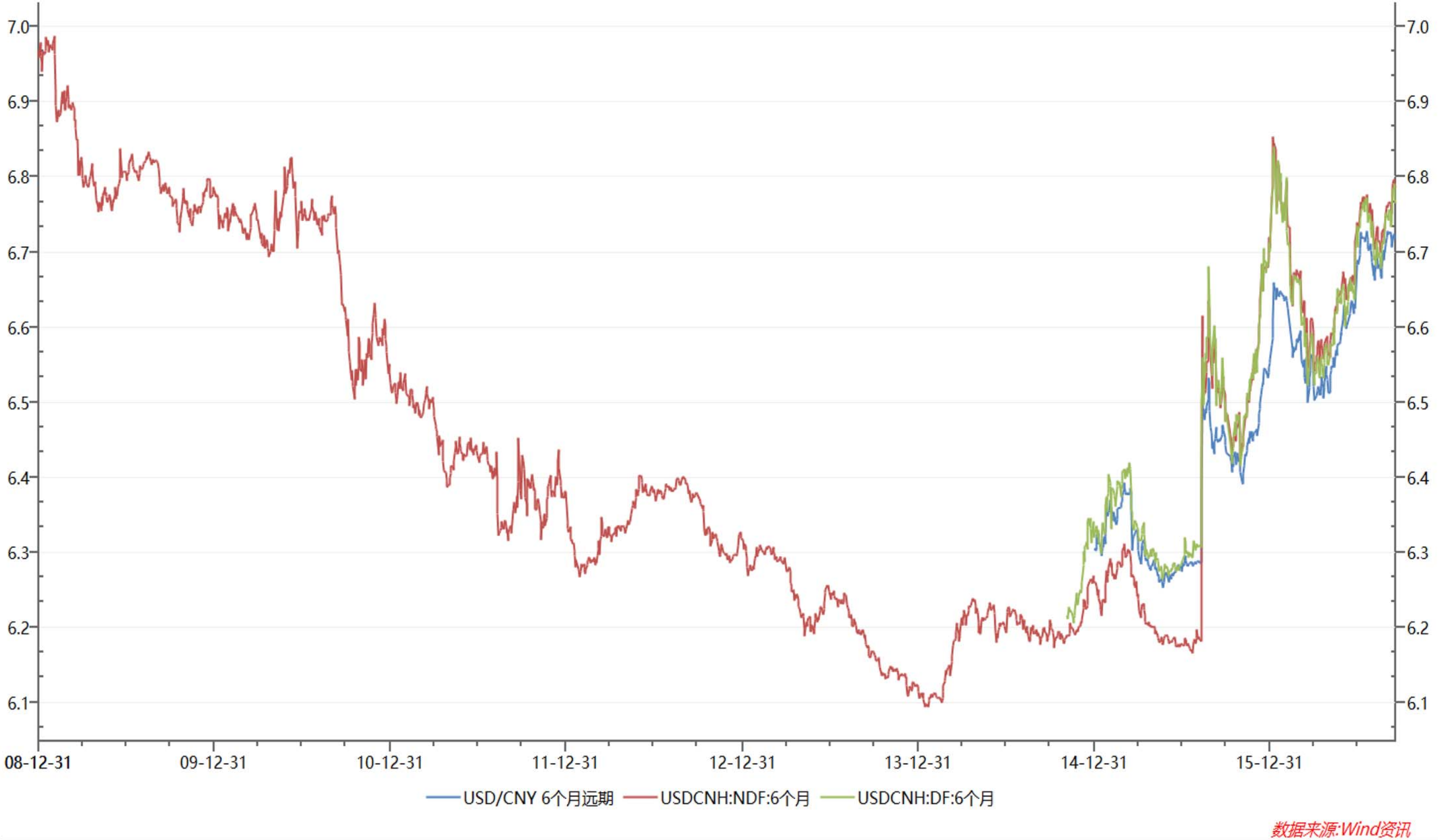


数据来源:Wind资讯

人民币在岸和离岸即期汇率比较



人民币在岸和离岸远期汇率比较



目录

- 股票指数期货
- 外汇远期
- 远期利率协议
- 利率期货
- 利率风险管理

利率远期与期货

* 远期：FRA

* 期货：
  * 存款：欧洲美元期货（短期）
  * 国债：中国5年国债期货（中期）

远期利率协议（Forward Rate Agreement）

- 远期利率协议（FRA）是买卖双方同意从未来某一商定的时刻开始的一定时期内按协议利率借贷一笔数额确定、以具体货币表示的名义本金的协议。

- 案例 5.3 （P83）

FRA 特征

- 在 T 时刻进行现金结算，结算金额为利差的贴现值。
- 名义本金
- 头寸：Long / Short
  - Long: Fixed-rate payer
- 报价：3 × 9 LIBOR 7.86

FRA 的定价：远期利率

- 远期利率（如何进行套利操作？）

$$r_F\left(T^*-T\right)=r^*\left(T^*-t\right)-r\left(T-t\right)$$

- 期限结构与远期利率

$$r_F=\frac{r^*\left(T^*-T\right)+r^*\left(T-t\right)-r\left(T-t\right)}{T^*-T}=r^*+\left(r^*-r\right)\frac{T-t}{T^*-T}$$

FRA 定价：FRA 的价值 I

- 考虑时刻 t 的两个远期利率协议，它们的名义本金均为 A，约定的未来期限均为 T* – T，第一个 FRA 的协议利率采用市场远期利率 r_F，第二个 FRA 的协议利率为 r_K。

- t 时刻第二个 FRA 与第一个 FRA 的价值差异就是 T*时刻不同利息支付的现值

$$\left[Ae^{r_F\left(T^*-T\right)}-Ae^{r_K\left(T^*-T\right)}\right]e^{-r^*\left(T^*-t\right)}$$

FRA 定价：FRA 的价值 II

- 由于第一个 FRA 中的协议利率为理论远期利率，其远期价值应为零。则第二个 FRA 多头的价值

$$\left[Ae^{r_F\left(T^*-T\right)}-Ae^{r_K\left(T^*-T\right)}\right]e^{-r^*\left(T^*-t\right)}$$

- 该公式适合于任何协议利率为 r_K 的远期利率协议价值的计算。

目录

利率期货交易市场

- The International Money Market of the Chicago Mercantile Exchange (www.cme.com)
- The Sydney Futures Exchange
- The Toronto Futures Exchange
- The Montréal Stock Exchange
- The London International Financial Futures Exchange (www.liffe.com)
- The Tokyo International Financial Futures Exchange
- Le Marché à Terme International de France (www.matif.fr)
- Eurex (www.eurexchange.com)

利率远期与利率期货 I

* 第一，远期利率协议报出的是远期利率，而利率期货所报出的通常并非期货利率，而是与期货利率反向变动的特定价格，期货利率隐含在报价中。
* 第二，由于上述区别，利率期货结算金额为协议价与市场结算价之差，远期利率的结算金额则为利差的贴现值。
* 第三，利率期货存在每日盯市结算与保证金要求，加上结算金额计算方式的不同，决定了远期利率与期货利率的差异。

利率远期与利率期货 II

- 第四，远期利率协议中的多头是规避利率上升风险的一方，而利率期货的多头则是规避期货价格上升风险，即规避利率下跌风险的一方。
- 第五，远期利率协议通常采用现金结算，而利率期货可能需要实物交割，期货交易所通常规定多种符合标准的不同证券均可用以交割，使得利率期货相对复杂。

国债期货

* 约定期货到期时的债券价格
* 标的资产在期货存续期内可能支付现金利息
* 可交割券
* 净价/全价

中国5年期国债期货

项目	内容
合约标的	面值为100万元人民币，票面利率为3%的名义中期国债
可交割国债	在合约到期月首日剩余期限为4-5.25年的记账式附息国债
报价方式	百元净价报价
最小变动价位	**0.005元**
合约月份	最近的三个季月（三、六、九、十二季月循环）
交易时间	9:15-11:30，13:00-15:15；最后交易日：9:15-11:30
每日价格最大波动限制	上一交易日结算价的±1.2 %
最低交易保证金	**合约价值的1%**
当日结算价	最后一小时成交价格按成交量加权平均价
最后交易日	合约到期月份的第二个星期五
交割方式	实物交割
最后交割日	最后交易日后第三个交易日
合约代码	TF

债券的报价

- 报价时通常报出面值每100元的价格
  - 不同市场的最小报价单位往往不同
- 债券报价时使用的是净价而非全价
  - 全价（full price）
  - 净价（clean price）则等于全价减去应计利息（accrued interest），避免报价不连续
- 应计利息：上一个付息日以来的利息（按比例计算）

案例：附息债的全价与净价

* 2015年9月28日，将于2020年5月28日到期，息票利率为3.1%、一年支付一次利息的2015年记账式附息（十一期）国债（银行间市场代码为150011.IB）收盘报价为99.9894元。从到期日和付息频率可以判断，该债券的上一个付息日是2015年5月28日，下一个付息日是2016年5月28日。

* 由于 2015 年5月 28日到 2015 年9月 27 日之间的天数为 123天，2015 年 5 月 28日到 2016 年 5 月 27日之间的天数为 366 天，因此 2015年 9 月 28日，该债券每100 元面值的应计利息等于

$$3.1\times\frac{123}{366}=1.0418\text{元}$$

* 因此该国债现货进行交割时交收的全价为

$$99.9894+1.0418=101.0312\text{元}$$

可交割券与标准券

- 合约到期月首日剩余期限为4-5.25年的任何记账式附息国债均为该期货合约的可交割券
- 标准券：面值为100万，息票率为3%，在交割月首日的剩余到期期限为5年整的虚拟债券，是其他实际可交割债券价值的衡量标准

转换因子(conversion factor)

- 每1元面值的可交割债券的未来现金流按 3% 的年到期收益率贴现到交割月首日的价值，再扣掉该债券每1元面值应计利息后的余额
  - 时间调整（只算月份之差）
  - 净价
  - 交易所公布

案例：转换因子的计算

* 前述代码为150011.IB的国债是否属于5年期国债期货合约TF1512和TF1603的可交割券？如果是，其转换因子分别为多少？

* 5年期国债期货合约TF1512和TF1603的到期月首日分别为2015年12月1日与2016年3月1日，在这两天，国债150011的剩余期限分别为4年5个月又28天和4年2个月又28天，因此是这两个国债期货合约的可交割券。

* 中金所规定计算转换因子时取整数月份，因此2015年12月距离下一个付息月（2016年5月）还有5个月。根据转换因子的定义，我们首先将150011.IB每1元面值的未来现金流用3%贴现至2015年12月，得到

$$\sum_{i=0}^{4}\frac{0.031}{(1+3\%)^{i+\frac{5}{12}}}+\frac{1}{(1+3\%)^{4\frac{5}{12}}}=1.0221$$

- 然后将其减去2015年12月的近似应计利息（按7个月计），就得到150011.IB债券在国债期货合约TF1512中的转换因子为

$$1.0221\text{-}0.031\times\frac{7}{12}\approx 1.0040$$

- 类似地，我们也可以计算150011.IB债券在国债期货合约TF1603中的转换因子为

$$\sum_{i=0}^{4}\frac{0.031}{(1+3\%)^{i+\frac{2}{12}}}+\frac{1}{(1+3\%)^{4\frac{2}{12}}}\text{-}0.031\times\frac{10}{12}\approx 1.0038$$

TF1512的可交割券与转换因子

国债全称	银行间代码	上交所代码	深交所代码	到期日	票面利率	转换因子
2013年记账式附息（三期）国债	130003	19303	101303	20200124	3.42	1.0159
2010年记账式附息（二期）国债	100002	19002	101002	20200204	3.43	1.0167
2015年记账式附息（三期）国债	150003	19503	101503	20200205	3.31	1.0119
2010年记账式附息（七期）国债	100007	19007	101007	20200325	3.36	1.0142
2013年记账式附息（八期）国债	130008	19308	101308	20200418	3.29	1.0115
2010年记账式附息（十二期）国债	100012	19012	101012	20200513	3.25	1.0103
2015年记账式附息（十一期）国债	150011	19511	101511	20200528	3.1	1.004
2013年记账式附息（十五期）国债	130015	19315	101315	20200711	3.46	1.0193
2010年记账式附息（二十四期）国债	100024	19024	101024	20200805	3.28	1.0121
2015年记账式附息（十九期）国债	150019	19519	101519	20200908	3.14	1.006
2010年记账式附息（三十一期）国债	100031	19031	101031	20200916	3.29	1.0127
2013年记账式附息（二十期）国债	130020	19320	101320	20201017	4.07	1.0474
2010年记账式附息（三十四期）国债	100034	19034	101034	20201028	3.67	1.0299
2005年记账式（十二期）国债	50012	10512	100512	20201115	3.65	1.0295
2014年记账式附息（三期）国债	140003	19403	101403	20210116	4.44	1.0669
2011年记账式附息（二期）国债	110002	19102	101102	20210120	3.94	1.044

转换因子的计算公式

$$CF=\frac{1}{(1+r/f)^{xf/12}}\left[\frac{c}{f}+\frac{c}{r}\left(1-\frac{1}{(1+r/f)^{n-1}}\right)+\frac{1}{(1+r/f)^{n-1}}\right]-\frac{c}{f}\times\frac{12-xf}{12}$$

其中，

r表示国债期货标准合约利率，目前定为3%

x表示交割月距离下一个付息月的月份数（当交割月是付息月时，x=6或12，取决于交割券是一年付2次还是1次息）

n表示剩余付息次数

c表示可交割券的票面利率

f表示可交割券每年的付息次数

计算结果四舍五入至小数点后4位。

国债期货现金价格的计算

* 期货空方交割 100 元面值的特定债券应收到的现金为：

期货交割结算价 × 交割券CF+ 交割券配对缴款日应计利息

案例 ：国债期货交割全价的计算 I

- 2015 年 12 月 11日，假设TF1512结算价为 99 元，某空方决定用前述债券150011.IB进行交割。根据规定，应计利息应计算至配对缴款日（2015年12月15日），则一份 TF1512的全价应为

$$10000 \times \left(99 \times 1.0040 + \text{配对缴款日应计利息}\right)$$

* 配对缴款日 2015 年 12 月 15 日距上一付息日 2015 年 5 月28 日的实际天数为 201天，前后两次付息之间的实际天数为 366 天。因此2015年 12 月 15 日，每 100 元面值的应计利息等于

$$3.1\times\frac{201}{366}=1.7025\text{元}$$

* 因此，每交割一份国债期货合约，期货空方需提交1万张国债150011.IB，相应收到现金

$$10000\times(99\times1.0040+1.7025)=1\,010\,985\text{元}$$

中金所国债期货应计利息的计算

- 应计利息的计数基准为“实际天数/实际天数”，每100元可交割国债的应计利息计算公式为

$$\text{应计利息}=\frac{\text{可交割国债票面利率}}{\text{每年付息次数}}\times\frac{\text{配对缴款日}-\text{上一付息日}}{\text{当前付息周期实际天数}}$$

- 计算结果四舍五入到小数点后7位（以便实际收入四舍五入到小数点后2位）

转换因子的不足

- 由于事先我们无法预知真实贴现率，计算转换因子时所有债券使用了同一个贴现率3%，这将导致转换因子出现误差；
- 在计算转换因子时，为简化起见，中金所规定使用整数月份，这进一步使得转换因子成为一个近似值；
- 在计算转换因子时，中金所对一年支付一次利息和一年支付两次利息的债券都使用3%的贴现率，实际上应对计息频率进行转换才能使两个贴现率等价。
- 由于转换因子诸多假设，天然导致不同债券之间并非完美公平转换——相对合算和不合算

确定最便宜可交割券（CTD)

- 最便宜可交割券：购买交割券所付的价格与交割期货时空方收到的现金之差最小的债券。

- 交割日：交割成本最小

= 现券净价 + 应计利息 – (期货结算价 × 转换因子+ 应计利息)

= 现券净价 – (期货结算价 × 转换因子)

确定准CTD券

* 常见规则:交割日之前，IRR最高
* 隐含回购利率（Implied Repo Rate，IRR）
* 无付息情形

$$IRR = \frac{\text{约定的期货全价} - \text{今天现货全价}}{\text{今天现货全价}} \times \frac{365}{T-t}$$

支付现货全价　　　　收到期货全价

今天
交易日t　　　　未来
交割日T

* 付息情形

$$t\text{时刻债券i现货全价}\times\left(1+IRR_{i,t}\times\frac{T-t}{365}\right)=t\text{时刻债券i对应的期货全价}+\text{期货剩余期限内债券i付息}\times\left(1+IRR_{i,t}\times\frac{T-\tau}{365}\right)$$

$$IRR_{i,t}=\frac{t\text{时刻债券i对应的期货全价-}t\text{时刻债券i现货全价}+\text{期货剩余期限内债券i付息}}{t\text{时刻债券i现货全价}\times\frac{T-t}{365}\text{-期货剩余期限内债券i付息}\times\frac{T-\tau}{365}}$$

案例：用IRR准则判断准CTD券

- 2015年9月28日，5年期国债期货合约TF1512报价为99元，共有16只可交割券，其中交易最活跃的4只债券分别为130020.IB、150003.IB、150011.IB和150019.IB（均为每年支付一次利息）。

债券代码	到期日	息票率	转换因子	现券报价	期货报价×转换因子	IRR
130020	2020/10/17	4.07%	1.0474	104.6591	103.6926	-17.98%
150003	2020/2/5	3.31%	1.0119	100.8719	100.1781	0.06%
150011	2020/5/28	3.10%	1.0040	99.9894	99.396	0. 31%
150019	2020/9/8	3.14%	1.0060	100.2689	99.594	-0. 03%

国债期货价格的确定

* 假定CTD券和交割日期已知，不考虑期权：
  1. 根据CTD券现货报价，算出现货全价。
  2. 根据支付已知现金收益的远期定价公式，用CTD券现货全价算出CTD券期货全价。

$$F=(S-I)e^{r(T-t)}$$

  3. 减去配对缴款日应计利息，算出CTD券期货净价。
  4. 除以转换因子，即为标准券期货净价（期货报价）。

案例：国债期货定价

2015年9月28日，假设某投资者认为对于2015年12月到期的中期国债期货TF1512而言，CTD券为前述的国债150011.IB，并预期交割日为该合约的最后交易日（2015年12月11日）．该合约剩余期限为74天，当天的74天期利率为3.2%（连续复利）。试求出TF1512期货的理论净价。

1. 计算CTD券的全价： 已计算得知为101.0312
2. 计算CTD券期货全价

① $I = 0$

② $F = 101.0312e^{3.2\% \times \frac{74}{365}} = 101.6888$

3. 计算CTD券期货净价

101.6888－1.7025＝99.9863

4. 计算标准券期货净价（期货报价）

$$\frac{99.9863}{1.0040} = 99.5879\text{元}$$

当天真实市场收盘价为99 元

目录

股票指数期货

外汇远期

远期利率协议

利率期货

利率风险管理（自学）

资产价值的利率风险

* 资产价值的利率风险

$$\frac{dP}{P}=\frac{1}{P}\frac{dP}{dy}(dy)+\frac{1}{2!\times P}\frac{d^2P}{dy^2}(dy)^2+\cdots+\frac{1}{n!\times P}\frac{d^nP}{dy^n}(dy)^n+\cdots$$

久期（Duration）

- 久期：资产价值变动的百分比对到期收益率变动的一阶敏感性

$$D = -\frac{dP/P}{dy}$$

  - 久期一般为正。
  - 久期反映了资产价值利率风险的主要部分。
  - 久期越大，资产的利率风险越大；反之则越小。

货币久期

* 货币久期（Dollar Duration）：到期收益率变动引起的价值变动金额

$$D \times P = -\frac{dP}{dy}$$

有效久期与基点价格值

- 定价模型复杂的资产的有效久期公式

$$D = \frac{P_{-} - P_{+}}{2(P)(\Delta y)}$$

- 基点价格值(DV01或BPV）
  - 利率变化1个基点引起的资产价格变动
  - 与1个基点的货币久期十分接近

$$BPV = \frac{P_{-0.01} - P_{+0.01}}{2}$$

麦考利久期与修正久期（Modified Duration）

- 不含权债券价格关于 y 求导：

$$P=\sum_{i=1}^{m}\frac{C}{(1+y)^{i}}+\frac{A}{(1+y)^{m}}$$

$$-\frac{dP}{dy}\times\frac{1}{P}=\frac{1}{1+y}\times\left[\frac{1C}{1+y}+\frac{2C}{(1+y)^{2}}+\cdots+\frac{mC}{(1+y)^{m}}+\frac{mA}{(1+y)^{m}}\right]\times\frac{1}{P}$$

$$=\frac{1}{1+y}\times \text{麦考利久期}=\text{修正久期}$$

连续复利定价公式下的久期

- 不含权债券的连续复利定价公式：

$$P = \sum_{i=1}^{m} C_i e^{-y(t_i - t)}$$

- 对上式求导可得：

$$D = -\frac{dP}{dy}\frac{1}{P} = \frac{\sum_{i=1}^{m} c_i \times e^{-y\times(t_i-t)} \times (t_i - t)}{P}$$

- 在使用连续复利到期收益率时，普通债券的久期就是现金流的加权平均期限，无需再调整。

利率远期和利率期货的利率敏感性

- 利率远期和利率期货的利率敏感性取决于其标的资产的久期和远期（期货）本身价值变化的计算方式。

- 例如FRA和欧洲美元期货常以基点价格值作为利率风险指标。欧洲美元期货的基点价格值显然等于25美元

国债期货价格久期

- 基于交割券期货现金价格的久期（假设dy=dr)

$$F=(S-I)e^{r(T-t)}$$

$$\frac{dF}{dr}=e^{r(T-t)}\left(\frac{dS}{dr}-\frac{dI}{dr}\right)+(S-I)e^{r(T-t)}(T-t)$$

$$\approx -(S-I)e^{r(T-t)}D_s+(S-I)e^{r(T-t)}(T-t)$$

$$D_F=-\frac{dF/F}{dr}\approx D_s-(T-t)$$

* 国债期货报价的久期

$$D_G = -\frac{1}{G}\frac{\partial G}{\partial r} = -\frac{1}{\dfrac{F-\text{应计利息}}{\text{转换因子}}} \times \frac{1}{\text{转换因子}} \times \frac{\partial F}{\partial r}$$

$$= \frac{1}{F-\text{应计利息}} \times D_F \times F \approx D_F$$

国债期货货币久期

* 期货价格报价的货币久期

$$\$D_G = -\frac{\partial G}{\partial r} = -\frac{\partial\left(\dfrac{F-\text{应计利息}}{\text{转换因子}}\right)}{\partial r} = -\frac{1}{\text{转换因子}} \times \frac{\partial F}{\partial r}$$

$$= \frac{1}{\text{转换因子}} \times \$D_F \approx \frac{1}{\text{转换因子}} \times \$D_S$$

基于久期的利率套期保值

* 由于利率敏感性资产价格与利率存在非线性关系，无法进行静态套保，只能进行**动态套保**。
* 最优的利率风险套期保值比率 n 是使得套期保值组合的价值变动对利率的敏感性为零的套期保值比率

$$\frac{d\Pi}{dy}=0$$

* n 实际上是使得套期保值组合的货币久期或 BPV 为零的套期保值比率。

* 以现货多头和期货空头的空头套期保值组合为例

$$d\Pi = dH - ndG$$

$$n = \frac{dH / dy}{dG / dy}$$

$$n = \frac{D_H \times H}{D_G \times G}$$

* 最优套期保值数量N $$N = n \times \frac{Q_H}{Q_G} = \frac{D_H \times V_H}{D_G \times V_G}$$

* 设投资组合的原始久期为D_H，目标久期为D_H^*，则需要交易的利率敏感性证券的份数为

$$\frac{D_H^* - D_H}{D_G} \times \frac{V_H}{V_G}$$

* 其中V_G是一份期货合约按标准券报价计算的合约规模。
* 上式为负时，需要进行反向操作。

案例 ：基于久期的套期保值

* 假设一个手中管理着价值1000万元、久期为4.6的国债组合的基金经理非常担心利率在接下来的一个月内波动剧烈，决定于2015年9月28日运用TF1512进行利率风险管理。当她进入市场时，TF1512报价为99元。

* 2015年9月28日，该基金经理判断TF1512的CTD券为150011.IB。其转换因子为1.0040，现货报价为99.9894元。根据债券修正久期的计算公式，该债券的修正久期为4.2448，故此TF1412的久期近似等于

$$4.2448 - \frac{74}{365} = 4.0421$$

* 套期保值数量为

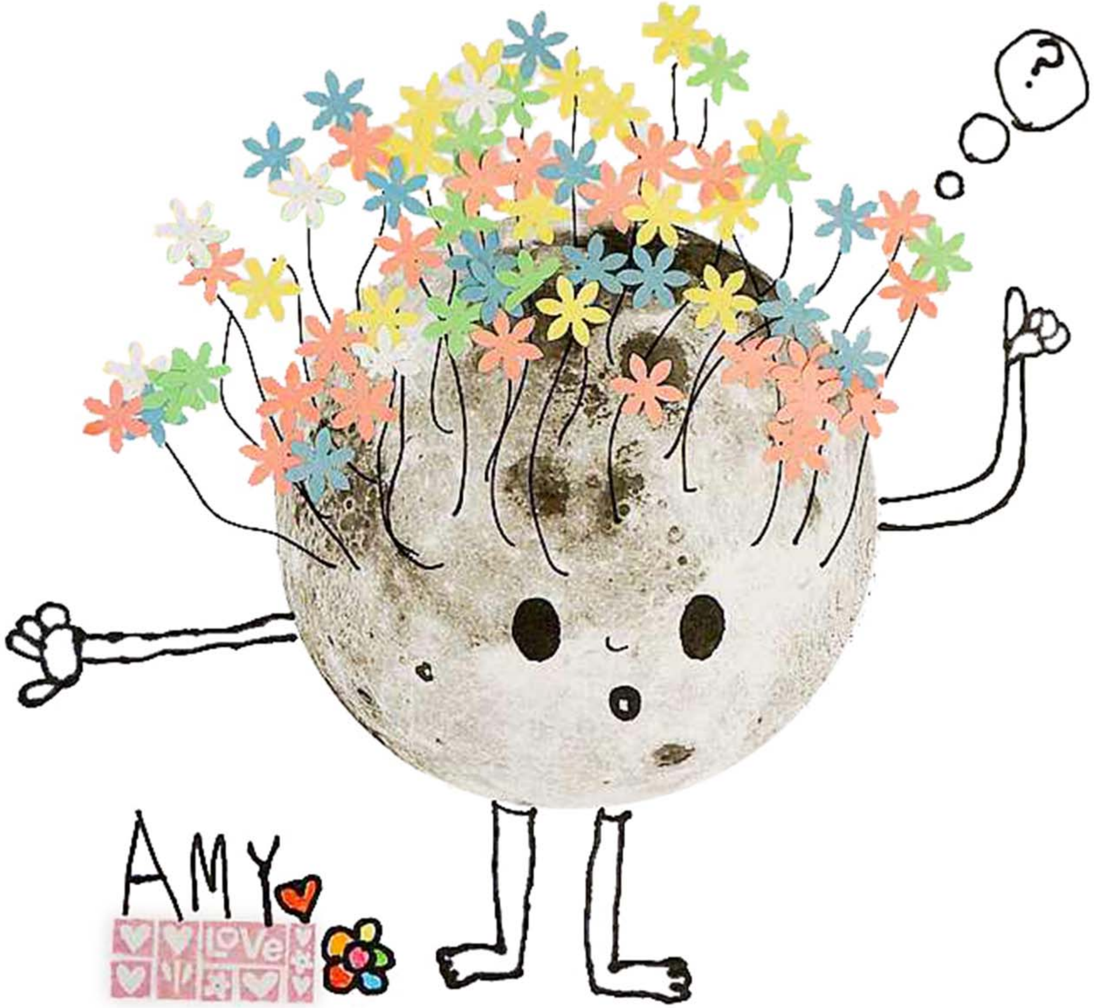
$$N=\frac{D_H}{D_F}\times\frac{V_H}{V_G}=\frac{4.6}{4.0421}\times\frac{10000000}{99\times10000}\approx 12$$

* 因此，该基金经理应卖出12份 TF1512 进行利率风险管理，以实现久期为零。
* 由于久期会不断改变，该基金经理要不断调整最优套保比率。

久期的局限性

* 久期有着天然的局限性：
  * 久期仅仅是资产价格对利率的一阶敏感性，无法反映和管理资产价格的全部利率风险，当利率变化较大时这个缺陷尤其显著；
  * 久期的定义建立在利率曲线发生平移，即所有期限的利率变化幅度相等的假设基础之上，这是一个不符合现实的假设。

Any Questions ?



謝謝

Email: zlzheng@xmu.edu.cn
aronge@xmu.edu.cn