第 4 章　激光器的输出特性

在开腔中存在怎样的电磁场本征态（即：不随时间变化的稳态场分布）?如何求场分布?

与输出相关的是镜面上的场!

稳态场分布的形成:可看成光在两镜面间往返传播的结果!

方法

一个镜面上的场 ⟺ 另一个镜面上的场

⇓

求解衍射积分方程!

主要介绍如下内容:

光学谐振腔的自再现模及其积分方程

积分方程解的物理意义

(1) 本征函数 u_{mn} 和激光横模

(2) 本征值 σ_{mn} 和单程衍射损耗、单程相移

光学谐振腔谐振频率和激光纵模

对称共焦腔内外的光场分布

共焦腔镜面上的场分布

本征函数描述共焦腔镜面上场的振幅和相位分布。

厄米—高斯近似共焦腔方型镜上场的振幅（强度）分布

镜面上场位相分布:共焦腔反射镜面本身构成光场的一个等相位面。

4.1.1 惠更斯-基尔霍夫衍射公式

一.惠更斯 - 菲涅尔提出子波及子波干涉的概念

1）波传到的任意点都是子波的波源

2）各子波在空间各点进行相干叠加

概括为:

波面上各点均是相干子波源

惠—菲原理提供了用干涉解释衍射的基础

菲涅耳发展了惠更斯原理

从而深入认识了衍射现象

它是研究光衍射现象的基础，也是开腔模式问题的理论基础

二. 惠更斯—菲涅耳原理

设波阵面∑上任一源点 P' 的光场复振幅为 $u'(P')$，则空间任一观察点P 的光场复振幅 $u(P)$ 由下列积分式计算：

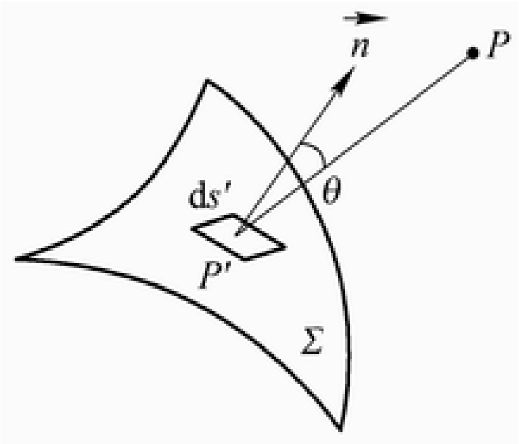


图3-1 惠更斯-菲涅耳原理

$$u(P)=\frac{ik}{4\pi}\iint_{\Sigma}\frac{u'(P')e^{-ik\rho}}{\rho}\cdot(1+\cos\theta)ds'$$

ρ——原点 P' 与观察点 P 之间的距离

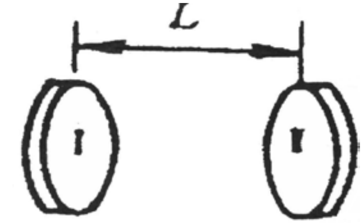
θ——原点 P' 处的法线 $\vec{n}$ 与 $\overrightarrow{P'P}$ 的夹角

k——光波矢，$k=\dfrac{2\pi}{\lambda}$ λ 为光波波长

ds'——原点 P' 处的面元

功能：如果知道了光波场在其所达到的任意空间曲面上的振幅和相位分布，就可以求出该光波场在空间其他任意位置处的振幅和相位分布。

4.1.2 光学谐振腔的自再现模积分方程



一、开腔模的一般物理概念

1、理想开腔模型

两块反射镜面放在无限大的均匀的各向同性介质中。

可忽略腔侧壁的不连续性，决定衍射效应的孔径由镜的边缘决定！

2、决定腔模形成的损耗：主要是腔镜边缘的衍射损耗，其他的损耗只使横截面上各点的场按照相同比例衰减！

二、自再现模概念

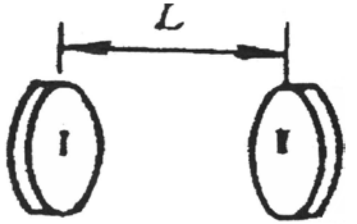
1. 模：光腔中可能存在的电磁场空间分布状态

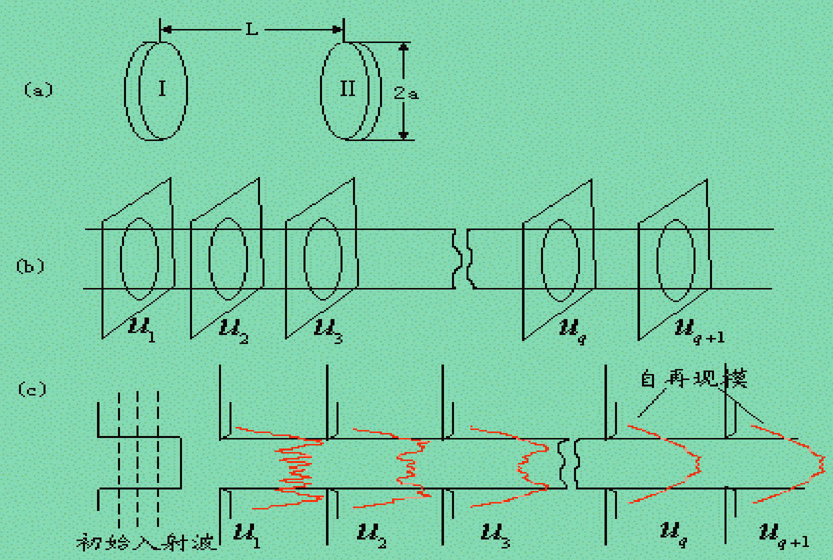
模的基本特征：

- 模的电磁场理论（横截面内的场的分布，横模）
- 模的简谐频率 (纵模）
- 模在腔内往返一次经受的相对功率损耗
- 每一个模的激光束的发散角

2、稳态场的形成——模的“自再现”

镜1上的场分布，到达镜2时，由于衍射，要经历一次能量的损耗和场分布的变化，中间能量损失小，镜边缘损失大，每单程渡越一次，都会发生类似的能量损耗和场分布变化，多次往返后，从而逐渐形成中间强、边缘弱的基本不受衍射影响的稳态场分布，该稳态场分布一个往返后可“自再现”出发时的场分布，唯一变化是镜面上各点的场振幅按同样的比例衰减，各点相位发生同样大小的滞后。





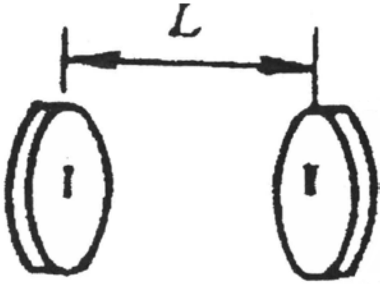
图示　开腔中自再现模的形成

（a）理想开腔　（b）孔阑传输线　（c）自再现模的形成

横向场振幅分布和相位分布都均匀的平面波入射，经过多次孔阑的衍射影响后，二者都变得不再均匀，成为相对场振幅和相对相位分布都不受衍射影响的稳态场分布。

(1) 自再现模：往返一次能再现自身的稳态场分布。

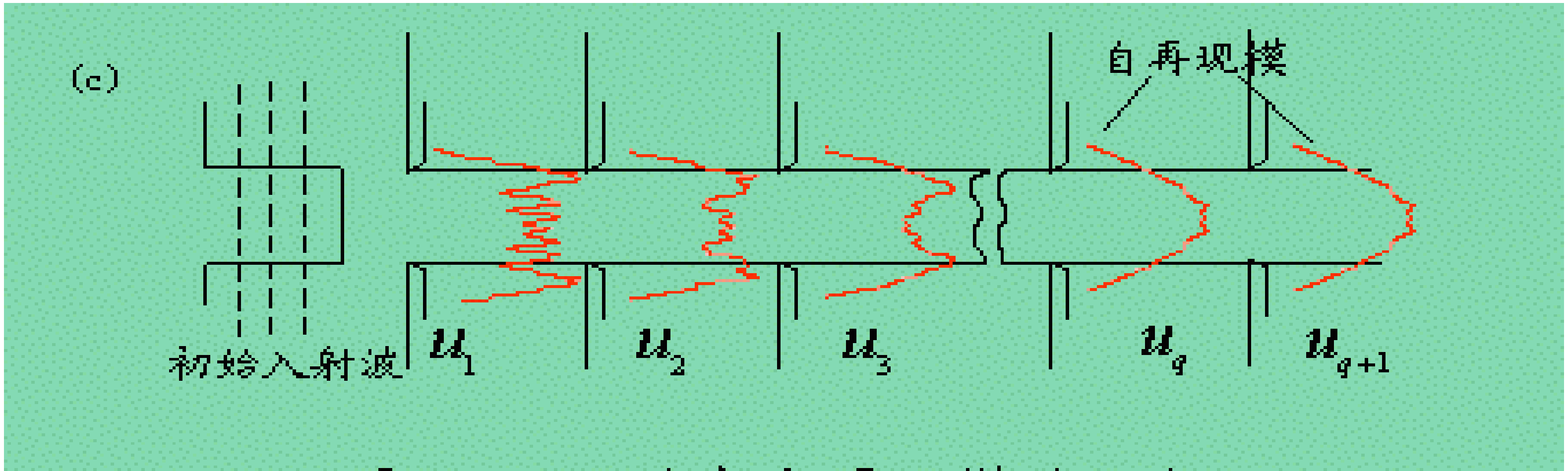
（在腔内往返一次后能够“再现”出发时的场分布）



(2) 往返损耗：自再现模往返一次的损耗。

(3) 往返相移：自再现模往返一次的相位变化，等于2π的整数倍。

三、自再现物理过程的形象化描述和定性解释——孔阑传输



图示　开腔中自再现模的形成

五. 自再现模积分方程

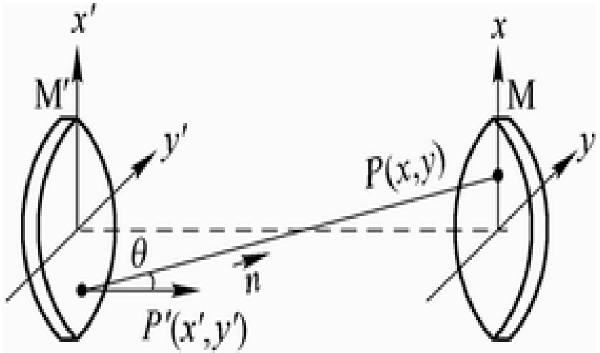


图3-2 镜面上场分布的计算示意图

图(3-2)所示为一个圆形镜的平行平面腔镜面M和M'上分别建立了坐标轴，两两相互平行的坐标 $x-y$ 和 $x'-y'$。利用上式由镜面M'上的光场分布可以计算出镜 上的场分布函数，即任意一个观察点的光场强度。

假设$u_q(x',y')$为经过q次渡越后在某一镜面上所形成的场分布，$u_{q+1}(x,y)$表示光波经过$q+1$次渡越后，到达另一镜面所形成的光场分布，则u_{q+1}与u_q之间应满足如下的迭代关系：

$$u_{q+1}(x,y)=\frac{ik}{4\pi}\iint_{M'}u_q(x',y')\frac{e^{-ik\rho}}{\rho}\cdot(1+\cos\theta)ds' \qquad (3\text{-}2)$$

➢考虑对称开腔的情况，按照自再现模的概念，除了一个表示振幅衰减和相位移动的常数因子以外,u_{q+1}应能够将u_q再现出来，两者之间应有关系：

$$u_{q+1}=\sigma u_q \qquad (3\text{-}3)$$

σ——与坐标(x,y)及(x',y')无关的复常数

➢综合上两式可得：

$$\sigma u_q(x,y)=\frac{ik}{4\pi}\iint_{M'}u_q(x',y')\frac{e^{-ik\rho}}{\rho}(1+\cos\theta)ds' \qquad (3\text{-}4)$$

去掉q，得自再现模积分方程

$$\sigma u(x,y)=\frac{ik}{4\pi}\iint_{M'}u(x',y')\frac{e^{-ik\rho}}{\rho}(1+\cos\theta)ds' \qquad (3\text{-}5)$$

因为 $L,R>>a>>\lambda$ 所以作两点近似处理：

***L*——腔长 *R*——反射镜曲率半径 *a*——反射镜的线度**

① **∵θ很小 ∴cos θ=1 ， 1+ cos θ=2**

② $\rho\approx L$ （不同的腔面做不同的近似）

将以上近似代入(3-5)，得到自再现模所满足的积分方程

（不受衍射影响的稳态场分布函数）

$$\sigma_{mn}u_{mn}(x,y)=\iint K(x,y,x',y')u_q(x',y')ds' \qquad (3\text{-}6)$$

其中 $$K(x,y,x',y')=\frac{ik}{2\pi L}e^{-ik\rho(x,y,x',y')}=\frac{i}{\lambda L}e^{-ik\rho(x,y,x',y')} \qquad (3\text{-}7)$$

称为积分方程的核。

u_{mn} 和σ_{mn} 的下标表示该方程存在一系列的不连续的本征函数解与本征值解，这说明在某一给定开腔中，可以存在许多不同的自再现模。

（3-6）的解包括两个方面：

①本征函数$u(x,y)$ 是复函数，其模代表镜面上光场振幅分布，幅角代表镜面上光场的相位分布；

②本征值 σ 也是个复数，其模反映了自再现模在腔内单程渡越时所引起的功率损耗. 幅角代表单程渡越后模的相位滞后。

六. 积分方程解的物理意义 (1) 本征函数u_{mn}和激光横模

➢**本征函数 u_{mn} 的模代表对称开腔任一镜面上的光场振幅分布，幅角则代表镜面上光场的相位分布。**它表示的是在激光谐振腔中存在的稳定的横向场分布，就是自再现模，通常叫做“**横模**”，m、n称为横模序数。图3-3为各种横模光斑。

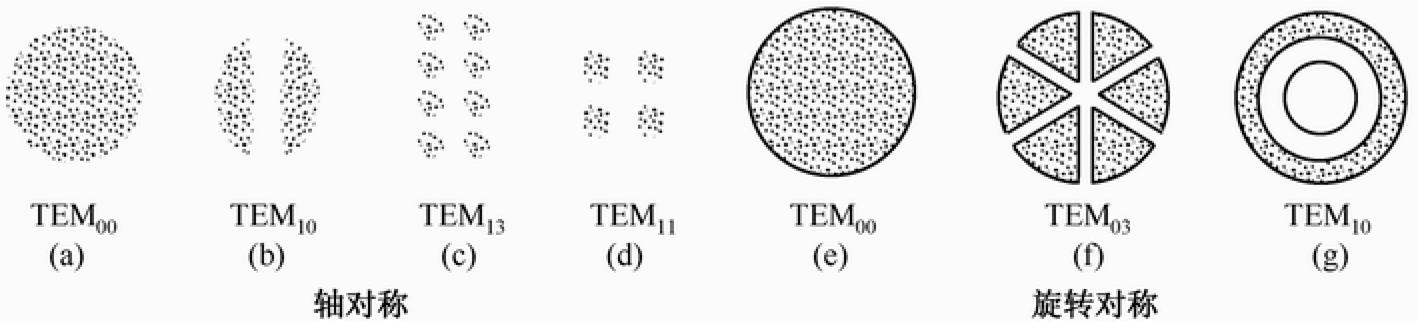


图3-3 横模光斑示意图

(2) (横模) 标记： TEM_{mn} m, n —— 横模序数

◈ **用TEM_{mnq}来表示激光模式，TEM代表横电磁波(transverse electro-magnetic wave)的简写，m、n分别代表在截面的x、y轴方向出现的节线数，为横模序数；q代表在z轴上出现的节线数，为纵模序数**

(3) 本征值σ_{mn}和单程衍射损耗、单程相移

➢本征值 σ_{mn}的模反映了自再现模在腔内单程渡越时所引起的功率损耗。

(4) 本征值σ_{mn}和单程衍射损耗、单程相移

- 损耗包括衍射损耗和几何损耗，但主要是衍射损耗，称为单程衍射损耗，用δ表示。定义为

$$\left.\begin{aligned}&\delta=\frac{|u_q|^2-|u_{q+1}|^2}{|u_q|^2}\\&u_{q+1}=\sigma u_q\end{aligned}\right\}\Rightarrow \delta_{mn}=1-|\sigma_{mn}|^2$$

- **本征值幅角与自再现模腔内单程渡越后所引起的总相移有关。**

$$u_{q+1}=\sigma u_q \Rightarrow \arg u_{q+1}=\arg\sigma+\arg u_q$$

- **自再现模在对称开腔中单程渡越所产生的总相移定义为**

$$\delta\Phi=\arg u_{q+1}-\arg u_q=\arg\sigma$$

- **自再现模在对称开腔中的单程总相移一般并不等于由腔长*L*所决定的几何相移，它们的关系为**

附加相移

$$\left.\begin{aligned}&\delta\Phi=-kL+\Delta\phi\\&\delta\Phi=\arg\sigma\end{aligned}\right\}\Rightarrow \Delta\phi_{mn}=kL+\arg\sigma_{mn}$$