

华东理工大学 2019–2020 学年第一学期

《离散数学》课程期中考试试卷 2019.10

开课学院：信息学院 专业：计、软 18 级 考试形式：闭卷，所需时间：120 分钟

考生姓名：_____ 学号 _____ 班级 _____ 任课教师 虞慧群、徐贤、杨海

题序	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得分										
阅卷人										

一. 判断题 (每小题 2 分, 共 20 分)

在答题纸对应题号下方格内填写‘√’(表示‘正确’) 或 ‘×’(表示‘错误’)。

- 命题公式 $\neg(P_1 \rightarrow (P_2 \rightarrow P_3)) \rightarrow \neg P_3$ 是重言式。
- 联结词集 $\{\neg, \rightarrow\}$ 是完备的。
- 设 A, B, C 是命题公式, 若 $A \wedge C \Rightarrow B \wedge C$, 则 $A \Rightarrow B$.
- 任何一个命题公式都存在着与之等价的主析取范式。
- 个体变元 x 在同一谓词公式中不可能既是约束变元, 又是自由变元。
- 如果 A, B, C 为 E 的子集, 使得 $A \cap B \subseteq \sim C$ 和 $A \cup C \subseteq B$ 成立, 那么 $A \cap C = \emptyset$.
- 设 R 是非空集合 A 上的二元关系, 如果 R 是传递的, 那么 R^{-1} 也是传递的。
- 设 A, B, C, D 为集合, 则 $(A - B) \times (C - D) = (A \times C) - (B \times D)$ 。
- 设 $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 若 $f: S \rightarrow S$ 且 $f(x) = \max\{1, x\}$, 则 f 是满射。
- 整数集与有理数集是等势的。

二. 填空题(每空 2 分, 共 20 分)

- 设 p 与 q 的真值为 1, r, s 的真值为 0, 则命题 $\neg(p \wedge (q \rightarrow (r \rightarrow \neg p))) \vee (r \vee \neg s)$ 的真值是 (1)_____。
- 令 $T(x)$: x 是火车; $S(y)$: y 是轮船; $F(x, y)$: x 比 y 快., 则命题“火车都比轮船快”符号化为: (2)_____。
- 设 P, Q, R, S 是谓词符号, 公式 $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x, y)) \vee \exists z R(y, z) \rightarrow S(x)$ 中自由变元有 (3)_____, 约束变元有 (4)_____。
- 令 $A = \{x | x \text{ 是单词 merry 中的字母}\}$, $B = \{x | x \text{ 是单词 christmas 中的字母}\}$, 用列举法表示下列集合, 则 $A - B =$ (5)_____; $A \oplus B =$ (6)_____。
- 在自反的、反自反的、对称的、反对称的、传递的这 5 个常见的关系性质中, 空关系满足其中的 (7)_____个。
- 设 $A = \{a, b, c\}$, $B = \{1, 2\}$, 则从 A 到 B 的函数有 (8)_____个, 其中入射有 (9)_____个, 满射有 (10)_____个。

三. (8分) 设计一盏开关电路, 要求受3个开关 A,B,C 的控制: 当且仅当开关 A,C 同时合上或 B, C 同时合上时灯亮。用公式 S 表示灯亮。写出 S 在联结词完备集 $\{\uparrow\}$ 中的命题公式。

四. (6分) 下面是公式 A 的真值表。写出 A 的主析取范式和主合取范式。

p	q	r	A
1	1	1	0
1	1	0	1
1	0	1	1
1	0	0	0
0	1	1	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1

五. (8分) 设某解释 I 的论域 $D = \{2, 3\}$, 个体常元 a 的值为 2, 函数 $f(x)$ 的含义为: $f(2)=3$, $f(3)=2$, 二元谓词符号 P 的含义为:

$P(2,2)$	$P(2,3)$	$P(3,2)$	$P(3,3)$
1	0	0	1

分别求出公式 $\forall x P(f(a), x)$ 和 $\forall x \exists y P(f(x), f(y))$ 在该解释下的真值。

六. (8分) 用推理理论证明:

- $\{p \rightarrow (q \rightarrow r), s \rightarrow p, q\} \vdash s \rightarrow r$;
- $\{\forall x (F(x) \vee G(x)), \neg \exists x G(x)\} \vdash \exists x F(x)$.

七. (10分) 设 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, 定义 A 上的二元关系: R_1 为恒等关系 I_A ,

$$R_2 = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 4 \rangle, \langle 4, 1 \rangle, \langle 4, 4 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle \}.$$

- 证明: R_1, R_2 均为等价关系;
- 分别求出商集 $A/R_1, A/R_2$.

八. (10分) 设 $S = \{1, 2, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$, 设 R 是 S 上的整除关系, 即 $\langle x, y \rangle \in R$ 当且仅当 x 整除 y。

- 试画出关系 R 的哈斯图。
- 求集合 $\{2, 4, 6, 12\}$ 的极大元, 极小元, 最大元, 最小元, 下界, 下确界, 上界和上确界。

九. (10分) 设 A、B 是非空集合, 由给定函数 $f: A \rightarrow B$ 定义一个新函数 $g: B \rightarrow P(A)$ 如下:

$$g(b) = \{x \mid x \in A \text{ 并且 } f(x) = b\}, \text{ 对于任意的 } b \in B.$$

- 证明: 如果 f 是满射, 那么 g 是入射。
- 如果 f 是双射, 那么 g 是双射吗? 为什么?

《离散数学》答 题 纸

考生姓名：_____ 班级：_____ 学号_____

一、 判断题（每题 2 分，共 20 分）

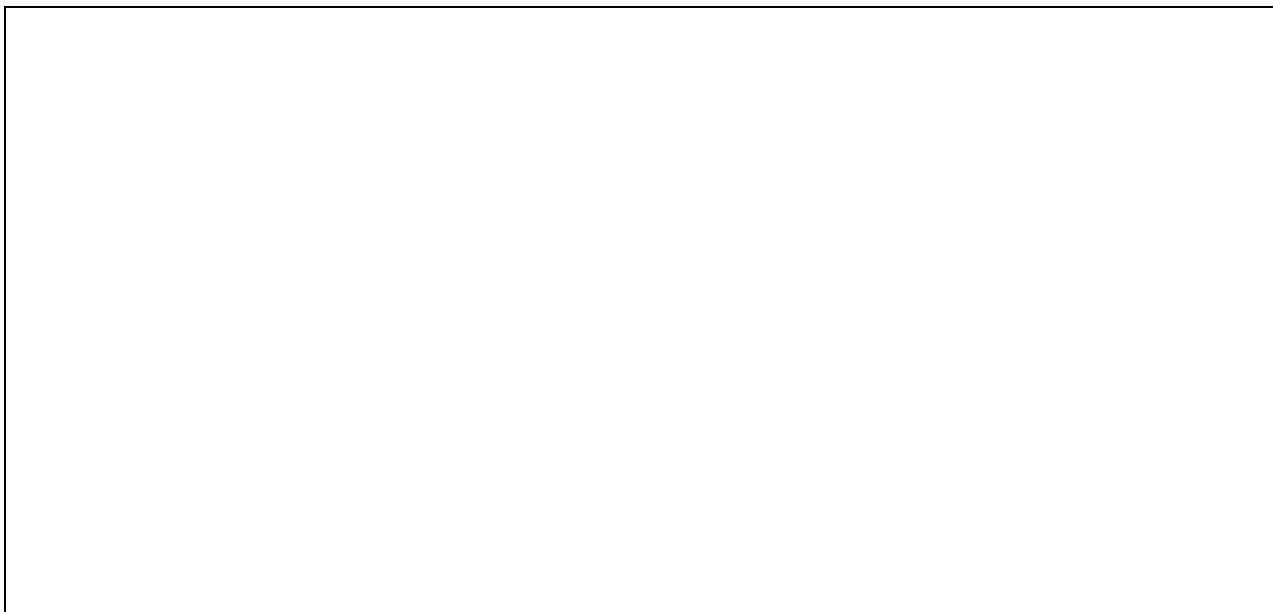
在对应题号下方格内填写‘√’(表示‘正确’) 或 ‘×’(表示‘错误’)。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案										

二、填空题（每空 2 分，共 20 分）

空格编号	答案
(1)	
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	
(6)	
(7)	
(8)	
(9)	
(10)	

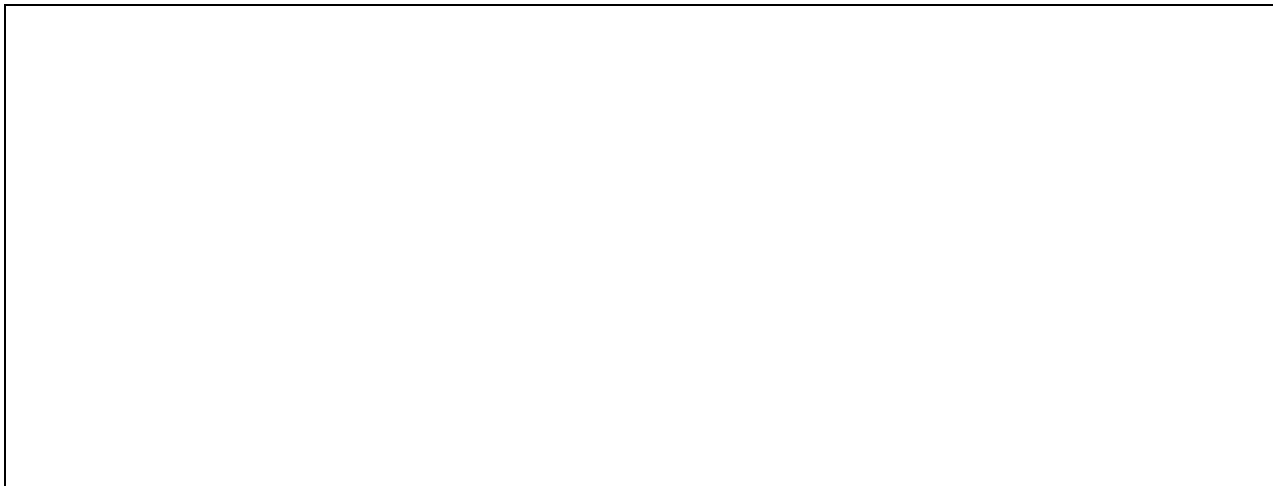
三、(8分)



四、(6分)



五、(8分)



六、(8分)

七、(10分)

八、(10 分)

九、(10 分)