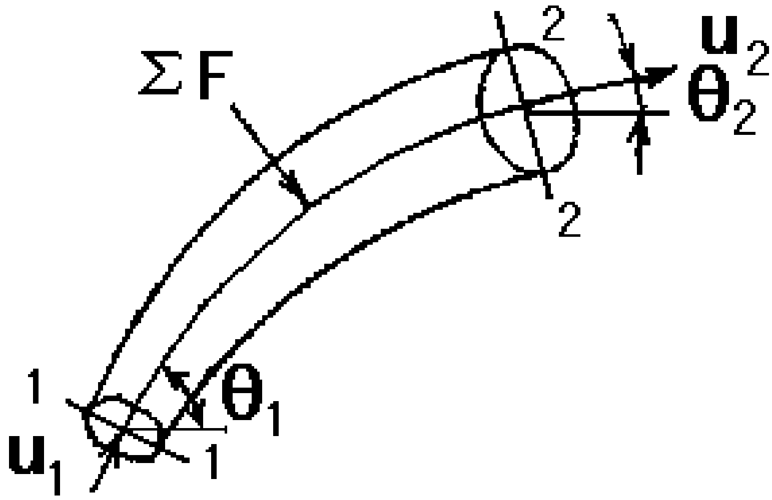
习题：21，22

1.3.3 动量守恒

牛顿第二定律可写成：$F\Delta t=\Delta(mu)$



取单位时间计

（条件：定态流动，管截面上速度均匀分布）：

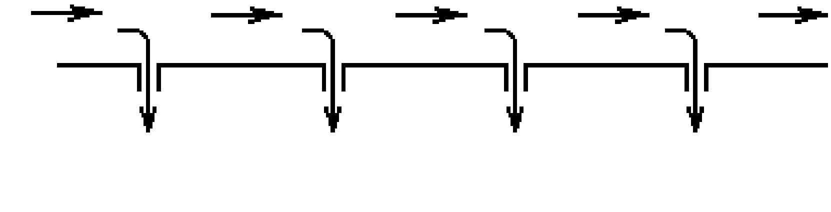
$\Sigma F_X=q_m(u_{2x}-u_{1x})$

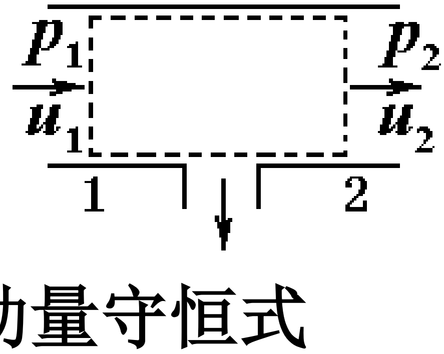
$\Sigma F_y=q_m(u_{2y}-u_{1y})$

$\Sigma F_z=qm(u_{2z}-u_{1z})$

工程应用：流量分配

取一节作分析





忽略壁面摩擦阻力，按 *x* 方向动量守恒式

$$p_1A-p_2A=\rho u_2^2A-\rho u_1^2A$$

因支管流水，$u_2 < u_1$，所以，$p_2 > p_1$

$$p_2 - p_1 = \rho(u_1^2 - u_2^2)$$ (录像)

1.4 流体流动的内部结构

1.4.1 流动的型态

$$z_1 g + \frac{p_1}{\rho} + \frac{u_1^2}{2} = z_2 g + \frac{p_2}{\rho} + \frac{u_2^2}{2} + h_f$$

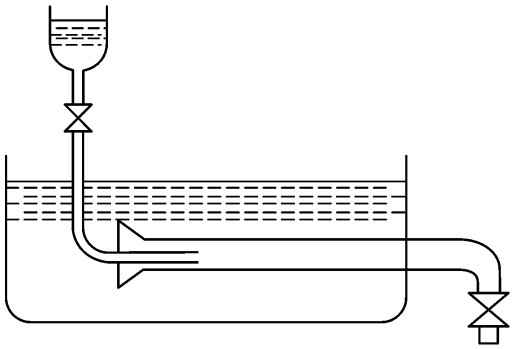
对于水平直管

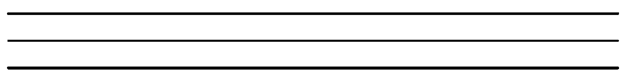
$$h_f = \frac{p_1 - p_2}{\rho} = \frac{\Delta p}{\rho}$$

人们发现两种规律：

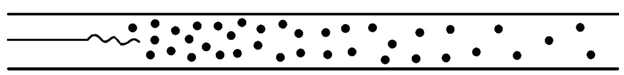
$$\Delta p \propto \mathbf{u}^{1}, \quad \Delta p \propto \mathbf{u}^{1.75\sim2}$$

雷诺实验





(a) 层流



(b) 湍流

实验表明：流体在管道中的流动状态可分为两种

层流（滞流）：

流体在管中流动时，其质点始终沿着与管轴平行的方向作直线运动，质点之间互不相混合。

湍流（紊流）：

流体质点除了沿着管道向前流动外，各质点的运动速度在大小和方向上都随时发生变化。

两种不同流型对流体中发生的动量，热量和质量传递将产生不同的影响。为此工程设计上需要能够事先判定流型。

科学家雷诺做了大量实验得出：

（1） 流动状态与 ρ, u, d, μ 有关

（2） $Re = \dfrac{\rho u d}{\mu}$ 是判断流动类型的准则。

Re：无量纲数群

$$[Re] = \left[\frac{\rho u d}{\mu}\right] = \left[\frac{ML^{-3}LT^{-1}L}{ML^{-1}T^{-1}}\right] = L^0 M^0 T^0$$

力学系：基本量纲有三个

质量[*M*]，长度[*L*]，时间[*T*]

$$Re = \frac{\rho u d}{\mu} = \frac{\rho u^2}{\mu \frac{u}{d}} \propto \frac{\text{惯性力}}{\text{黏性力}}$$

例如：在圆形直管内

当 $Re \leqslant 2000$ 稳定层流

$2000 < Re < 4000$ 过渡区（不稳定）与外界扰动有关

$Re \geqslant 4000$ 湍流

分为 3 个区，却只有两种流型

注意：（1）严格说 $Re=2000$ 不是判别流型的判

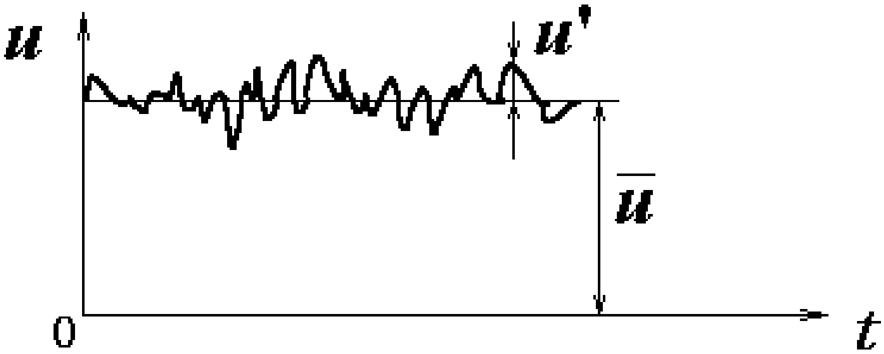
据，而是层流稳定性的判据

（2）稳定性与定态性的区别

1.4.2 湍流的基本特征

径向脉动速度

如果在某一点测定该点沿管轴 x 方向的 u_x 随时间变化



速度=时均速度+脉动速度 $u_x = \bar{u}_x + u'$

$$\bar{u}_x = \frac{1}{T}\int_0^T u_x dt$$

再者：湍流时 $\tau = (\mu + \mu')\dfrac{d\bar{u}_x}{dy}$

μ'湍流黏度，表示速度脉动特征，与物性无关。

层流和湍流的区别

层流 湍流

(1)

(2) $\dfrac{\bar{u}}{u_{\max}} = 0.5$ $\dfrac{\bar{u}}{u_{\max}} \approx 0.8$

(3)无微团作径向运动　　有微团作径向运动

(4)层流层从中心到管壁　　层流内层附壁

(5) $\tau=\mu\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}$　　$\tau=(\mu+\mu')\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}$

(6) h_f与 $\frac{\varepsilon}{d}$ 无关　　h_f与 $\frac{\varepsilon}{d}$ 有关

(7) $h_f\propto u^{1}$　　$h_f\propto u^{1.75\sim2}$

(8) 传热、传质慢　　传热、传质快

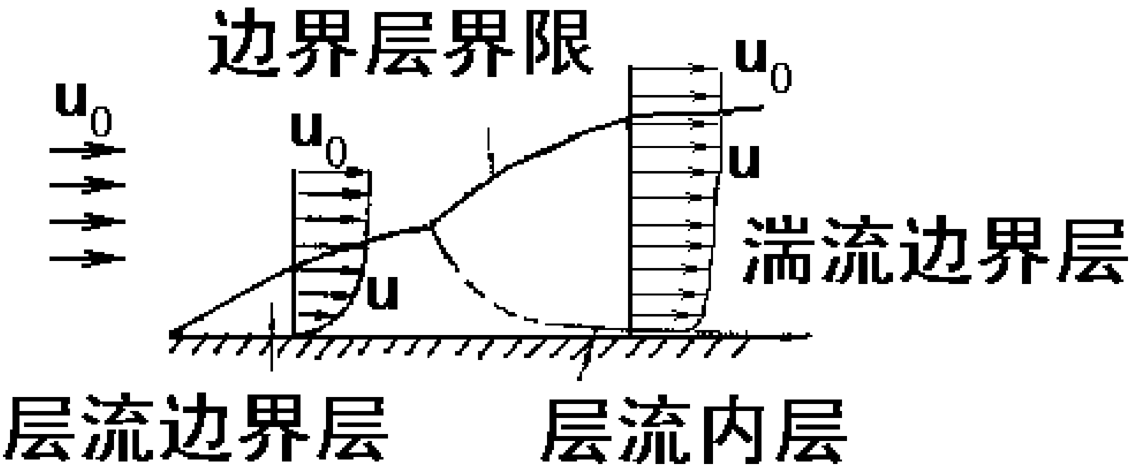
层流和湍流的本质区别:

是否存在速度、压强的脉动性

1.4.3 边界层及边界层脱体

1.4.3.1 边界层

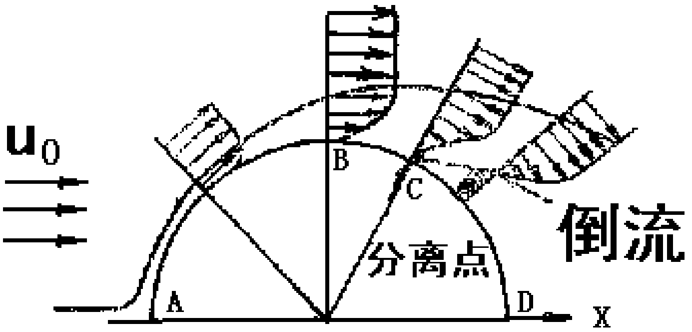
实际流体 $\mu\neq0$，壁面无滑脱



边界层——流动流体受固体壁面阻滞而造成速度梯度的区域。

入口段阻力大、传热、传质快

1.4.3.2 边界层脱体



流体绕过
圆柱的流动

边界层脱体的后果：

(1)产生大量的旋涡；

(2)造成较大能量损失。

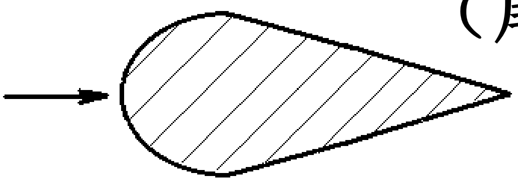
边界层脱体的条件：

(1)逆压强梯度；

(2)外层动量来不及传入。

如：平板不会发生脱体（无倒压区）

流线型物体也不发生脱体



（尾部收缩缓慢，动量来得及传入） **(**录像**)**

1.4.4 圆管内流体流动的数学描述

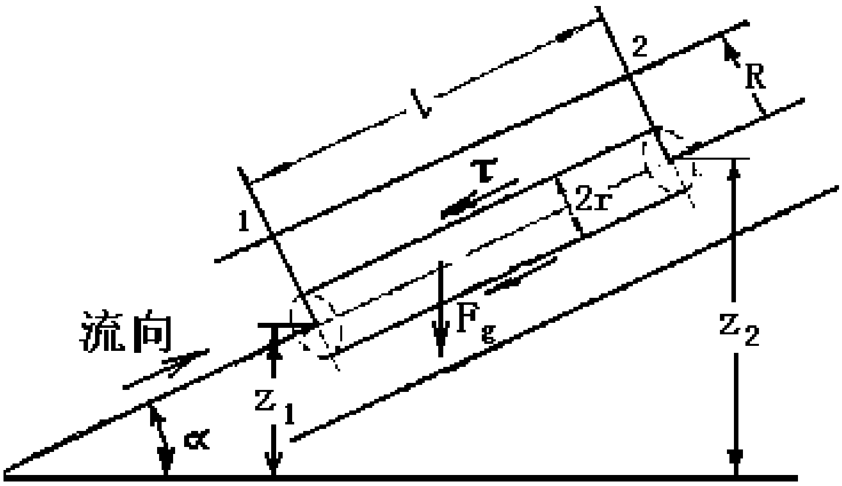
数学描述方法：

① 取控制体

② 作力分析

③ 结合本过程的特征方程（如$\tau=\mu\dfrac{du}{dy}$）解方程

④将结果整理成所需要的形式



如图表示流体通过一均匀直管作定态流动

1、圆管内剪应力分布

任取一半径为 r，长度为 l 的圆柱体$\Sigma F=0$

$$p_1\pi r^2-p_2\pi r^2-2\pi rl\tau-\pi r^2 l\rho g\sin\alpha=0$$

$$l\sin\alpha=z_2-z_1$$

整理可得：

$$\tau=\frac{\mathscr{P}_1-\mathscr{P}_2}{2l}r$$

由此可见： $\tau\propto r$，r=0 处（管中心）τ=0

$r=R$ 处，τ 最大，$\tau=\dfrac{\mathscr{P}_1-\mathscr{P}_2}{2l}R$

2、层流时的速度分布：

层流时，牛顿黏性定律表示为：

$$\tau=-\mu\frac{du}{dr}$$

代入 $\tau=\dfrac{\mathscr{P}_1-\mathscr{P}_2}{2l}r=\dfrac{\Delta\mathscr{P}}{2l}r$

经积分： $u=\dfrac{\Delta\mathscr{P}}{4\mu l}(R^2-r^2)$

管中心最大流速为$u=\dfrac{\Delta\mathscr{P}}{4\mu l}R^2$

为何研究速度分布？

我们从速度分布可得：

$$\frac{u}{u_{max}}=1-(\frac{r}{R})^2$$

$$\bar{u}=\frac{1}{A}\int_A udA=\frac{u_{max}}{\pi^2R^2}\int[1-(\frac{r}{R})^2]\cdot 2\pi rdr$$

$$\therefore\bar{u}=\frac{1}{2}u_{max}=\frac{\Delta\mathscr{P}}{8\mu l}R^2$$

由伯努利方程可知，在均匀直管内

$$\frac{\Delta\mathscr{P}}{\rho}=h_f$$

$$\therefore h_f=\frac{8\mu l\bar{u}}{\rho R^2}=\frac{32\mu l\bar{u}}{\rho d^2}\qquad \text{或}\Delta\mathscr{P}=\rho h_f=\frac{32\mu l\bar{u}}{d^2}$$

此式称为哈根–泊谡叶方程。

表示流体在直管内层流流动 h_f 正比于 $\bar{u}$ 的一次方。

3、湍流时速度分布

湍流时速度分布目前还不能利用理论推导求得，只能用实验方法求得。

通常将其表示成下列经验关系式

$$\frac{u}{u_{max}} = (1 - \frac{r}{R})^n$$

n 是与 Re 有关的指数

$4\times10^4<Re<1.1\times10^5$ $\quad n = \frac{1}{6}$

$1.1\times10^5<Re<3.2\times10^6$ $\quad n = \frac{1}{7}$

$Re>3.2\times10^6$ $\quad n = \frac{1}{10}$