

# Work08

## 1. 填空

1) 插值必须满足的条件的是\_\_\_\_\_，\_\_\_\_\_。

a) 插值函数近似于原函数；b) 在插值点插值函数值等于原函数值

2) 拉格朗日线性插值的两个基函数表达式为：\_\_\_\_\_，\_\_\_\_\_。

$$L_0(x) = \frac{x - x_1}{x_0 - x_1}, \quad L_1(x) = \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}$$

3) 三次样条插值常用的边界条件中，当\_\_\_\_\_时，称为自然边界条件。

$$S''(x_0) = S''(x_n) = 0$$

## 2. 判断

1) 已知  $n+1$  个互异样本点，可以构造一个拉格朗日  $n$  次插值多项式。( √ )

2) 采用多次多项式插值更容易获得可靠的结果。( × )

3) 三次样条插值法可以保证曲线的光滑性。( √ )

4) MATLAB 的插值函数 `pchip` 和 `spline` 都是利用三次多项式进行插值。( √ )

3. 实验测得一个过滤器的压降与流速的关系如下表所示：

Flow rate (L/s)	Pressure drop (kPa)	Flow rate (L/s)	Pressure drop (kPa)
0.00	0.000	32.56	1.781
10.80	0.299	36.76	2.432
16.03	0.576	39.88	2.846
22.91	1.036	43.68	3.304

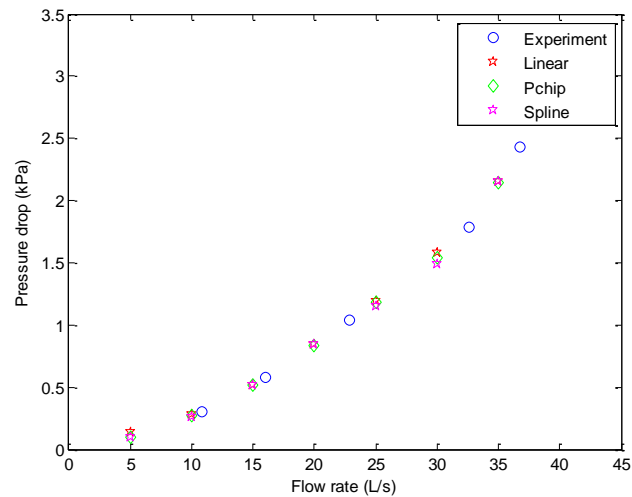
试编写一个 MATLAB 函数采用线性插值、`pchip` 和 `spline` 插值计算流速为 5:5:40 L/s 时的压降，将计算结果和实验值绘制成图形以比较三种插值方法所得结果，并给图形加上坐标轴名和图例。

```
function PDvsFR
FL=[0 10.80 16.03 22.91 32.56 36.76 39.88 43.68];
P=[0 0.299 0.576 1.036 1.781 2.432 2.846 3.304];
plot(FL,P,'bo')
hold on
Fcal=5:5:40;
plot(Fcal,interp1(FL,P,Fcal),'rp')
plot(Fcal,interp1(FL,P,Fcal,'pchip'),'gd')
```

```

plot(Fcal,interp1(FL,P,Fcal,'spline'),'mp')
xlabel('Flow rate (L/s)')
ylabel('Pressure drop (kPa)')
legend('Experiment','Linear','Pchip','Spline')

```



结果如上图所示。可见，在大部分实验范围内，三种函数的插值效果基本相同，但在曲线出现拐点时，即流量在 30~35 之间三种方法略有区别。

4.在一搅拌釜中进行一不可逆液相反应  $A \rightarrow B$ ，实验测得反应物浓度  $C_t$  随时间  $t$  变化的数据如下表所示：

时间 $t / \text{min}$	0	0.2	0.6	1.0	2.0	5.0	10.0
浓度 $C_t / (\text{g/l})$	5.19	3.77	2.30	1.57	0.8	0.25	0.094

试编写一个 MATLAB 函数，采用 pchip 和 spline 函数求反应时间为 8.2min 时反应物的浓度；采用 disp 函数将计算结果显示在屏幕上并绘制图形比较以上两种插值方法的效果。

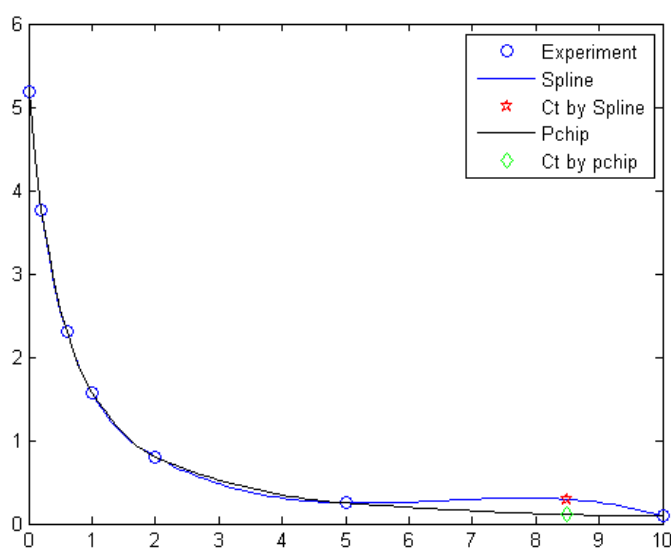
解：

```

function CInStirTank
t=[0 0.2 0.6 1.0 2.0 5.0 10.0];
Ct=[5.19 3.77 2.30 1.57 0.8 0.25 0.094];
%spline
Ct1=spline(t,Ct,8.2);
plot(t,Ct,'bo',0:0.1:10,spline(t,Ct,0:0.1:10),'b-',8.5,Ct1,'rp')
%pchip
Ct2=pchip(t,Ct,8.2);
disp('The results from pchip and spline are:')
disp([Ct1 Ct2])
hold on
plot(0:0.1:10,pchip(t,Ct,0:0.1:10),'k-',8.5,Ct2,'gd')
legend('Experiment','Spline','Ct by Spline','Pchip','Ct by pchip')

```

结果如下图所示。由图中可见，两种插值方法在反应后期插值效果有较大区别。采用 `spline` 插值时，反应物浓度会出现先上升在下降的情况，这是不可能出现的情况。反之，`pchip` 则较好保持了浓度的单调递减特性。因此 `pchip` 获得的结果更加可靠。



5. 已知 LiCl 的饱和蒸气压如下表所示：

Pressure (mmHg)	Temperature (°C)	Pressure (mmHg)	Temperature (°C)
1	783	60	1081
5	883	100	1129
10	932	200	1203
20	987	400	1290
40	1045	760	1382

编写一个 `MATLAB` 函数，完成以下计算：

1) 采用合适的 `MATLAB` 插值函数计算 800~1350°C 范围内，每增加 50°C 时的 LiCl 蒸气压，将数据按如下格式输出：

T	P
800	1.16
850	3.08
900	6.33
950	12.63

1000      23.44

2)采用合适的 MATLAB 插值函数计算 LiCl 蒸气压为 50~750 mmHg 范围内每增加 50 mmHg 蒸气压时对应的温度，输出格式同上；

```
function VPInter
P=[1 5 10 20 40 60 100 200 400 760];
T=[783 883 932 987 1045 1081 1129 1203 1290 1382];
plot(P,T,'bo')
hold on
plot(1:10:760,spline(P,T,1:10:760),'k:')
plot(1:10:760,pchip(P,T,1:10:760),'r-')
%-----
Ti=800:50:1350;
Pi=pchip(T,P,Ti);
fprintf('\t T\t\t t\t\t P\n')
fprintf('%8d\t%8.2f\n',[Ti;Pi])
%-----
Pi2=50: 50: 750;
Ti2=pchip(P,T,Pi2);
fprintf('\t P\t\t\t\t T\n')
fprintf('%8d\t%8.2f\n',[Pi2;Ti2])
```