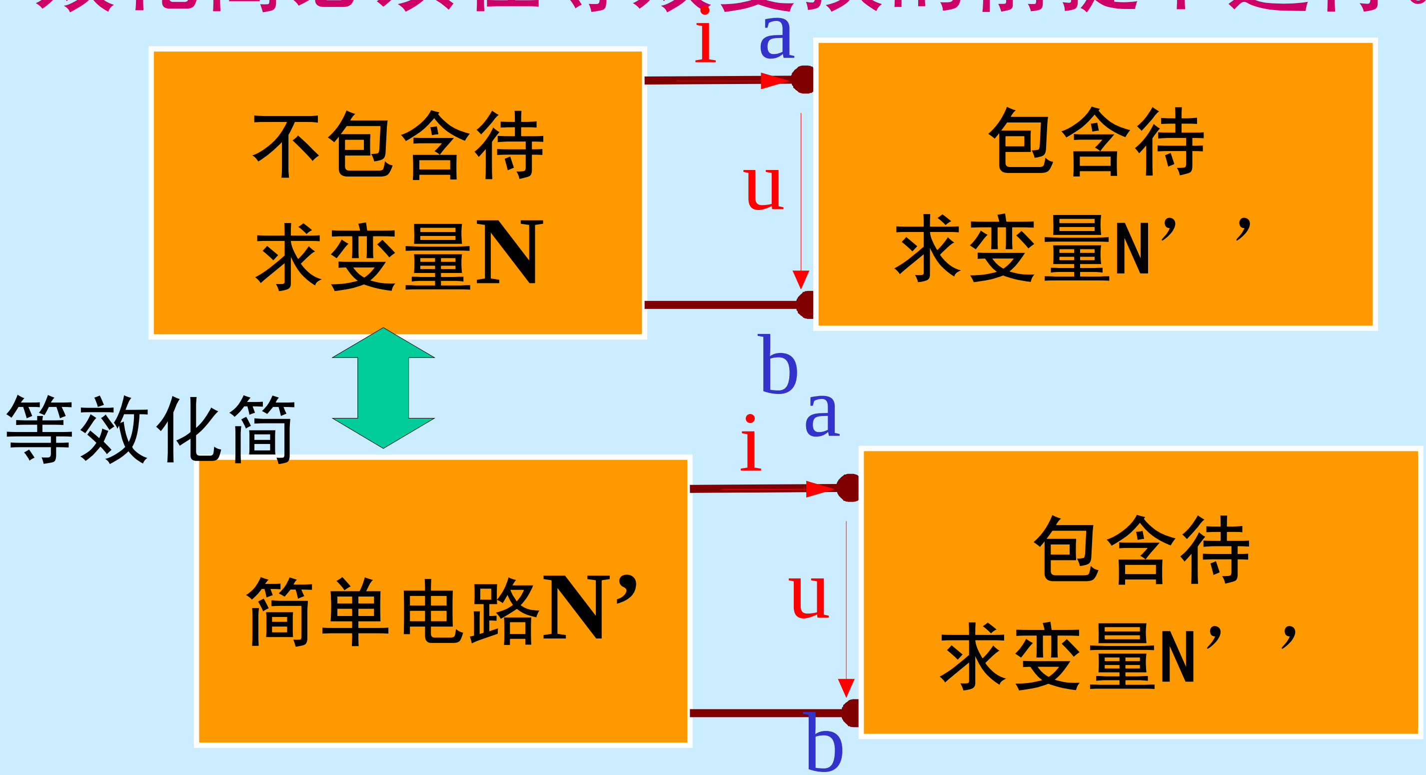
第三章 电路的基本分析方法

● 重点：

1. 电路等效的概念；
2. 电阻，电感电容的串、并联；
3. 电路的等效变换；
4. 回路电流法；
5. 节点电压法；

3.1 电路的等效变换

在电路分析中，常常需要进行等效变换，如将不包含待求电压和电流的网络部分进行等效化简，从而有利于求解网络。而网络的等效化简必须在等效变换的前提下进行。



等效定义：

两个客体只要在某一方面有相同的表现，就说二者在这一意义上等效。

例： 白马—日行千里

黑马—日行千里

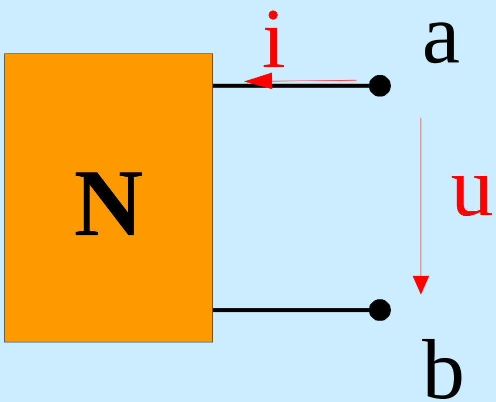
尽管二者颜色、高矮、肥瘦不同，但在日行千里这点上二者是相同的，等效的。因为为了达到日行千里之目的，用白马和用黑马之间无任何区别。

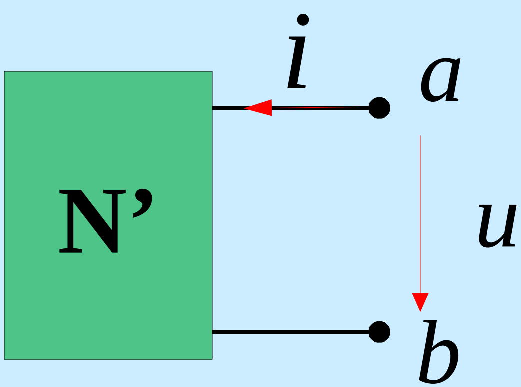
等效电路 — 如果两个端点一一对应的n端网络N和N′具有相同的端口特性，则二者相互等效，并互称为等效电路。

3.2 二端电路的等效变换

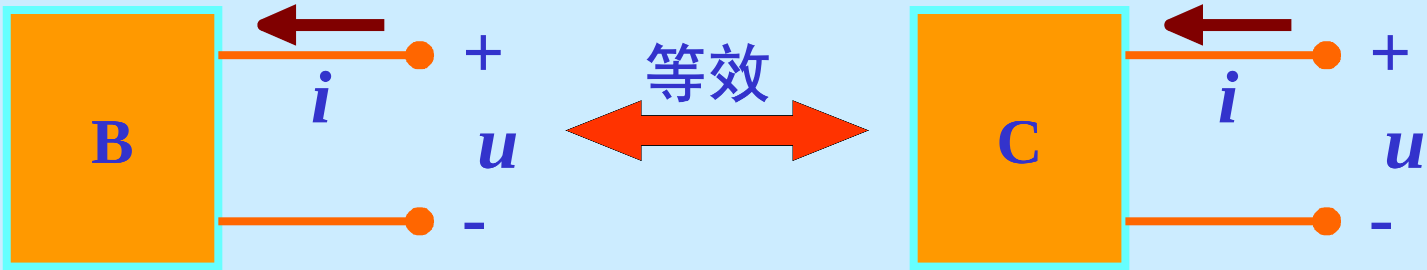
➢ 设N与N′分别为二个无源二端网络，

当 $u \quad f(i)$ 与 $u' \quad f(i')$ 相同时， N 与 N 是等效的。

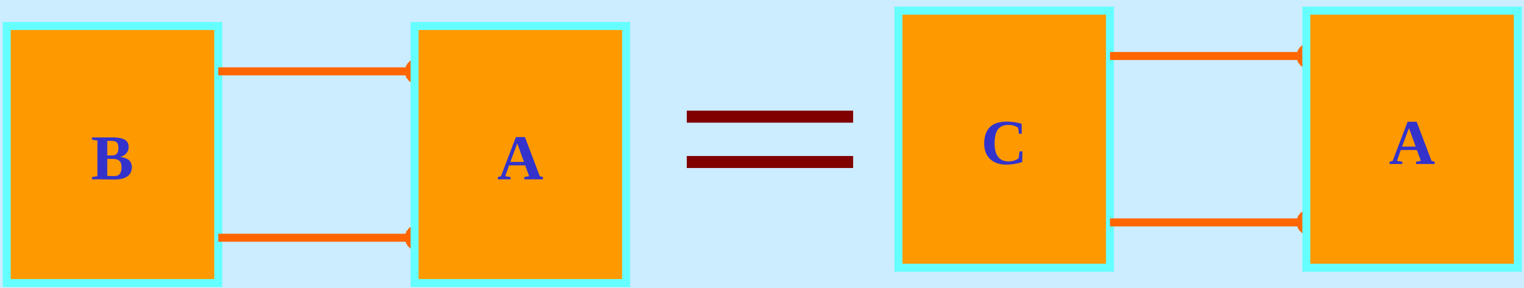




- 粗略地讲两者等效是指两者具有相同的电气性能；
- 从物理意义上讲，两者等效是指在其端口处，对任一同一个外电路而言能有同样的电路效果，即当加有同样端电压时，两端子电流一样，或反之；
- 从数学概念上讲(即是上述的定义)，即两者端口处对外电路而言具有完全相同的数学模型(VAR方程)



对A电路中的电流、电压和功率而言，满足



明确

（1）电路等效变换的条件 → 两电路具有相同的VCR

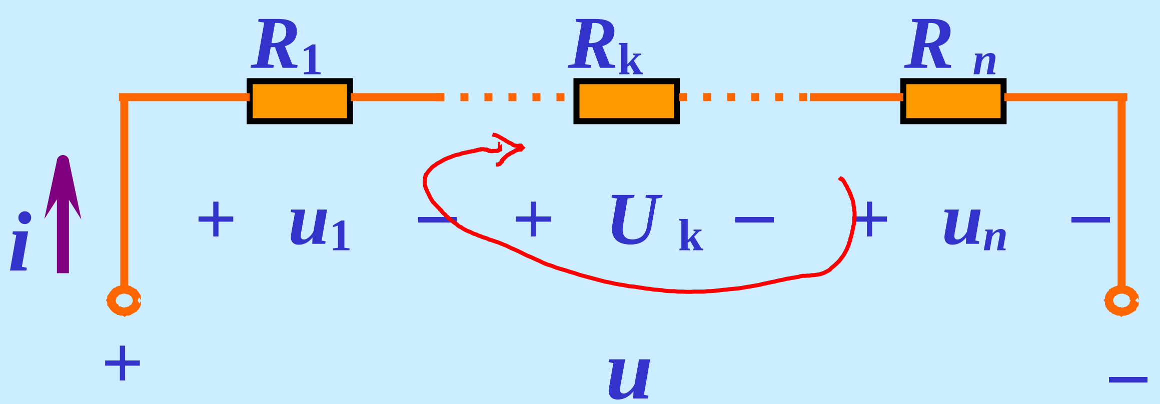
（2）电路等效变换的对象 → 外电路A中的电压、电流和功率（不改变）

（3）电路等效变换的目的 → 化简电路，方便计算

3.2.1 电阻、电容和电感的串联、并联

1. 电阻串联(Series Connection of Resistors

（1） 电路特点

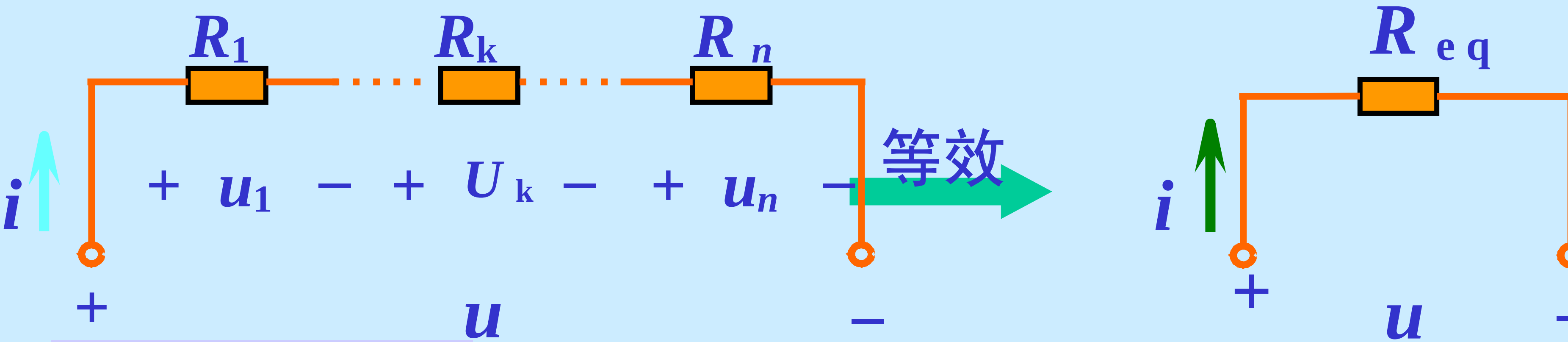


(a) 各电阻顺序连接，流过同一电流 （KCL）；

(b) 总电压等于各串联电阻的电压之和 （KVL）。

$$u \qquad u_1 \qquad u_k \qquad u_n$$

(2) 等效电阻



由欧姆定律

$$u \quad R_1 i \quad \wedge \quad R_K i \quad \wedge \quad R_n i \quad (R_1 \quad \wedge \quad R_n) i \quad R_{eq} i$$

$$R_{eq} \quad R_1 \quad \wedge \quad R_k \quad \wedge \quad R_n \quad \overset{n}{\underset{k \quad 1}{}} R_k \quad R_k$$

结论： 串联电路的总电阻等于各分电阻之和。

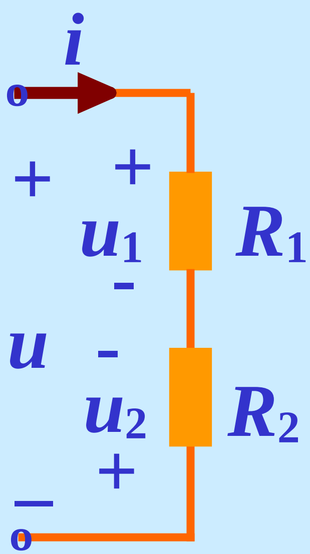
(3) 串联电阻的分压

$$u_k \quad R_k i \quad R_k \frac{u}{R_{eq}} \quad \frac{R_k}{R_{eq}} u \quad u$$

说明电压与电阻成正比，因此串连电阻电路可作分压电路

例

两个电阻的分压：



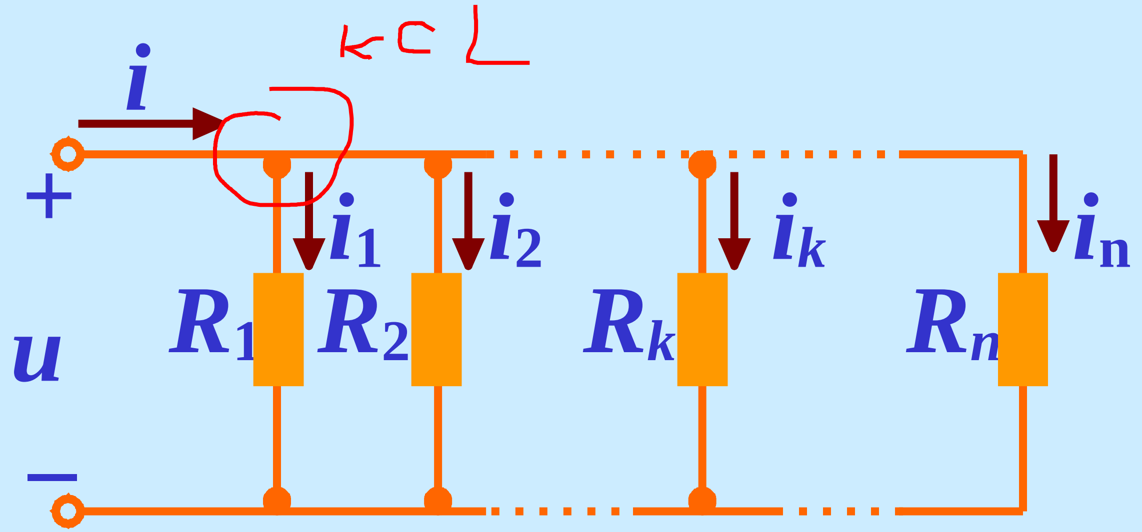
$$\boxed{u_1} \quad \frac{R_1}{R_1 \quad R_2} u$$

$$u_2 \quad \frac{R_2}{R_1 \quad R_2} u$$

注意方向！

2. 电阻并联 (Parallel Connection)

(1) 电路特点

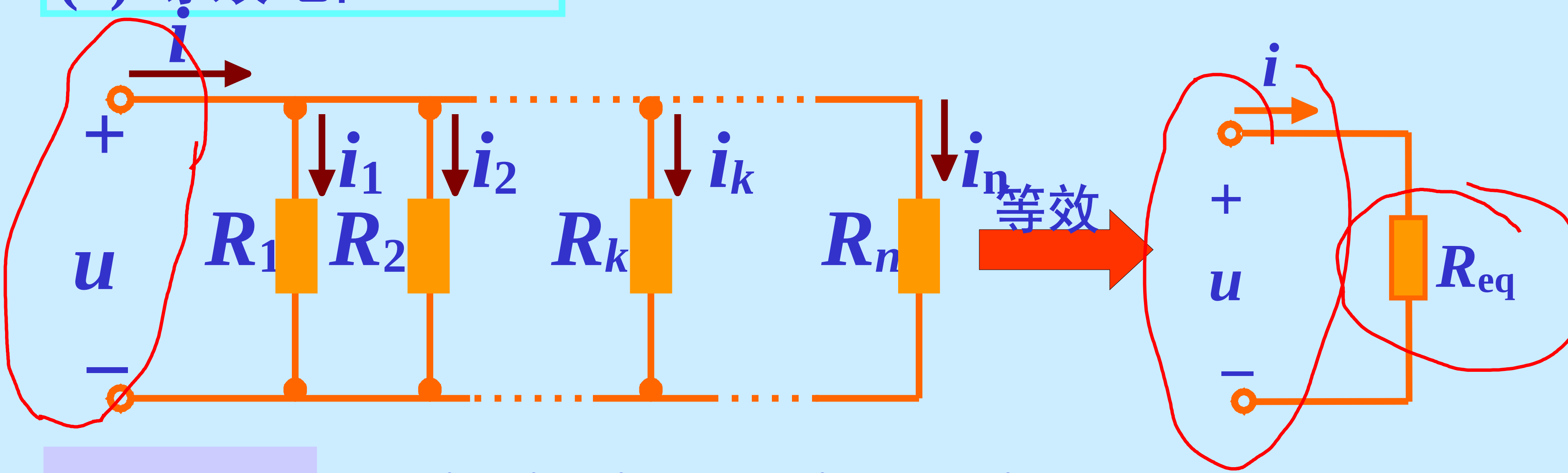


(a) 各电阻两端分别接在一起，两端为同一电压 (KVL);

(b) 总电流等于流过各并联电阻的电流之和 (KCL)。

$$i = i_1 + i_2 + \ldots + i_k + \ldots + i_n$$

(2) 等效电阻



由KCL： $i = i_1 + i_2 + \ldots + i_k + \ldots + i_n$

$$=u/R_1 + u/R_2 + \ldots + u/R_n = u(1/R_1 + 1/R_2 + \ldots + 1/R_n) = uG_{eq}$$

$G = 1/R$为电导

$$G_{eq} \quad G_1 \quad G_2 \quad \Lambda \quad G_n \quad \overset{n}{\underset{k\ \ 1}{}} \quad G_k \quad G_k$$

等效电导等于并联的各电导之和

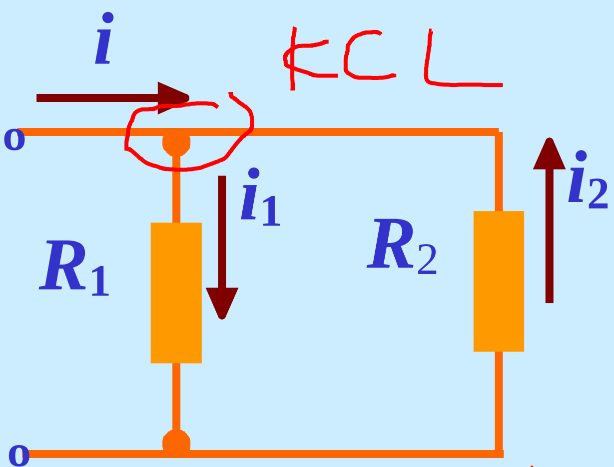
$$\frac{1}{R_{eq}} \quad G_{eq} \quad \frac{1}{R_1} \quad \frac{1}{R_2} \quad \Lambda \quad \frac{1}{R_n}$$ 即 $R_{eq} \quad R_k$

（3） 并联电阻的电流分配

电流分配与电导成正比

$$\frac{i_k}{i} \qquad \frac{u/R_k}{u/R_{eq}} \qquad \frac{G_k}{G_{eq}} \quad \longrightarrow \quad i_k \qquad \frac{G_k}{G_{eq}}\, i$$

对于两电阻并联，有：



$$R_{eq} \qquad \frac{1/R_1 \quad 1/R_2}{1/R_1 \qquad 1/R_2} \qquad \frac{R_1 R_2}{R_1 \qquad R_2}$$

$$i_1 \qquad \frac{1/R_1}{1/R_1 \qquad 1/R_2}\, i \qquad \frac{R_2 i}{R_1 \qquad R_2}$$

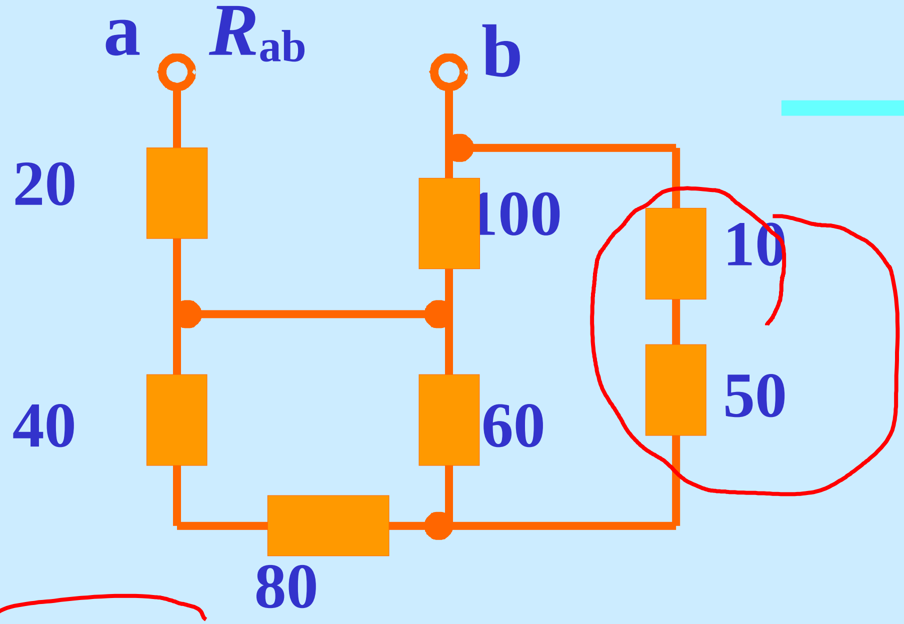
$$i_2 \qquad \frac{1/R_2}{1/R_1 \qquad 1/R_2}\, i \qquad \frac{R_1 i}{R_1 \qquad R_2} \qquad (i \quad i_1)$$

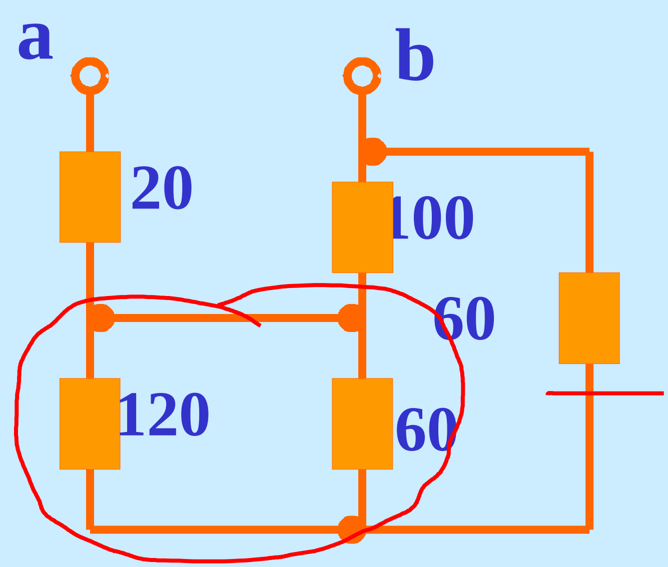
3. 电阻的串并联（混联）

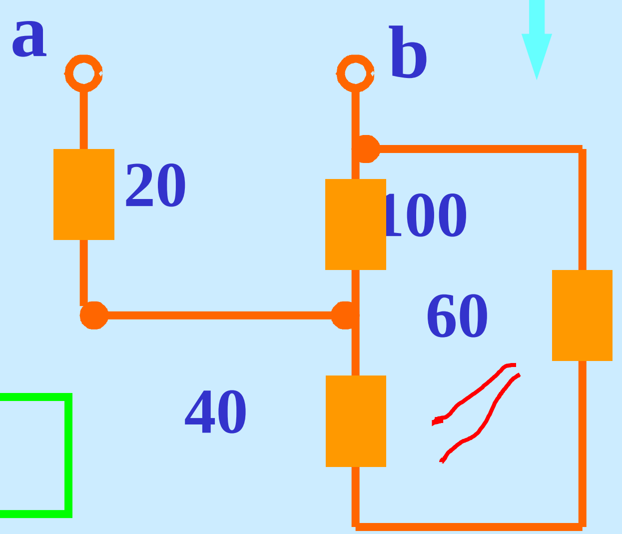
要求：弄清楚串、并联的概念。

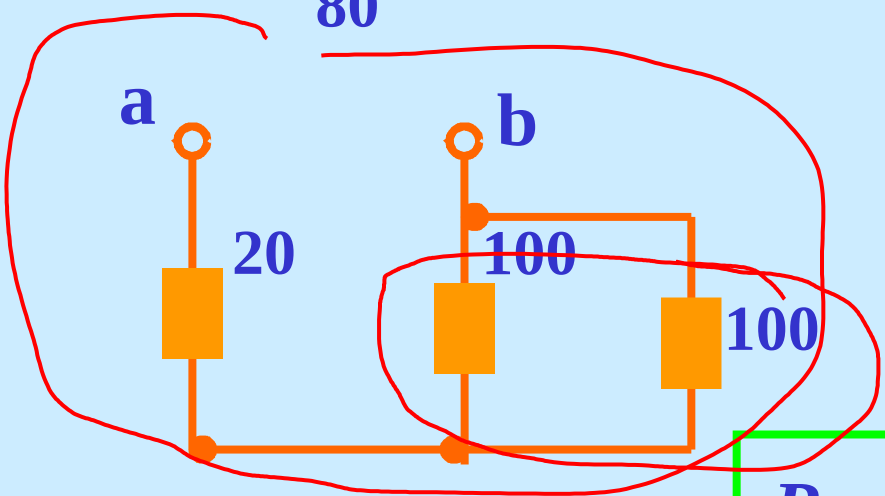
混联电路是既含有电阻串联又有电阻并联的电路。混联电路有时支路很多看上去电路很复杂，但因它可通过串联和并联加以简化，∴仍属简单网络。分析时关键要掌握“串联同流”、“并联同压”。

例 求: R_{ab}





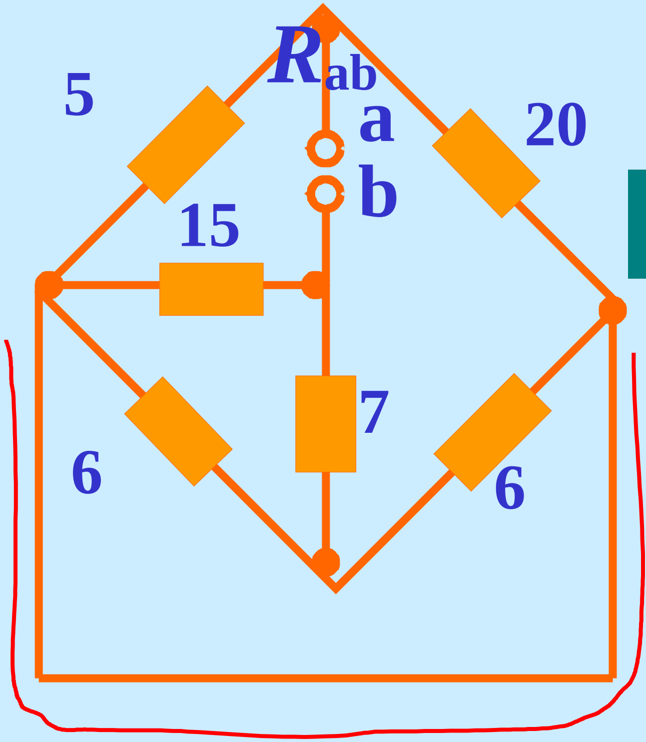




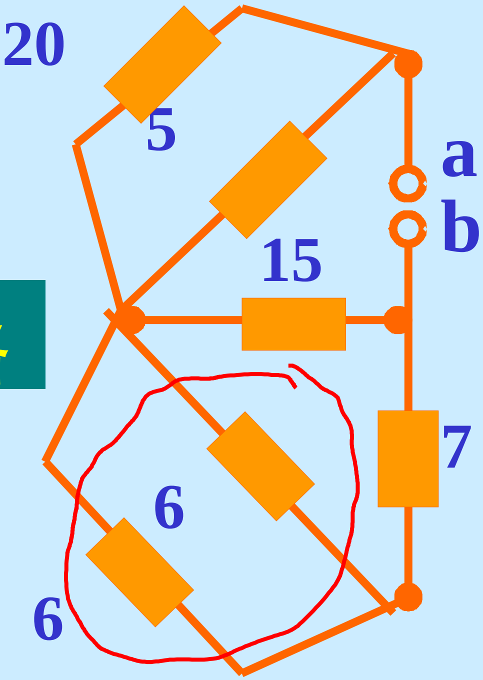
$\boxed{R_{ab}=70}$

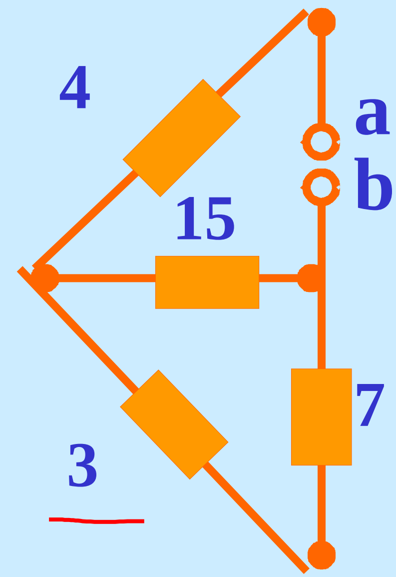
例

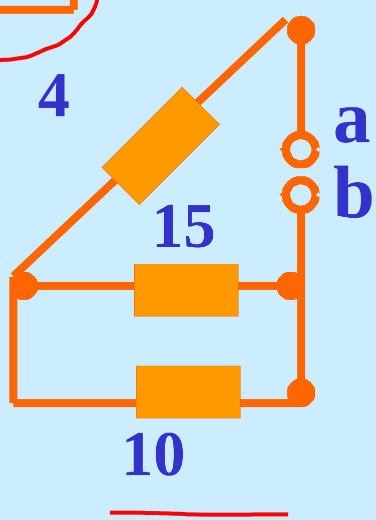
求：R_{ab}



缩短无电阻支路

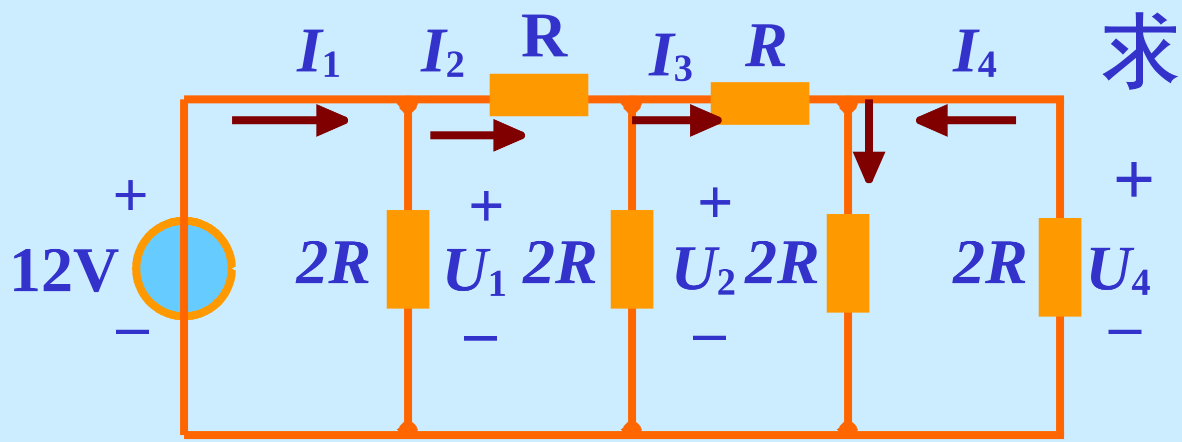






$R_{ab}=10$

例



求：I_1, I_4, U_4

解

① 用分流方法做

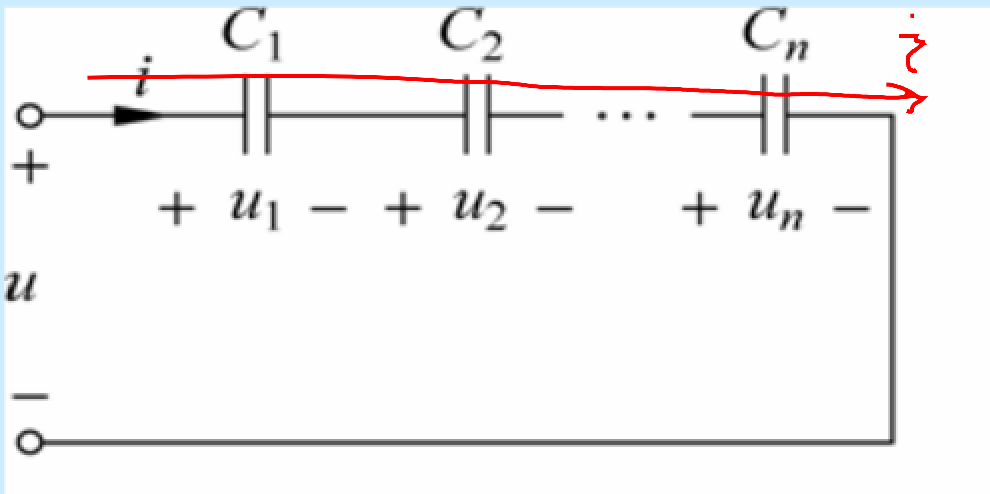
$$I_1 \quad \frac{12}{R} \qquad I_4 \quad -\frac{1}{2} I_3 \qquad \frac{1}{4} I_2 \qquad \frac{1}{8} I_1 \qquad \frac{1}{8}\,\frac{12}{R} \qquad \frac{3}{2R}$$

$$U_4 \qquad I_4 \quad 2R \qquad 3\ \text{V}$$

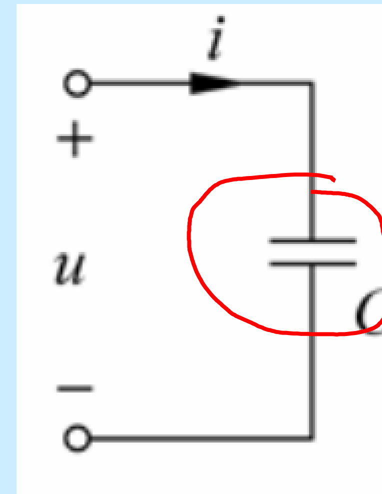
②用分压方法做

$$U_4 \quad \frac{U_2}{2} \qquad \frac{1}{4} U_1 \qquad 3\ \text{V} \qquad\qquad I_4 \qquad \frac{3}{2R}$$

1. 电容串联



等效



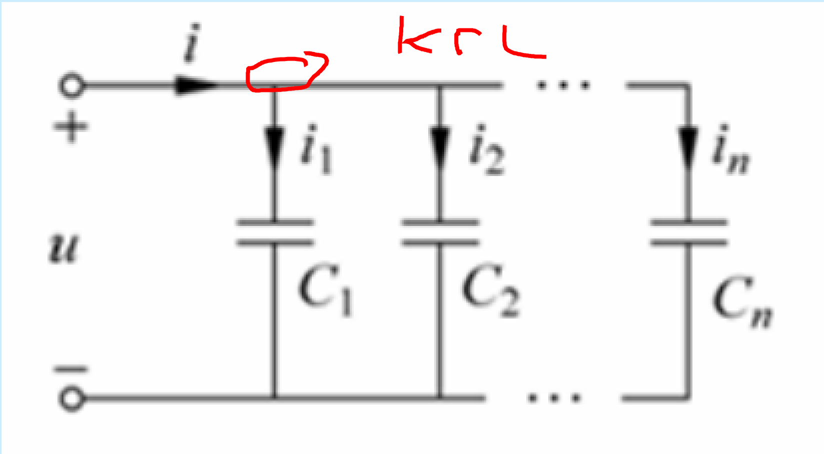
$$u=\sum_{k=1}^{n}u_k=\sum_{k=1}^{n}\left(u_k(0)+\frac{1}{C_k}\int_0^t i(\tau)\mathrm{d}\tau\right)=\sum_{k=1}^{n}u_k(0)+\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{C_k}\right)\int_0^t i(\tau)\mathrm{d}\tau$$

$$u(0)=\sum_{k=1}^{n}u_k(0)$$

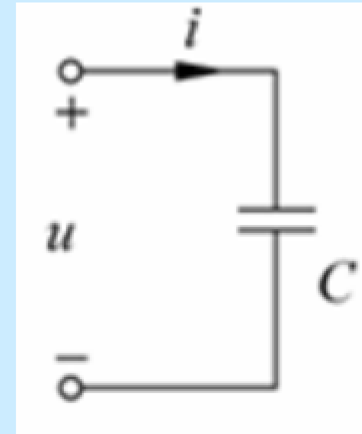
$$u=u(0)+\frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)\mathrm{d}\tau$$

$$\frac{1}{C}=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{C_k}$$

2. 电容并联



等效



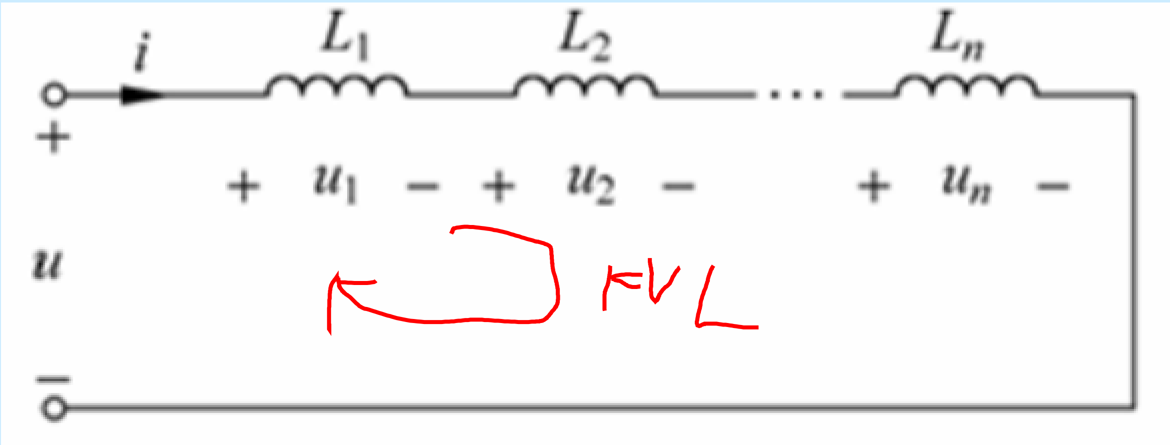
= u

$$i=\sum_{k=1}^{n} i_k=\sum_{k=1}^{n}\left(C_k\frac{\mathrm{d}u_k}{\mathrm{d}t}\right)=\left(\sum_{k=1}^{n}C_k\right)\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

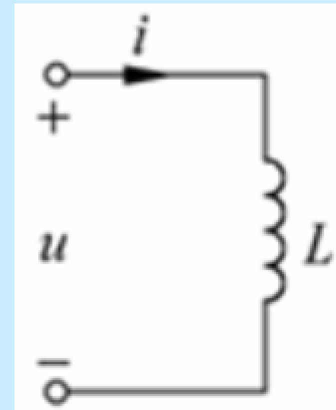
$$i=C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

$$C=\sum_{k=1}^{n}C_k$$

3. 电感串联



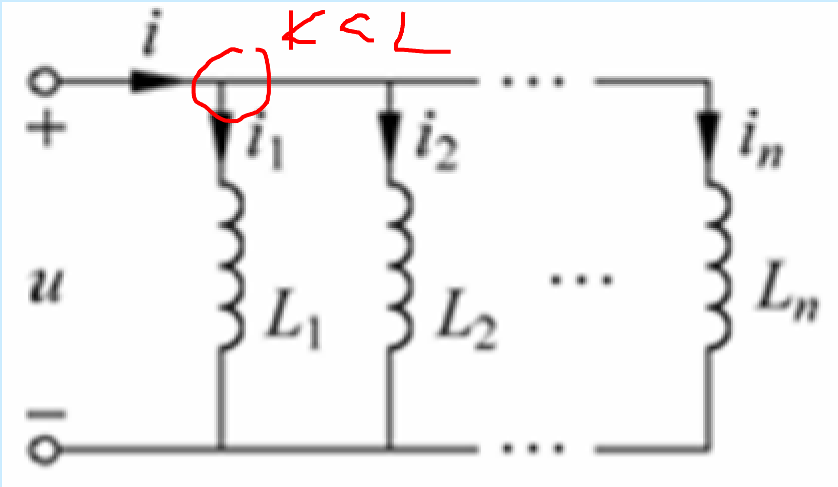
等效



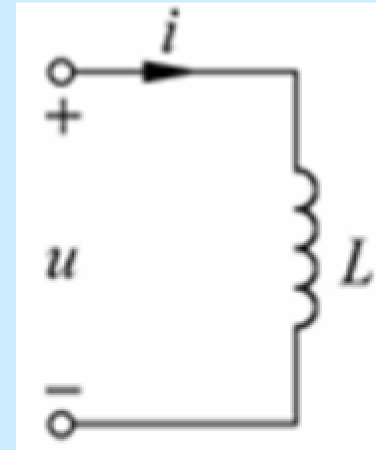
$$u=\sum_{k=1}^{n}u_k=\sum_{k=1}^{n}\left(L_k\frac{\mathrm{d}i_k}{\mathrm{d}t}\right)=\left(\sum_{k=1}^{n}L_k\right)\boxed{\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}}$$

$$L=\sum_{k=1}^{n}L_k$$

4. 电感并联



等效



$$i = \sum_{k=1}^{n} i_k = \sum_{k=1}^{n}\left(i_k(0) + \frac{1}{L_k}\int_0^t u_k(\tau)\,\mathrm{d}\tau\right)$$

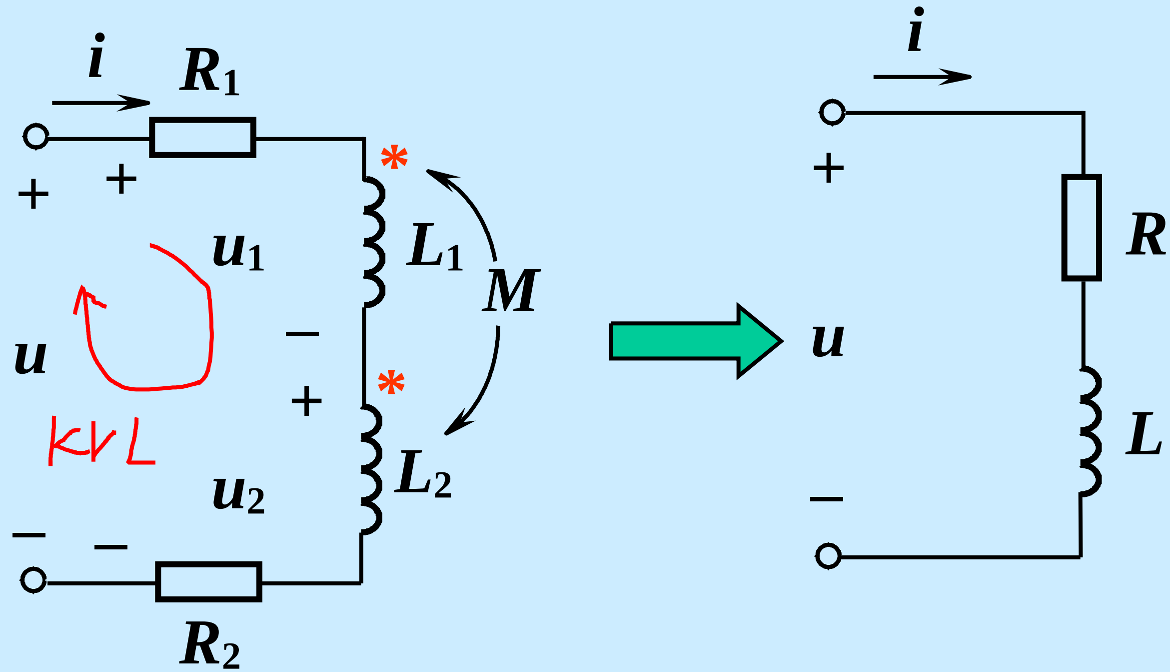
$$= \sum_{k=1}^{n} i_k(0) + \left(\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{L_k}\right)\int_0^t u(\tau)\,\mathrm{d}\tau$$

$$i(0) = \sum_{k=1}^{n} i_k(0)$$

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \cdots + \frac{1}{L_n}$$

5.互感线圈的串联

1. 同名端顺接

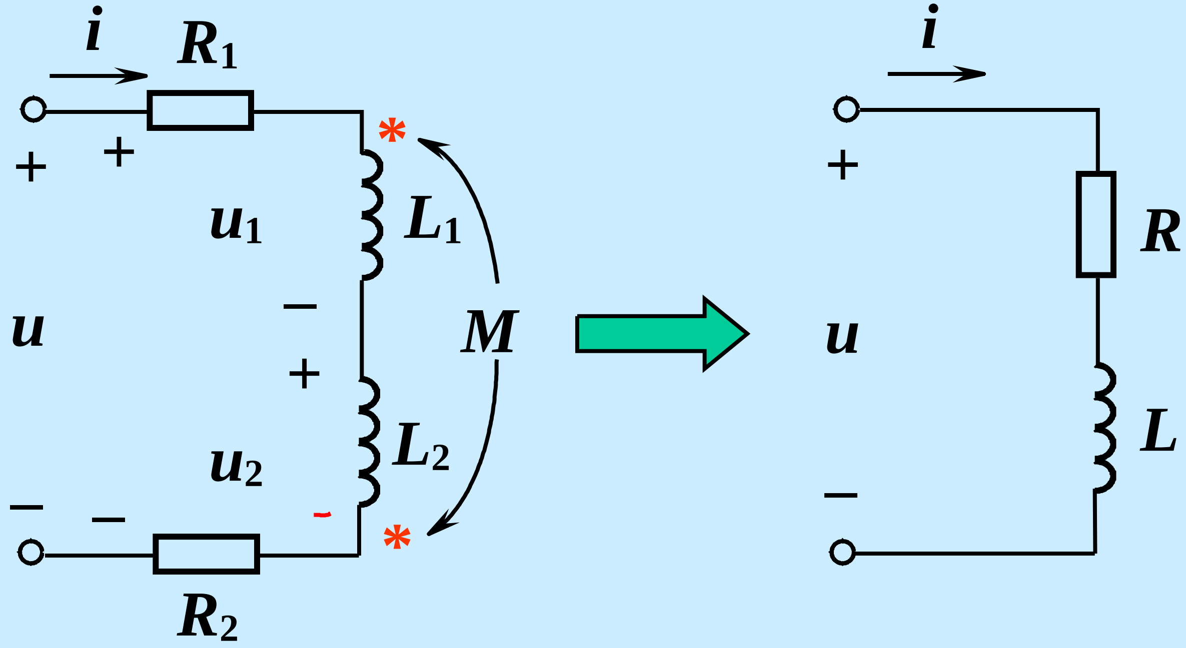


$$u \quad R_1 i \quad L_1 \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \quad M\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \quad L_2\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \quad M\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \quad R_2 i$$

$$(R_1 \quad R_2)i \quad (L_1 \quad L_2 \quad 2M)\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \quad Ri \quad L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

$$R \quad R_1 \quad R_2 \qquad L \quad L_1 \quad L_2 \quad 2M$$

2. 同名端反接：



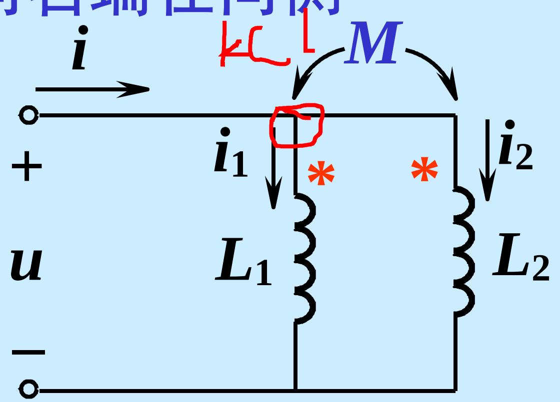
$$u \quad R_1 i \quad L_1 \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \quad M \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \quad L_2 \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \quad M \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \quad R_2 i$$

$$(R_1 \quad R_2) i \quad (L_1 \quad L_2 \quad 2M) \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \quad Ri \quad L \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

$$R \quad R_1 \quad R_2 \qquad L \quad L_1 \quad L_2 \quad 2M$$

5.互感线圈的并联

1. 同名端在同侧



$$\begin{cases} u \quad L_1\dfrac{di_1}{dt} \quad M\dfrac{di_2}{dt} \\ u \quad L_2\dfrac{di_2}{dt} \quad M\dfrac{di_1}{dt} \\ i = i_1 + i_2 \end{cases}$$

KCL

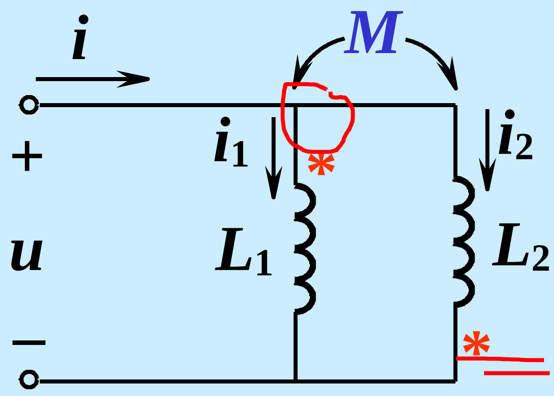
解得u, i的关系：

$f(u, i)$

$$u \quad \frac{(L_1 L_2 \quad M^2)}{L_1 \quad L_2 \quad 2M}\frac{di}{dt}$$

$$L_{eq} \quad \frac{(L_1 L_2 \quad M^2)}{L_1 \quad L_2 \quad 2M} \quad 0$$

2. 同名端在异侧



$$\begin{cases} u \quad L_1\dfrac{di_1}{dt} = M\dfrac{di_2}{dt} \\ u \quad L_2\dfrac{di_2}{dt} = M\dfrac{di_1}{dt} \end{cases}$$

$i = i_1 + i_2$ KCL

解得u, i的关系：

$$u \quad \frac{(L_1L_2 \quad M^2)}{L_1 \quad L_2 \quad 2M}\frac{di}{dt}$$

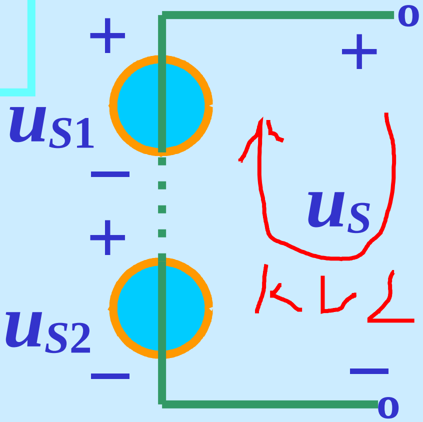
$$L_{eq} \quad \frac{(L_1L_2 \quad M^2)}{L_1 \quad L_2 \quad 2M} \quad 0$$

3.2.2 电压源和电流源的串联和并联

1. 理想电压源的串联和并联

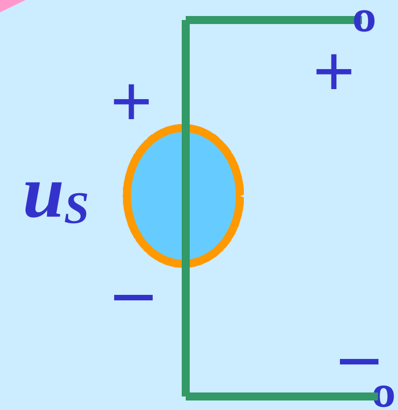
注意参考方向

●串联

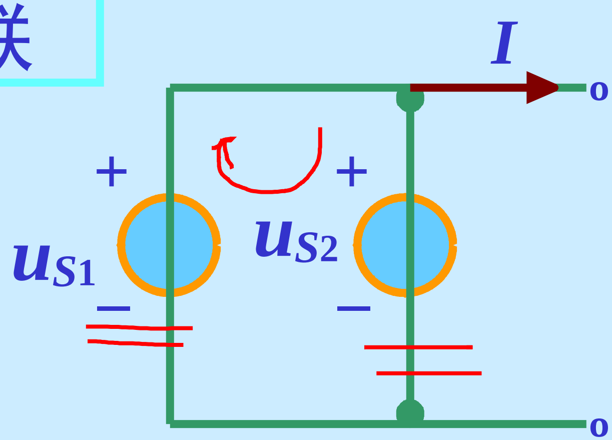


u_s u_{s1} u_{s2} u_{sk}

等效电路



●并联



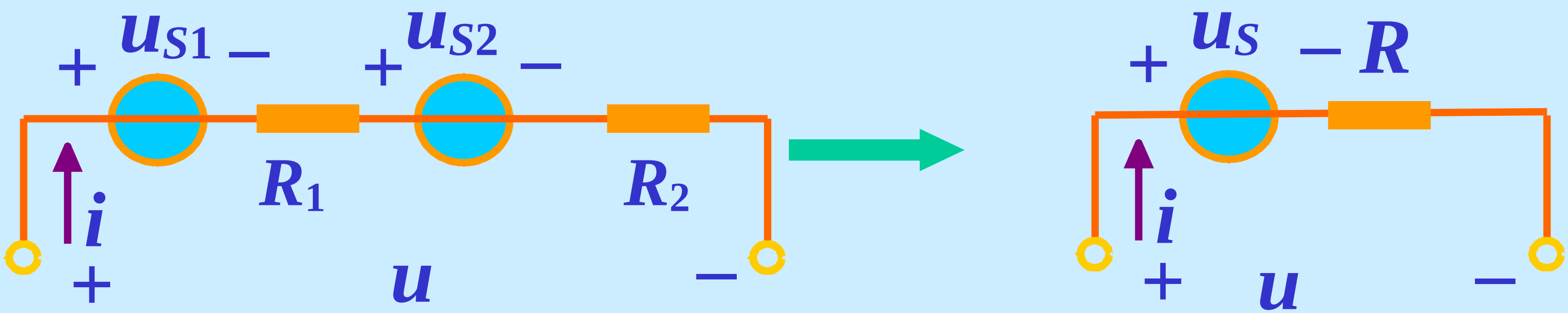
等效电路

u_s u_{s1} u_{s2}

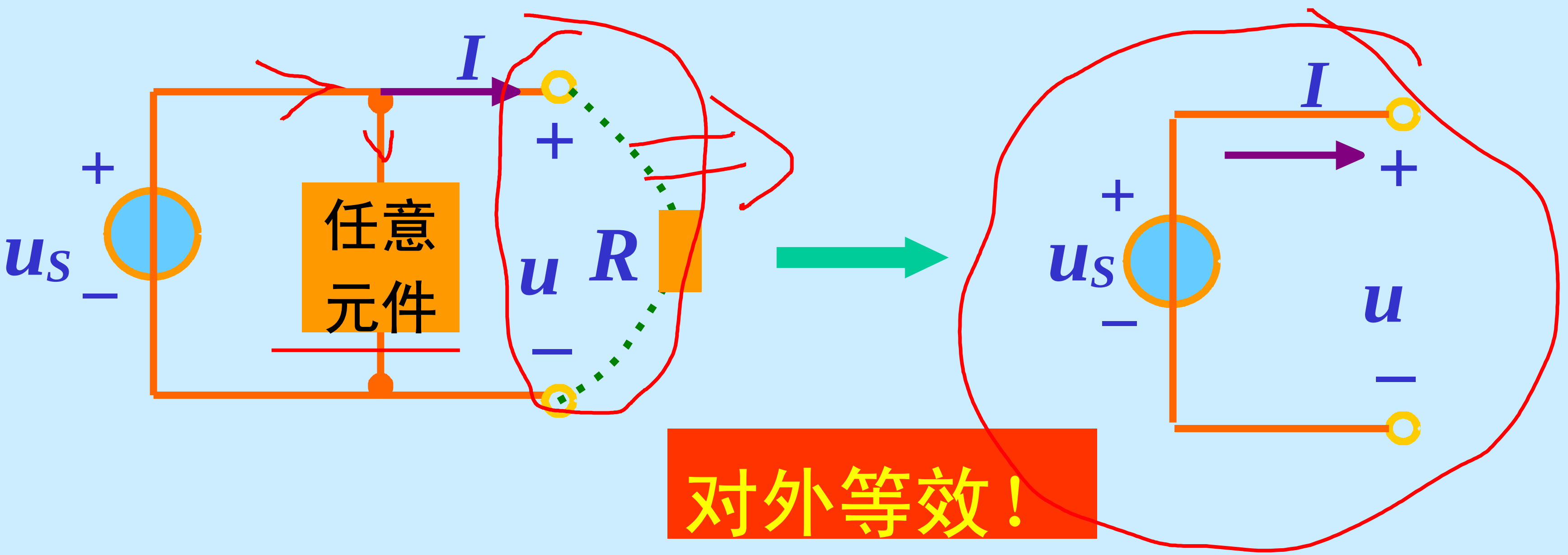
相同的电压源才能并联，电源中的电流不确定。

❖电压不等的独立电压源并联是“病态电路”，违背KVL。

● 电压源与支路的串、并联等效



$u \quad u_{s1} \quad R_1 i \quad u_{s2} \quad R_2 i \quad (u_{S1} \quad u_{S2}) \quad (R_1 \quad R_2)i \quad u_S \quad Ri$

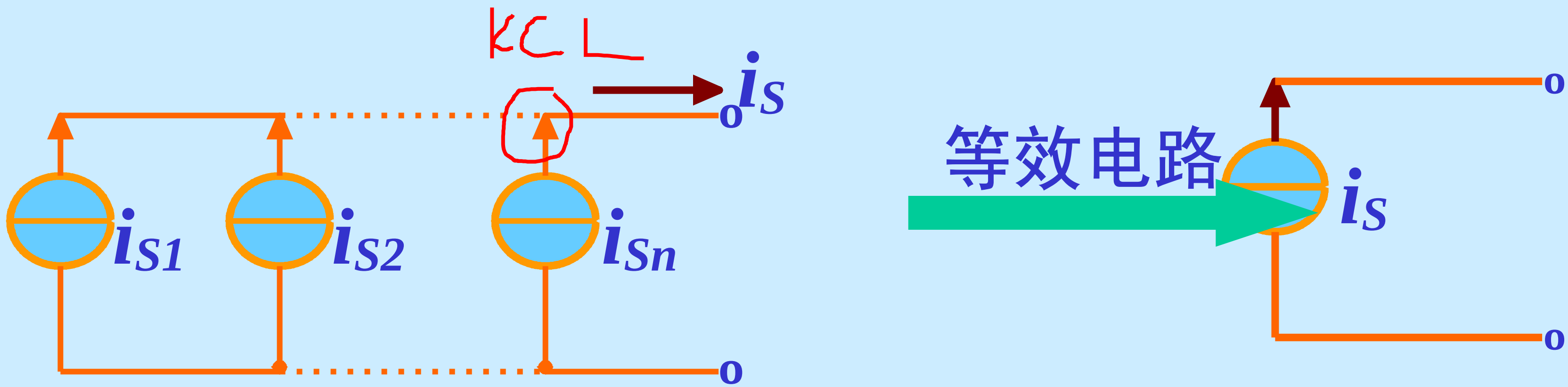


2. 理想电流源的串联并联

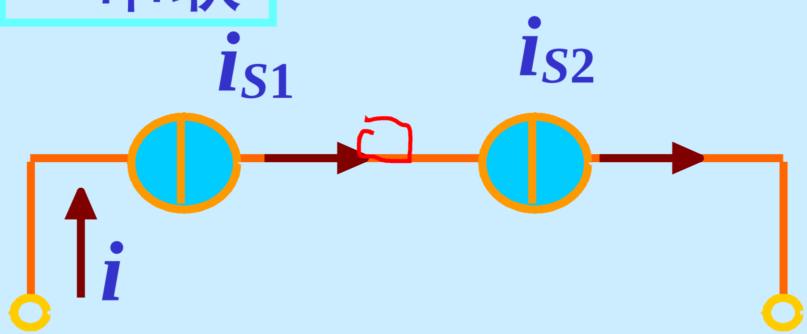
注意参考方向

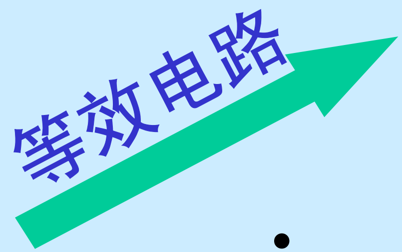
● 并联

i_s　i_{s1}　i_{s2}　i_{sn}　i_{sk}



● 串联



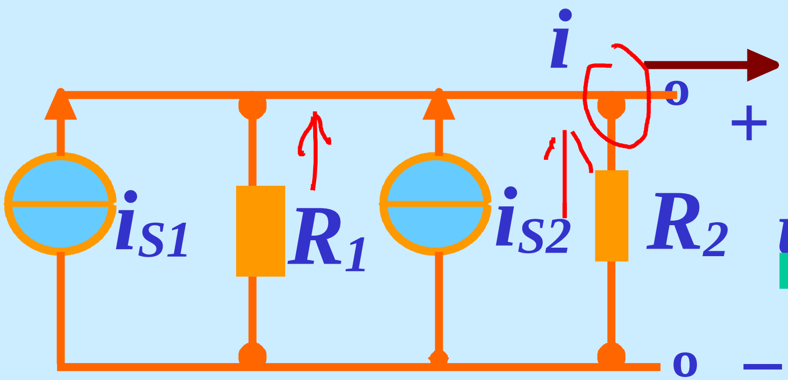


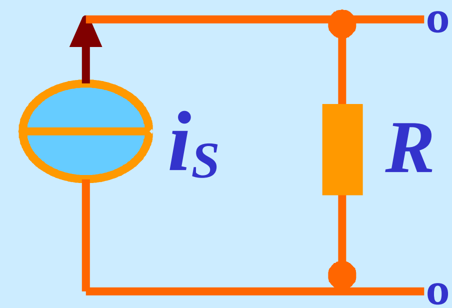
i_s　i_{s1}　i_{s2}

❖电流不等的独立电流源串联是“病态电路”，违背**KCL**。

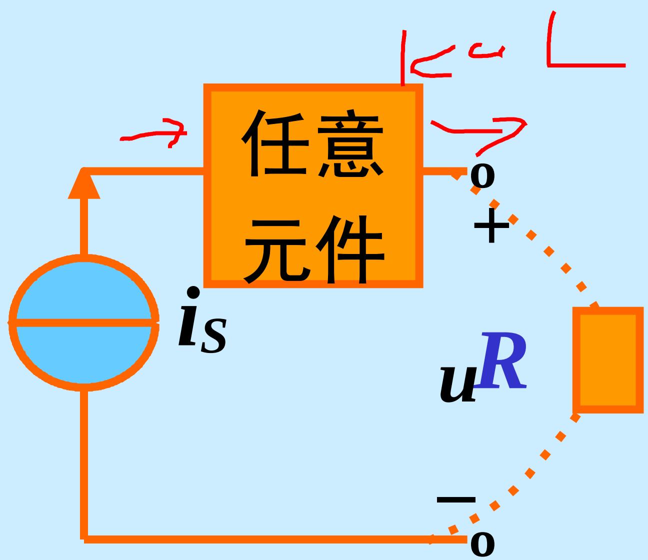
相同的理想电流源才能串联，每个电流源的端电压不能确定

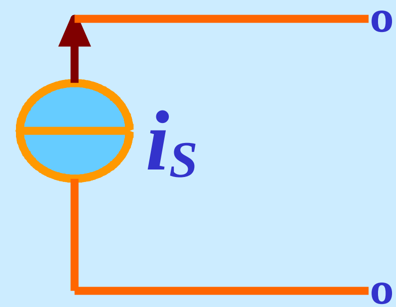
● 电流源与支路的串、并联等效





$$i \quad i_{s1} \quad u/R_1 \quad i_{s2} \quad u/R_2 \quad i_{s1} \quad i_{s2} \quad (1/R_1 \quad 1/R_2)u \quad i_s \quad u/R$$



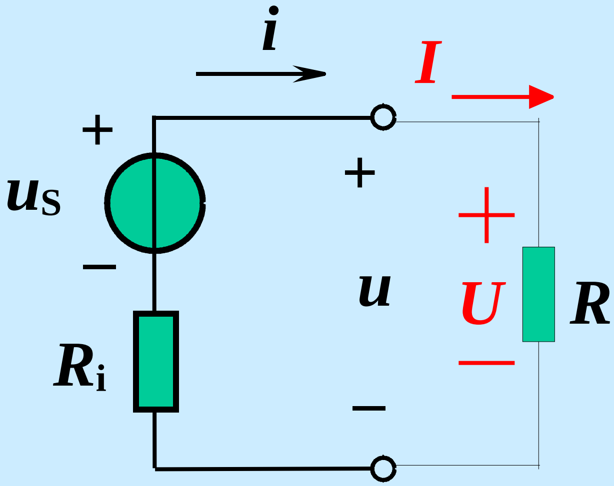


对外等效！

§2-4 实际电源的两种模型及其等效变换

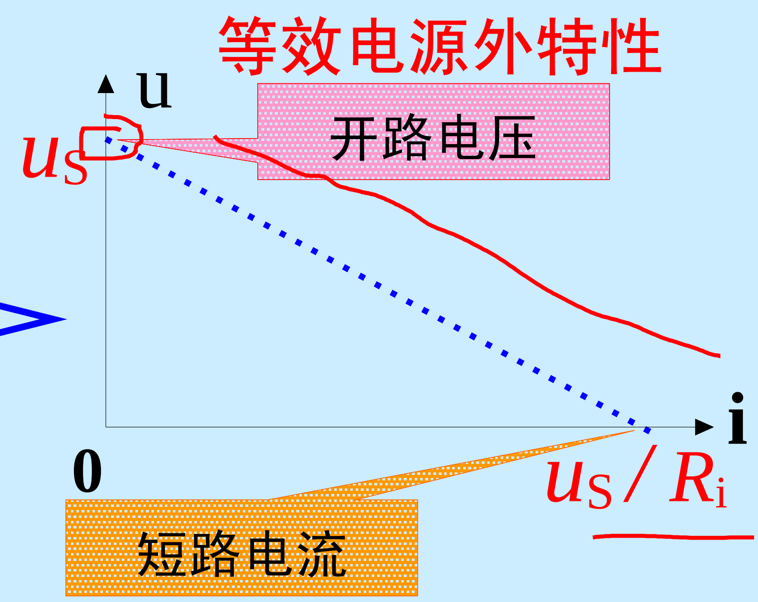
1. 电压源等效模型

一个实际电源，可用一个理想电压源u_S与一个电阻R_i串联的支路模型来表征其特性。当它向外电路提供电流时，它的端电压u总是小于u_S，电流越大端电压u越小。



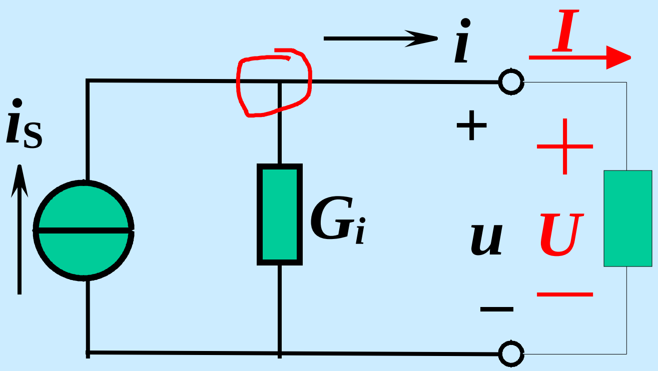
$$u=u_S-R_i\,i$$

VAR曲线



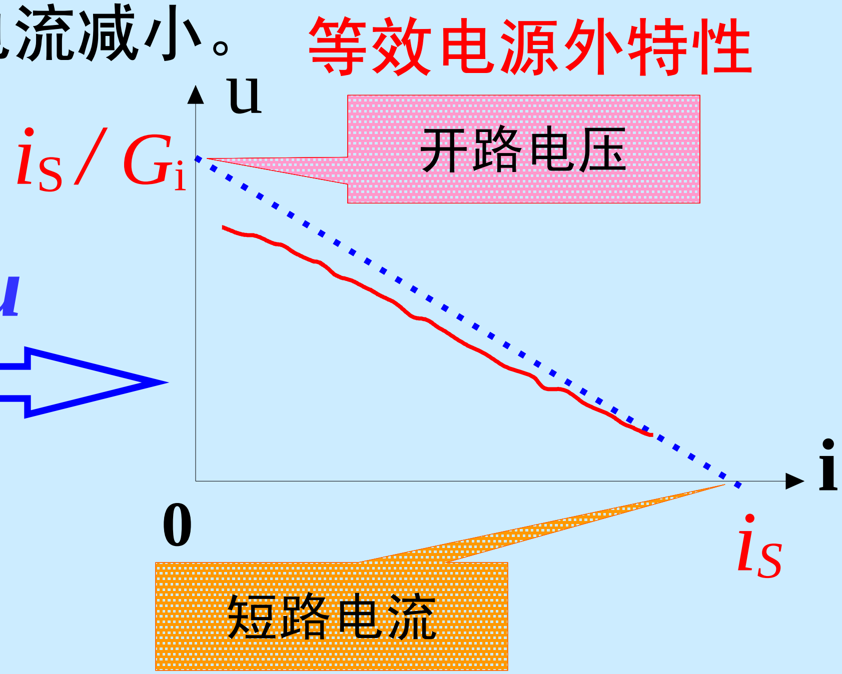
2. 电流源等效模型

一个实际电源，可用一个电流为 i_S 的理想电流源和一个内电导 G_i 并联的模型来表征其特性。当它向外电路供给电流时，并不是全部流出，其中一部分将在内部流动，随着端电压的增加，输出电流减小。



$i=i_S-G_i u$

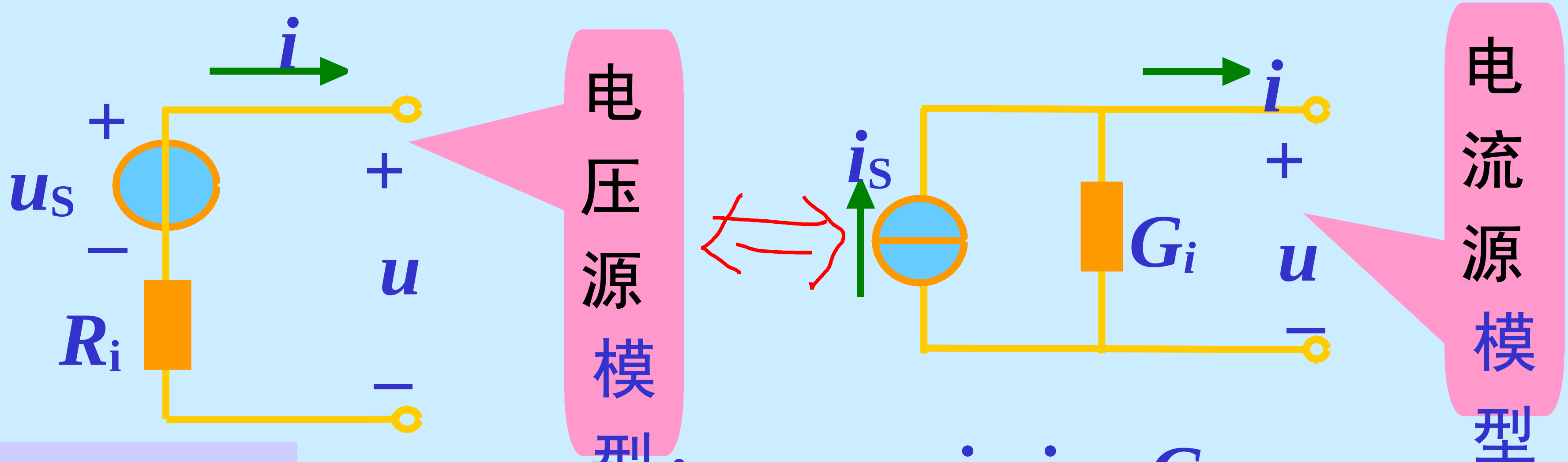
VAR曲线



显见两种模型外特征曲线均为下降的直线，可以近似地作为实际电源的电路模型。

三．两种电源模型的等效变换公式

（us串R）与（is并G）可以代表同一实际电源的电路模型，而代表同一电源的两种电路模型应该是等效的(VAR曲线重合, VAR方程相同) 。



端口特性

$u=u_S - R_i\, i$

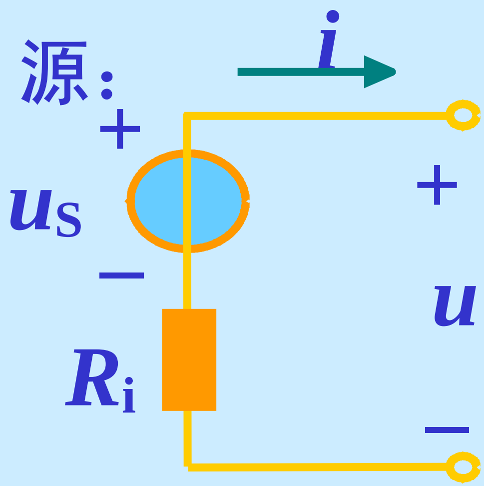
$i = i_S - G_i u$

$i = u_S/R_i - u/R_i$

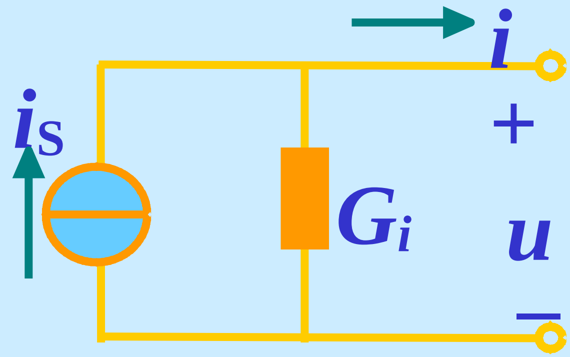
$$\begin{cases} i_S=u_S/R_i \\ G_i=1/R_i \end{cases}$$

比较可得等效的条件：

由电压源变换为电流源：

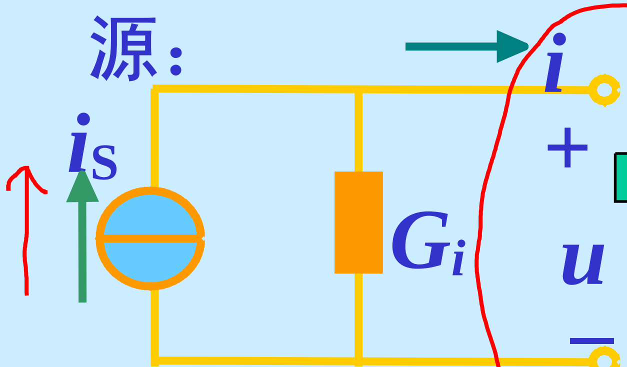


转换

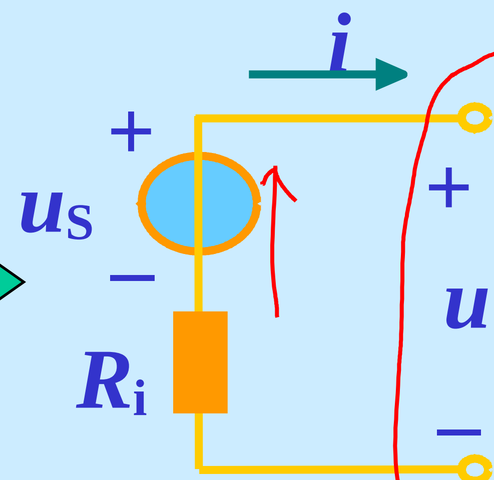


$i_s \quad {u_s}/{R_i}$, $G_i \quad {1}/{R_i}$

由电流源变换为电压源：



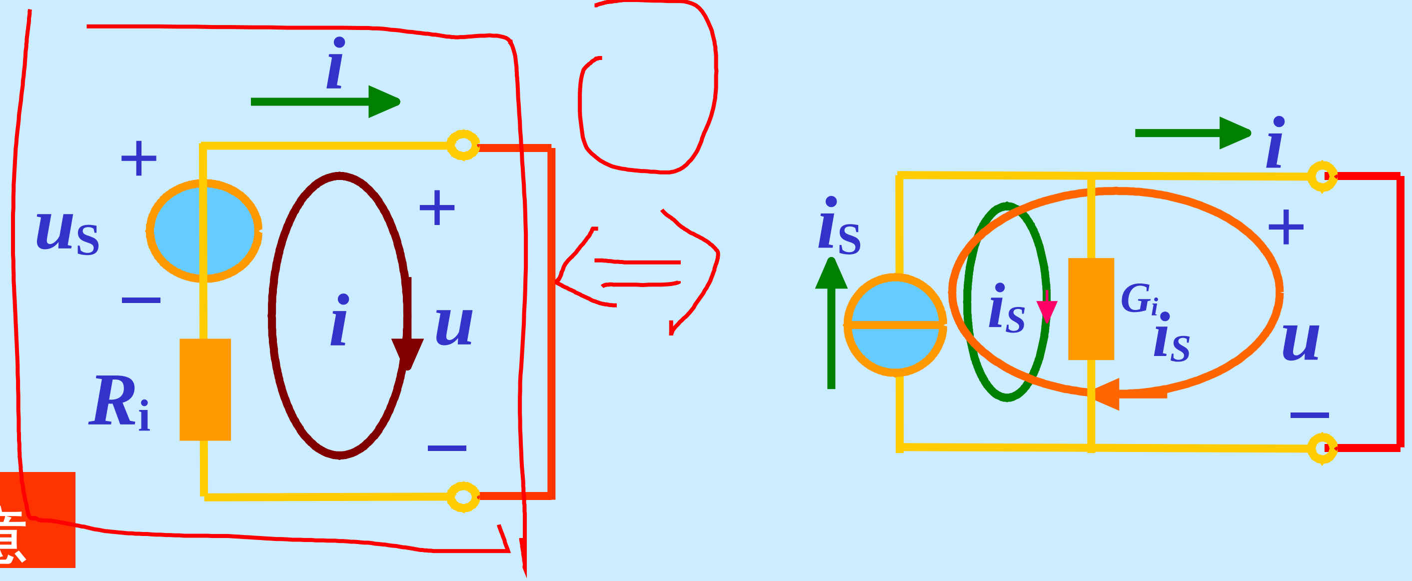
转换



❖i_S 的方向与u_S电压升方向一致(从"+"流出)！

短路电流$i_S = u_S G_i$

$u_s \quad {i_s}/{G_i}$, $R_i \quad {1}/{G_i}$



注意

(1)i_S 的方向与u_S电压升方向一致(从 “+”流出)！

(2) 等效是对外部电路等效，对内部电路是不等效的。

表现在

开路的电压源中无电流流过 R_i ；

开路的电流源可以有电流流过并联电导G_i 。

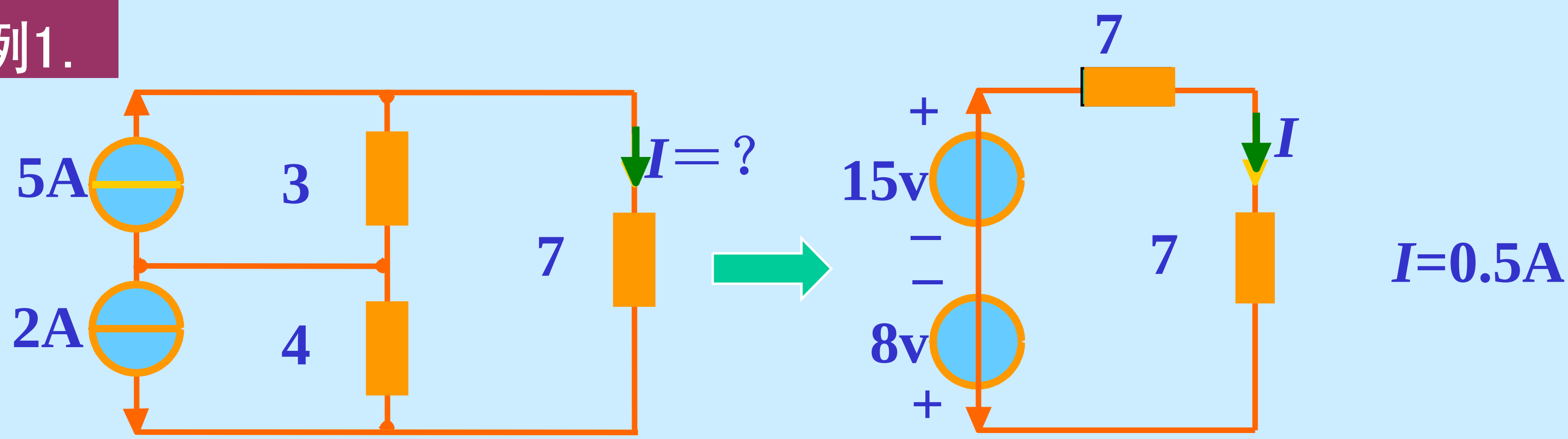
电压源短路时，电阻中R_i有电流 ；

电流源短路时， 并联电导G_i中无电流。

(3) 理想电压源与理想电流源不能相互转换。

利用电源等效变换简化电路计算。

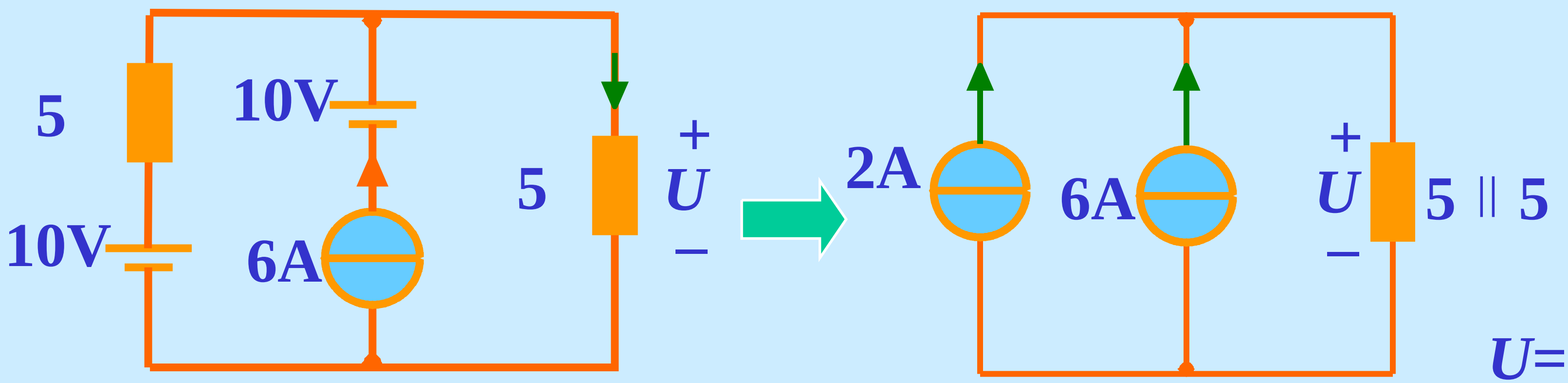
例1.



I=0.5A

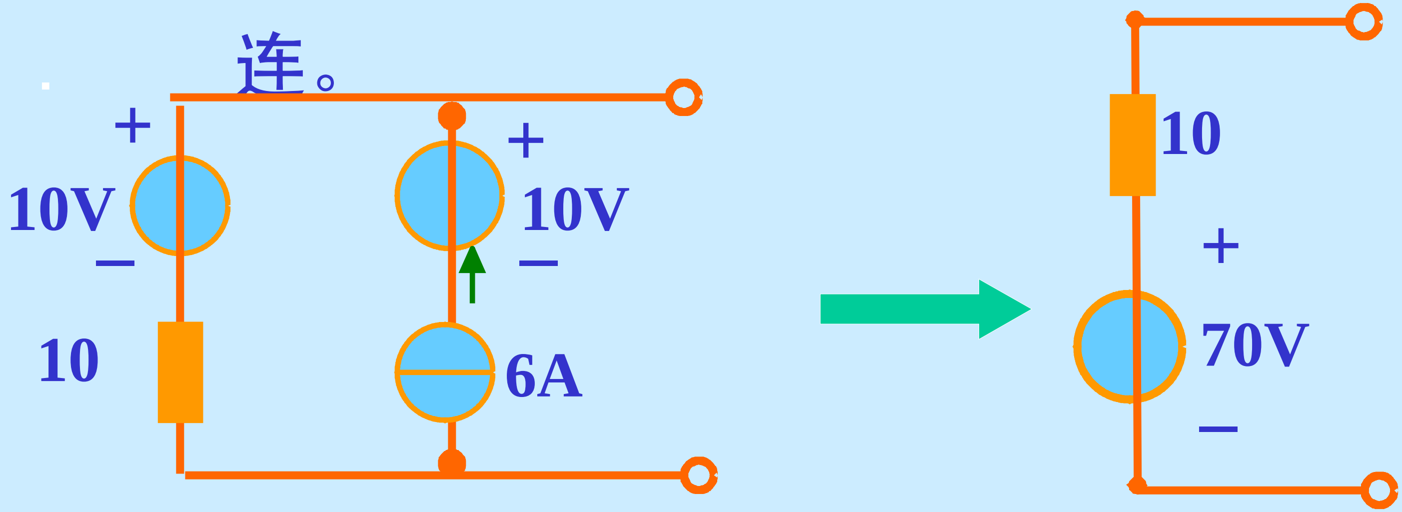
例2.

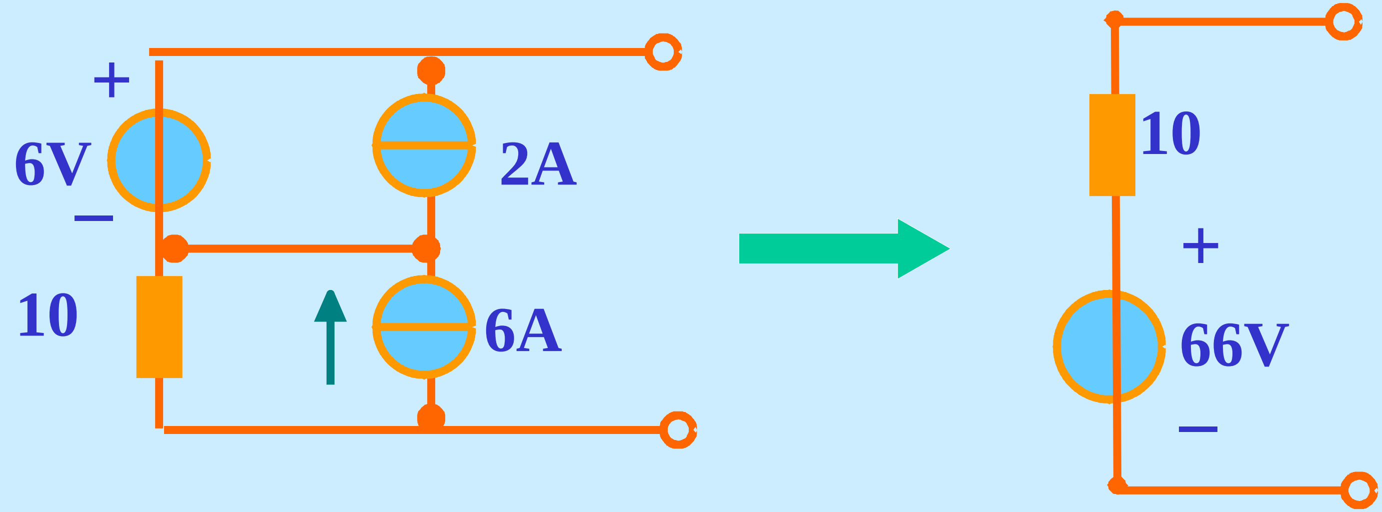
U=?

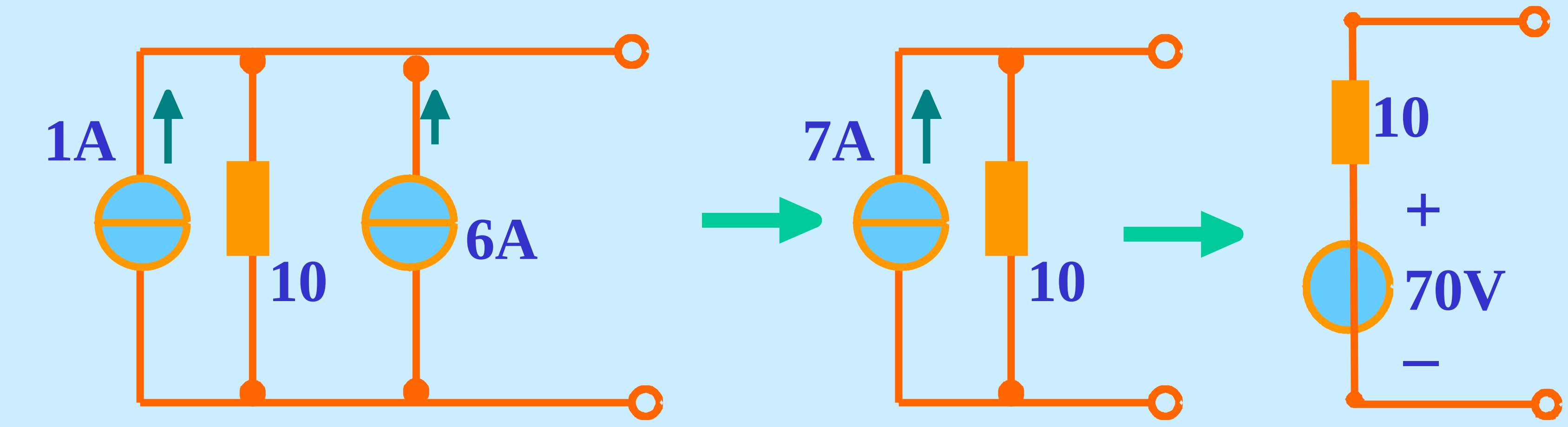


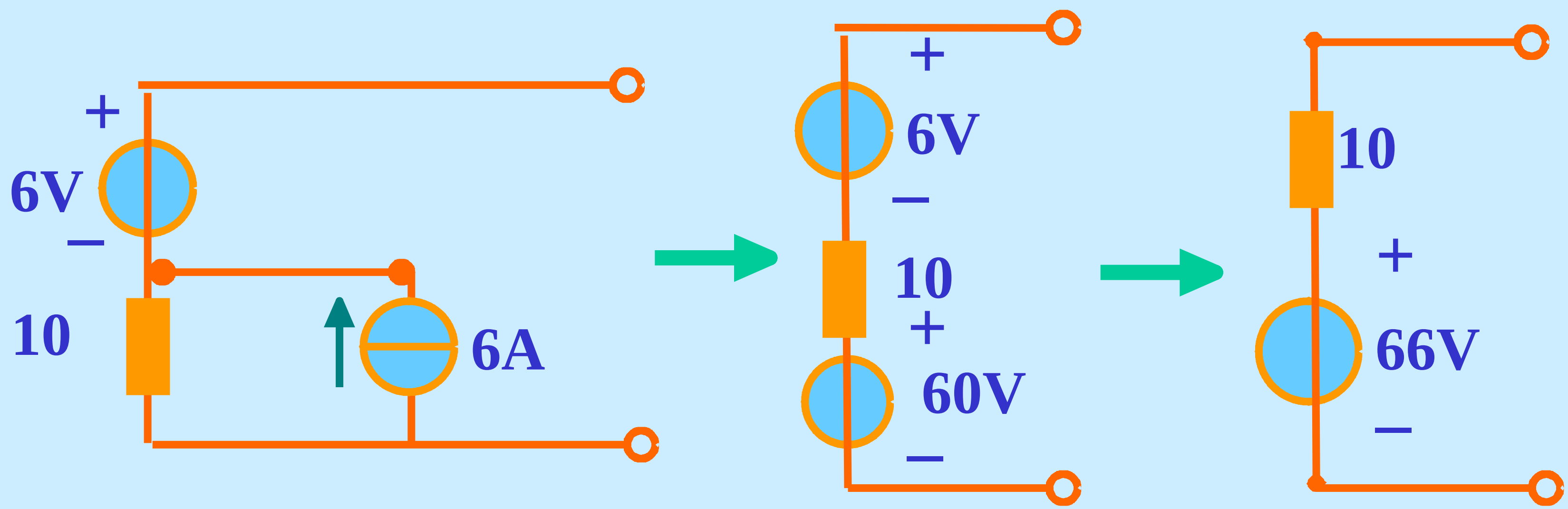
U=20V

例3 把电路转换成一个电压源和一个电阻的串连。



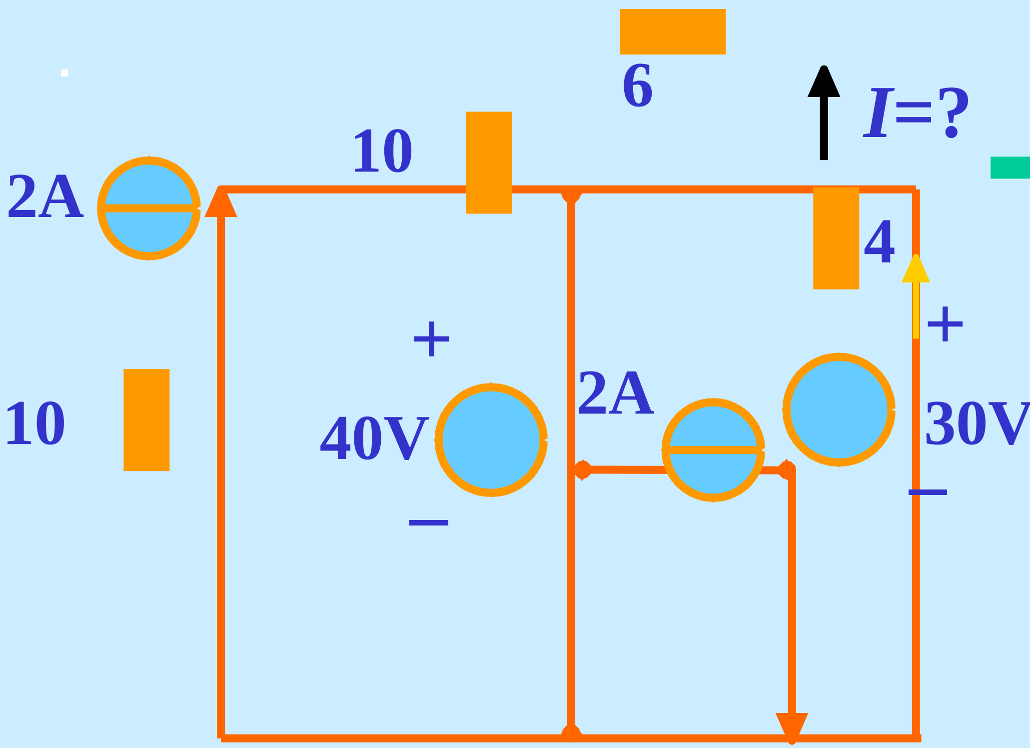


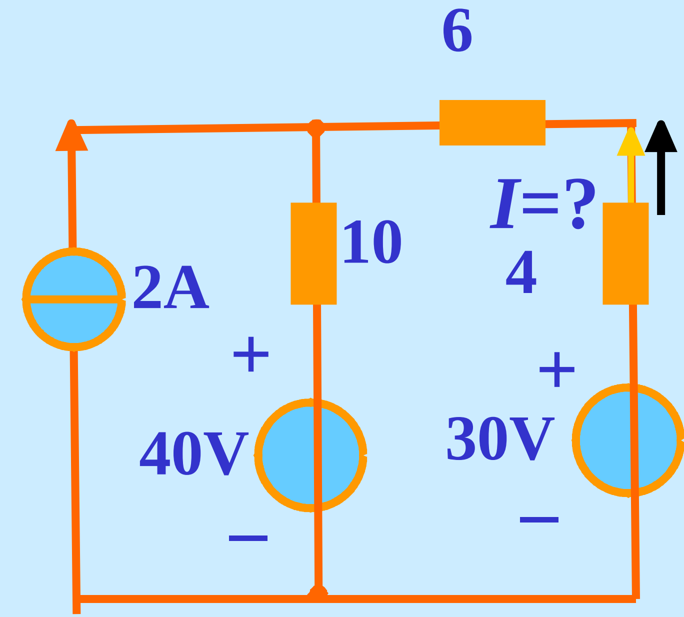


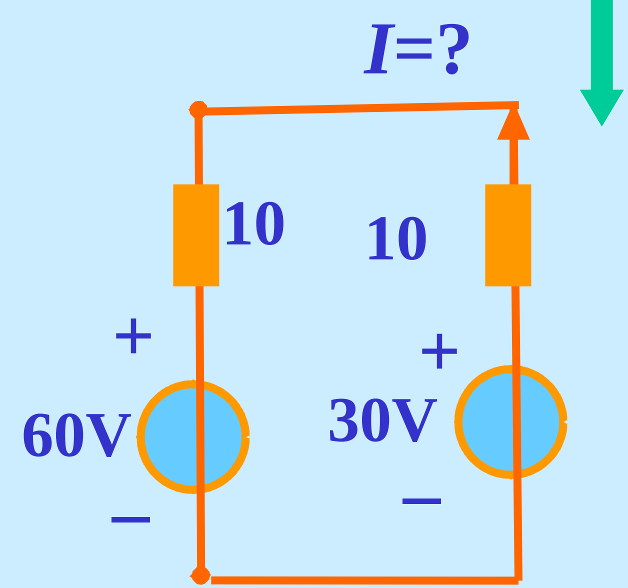


上 页 下 页

例4 利用电源等效变换求解I。







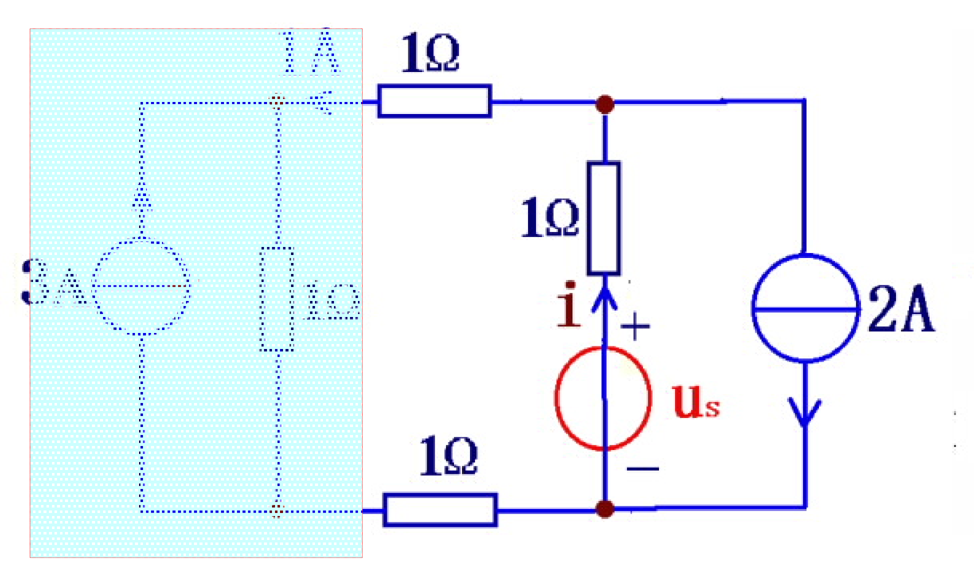
$$I \quad \frac{30 \quad 60}{20} \quad 1.5A$$

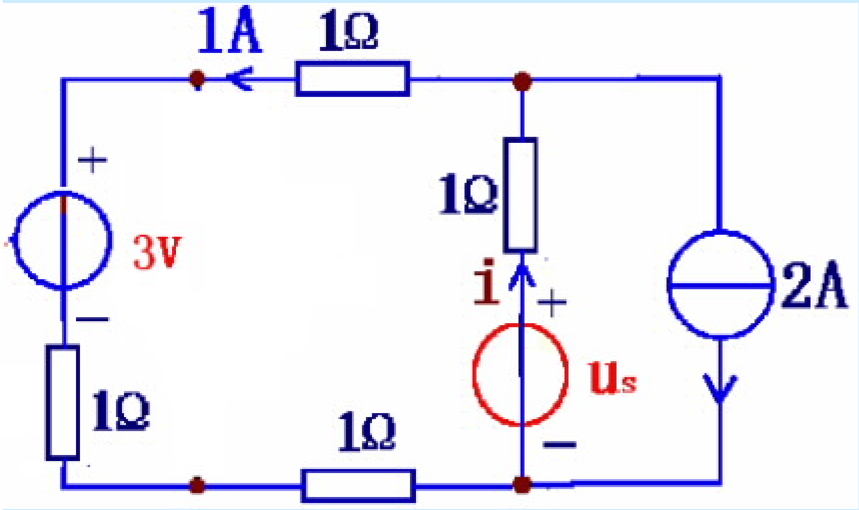
例5 * 图示电路，求i、uS。

解:* i=3A　经等效变换,有

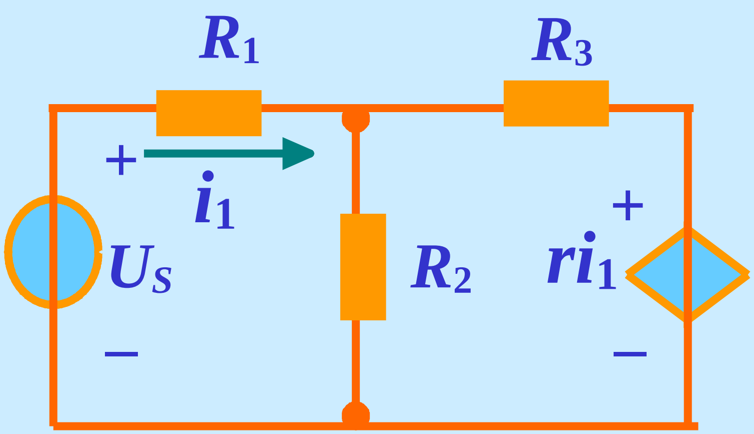
* u_S=3x1+1x1+3+1x1+1x1

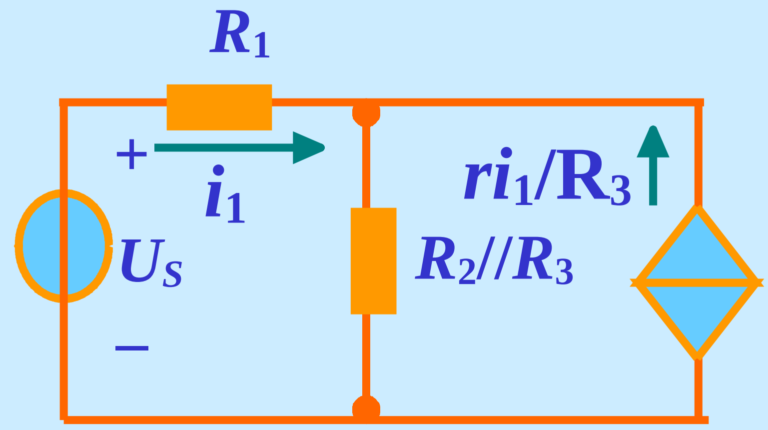
=9V

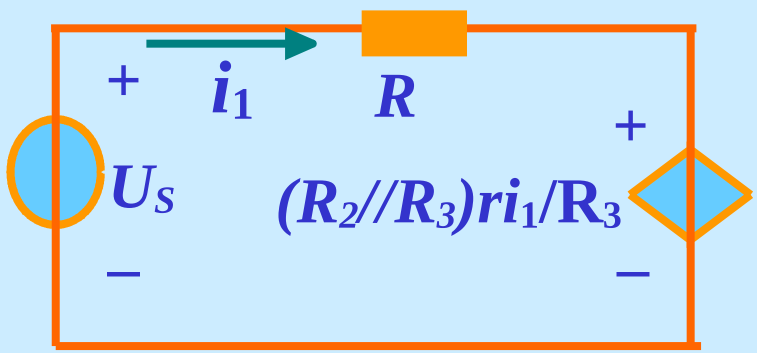




例6. 求电流i_1







$$R \quad R_1 \quad \frac{R_2R_3}{R_2 \quad R_3}$$

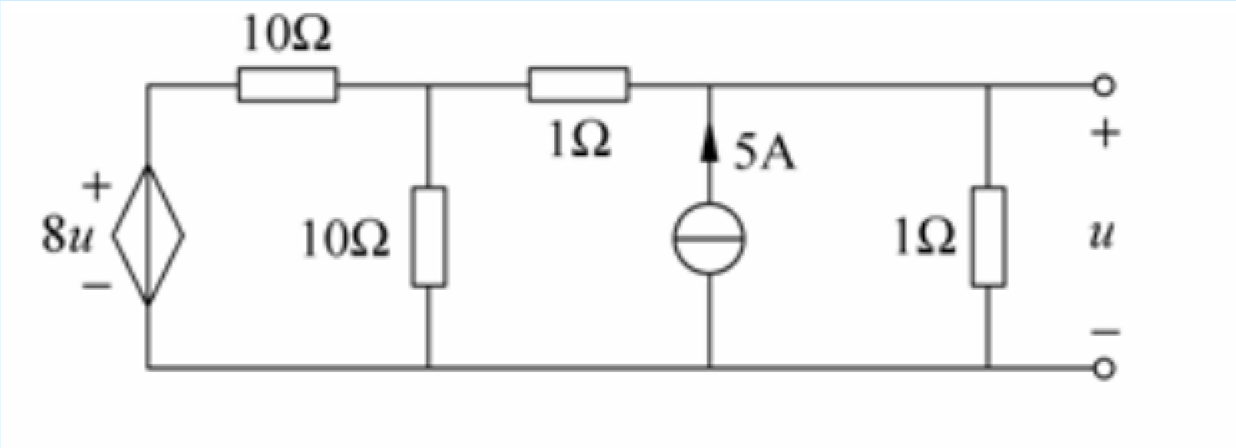
$$Ri_1 \quad (R_2 // R_3)ri_1 / R_3 \quad U_S$$

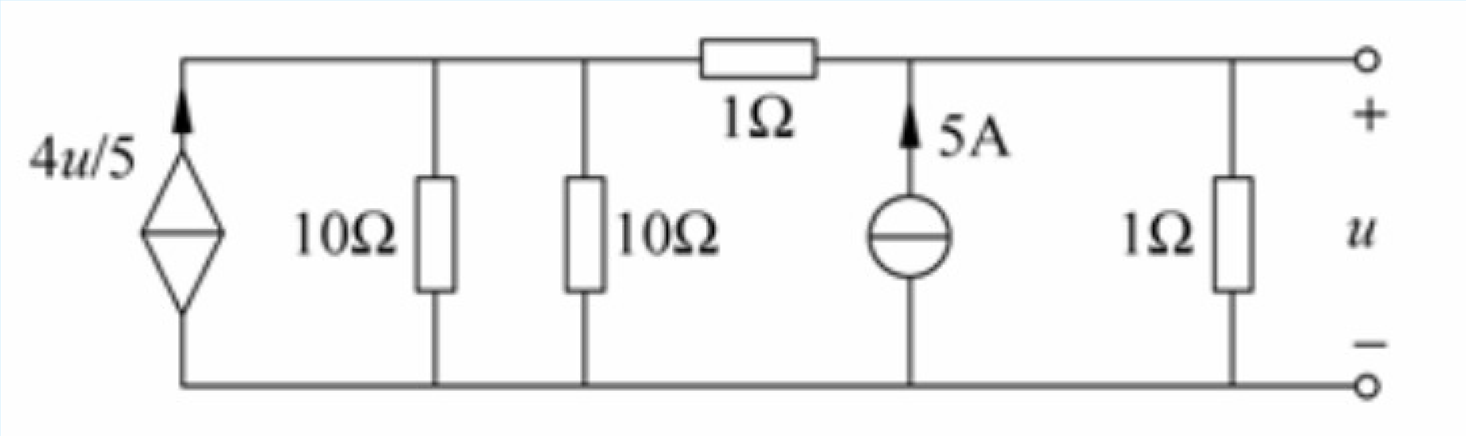
$$i_1 \quad \frac{U_S}{R \quad (R_2 // R_3)r / R_3}$$

#3.5, 3.6。

注：

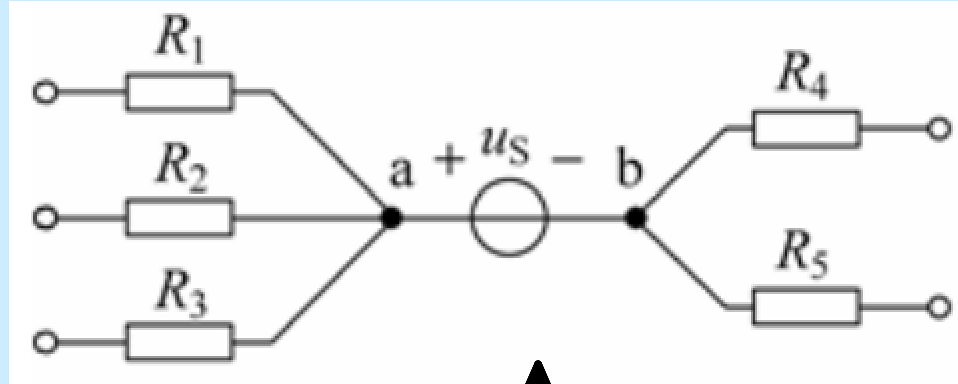
受控源和独立源一样可以进行电源转换；转换过程中注意不要丢失控制量。

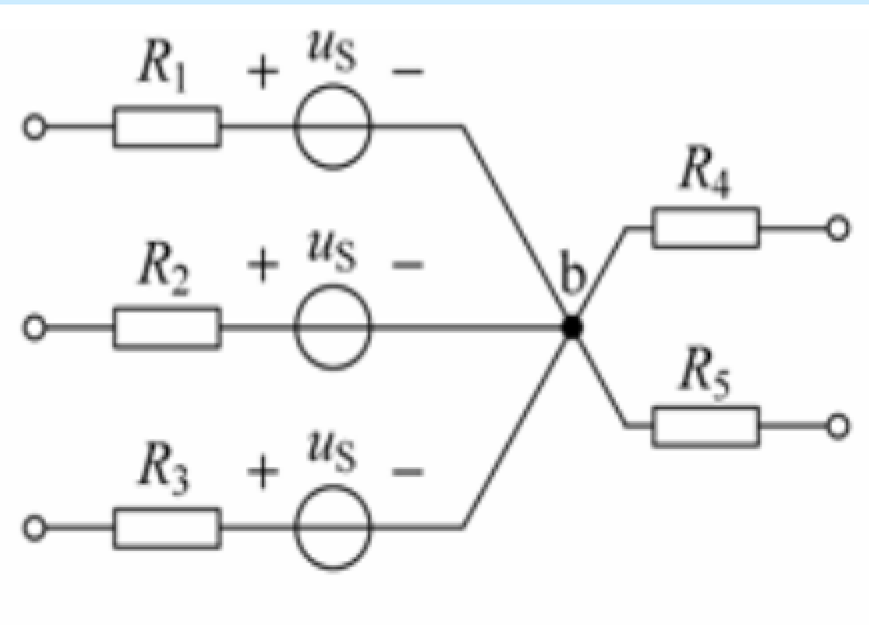

10Ω
1Ω
5A
+
8u
−
10Ω
1Ω
+
u
−

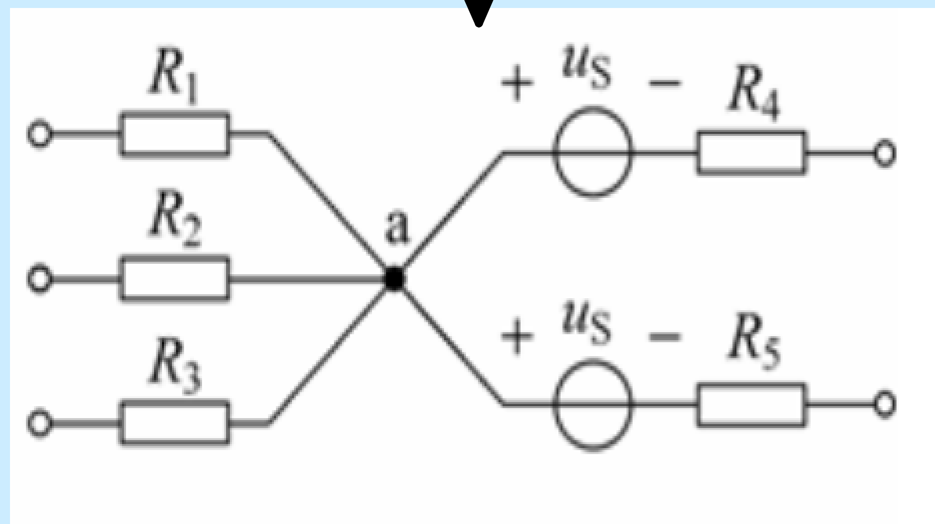

1Ω
5A
+
4u/5
10Ω
10Ω
1Ω
u
−

四. 电源转移

1 无伴电压源的转移

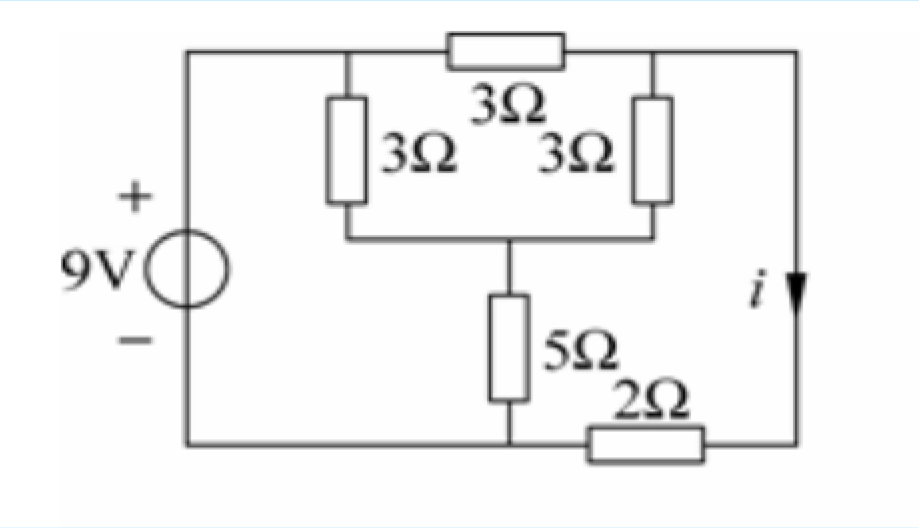


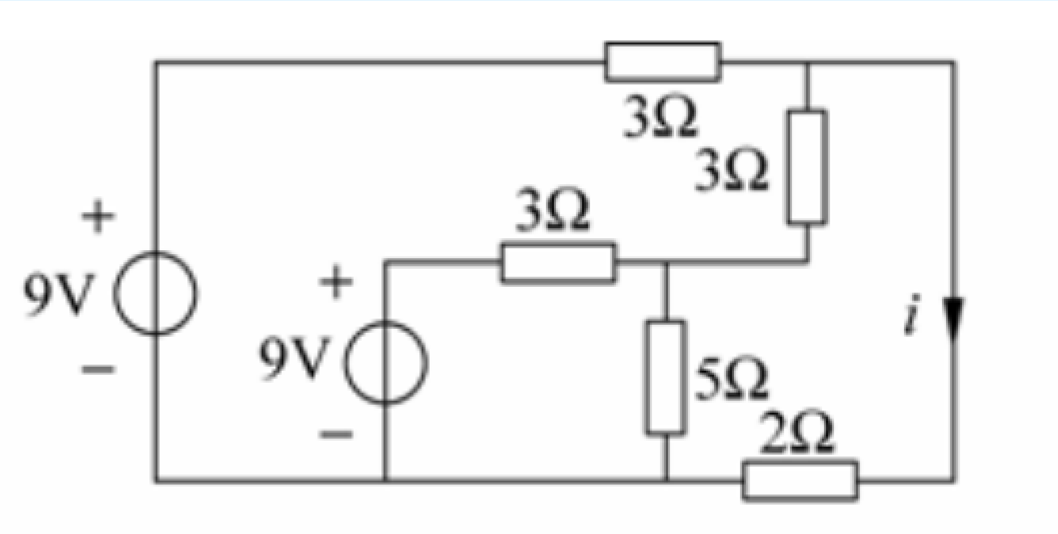




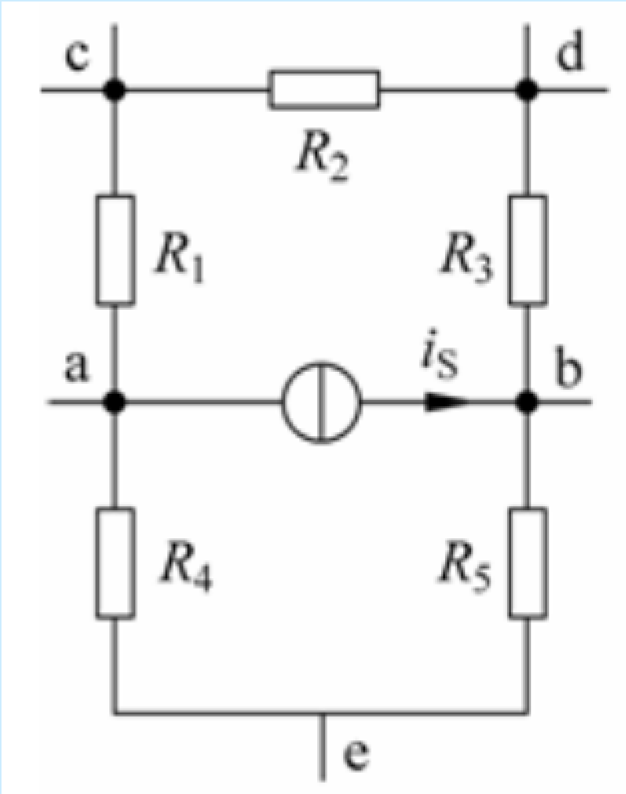
无伴电压源支路可转移到与该支路任一端连接的所有支路中与各电阻串联，原无伴电压源短路。

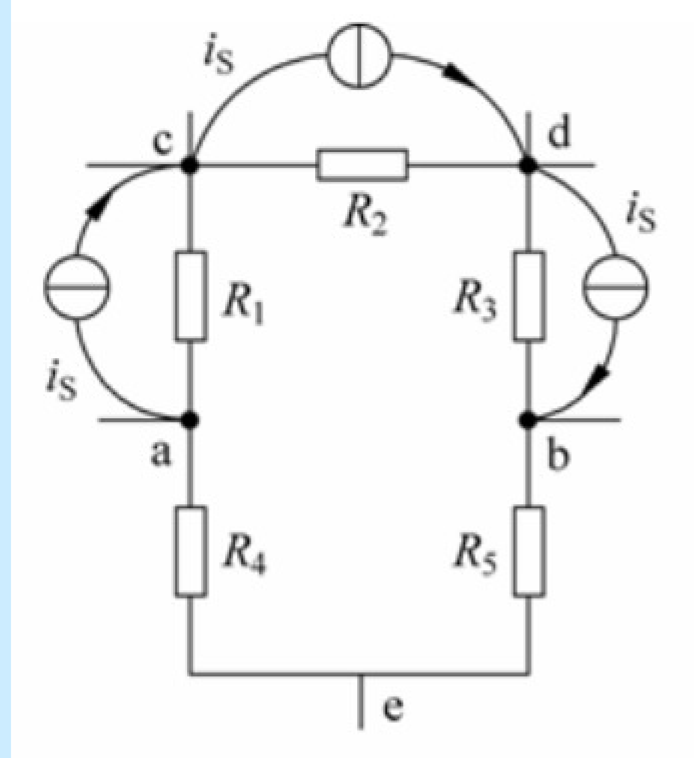
例6.



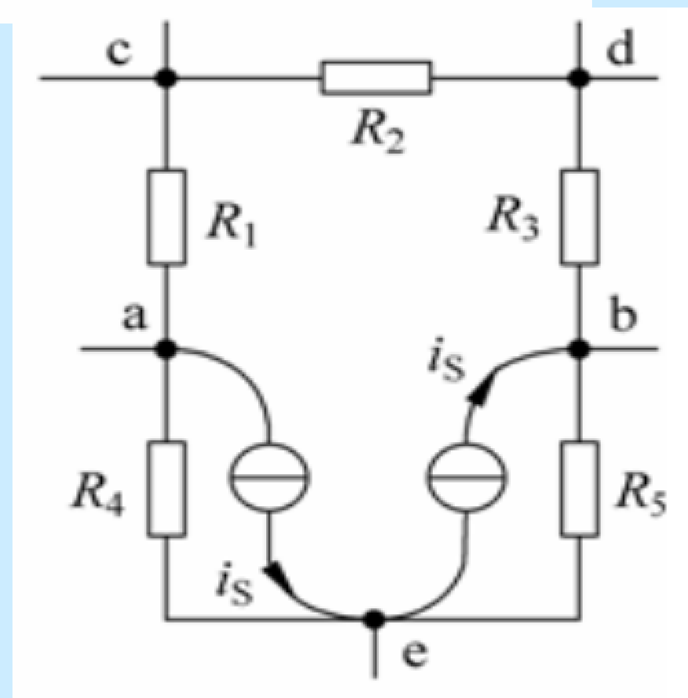


2 无伴电流源的转移



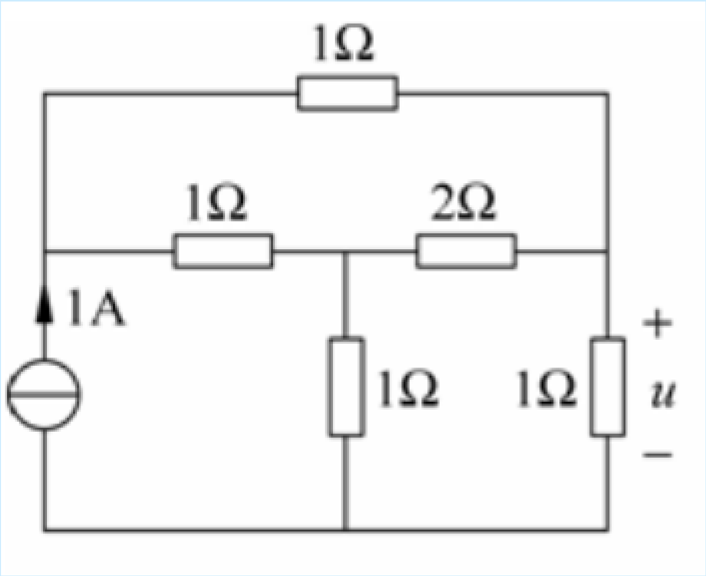


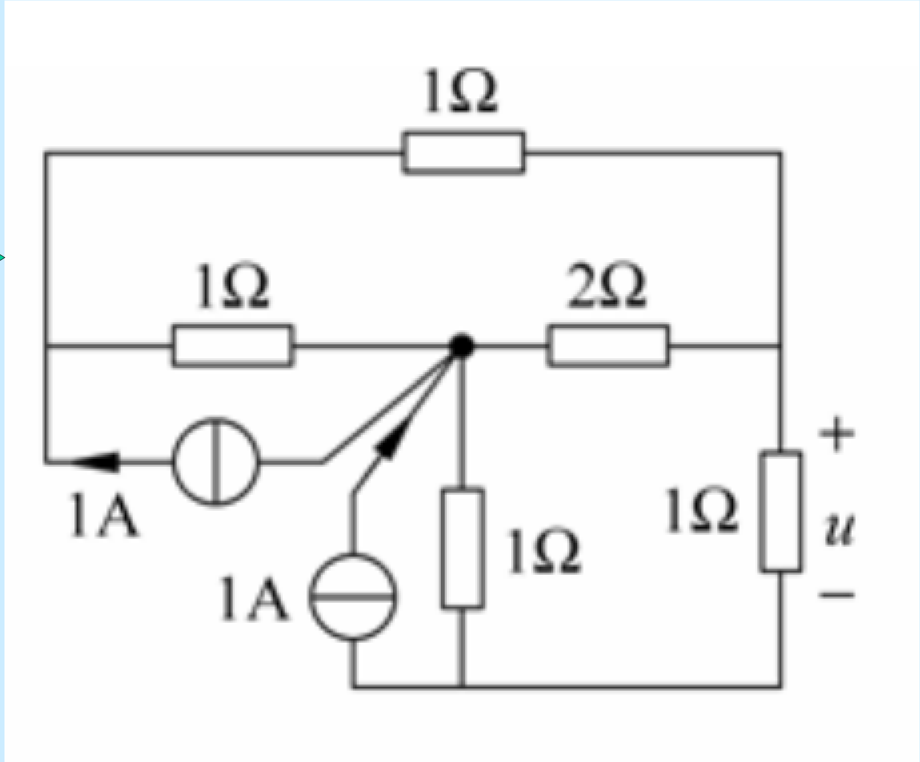
保持流出a流入b



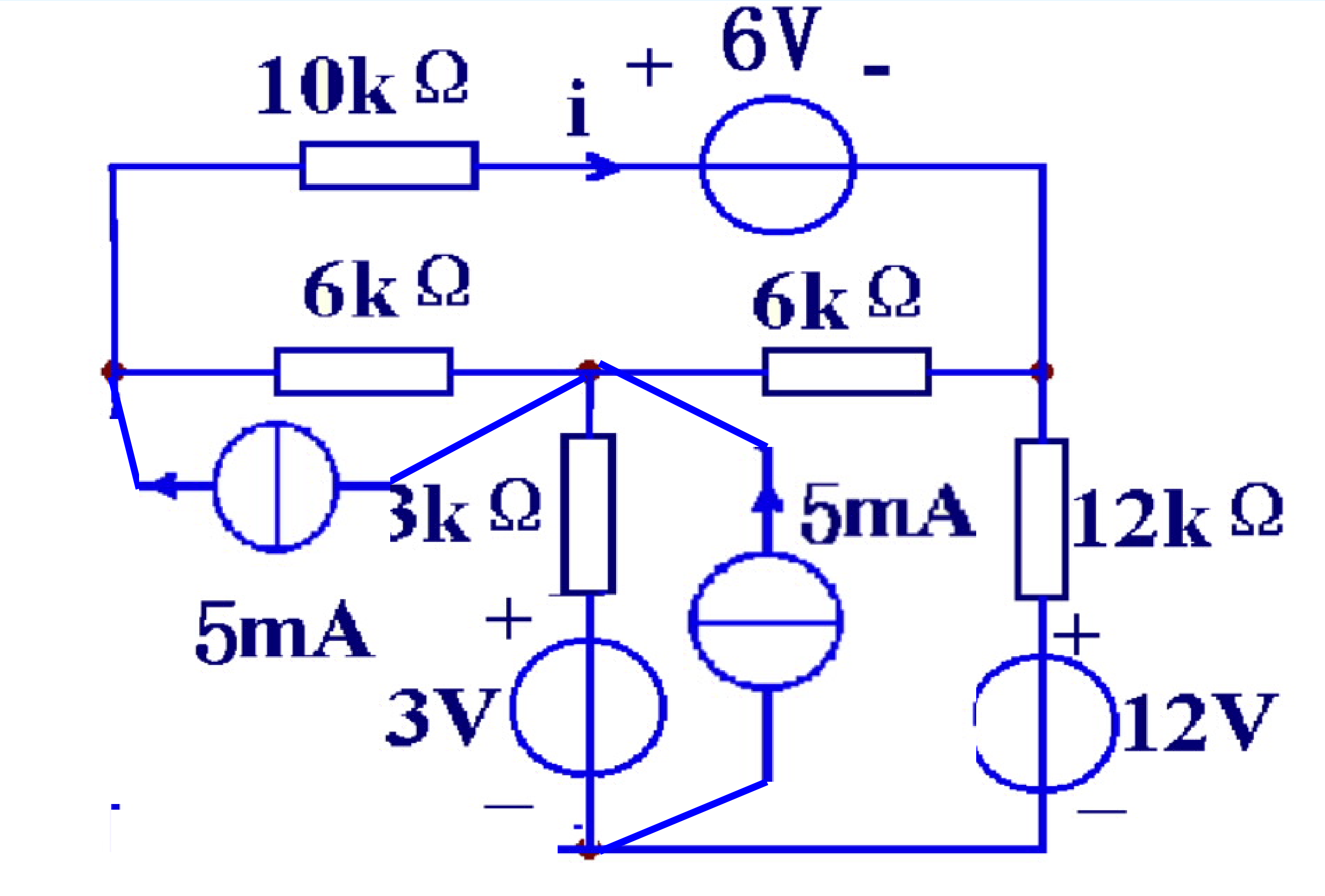
无伴电流源支路可转移到与该支路形成回路的任一回路的所有支路中与各电阻并联，原无伴电流源开路

例7. 求电压u。





例7.

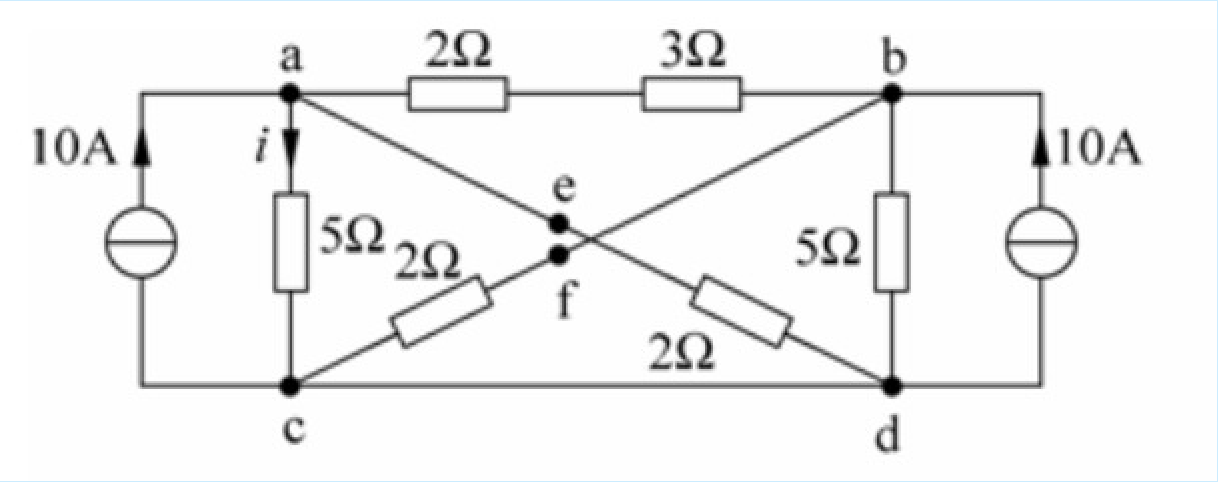


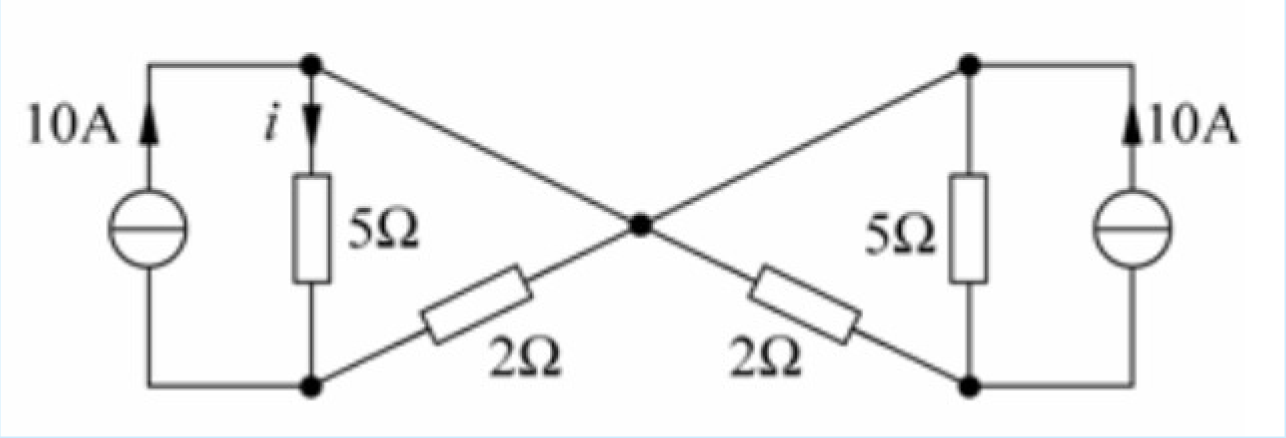
3.2.4　具有等电位节点/零电流支路电路的等效变换

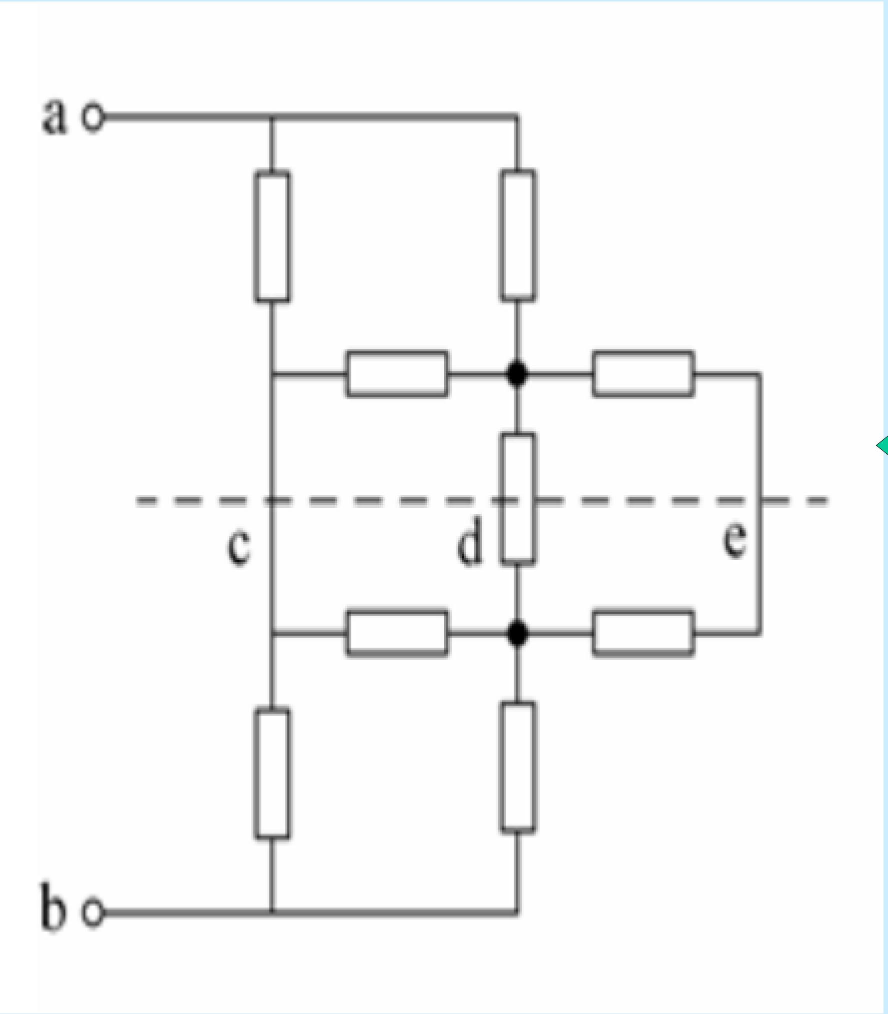
- 对于具有相等电位的两节点（无支路直接相连），节点间的电压为零，与短路等效，两节点可用导线相连。

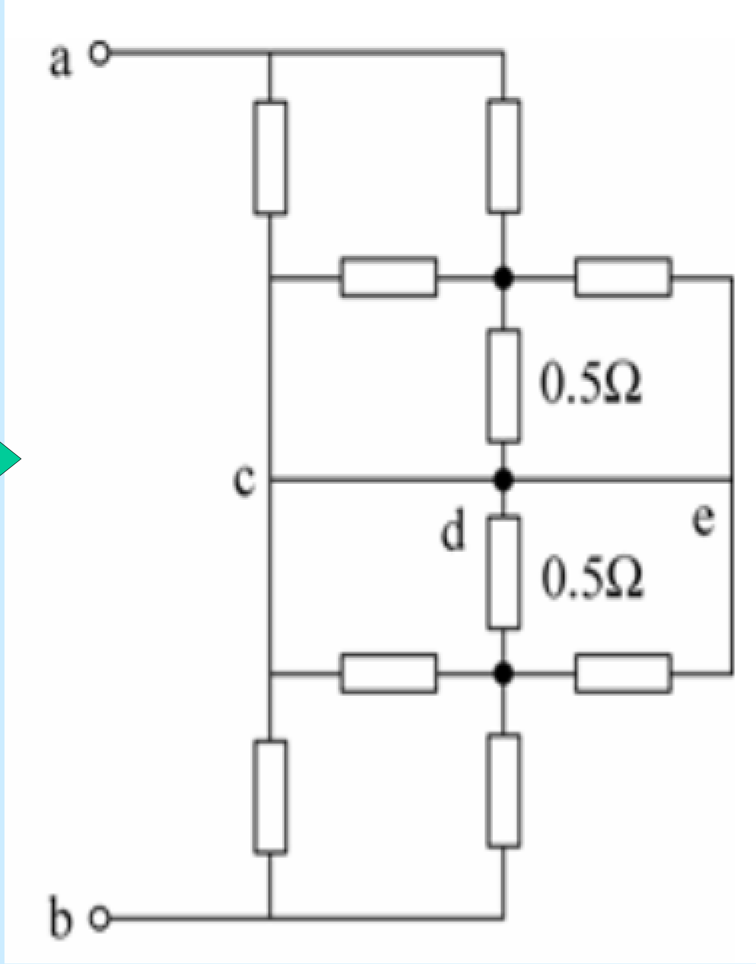
- 对于具有零电流的支路，支路电流为零，与开路等效，该支路可断开。

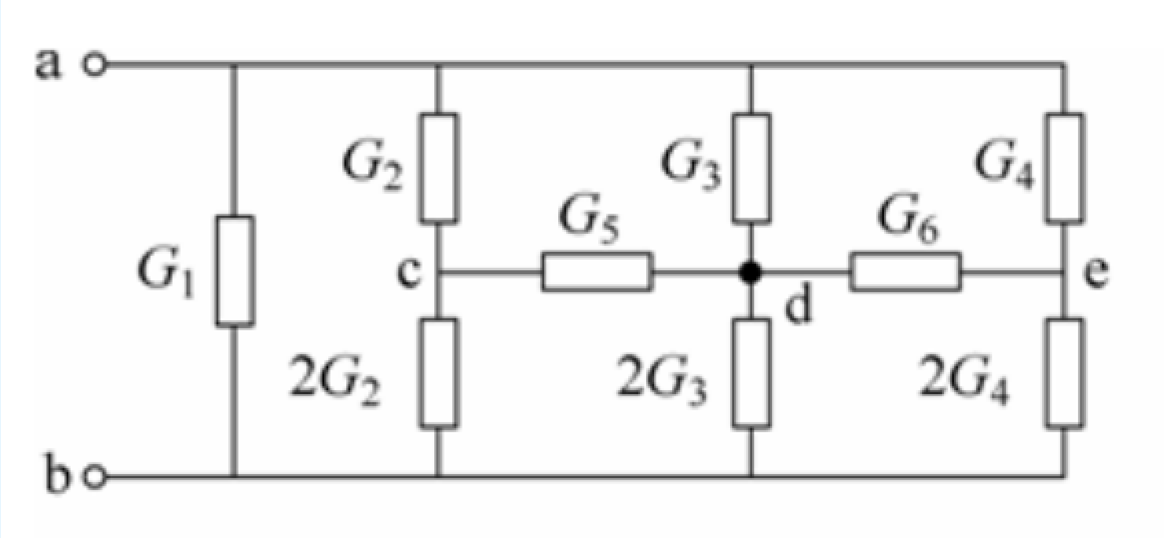
利用电路的对称性等效化简！

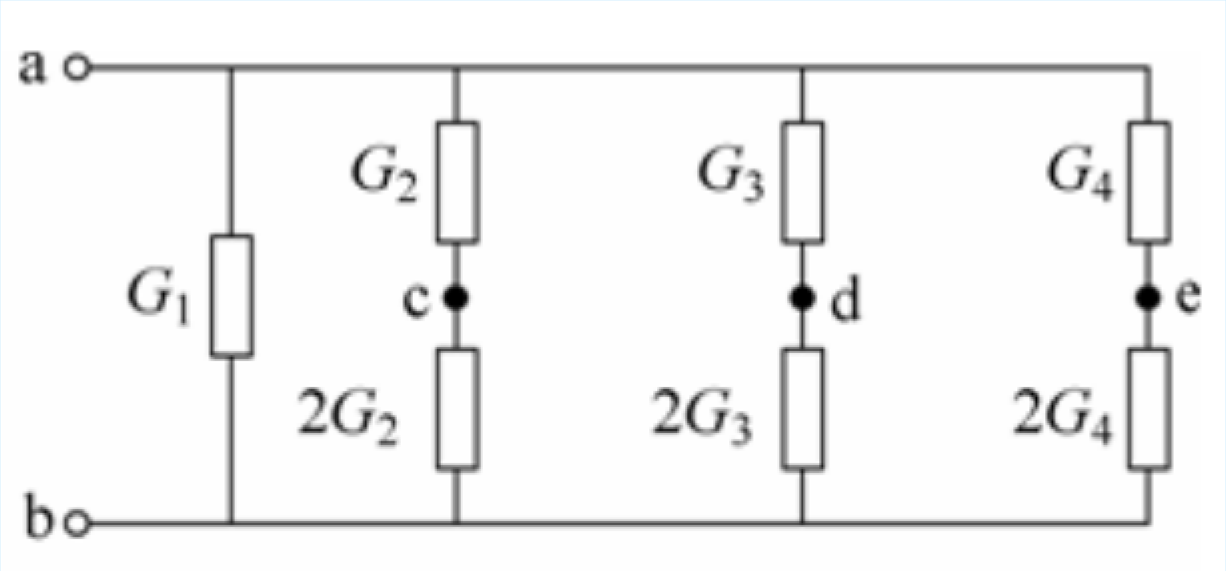

a
2Ω
3Ω
b
10A
i
e
10A
5Ω
2Ω
5Ω
f
2Ω
c
d


10A
i
10A
5Ω
5Ω
2Ω
2Ω


a
b
c
d
e

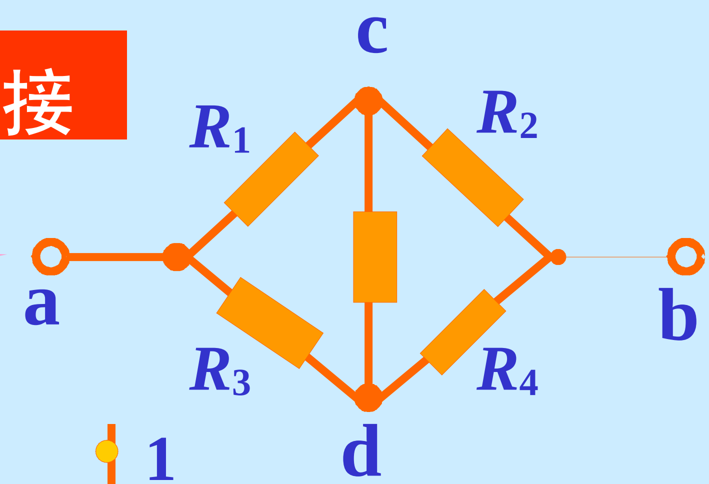

a
b
c
d
e
0.5Ω
0.5Ω


a
b
G_1
G_2
$2G_2$
G_5
G_3
$2G_3$
G_6
G_4
$2G_4$
c
d
e

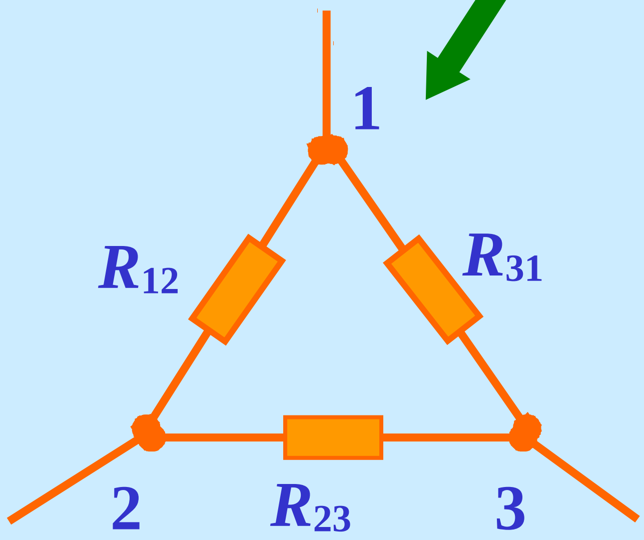

a
b
G_1
G_2
$2G_2$
G_3
$2G_3$
G_4
$2G_4$
c
d
e

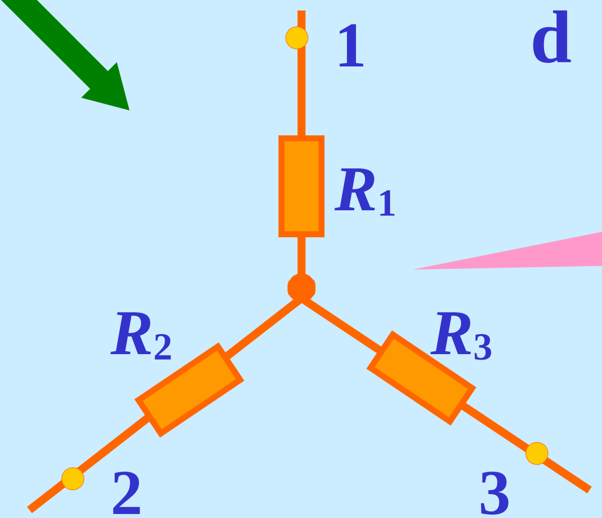
3.3 多端电路的等效变换（ —Y 变换)

1. 电阻的 （ ），Y（T）连接



包含



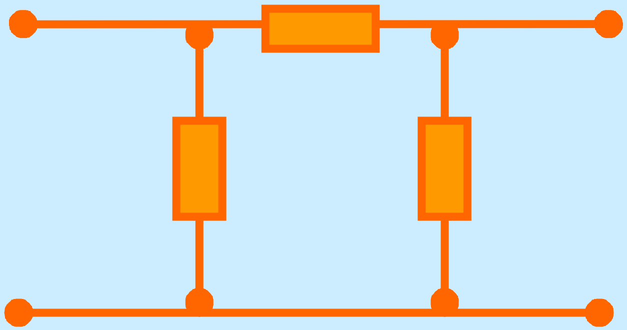


三端网络

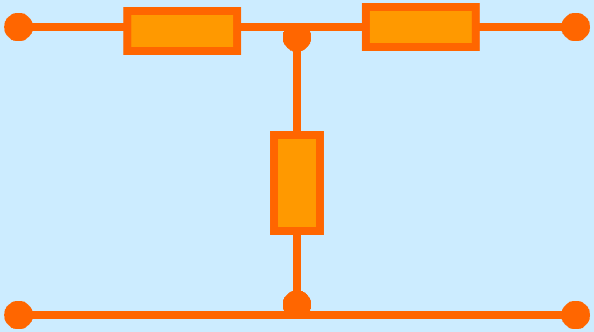
型网络

Y型网络

，Y 网络的变形：



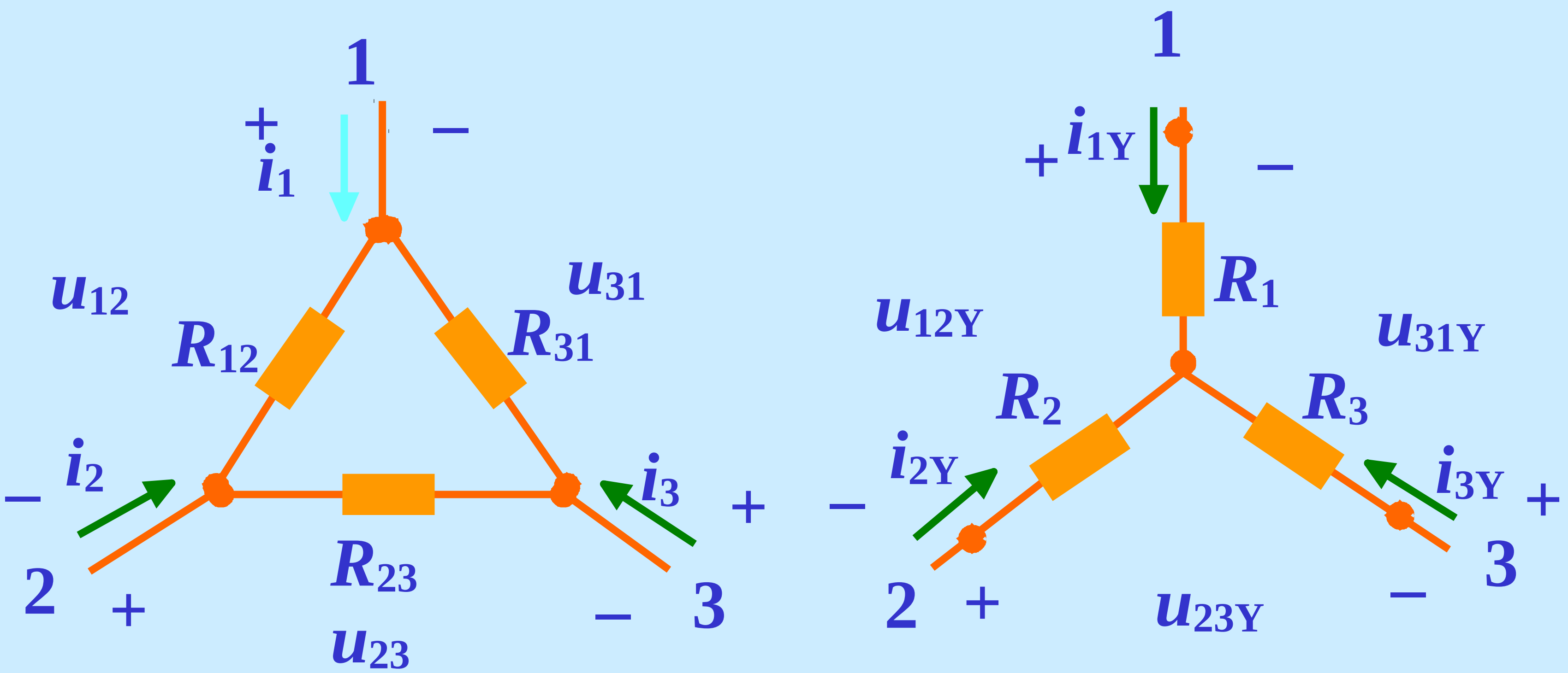
型电路 (　型)



T 型电路 (Y、星型)

这两个电路当它们的电阻满足一定的关系时，能够相互等效

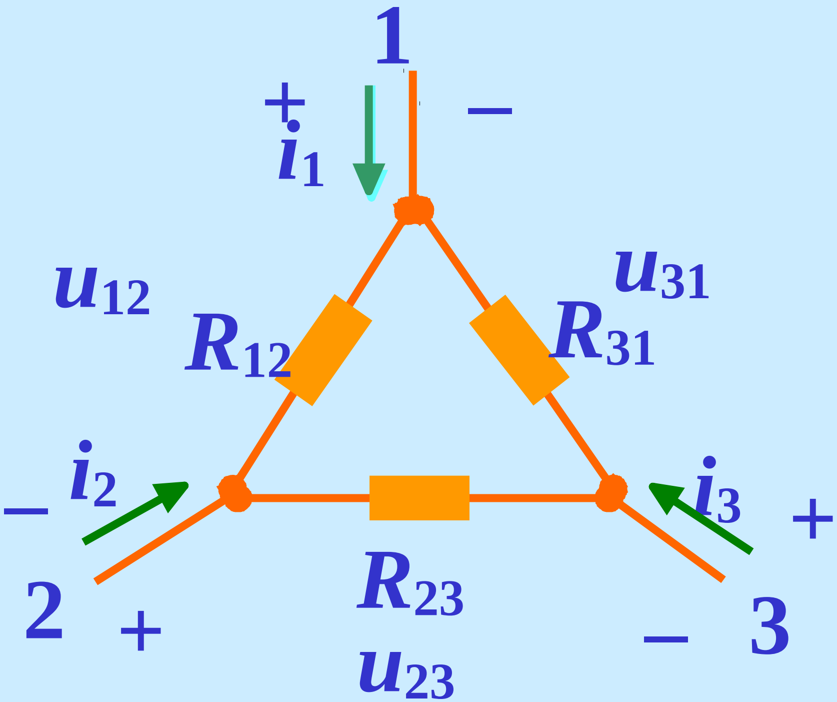
2. —Y 变换的等效条件

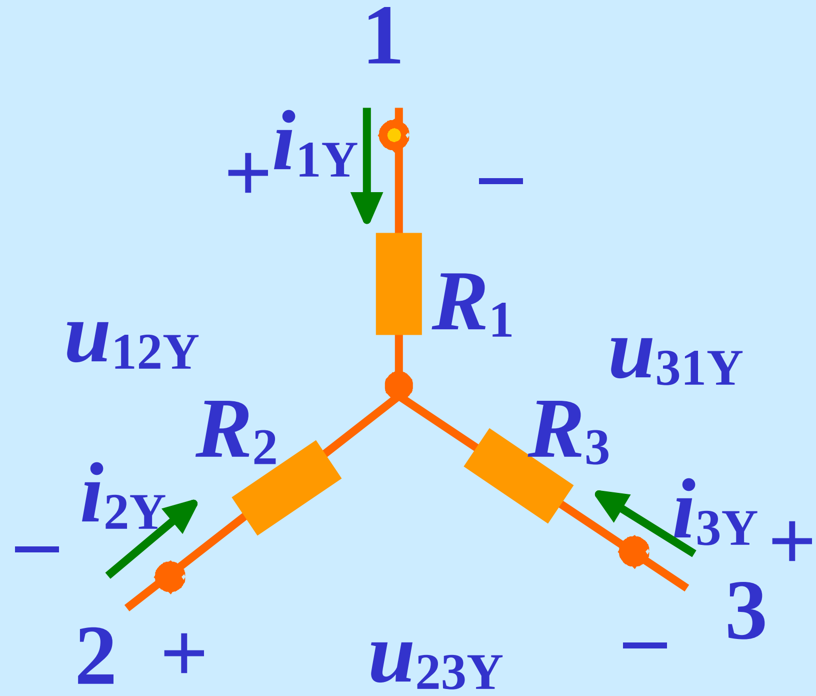


等效条件：

$i_1 = i_{1Y}$,　　$i_2 = i_{2Y}$,　　$i_3 = i_{3Y}$,

$u_{12} = u_{12Y}$,　　$u_{23} = u_{23Y}$,　　$u_{31} = u_{31Y}$





接: 用电压表示电流

Y接： 用电流表示电压

$$\left.\begin{aligned} i_1 &= u_{12}/R_{12} - u_{31}/R_{31} \\ i_2 &= u_{23}/R_{23} - u_{12}/R_{12} \\ i_3 &= u_{31}/R_{31} - u_{23}/R_{23} \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

$$\left.\begin{aligned} u_{12Y} &= R_1 i_{1Y} - R_2 i_{2Y} \\ u_{23Y} &= R_2 i_{2Y} - R_3 i_{3Y} \\ u_{31Y} &= R_3 i_{3Y} - R_1 i_{1Y} \\ i_{1Y} &+ i_{2Y} + i_{3Y} = 0 \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

由式(2)解得：

$$i_{1Y} \quad \frac{u_{12Y}R_3 \quad u_{31Y}R_2}{R_1R_2 \quad R_2R_3 \quad R_3R_1}$$

$$i_{2Y} \quad \frac{u_{23Y}R_1 \quad u_{12Y}R_3}{R_1R_2 \quad R_2R_3 \quad R_3R_1}$$

$$i_{3Y} \quad \frac{u_{31Y}R_2 \quad u_{23Y}R_1}{R_1R_2 \quad R_2R_3 \quad R_3R_1}$$

(3)

$$i_1 = u_{12} / R_{12} - u_{31} / R_{31}$$

$$i_2 = u_{23} / R_{23} - u_{12} / R_{12}$$

$$i_3 = u_{31} / R_{31} - u_{23} / R_{23}$$

(1)

根据等效条件，比较式(3)与式(1)，得Y型　　型的变换条件：

$$R_{12} \quad \frac{R_1R_2 \quad R_2R_3R_3R_1}{R_3}$$

$$R_{23} \quad \frac{R_2R_1R_3R_1 \quad R_2R_3}{R_1}$$

$$R_{31} \quad \frac{R_1R_2R_2R_3 \quad R_3R_1}{R_2}$$

简记方法：

Y

Y

V型

Y变

类似可得到由 型 Y型的变换条件：

$$R_1 \qquad \frac{R_{12}R_{31}}{R_{12} \qquad R_{23} \qquad R_{31}}$$

$$R_2 \qquad \frac{R_{23}R_{12}}{R_{12} \qquad R_{23} \qquad R_{31}}$$

$$R_3 \qquad \frac{R_{31}R_{23}}{R_{12} \qquad R_{23} \qquad R_{31}}$$

简记方法：

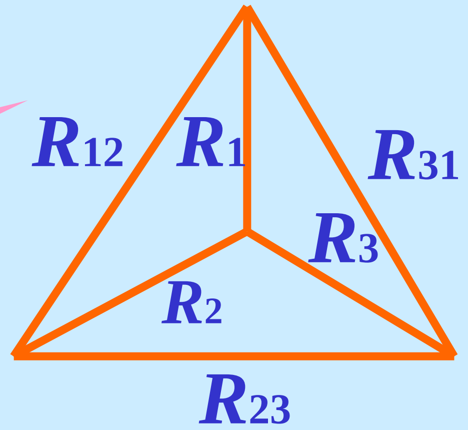
$$R \qquad \frac{\text{相邻电阻乘积}}{R}$$

变Y

特例：若三个电阻相等(对称)，则有

$$\boxed{R\quad = 3R_Y}$$

外大内小



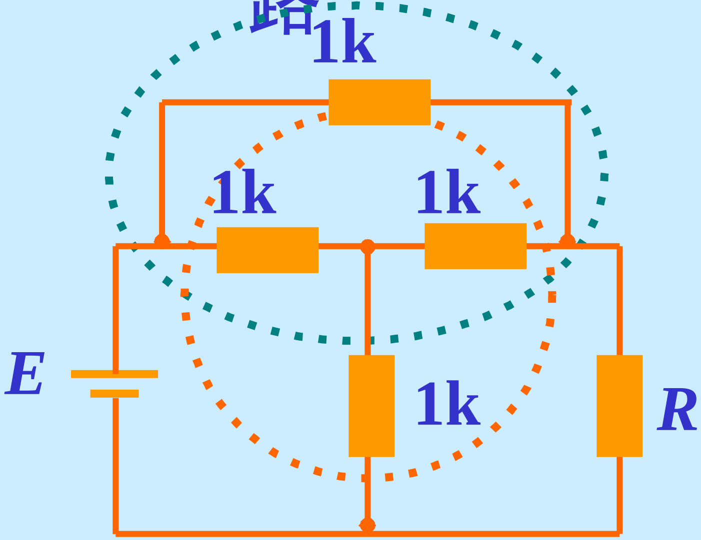
注意

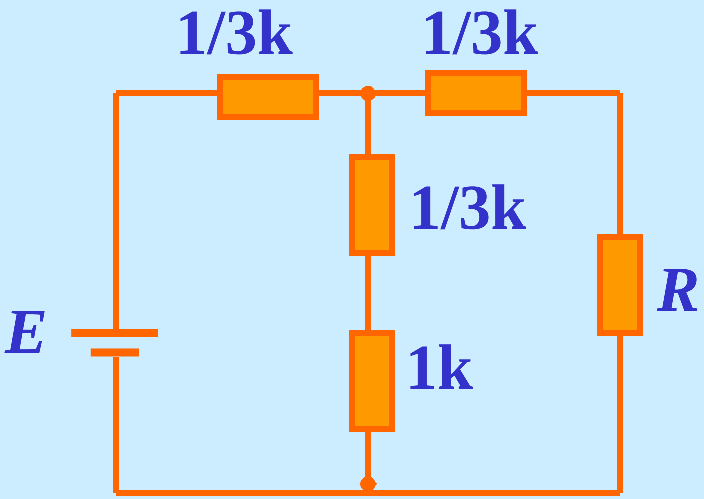
(1) 等效对外部(端钮以外)有效，对内不成立。

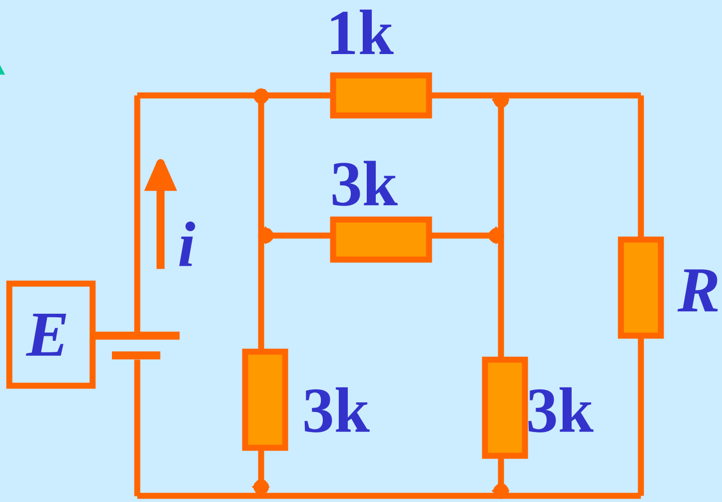
(2) 等效电路与外部电路无关。

(3) 用于简化电路

例 桥 T 电路

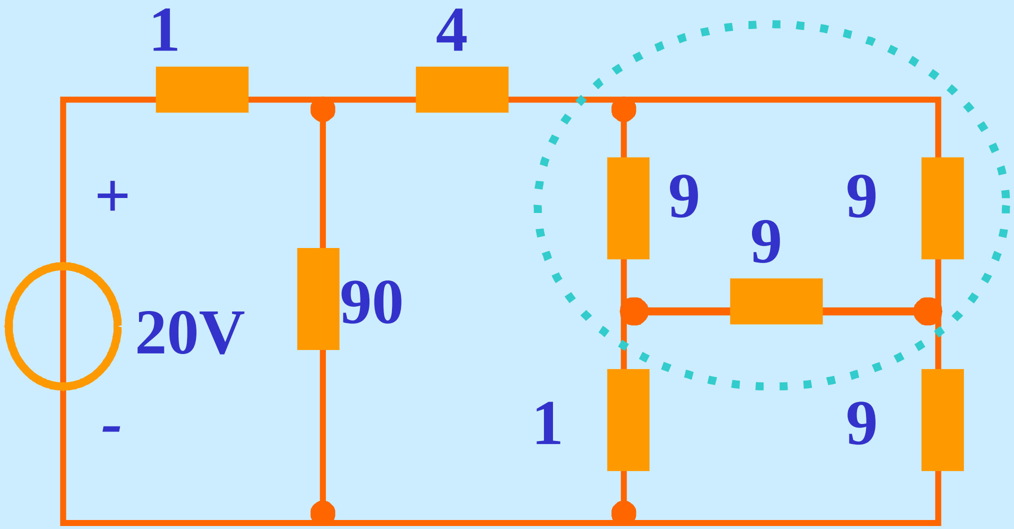


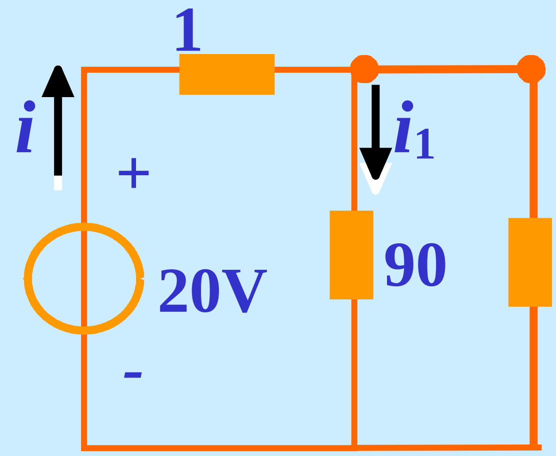


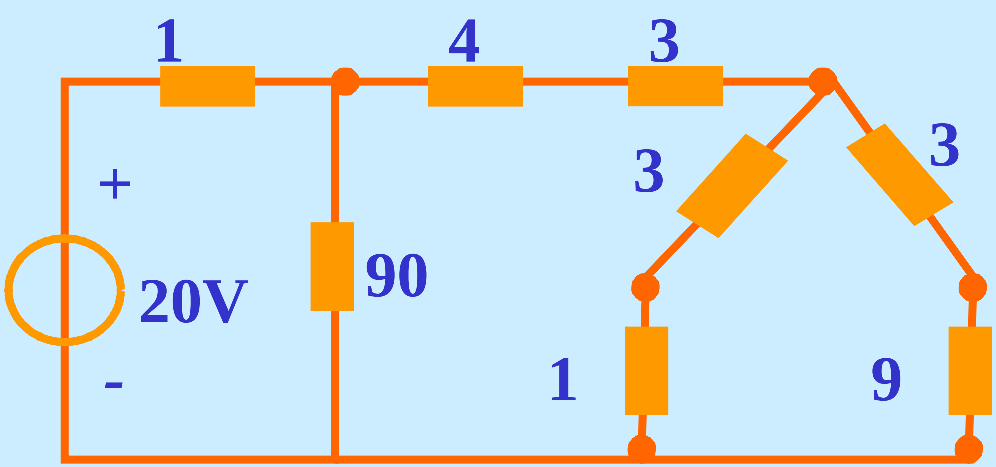


例

计算90 电阻吸收的功率







$$R_{eq} \quad 1 \quad \frac{10 \quad 90}{10 \quad 90} \quad 10$$

$$i \quad 20 \;/\; 10 \quad 2\,A$$

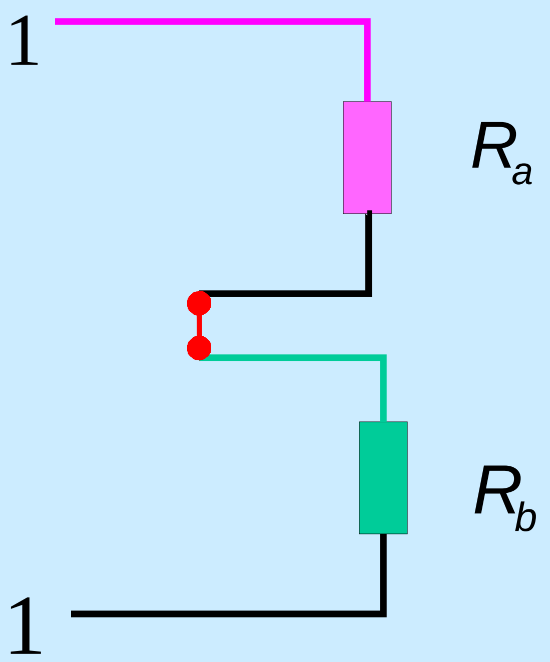
$$i_1 \quad \frac{10 \quad 2}{10 \quad 90} \quad 0.2\,A$$

$$P \quad 90\, i_1^2 \quad 90 \quad (0.2)^2 \quad 3.6\,W$$

3.3.2 二端口网络的联接(复合二端口)

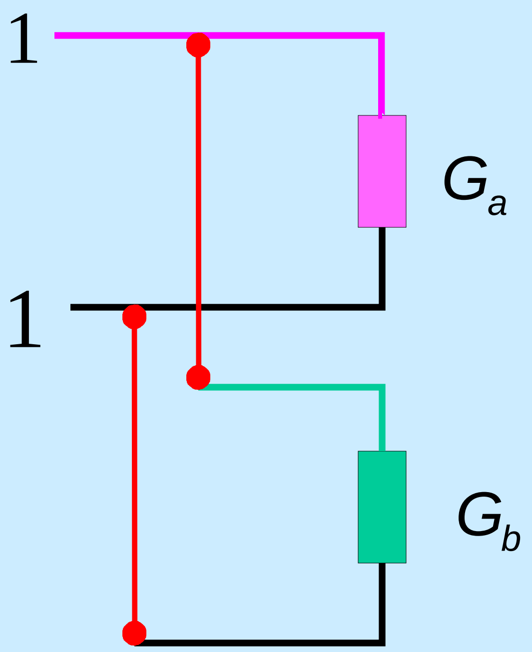
一端口联接：2种基本联接方式

1. 串联：首末相联



$R \quad R_a \quad R_b$

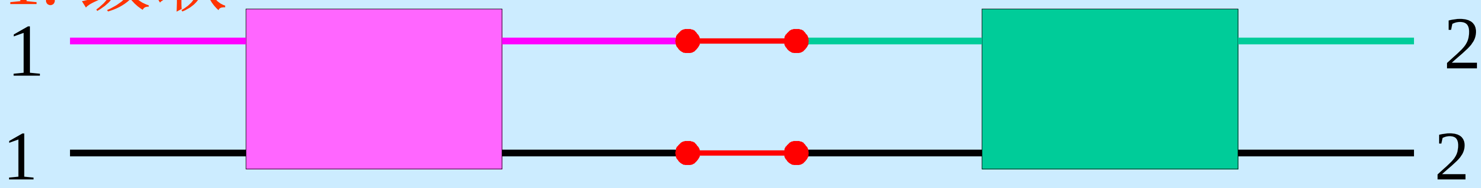
2. 并联：首联首、末联末



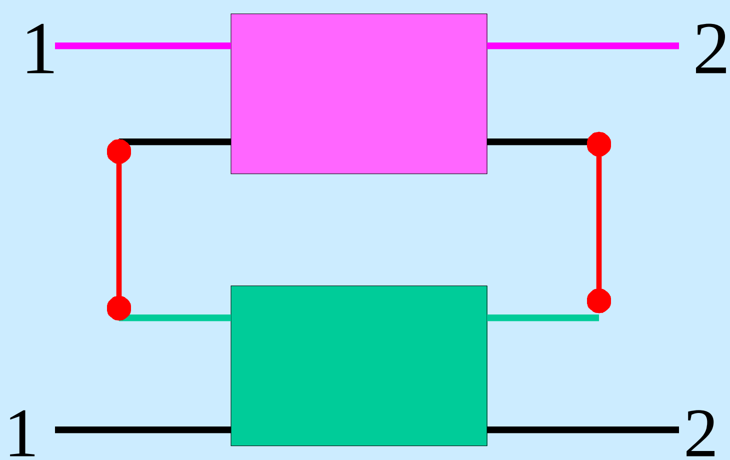
$G \quad G_a \quad G_b$

二端口联接：5种基本联接方式

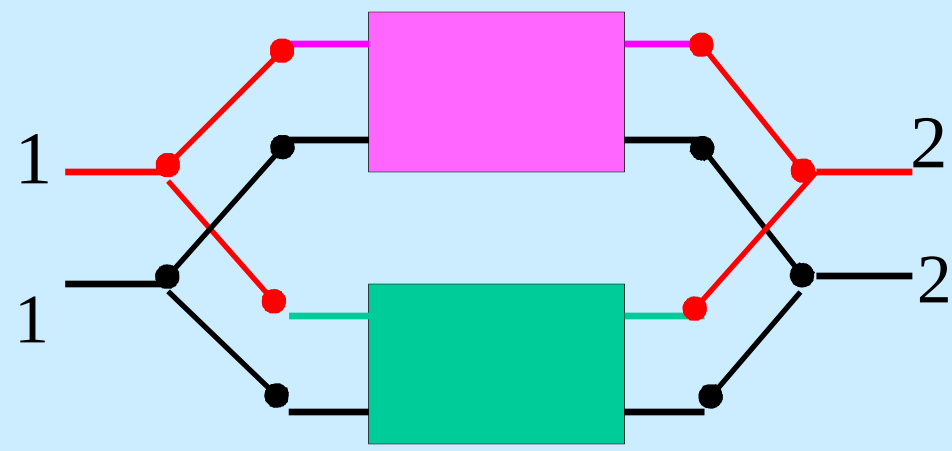
1. 级联



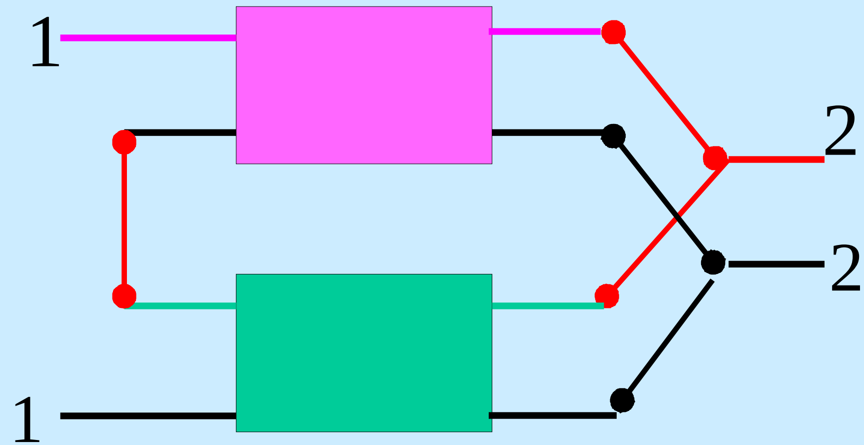
2. 串联



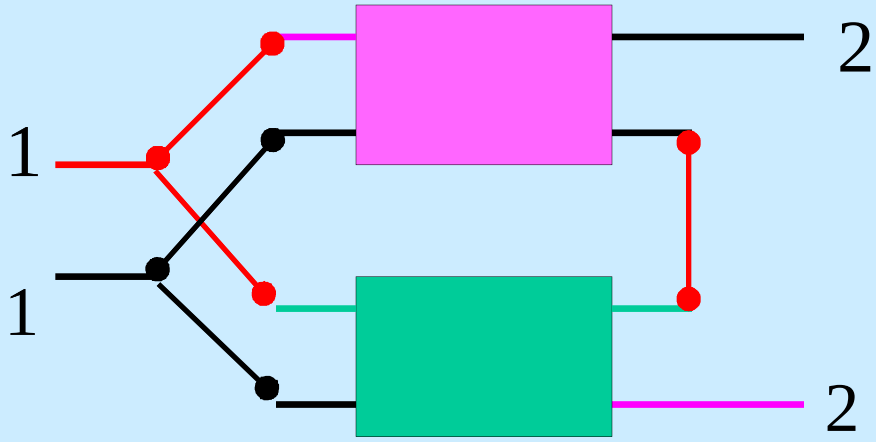
3. 并联



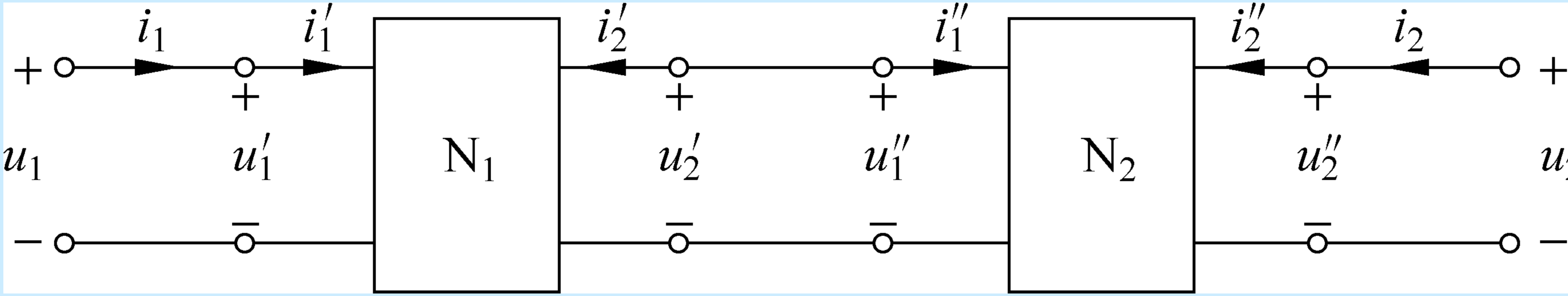
4. 串并联



5. 并串联



一、 级联（链联）



由图示可得

$$\begin{matrix} u_1 \\ i_1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} u_1 \\ i_1 \end{matrix} \quad \mathbf{A}_1 \begin{matrix} u_2 \\ i_2 \end{matrix} \quad \mathbf{A}_1 \begin{matrix} u_1 \\ i_1 \end{matrix}$$

$$\mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 \begin{matrix} u_2 \\ i_2 \end{matrix} \quad \mathbf{A} \begin{matrix} u_2 \\ i_2 \end{matrix}$$

即有

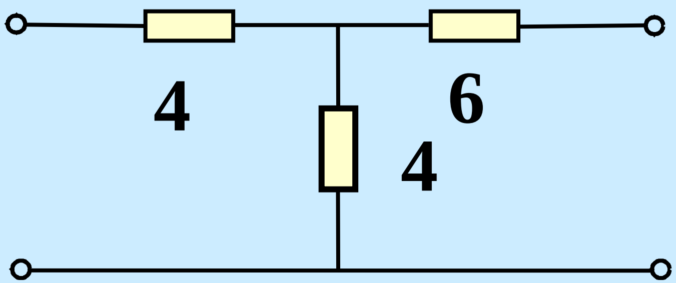
$$\boxed{\mathbf{A} \quad \mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2}$$

结论：

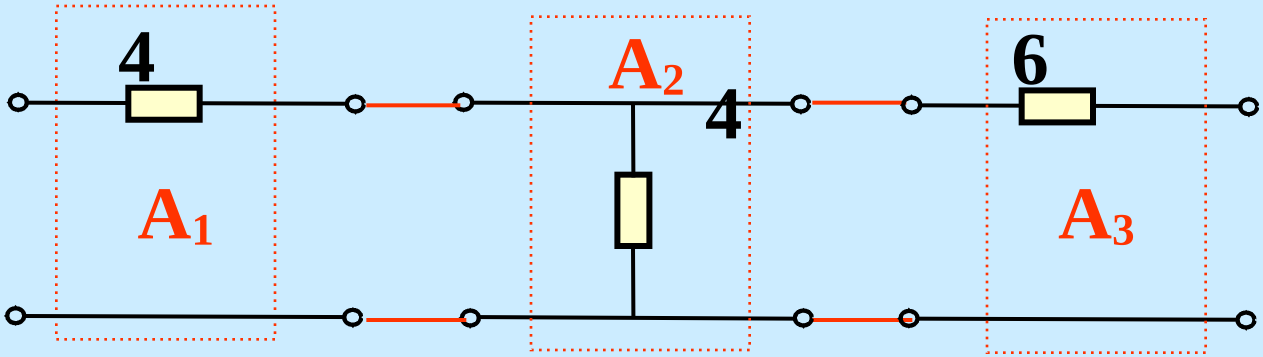
级联后所得复合二端口A 参数矩阵等于级联的二端口A 参数矩阵相乘。上述结论可推广到$\boldsymbol{n}$个二端口级联的关系。

级联时各二端口的端口条件不会被破坏。

例1



$$\begin{matrix}u_1 \\ i_1\end{matrix} \quad \begin{matrix}a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22}\end{matrix} \quad \begin{matrix}u_2 \\ i_2\end{matrix}$$

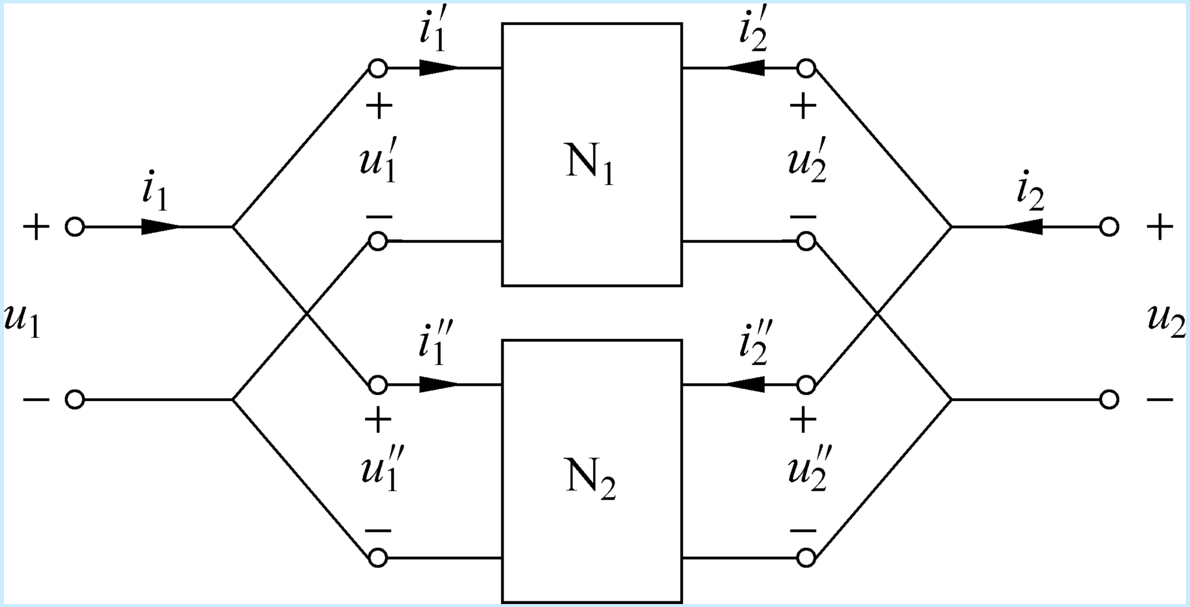


易求出 $\mathbf{A}_1 \quad \begin{bmatrix}1 & 4\,\Omega \\ 0 & 1\end{bmatrix} \qquad \mathbf{A}_2 \quad \begin{bmatrix}1 & 0 \\ 0.25\ \mathrm{S} & 1\end{bmatrix} \qquad \mathbf{A}_3 \quad \begin{bmatrix}1 & 6\,\Omega \\ 0 & 1\end{bmatrix}$

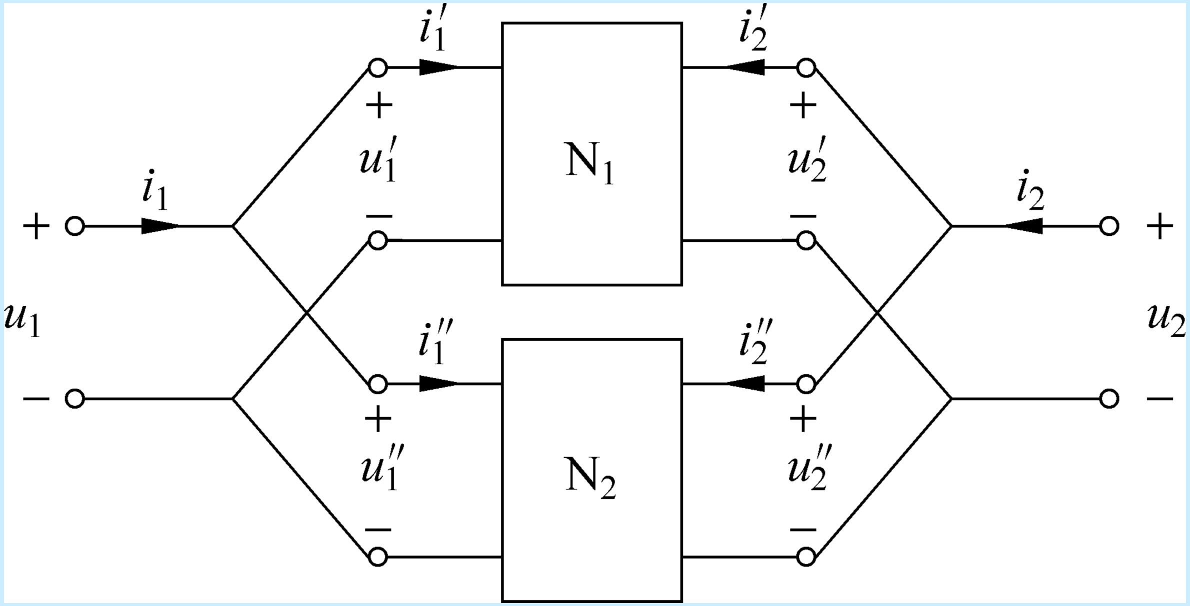
得

$$[\mathbf{A}] \quad [\mathbf{A}_1][\mathbf{A}_2][\mathbf{A}_3] \quad \begin{bmatrix}1 & 4 \\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0 \\ 0.25 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 6 \\ 0 & 1\end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix}2 & 16\,\Omega \\ 0.25\ \mathrm{S} & 2.5\end{bmatrix}$$

二、并联：输入端口并联，输出端口并联



$$\begin{matrix} i_1 \\ i_2 \end{matrix} \quad \mathbf{G}_1 \quad \begin{matrix} u_1 \\ u_2 \end{matrix} \qquad\qquad \begin{matrix} i_1 \\ i_2 \end{matrix} \quad \mathbf{G}_2 \quad \begin{matrix} u_1 \\ u_2 \end{matrix}$$



并联后

$$\begin{matrix} i_1 & \quad & i_1 & \quad & i_1 \\ i_2 & \quad & i_2 & \quad & i_2 \end{matrix}$$

$$\mathbf{G}_1 \begin{matrix} u_1 \\ u_2 \end{matrix} \qquad \mathbf{G}_2 \begin{matrix} u_1 \\ u_2 \end{matrix} \qquad (\mathbf{G}_1 \quad \mathbf{G}_2) \begin{matrix} u_1 \\ u_2 \end{matrix} \qquad \mathbf{G} \begin{matrix} u_1 \\ u_2 \end{matrix}$$

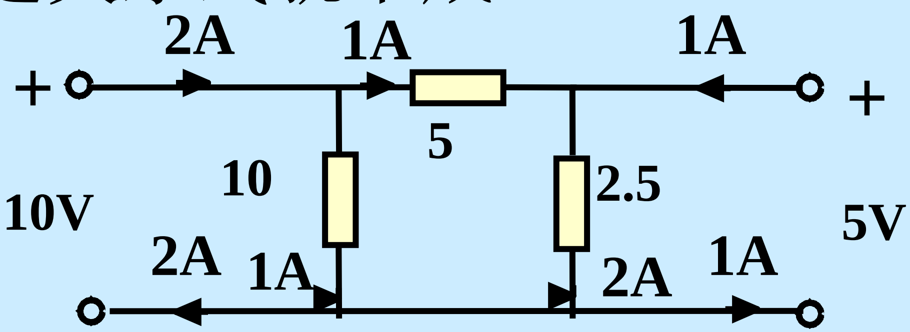
可得 $\mathbf{G} \quad \mathbf{G}_1 \quad \mathbf{G}_2$

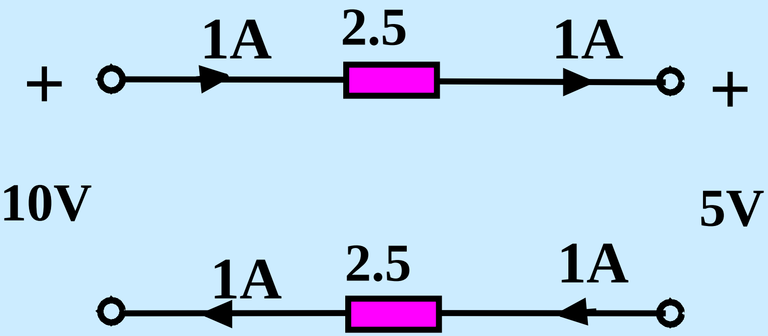
结论

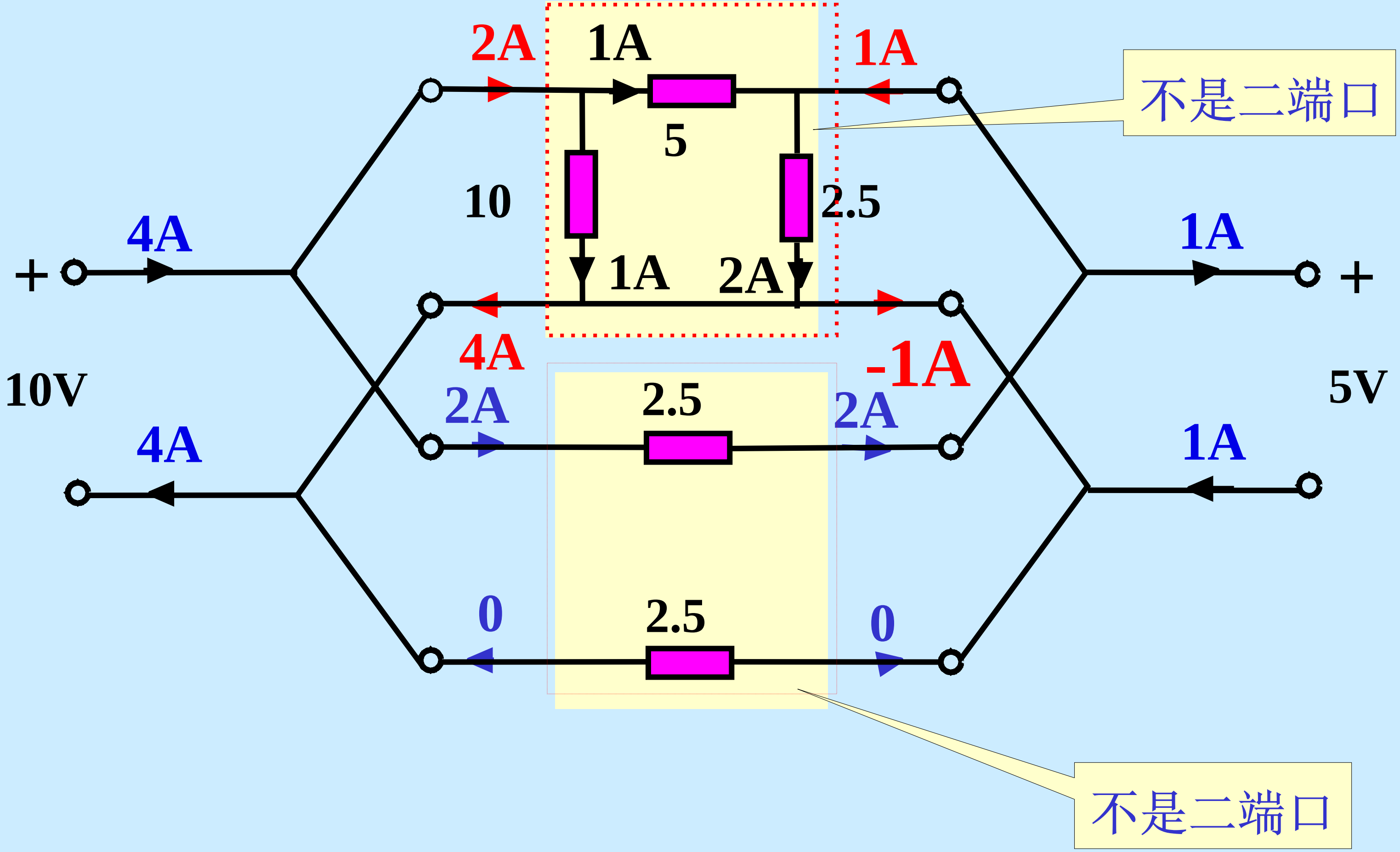
二端口并联所得复合二端口的G参数矩阵等于两个二端口G参数矩阵相加。

注意：

两个二端口并联时，其端口条件可能被破坏，此时上述关系式就不成立。







并联后端口条件破坏

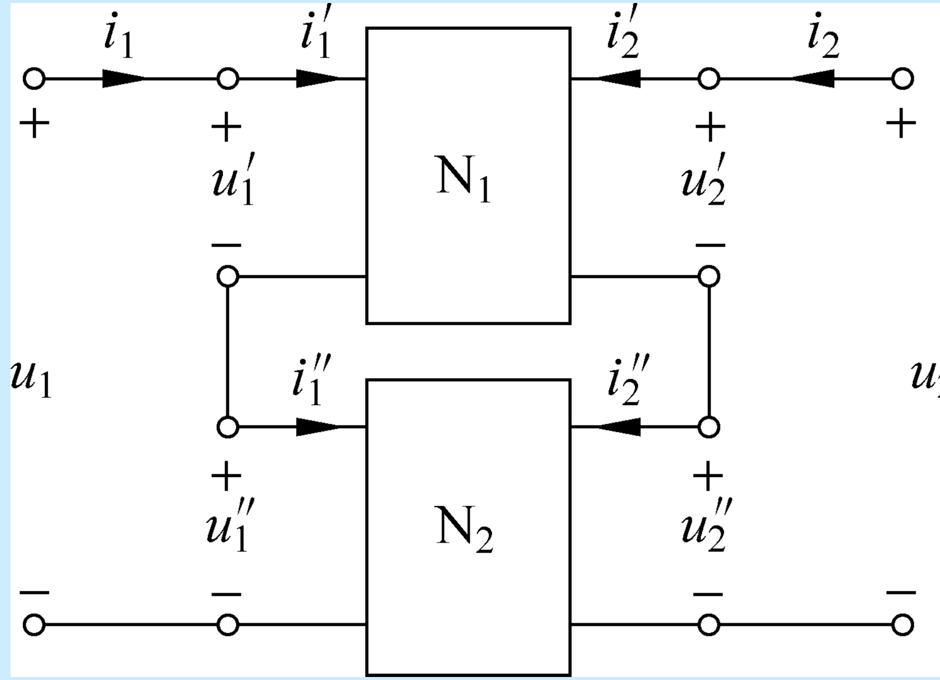
$$\mathbf{G} \times \mathbf{G}_1 \quad \mathbf{G}_2$$

三、串联:

输入端口串联

输出端口串联

采用R 参数



由串联电流相等

$$\begin{matrix} i_1 \\ i_2 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} i_1 \\ i_2 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} i_1 \\ i_2 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} u_1 \\ u_2 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} u_1 \\ u_2 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} u_1 \\ u_2 \end{matrix} \qquad \mathbf{R}_1 \begin{matrix} i_1 \\ i_2 \end{matrix} \qquad \mathbf{R}_2 \begin{matrix} i_1 \\ i_2 \end{matrix} \qquad (\mathbf{R}_1 \quad \mathbf{R}_2) \begin{matrix} i_1 \\ i_2 \end{matrix} \qquad \mathbf{R} \begin{matrix} i_1 \\ i_2 \end{matrix}$$

则有 $\mathbf{R}\quad\mathbf{R}_1\quad\mathbf{R}_2$

结论：

串联后复合二端口R参数矩阵等于原二端口

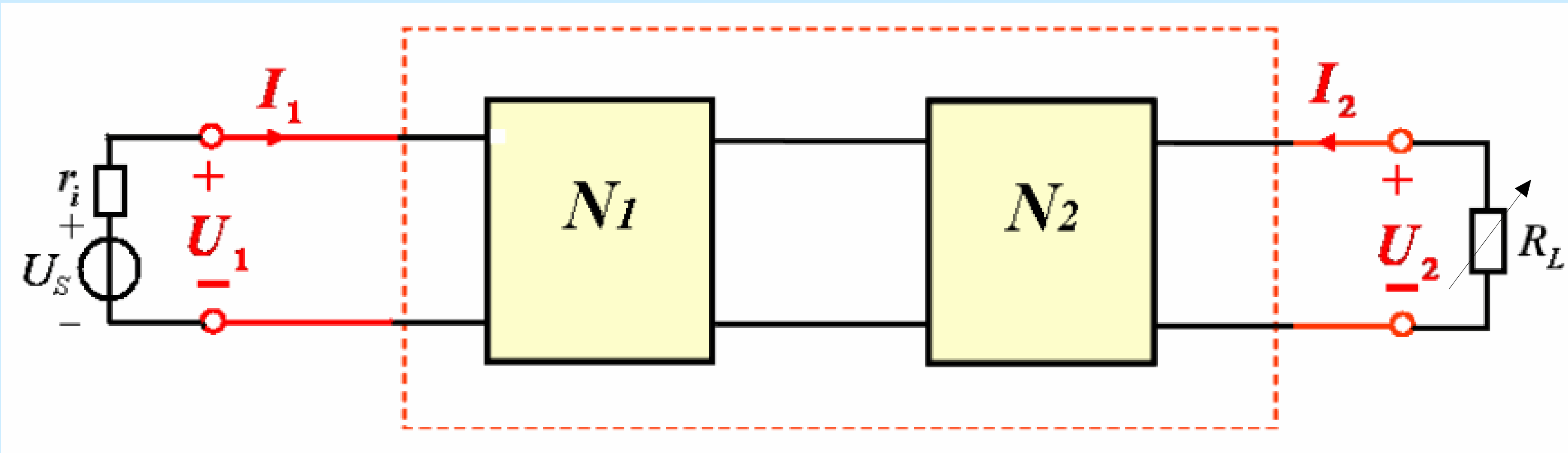
R 参数矩阵相加。可推广到 ***n***端口串联。

两个二端口串联时，其端口条件可能被破坏，

此时上述关系式就不成立。

例

已知：虚线框所示的复合二端口网络**A** **=1**，且 $\mathbf{A}_1 = \begin{matrix} 0 & 100\Omega \\ 0.01s & 0 \end{matrix}$ 又$R_L=\infty$时，U_1=100V, I_1=2A， U_2=20V，又R_L=0时，U_1=20V, $-I_2$=4A。



求（1）网络N_2的传输参数矩阵A_2；

（2）当Us =10V，r_i =5Ω，R_L=1.18Ω时，Us 输出功率为多少？

解：（1）设虚线框所示的复合二端口网络的传输参数方程为

$$\begin{matrix} U_1 & a_{11}U_2 & a_{12}I_2 \\ I_1 & a_{21}U_2 & a_{22}I_2 \end{matrix}$$

$$a_{11} \quad \frac{Y_1}{Y_2}\Big|_{I_2 \quad 0} \quad \frac{100}{20} \quad 5$$

$$a_{21} \quad \frac{I_1}{U_2}\Big|_{I_2 \quad 0} \quad \frac{2}{20} \quad 0.1s \qquad a_{12} \quad \frac{Y_1}{I_2}\Big|_{Y_2 \quad 0} \quad \frac{20}{4} \quad 5$$

由已知条件知：$a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}=1$ 　　 $\boxed{\text{故得}a_{22}=0.3}$

由$\mathbf{A}$ $\begin{matrix} 5 & \text{5Ù} \\ 0.1\text{s} & 0.3 \end{matrix}$ $\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2$ $\begin{matrix} 0 & 100 \\ 0.01 & 0 \end{matrix}$ $\begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{matrix}$ 可解得：

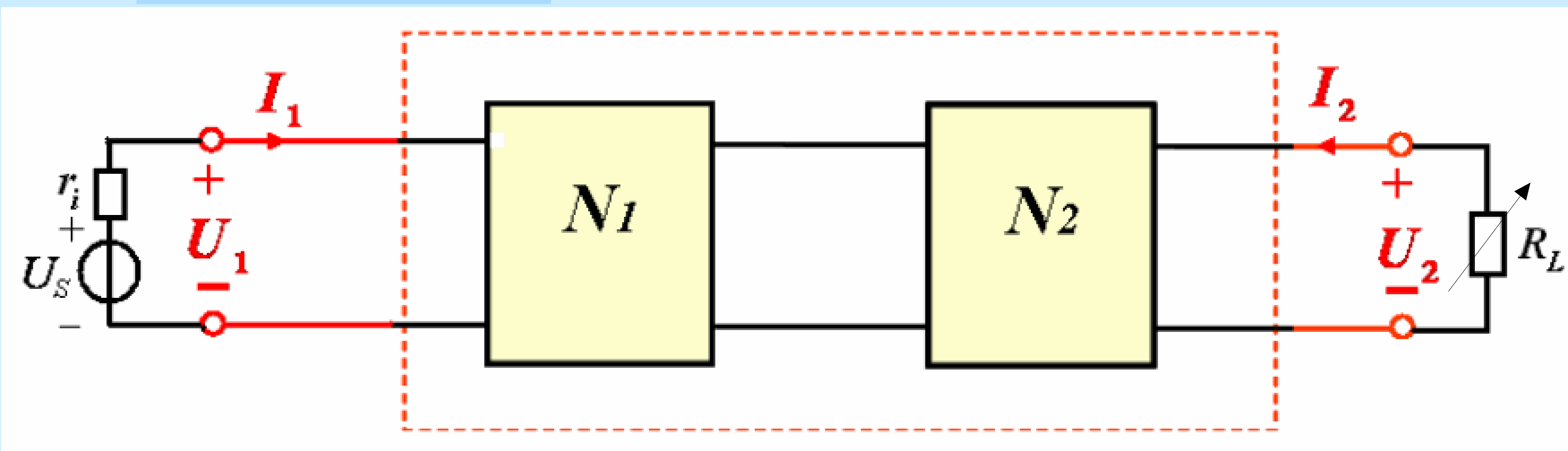
$$\mathbf{A}_2 \quad \begin{matrix} 10 & \text{30Ù} \\ 0.05\text{s} & 0.05 \end{matrix}$$

解：（2）由虚线框所示的复合二端口网络的传输参数矩阵得

$$\begin{cases} U_1 \quad 5U_2 \quad 5I_2 \\ I_1 \quad 0.1U_2 \quad 0.3I_2 \\ U_1 \quad 10 \quad 5I_1 \\ U_2 \quad 1.18I_2 \end{cases}$$

可解得 $I_1 \quad \dfrac{10}{5 \quad 26.08} \quad 0.322\text{A}$

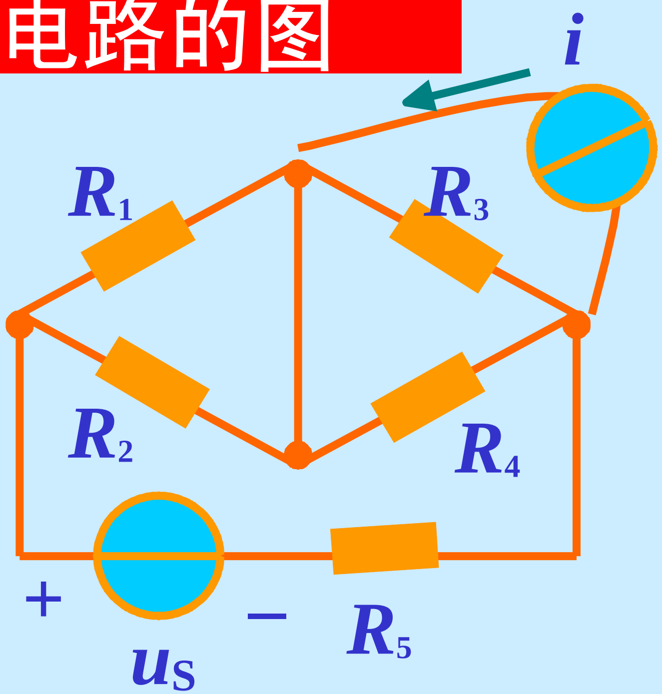
此时Us 输出功率为3.22W。



#3.21，3.26

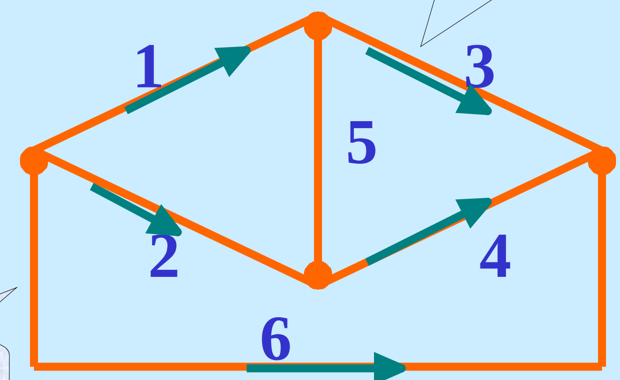
3.4 独立电流变量和独立电压变量

1. 电路的图



抛开元件性质

元件的串联及并联组合作为一条支路



有向图

电路模型

图=(结点, 支路)

G=(V , E)

G---- Graph(图)

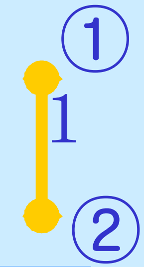
V---- Vertex(顶点)

E ---- Edge (边)

电路的图是用以表示电路几何结构的图形，图中的支路和结点与电路的支路和结点一一对应。

(1) 图的定义(Graph)

G={结点，支路}



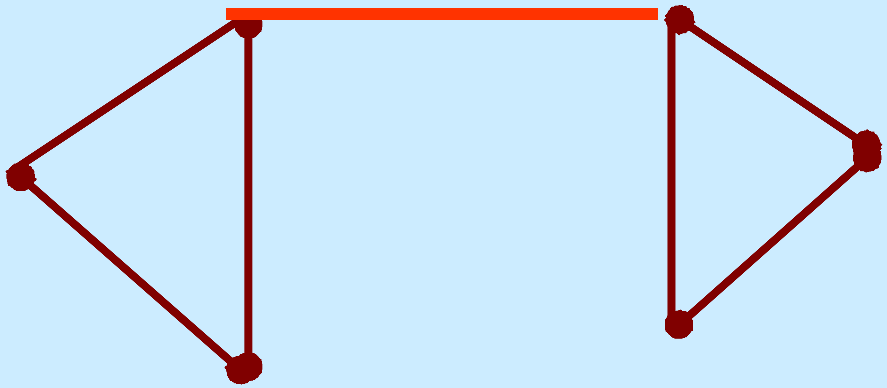
a. 图仅表示电路的连接关系，与元件性质无关，与线段的曲直无关；

b. 结点和支路自成集合，但任一条边必须终止在结点上；

c. 图中结点的符号和支路的编号尽量与原电路一致。

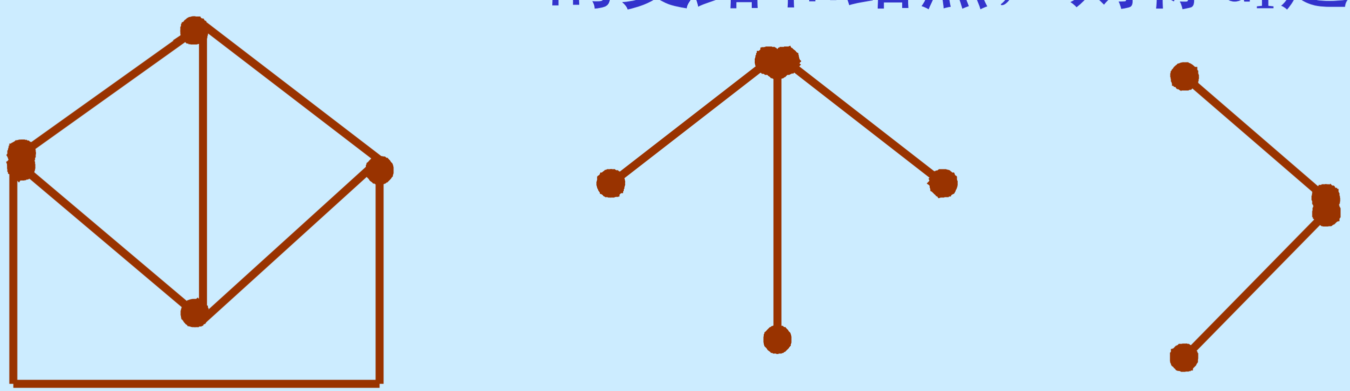
（2）连通图

图G的任意两节点间至少有一条路经时称为连通图，非连通图至少存在两个分离部分。



(3) 子图

若图G_1中所有支路和结点都是图G中的支路和结点，则称G_1是G的子图。

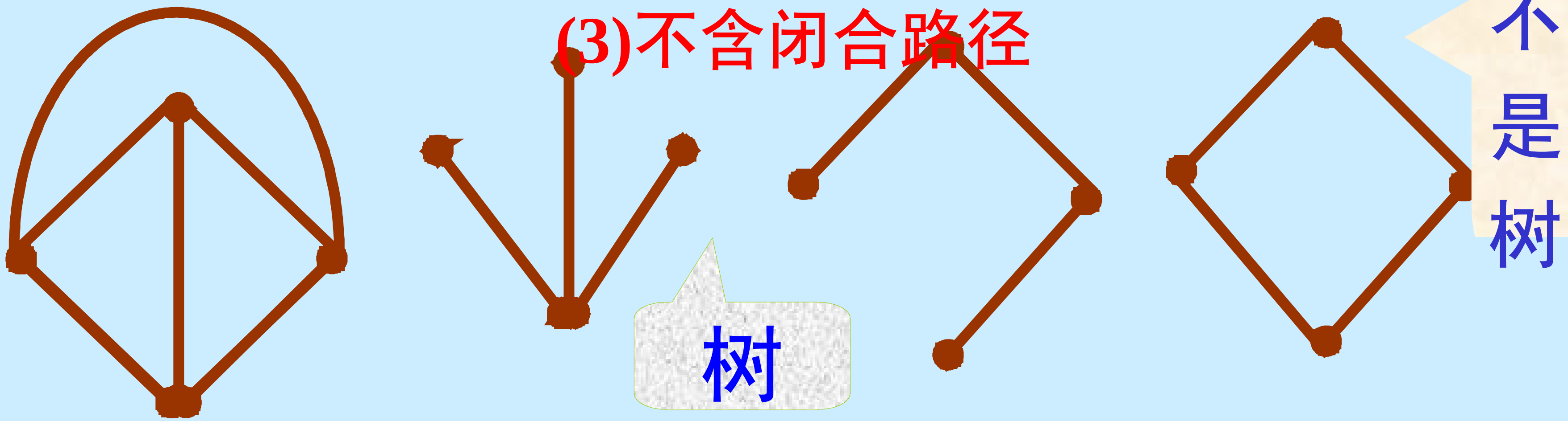


（4） 树（Tree） T是连通图的一个子图并满足下列条件：

(1)T是连通图

(2)包含G的所有节点

(3)不含闭合路径



树支：构成树的支路 连支：属于G而不属于T的支路

特点

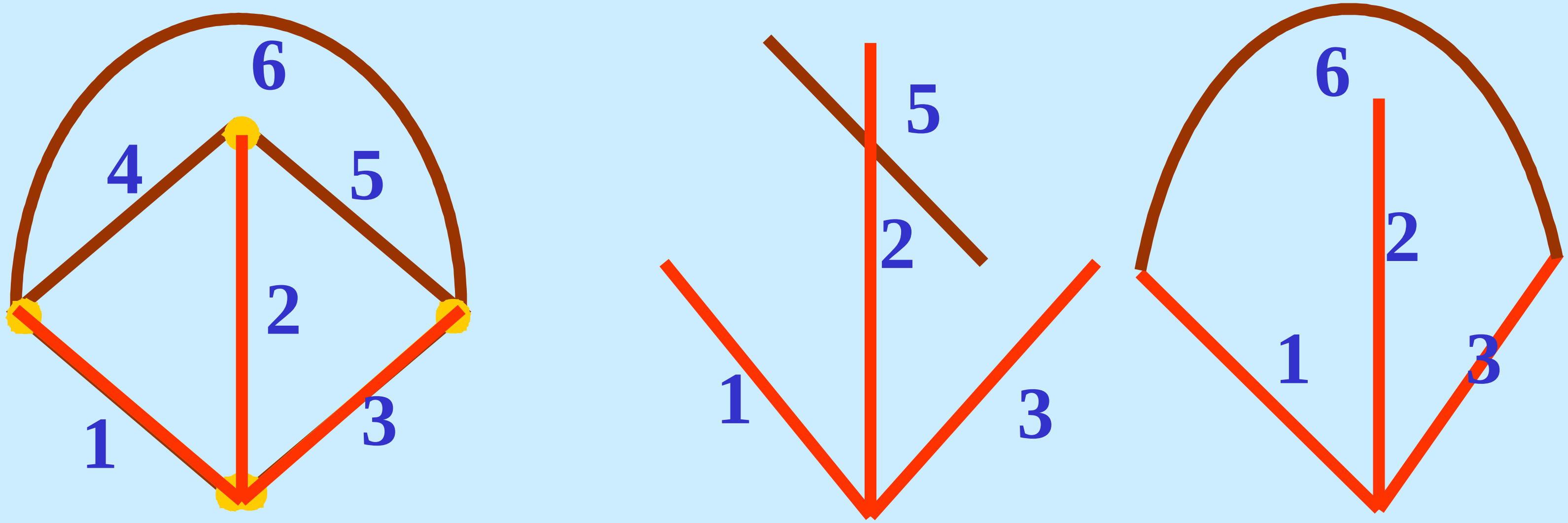
1）对应一个图有很多的树

2）树支的数目是一定的：$b_t = n - 1$

连支数：$b_l = b - b_t = b - (n - 1)$

（5）基本（独立）回路(单连支回路)

基本回路:具有独占的一条连枝的回路



基本回路（单连支回路）

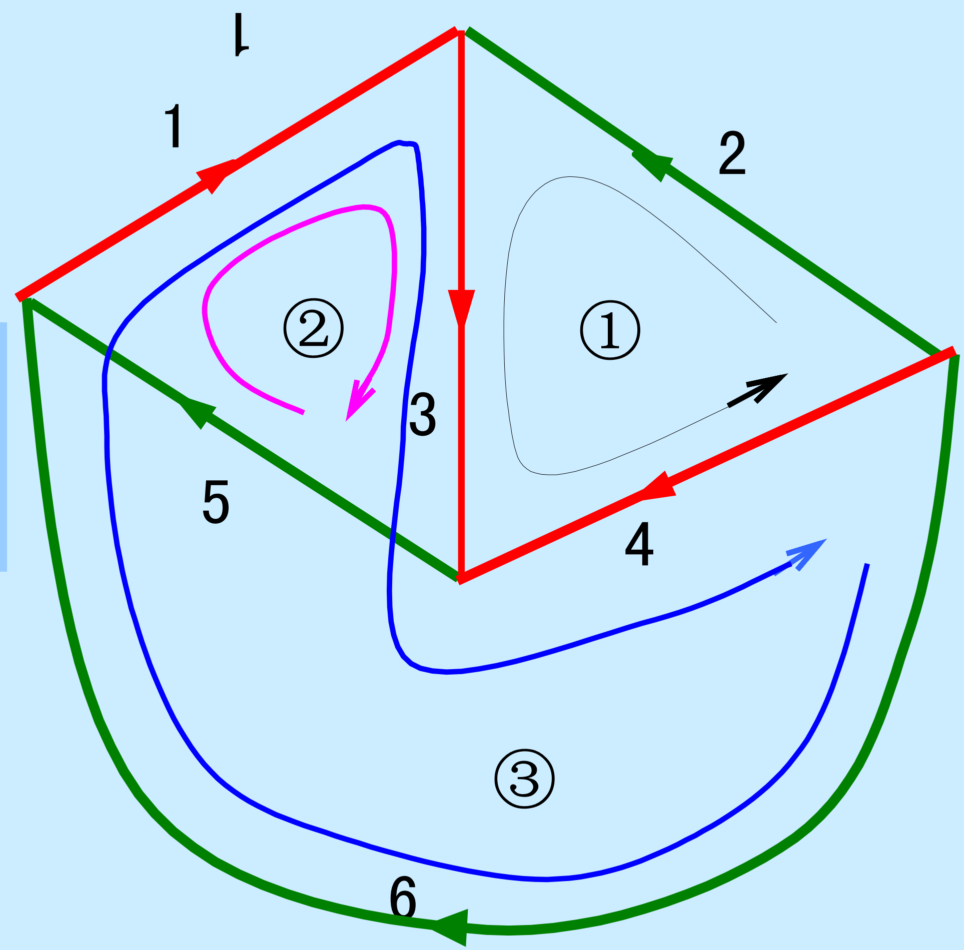
注意要点：

1. 每一个连支可与两个端点之间的唯一树路径构成一个唯一的基本回路；

2. 每选定一个树，便存在与之对应的一组相互独立的基本回路；

3. 树的取法不同，所得的基本回路组不同；但树一定，基本回路组便是唯一的；

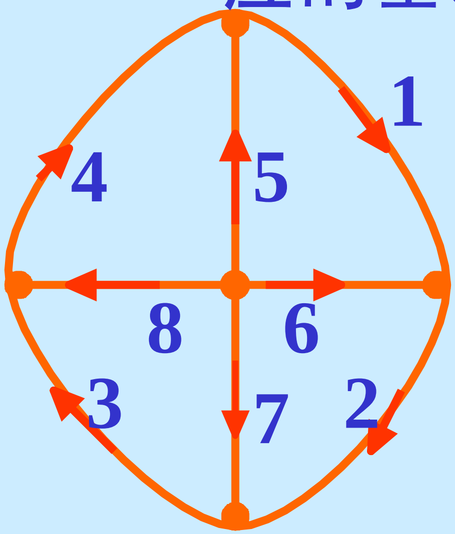
4. 基本回路数=连支数=b－n＋1。基本回路的方向取为连支方向。

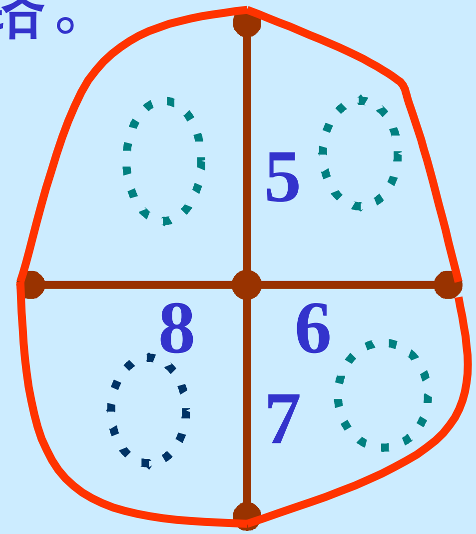


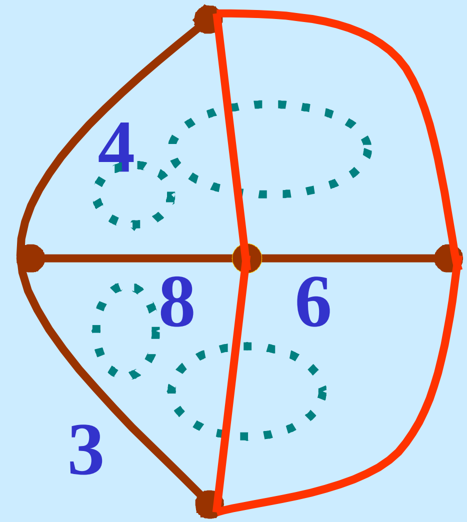
树支集=｛1，3，4｝

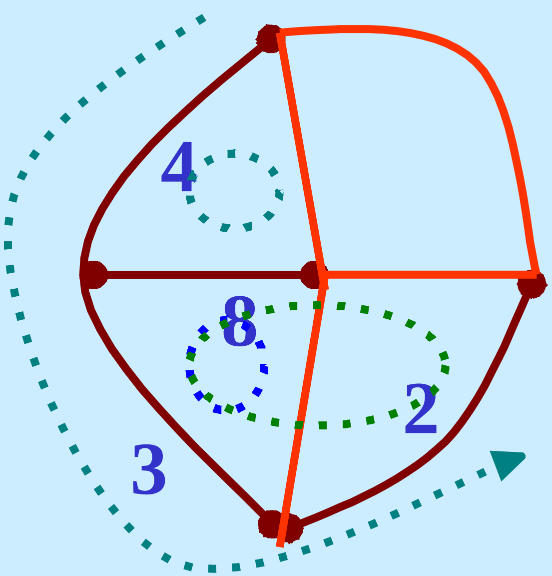
连支集=｛2，5，6｝

例 图示为电路的图，画出三种可能的树及其对应的基本回路。









1. 对**平面电路**，（$b-n+1$）个网孔即是一组独立回路。

2. 对任意电路，（ $b-n+1$ 个）基本回路即是一组独立回路。

3-5 电路一般分析法
(branch current method)

一. 2b分析法

变量: b个支路电流 和 b个支路电压

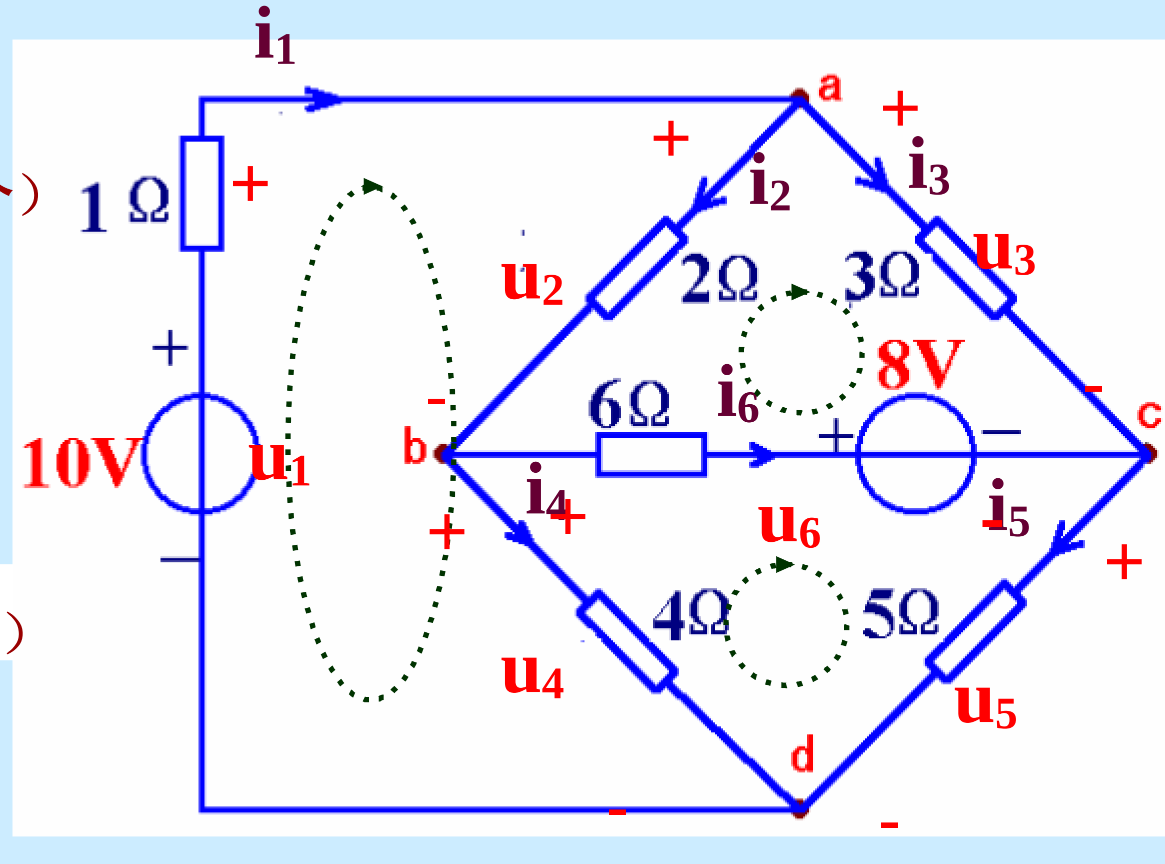
(n—1)个独立的KCL电流方程--- Σ I=0

方程: (b —n+1)个独立的KVL电压方程--- ΣU=0 2b个独立方程

b个独立的元件VCR方程--- U=RI

一. 2b分析法 未知量为2b个

定义： 以支路电压、支路电流为待求量列写电路方程求解电路的方法。



KCL方程列写:（3个）

$$-i_1+i_2+i_3=0$$

$$-i_2+i_4+i_6=0$$

$$-i_3+i_5-i_6=0$$

KVL方程列写:（3个）

$$-u_1+u_2+u_4=0$$

$$-u_2+u_3-u_6=0$$

$$u_4-u_5-u_6=0$$

支路VCR列写：（6个）

$$u_1=10-i_1 \qquad u_4=4\,i_4$$

$$u_2=2\,i_2 \qquad u_5=5\,i_5$$

$$u_3=3\,i_3 \qquad u_6=8+6\,i_6$$

上 页 下 页

二. 1b分析法

变量： b个支路电流 或 b个支路电压

对于有n个节点、b条支路的电路，要求解支路电流, 未知量共有b个。只要列出b个独立的电路方程，便可以求解这b个变量。

1.支路电流法

$$\left.\begin{array}{ll}(n-1)\text{个独立的KCL电流方程} & \text{---}\ \sum I=0 \\ (b-n+1)\text{个独立的KVL电压方程} & \text{---}\ \sum RI=\sum U_s\end{array}\right\}\ b\text{个支路电流}$$

2. 支路电压法

$$\left.\begin{array}{ll}(b-n+1)\text{个独立的KVL电压方程} & \text{---}\ \sum U=0 \\ (n-1)\text{个独立的KCL电流方程} & \text{---}\sum GU=\sum I_s\end{array}\right\}\ b\text{个支路电压}$$

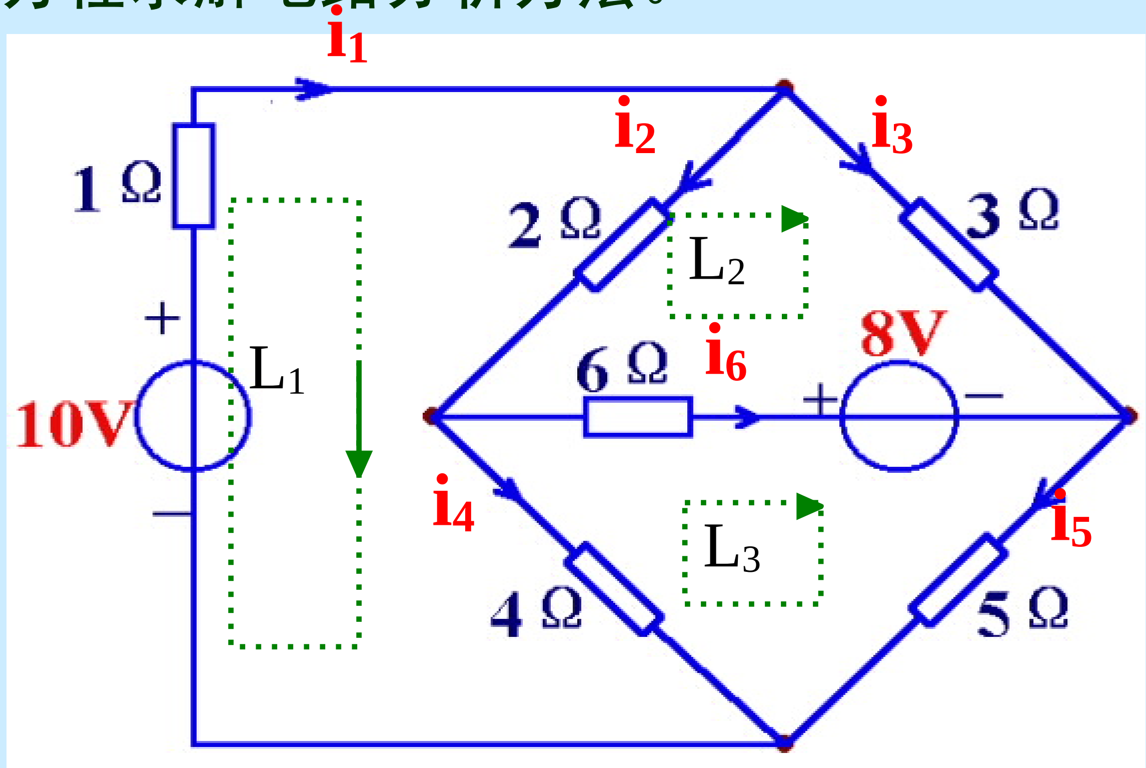
支路电流法： 以支路电流为待求量，以KCL、KVL 、 VAR为依据，列方程求解电路分析方法。

A) KCL方程列写：

$$-i_1+i_2+i_3=0$$

$$-i_2+i_4+i_6=0$$

$$-i_3+i_5-i_6=0$$



B)KVL方程列写：

$$i_1+2i_2+4i_4=10$$

$$-2i_2+3i_3-6i_6=8$$

$$+4i_4-5i_5-6i_6=8$$

$$\boxed{R_k I_k = U_S}$$

独立KCL方程：（n−1）个

独立KVL方程： b-(n-1)个

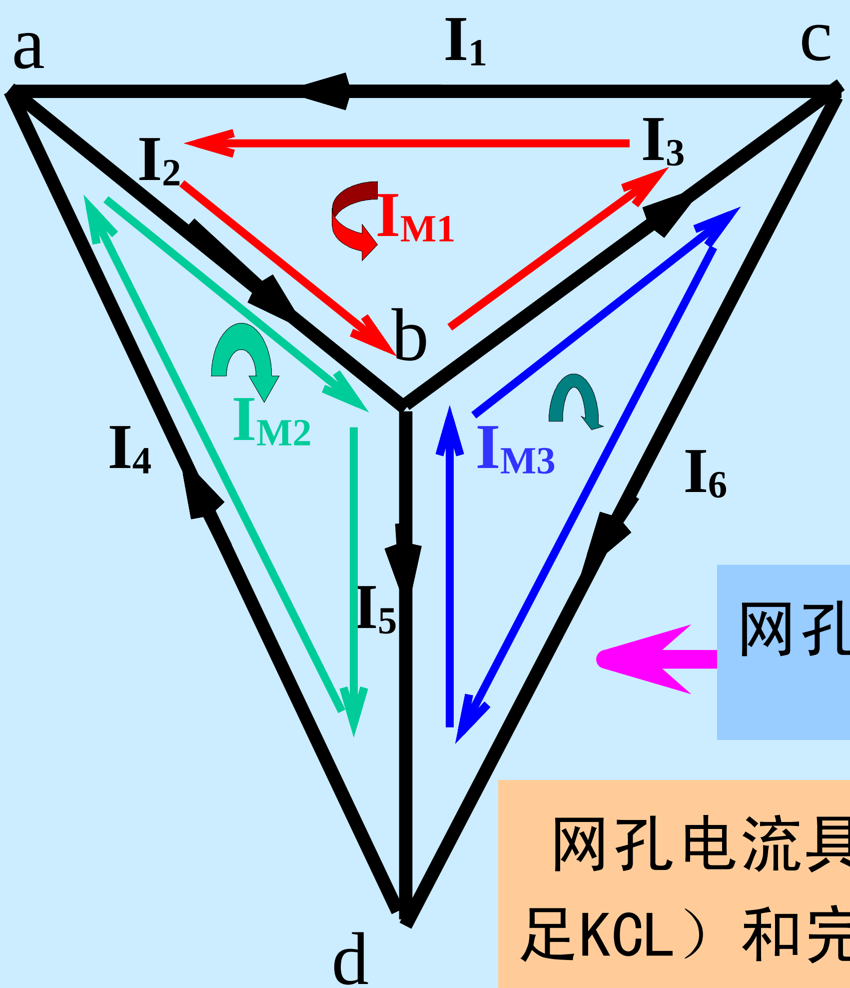
（利用支路VCR以支路电流表示支路电压）

3-5 回路分析法（Mesh Analysis）

问题：　1. 各支路电流是否线性独立?

2.怎样的一组电流变量适合选作为第一步求解的对象呢?

(独立性、完备性）



设 $I_1 = I_{M1}$

$I_4 = I_{M2}$

$I_6 = I_{M3}$

则 a：$I_2 = I_1 + I_4 = I_{M1} + I_{M2}$

c：$I_3 = I_1 + I_6 = I_{M1} + I_{M3}$

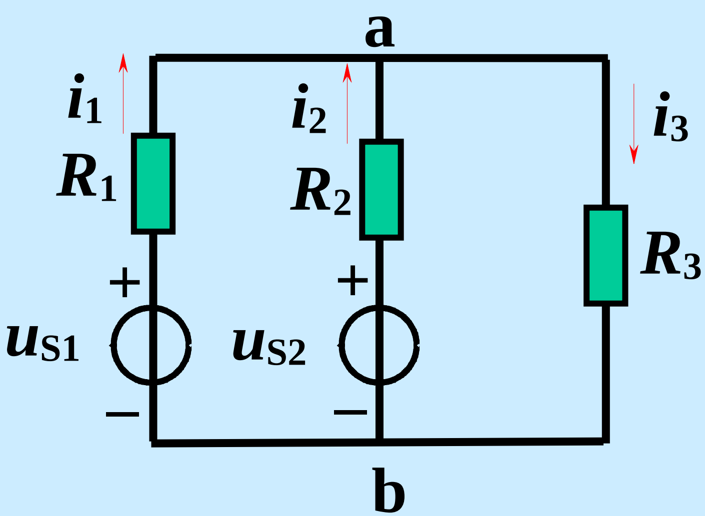
d：$I_5 = I_4 - I_6 = I_{M2} - I_{M3}$

网孔电流：沿着网孔边界流动的假想环流。共有（b －n+1）个。

网孔电流具有独立性（彼此无约束，自动满足KCL）和完备性（各支路电流可用这组变量唯一表示）

1 网孔电流法：以网孔电流作为电路的独立变量建立电路方程的方法，仅适用于平面电路。

方程：（b－n+1）个KVL方程　$\sum R_M I_M = \sum U_{MS}$



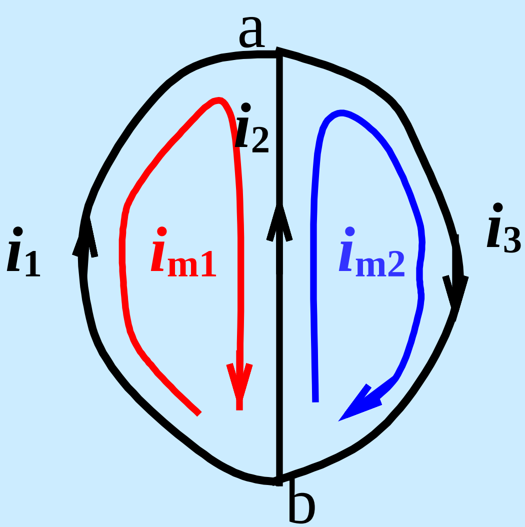
方法推导：

设 $i_1 = i_{m1}$ ，$i_3 = i_{m2}$　则 $i_2 = i_{m2} - i_{m1}$

b－n+1=2 个KVL方程：

mesh 1: $R_1 i_{m1} - R_2(i_{m2} - i_{m1}) = u_{S1} - u_{S2}$

mesh 2: $R_2(i_{m2} - i_{m1}) + R_3 i_{m2} = u_{S2}$



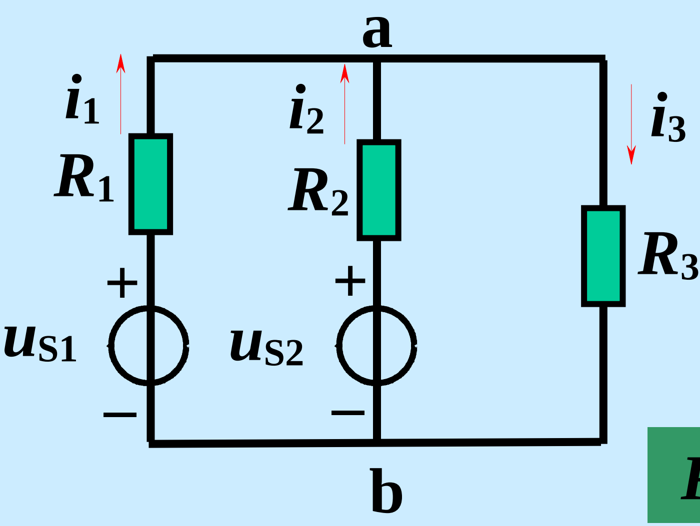
$(R_1 + R_2)\, i_{m1} - R_2 i_{m2} = u_{S1} - u_{S2}$

$-R_2 i_{m1} + (R_2 + R_3)\, i_{m2} = u_{S2}$

$$(R_1+R_2)\,i_{m1} - R_2 i_{m2} = u_{S1} - u_{S2}$$
$$-R_2\, i_{m1} + (R_2+R_3)\, i_{m2} = u_{S2}$$

标准形式

$$R_{11}\, i_{m1} + R_{12}\, i_{m2} = u_{S11}$$
$$R_{21}\, i_{m1} + R_{22}\, i_{m2} = u_{S22}$$

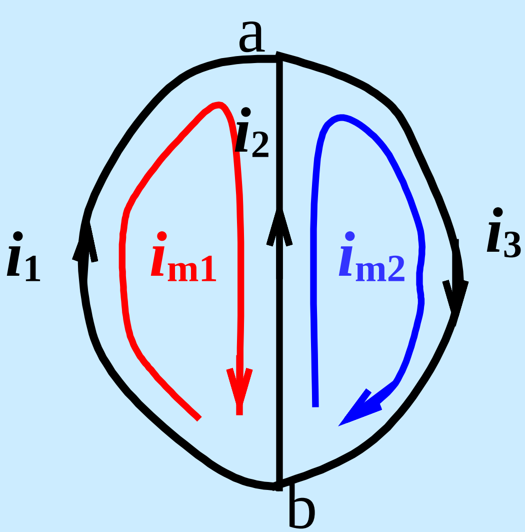


$$R_{11} = R_1 + R_2$$
$$R_{22} = R_2 + R_3$$

自电阻(恒为正)

$$R_{12} = R_{21} = -R_2$$

互电阻(有正有负)



$$u_{S11} = u_{S1} - u_{S2}$$
$$u_{S22} = u_{S2}$$

各网孔电压源代数和
升为“+”，降为“－”

可推广至m个网孔的标准形式

一般情况，对于具有m=b-(n-1) 个网孔的电路，有

$$\begin{cases} R_{11}i_{m1}+R_{12}i_{m2}+\ldots+R_{1m}i_{mm}=u_{S11} \\ R_{21}i_{m1}+R_{22}i_{m2}+\ldots+R_{2m}i_{mm}=u_{S22} \\ \quad\ldots \\ R_{m1}i_{m1}+R_{m2}i_{m2}+\ldots+R_{mm}i_{mm}=u_{Smm} \end{cases}$$

RI= US

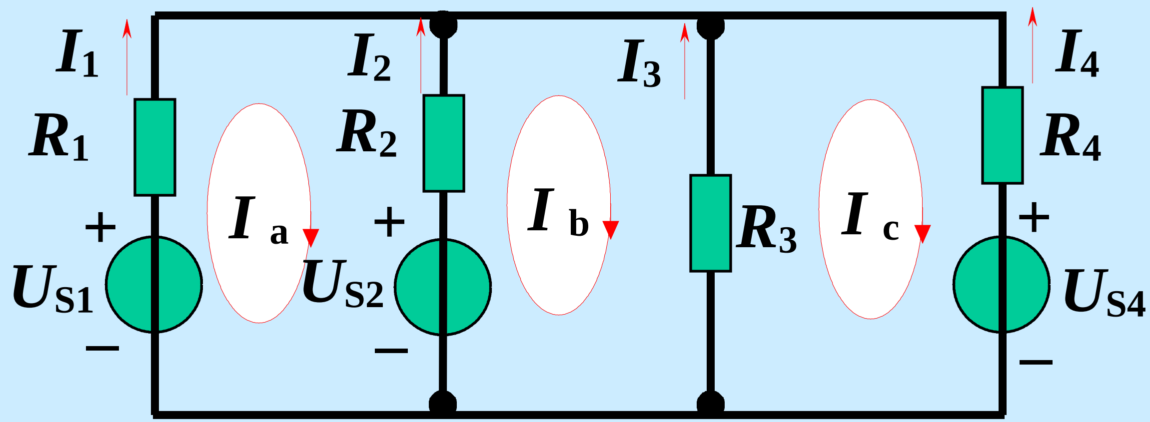
其中

R_{kk}:自电阻(为正)，k=1,2,…,m(绕行方向取网孔电流参考方向)。

R_{jk}:互电阻
$$\begin{cases} + : \text{流过互阻两个网孔电流方向相同} \\ - : \text{流过互阻两个网孔电流方向相反} \\ 0 : \text{无关} \end{cases}$$

特例：不含受控源的线性网络 $R_{jk}=R_{kj}$，系数矩阵为对称阵。（平面电路，R_{jk}均为负(当网孔电流均取顺(或逆)时针方向)）

例1 用网孔法求各支路电流。



解: (1) 设网孔电流(顺时针)

(2) 列（b － n ＋ 1）=3个 KVL 方程

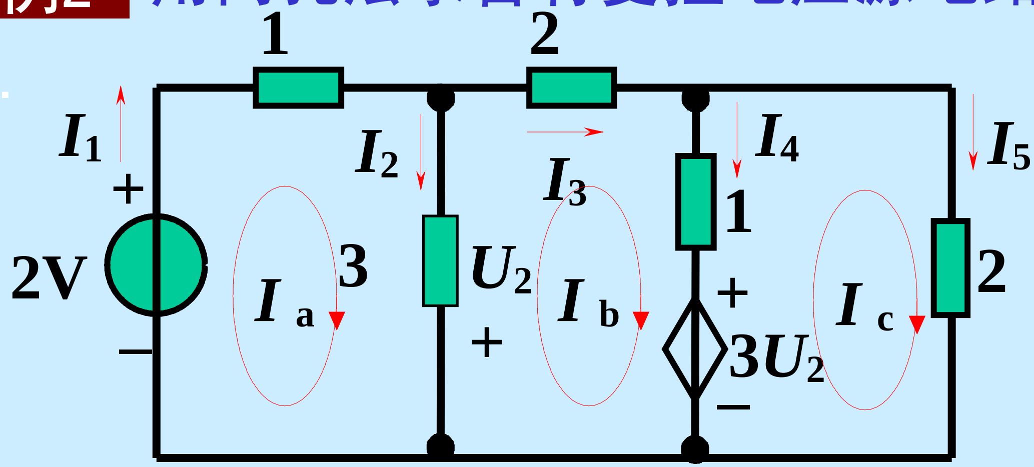
$$\left.\begin{aligned}&(R_1+R_2)I_a - R_2 I_b = U_{S1} - U_{S2}\\&-R_2 I_a + (R_2+R_3)I_b - R_3 I_c = U_{S2}\\&-R_3 I_b + (R_3+R_4)I_c = -U_{S4}\end{aligned}\right\}$$

对称阵，且互电阻为负

(3) 求解网孔电流方程，得 I_a, I_b, I_c

(4) 求各支路电流： $I_1=I_a$， $I_2=I_b-I_a$， $I_3=I_c-I_b$， $I_4=-I_c$

例2 用网孔法求含有受控电压源电路的各支路电流。



① 将看VCVS作独立源建立方程；

② 找出控制量和网孔电流的关系。

解:

$$
① \begin{cases} 4I_a-3I_b=2 \\ -3I_a+6I_b-I_c=-3U_2 \\ -I_b+3I_c=3U_2 \end{cases}
$$

$$
② \quad U_2=3(I_b-I_a)
$$

将②代入①，得

$$
③ \begin{cases} 4I_a-3I_b=2 \\ -12I_a+15I_b-I_c=0 \\ 9I_a-10I_b+3I_c=0 \end{cases} \xrightarrow{\text{解得}} \begin{cases} I_a=1.19\text{A} \\ I_b=0.92\text{A} \\ I_c=-0.51\text{A} \end{cases}
$$

各支路电流

为： $I_1=I_a=1.19\text{A}$, $I_2=I_a-I_b=0.27\text{A}$, $I_3=I_b=0.92\text{A}$,

$I_4=I_b-I_c=1.43\text{A}$, $I_5=I_c=–0.52\text{A}$.

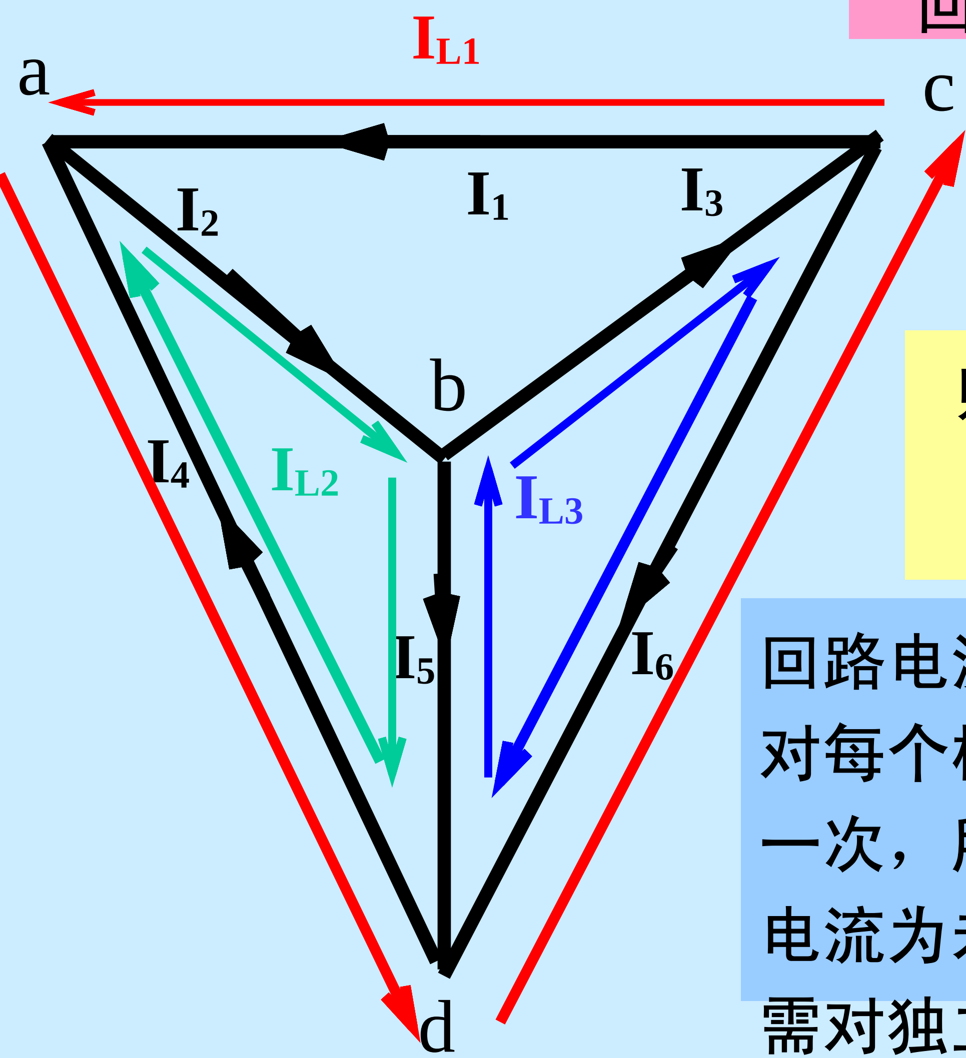
* 由于含受控源，方程的系数矩阵一般不对称。

3-5 回路电流法（loop current method）

回路电流：沿着独立回路边界流动的假想环流。

数目为独立回路数（b － n + 1）。

回路电流具有独立性和完备性。



如图设 $I_1 = I_{L1}$

$I_2 = I_{L2}$

$I_3 = I_{L3}$

则 a：$I_4 = I_2 - I_1 = I_{L2} - I_{L1}$

b：$I_5 = I_2 - I_3 = I_{L2} - I_{L3}$

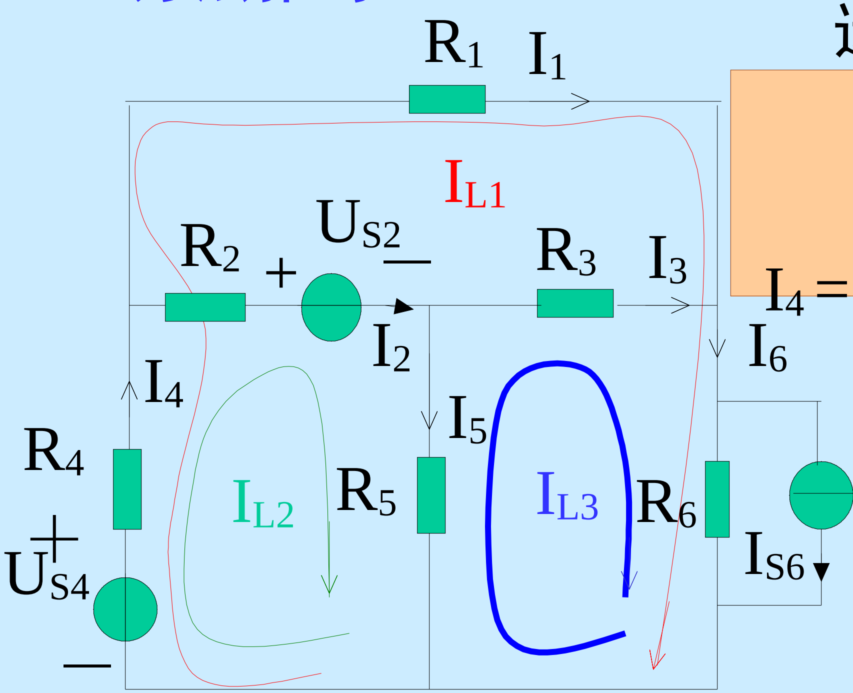
c：$I_6 = I_3 - I_1 = I_{L3} - I_{L1}$

回路电流是在独立回路中闭合的，对每个相关节点均流进一次，流出一次，所以**KCL自动满足**。若以回路电流为未知量列方程来求解电路，只需对独立回路列写KVL方程。

回路电流法：以回路电流为未知量列写电路方程分析电路的方法，适用于平面或非平面电路。

方法推导：

选独立回路如图，则有：



$I_1 = I_{L1}$， $I_2 = I_{L2}$ ， $I_3 = I_{L3}$ ，

$I_4 = I_{L1} + I_{L2}$ ， $I_5 = I_{L2} - I_{L3}$ ， $I_6 = I_{L1} + I_{L3}$

$$R_1 I_{L1} + R_6 (I_{L1} + I_{L3}) + R_4 (I_{L1} + I_{L2}) = R_6 I_{S6} + U_{S4}$$

$$R_2 I_{L2} + R_5 (I_{L2} - I_{L3}) + R_4 (I_{L1} + I_{L2}) = U_{S4} - U_{S2}$$

$$R_3 I_{L3} + R_6 (I_{L1} + I_{L3}) - R_5 (I_{L2} - I_{L3}) = R_6 I_{S6}$$

整理得:

$$(R_1 + R_4 + R_6) I_{L1} + R_4 I_{L2} + R_6 I_{L3} = R_6 I_{S6} + U_{S4}$$

$$R_4 I_{L1} + (R_2 + R_4 + R_5) I_{L2} - R_5 I_{L3} = U_{S4} - U_{S2}$$

$$R_6 I_{L1} - R_5 I_{L2} + (R_3 + R_5 + R_6) I_{L3} = R_6 I_{S6}$$

$$(R_1+R_4+R_6)\,I_{L1} + R_4\,I_{L2} + R_6\,I_{L3} = R_6 I_{S6} + U_{S4}$$

$$R_4\,I_{L1} + (R_2+R_4+R_5)\,I_{L2} - R_5\,I_{L3} = U_{S4} - U_{S2}$$

$$R_6\,I_{L1} - R_5\,I_{L2} + (R_3+R_5+R_6)\,I_{L3} = R_6 I_{S6}$$

由此得标准形式的方程：

$$R_{11}I_{L1} + R_{12}I_{L2} + R_{13}I_{L3} = u_{SL1}$$

$$R_{21}I_{L1} + R_{22}I_{L2} + R_{23}I_{L3} = u_{SL2}$$

$$R_{31}I_{L1} + R_{32}I_{L2} + R_{33}I_{L3} = u_{SL3}$$

$$R_{11} = (R_1+R_4+R_6)$$
$$R_{22} = (R_2+R_4+R_5)$$
$$R_{33} = (R_3+R_5+R_6)$$

自电阻总为正。

$$R_{12} = R_{21} = R_4$$
$$R_{23} = R_{32} = -R_5$$
$$R_{13} = R_{31} = R_6$$

当两个回路电流流过相关支路方向相同时，互电阻取正号；否则为负号。

u_{SLk}— 回路K中所有电源电压的代数和。

当电压源电压方向与该回路方向一致时，取负号，反之取正号。

对于具有 $l=b-(n-1)$ 个回路的电路，有：

$$\begin{cases} R_{11}i_{l1}+R_{12}i_{l1}+\ldots+R_{1l}\,i_{ll}=u_{Sl1} \\ R_{21}i_{l1}+R_{22}i_{l1}+\ldots+R_{2l}\,i_{ll}=u_{Sl2} \\ \ldots \\ R_{l1}i_{l1}+R_{l2}i_{l1}+\ldots+R_{ll}\,i_{ll}=u_{Sll} \end{cases}$$

$RI_l = US$

其中：

R_{kk}:自电阻(为正)

R_{jk}:互电阻
- + : 流过互阻的两个回路电流方向相同
- - : 流过互阻的两个回路电流方向相反
- 0 : 无关

例1　用回路电流法求解电流 i.

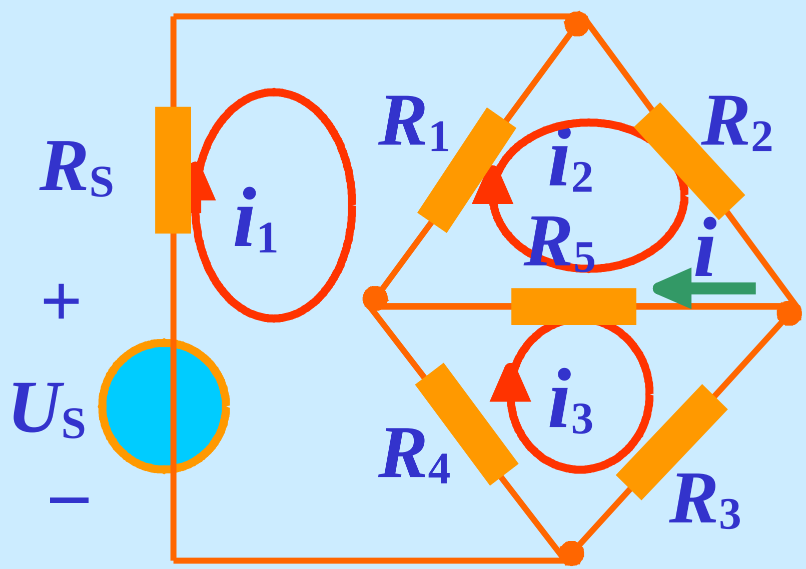
解　独立回路有三个，选网孔为独立回路：

$$(R_S \quad R_1 \quad R_4)i_1 \quad R_1 i_2 \quad R_4 i_3 \quad U_S$$

自电阻　互电阻　互电阻　回路电源电压升代数和

$$R_1 i_1 \quad (R_1 \quad R_2 \quad R_5)i_2 \quad R_5 i_3 \quad 0$$

$$R_4 i_1 \quad R_5 i_2 \quad (R_3 \quad R_4 \quad R_5)i_3 \quad 0$$



$$i \quad i_2 \quad i_3$$

表明

不含受控源的线性网络 $R_{jk}=R_{kj}$，系数矩阵为对称阵。

回路电流法的一般步骤：

(1) 选取合适的树，选定$l=b-(n-1)$个基本回路即独立回路，并确定其绕行方向；

(2) 对l 个独立回路，以回路电流为未知量，列写其KVL方程；

$RI_l = US$

(3) 求解上述方程，得到l 个回路电流；

(4) 求各支路电流；

(5) 其它分析。

1.理想电流源支路的处理

方法1：引入电流源电压，增加回路电流和电流源电流的关系方程。

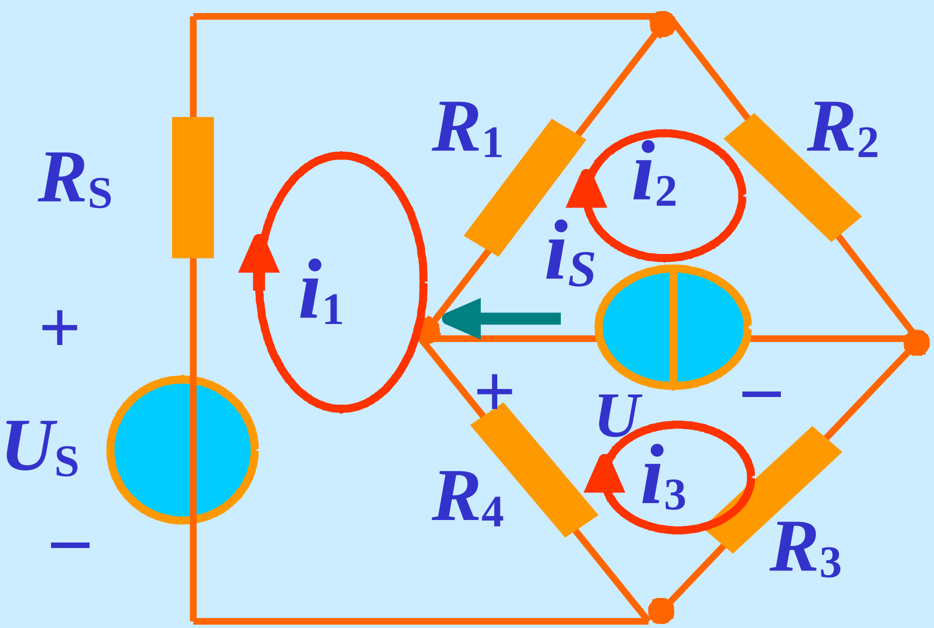
例

$$(R_S \quad R_1 \quad R_4)i_1 \quad R_1 i_2 \quad R_4 i_3 \quad U_S$$

$$R_1 i_1 \quad (R_1 \quad R_2)i_2 \quad U$$

$$R_4 i_1 \quad (R_3 \quad R_4)i_3 \quad U$$

电流源电压为新的未知量



增补方程：

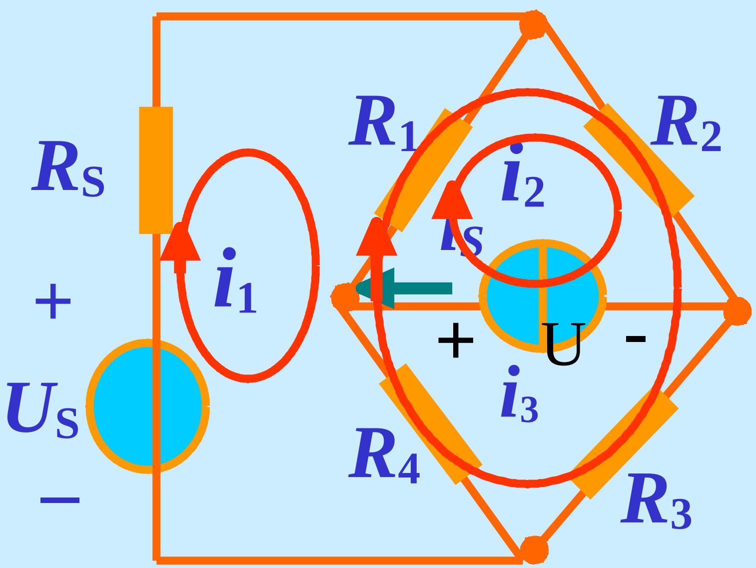
$$i_S \quad i_2 \quad i_3$$

方法2：选取独立回路，使理想电流源支路仅仅属于一个回路，该回路电流即 I_S。

例 $(R_S \quad R_1 \quad R_4)i_1 \quad R_1 i_2 \quad (R_1 \quad R_4)i_3 \quad U_S$

$i_2 \quad i_S$ 为已知电流，实际减少了一方程

$(R_1 \quad R_4)i_1 \quad (R_1 \quad R_2)i_2 \quad (R_1 \quad R_2 \quad R_3 \quad R_4)i_3 \quad 0$



求电流源吸收的功率？

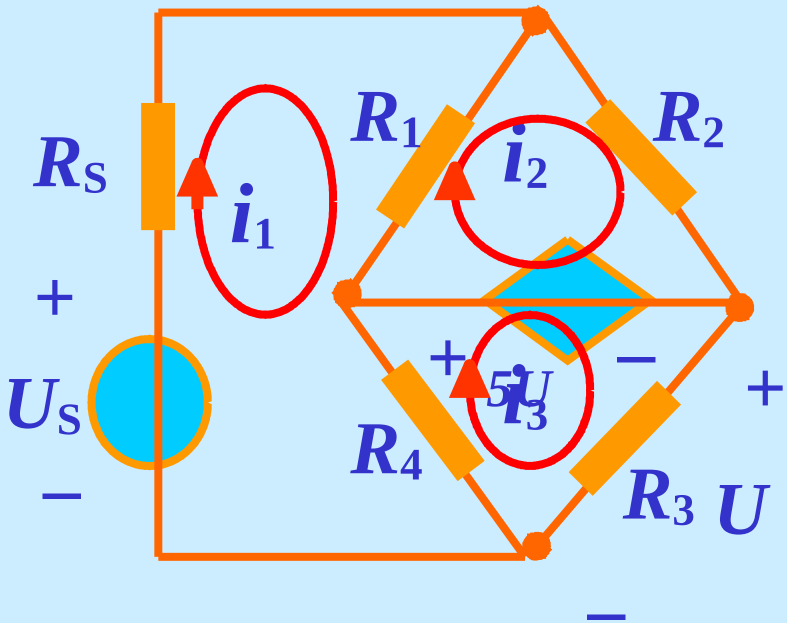
RiRRi(11122

)+(RRiU 123

2.受控电源支路的处理

对含有受控电源支路的电路，可先把受控源看作独立电源按上述方法列方程，再将控制量用回路电流表示。

例



$$(R_s \quad R_1 \quad R_4)i_1 \quad R_1 i_2 \quad R_4 i_3 \quad U_s$$

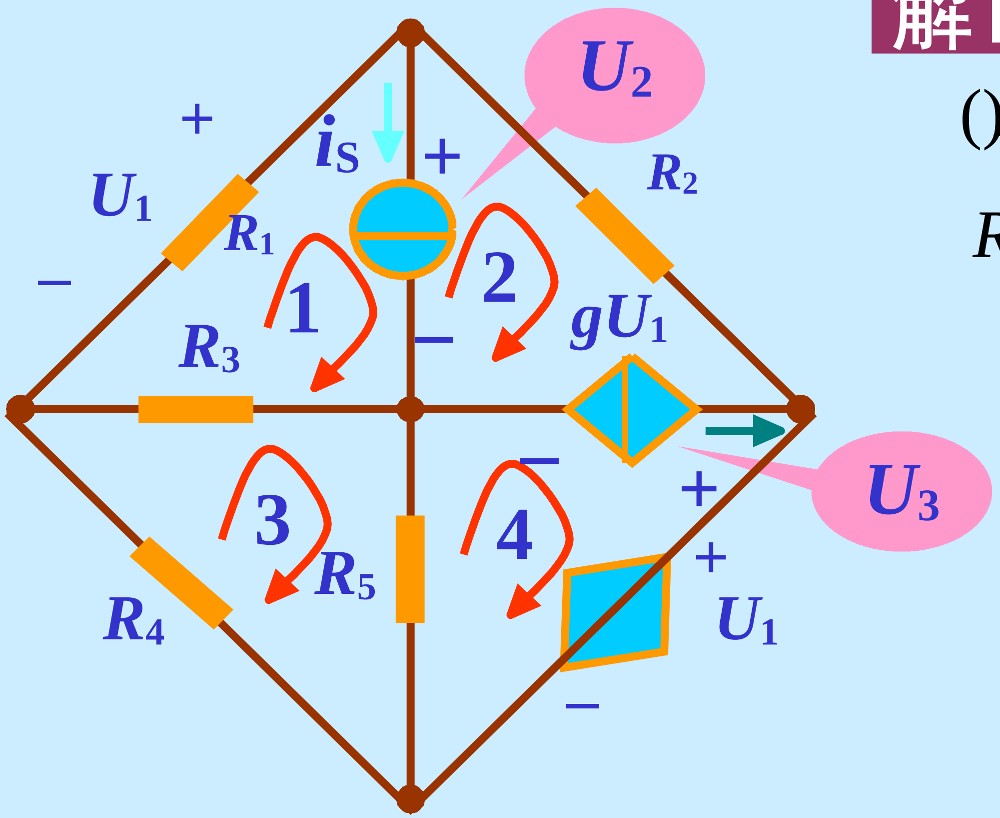
$$R_1 i_1 \quad (R_1 \quad R_2)i_2 \quad 5U$$

$$R_4 i_1 \quad (R_3 \quad R_4)i_3 \quad 5U$$

受控电压源看作独立电压源列方程

增补方程: $U \quad R_3 i_3$

例 列回路电流方程



解1 选网孔为独立回路

$$(R_1 \quad R_3)i_1 \quad R_3 i_3 \quad U_2$$

$$R_2 i_2 \quad U_2 \quad U_3 \quad 0$$

$$R_3 i_1 \quad (R_3 \quad R_4 \quad R_5)i_3 \quad R_5 i_4 \quad 0$$

$$R_5 i_3 \quad R_5 i_4 \quad U_3 \quad U_1$$

增补方程：

$$\begin{cases} i_1 \quad i_2 \quad i_S \\ i_4 \quad i_2 \quad gU_1 \\ U_1 \quad R_1 i_1 \end{cases}$$

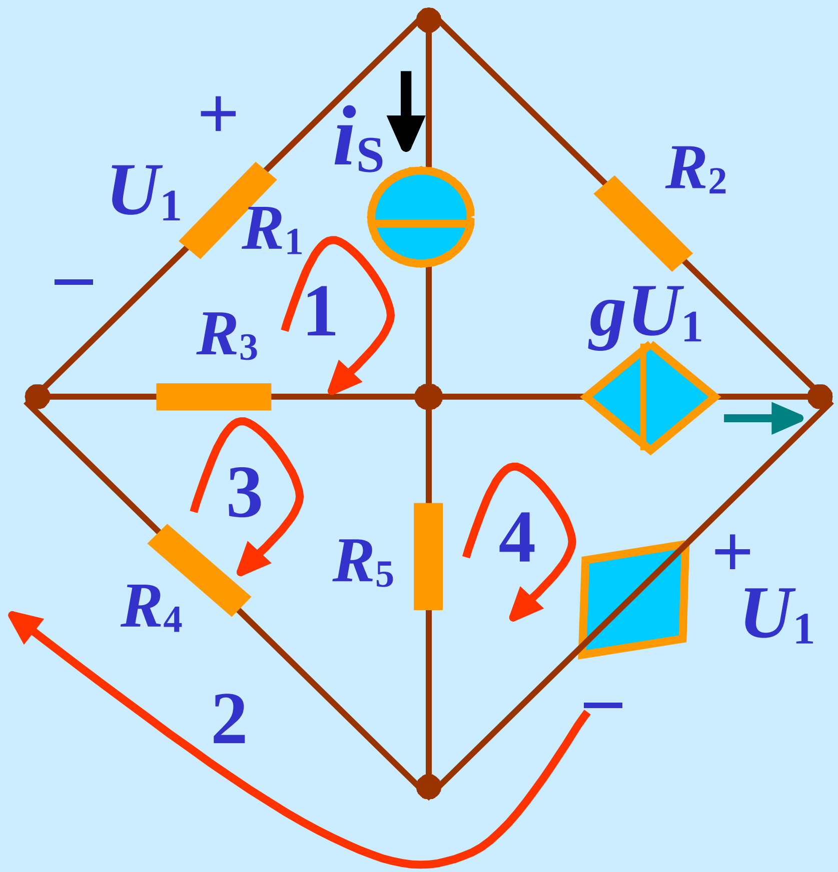
解2　回路2选大回路

$$i_1 \quad i_S$$

$$R_1 i_1 \quad (R_1 \quad R_2 \quad R_4) i_2 \quad R_4 i_3 \quad\quad U_1$$

$$R_3 i_1 \quad R_4 i_2 \quad (R_3 \quad R_4 \quad R_5) i_2 \quad R_5 i_4 \quad 0$$

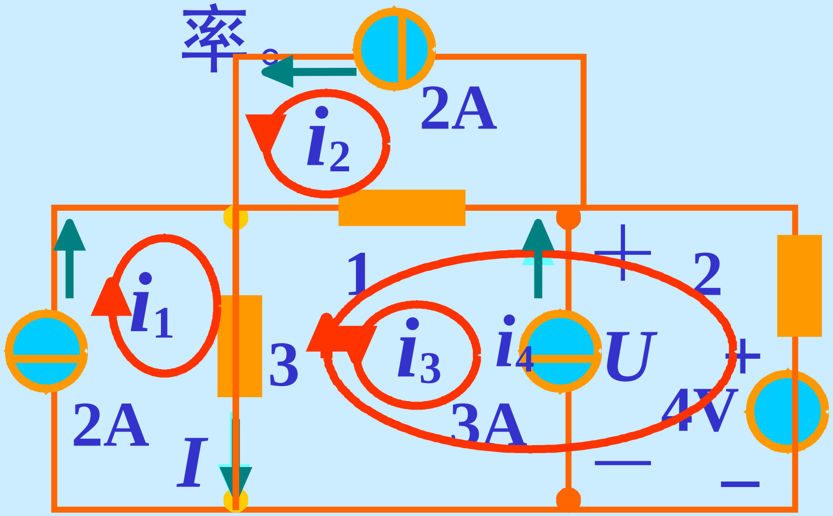
$$i_4 \quad gU_1$$



增补方程：

$$U_1 \quad\quad R_1 (i_1 \quad i_2)$$

例 求电路中电压U，电流I和电压源产生的功率。



解

$i_1 \quad 2A$

$i_2 \quad 2A$

$i_3 \quad 3A$

$6i_4 \quad 3i_1 \quad i_2 \quad 4i_3 \quad 4$

$\longrightarrow \; i_4 \quad (6 \quad 2 \quad 12 \quad 4)/6 \quad 2A$

$I \quad 2 \quad 3 \quad 2 \quad 1A$

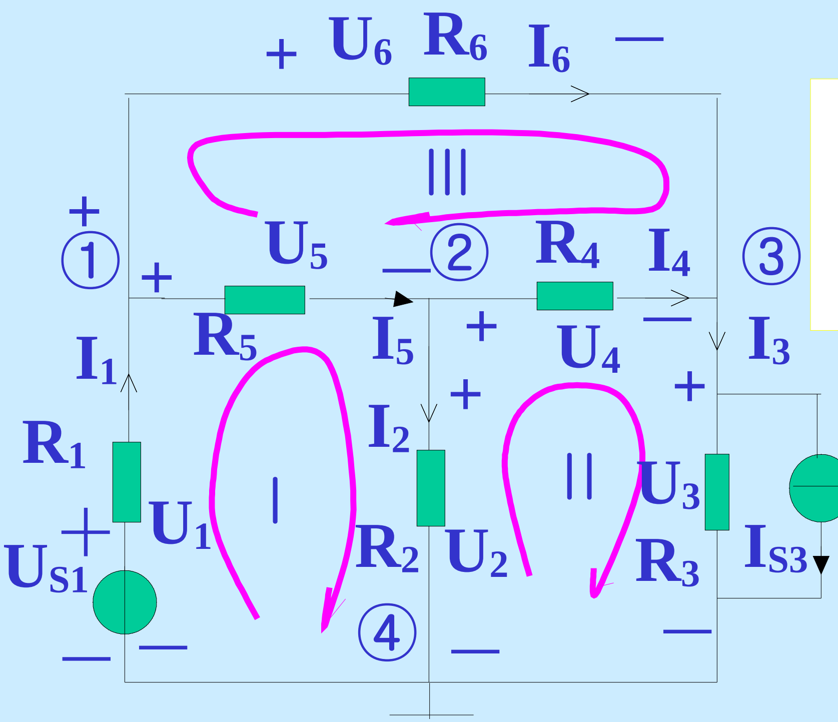
$U \quad 2i_4 \quad 4 \quad 8V$

$P \quad 4 \quad i_4 \quad 8W$ (吸收）

#3.29,3.32

3-6 节点电压法（node voltage method）

问题：能否找到一组完备的独立电压变量作为第一步的求解对象？



从KVL方程中寻找：

Ⅰ：$U_5 + U_2 - U_1 = 0$

Ⅱ：$U_4 - U_2 + U_3 = 0$

Ⅲ：$U_6 - U_5 - U_4 = 0$

$U_5 = U_1 - U_2$

$U_4 = U_2 - U_3$

$U_6 = U_1 - U_3$

两点间的电位差

$U_1 = U_{①}$

$U_2 = U_{②}$

$U_3 = U_{③}$

特点：“共地”

参考节点电压为零。

结点电压（节点电位）：在电路中任选一个节点为参考点，其他各节点与参考点之间的电压称为**节点电压（节点电位）**。

其参考极性为：独立节点为正，参考节点为负。

1.结点电压法

以结点电压为未知量列写电路方程分析电路的方法。适用于结点较少的电路。

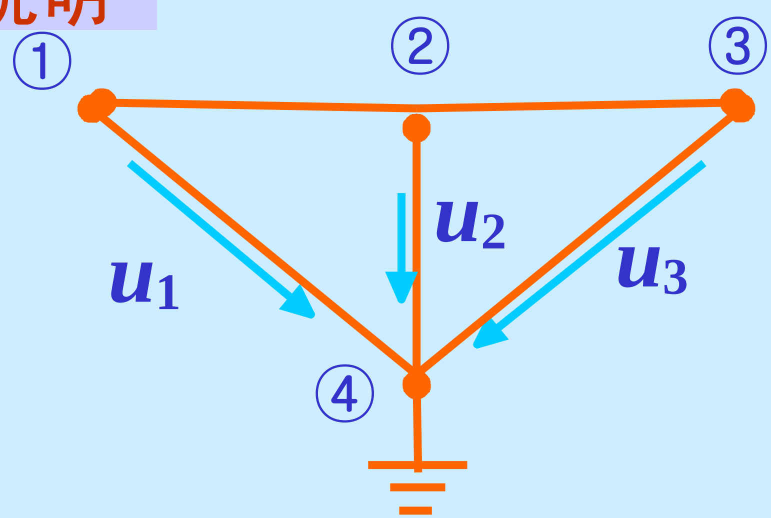
- 列写的方程

结点电压法列写的是结点上的KCL方程，独立方程数为：

$(n \quad 1)$

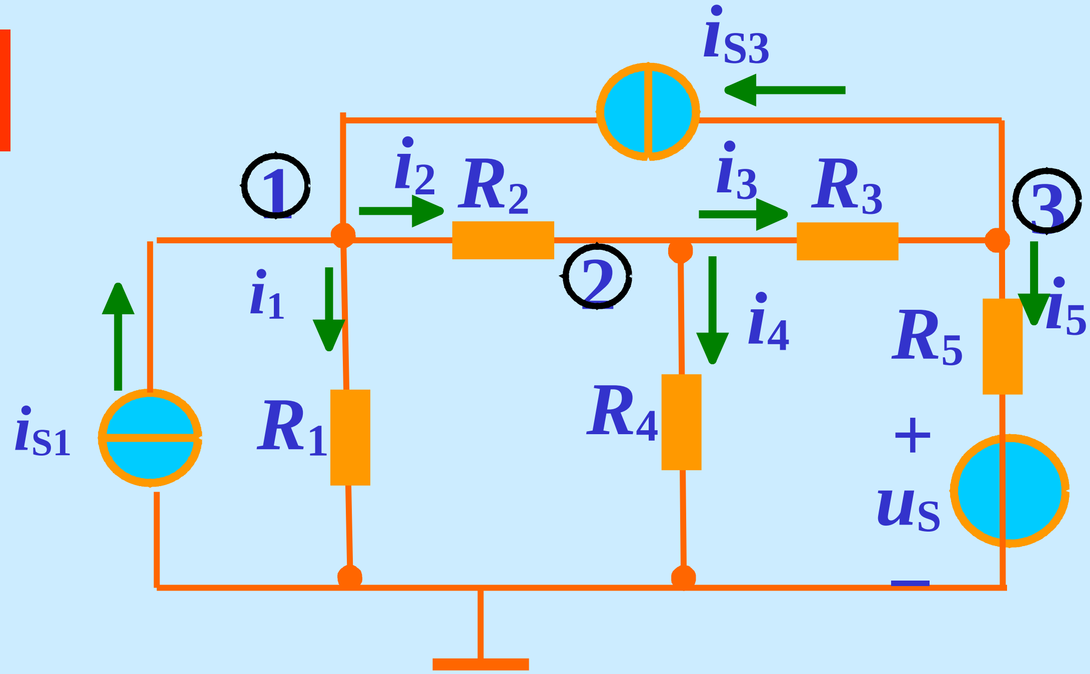
与支路电流法相比，方程数减少b−$(n\text{-}1)$个。

说明



在任意一回路中关于结点电压的KVL方程全是0=0，即一组结点电压彼此无约束，自动满足KVL

2. 方程的列写

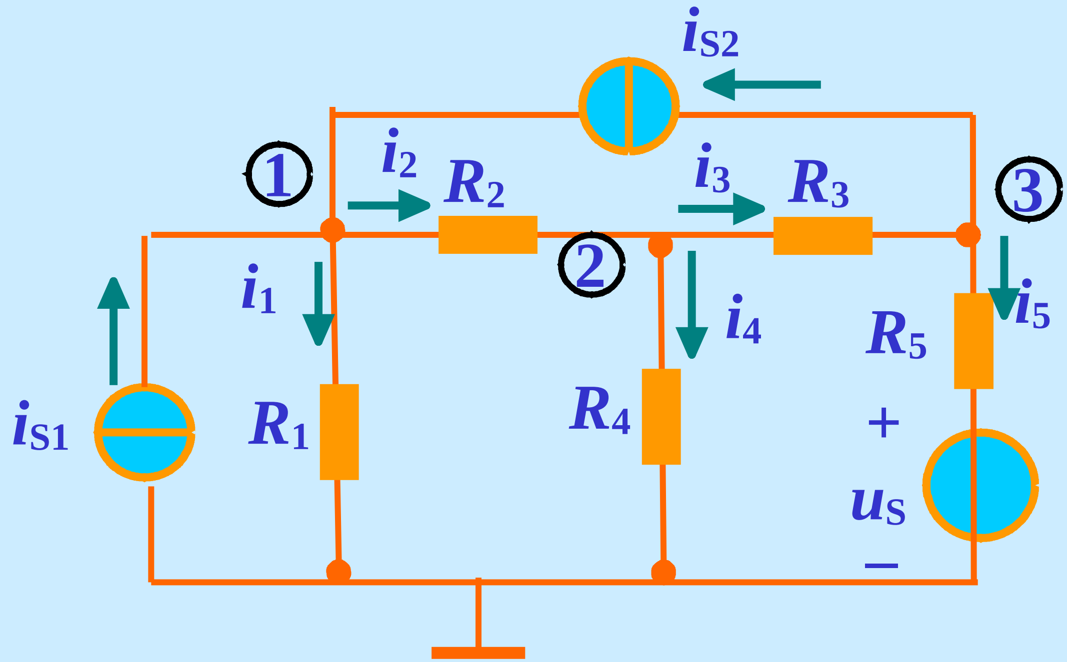


(1) 选定参考结点，标明其余n-1个独立结点的电压.

(2) 列KCL方程：

$i_{R出}=\quad i_{S入}$

$$\begin{cases} i_1+i_2=i_{S1}+i_{S2} \\ -i_2+i_4+i_3=0 \\ -i_3+i_5=-i_{S2} \end{cases}$$



把支路电流用结点电压表示：

$$\begin{cases} \dfrac{u_{n1}}{R_1} \quad \dfrac{u_{n1} \quad u_{n2}}{R_2} \quad i_{S1} \quad i_{S2} \\ \dfrac{u_{n1} \quad u_{n2}}{R_2} \quad \dfrac{u_{n2} \quad u_{n3}}{R_3} \quad \dfrac{u_{n2}}{R_4} \quad 0 \\ \dfrac{u_{n2} \quad u_{n3}}{R_3} \quad \dfrac{u_{n3} \quad u_S}{R_5} \quad i_{S2} \end{cases}$$

整理，得：

结点1自电导

结点1.2
间互电导

结点1.3互电导=0

流入节点1电流源电流代数和

111
()()0* uuuii
n1n2n3S1S2
RRR
122

$$\frac{1}{R_2}u_{n1} \quad (\frac{1}{R_2} \quad \frac{1}{R_3} \quad \frac{1}{R_4})u_{n2} \quad \frac{1}{R_3}u_{n3} \quad 0$$

流入节点2电流
源电流代数和

结点2.1互电导

结点2自电导

结点2.3
互电导

等效电流源

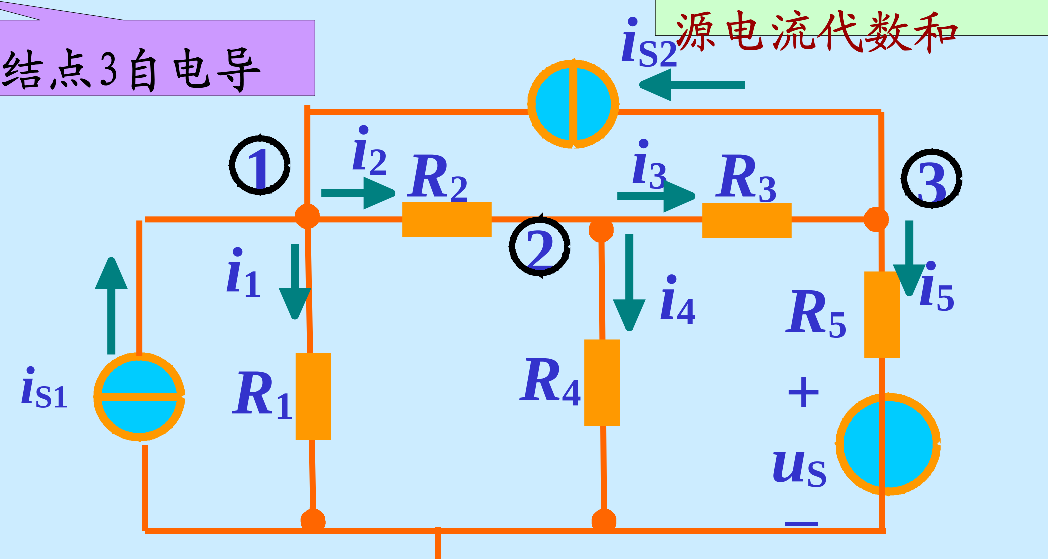
111
0*()()uuui
n1n2n3S2
RRRR
3355
u_S

流入节点3电流
源电流代数和

结点3.1互电
导=0

结点3.2互电导

结点3自电导



自电导：接在结点上所有支路的电导之和，为正值。

互电导：在两结点间的所有支路的电导之和，为负值。

一般情况

$$\begin{cases} G_{11}u_{n1}+G_{12}u_{n2}+\dots+G_{1,n-1}u_{n,n-1}=i_{Sn1} \\ G_{21}u_{n1}+G_{22}u_{n2}+\dots+G_{2,n-1}u_{n,n-1}=i_{Sn2} \\ \\ G_{n-1,1}u_{n1}+G_{n-1,2}u_{n2}+\dots+G_{n-1,n}u_{n,n-1}=i_{Sn,n-1} \end{cases}$$

其中 G_{ii} —自电导，等于接在结点i上所有支路的电导之和(包括电压源与电阻串联支路)。总为正。

$G_{ij}=G_{ji}$—互电导，等于接在结点i与结点j之间的所支路的电导之和，总为负。

i_{Sni} — 流入结点i的所有电流源电流的代数和(包括由电压源与电阻串联支路等效的电流源)。

当电路不含受控源时，系数矩阵为对称阵。

结点法的一般步骤：

(1) 选定参考结点，标定*n*-1个独立结点；

(2) 对*n*-1个独立结点，以结点电压为未知量，列写其KCL方程；

(3) 求解上述方程，得到*n*-1个结点电压；

(4) 求各支路电流；

(5) 其它分析。

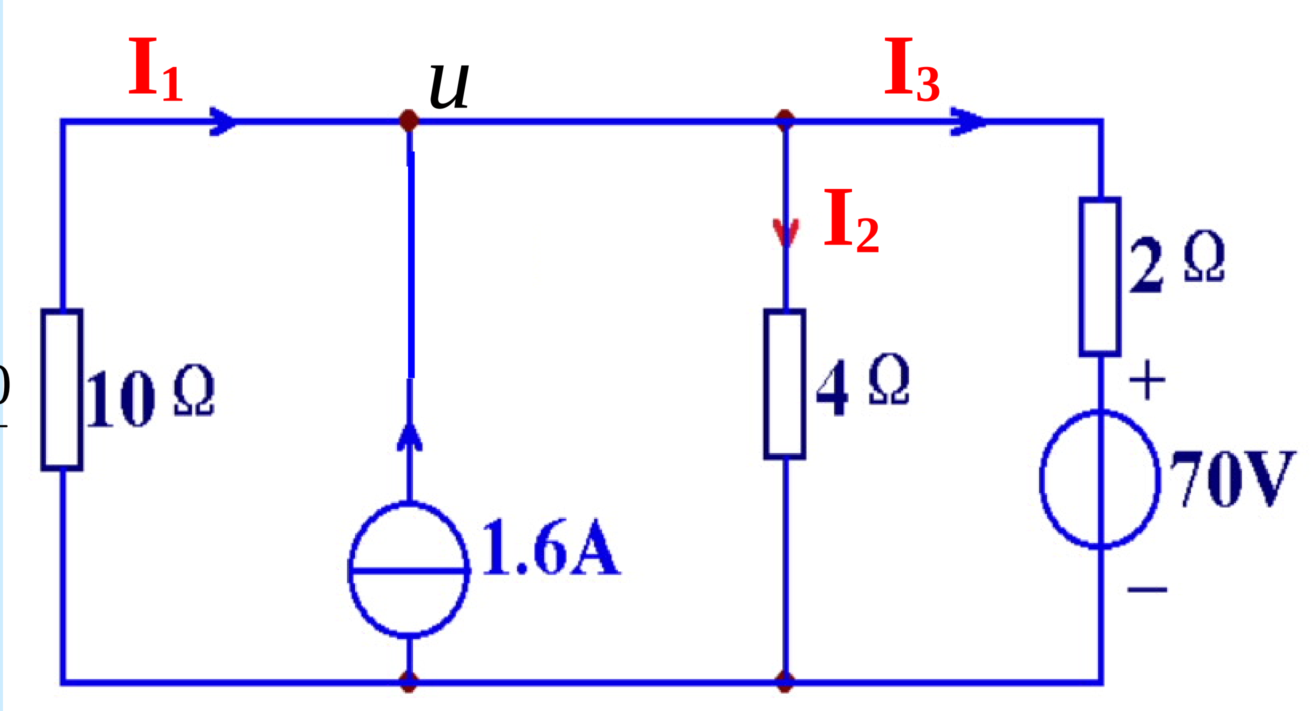
练习：求图示电路中各支路电流。

选择参考节点，列写方程：

$$(\frac{1}{10}\quad\frac{1}{4}\quad\frac{1}{2})\quad 1.6\quad\frac{70}{2}$$

$$u\quad\frac{1.6\quad\frac{70}{2}}{(\frac{1}{10}\quad\frac{1}{4}\quad\frac{1}{2})}$$

$$43.588V$$



若电路只有一个独立节点，其节点电位方程为：$u\quad\frac{I_{sk}}{G_k}$

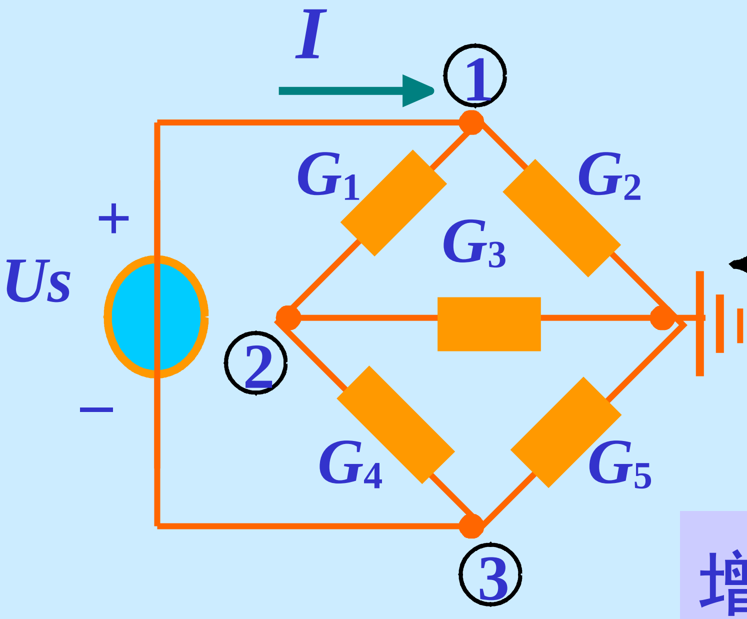
（弥尔曼定理）

I_1=-4.05A

I_2= 10.765A

I_3= -13.471A

3. 无伴电压源支路的处理



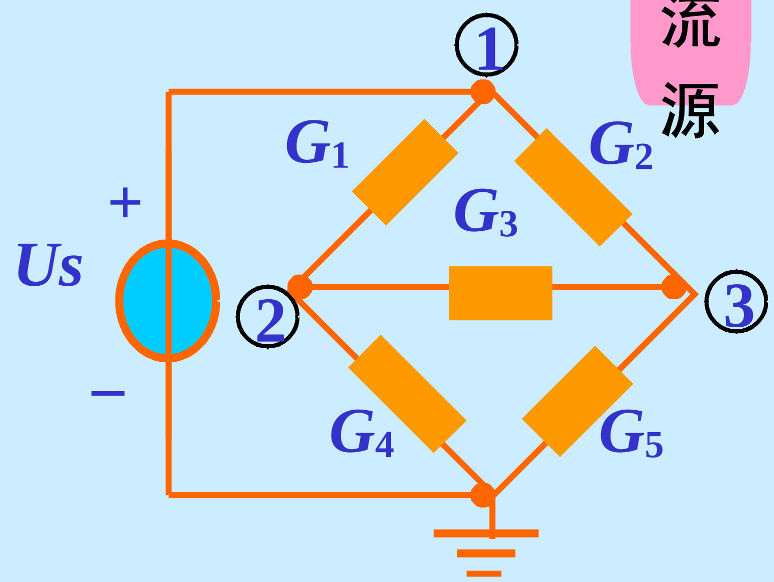
（1）以电压源电流为变量，增补方程

$$\begin{cases} (G_1+G_2)U_1-G_1U_2=I \\ -G_1U_1+(G_1+G_3+G_4)U_2-G_4U_3=0 \\ -G_4U_2+(G_4+G_5)U_3=-I \end{cases}$$

看成电流源

增补方程 $U_1-U_3=U_S$

（2） 选择合适的参考点

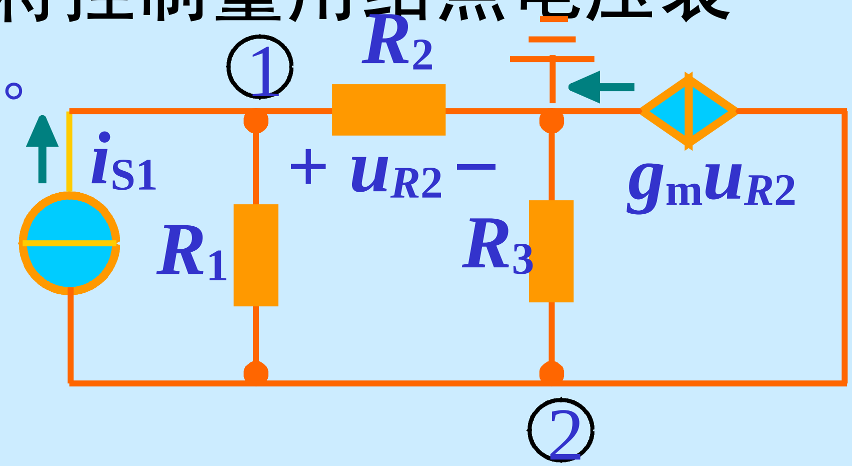


$$\begin{cases} U_1=U_S \\ -G_1U_1+(G_1+G_3+G_4)U_2-G_3U_3=0 \\ -G_2U_1-G_3U_2+(G_2+G_3+G_5)U_3=0 \end{cases}$$

4.受控电源支路的处理

对含有受控电源支路的电路，可先把受控源看作独立电源按上述方法列方程，再将控制量用结点电压表示。

例 列写电路的结点电压方程。

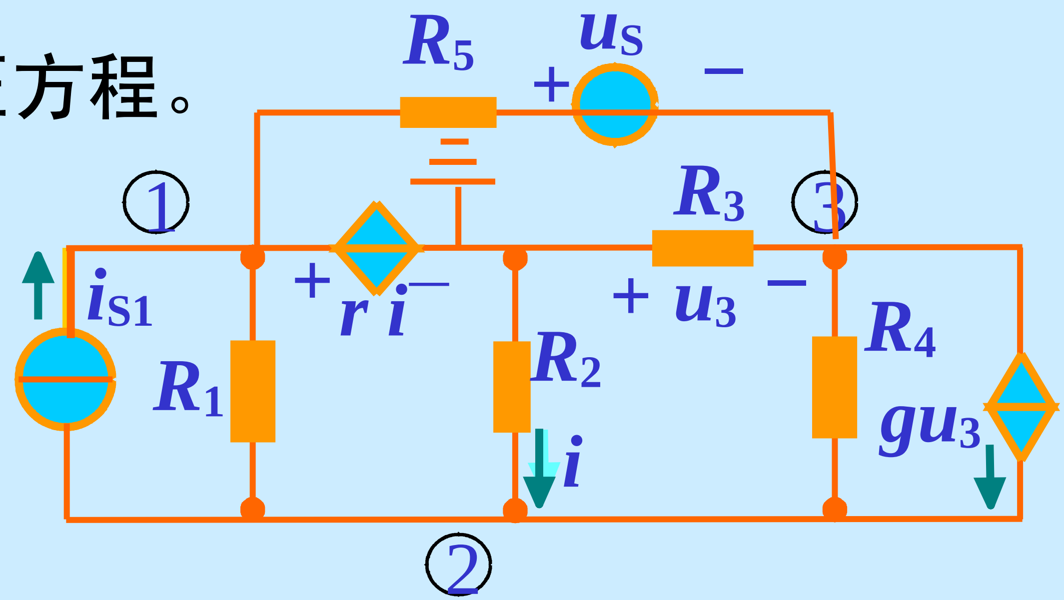


(1)先把受控源当作独立源列方程；

$$\begin{cases} (\frac{1}{R_1} \quad \frac{1}{R_2})u_{n1} \quad \frac{1}{R_1}u_{n2} \quad i_{S1} \\ \frac{1}{R_1}u_{n1} \quad (\frac{1}{R_1} \quad \frac{1}{R_3})u_{n2} \quad g_m u_{R_2} \quad i_{S1} \end{cases}$$

(2) 用结点电压表示控制量。 $u_{R2} \quad u_{n1}$

例 列写电路的结点电压方程。



解 (1)设参考点，把受控源当作独立源列方程；

$$\begin{cases} u_{n1} \quad ri \\ (\frac{1}{R_1} \quad \frac{1}{R_2} \quad \frac{1}{R_4})u_{n2} \quad \frac{1}{R_1}u_{n1} \quad \frac{1}{R_4}u_{n3} \quad i_{S1} \quad gu_3 \\ \frac{1}{R_5}u_{n1} \quad \frac{1}{R_4}u_{n2} \quad (\frac{1}{R_4} \quad \frac{1}{R_3} \quad \frac{1}{R_5})u_{n3} \quad gu_3 \quad \frac{u_S}{R_5} \end{cases}$$

(2) 用结点电压表示控制量。

$$u_3 \quad u_{n3}$$

$$i \quad u_{n2}/R_2$$

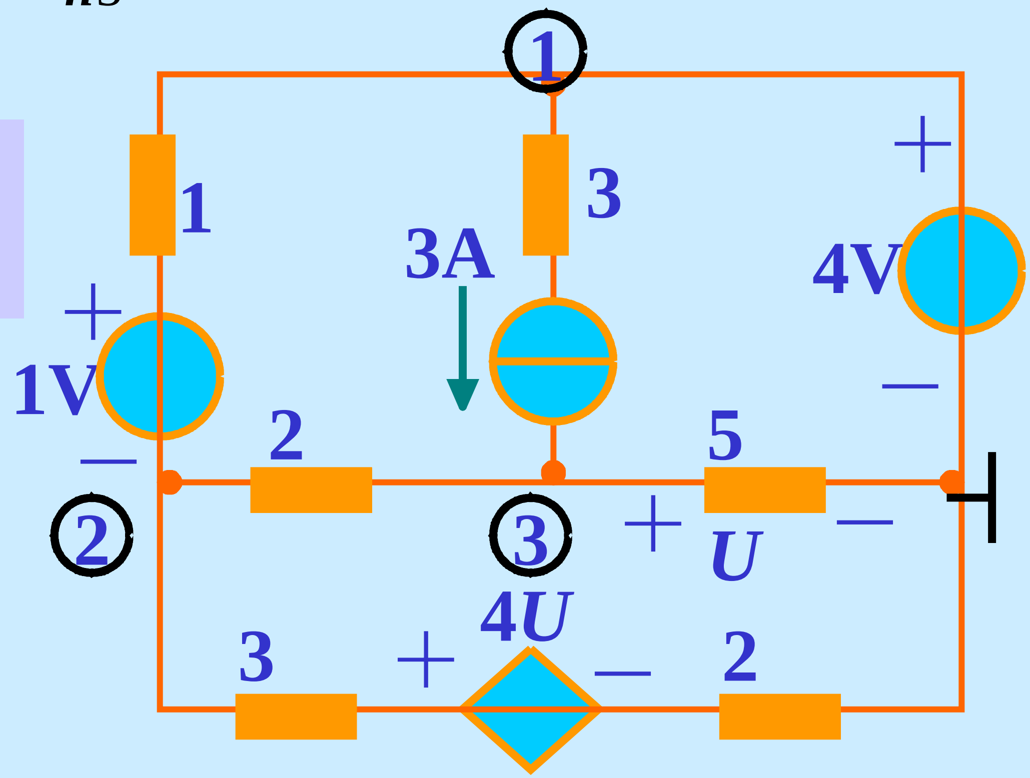
例 列写电路的结点电压方程。

$$u_{n1} \quad 4V$$

$$u_{n1} \quad (1 \quad 0.5 \quad \frac{1}{3 \quad 2})u_{n2} \quad 0.5u_{n3} \quad 1 \quad \frac{4U}{5}$$

$$0.5u_{n2} \quad (0.5 \quad 0.2)u_{n3} \quad 3A$$

注：与电流源串接的
电阻不参与列方程

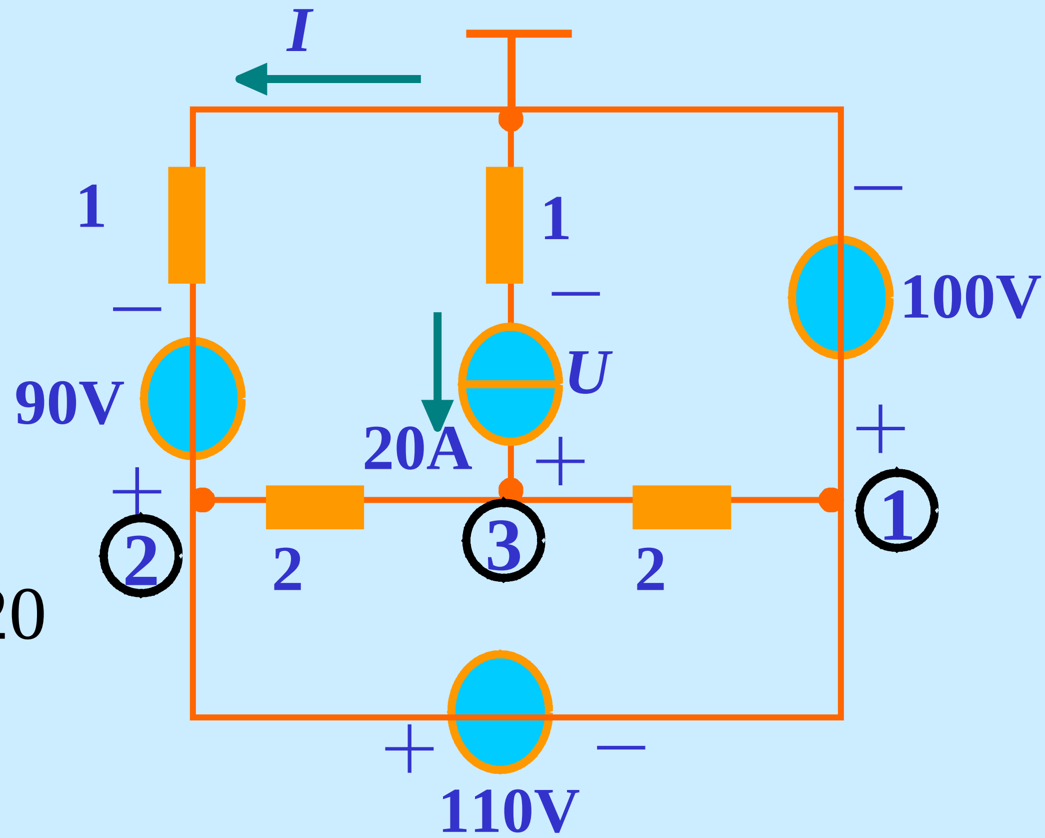


增补方程：

$$U = U_{n3}$$

例 求U和I 。

解1 应用结点法。



$u_{n1} \quad 100V$

$u_{n2} \quad 100 \quad 110 \quad 210V$

$0.5u_{n1} \quad 0.5u_{n2} \quad u_{n3} \quad 20$

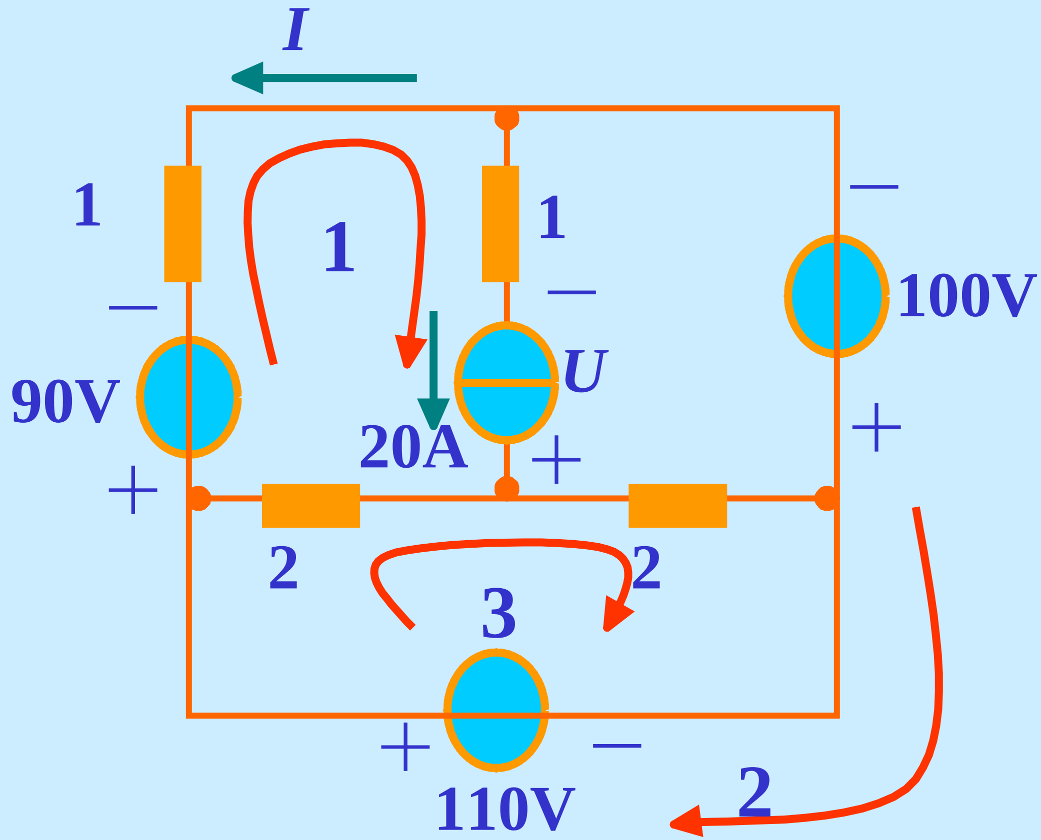
解得:

$u_{n3} \quad 20 \quad 50 \quad 105 \quad 175V$

$U \quad u_{n3} \quad 1 \quad 20 \quad 195V$

$I \quad (u_{n2} \quad 90)/1 \quad 120A$

解2 应用回路法。



$$i_1 \quad 20$$

$$i_2 \quad i_1 \quad 120$$

$$2i_1 \quad 4i_3 \quad 110$$

$$i_3 \quad 150/4$$

解得:

$$I \quad (i_1 \quad i_2) \quad 120$$

$$U \quad 2i_3 \quad 100 \quad 1 \quad 20 \quad 195V$$

支路法、回路法和节点法的比较：

(1) 方程数的比较

	KCL方程	KVL方程	方程总数
支路法	n-1	b-n+1	b
回路法	0	b-n+1	b-n+1
节点法	n-1	0	n-1

(2) 电压源多时宜选回路法，电流源多时宜选节点法。

(3)电流求解变量多时宜选回路法，电压求解变量多时宜选节点法。

(4) 对于非平面电路，选独立回路不容易，而选独立节点较容易。

(5) 回路法、节点法易于编程。目前用计算机分析网络(电网，集成电路设计等)采用节点法较多。