DOI: 10.7631/issn.1000-2243.18228
文章编号: 1000-2243(2019)02-0173-07

对冲基金分布复制模型的协方差估计与算法实现

孙慧萍, 王美清, 洪倩颖

(福州大学数学与计算机科学学院, 福建 福州 350108)

摘要: 针对对冲基金分布复制模型在计算过程中采用指数加权移动平均方法来估计协方差, 存在计算量大以及完全依赖样本的问题, 使用基于因子估计和基于收缩的协方差估计方法进行计算, 并引入预处理技术消除金融数据噪声的影响. 实证分析表明, 因子模型在样本数较少的情况下并没有体现出降维优势, 而运用收缩的协方差矩阵估计, 所获得的复制策略的单位风险价格在这三种方法中是最高的.

关键词: 对冲基金; 分布复制; 协方差估计; 金融数据去噪

中图分类号: O212.4; F830.59　　文献标识码: A

Covariance estimation and algorithm implementation of hedge fund distributional-replicating approach

SUN Huiping, WANG Meiqing, HONG Qianying

(College of Mathematics and Computer Science, Fuzhou University, Fuzhou, Fujian 350108, China)

Abstract: The hedge fund distribution replication model uses the exponentially weighted moving average method, which has heavy calculation burden and totally depends on samples, to estimate the covariance in the calculation process. This paper uses the factor based estimator and the shrinkage based estimator to estimate the covariance, and introduces the preprocessing technology to eliminate the influence of financial data noise. Empirical analysis shows that the factor based covariance estimation does not show advantages on dimension reduction when the number of samples is small, while the shrinkage based covariance estimation has the highest price of risk obtained by replication strategy.

Keywords: hedge fund; replication distributions; covariance estimate; financial data denoising

0 引言

对冲基金充分利用金融衍生品的杠杆效应, 追求高收益, 是众多投资者喜爱的投资模式[1]. 近年来, 随着母基金(fund of funds)的出现, 对冲基金复制策略[2]成为均值-方差模型的一类有效补充, 受到了基金业界人士的关注. 分布复制法是对冲基金复制技术之一, 文献[3]于 2003 年首次尝试这一复制方法. 文献[4]应用基于 copula 的动态复制策略, 选择传统金融资产的期货合约作为复制工具提出基于投资者现有投资组合的依赖结构的分布复制法. 在此基础上, 文献[5]提出改进, 在不完全市场中利用期权的对冲策略方法构造动态投资组合. 文献[6]在 Papageorgiou 模型的基础上, 提出了满足初始投入最小的动态投资组合策略的分布复制法.

金融回报的协方差矩阵估计在资产配置的过程中具有十分重要的位置. 经典的估计方法有基于因子模型[7]、基于收缩模型[8]、指数移动加权平均等估计方法. 而随着近些年高频交易的深入研究和发展, 协方差矩阵估计也迎来了新的挑战. 文献[9]构造了一种方便计算的综合协方差矩阵的非线性收缩估计量. 文献[10]提出了一种基于金融回报是多元时间序列的协方差矩阵的估计方法, 针对非同步交易以及微观结构噪音污染, 文献[11]提出了一个不假设资产综合协方差矩阵具有特殊结构的非参数特征值正则化的

收稿日期: 2018-06-15
通讯作者: 王美清(1967-), 教授, 主要从事数值计算技术、图像处理等方面研究, mqwang@fzu.edu.cn
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11771084); 福建省自然科学基金资助项目(2017J01555)

综合协方差矩阵估计量(nonparametrically eigenvalue-regularized integrated covariance matrix estimator, NERIVE).

本研究主要讨论在 Takahashi 模型[6]中波动率矩阵的计算过程中，如何确定协方差矩阵. 采用基于因子模型的估计方法和基于收缩模型的估计方法来替代指数移动加权平均法. 另外，考虑到金融数据具有噪声，本研究对市场数据进行了去噪预处理[12].

1 Takahashi 模型

假设金融市场是一个完全市场，具有 n 维标准布朗运动 $W_t = (W_t^1, \cdots, W_t^n)'$, $0 \leqslant t \leqslant T$. S^0 为无风险资产，$S^i(i = 1, \cdots, n)$ 为风险资产，在某一时刻 t，这 $n+1$ 种资产价格 $\{S_t^i\}$ 满足:

$$\begin{cases} \mathrm{d}S_t^i = \mu_t^i S_t^i \mathrm{d}t + \sum_{j=1}^{i} \sigma_t^{ij} S_t^i \mathrm{d}W_t^j \\ \mathrm{d}S_t^0 = r_t S_t^0 \mathrm{d}t \qquad (i = 1, \cdots, n) \end{cases} \tag{1}$$

令 $\boldsymbol{S}_t = (S_t^1, \cdots, S_t^n)'$ 表示风险资产在 t 时刻的价格向量，$\boldsymbol{\mu}_t = (\mu_t^1, \cdots, \mu_t^n)'$ 表示 t 时刻的漂移率向量，$\boldsymbol{I} = (1, \cdots, 1)'$ 表示单位向量. 波动率矩阵 $\boldsymbol{\sigma}_t$ 为下三角矩阵:

$$\boldsymbol{\sigma}_t = \begin{bmatrix} \sigma_t^{11} & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ \sigma_t^{n1} & \cdots & \sigma_t^{nn} \end{bmatrix} \tag{2}$$

若 $\boldsymbol{\sigma}_t$ 可逆，那么存在唯一的风险市场价格 $\boldsymbol{\theta}_t$ 和唯一的状态价格密度过程 H_t

$$\begin{cases} \boldsymbol{\theta}_t = \sigma_t^{-1}(\boldsymbol{\mu}_t - r_t \boldsymbol{I}) \\ H_t = \exp\left\{ -\int_0^t r_u \mathrm{d}u - \frac{1}{2}\int_0^t \|\boldsymbol{\theta}_u\|^2 \mathrm{d}u - \int_0^t \boldsymbol{\theta}_u' \mathrm{d}\boldsymbol{W}_u \right\} \end{cases} \tag{3}$$

令 $\pi_t^i(i = 0, \cdots, n)$ 表示 t 时刻在资产 i 上投入的金额. $\boldsymbol{\pi}_t = (\pi_t^1, \cdots, \pi_t^n)'$ 表示 t 时刻风险资产的价格向量，即风险资产的动态投资组合. x 为初始投入金额，投资组合在时刻 t 的回报为 X_t. 假设投资过程满足自融资(self - financing)交易过程，即在任意的 t 时刻，X_t 满足

$$\begin{cases} X_t = \pi_t^0 + \boldsymbol{\pi}_t' \boldsymbol{I} \\ \mathrm{d}X_t = r_t X_t \mathrm{d}t + \boldsymbol{\pi}_t'(\boldsymbol{\mu}_t - r_t \boldsymbol{I})\mathrm{d}t + \boldsymbol{\pi}_t' \boldsymbol{\sigma}_t \mathrm{d}\boldsymbol{W}_t \end{cases} \tag{4}$$

文献[13]提出当末端资产分配的权重是关于状态价格密度的减函数时，$x = E[H_T X]$ 将得到最小值，其中 E 为期望函数. 因此给定末端回报的分布函数，可以通过复制该分布使得初始投入最小，从而达到收益最大.

假设 ξ 是具有给定目标分布函数 F_ξ 的随机变量; L_t 是如下定义的随机变量:

$$L_t = -\ln H_t = \int_0^t r_u \mathrm{d}u + \frac{1}{2}\int_0^t \|\boldsymbol{\theta}_u\|^2 \mathrm{d}u + \int_0^t \boldsymbol{\theta}_u' \mathrm{d}\boldsymbol{W}_u \tag{5}$$

F_{L_T} 是 L_T 的分布函数，且 F_{L_T} 可逆. Takahashi 模型[6]证明了当末端回报随机变量 X 定义如下时，与 ξ 同分布:

$$X = f(L_T), \quad f(l) = F_\xi^{-1}(F_{L_T}(l)) \tag{6}$$

因为 $F_\xi^{-1}(\cdot)$ 和 $F_{L_T}(\cdot)$ 都是增函数，所以回报函数 X 是关于 L_T 的增函数，而 L_T 是关于 H_T 的减函数，所以回报函数 X 是关于 H_T 的减函数.

当 r、μ 和 σ 是关于时间 t 的确定函数时，参考文献[6]给出了如下定理.

定理 1 假设 r、μ 和 σ 是关于时间 t 的确定函数，则在完全市场中，公式(4) ~ (5)给出的末端回报 $f(L_T)$ 对应生成的动态投资组合可以表示为:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\pi}_t = \boldsymbol{\sigma}'(t)^{-1} \phi_t \\ \phi_t = \dfrac{\boldsymbol{\theta}_t}{H_t} E[H_T f'(L_T)] \end{cases} \tag{7}$$

2　分布复制投资组合模型计算

式(7) 给出了由分布复制法确定的动态投资组合计算公式. 实际计算时,需要确定随机向量 θ_t，H_t，L_T，以及函数 $f(\cdot)$. 风险市场价格 θ_t 与状态价格密度过程 H_t 可以通过式(3) 计算获得，L_t 与 $f(\cdot)$ 分别由式(5) 与式(6) 给出，其中 F_ξ 为待复制策略分布，$F_{(L_T)}$ 与 H_t 相关. 所以动态投资组合的计算最终归结为 r_t，$\boldsymbol{\mu}_t$ 与 $\boldsymbol{\sigma}_t$ 三个参数的计算. 其中无风险利率 r_t 可以直接从市场中获得，因此只要再确定漂移率 $\boldsymbol{\mu}_t$ 与波动率 $\boldsymbol{\sigma}_t$ 即可.

2.1　样本协方差矩阵

定义风险资产 i 在时刻 $t(d)$ 的日对数收益率:

$$R_t^i = \ln\left(\frac{S_t^i}{S_{t-1}^i}\right) = \ln S_t^i - \ln S_{t-1}^i \tag{8}$$

用 $\boldsymbol{R}_{t-m,t}^i$ 表示资产 i 从时刻 $t-m$ 到时刻 t 的日对数收益率向量. 用对数收益率的方差表示风险:

$$\mathrm{var}(R_t^i) = E(\boldsymbol{R}_{t-m,t}^i - E(\boldsymbol{R}_{t-m,t}^i))^2 \tag{9}$$

而多风险资产的风险，通常用样本协方差矩阵 $\boldsymbol{\Sigma}_t = (\Sigma_t^{ij})_{n\times n}$ 表示:

$$\begin{aligned}\Sigma_t^{ij} &= \mathrm{cov}(\boldsymbol{R}_{t-m,t}^i, \boldsymbol{R}_{t-m,t}^j) \\ &= E\left[(\boldsymbol{R}_{t-m,t}^i - E(\boldsymbol{R}_{t-m,t}^i))(\boldsymbol{R}_{t-m,t}^j - E(\boldsymbol{R}_{t-m,t}^j))\right]\end{aligned} \tag{10}$$

显然，协方差矩阵的对角元就是对应资产的方差，即 $\Sigma_t^{ii} = \mathrm{var}(R_t^i)$.

2.2　指数加权移动平均

假设$\{x_t\}$是一个时间序列，指数加权移动平均方法(exponentially weighted moving average，EWMA) 通过计算一个平均值序列$\{S_t\}$来分析时间序列数据的特点. 如果时间窗口为 m，则计算公式为:

$$S_t = \frac{1-\lambda}{1-\lambda^{m+1}}\sum_{k=0}^{m}\lambda^k x_{t-k} \tag{11}$$

其中，$0<\lambda\leqslant 1$ 表示衰退系数. 衰退系数越小，则靠近 t 时刻的收益值权重越大.

2.3　波动率矩阵与漂移率

可以证明，满足式(2) 的波动率矩阵 $\boldsymbol{\sigma}_t = (\sigma_t^{ik})_{n\times n}$ 与协方差矩阵 $\boldsymbol{\Sigma}_t$ 之间满足 $\boldsymbol{\Sigma}_t = \boldsymbol{\sigma}_t\boldsymbol{\sigma}_t'$ 的关系. 因此，利用协方差矩阵 $\boldsymbol{\Sigma}_t$ 可以计算出波动率矩阵 $\boldsymbol{\sigma}_t = (\sigma_t^{ik})_{n\times n}$:

$$\begin{cases}\sigma_t^{11} = \sqrt{\Sigma_t^{11}}, \quad \sigma_t^{i1} = \dfrac{\Sigma_t^{i1}}{\sigma_t^{11}} \quad (i = 2, \cdots, n) \\[2ex] \sigma_t^{ij} = \dfrac{\Sigma_t^{ij} - \sum\limits_{k=1}^{j-1}\sigma_t^{ik}\sigma_t^{jk}}{\sigma_t^{jj}} \quad (j = 2, \cdots, n;\ i = j, \cdots, n)\end{cases} \tag{12}$$

根据风险资产 i 的日对数收益率序列，设定时间窗口为 m，利用上述的指数加权移动平均法可以获得漂移率 μ_t^i 的计算公式:

$$\mu_t^i = \frac{1-\lambda}{1-\lambda^{m+1}}\sum_{k=0}^{m}\lambda^k R_{t-k}^i + \frac{(\sigma_t^{ii})^2}{2} = \frac{1-\lambda}{1-\lambda^{m+1}}\sum_{k=0}^{m}\lambda^k R_{t-k}^i + \frac{\Sigma_t^{ii}}{2} \tag{13}$$

3　协方差矩阵估计

对协方差矩阵进行估计，一方面可以减小噪声对波动率矩阵的影响，另一方面可以避免由矩阵奇异对求逆造成的影响.

参考文献[6] 直接采用指数加权移动平均法来估计协方差矩阵:

$$\boldsymbol{\Sigma}_t^{\mathrm{EWMA}} = \begin{bmatrix}\Sigma_t^{11} & \cdots & \Sigma_t^{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ \Sigma_t^{n1} & \cdots & \Sigma_t^{nn}\end{bmatrix} \tag{14}$$

$$\begin{cases} \Sigma_t^{ii} = \dfrac{1-\lambda}{1-\lambda^{m+1}} \sum_{k=0}^{m} \lambda^k (R_{t-k}^i)^2 \\ \Sigma_t^{ij} = \dfrac{1-\lambda}{1-\lambda^{m+1}} \sum_{k=0}^{m} \lambda^k R_{t-k}^i R_{t-k}^j \end{cases} \tag{15}$$

然而指数移动加权平均法完全依赖样本数据，且如果样本过多，则计算量大. 本研究采用基于因子模型的估计方法和基于收缩模型的估计方法来替代指数移动加权平均法. 从而减少数据的维数，并降低估计误差. 基于收缩模型的估计方法，将用户预定义的一个矩阵和利用式(10)计算的协方差做线性组合，以减少样本协方差的估计误差.

3.1 基于因子模型估计

因子模型可以通过给协方差矩阵定义一定的结构，从而减少数据维数，通常可以分为单因子模型与多因子模型.为了简便起见，本研究仅考虑单因子的市场模型:

$$R_t^i = \alpha^i + \beta^i \cdot R_t^{\text{market}} + \varepsilon_t^i \tag{16}$$

其中: 参数 $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha^i)_{i=1}^n$ 与 $\boldsymbol{\beta} = (\beta^i)_{i=1}^n$ 分别为 n 维截距向量与因子载入向量; $\boldsymbol{\varepsilon}_t = (\varepsilon_t^i)_{i=1}^n$ 为特殊的 n 维残差向量满足有对角的协方差矩阵 $\boldsymbol{\Delta}$; R_t^{market} 表示涉及资产的市场指标的回报. 假设残差是独立且正态分布的，则协方差矩阵为:

$$\boldsymbol{\Sigma}_t^{(1)} = \sigma_{\text{market}}^2 \boldsymbol{\beta\beta}' + \boldsymbol{\Delta} \tag{17}$$

其中: $\sigma_{\text{market}}^2 = \text{var}(R_t^{\text{market}})$.

若此时直接将 $\boldsymbol{\beta}$ 与 $\boldsymbol{\Delta}$ 的最小二乘估计 $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ 与 $\hat{\boldsymbol{\Delta}}$ 代入上式，则得到的 $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_t^{(1)}$ 并不是 $\boldsymbol{\Sigma}_t^{(1)}$ 的无偏估计. 因此考虑在正态分布下 $\boldsymbol{\beta}$ 与 $\boldsymbol{\Delta}$ 的最小二乘估计是独立的，并定义 $\hat{\sigma}_{\text{market}}^2$ 是 σ_{market}^2 的无偏估计，可以得到协方差矩阵的偏差调整后的估计量:

$$\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_t^{(1)} = \hat{\sigma}_m^2 \hat{\boldsymbol{\beta}}\hat{\boldsymbol{\beta}}' + \frac{T-2}{T-1} \cdot \tilde{\boldsymbol{\Delta}} \tag{18}$$

其中: T 为风险资产回报 R_t 的时间长度.

3.2 基于收缩模型估计

虽然样本协方差矩阵 Σ_t 是协方差的一个无偏估计，但是当风险资产个数 n 较大时，经常是病态的. 因此基于收缩模型的估计方法考虑一个用户预先给定，且一般是良态的协方差的估计值 M 为初始值，通过与样本协方差线性组合向协方差矩阵收缩:

$$\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_t^{\text{shrink}} = (1-\rho) \boldsymbol{\Sigma}_t + \rho \boldsymbol{M} \tag{19}$$

其中: ρ 表示收缩强度.

参考文献[8]证明了在资产回报 R_t 是正态独立同分布的假设下，式(19)及其中的收缩强度 ρ 可以用如下公式计算:

$$\begin{cases} \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_t^{(2)} = (1-\rho) \boldsymbol{\Sigma}_t + \rho \cdot \dfrac{\text{tr}\boldsymbol{\Sigma}_t}{n} \cdot \boldsymbol{Id}_n \\ \rho = \min\left\{ \dfrac{\left(1-\dfrac{2}{n}\right) \text{tr}(\boldsymbol{\Sigma}_t^2) + (\text{tr}\boldsymbol{\Sigma}_t)^2}{\left(T-\dfrac{2}{n}\right) \cdot \left[\text{tr}(\boldsymbol{\Sigma}_t^2) - \dfrac{(\text{tr}\,\boldsymbol{\Sigma}_t)^2}{n}\right]}, 1 \right\} \end{cases} \tag{20}$$

其中: n 为风险资产的个数; T 为 R_t 的时间长度; $\boldsymbol{Id}_n$ 为 n 维单位矩阵; tr 表示矩阵的迹.

4 算法实现

4.1 数据预处理

金融数据通常包含噪声，具有复杂的不规则结构，因此，在进行金融数据挖掘之前，需要进行去噪处理来清洗数据. 以获得更加准确的结果. 本研究使用修剪过的均值滤波器[12]，这个滤波器本质上是一个均

值滤波器，其不同之处在于，先对数据 X_t 的一个滤波窗口大小为 N 的子集进行排序，然后对得到的顺序统计量 $R_{(1)}$，…，$R_{(N)}$ 进行修剪，去掉 r 个最小的和 s 个最大的顺序统计量，则可以得到 (r, s) – 修剪过的均值滤波器：

$$\hat{R}_t = \frac{1}{(N - r - s)} \sum_{i=r+1}^{N-s} R_{(i)} \tag{21}$$

4.2 算法

基于分布复制的动态投资组合算法具体描述如下：

1）从市场上获取目标基金的归一化收盘价 $\{S_t^Y\}$ 与用来进行复制的资产的归一化收盘价 $\{S_t^i\}$，$i = 1, \cdots, n$，以及无风险资产的收益率 $\{r_t\}$.

2）根据式（8）计算出对应的目标基金的日对数收益率 $\{R_t^Y\}$ 与进行复制的资产的日对数收益率 $\{R_t^i\}$，$i = 1, \cdots, n$，并使用式（21）进行去噪处理获得 $\{\hat{R}_t^Y\}$ 与 $\{\hat{R}_t^i\}$，$i = 1, \cdots, n$. 然后分别代入式（13）求得对应的漂移率 $\{\mu_t^Y\}$ 与 $\{\mu_t^i\}$，$i = 1, \cdots, n$，以及代入式（18）或者式（20）求得对应的协方差矩阵估计值 $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_t$.

3）将协方差矩阵估计值 $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_t$ 代入式（12）求出波动率矩阵 $\boldsymbol{\sigma}_t$. 并将无风险资产的收益率 r_t，目标基金的漂移率 $\{\mu_t^Y\}$，以及复制资产波动率矩阵 $\boldsymbol{\sigma}_t$ 代入式（3）求出风险市场价格 $\boldsymbol{\theta}_t$.

4）将风险市场价格 $\boldsymbol{\theta}_t$ 代入式（3），得到状态价格密度过程 H_t；代入式（5），可以得到 L_t.

5）将 $\boldsymbol{\theta}_t$，H_t，L_t，代入式（7）可以得到 ϕ_t，式（7）中的 $f(L_T)$ 可以根据式（6）求得，在本研究中，F_{L_T} 与 F_ξ 都假设是正态分布.

6）将 ϕ_t 与波动率矩阵 $\boldsymbol{\sigma}_t$ 代入式（11），可以得到动态投资组合 $\boldsymbol{\pi}_t$.

7）根据动态投资组合 $\boldsymbol{\pi}_t$ 在 0 时刻的值，可以得到投资无风险资产的份额，从而得到整个复制过程中复制策略的价值 $\{S_t^X\}$.

5 实证与分析

本研究使用道琼斯瑞士信贷对冲基金指数作为对冲基金的表现，可以从其主页上下载每月的数据. 同时，本研究使用美元兑日元汇率（USD/JPY）和日元黄金（GOLD）作为复制对冲基金指数的工具，选择 S&P 500 期货合约作为基于因子模型估计的市场指标.

5.1 误差分析指标

本研究从目标资产的价值 $\{S_t^Y\}$ 和复制策略的价值 $\{S_t^X\}$ 之间的均方误差（mean-square error，MSE）判断两者之间的差异程度，并且对比两者对应的对数收益率 $\{R_t^Y\}$ 与 $\{R_t^X\}$ 的均值（mean）、标准差（std）、偏度（skewness）、峰度（kurtosis）以及单位风险价格（price of risk）：

$$\mathrm{MSE} = \sqrt{\frac{1}{T+1} \sum_{i=1}^{T+1} (S_i^Y - S_i^X)^2}$$

$$\mathrm{mean}(R_t^Y) = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^{T} R_i^Y$$

$$\mathrm{std}(R_t^Y) = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{i=1}^{T} (R_i^Y - \mathrm{mean}(R_t^Y))^2}$$

$$\mathrm{skew}(R_t^Y) = \frac{\frac{1}{T} \sum_{i=1}^{T} (R_i^Y - \mathrm{mean}(R_t^Y))^3}{\mathrm{std}(R_t^Y)^3}$$

$$\mathrm{kurt}(R_t^Y) = \frac{\frac{1}{T} \sum_{i=1}^{T} (R_i^Y - \mathrm{mean}(R_t^Y))^4}{\mathrm{std}(R_t^Y)^4}$$

$$\text{riskprice}(R_t^Y) = \frac{\text{mean}(R_t^Y) - \text{mean}(r_t)}{\text{std}(R_t^Y)}$$

5.2 实验结果对比与分析

首先，本研究在未经去噪处理和经过去噪处理的情况下，分别对比了不同协方差矩阵估计方法下，2006 年 1 月 3 日到 2007 年 1 月 3 日目标资产与复制策略之间的均方误差以及对数收益率的分布情况，如表 1～2 所示. 其中，由于目标资产只有月度数据，因此根据其均值方差以及 Black-Shores 模型，给出其可能的资产增长情况. 而去噪处理过程中，本研究使用的滤波窗口 $N=7$，在每个窗口内，去掉 1 个最小的和 1 个最大的顺序统计量.

对比表 1～2，可以观察到经过去噪处理后，再进行对冲基金复制，获得的复制策略的波动率(即对数收益率的标准差)比没有经过去噪更小，这表明去噪后的复制策略，所含的风险更小. 另外，单独观察表 1 或者表 2，均可发现运用了 $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_t^{(2)}$，即基于收缩的协方差矩阵估计方法的复制策略，在所有协方差估计的复制方法中拥有最高的平均日对数收益率和最低的标准差，这表明了基于收缩的协方差矩阵估计的复制策略拥有最高的单位风险价格.

表 1 未经去噪处理目标资产与不同方差估计模型下复制策略比较

Tab.1 Comparison of target assets and replication strategies of different variance estimation models without denoising

	项目	目标资产	复制策略				项目	目标资产	复制策略		
			$\boldsymbol{\Sigma}_t^{\text{EWMA}}$	$\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_t^{(1)}$	$\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_t^{(2)}$				$\boldsymbol{\Sigma}_t^{\text{EWMA}}$	$\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_t^{(1)}$	$\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_t^{(2)}$
实验 1	mean/%	0.021	0.008	0.007	0.009	实验 3	mean/%	0.024	0.008	0.007	0.010
	std/%	0.242	0.019	0.027	0.013		std/%	0.244	0.029	0.042	0.021
	skew	−0.118	0.087	−0.134	−0.075		skew	−0.114	0.087	−0.134	−0.076
	kurt	3.619	2.509	3.707	5.461		kurt	2.980	2.513	3.714	5.465
	MSE	—	0.017	0.018	0.017		MSE	—	0.026	0.027	0.025
实验 2	mean/%	0.008	0.008	0.007	0.009	实验 4	mean/%	0.009	0.008	0.007	0.009
	std/%	0.241	0.018	0.027	0.013		std/%	0.236	0.014	0.021	0.010
	skew	−0.114	0.087	−0.133	−0.075		skew	0.131	0.088	−0.133	−0.075
	kurt	2.653	2.509	3.707	5.461		kurt	2.945	2.507	3.704	5.460
	MSE	—	0.008	0.007	0.008		MSE	—	0.006	0.006	0.006

表 2 去噪处理后目标资产与不同方差估计模型下复制策略比较

Tab.2 Comparison of target assets and replication strategies of different variance estimation models with denoising

	项目	目标资产	复制策略				项目	目标资产	复制策略		
			$\boldsymbol{\Sigma}_t^{\text{EWMA}}$	$\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_t^{(1)}$	$\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_t^{(2)}$				$\boldsymbol{\Sigma}_t^{\text{EWMA}}$	$\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_t^{(1)}$	$\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_t^{(2)}$
实验 1	mean/%	0.011	0.008	0.007	0.009	实验 3	mean/%	0.015	0.008	0.007	0.009
	std/%	0.079	0.015	0.022	0.011		std/%	0.077	0.016	0.022	0.011
	skew	0.164	0.095	−0.124	−0.068		skew	0.095	0.095	−0.124	−0.068
	kurt	3.145	2.447	3.613	5.380		kurt	3.386	2.447	3.613	5.380
	MSE	—	0.004	0.005	0.004		MSE	—	0.006	0.006	0.005
实验 2	mean/%	0.014	0.008	0.007	0.009	实验 4	mean/%	0.013	0.008	0.007	0.009
	std/%	0.075	0.015	0.021	0.010		std/%	0.080	0.014	0.021	0.010
	skew	0.232	0.095	−0.124	−0.068		skew	0.182	0.095	−0.124	−0.068
	kurt	3.142	2.447	3.613	5.380		kurt	2.855	2.447	3.612	5.380
	MSE	—	0.008	0.009	0.008		MSE	—	0.006	0.007	0.005

6 结论

本研究基于 Takahashi 的初始投入最小的分布复制模型，研究了对资产价格进行去噪处理，以及对对数收益率的协方差矩阵进行不同的估计，所对应的复制策略的资产分布以及与对应目标资产的比较. 经过实证分析可以发现，经过去噪处理后的复制策略，一般所含的风险更小. 在三种不同的协方差矩阵估计方法中，由于复制的资产个数并不多，因此因子模型并没有体现出在降维方面优势，则对应得到的复制策略对比使用指数加权移动平均估计协方差的复制策略并没有更高单位风险价格；而运用收缩的协方差矩阵估计，所获得的复制策略的单位风险价格明显高于使用指数加权移动平均估计协方差的复制策略.

参考文献：

[1] 王一鸣，王建卫. 对冲基金理论与实务 [M]. 北京：中国发展出版社，2013.

[2] FUNG W，HSIEH D A. The risk in hedge fund strategies：alternative alphas and alternative betas [M]. London：Euromoney Institutional Investor PLC，2003：72-87.

[3] AMIN G S，KAT H M. Hedge fund performance 1990—2000：do the "money machines" really add value? [J]. Journal of Financial and Quantitative Analysis，2003，38(2)：251-274.

[4] KAT H M，PALARO H P. Who needs hedge funds? a copula-based approach to hedge fund return replication [R]. London：Cass Business School，2005.

[5] PAPAGEORGIOU N A，REMILLARD B，HOCQUARD A. Replicating the properties of hedge fund returns [J]. Journal of Alternative Investments，2008，11(2)：8-38.

[6] TAKAHASHI A，KYO Y. Generating a target payoff distribution with the cheapest dynamic portfolio：an application to hedge fund replication [J]. Quantitative Finance，2013，13(10)：1559-1573.

[7] CHAMBERLAIN G，ROTHSCHILD M. Arbitrage，factor structure and mean-variance analysis in large asset markets [J]. Econometrica，1983，51(5)：1305-1324.

[8] CHEN Y，WIESEL A，ELDAR Y C，*et al*. Shrinkage algorithms for MMSE covariance estimation [J]. IEEE Transactions on Signal Processing，2010，58(10)：5016-5029.

[9] LIU C，XIA N，YU J. Shrinkage estimation of covariance matrix for portfolio choice with high frequency data [R]. Singapore City：Singapore Management University，2016.

[10] PAPAILIAS F，THOMAKOS D D. Covariance averaging for improved estimation and portfolio allocation [J]. Financial Markets and Portfolio Management，2015，29(1)：31-59.

[11] LAM C，HU C. Nonlinear shrinkage estimation of large integrated covariance matrix [J]. Biometrika，2017，104(2)：481-488.

[12] MEINL T，SUN E W. Handbook of financial econometrics and statistics [M]. Berlin：Springer，2014：519-538.

[13] DYBVIG P H. Distributional analysis of portfolio choice [J]. Journal of Business，1988，61(3)：369-393.

（责任编辑：林晓）