

# 第三讲



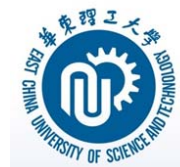
## 3.4 点、线、面的辅助投影

一、换面法的基本概念

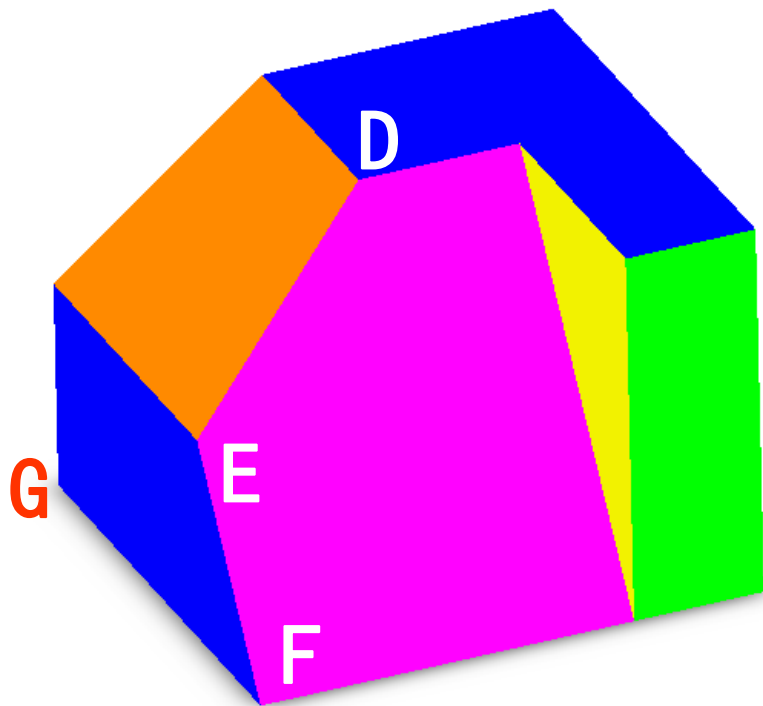
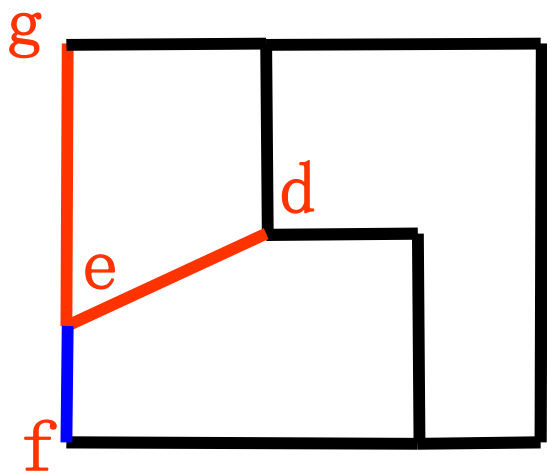
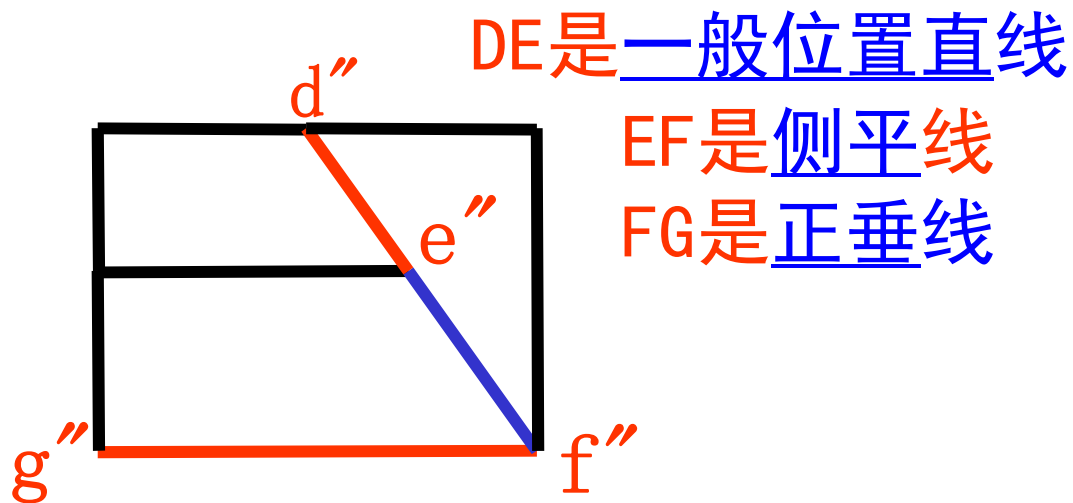
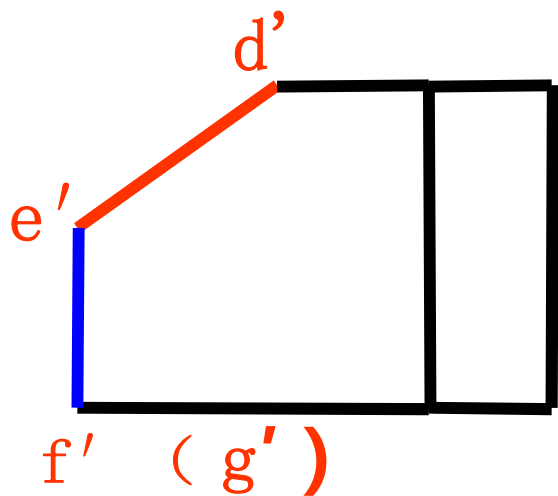
二、点的投影变换

三、换面法的基本问题

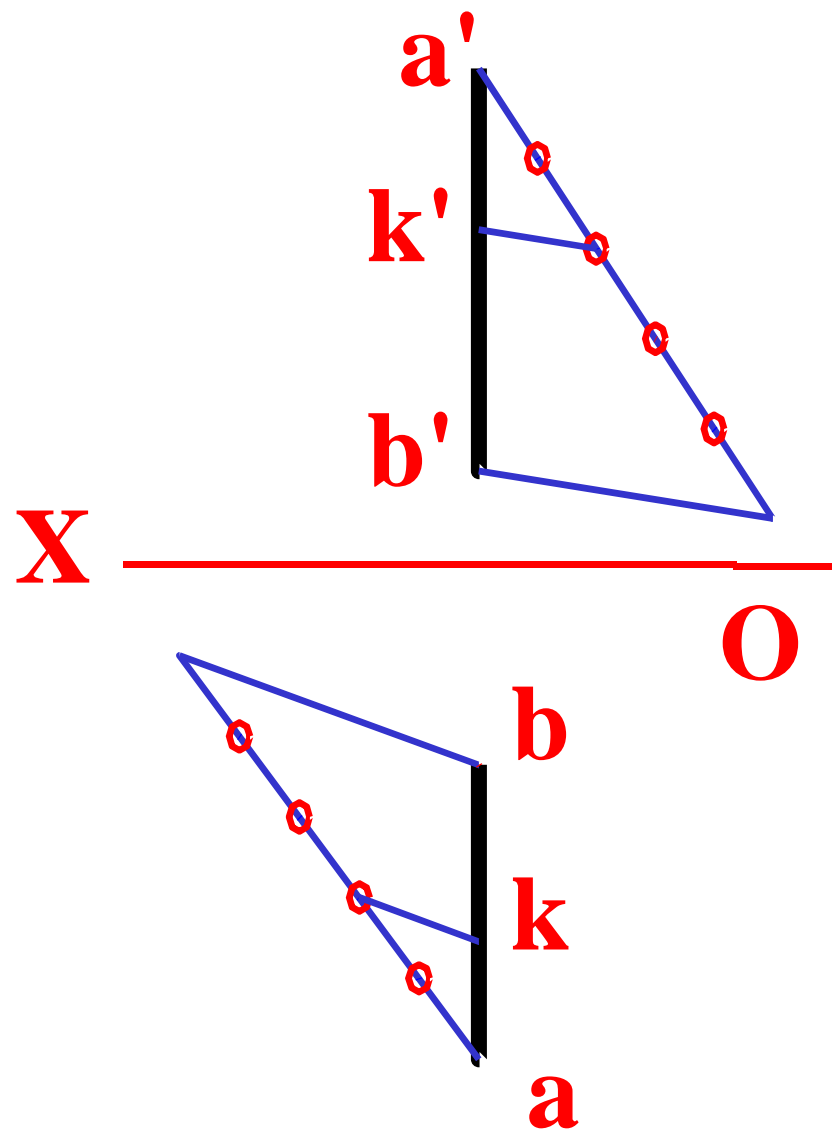
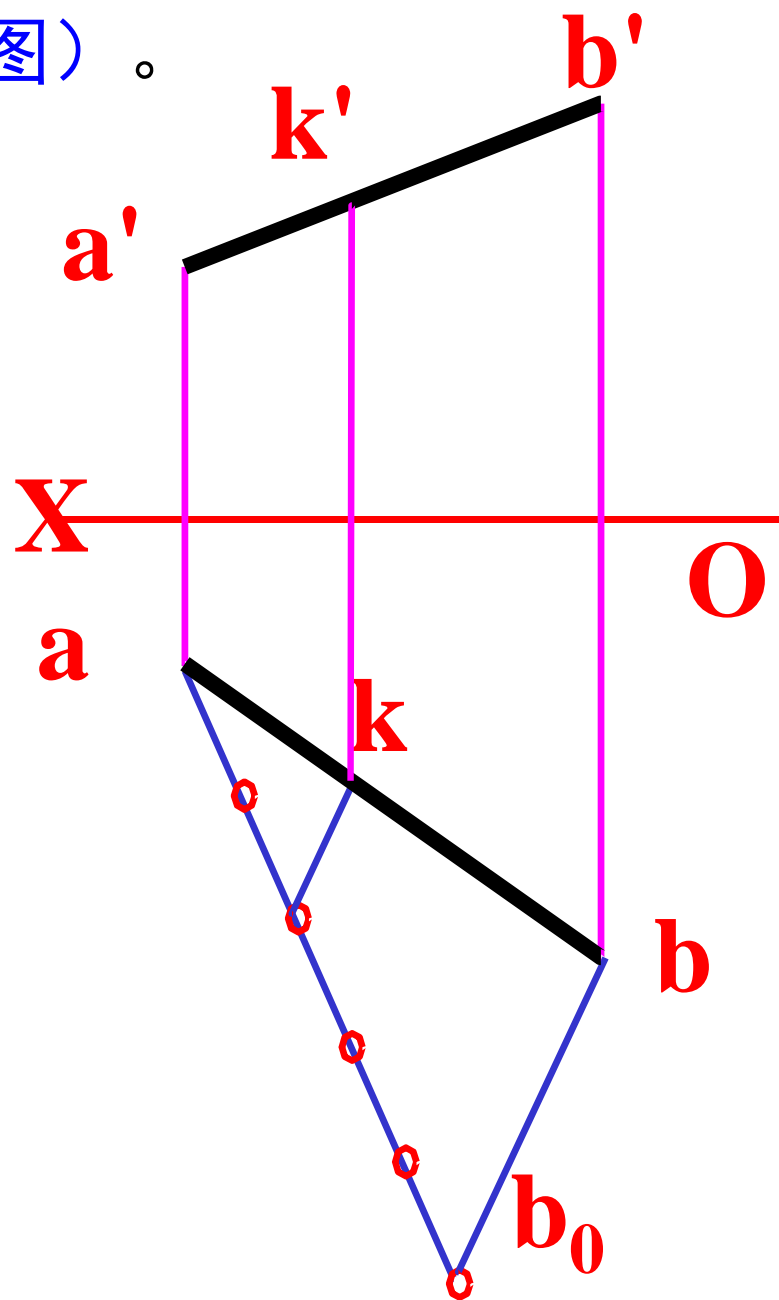
# 作业问题讲解



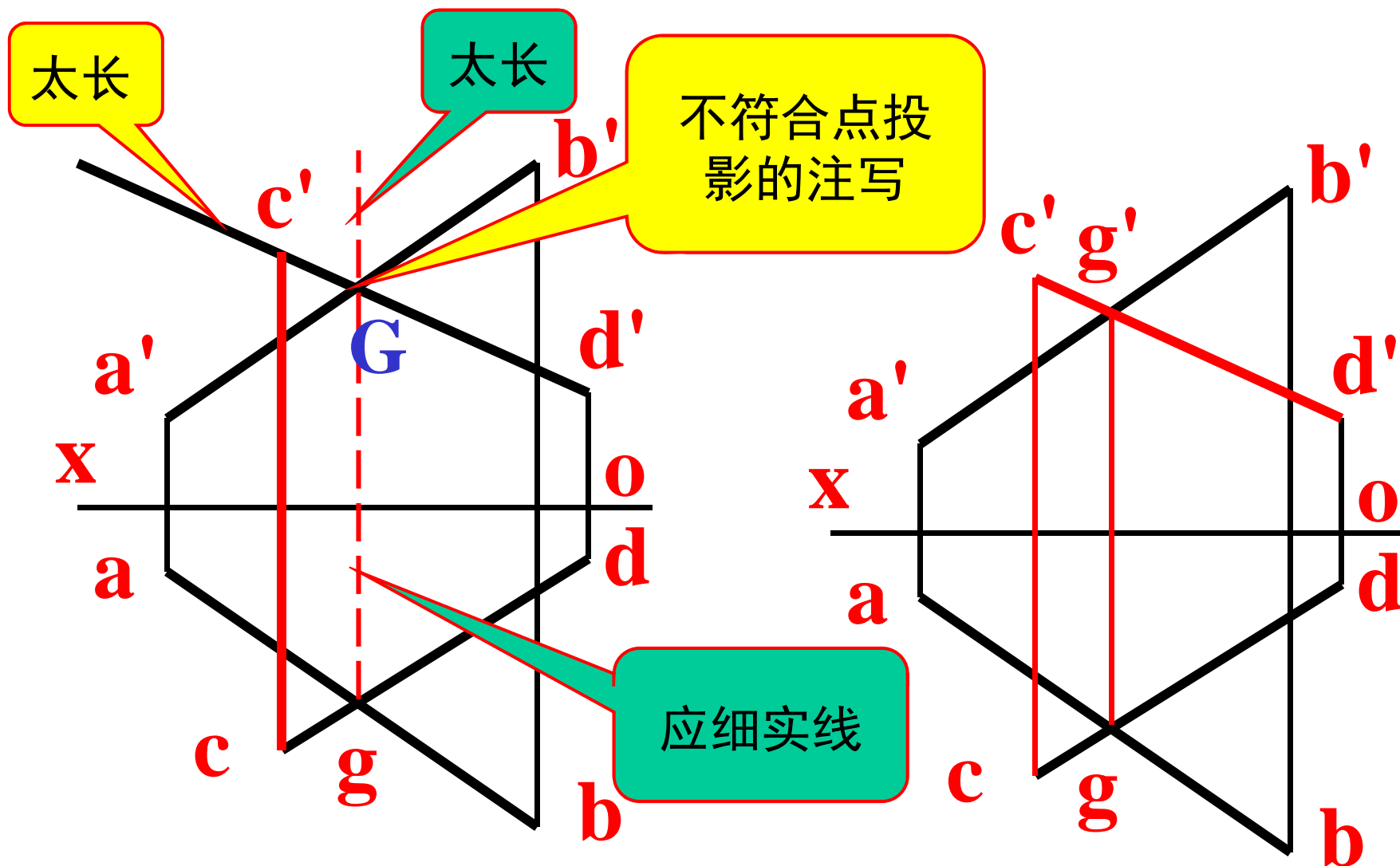
27 试补画下面物体的俯视图，并标出直线DE、EF、FG在投影图上的位置，填注它们的名称。



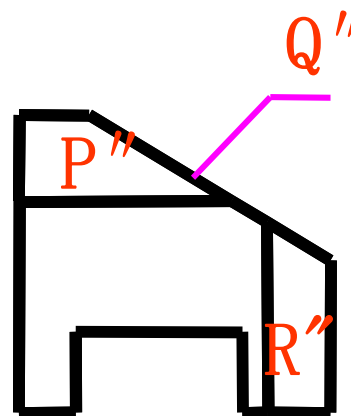
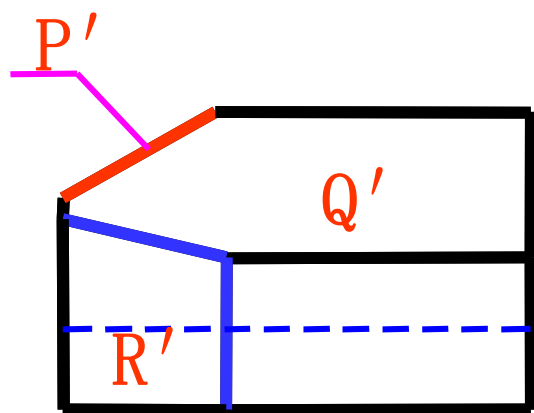
30 试在直线AB上取一点K，使 $AK:KB=2:3$ （不用第三投影作图）。



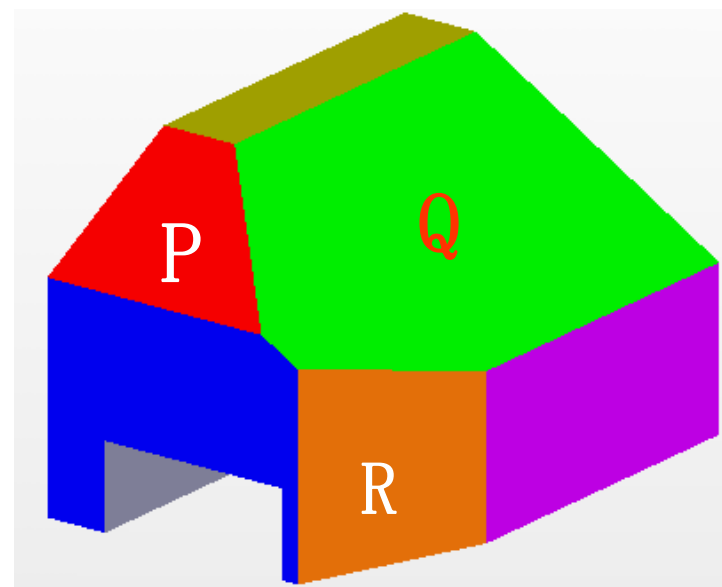
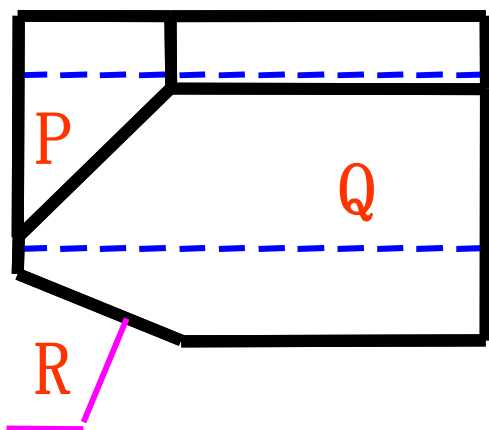
题34 已知AB与CD两直线交于G，求作 $c'd'$ 。



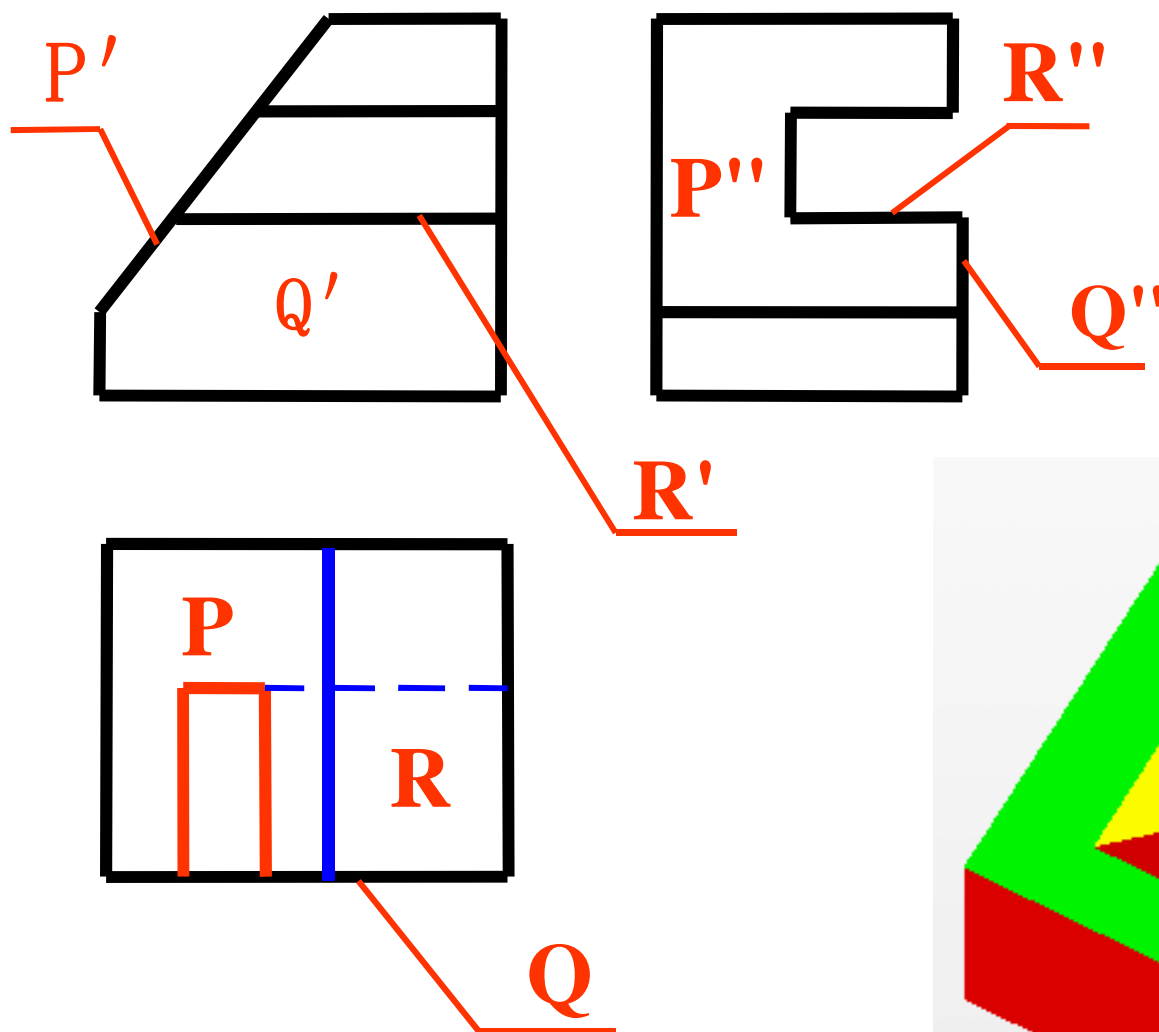
41 试画出下列物体所缺的视图，标出P、Q、R平面的另两个投影，并判别其空间位置。



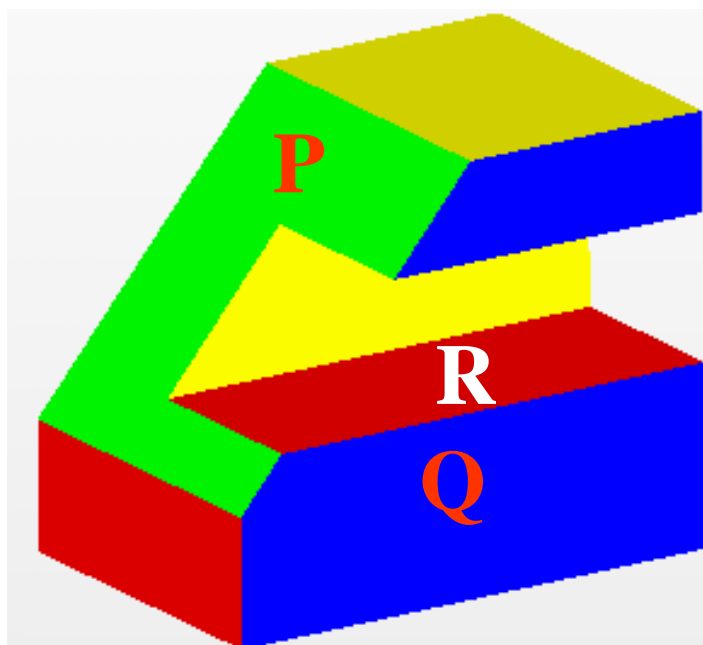
平面P是正垂面  
 平面Q是侧垂面  
 平面R是铅垂面



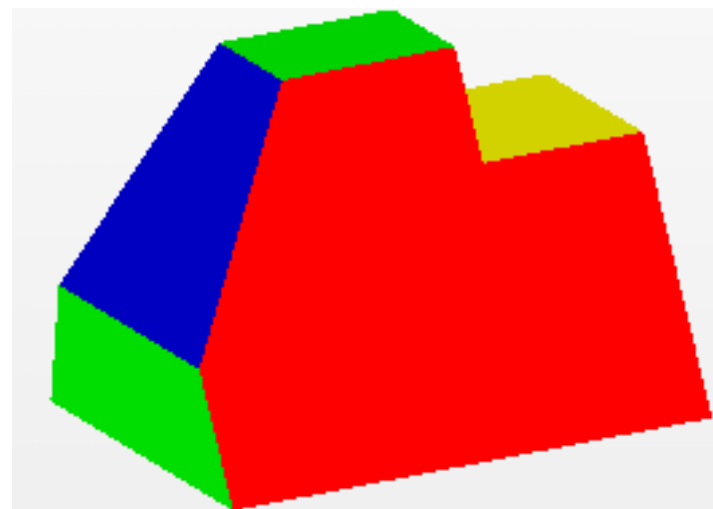
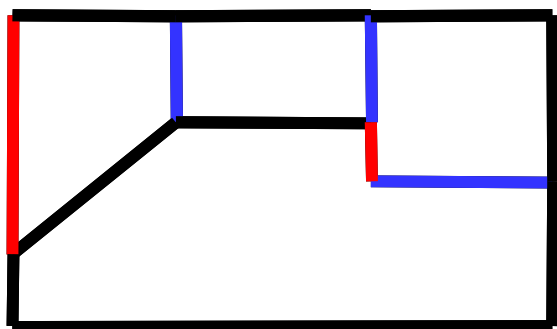
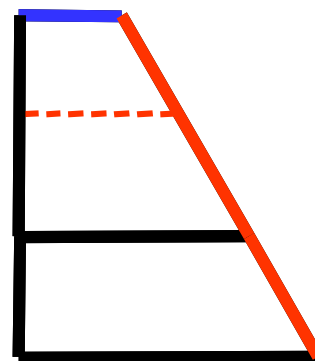
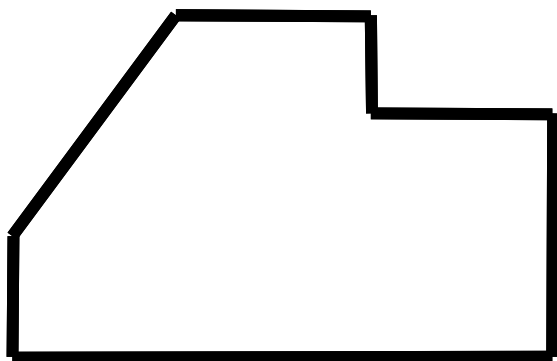
42 试画出下列物体所缺的视图，标出P、Q、R平面的另两个投影，并判别其空间位置。



平面P是正垂面  
平面Q是正平面  
平面R是水平面

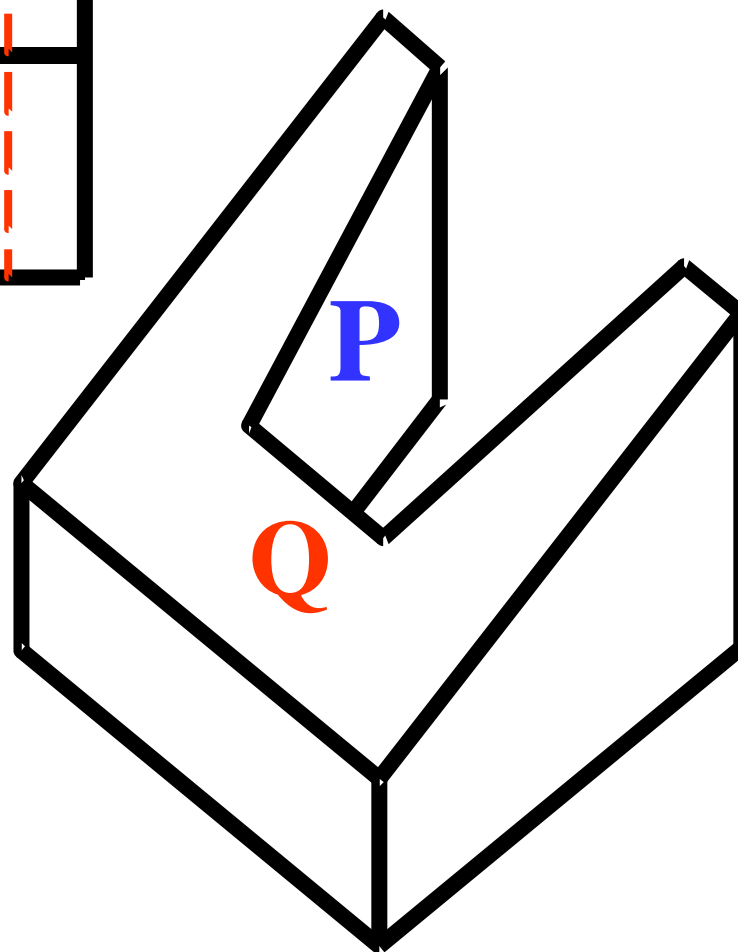
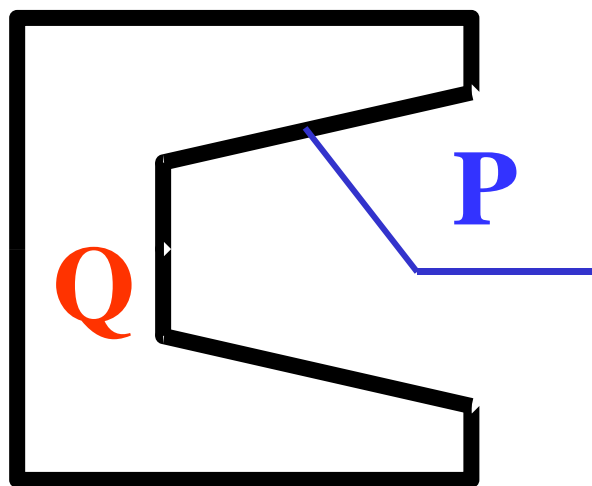
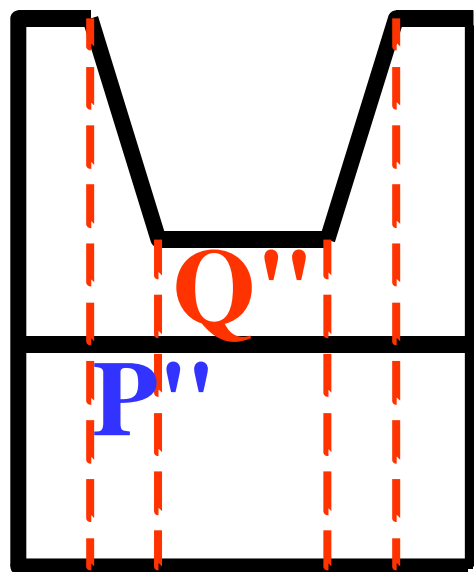
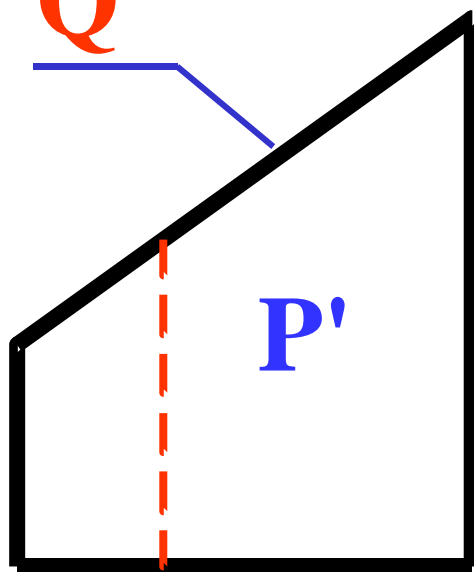


46 根据已知物体的两个投影, 补画第三个投影。

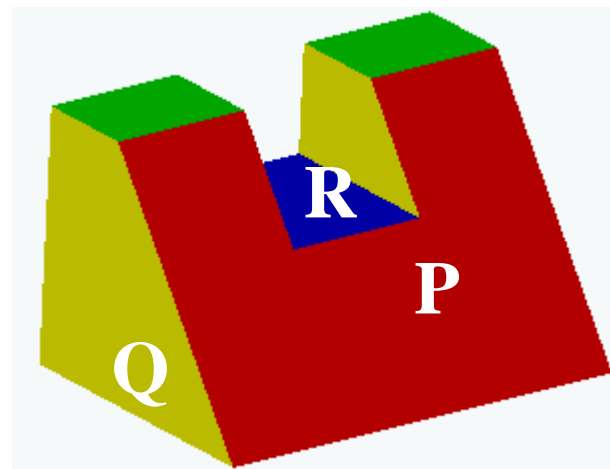
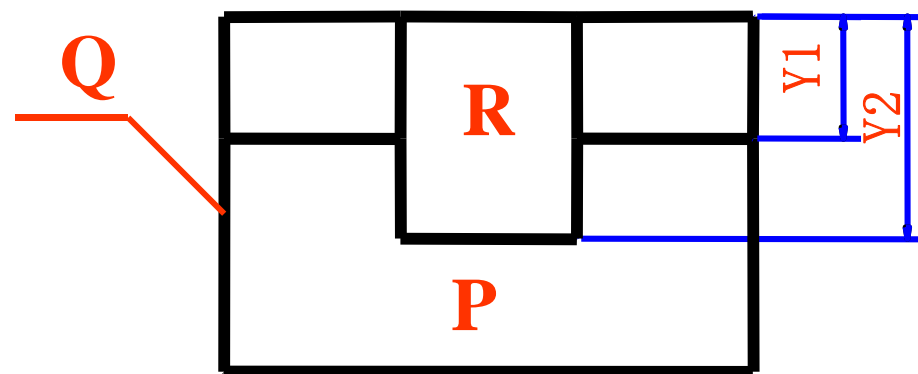
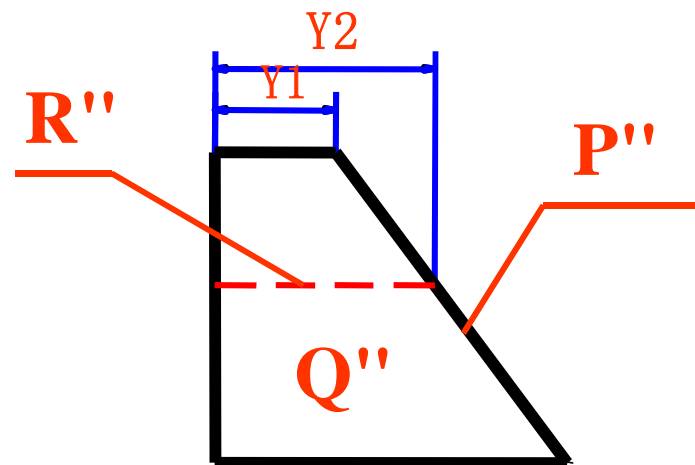
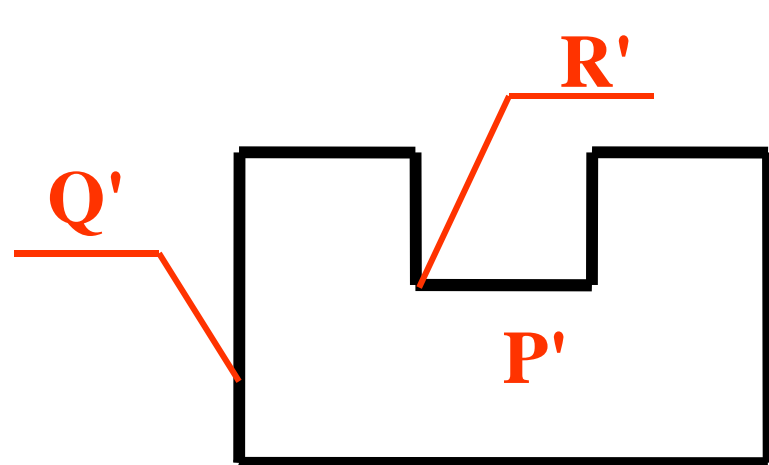




题49 根据已知物体的两个投影，补画第三个投影。

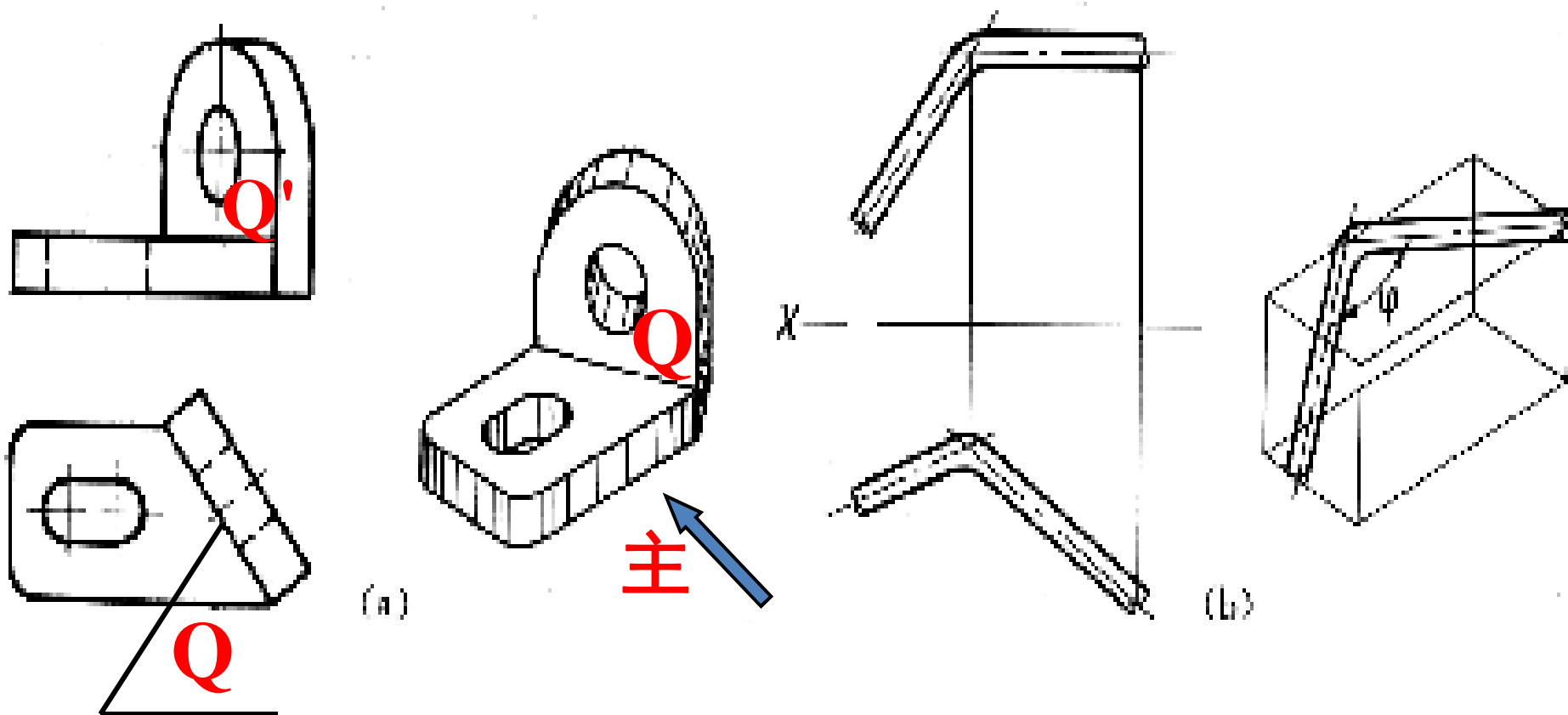


**题44** 画俯视图，注全平面的另两个投影，并填写平面的空间位置



# 一 换面法的基本概念

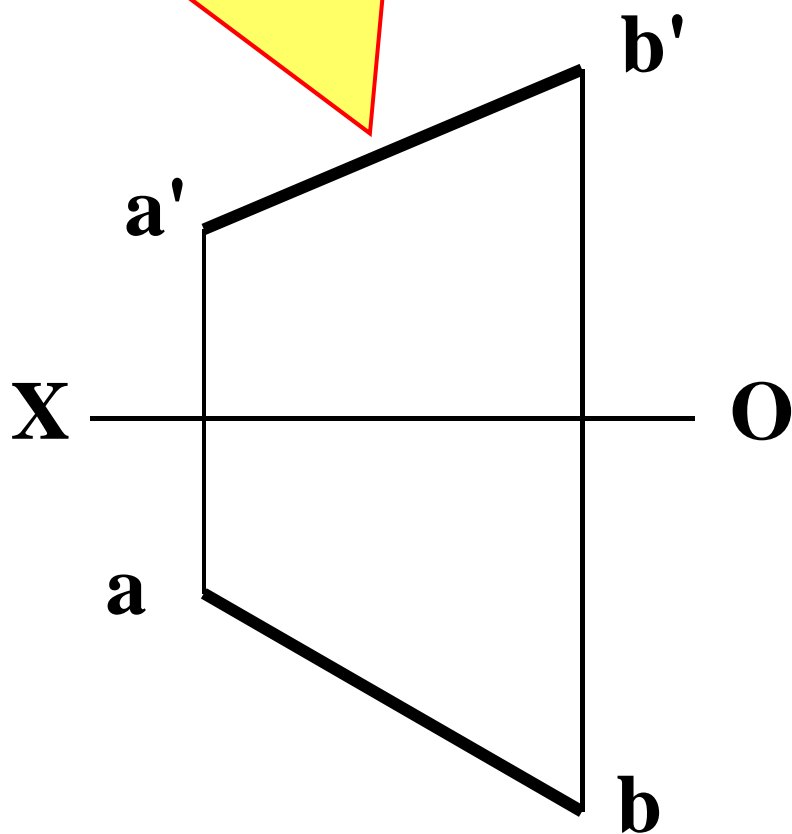
## 1 问题的提出



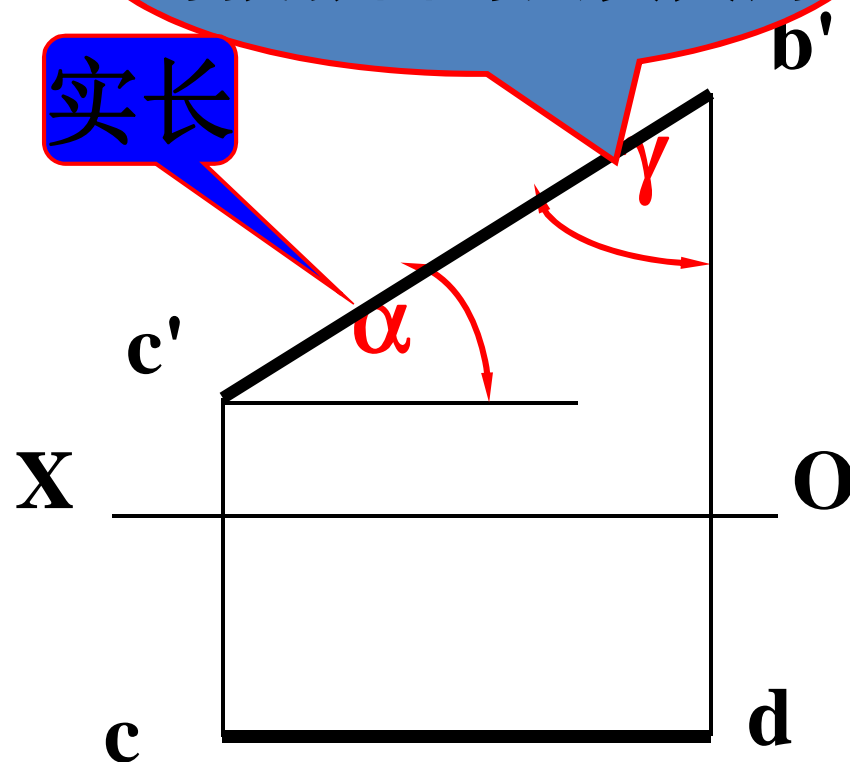
## 2 解决问题的基本思路

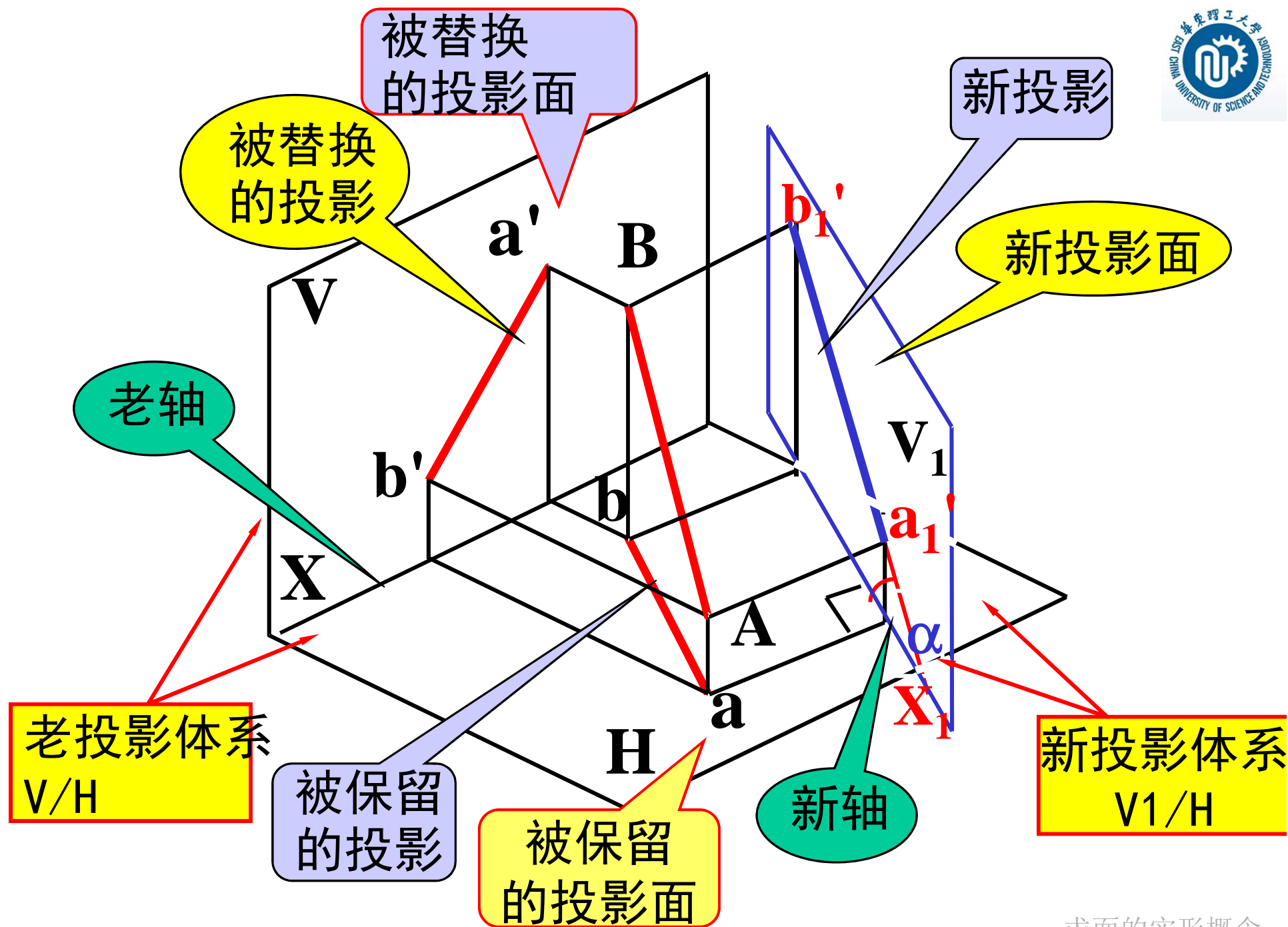
## 2 解决问题的基本思路

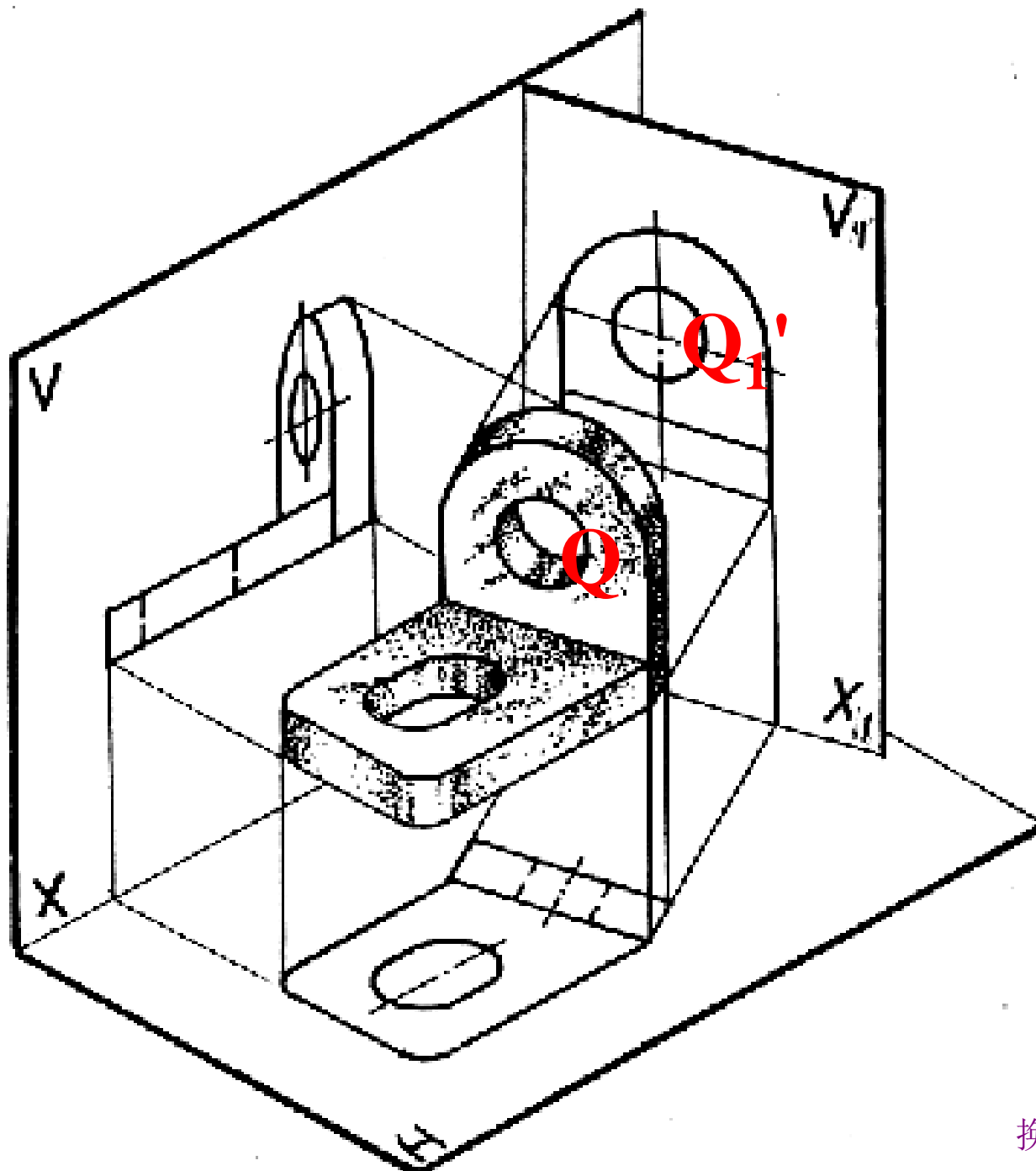
求直线AB的实长  
和与投影面的真实夹角



求直线CD的实长和  
与投影面的真实夹角





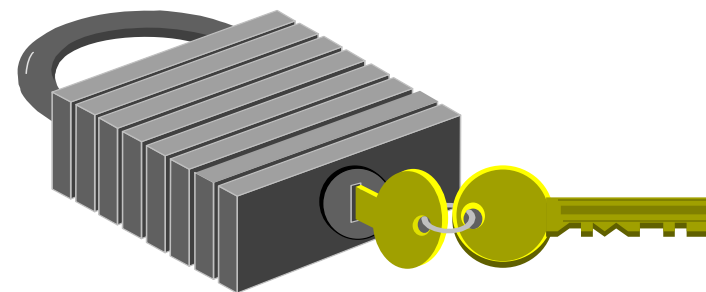


换面法定义及原则

用设立新投影面来得到几何元素的辅助(新)投影的方法称为换面法。

设立新投影面的基本原则:

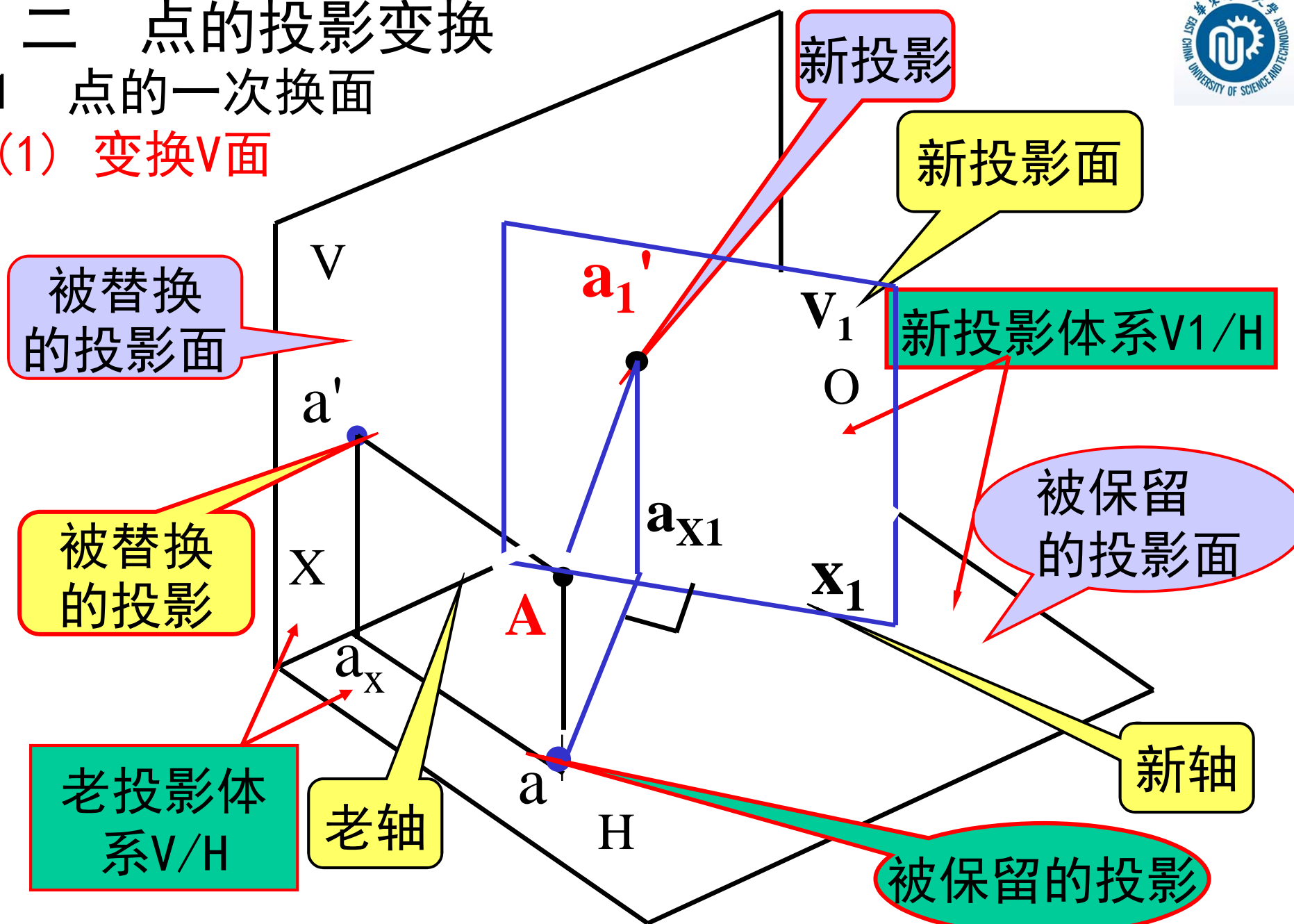
- 1 新投影面必须垂直于某一个基本(或被保留的)投影面,以构成新的投影体系,也就是每次只能置换一个投影面。
- 2 新投影面的设立必须对空间几何元素处于有利于解题的位置,即一般与几何元素平行或垂直。



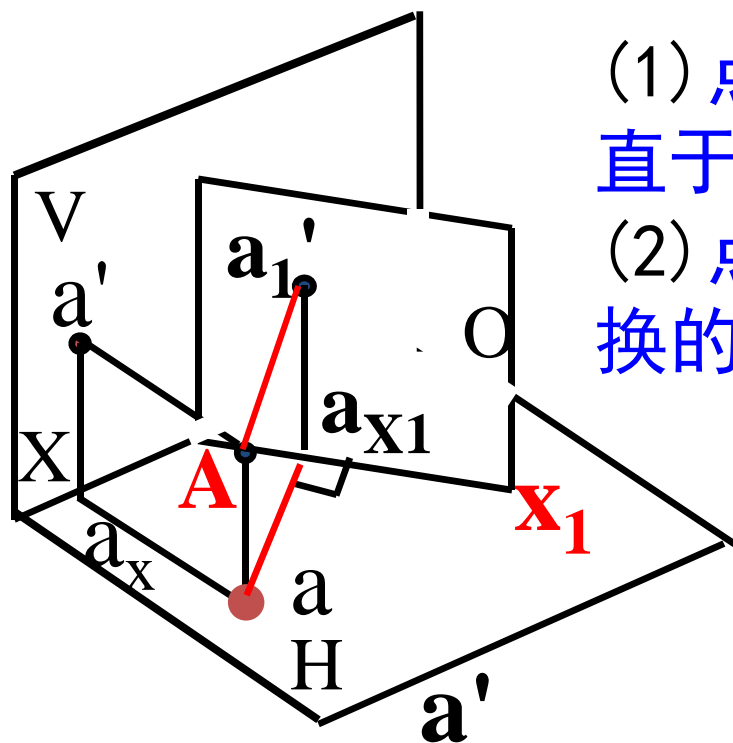
## 二 点的投影变换

### 1 点的一次换面

#### (1) 变换V面

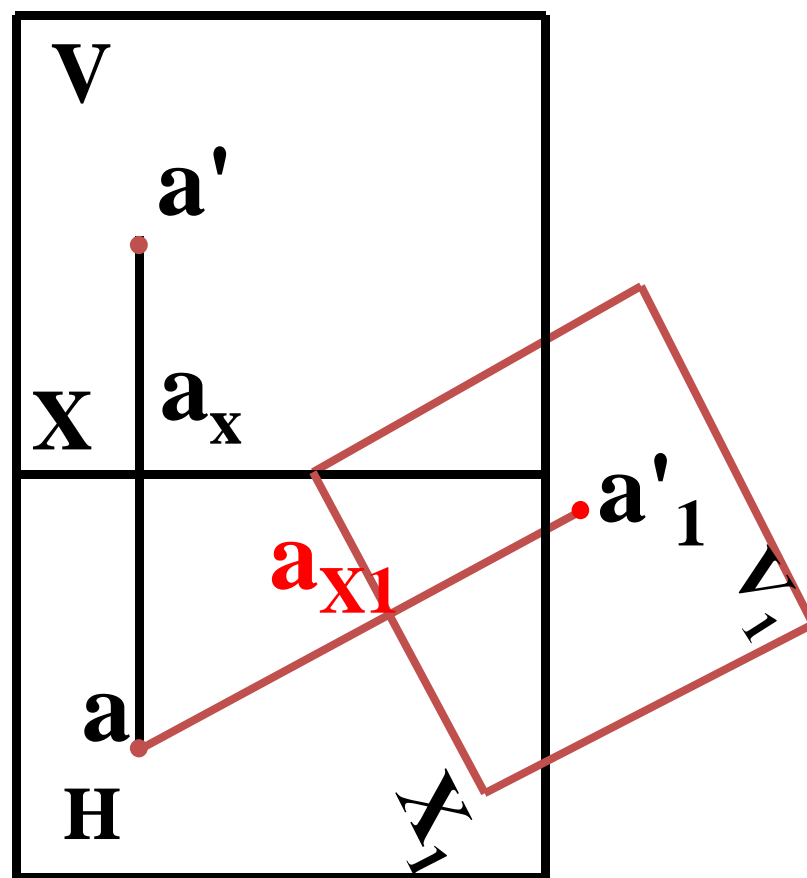
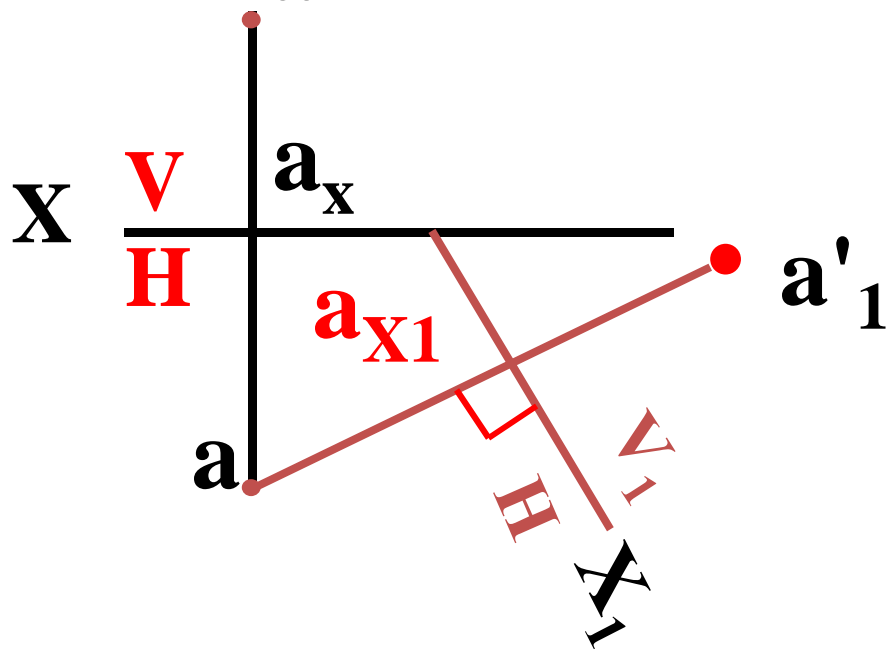






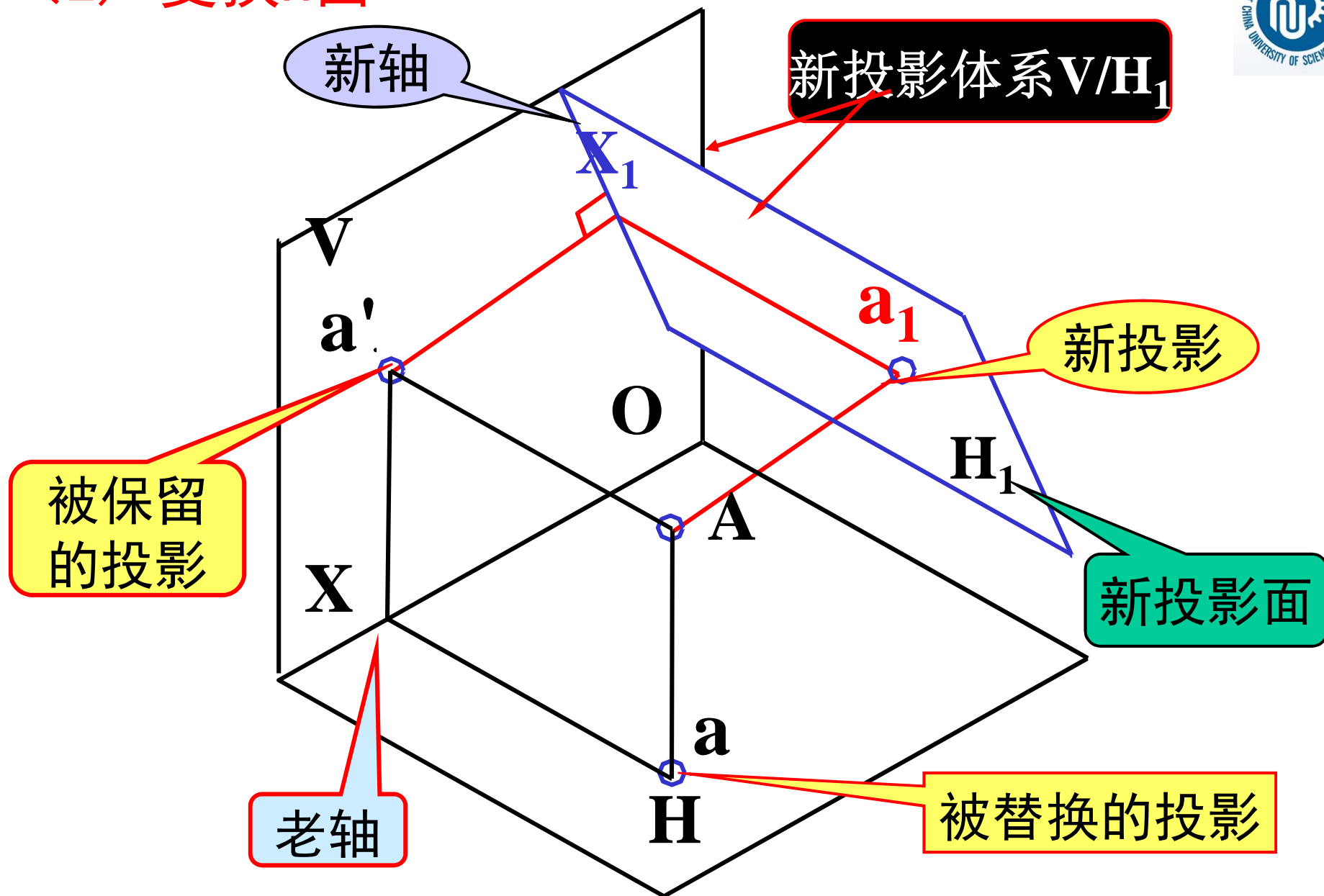
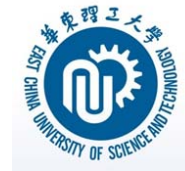
(1) 点的新投影与被保留投影的连线垂直于新轴。

(2) 点的新投影到新轴的距离等于被替换的投影到老轴的距离。

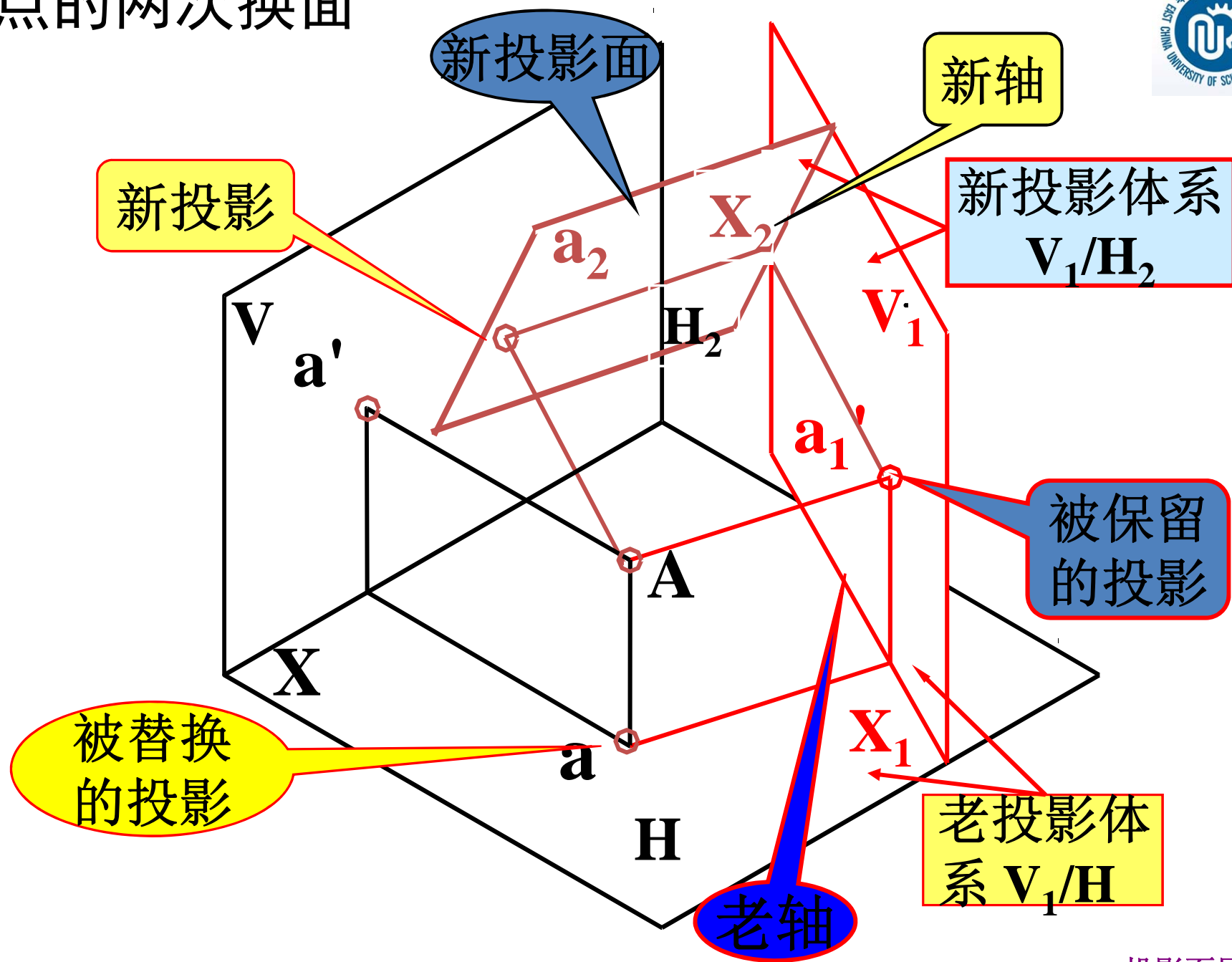


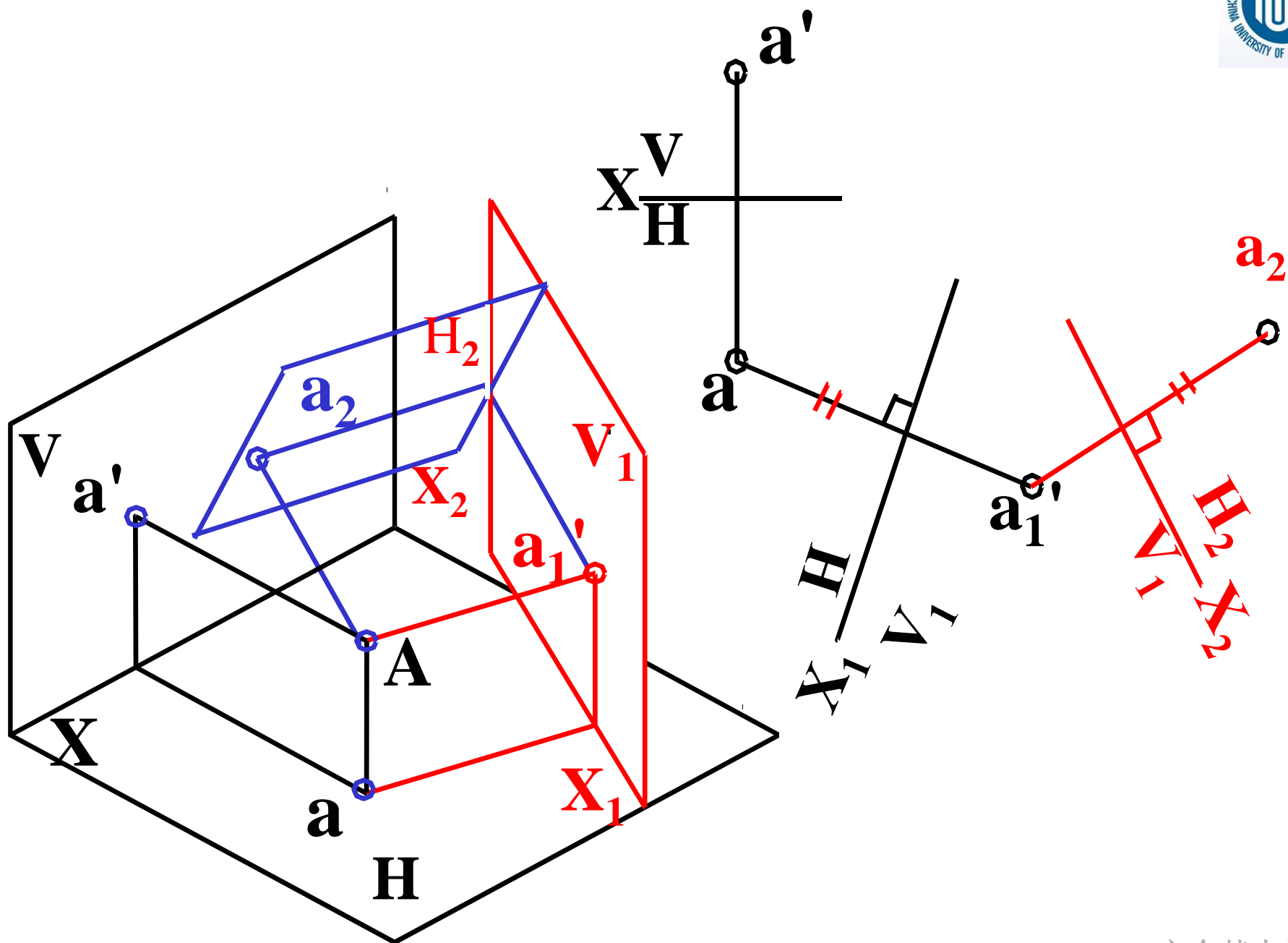
变换H面

## (2) 变换H面



## 2 点的两次换面

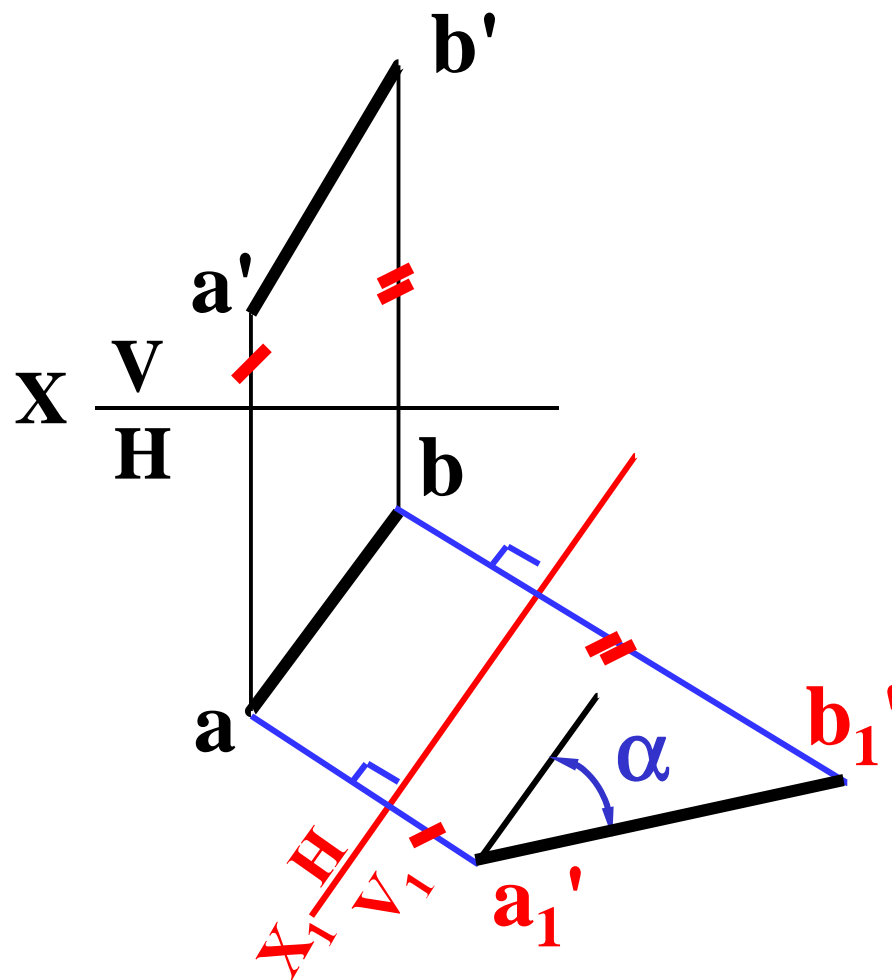
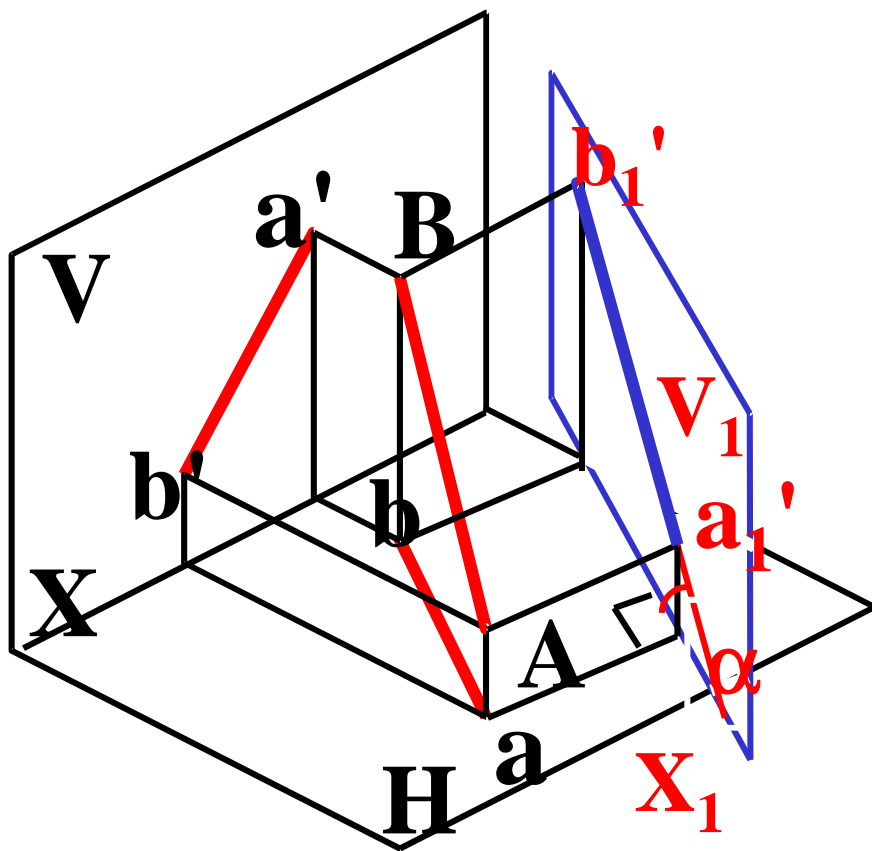




(1) 将一般位置直线变换为投影面的平行线

功用：一次换面后可求一般位置直线的实长及与基本投影面的真实夹角。

问题的关键：新投影轴必须平行于被保留的投影。

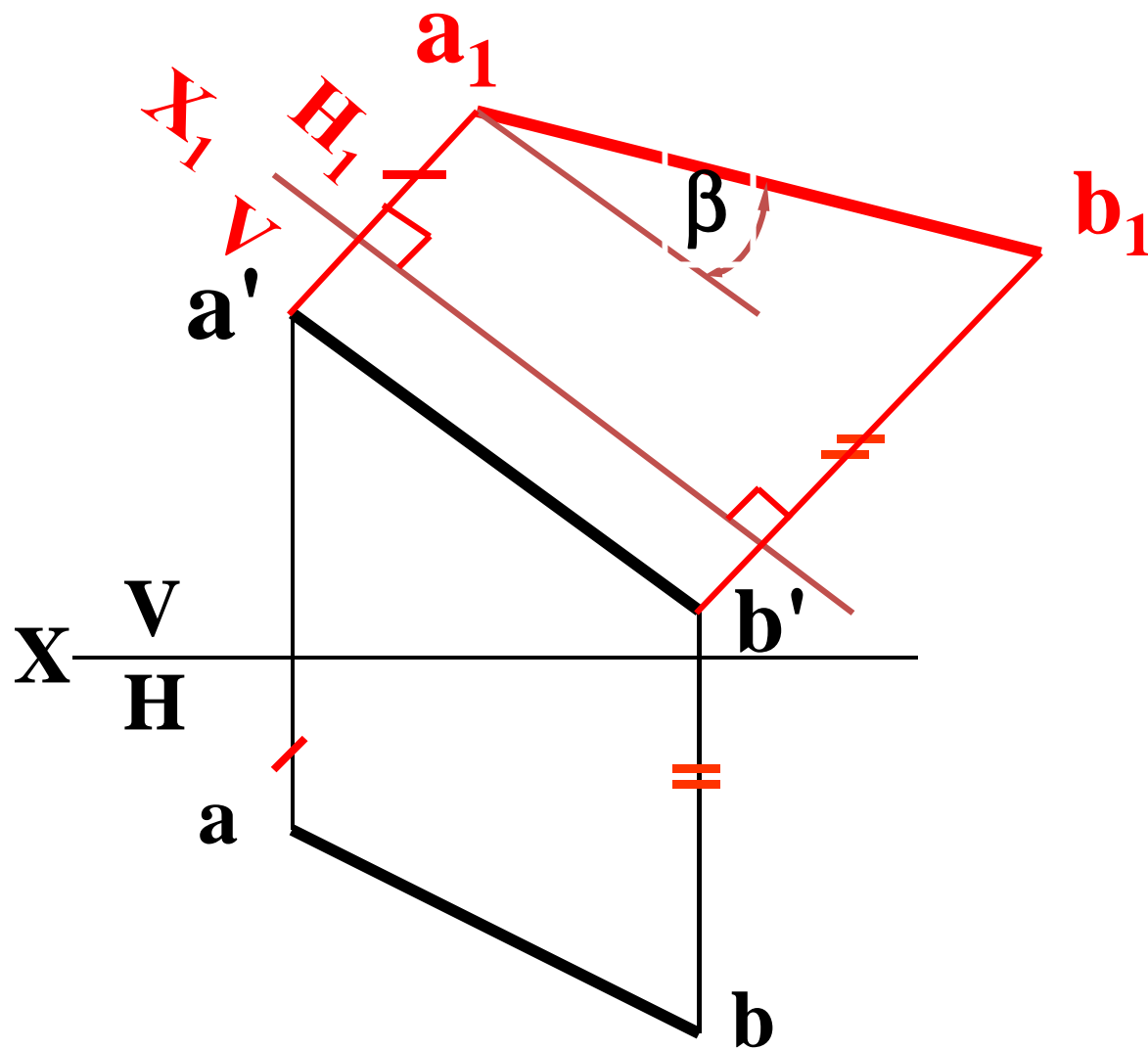


三 换面法的六个基本问题

怎样求一般位置直  
线与V面的倾角？

变换H面

求直线AB的实长和与V面的倾角。



问题的关键：新轴 $X_1$ 必须平行于被保留的投影。

怎样求一般位置直  
线与  $W$  面的倾角?

在 $V/W$ 两面投影体系中变换 $V$ 面

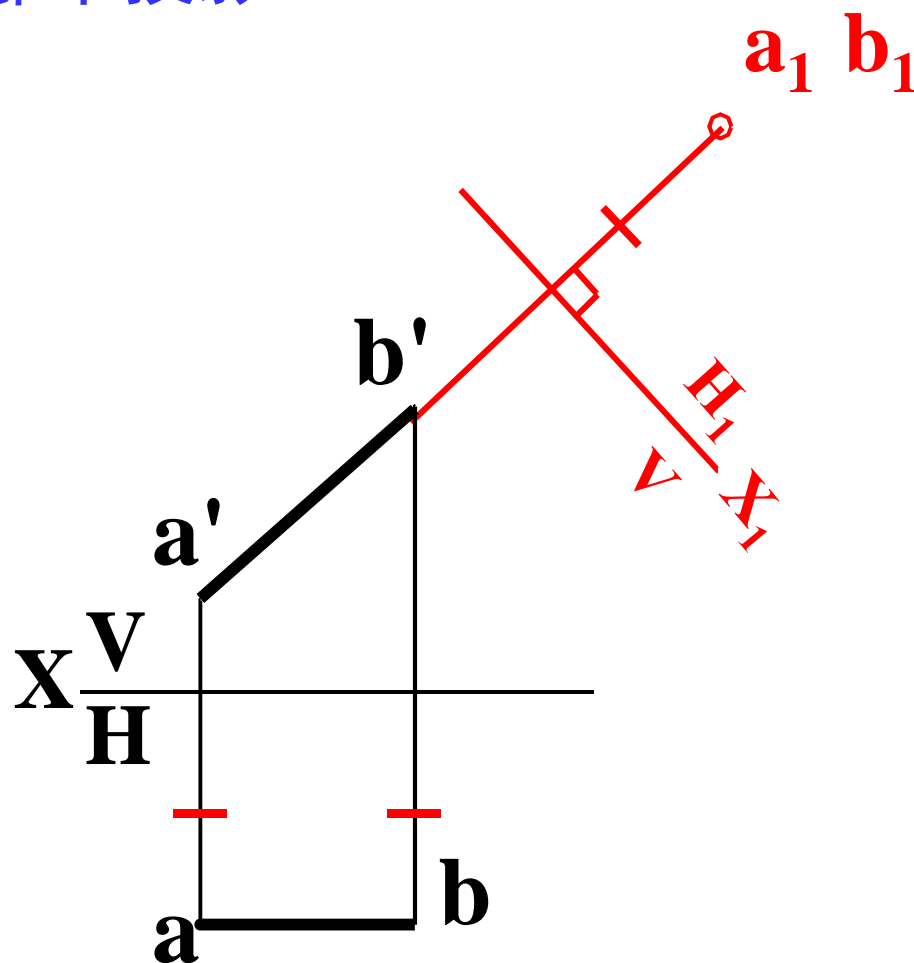
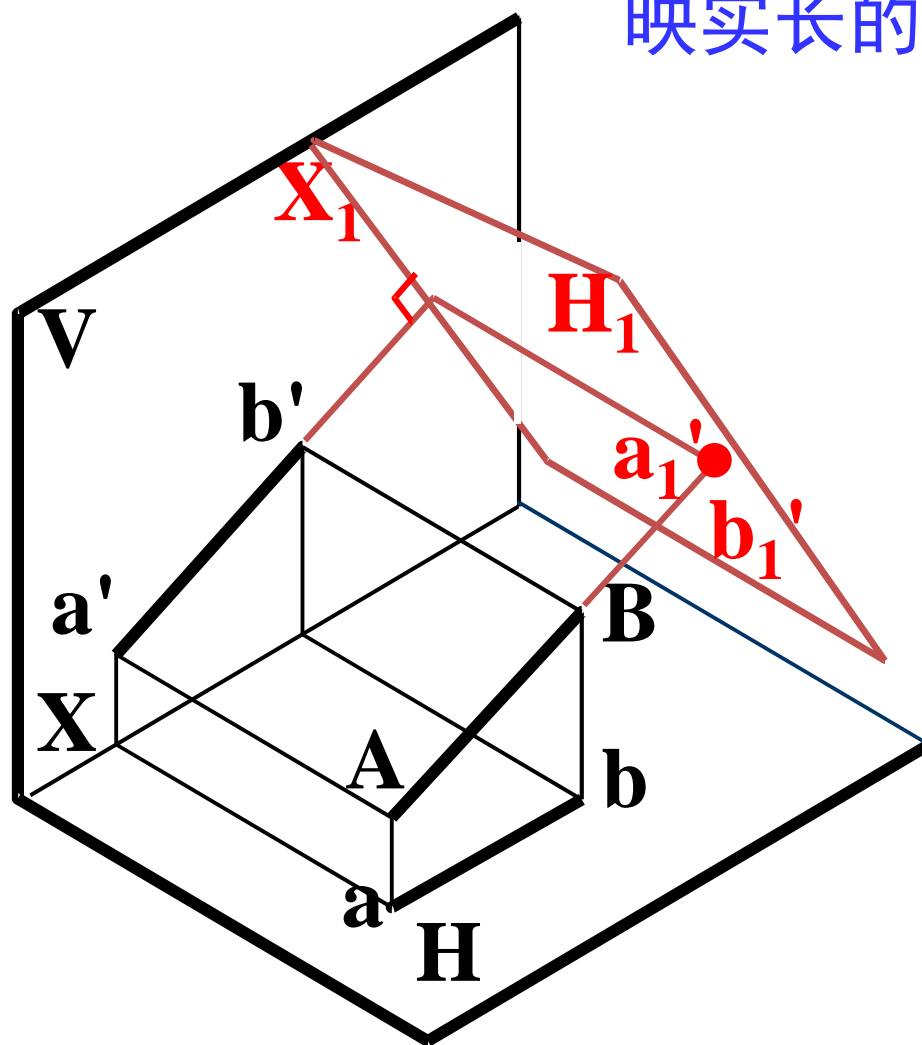
平行线变换为垂直线



## 2 将投影面的平行线变换为投影面的垂直线

功用：一次换面后可用于求点与直线，两直线间的距离等。

问题的关键：新轴要垂直于反映实长的那个投影。

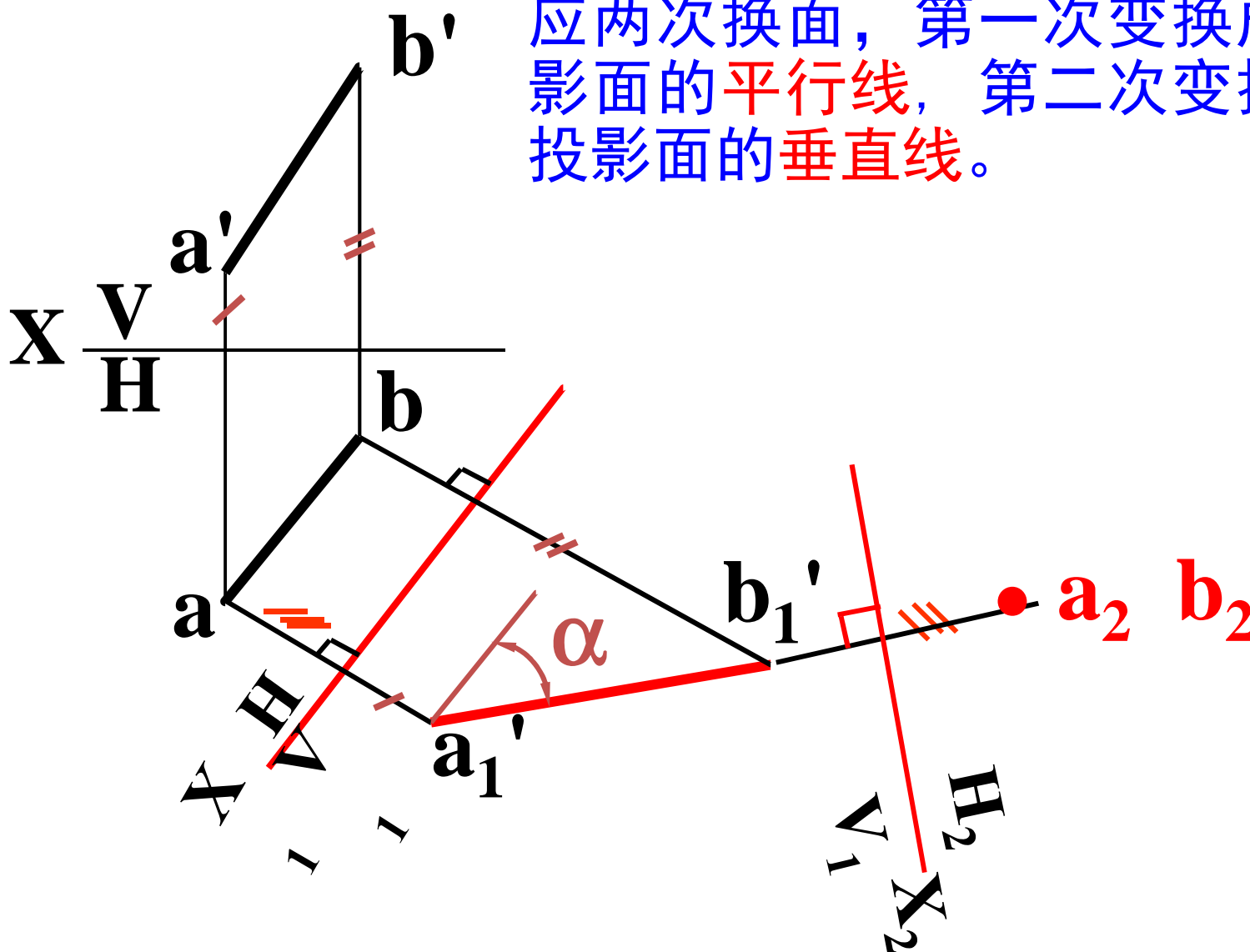


一般位置直线变换为垂直线

### 3 将一般位置直线变换为投影面的垂直线

功用：同1、2

问题的关键：  
应两次换面，第一次变换成投影面的平行线，第二次变换成投影面的垂直线。

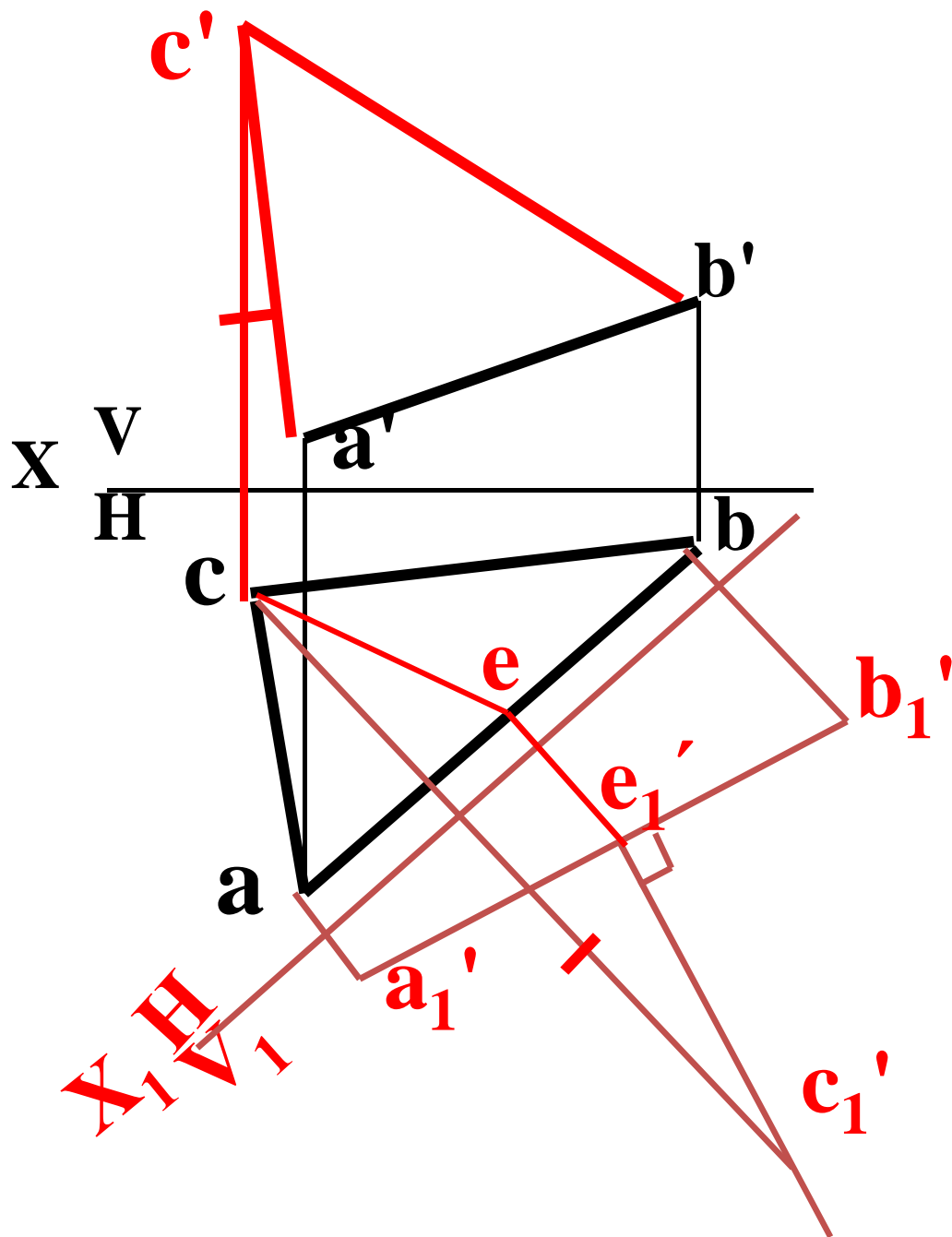


## 例1

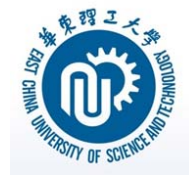
已知等腰三角形ABC的底边为AB，试用换面法求出等腰三角形ABC的正面投影。

直角投影定理：

两直线垂直相交时，只要其中一直线平行于某一投影面，则两直线在该投影面上的投影互成直角。



4一般位置平面变换为投影面的垂直面

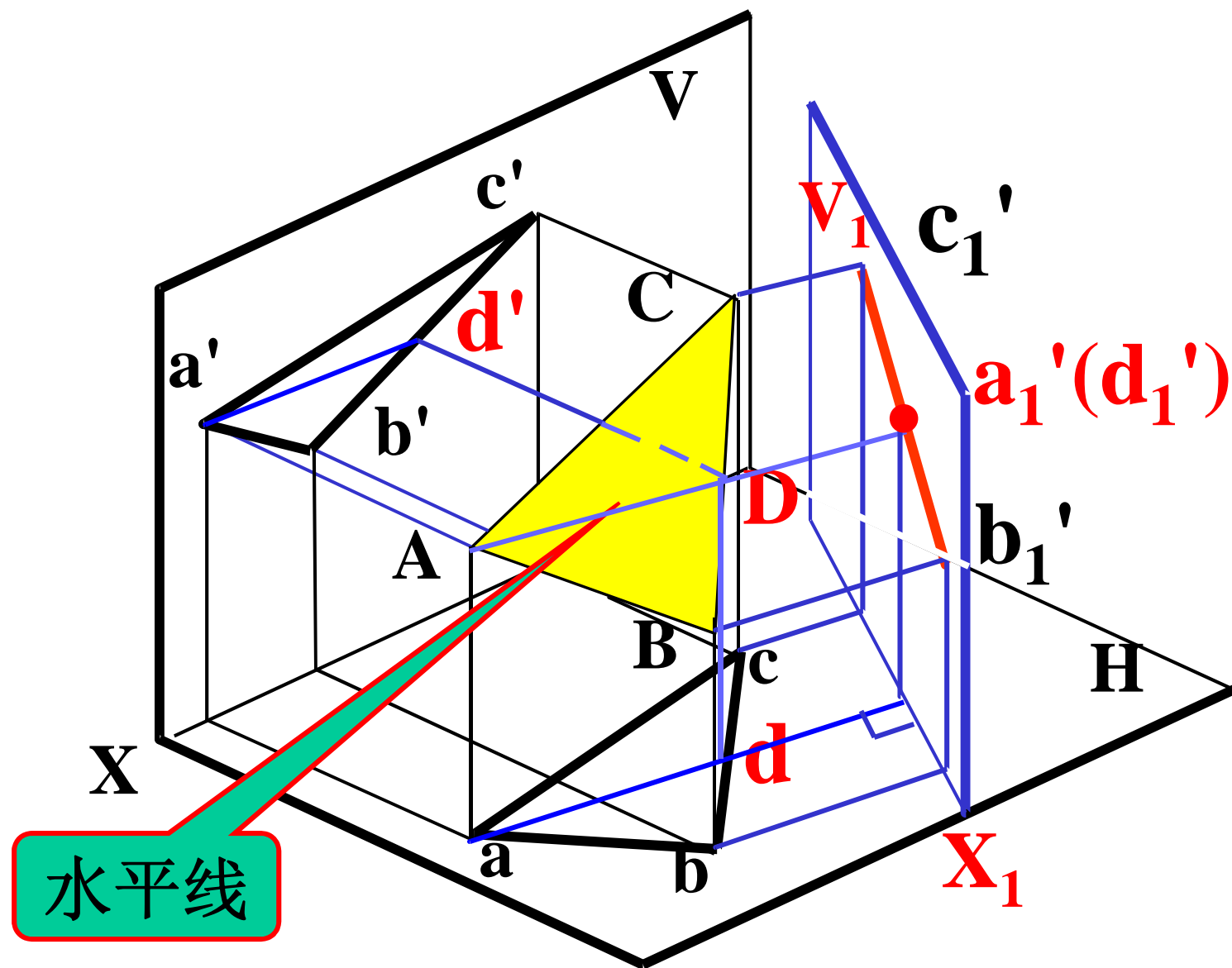


## 4 将一般位置平面变换为投影面的垂直面

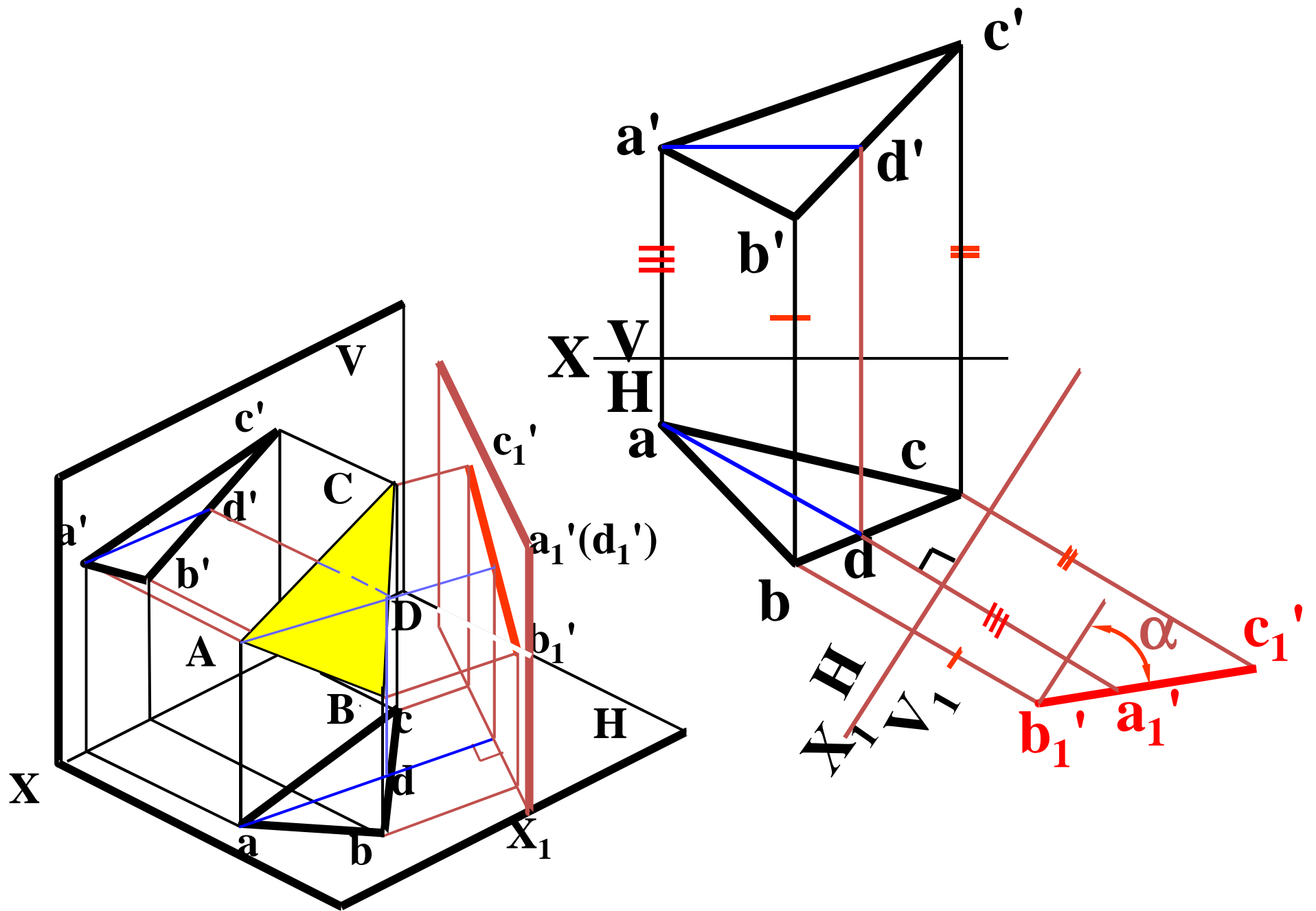
**功用：**可求解平面与投影面的**倾角**，点与平面的**距离**，两平行面间的**距离**等。

**问题的关键：**在平面上作一条投影面平行线，新轴必须**垂直**与该平行线反映实长的那个投影。

水平投影ad垂直于新轴



本例展开图



问题

怎样求一般位置  
平面与V面、W面的倾角？

求 $\beta$

在V/H两面投影体系中变换H面

求 $\gamma$

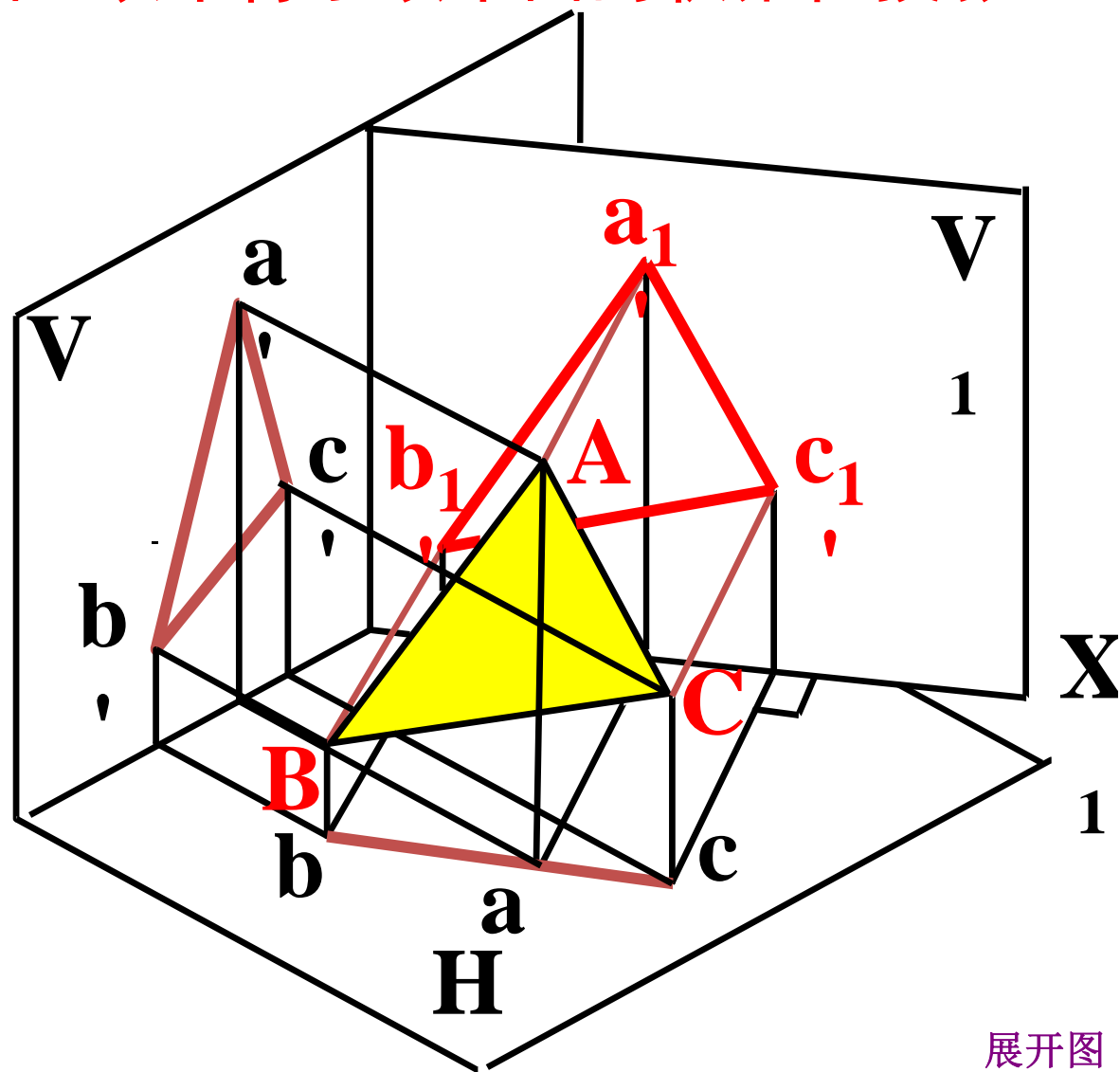
在V/W两面投影体系中变换V面

将垂直面变成平行面

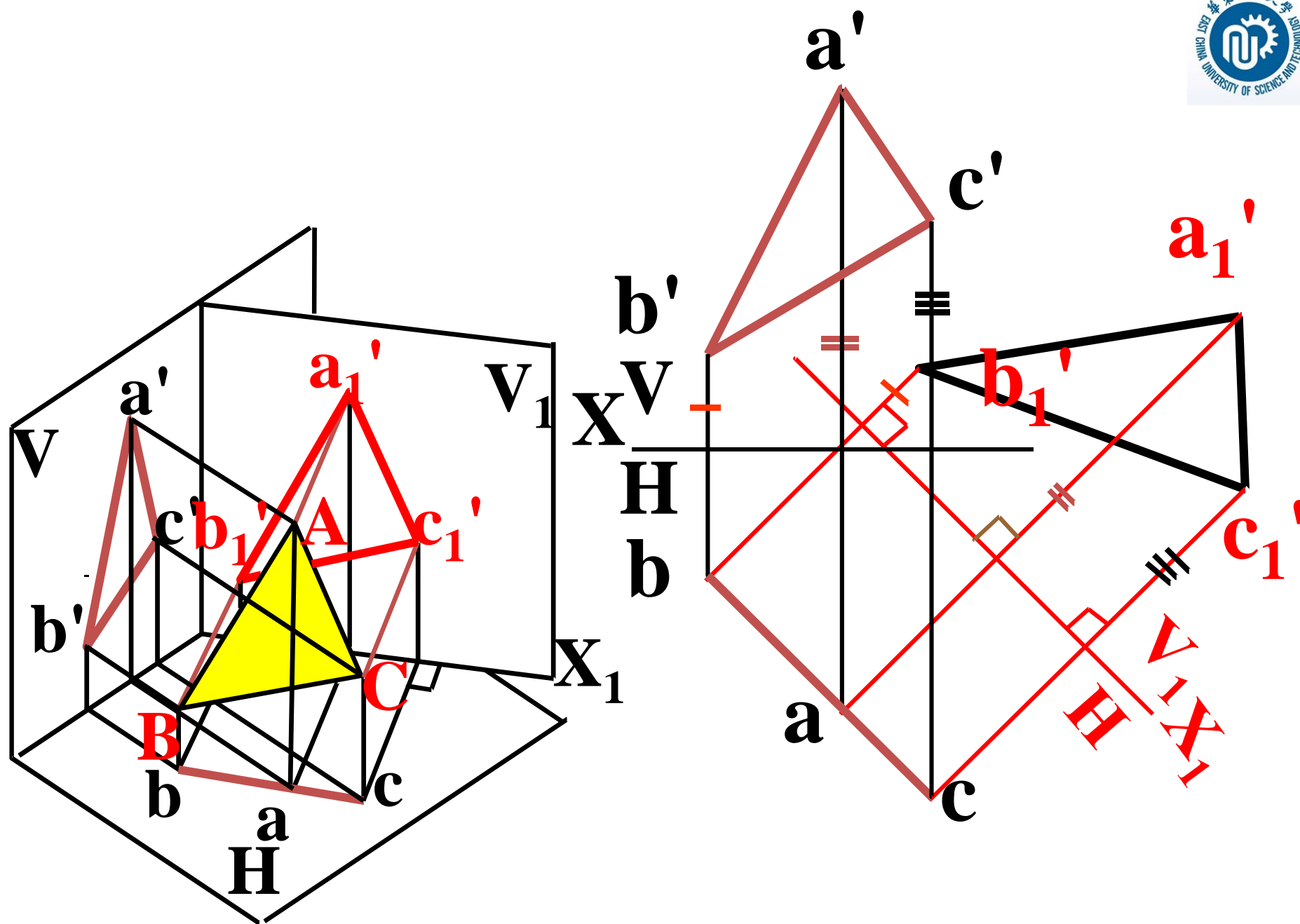
## 5 将投影面的垂直面变成投影面的平行面

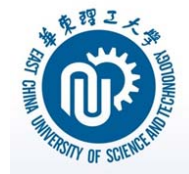
功用：一次换面后可求解平面实形、形心、两直线交角等。

问题的关键：新投影轴必须平行于该平面的积聚性投影。









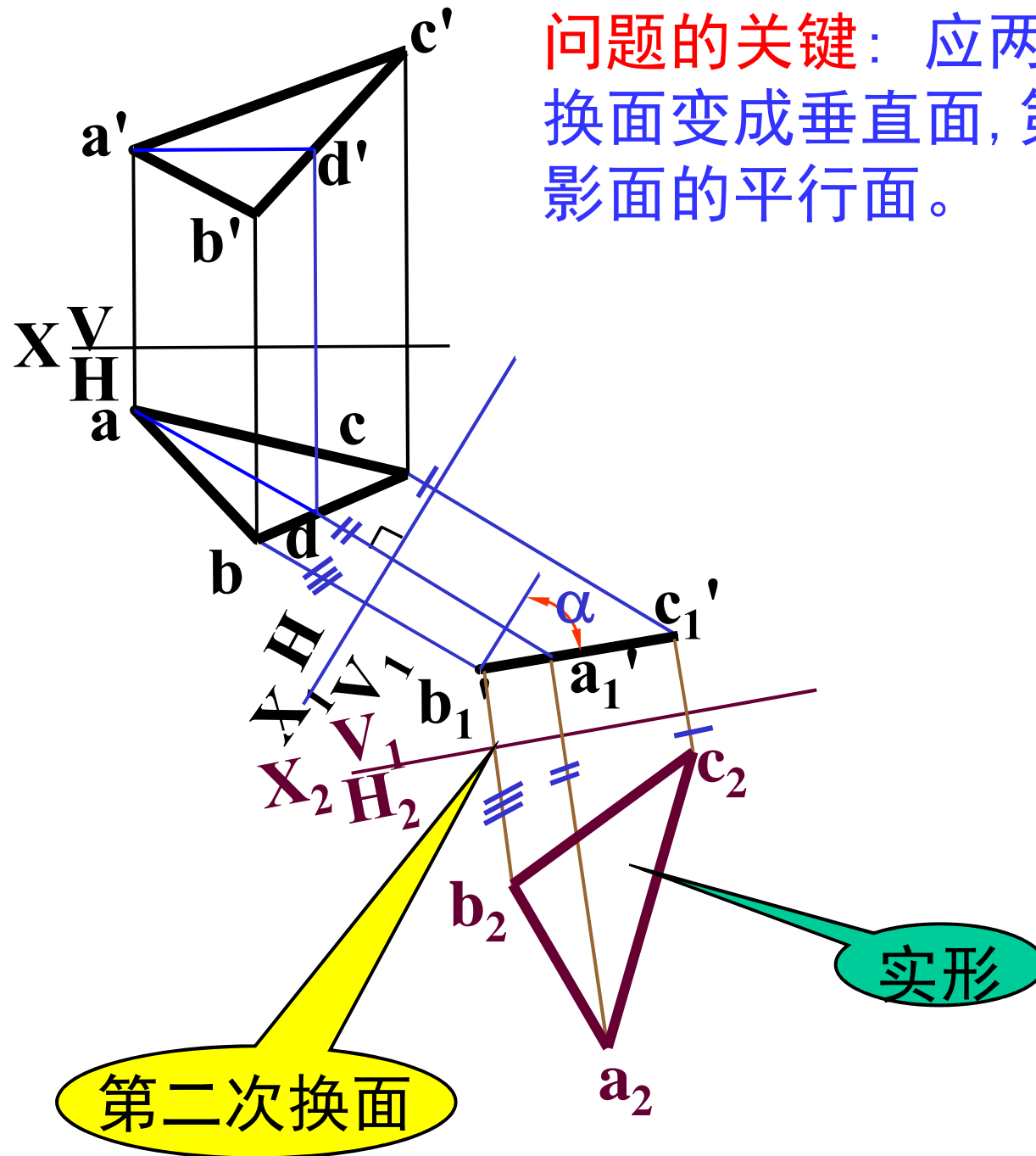
## 6 将一般位置平面变换成投影面的平行面

功用： 同5、6

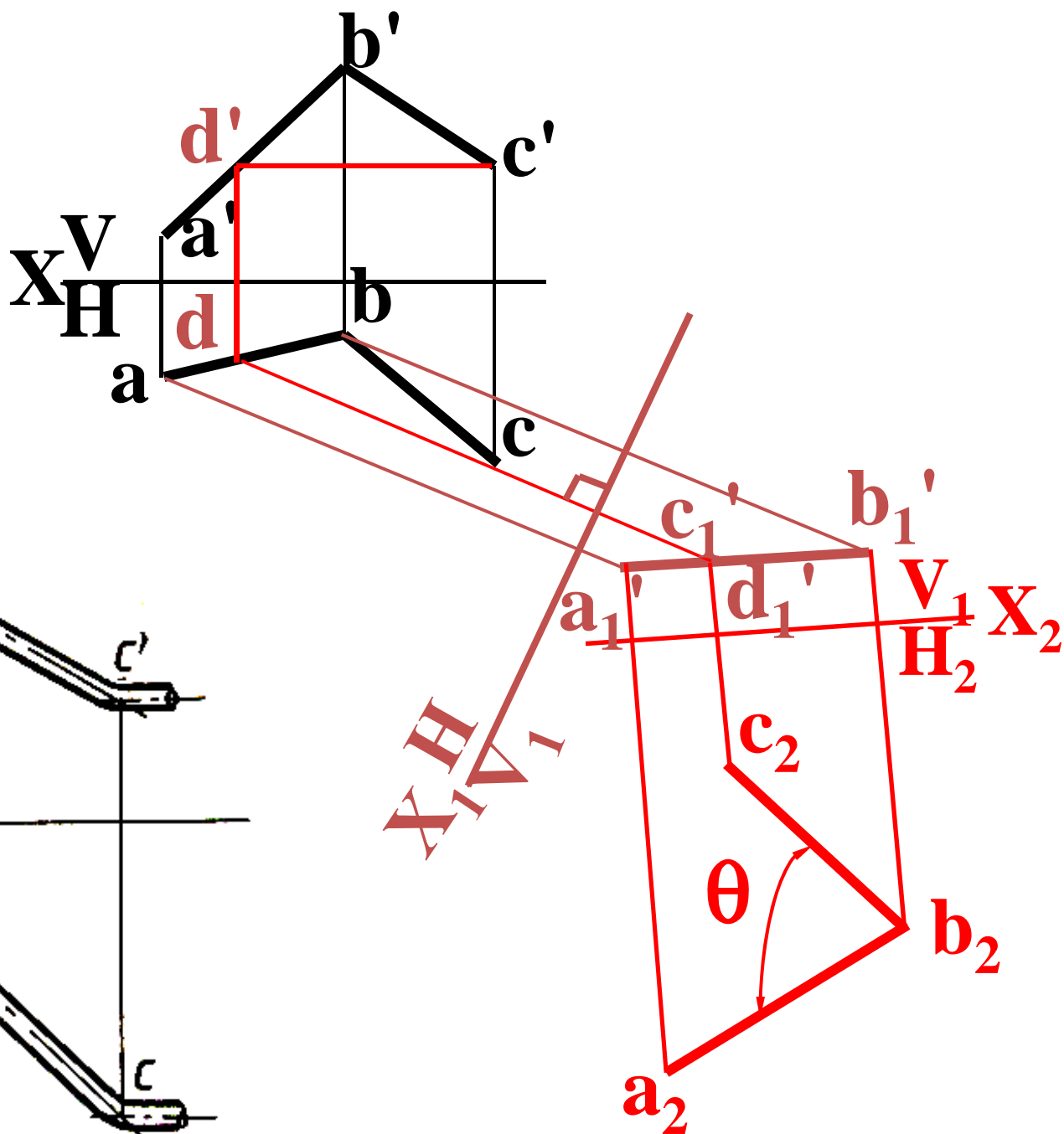
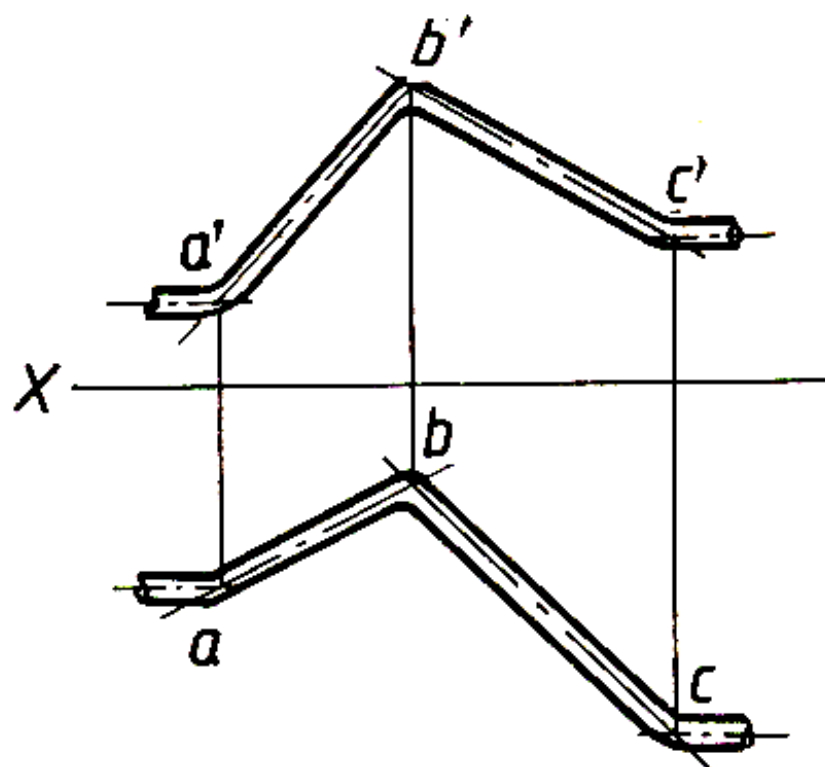
问题的关键：

应两次换面，第一次换面变成垂直面，第二次换面变成投影面的平行面。

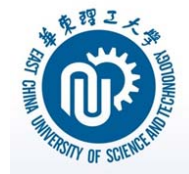
问题的关键：应两次换面，第一次换面变成垂直面，第二次换面变成投影面的平行面。



**例2** 已知两相交管道的投影图如图所示，为了预制其连接弯头，试求两管道间夹角的真实大小。

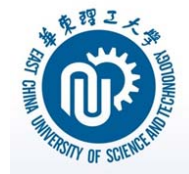


思路



### 三 解决一些实际问题的思路

- 1 求直线实长和与投影面的倾角  
将直线变换成投影面的平行线。
- 2 求平面实形和形心  
将平面变换成投影面的平行面。
- 3 求平面与投影面的倾角  
将平面变换成投影面的垂直面。



## 4 求距离

### (1) 点与直线之间

- a. 将直线变换成投影面垂直线。
- b. 将点与直线组成的平面变换成投影面的平行面。

### (2) 点与平面之间

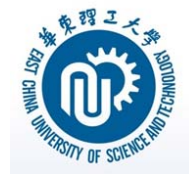
将平面变换成投影面垂直面。

### (3) 两平行线之间

将两直线变换成投影面垂直线。

### (4) 两平行平面之间

将两平面变换成投影面垂直面。



## 5 求夹角

### (1) 两相交直线之间

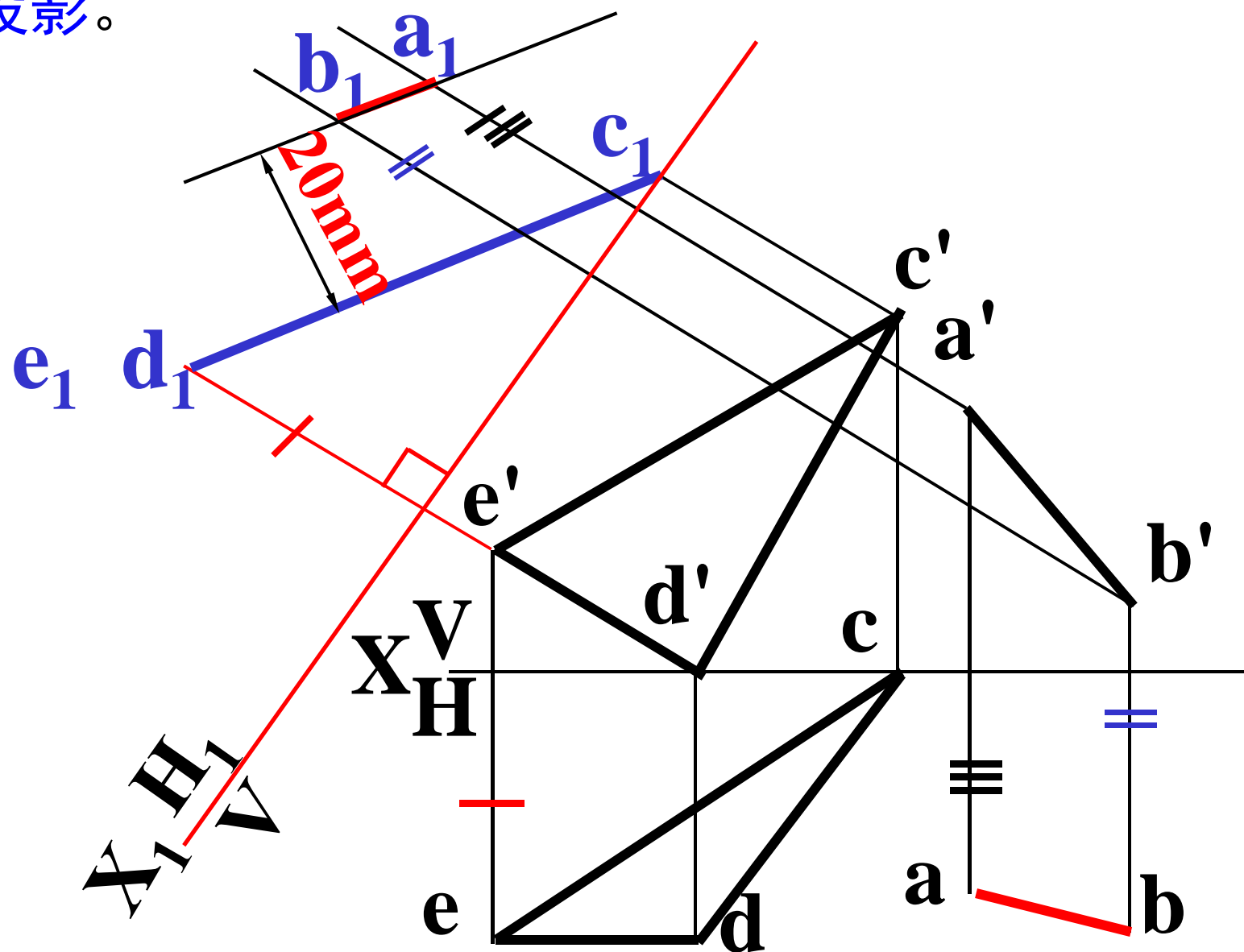
将两相交直线组成的平面变换成投影面平行面。

### (2) 两平面之间

将两平面变换成投影面的垂直面，即应将两平面的交线变换成投影面的垂直线。

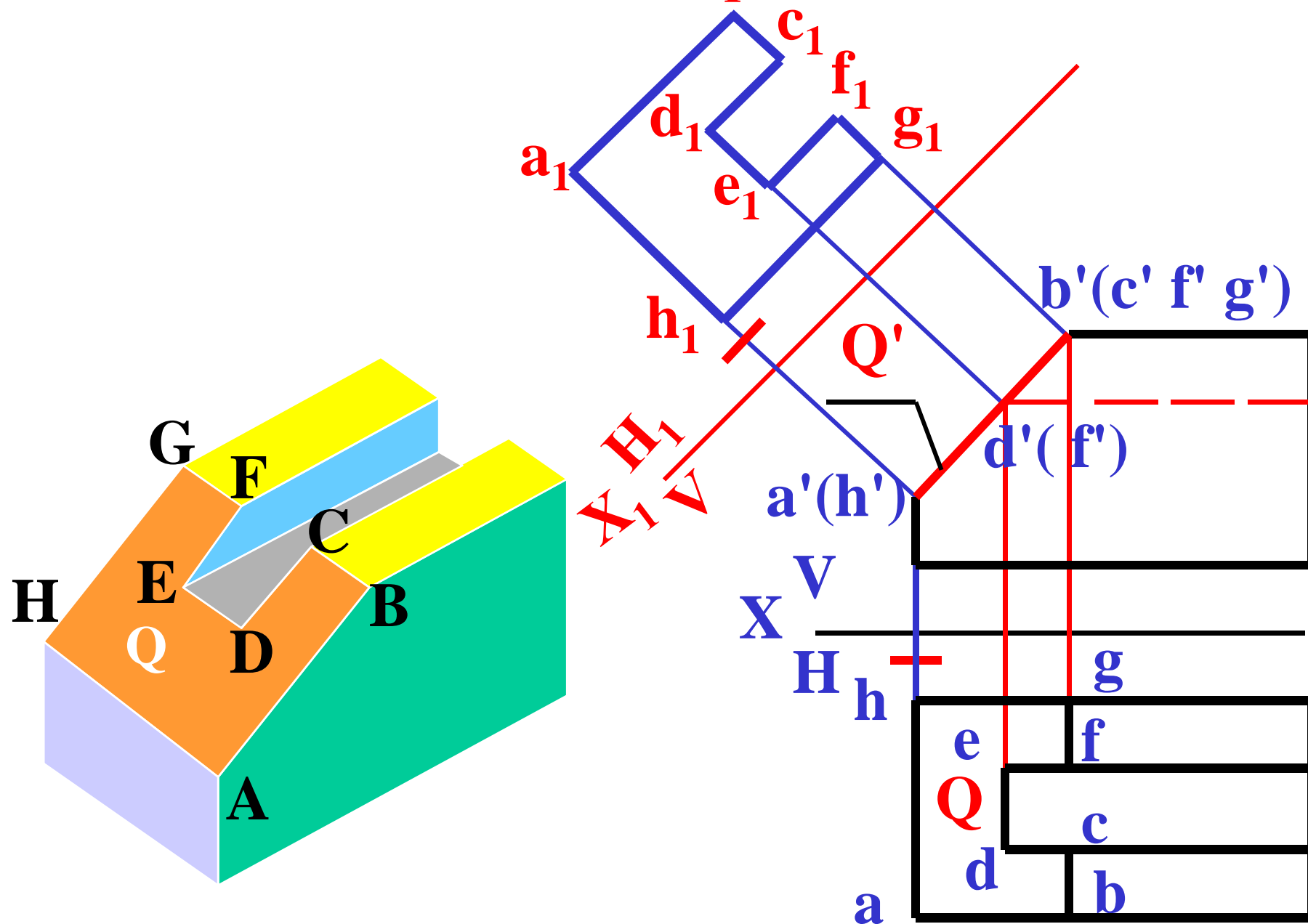
## 四 举例

**例 3** 已知直线AB与 $\triangle CDE$ 平面平行，且相距20mm，求直线AB的水平投影。

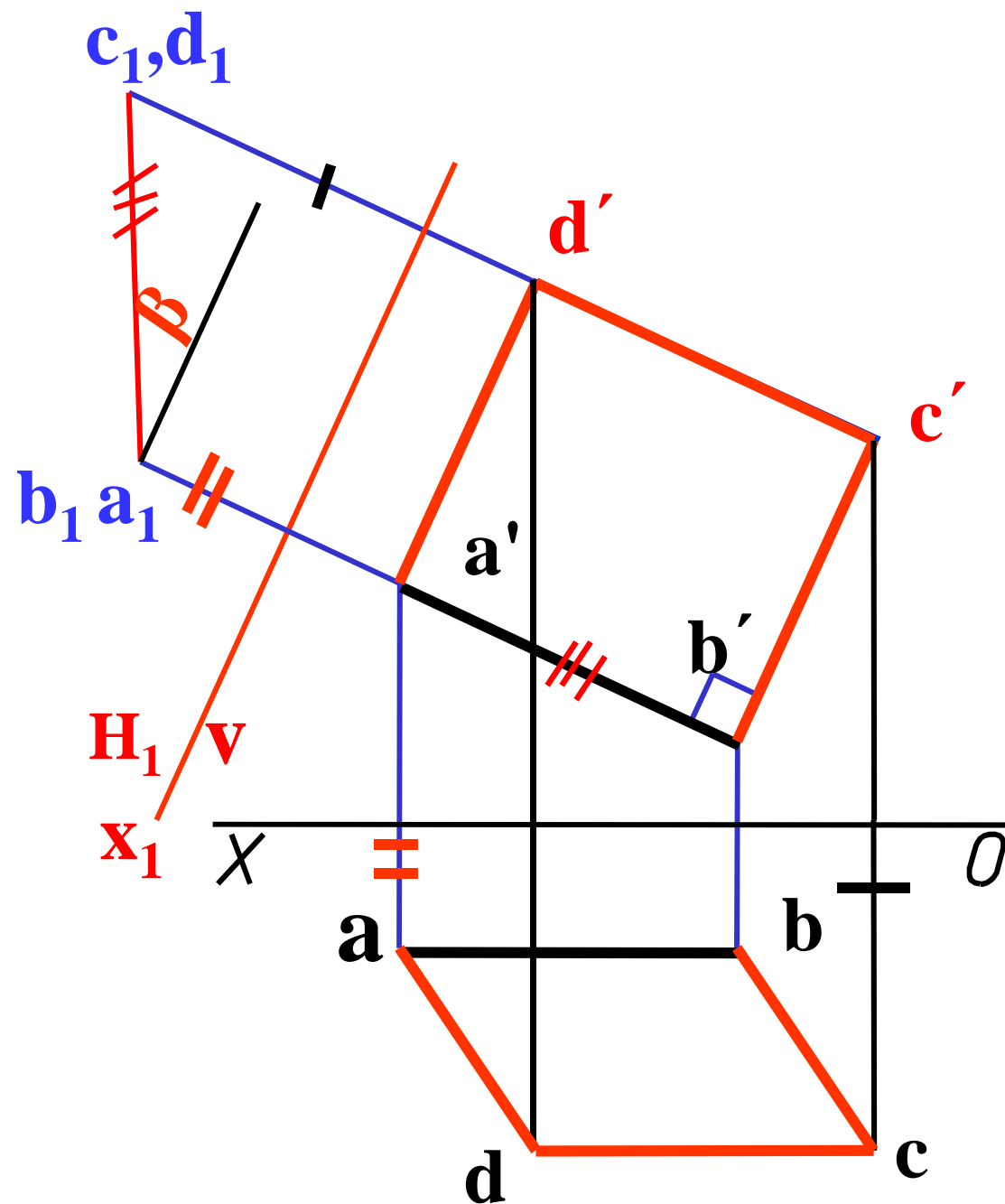


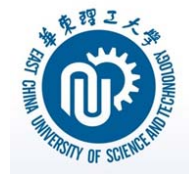


例4 试求物体上平面Q的实形。 $b_1$



**例5** 正平线AB是正方形ABCD的边, C在B的前上方, 正方形对V面的倾角  $\beta = 45^\circ$ , 补全正方形的两面投影。





本章节结束, 谢谢!