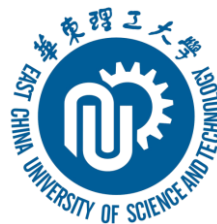


# Theoretical Mechanics

## 第二章和第三章 (3)

### 平面力系的简化和平衡

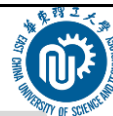


## 十四、平面力系简单例题

### 1、平面汇交力系平衡方程的应用

$$\left. \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{array} \right\}$$

- 两个独立的平衡方程，每个平面汇交力系可解两个未知量



第8版例2-2(第7版例2-3): 重物 $P=20\text{kN}$ , 用钢丝绳挂在支架的滑轮B上, 绳的另一端缠绕在绞车D上。杆AB与BC铰接, 并以铰链A、C与墙连接。不计两杆和滑轮的自重, 忽略摩擦和滑轮的大小, 试求平衡时杆AB与BC所受的力。

解: 1、选取对象: 滑轮B(带销钉)  
2、画受力图;  
3、列方程, 建坐标系, 解未知量:

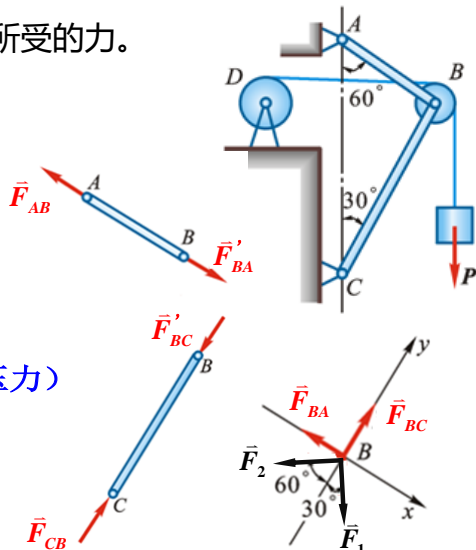
$$(F_1 = F_2 = P)$$

$$\sum F_x = 0, -F_{BA} + F_1 \cos 60^\circ - F_2 \cos 30^\circ = 0$$

$$\Rightarrow F_{BA} = -0.366P = -7.32\text{N} \quad (\text{负号说明AB杆实际受压力})$$

$$\sum F_y = 0, F_{BC} - F_1 \cos 30^\circ - F_2 \cos 60^\circ = 0$$

$$\Rightarrow F_{BC} = 1.366P = 27.32\text{N}$$



例(同“第8版习2-7”): 压紧机构: 压力缸直径 $D=120\text{mm}$ , 压力 $p=600 \times 10^4 \text{N/m}^2$ , 求:  $\alpha=30^\circ$  平衡时滑块C上产生的压紧力 $Q$ 。

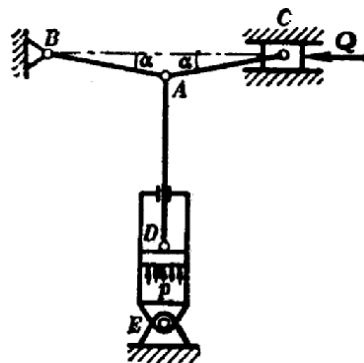
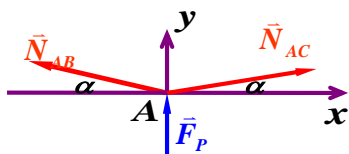
解: 分析系统, 知AB、AC、AD均为二力杆。设杆AB和杆AC都受拉力

1、销钉A: 受力如图

$$\left. \begin{aligned} \sum F_x = 0, \quad N_{AC} \cos \alpha - N_{AB} \cos \alpha &= 0 \\ \sum F_y = 0, \quad N_{AB} \sin \alpha + N_{AC} \sin \alpha + F_P &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow N_{AC} = N_{AB} = -\frac{p \pi (D/2)^2}{2 \sin \alpha}$$

$$\text{得: } N_{AC} = N_{AB} = -6.79 \times 10^4 \text{N}$$

(负号表示杆的真实受力为压力)……(1)



例：求： $\alpha=30^\circ$  平衡时滑块C上产生的压紧力Q。

前已求得： $N_{AC}=N_{AB}=-6.79 \times 10^4 \text{ N}$ （负号表示杆的真实受力为压力）…(1)

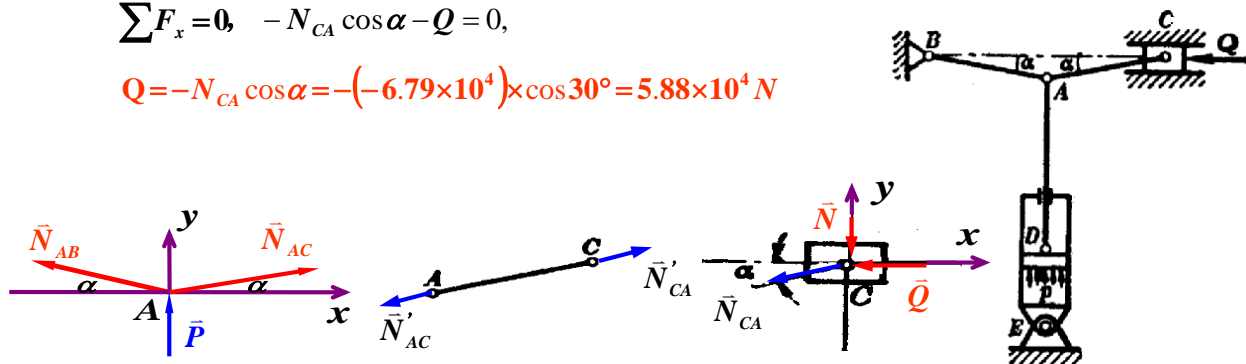
2、杆AC：受力如图。      作用与反作用力： $\vec{N}_{AC} = -\vec{N}'_{AC}$  且  $N_{AC} = N_{AC} = -6.79 \times 10^4 \text{ N}$

AC的平衡： $\vec{N}_{AC} + \vec{N}'_{CA} = \vec{0}$ ，即： $\vec{N}_{AC} = -\vec{N}'_{CA}$  且  $N_{CA} = N_{AC} = -6.79 \times 10^4 \text{ N}$

3、滑块C：受力如图。      作用与反作用力： $\vec{N}_{CA} = -\vec{N}'_{CA}$  且  $N_{CA} = N_{CA} = -6.79 \times 10^4 \text{ N}$

$$\sum F_x = 0, \quad -N_{CA} \cos \alpha - Q = 0,$$

$$Q = -N_{CA} \cos \alpha = -(-6.79 \times 10^4) \times \cos 30^\circ = 5.88 \times 10^4 \text{ N}$$

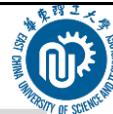


## 十四、平面力系简单例题

### 2、平面力偶系平衡方程的应用

$$\sum M = 0$$

- 一个独立的平衡方程，每个平面力偶系可解一个未知量



例(第8版习2-14): 如图, 已知  $M = 40 \text{ kN}\cdot\text{m}$ , 不计自重及摩擦, 求: 支座A、B处的约束力和杆EC所受的力。

解: 1、整体: 受力见图

$$\sum M = 0, F_{NA} \cdot AB \cdot \cos 30^\circ - M = 0$$

$$F_{NA} = F_B = 20\sqrt{3}/3 \text{ kN} \approx 11.55 \text{ kN}$$

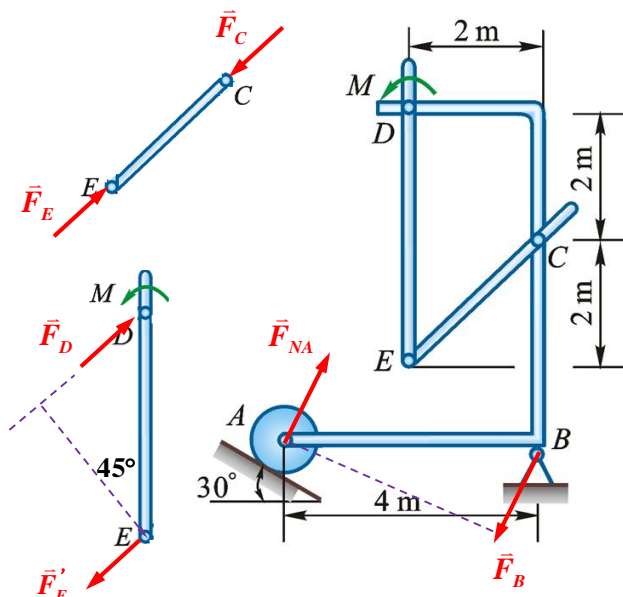
2、杆EC: 受力如图

3、杆DE: 受力如图

$$\sum M = 0, F_C \cdot CD \cdot \cos 45^\circ - M = 0$$

$$F'_E = F_C = \frac{M}{DE \cdot \cos 45^\circ} = 10\sqrt{2} \text{ kN} \approx 14.14 \text{ kN}$$

故杆ED受力为  $14.14 \text{ kN}$  (压力)



## 十四、平面力系简单例题

3、平面任意力系平衡方程的应用:

$$\left. \begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ \sum F_y &= 0 \\ \sum M_o(\vec{F}) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{基本式})$$

- 三个独立的平衡方程, 每个平面任意力系可解三个未知量

## 十四、平面力系简单例题

### 3、平面任意力系平衡方程的应用：

● **二矩式：**

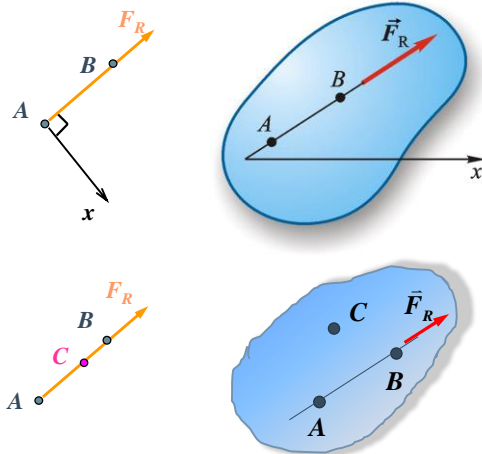
$$\left. \begin{aligned} \sum M_A(\vec{F}) &= 0 \\ \sum M_B(\vec{F}) &= 0 \\ \sum F_x &= 0 \end{aligned} \right\}$$

限制条件：A、B连线不能与x轴垂直

● **三矩式：**

$$\left. \begin{aligned} \sum M_A(\vec{F}) &= 0 \\ \sum M_B(\vec{F}) &= 0 \\ \sum M_C(\vec{F}) &= 0 \end{aligned} \right\}$$

限制条件：A、B、C三点不能共线



第8版P45例2-8(第7版P46例2-9)

已知：P, q, a, M = Pa。

求：支座A, B处的约束力。

解：取梁AB，画受力图。

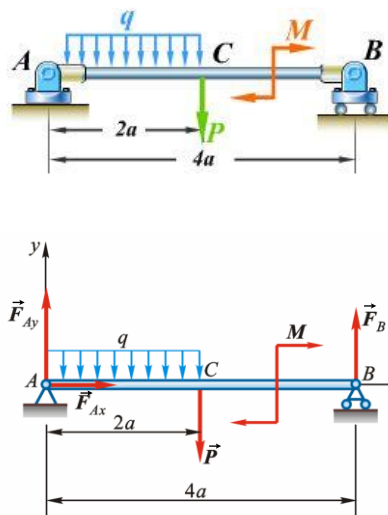
$$\sum F_x = 0 \quad F_{Ax} = 0$$

$$\sum M_A = 0 \quad F_B \cdot 4a - M - P \cdot 2a - q \cdot 2a \cdot a = 0$$

$$F_B = \frac{3}{4}P + \frac{1}{2}qa$$

$$\sum F_y = 0 \quad F_{Ay} - q \cdot 2a - P + F_B = 0$$

$$F_{Ay} = \frac{P}{4} + \frac{3}{2}qa$$



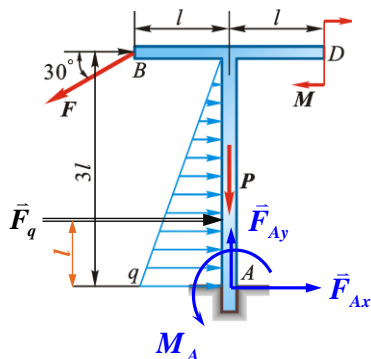
第8版例2-9(P45), 第7版例2-10(P46)

已知:  $P = 100\text{kN}$ ,  $M = 20\text{kN} \cdot \text{m}$ ,  
 $q = 20\text{kN/m}$ ,  $F = 400\text{kN}$ ,  $l = 1\text{m}$

求: 固定端 A 处约束力.

解: 取 T 型刚架, 画受力图.

分布载荷的合力为  $F_q = \frac{1}{2}q \cdot 3l$ ,  
 作用位置到点 A 的距离为  $l$

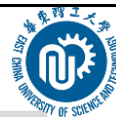


$$\sum F_x = 0 \quad F_{Ax} + F_q - F \sin 60^\circ = 0 \quad F_{Ax} = 316.4\text{kN}$$

$$\sum F_y = 0 \quad F_{Ay} - P - F \cos 60^\circ = 0 \quad F_{Ay} = 300\text{kN}$$

$$\sum M_A = 0 \quad M_A - F_q \cdot l - M + F \sin 30^\circ \cdot l + F \cos 30^\circ \cdot 3l = 0 \quad M_A = -1188\text{kN} \cdot \text{m} (\text{顺})$$

## 小结: 平面任意力系平衡问题的解题步骤



1. 选取研究对象;
2. 分析受力, 画受力图 (包括全部主动力和约束力);
3. 列平衡方程。平面任意力系只有三个独立平衡方程。为计算简捷, 应选取适当的坐标系 (尽量垂直于多个未知力) 和矩心 (多个未知力的交点), 以使方程中未知量最少。
4. 求未知量。校核和讨论计算结果。



Thank you for your listening!