第四篇 波动光学



引 言

光是人类生存的基础 光学的发展史典型而又鲜明地反映了人类对客观 世界的认识过程

几何光学 —— 波动光学 —— 量子光学

十七世纪初:光的折射和反射定律

十七世纪末: 牛顿——微粒说

惠更斯——波动说



十九世纪初:光的 行射 偏振

十九世纪末: 光波——电磁波

光电效应 1905年: 爱因斯坦 → 光子假说

二十世纪三十年代:光具有"波粒二象性"

第十三章 光 的 干 涉



干涉:

意义——一切波动现象的重要特征之一

条件——相干波源 振动方向相同位相差恒定

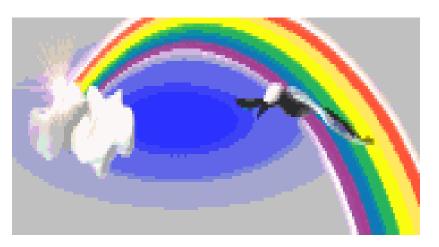
本质——两列相干波的迭加

特点——波的能量在空间周期性分布 (加强或减弱)

光干涉的特征——光波交迭处的屏上呈现 明暗相间的条纹



第一章



发展了 一种



教学基本要求

- 1 理解相干光的条件及获得相干光的方法.
- 2 掌握光程的概念以及光程差和相位差的关系,理解在什么情况下的反射光有相位跃变.
- 3 能分析杨氏双缝干涉条纹及薄膜等厚干涉条纹的位置.

4 了解迈克耳孙干涉仪的工作原理.



概述:人们对光的认识经历了一个否定的否定过程

- 1) 光的机械微粒学说(17世纪---18世纪末)
- 2) 光的机械波动说(19世纪初一后半世纪)
- 3) 光的电磁说(19世纪的后半期---)
- 4) 光的量子说(20世纪初---)
- 5) 光的波粒二象性



分类:

- 1) 几何光学--研究光的直线传播及光学仪器的制造;
- 2) 波动光学--研究光的波动性;
- 3) 量子光学--研究光与物质的相互作用。



第十三章 光的干涉

- § 13.1 光的相干性
- § 13.2 双缝干涉
- § 13.3 光程和光程差
- § 13.4 薄膜干涉
- § 13.5 迈克耳逊干涉仪

§ 13. 1 光的相干性 @



一、光和光波的波动方程

光是一种电磁波

可见光的范围

$$\beta \lambda : 400 \sim 760 \text{nm}$$

$$\begin{cases} \lambda: 400 \sim 760 \text{nm} \\ v: 7.5 \times 10^{14} \sim 4.3 \times 10^{14} \text{Hz} \end{cases}$$

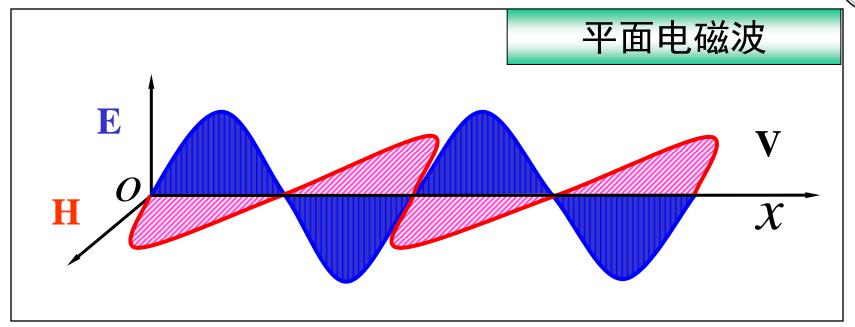
真空中的光速

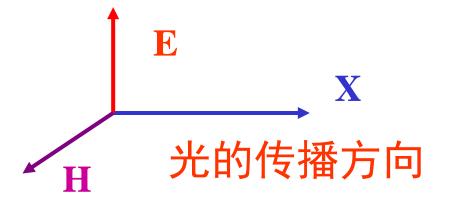
$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

电磁波是横波,由两个相互垂直的振动矢量 E 和 H 表征.

光矢量 用 E 矢量表示光矢量, 它在引起人眼 视觉和底片感光上起主要作用.





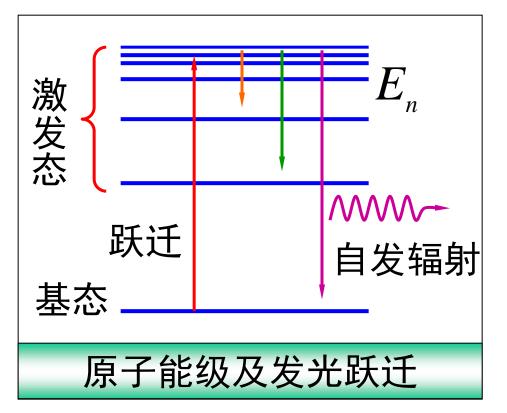


$$\begin{cases} E = E_0 \cos \omega (t - \frac{x}{u}) \\ H = H_0 \cos \omega (t - \frac{x}{u}) \end{cases}$$

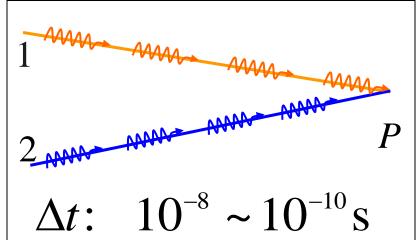


二、相干光

1) 普通光源的发光机制

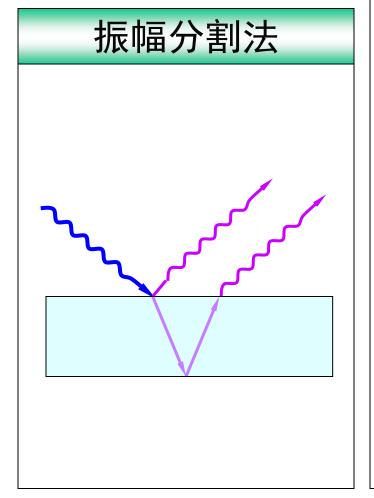


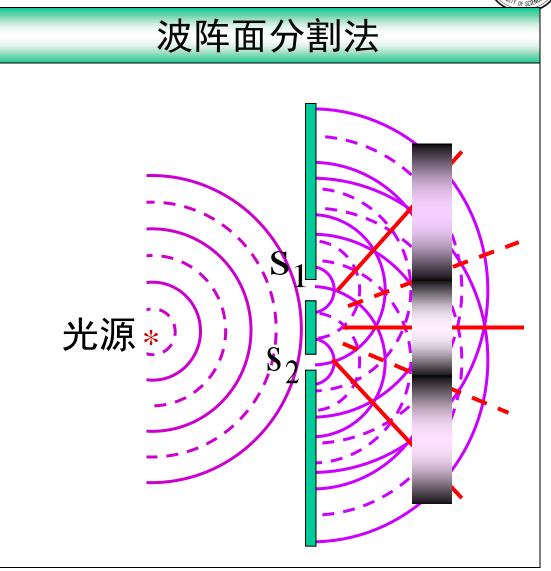
$$\Delta E = h \nu$$



普通光源发光特点:原子发光是断续的,每次发光形成一长度有限的波列,各原子各次发光相互独立,各波列互不相干.

2) 相干光的获得



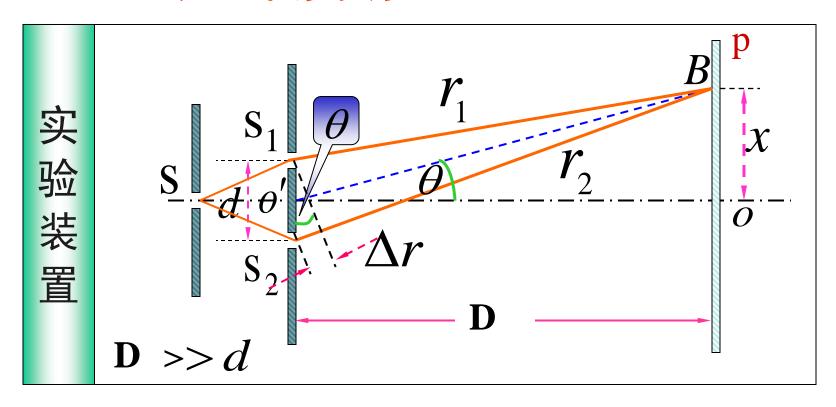




§13.2 双缝干涉



一、杨氏双缝干涉实验



$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r = \frac{2\pi}{\lambda} (r_1 - r_2)$$



$$\sin \theta \approx \tan \theta = \frac{x}{D}$$

波程差
$$\delta = \Delta r = r_2 - r_1 \approx d \sin \theta = d \frac{\lambda}{D}$$

$$\Delta r = d\frac{x}{D} = \left\{ \begin{array}{ll} \pm k\lambda & \text{加强} \\ \pm (2k+1)\frac{\lambda}{2} & \text{减弱} \end{array} \right. \quad k = 0,1,2,\cdots$$

明暗条纹的位置

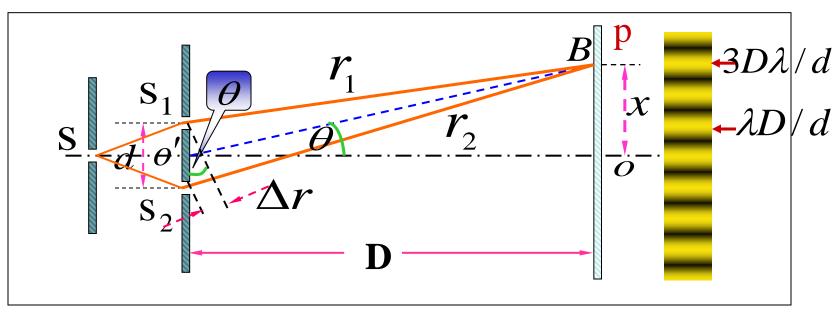
$$x = \begin{cases} \pm k \frac{D}{d} \lambda & \text{明纹} \\ \pm \frac{D}{d} (2k+1) \frac{\lambda}{2} & \text{暗纹} \end{cases}$$



$$x = \begin{cases} \pm k \frac{D}{d} \lambda \\ \pm \frac{D}{d} (2k+1) \frac{\lambda}{2} \end{cases}$$

明纹 暗纹

$$k = 0,1,2,\cdots$$

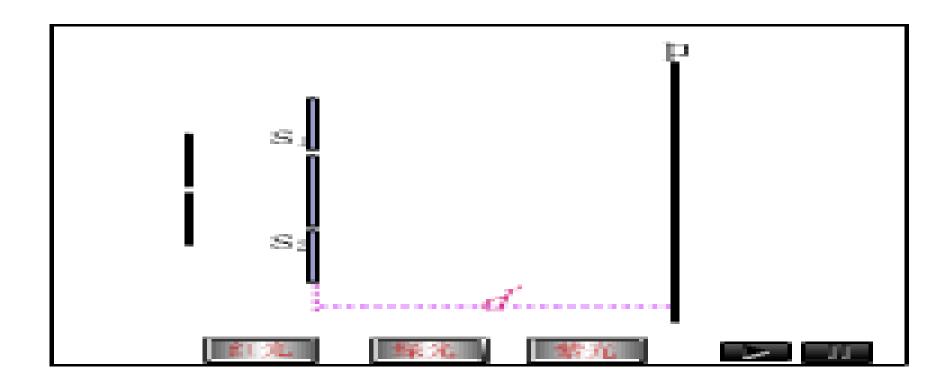


条纹间距
$$\Delta x = \frac{D\lambda}{d}$$
 $(\Delta k = 1)$

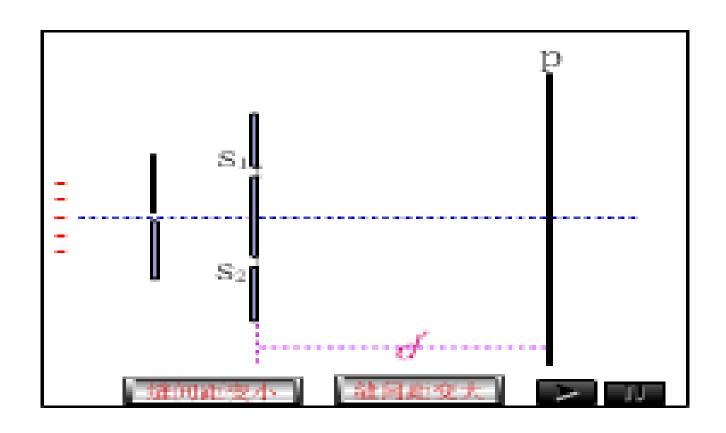


讨论

1) $d \cdot D$ 一定时,若 λ 变化,则 Δx 将怎样变化?

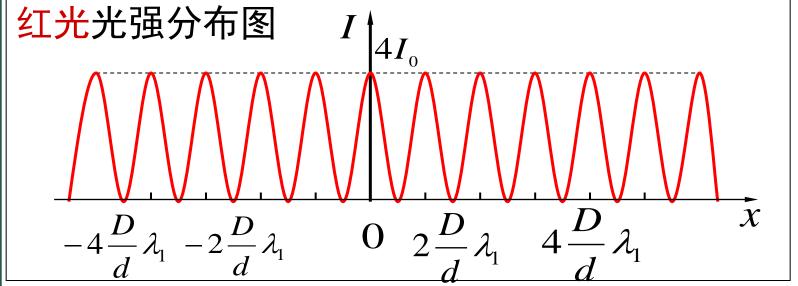


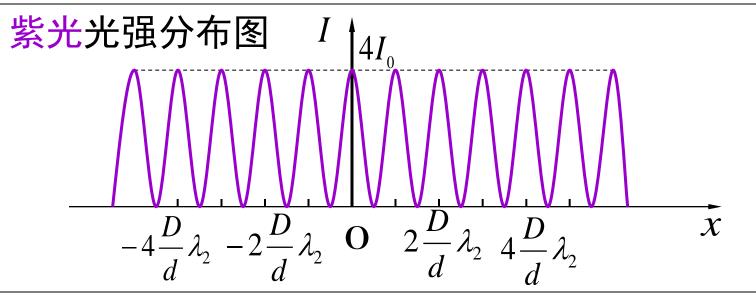
2) λ 、 D一定时,条纹间距 Δx 与 d 的关系如何?













二、双缝干涉光强分布

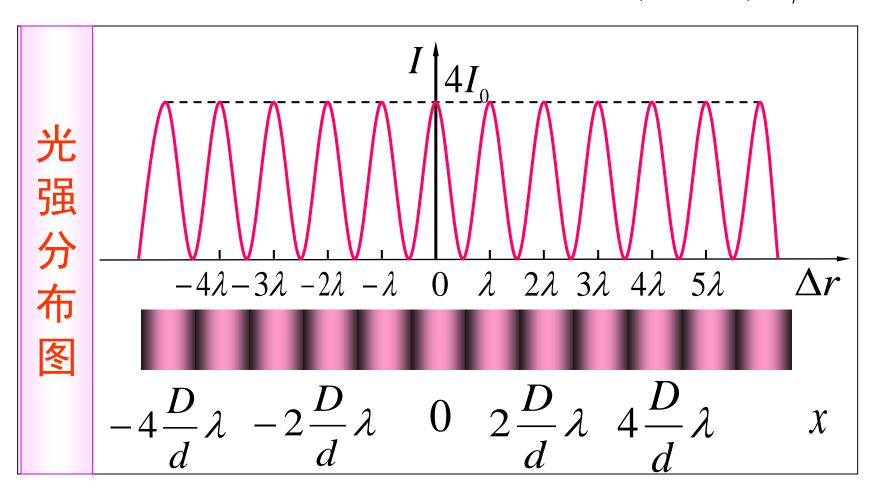
$$E = \sqrt{E_{10}^2 + E_{20}^2 + 2E_{10}E_{20}\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

合光强
$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

其中
$$\varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi \frac{\Delta r}{\lambda}$$
 若 $I_1 = I_2 = I_0$ 干涉项

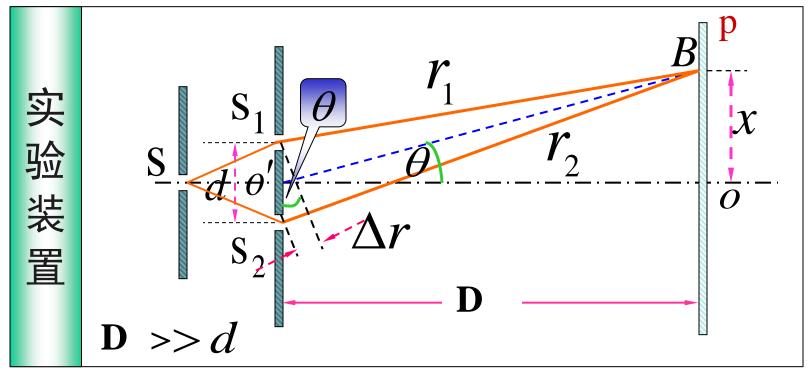
则
$$I = 4I_0 \cos^2(\pi \frac{\Delta r}{\lambda}) = \begin{cases} 4I_0, & \Delta r = \pm k\lambda \\ 0, & \Delta r = \pm (2k+1)\lambda/2 \end{cases}$$

$$I = 4I_0 \cos^2(\pi \frac{\Delta r}{\lambda}) = \begin{cases} 4I_0, & \Delta r = \pm k\lambda \\ 0, & \Delta r = \pm (2k+1)\lambda/2 \end{cases}$$



杨氏双缝干涉实验





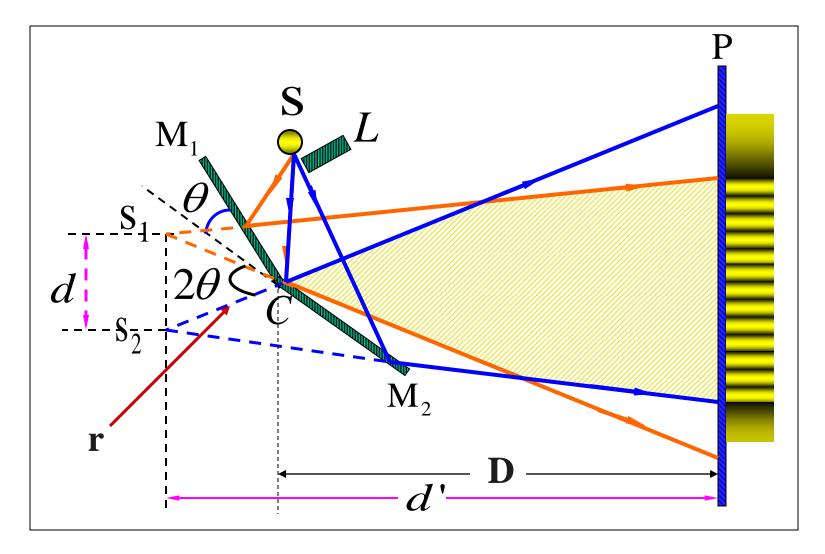
$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r = \frac{2\pi}{\lambda} (r_1 - r_2)$$

条纹间距
$$\Delta x = \frac{D\lambda}{d}$$
 $(\Delta k = 1)$



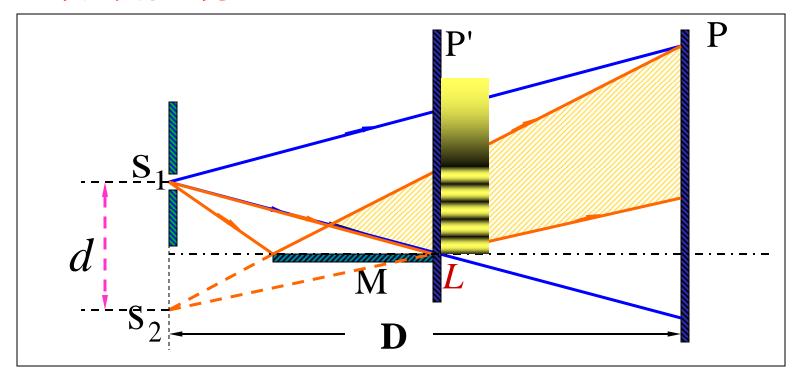
三、双镜

$$d' = D + r\cos\theta \qquad d = 2r\sin\theta$$





四、 劳埃德镜



半波损失: 光从光速较大的介质射向光速较小的介质时反射光的相位较之入射光的相位跃变了π, 相当于反射光与入射光之间附加了半个波长的波程差, 称为半波损失.

【例 1】双缝干涉实验中,钠光灯作光源, $\lambda = 589.3$ 加速 双缝与屏的距离D=500mm,问:

- (1) 双缝间距分别为 $d_1 = 1.2mm$ 和 $d_2 = 10mm$,求相邻干涉条纹的间距?
- (2) 若肉眼仅能分辨两条纹的间距为0.065mm,则双缝间距d最大是多少?

[解](1)相邻两条纹间距为
$$\Delta x = \frac{D\lambda}{d}$$



$$d = \frac{D\lambda}{\Delta x} = \frac{500 \times 589.3 \times 10^{-6}}{0.065} = 4.5mm$$

计算结果表明,双缝间距d必须小于4.5mm才能看到干涉条纹。当d=10mm时,实际上看不到干涉条纹。

【例 2】杨氏双缝实验中,光源波长 $\lambda = 640nm$,双缝间距d=0.4mm,屏与双缝的距离D=50cm,若屏上P点离中央明纹中心的距离x=0.1mm,试求:

- (1) 两光束在P点的位相差
- (2) P点的光强和中央明纹中心O点的光强之比。

[解](1)两光束到达P点的波程差:

$$r_2 - r_1 = d \frac{x}{D} = 0.4 \times \frac{0.1}{500} = 8.0 \times 10^{-4} mm$$

位相差:
$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (r_2 - r_1) = \frac{2\pi}{640 \times 10^{-6}} \times 0.8 \times 10^{-4} = \frac{\pi}{4}$$

(2) 根据光强公式得:

$$\frac{I_{P}}{I_{o}} = \frac{4I_{1}\cos^{2}\frac{\Delta\varphi_{P}}{2}}{4I_{1}\cos^{2}\frac{\Delta\varphi_{o}}{2}} = \cos^{2}\frac{\pi}{8} = 0.8536$$

§ 13. 3 光程和光程差



一、光程

1) 光程: 媒质折射率与光的几何路程之积 = nr

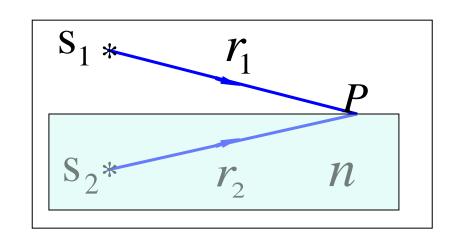
物理意义: 光程就是光在媒质中通过的几何路程, 按波数相等折合到真空中的路程.

$$\frac{r}{\lambda'} = \frac{nr}{\lambda}$$

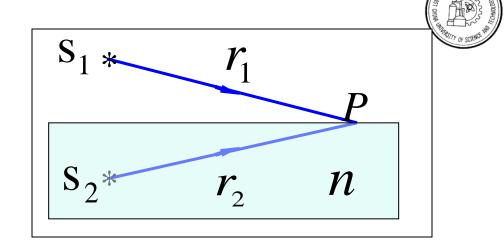
2) 光程差 (两光程之差)

光程差
$$\Delta = nr_2 - r_1$$

相位差
$$\Delta \varphi = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda}$$



相位差
$$\Delta \varphi = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda}$$

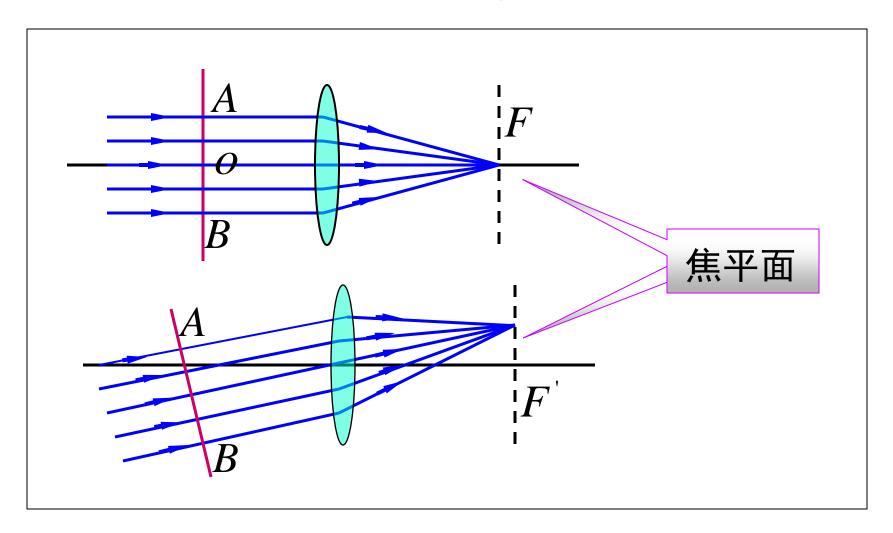


$$ightharpoonup$$
 干涉加强 $\begin{cases} \varDelta=\pm k\lambda, & k=0,1,2,\cdots \\ \Delta\varphi=\pm 2k\pi, & k=0,1,2,\cdots \end{cases}$

$$\Delta = \pm (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \quad k = 0,1,2,\cdots$$
 $\Delta \varphi = \pm (2k+1)\pi, \quad k = 0,1,2,\cdots$



二、透镜不引起附加的光程差



§ 13. 4 薄膜干涉

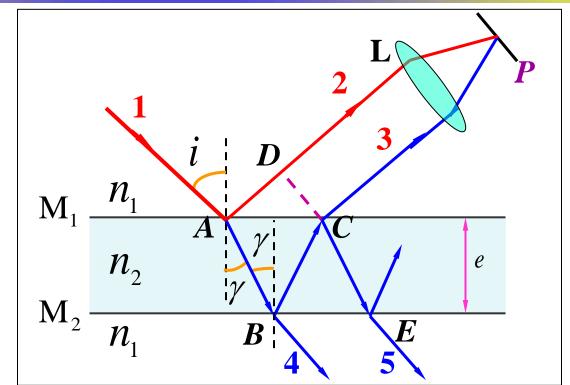


一、薄膜干涉

$$n_2 > n_1$$

 $CD \perp AD$

$$\frac{\sin i}{\sin \gamma} = \frac{n_2}{n_1}$$



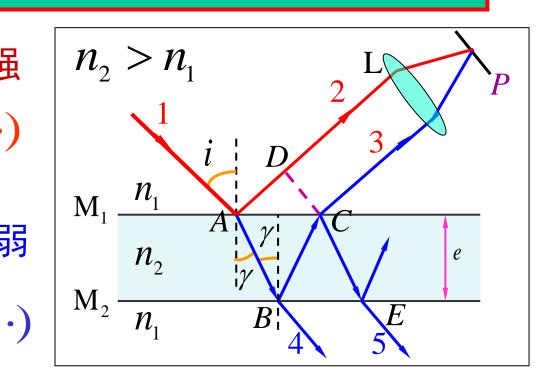
$$\Delta_{32} = n_2(AB + BC) - n_1AD + \frac{\lambda}{2}$$

$$AB = BC = e/\cos \gamma$$

$$AD = AC \sin i = 2e \cdot \tan \gamma \cdot \sin i = 2e \cdot \tan \gamma \cdot \frac{n_2 \sin \gamma}{n_1}$$

$$\Delta_{32} = \frac{2e}{\cos \gamma} n_2 - \frac{2e}{\cos \gamma} n_2 \sin^2 \gamma + \frac{\lambda}{2} = 2n_2 e \cos \gamma + \frac{\lambda}{2}$$

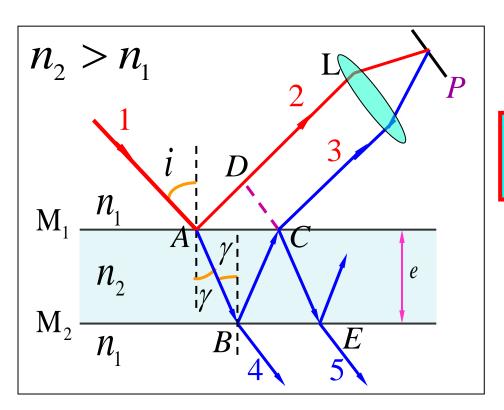
> 反射光的光程差
$$\Delta_{\rm r} = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$$





$$\Delta_{\text{E}} = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \lambda/2$$

根据具体情况而定



▶ 透射光(4、5)的光程差

$$\Delta_{\rm t} = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i}$$

注意:透射光和反

射光干涉具有互补性,符合能量守恒定律.



选用面光源 —— 提高干涉环亮度

*条纹特点:

1)
$$e$$
一定: $\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} \left\{ i \uparrow, \delta \downarrow, k \downarrow \text{ 外圈级数低} \right\}$

中心处: i=0, 级数最高

2) 条纹间距内疏外密,非线性变化

角宽度:
$$i_k - i_{k+1} = \Delta i = \frac{\lambda}{2ne \sin i}$$
 $(n_1 = 1, n_2 = n)$

3) 厚度均匀增加,条纹变密,中心级数增加(冒出) 薄膜厚度均匀减小,条纹变疏,中心级数减少(缩进) 【例 3】白光下,观察一层折射率n=1.30的薄油膜,观察方向与油膜表面法线成30°角时,可看到油膜成三色(波长为480nm),试求油膜的最小厚度?如果从油膜法线方向观察,反射光成什么颜色?

[解] 根据明纹条件:
$$\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$$

$$e = \frac{(2k-1)\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} = (2k-1) \times 1.0 \times 10^{-7} m$$

$$\therefore e_{\min} = 1.0 \times 10^{-7} m$$

若从法线方向观察: $i=0 \rightarrow 2ne + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$

$$\therefore \lambda = \frac{4ne}{2k-1} = \frac{5.20 \times 10^{-7}}{2k-1} \qquad k = 1, \lambda_1 = 520nm \quad (绿光)$$
$$k = 2, \lambda_2 = 173nm \quad (紫外光)$$

在法线方向观察为绿光

【例 4】一油轮漏出的油(折射率 $n_1 = 1.20$)污染了某

A STANDARD OF STAN

- 海域, 在海水($n_2=1.30$)表面形成一层薄薄的油污.
- (1) 如果太阳正位于海域上空,一直升飞机的驾驶员从机上向下观察,他所正对的油层厚度为460nm,则他将观察到油层呈什么颜色?
- (2) 如果一潜水员潜入该区域水下,又将看到油层呈什么颜色

解 (1)
$$\Delta_{r} = 2en_{1} = k\lambda$$
 $\lambda = \frac{2n_{1}e}{k}, k = 1, 2, \cdots$ $k = 1, \quad \lambda = 2n_{1}e = 1104$ nm $k = 2, \quad \lambda = n_{1}e = 552$ nm 绿色 $k = 3, \quad \lambda = \frac{2}{3}n_{1}e = 368$ nm

(2) 透射光的光程差

$$\Delta_{\rm t} = 2en_1 + \lambda/2$$



$$k = 1$$
, $\lambda = \frac{2n_1e}{1-1/2} = 2208$ nm

$$\lambda = \frac{2n_1e}{2(1/2)} = 7$$

$$k = 3$$
,

紫红色
$$k=2$$
, $\lambda = \frac{2n_1e}{2-1/2} = 736$ nm红光 $k=3$, $\lambda = \frac{2n_1e}{3-1/2} = 441.6$ nm紫光

$$k = 4$$
, $\lambda = \frac{2n_1e}{4-1/2} = 315.4$ nm

增透膜一一对某一波长,使其反射光干涉减弱



增反膜一一对某一波长,使其反射光干涉加强

【例 5】为增加照相机镜头的透射光强度,往往在镜头上 $(n_3 = 1.52)$ 镀一层 MgF_2 薄膜 $(n_2 = 1.38)$,使对人眼和照相底片最敏感的波长($\lambda = 550nm$)反射最小, $\lambda = 550nm$ 试求 MgF_2 的最小厚度。

解: : $n_1 < n_2 < n_3$

$$\therefore \delta_{\boxtimes} = 2n_{2}e = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$\downarrow \qquad \qquad \downarrow \qquad$$

二、等厚干涉



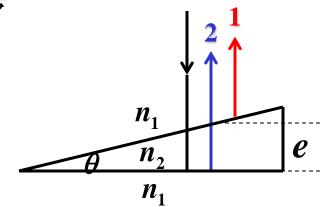
1 劈尖干涉:折射率n₂,微小央角θ 讨论上、下表面反射光1、2的干涉

*平行光 \bot 入射: i=0

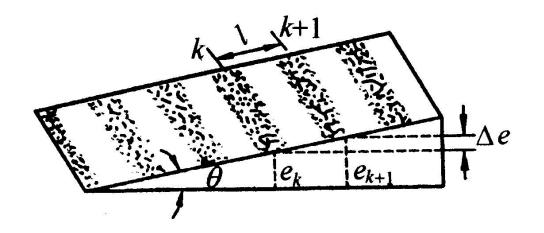
1, 2 光程差:

$$\delta = 2n_2e_k + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & \text{明 (加强)} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & \text{暗 (相消)} \end{cases}$$

$$e_k = \begin{cases} \frac{2k+1}{4n_2} \lambda & \text{明} \\ \frac{k\lambda}{2n_2} & \text{暗} \end{cases}$$
同一厚度对应同一级条纹







讨论: 相邻明或暗条纹对应的厚度差:

$$\Delta e = e_{k+1} - e_k = \frac{\lambda}{2n_2}$$

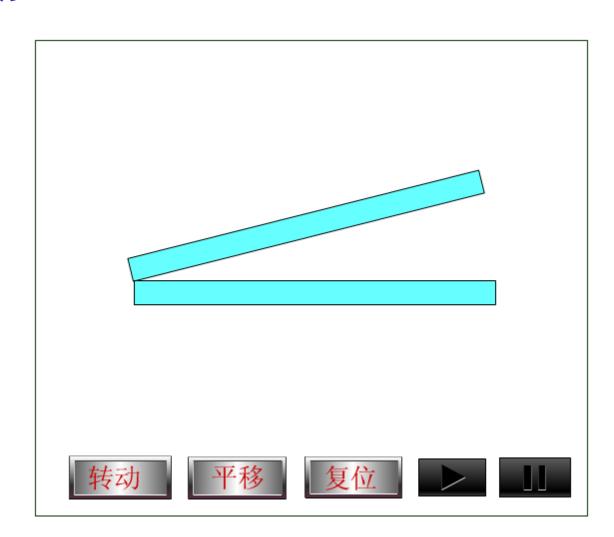
相邻明或暗条纹的间距1:

$$l\sin\theta = \Delta e \rightarrow l = \frac{\lambda}{2n_2\sin\theta} \approx \frac{\lambda}{2n_2\theta}$$

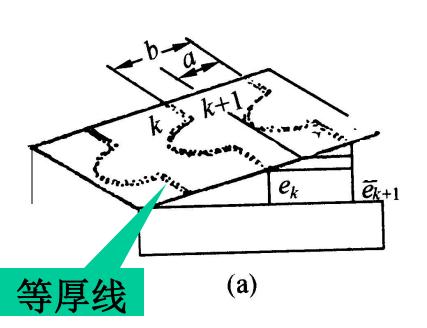


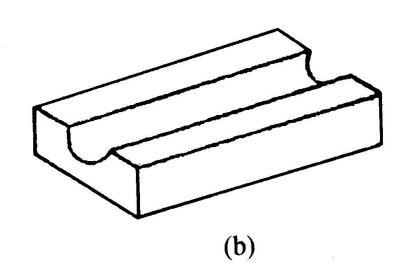
干涉条纹的移动

每一条纹对应 劈尖内的一个 厚度,当此厚度位置改变时,对应的条纹 随之移动.



利用劈尖干涉测量折射率,微小长度、角度及变体 检测表面平整度等





凹陷深度: $H = a \sin \theta$) 条纹间距: $b = \frac{\lambda}{2 \sin \theta}$

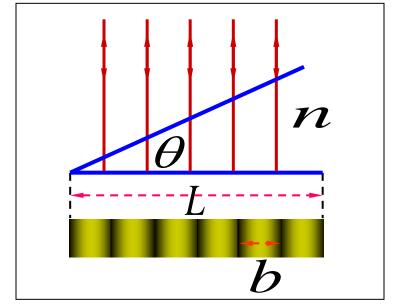
【例6】有一玻璃劈尖,放在空气中,劈尖夹角



 θ =8×10⁻⁵rad ,用波长 λ = 589nm 的单色光垂直入射时,测得干涉条纹的宽度 b = 2.4mm, 求 这玻璃的 折射率.

解 :
$$\theta = \frac{\lambda_n}{2b} = \frac{\lambda}{2nb}$$

$$\therefore n = \frac{\lambda}{2\theta b}$$

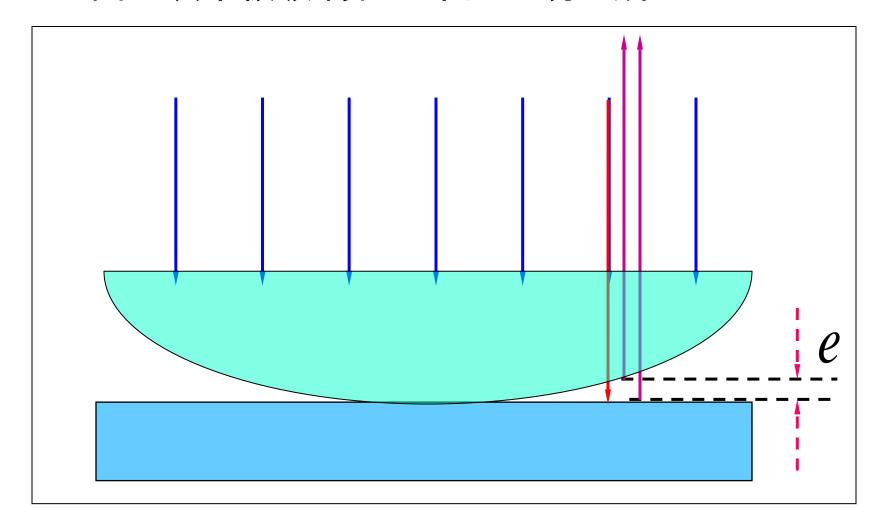


$$n = \frac{5.89 \times 10^{-7} \,\mathrm{m}}{2 \times 8 \times 10^{-5} \times 2.4 \times 10^{-3} \,\mathrm{m}} = 1.53$$



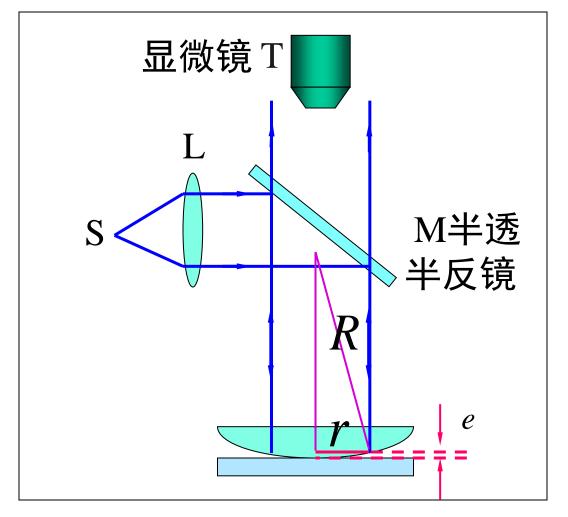
2、牛顿环

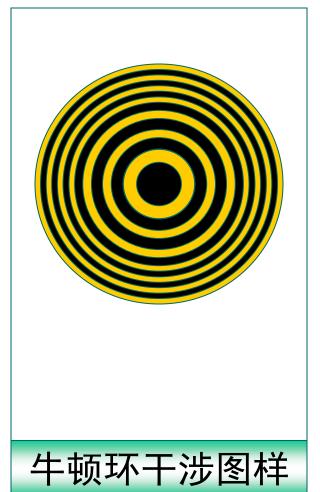
由一块平板玻璃和一平凸透镜组成





◆ 牛顿环实验装置





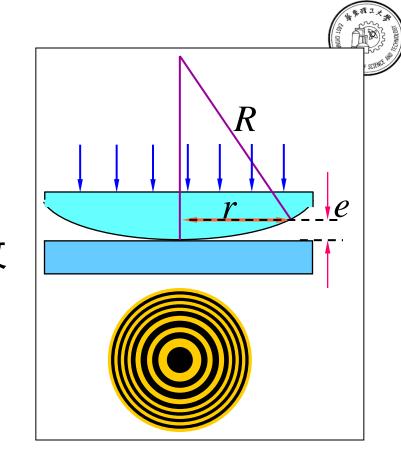
$$\Delta = 2e + \frac{\lambda}{2}$$

$$\Delta = \begin{cases}
k\lambda & (k=1,2,\cdots) & \text{明纹} \\
(k+\frac{1}{2})\lambda & (k=0,1,\cdots) & \text{暗纹}
\end{cases}$$

$$r^2 = R^2 - (R - e)^2 = 2eR - e^2$$

$$\therefore R >> e$$
 $\therefore 2e = \frac{r^2}{R}$

$$\Delta = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda}{2} \implies \begin{cases} r = \sqrt{(k - \frac{1}{2})R\lambda} & \text{明环半径} \\ r = \sqrt{kR\lambda} & \text{暗环半径} \end{cases}$$



【例 7】用氦氖激光器发出的波长为 633 nm 的单色光微牛顿环实验,测得第 k 个 暗环的半径为 5.63 mm,第 k+5 暗环的半径为 7.96 mm,求平凸透镜的曲率半径 R.

解
$$r_k = \sqrt{kR\lambda}$$
 $r_{k+5} = \sqrt{(k+5)R\lambda}$

$$5R\lambda = \left(r_{k+5}^2 - r_k^2\right)$$

$$R = \frac{r_{k+5}^2 - r_k^2}{5\lambda} = \frac{(7.96 \text{mm})^2 - (5.63 \text{mm})^2}{5 \times 633 \text{nm}} = 10.0 \text{m}$$

【例 8】一块平板玻璃上有一滴油滴,在 $\lambda = 576nm$ 的单色光垂直照射下,从反射光中看到如图干涉条纹(k=4暗纹)已知 油 $n_2 = 1.60$,玻璃 $n_3 = 1.50$ 试求:

- (1) 油膜与玻璃交界处是明纹还是暗纹?
- (2) 油膜的最大厚度?
- (3) 若油膜逐渐摊开,条纹如何变化?

[解] (1) ::
$$n_1 < n_2 > n_3$$

:: 交界处 $(e = 0)$ 为暗纹

(2) 外圆环: 0级暗纹,中心点:第4级暗纹(k=4)

$$2n_2e + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \rightarrow e = \frac{k\lambda}{2n_2} = \frac{4\times576\times10^{-9}}{2\times1.6} = 7.2\times10^{-7}m$$

(3)油膜向外摊开,最外暗环向外扩大,中心点明暗变化;最大厚度减小,条纹级数减少。

§ 13.5 迈克耳逊干涉仪

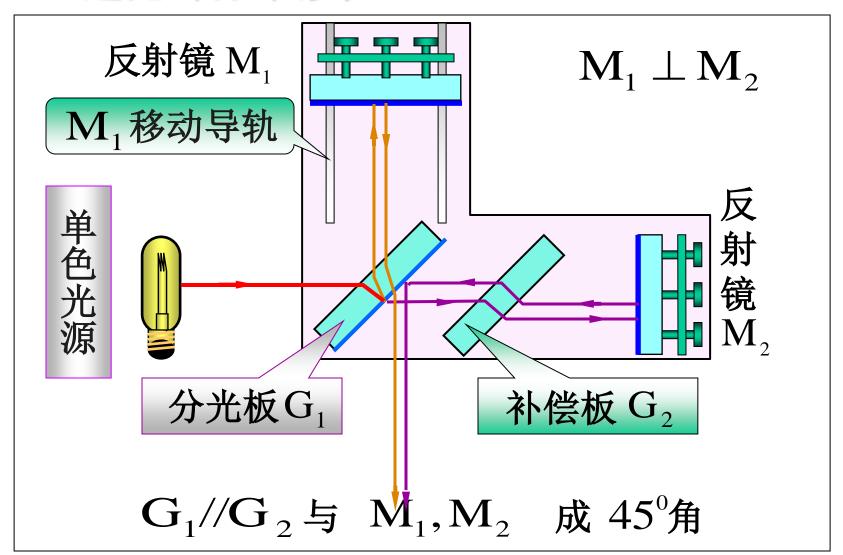




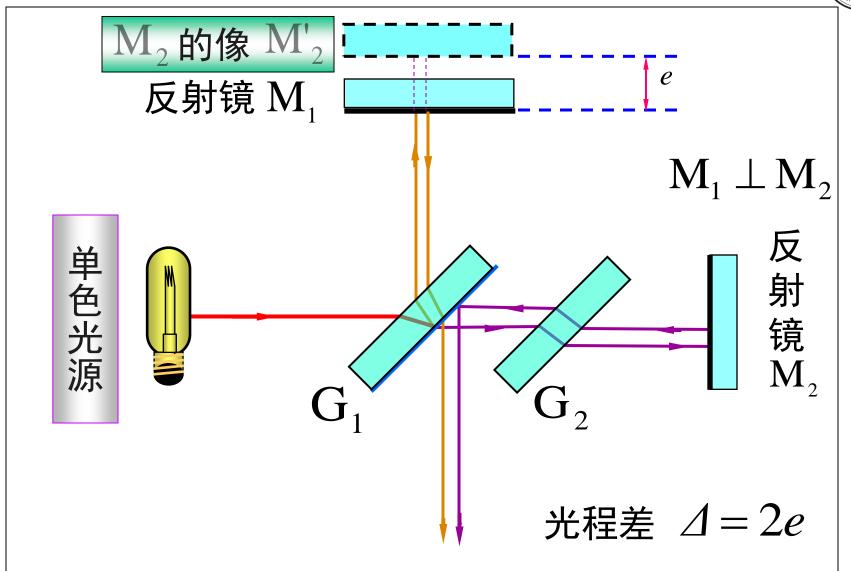
§ 13.5 迈克尔逊干涉仪



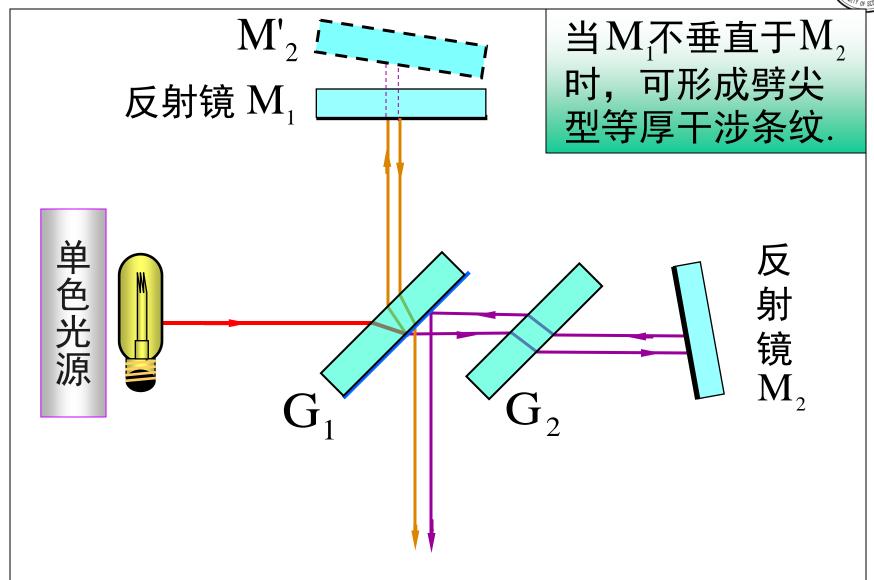
一 、迈克耳孙干涉仪







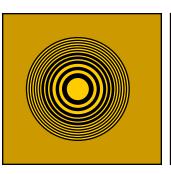


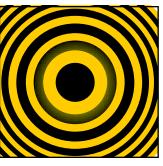


迈克耳逊干涉仪的干涉条纹

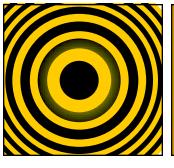










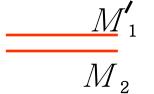




$$M_2$$

$$M_2$$

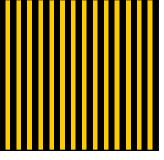
$$M_1$$
与 M_2 重合

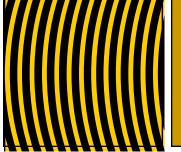


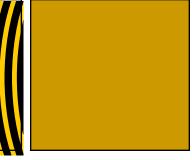
$$M_1$$





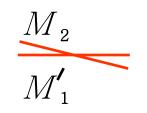


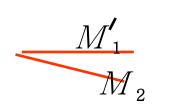




$$M_2$$

$$M_2$$
 M_1'



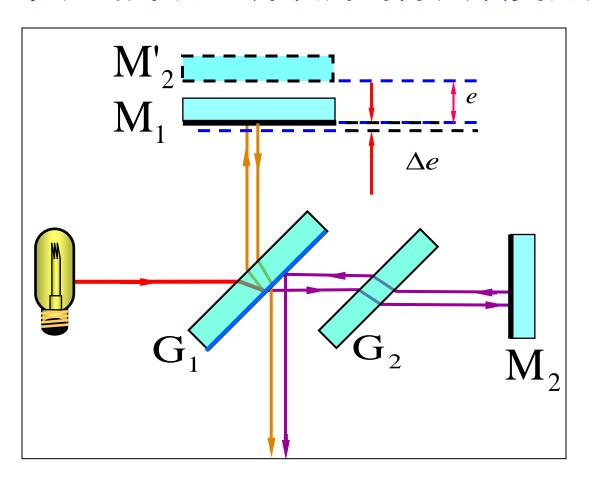


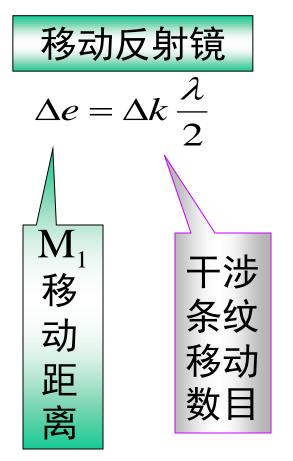




迈克尔孙干涉仪的主要特性

两相干光束在空间完全分开,并可用移动反射镜或在光路中加入介质片的方法改变两光束的光程差.







1960年国际会议规定:

 $1m = 1650763.73\lambda_{K_r}$ 1983年国际17届计量

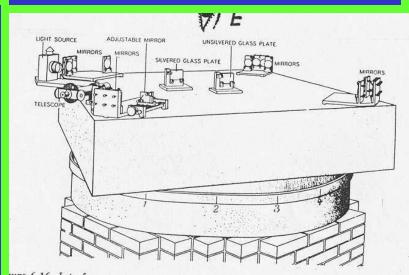
会议规定:

 $1m = C \times 1/299792458s$ C为光速

历史上迈克尔逊曾用此干涉仪测定红隔线的波长:

 $\lambda_{C_d} = 6438.4696 A$

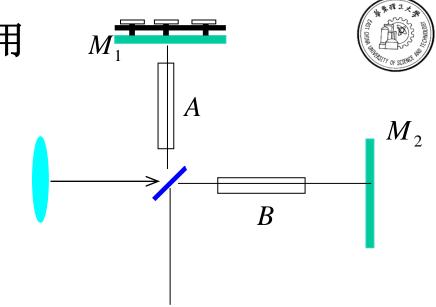
 15° C.1atm的干燥空气中 1927年国际会议规定: $1m = 1553164.13 \lambda_{C}$



ture 6-16. Interferometer used by Michelson and Morley in their measurements of tocity of light. A sandstone table holding mirrors is fixed to a wooden ring which flow mercury. The series of mirrors serves to lengthen the total path of light. To silvered plate is placed along one path to compensate for the fact that the other past pass through the glass of the mirror. The telescope permits one to observe to the erference fringes. (Drawing courtesy of Scientific American.)

【例9】 迈克耳孙干涉仪的应用

在迈干仪的两臂中分别引入 10 cm长的玻璃管 A、B, 其中一个抽成真空,另一个 在充以一个大气压空气的 过程中观察到107 条条纹移动, 所用波长为546nm。 求空气的折射率?



解:设空气的折射率为 n $\Delta \delta = 2nl - 2l = 2l(n-1)$

条纹移动一条时,对应光程差的变化为一个波长

$$\therefore 2l(n-1) = 107 \times \lambda$$

$$n = \frac{107 \times \lambda}{2l} + 1 = 1.00029$$

迈克耳孙干涉仪的两臂中便于插放待测样品,由条 纹的变化测量有关参数。 精度高。