双膜论与类似律

孙志仁

第十六讲. 双膜论与类似律

1. 双膜论
2. 雷诺类似律
3. 课程总结

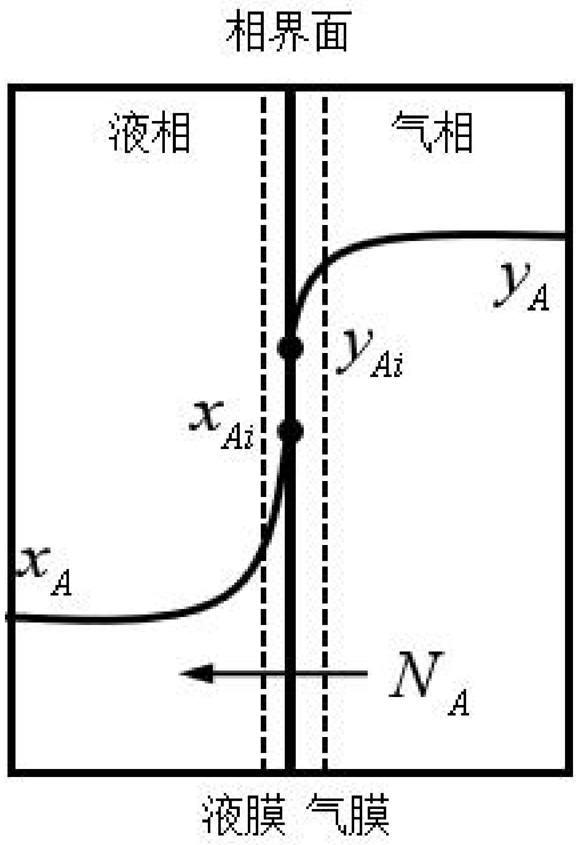
1. 双膜论

1923年，惠特曼和刘易斯提出双膜理论，简称双膜论。双膜论猜想，当气液各相主体流动达到湍流时，相界面二侧还各自存在“虚拟”的滞流薄层，将虚拟薄层称为双模。

气相对流传质模型： $N_A = k_y\left(y_A - y_{Ai}\right)$

相平衡，亨利定律： $y_{Ai} = m x_{Ai}$

液相对流传质模型： $N_A = k_x\left(x_{Ai} - x_A\right)$

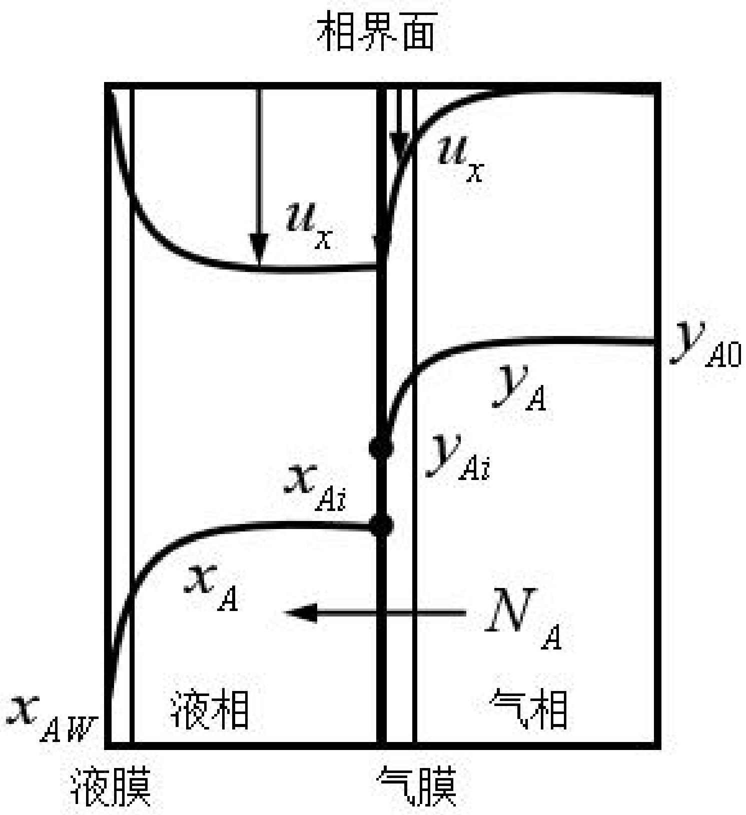


“虚拟膜”

湍流吸收模型

气相对流传质模型： $N_A = k_y\left(y_{A0} - y_{Ai}\right)$

液相对流传质模型： $N_A = k_x\left(x_{Ai} - x_{AW}\right)$



湍流液膜

$$x_{A*} = l_* \frac{dx_A}{dy} \qquad y_{A*} = l_* \frac{dy_A}{dy}$$

$$x_{A*} = x_{Ai} - x_{AW} \qquad y_{A*} = y_{A0} - y_{Ai}$$

脉动传质方程： $N_A = x_{A*} u_{x*}$ $\quad N_A = y_{A*} u_{y*}$

寻找“虚拟膜”

“时间液膜”

$$x_{A*} = t_* \frac{dx_A}{dt}$$

$$N_A = x_{A*} u_{x*}$$

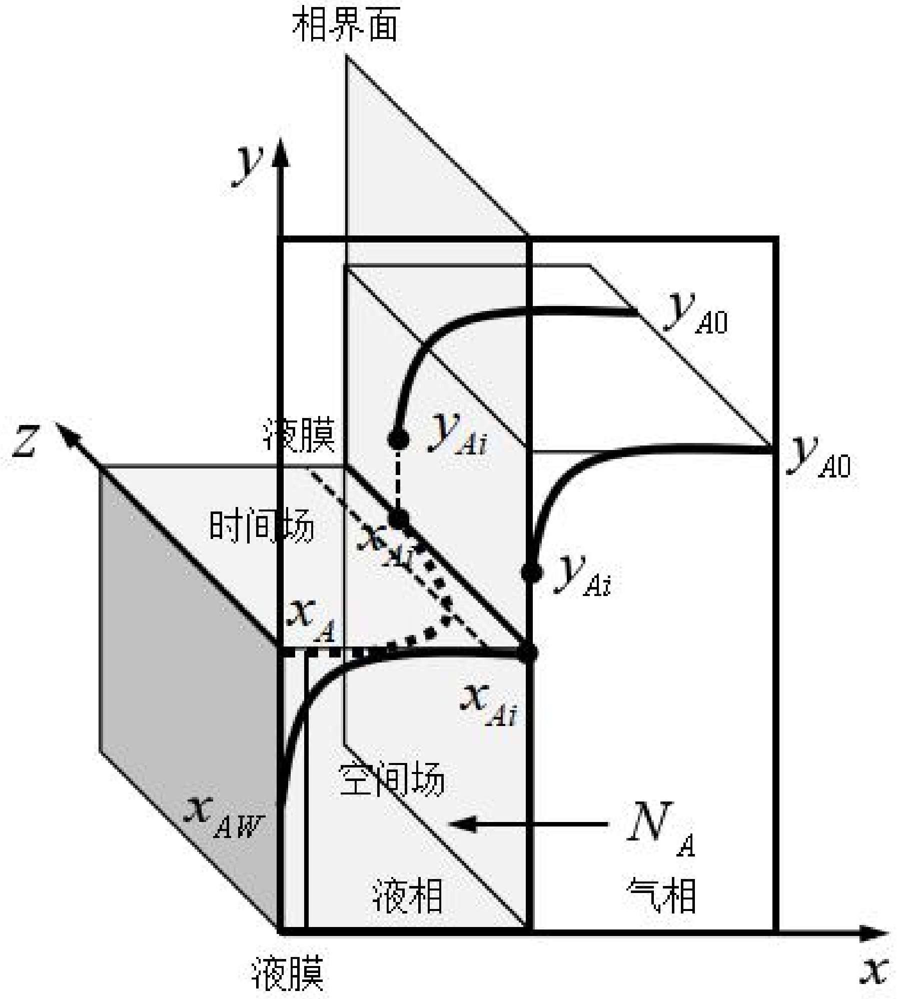
时空转换

$$x_{A*} = l_* \frac{dx_A}{dy} = \frac{l_*}{u_{x*}} \frac{dx_A}{\frac{dy}{u_{x*}}} = t_* \frac{dx_A}{dt}$$

“空间液膜”

$$x_{A*} = l_* \frac{dx_A}{dy}$$

$$N_A = x_{A*} u_{x*}$$



空间场与时间场

双膜论:

$$N_A = k_y(y_A - y_{Ai})$$

$$y_{Ai} = mx_{Ai}$$

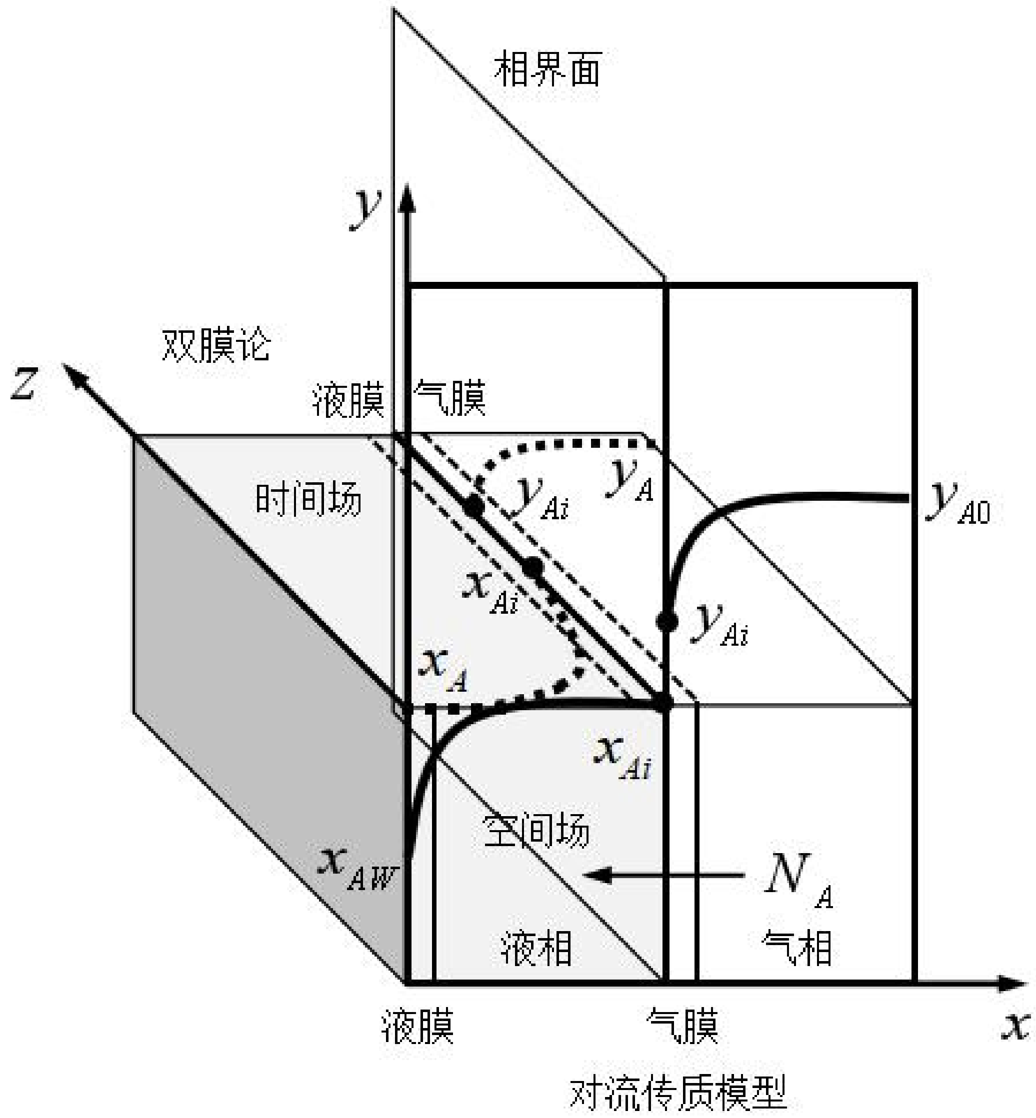
$$N_A = k_x(x_{Ai} - x_A)$$

对流传质模型:

$$N_A = k_y(y_{A0} - y_{Ai})$$

$$y_{Ai} = mx_{Ai}$$

$$N_A = k_x(x_{Ai} - x_{AW})$$



问题探讨 $ix_A = x_{AW}$ $iy_A = y_{A0}$

脉动传质模型

双膜论:

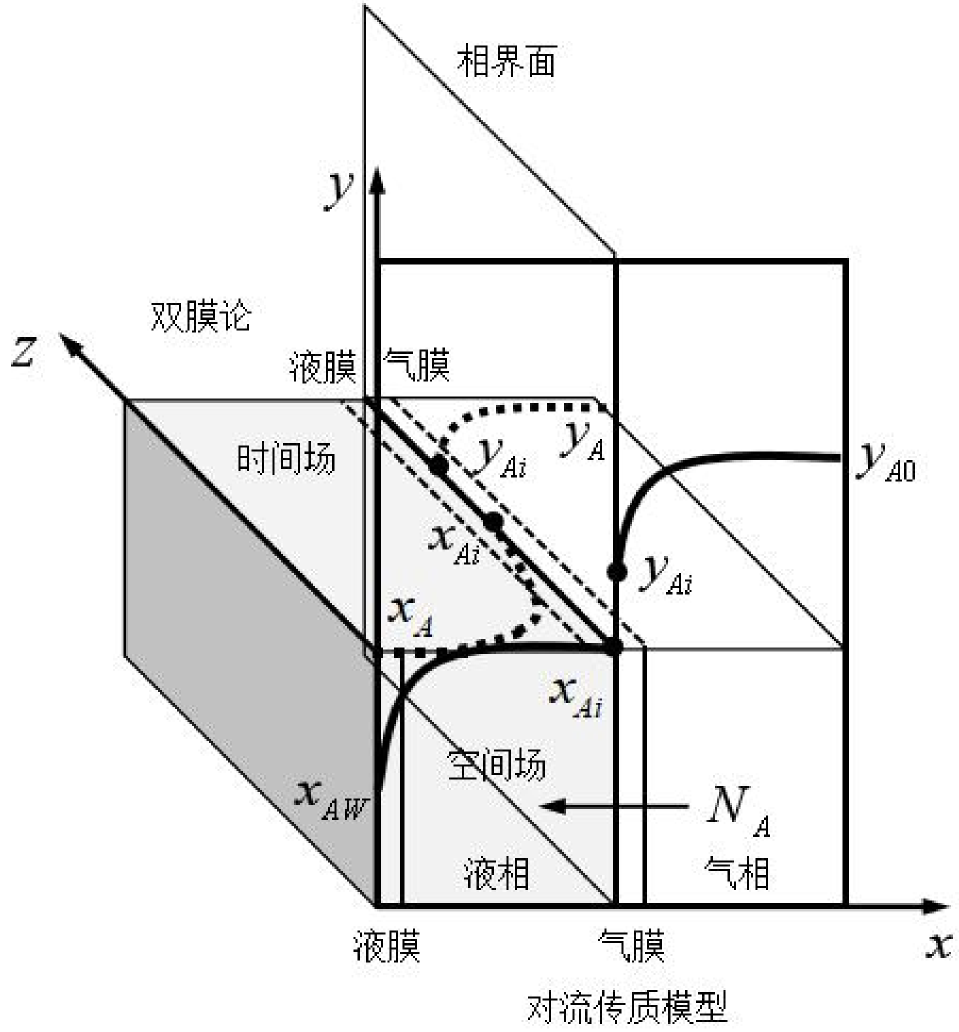
$$N_A = ix_{A*}u_{x*} \qquad N_A = iy_{A*}u_{y*}$$

$$x_{A*} = t_* \frac{dx_A}{dt} = x_{Ai} - x_{AW} \qquad y_{A*} = t_* \frac{dy_A}{dt} = y_{Ai} - y_{AW}$$

对流传质模型:

$$N_A = x_{A*}u_{x*} \qquad N_A = y_{A*}u_{y*}$$

$$x_{A*} = l_* \frac{dx_A}{dy} = x_{Ai} - x_{AW} \qquad y_{A*} = l_* \frac{dy_A}{dy} = y_{Ai} - y_{AW}$$



2. 雷诺类似律

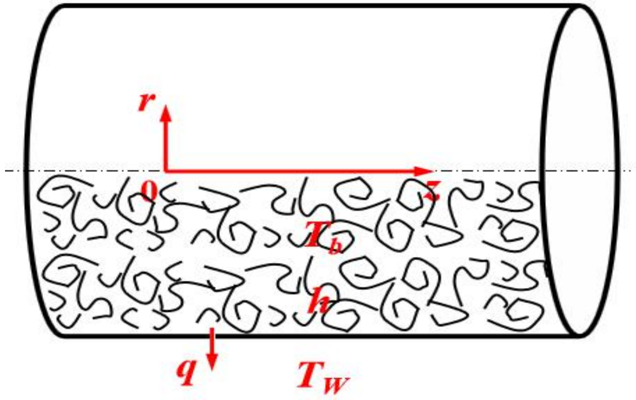
雷诺最早指出，动量与热量传递的类似性，通过简单类比可建立传热系数和摩擦系数间的定量关系。

$$\frac{f}{2}=\frac{h}{\rho C_{p}U}$$

描述圆管湍流对流传热的牛顿冷却定律:

$$q=\frac{Q}{A}=h\left(T_b-T_W\right)=\frac{h}{C_p}C_p\left(T_b-T_W\right)=WC_p\left(T_b-T_W\right)$$

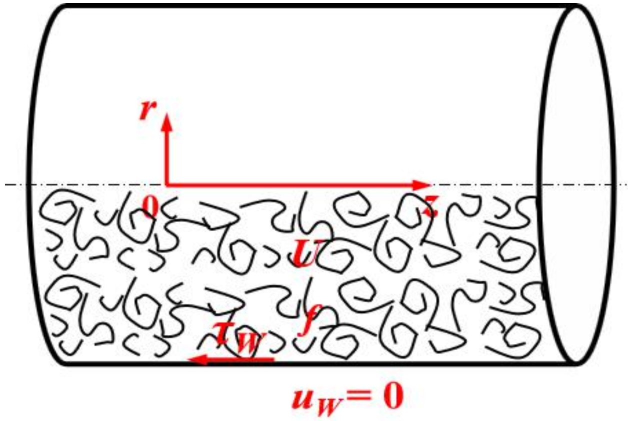
$$W=\frac{h}{C_p}$$



描述圆管湍流壁面剪切应力的表达式:

$$\tau_W=f\frac{1}{2}\rho U^2=f\frac{1}{2}\rho U\left(U-0\right)=W\left(U-u_W\right)$$

$$W=f\frac{1}{2}\rho U$$



有：$$W = f\frac{1}{2}\rho U = \frac{h}{C_p}$$

即：$$\frac{f}{2} = \frac{h}{\rho C_p U}$$

定义：$$St = \frac{h}{\rho C_p U} = \frac{Nu}{Re\,Pr}$$

雷诺类似律：$$St = \frac{f}{2} = \frac{h}{\rho C_p U}$$

雷诺类似律把整个湍流边界层简化为单层湍流核心区结构，适用于$Pr = 1$。

描述圆管湍流对流传质的对流传质模型：

$$N_A = k_c^0\left(C_{Ab} - C_{AW}\right) = V\left(C_{Ab} - C_{AW}\right) = \frac{W}{\rho}\left(C_{Ab} - C_{AW}\right)$$

$$k_c^0 = \frac{W}{\rho} \qquad W = \rho k_c^0$$

已知： $W = f\frac{1}{2}\rho U = \frac{h}{C_p}$ **有：** $W = f\frac{1}{2}\rho U = \frac{h}{C_p} = \rho k_c^0$

雷诺类似律: $St = \frac{f}{2} = \frac{h}{\rho C_p U} = \frac{k_c^0}{U}$