第1章 金融工程概述

厦门大学财务系
郑振龙 陈蓉

http:// efinance.org.cn
http:// aronge.net

目 录

* 金融衍生产品概述
* 金融工程概述
* 金融工程的发展历史与背景
* 预备知识

1. 金融衍生产品概述

金融衍生产品：定义与本质

* 衍生产品（Derivatives）是指价值依赖于其标的资产（Underlying Assets）的金融工具。
  * 债券是利率的衍生品
  * 股票是公司资产价值的衍生品

金融衍生产品：按形式分类

* 远期（Forwards）
* 期货（Futures）
* 互换（Swaps）
* 期权（Options）

远期/期货

- 双方约定在未来的某一确定时间，按确定的价格买卖一定数量的某种标的金融资产的合约。
  - 功能：锁定未来的价格
  - 与即期（Spot）相区别
  - 远期：OTC产品/期货：交易所产品

互换

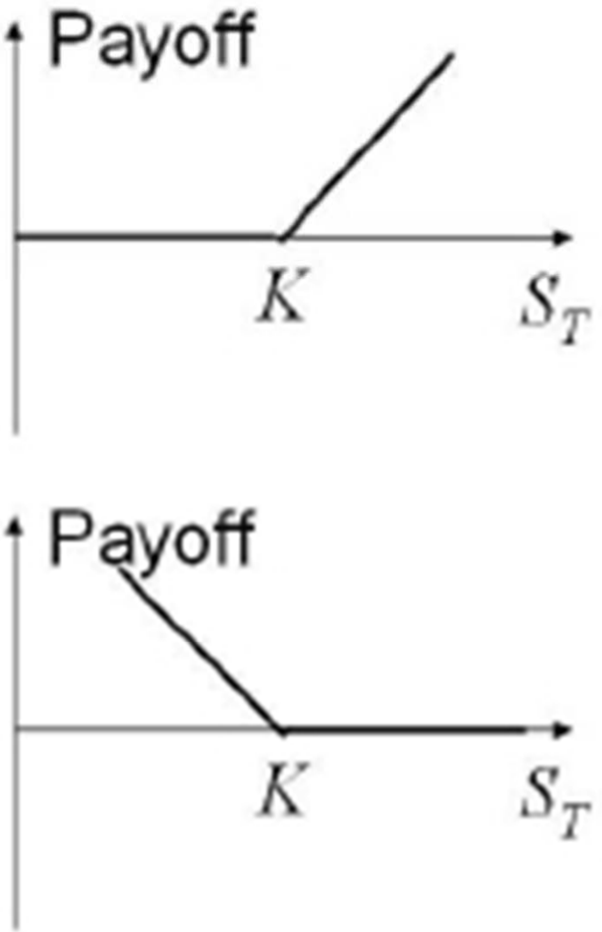
- 当事人按照商定条件，在约定的时间内，交换一系列现金流的合约

- 利率互换：约定交换的现金流是以一定本金计算的利息现金流的合约
  - 一方支付以固定利率计算的利息现金流
  - 一方支付以合约规定的浮动利率计算的利息现金流

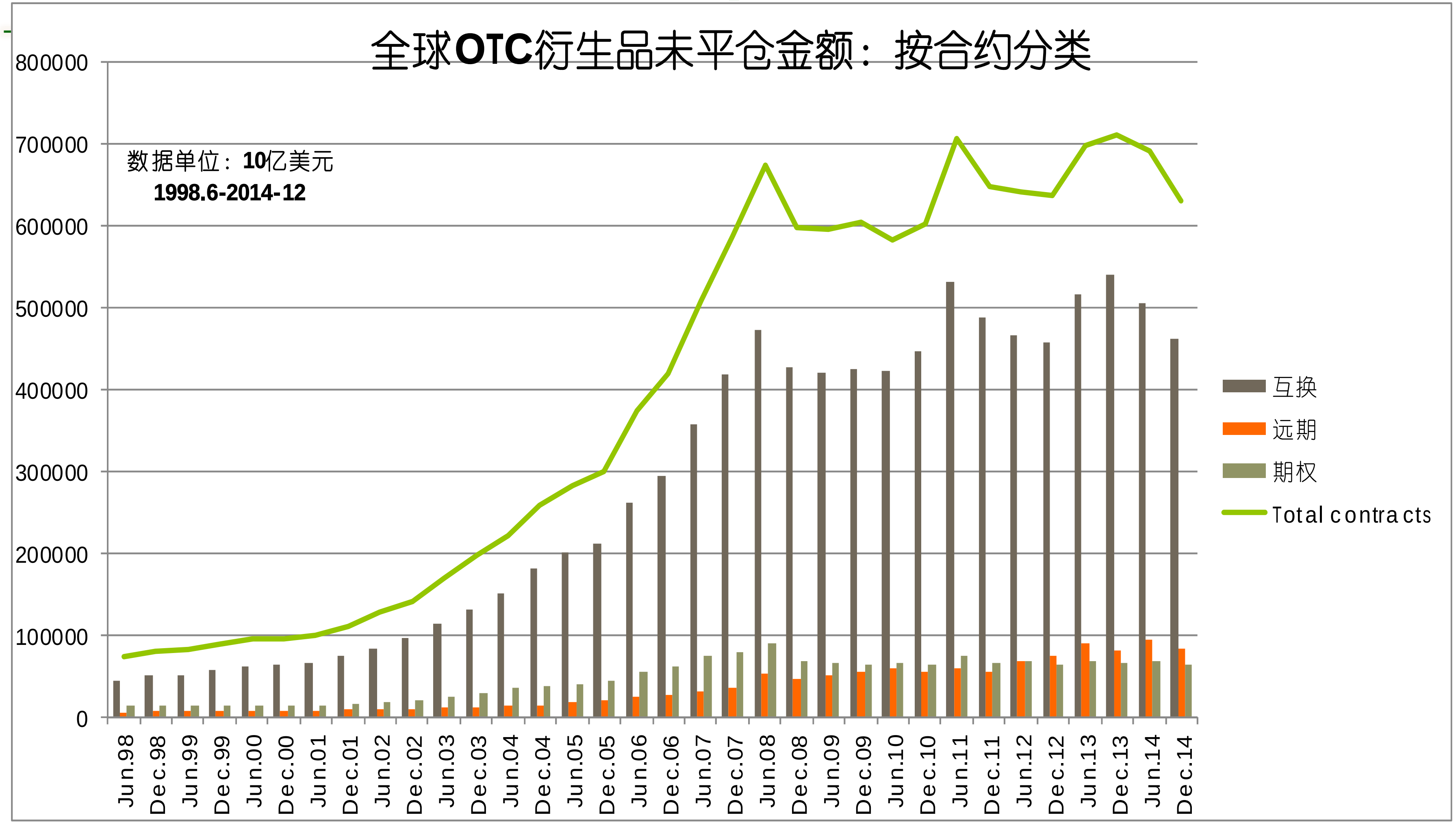
期权

* 赋予其购买者在规定期限内按双方约定的执行价格购买或出售一定数量某种标的资产的权利的合约。

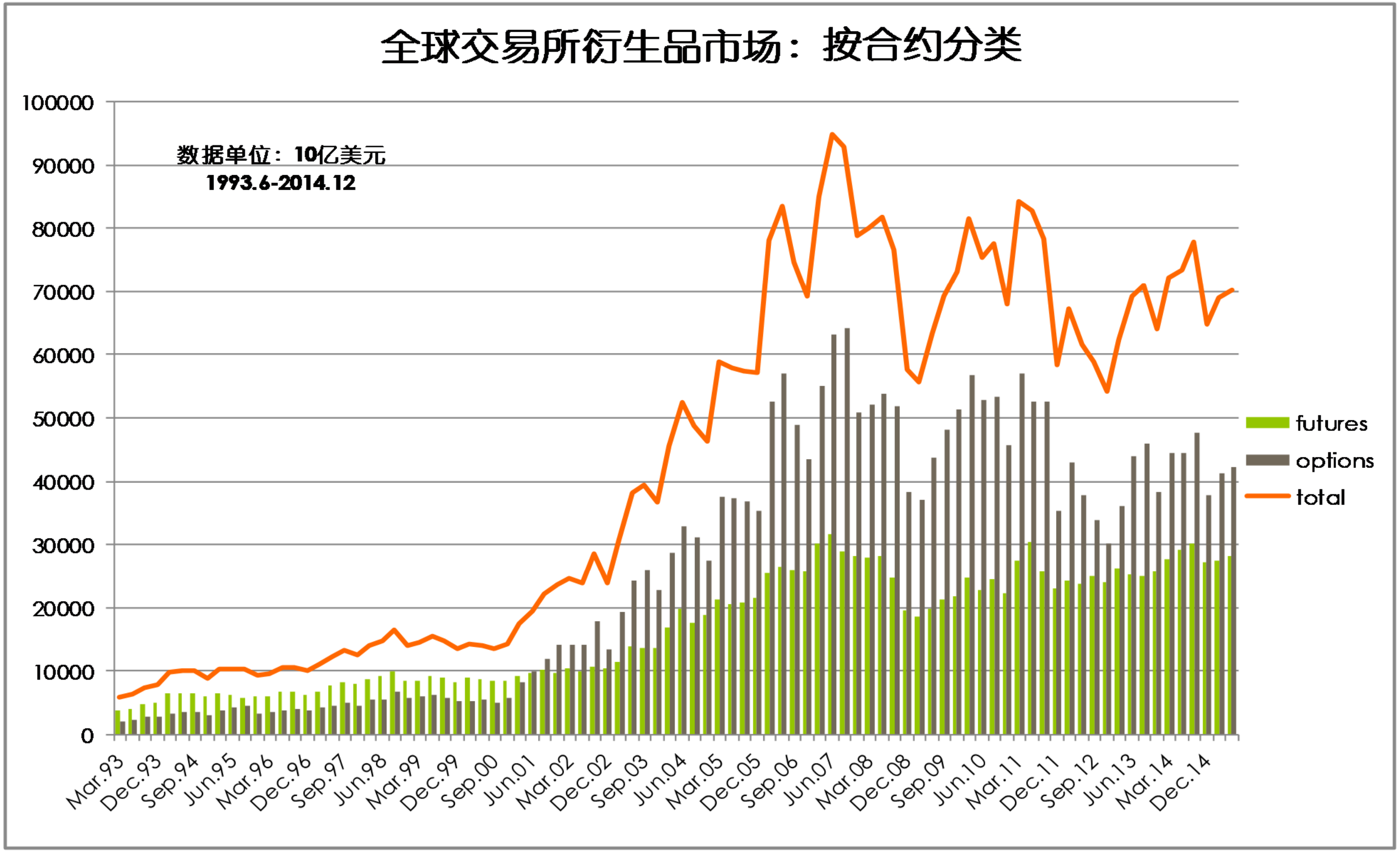
期权的回报（payoff）：非线性



全球场外衍生品市场：按合约分类



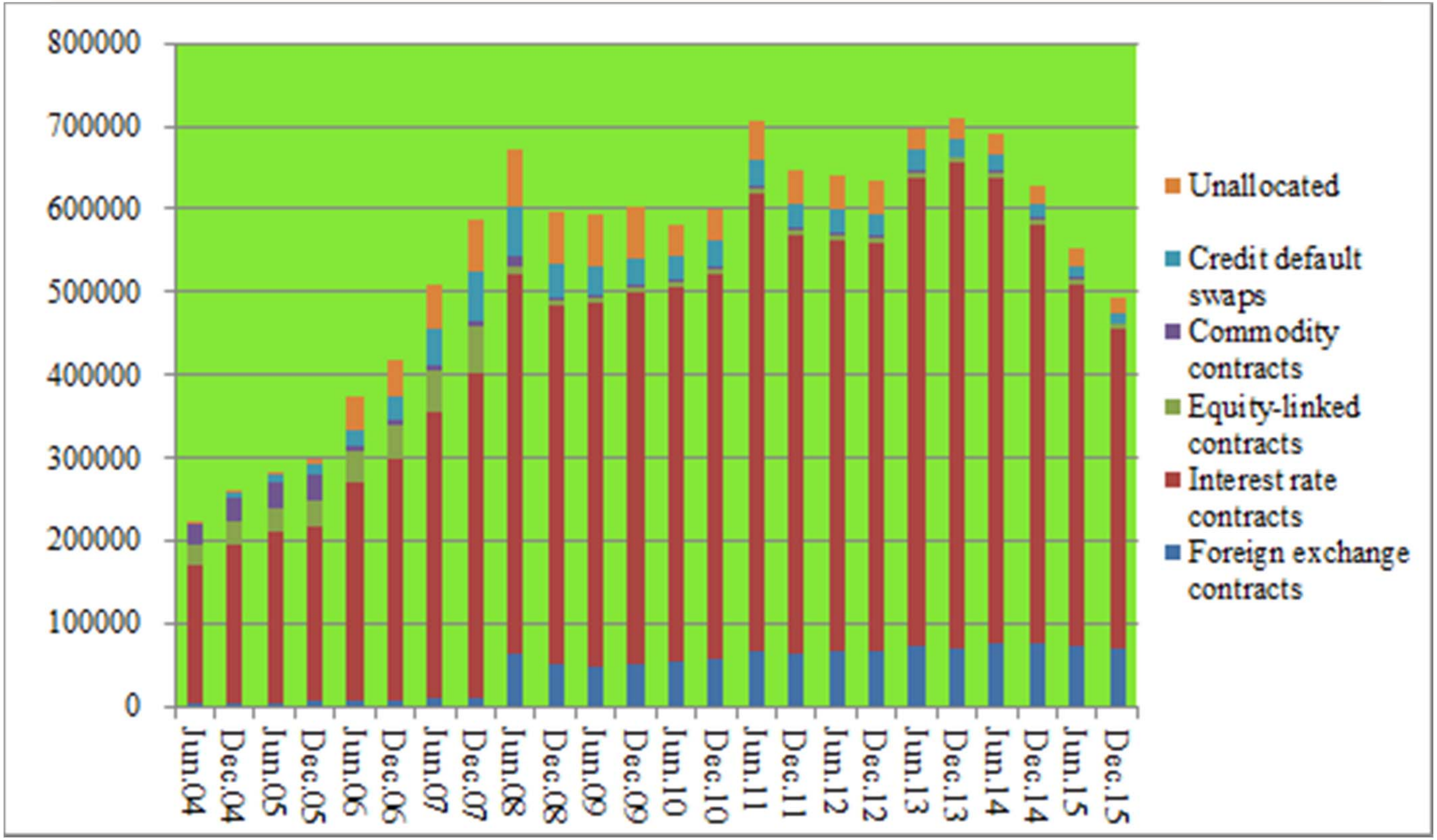
全球交易所衍生品市场：按合约分类



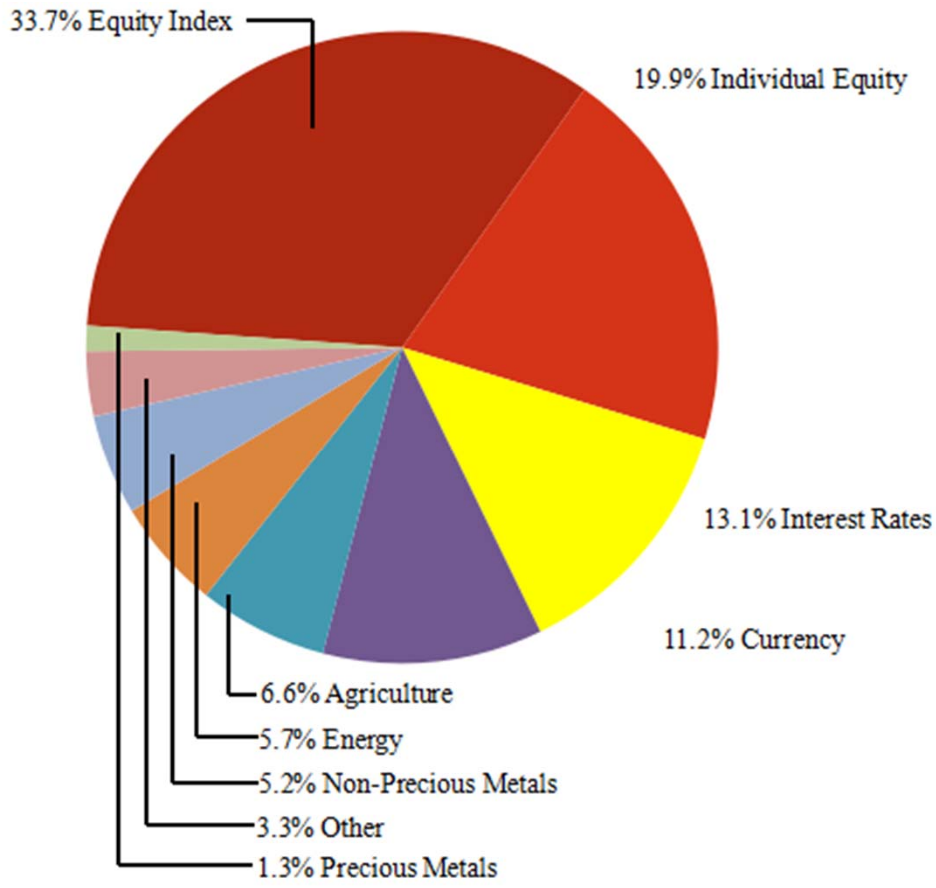
金融衍生产品：按标的分类

- 股票
- 债券
- 指数
- 利率
- 汇率
- 商品价格
- 波动率
- 通胀率
- 气温
- 总统当选
- ……

全球场外衍生品市场：按标的分类



全球交易所衍生品市场：按标的分类



数据来源：美国期货业协会，2016

衍生产品的运用

* 投机（Speculation）
* 套期保值（Hedging）
* 套利（Arbitrage）

2. 金融工程概述

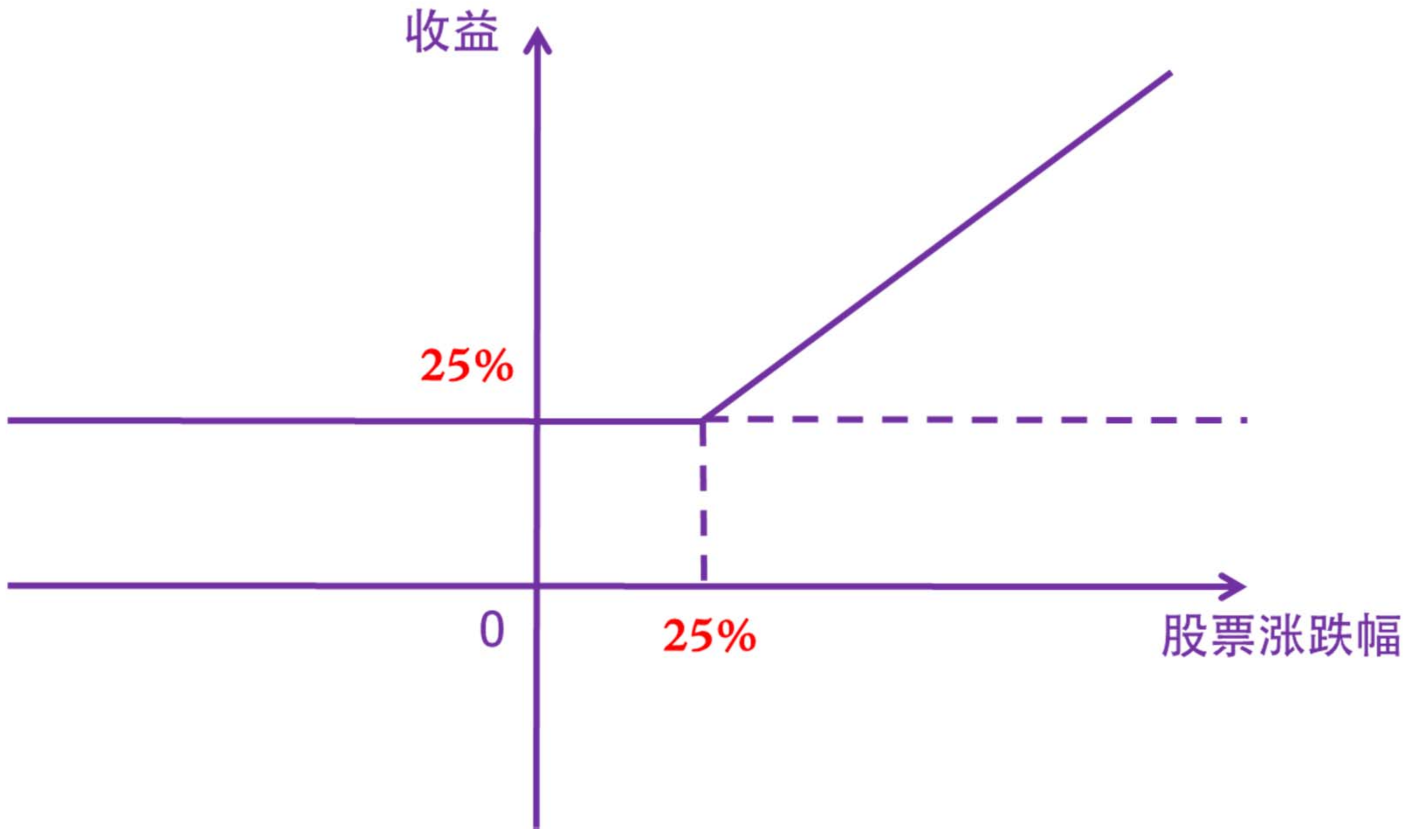
案例A 法国Rhone-Poulenc公司的员工持股计划

* 1993年1月，当该公司部分私有化时，法国政府给予员工10%的折扣来购买公司股票，公司除了允许在12个月之内付款之外，还额外给予15%的折扣。

* 尽管如此，只有不到20%的员工参与购买，分配给员工的配额也只认购了75%。1993年底，该公司在全面私有化时发现难以进一步推进员工持股。

- 美国信孚银行的金融工程方案：
  - 员工持股者在未来的 4.5 年内获得 25% 的最低收益保证加上 2/3 的股票超额收益；
  - 作为交换，在此期间持股者不可出售股票，但拥有投票权，4.5 年后可自由处置股票。
  - 具体收益为：

$$25\% + \frac{2}{3}\max(R_{4.5} - 25\%, 0)$$

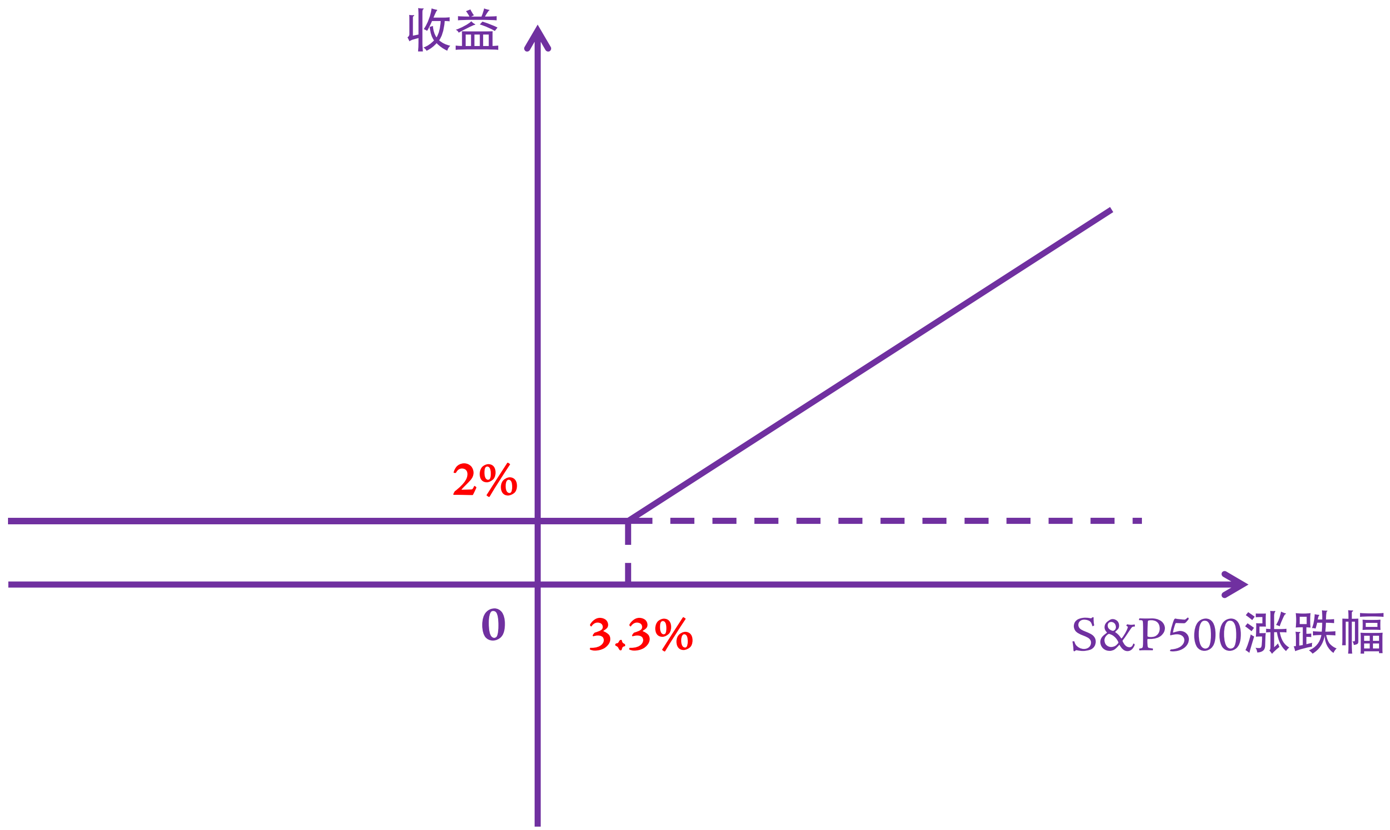

收益
25%
0
25%
股票涨跌幅

案例B 美国大通银行的指数存单

- 1987年3月18日，美国大通银行发行了世界上首个保本指数存单。该存单与S&P500指数未来一年的表现挂钩，存款者可以在三档结构中选择：0%-75%、2%-60%和4%-40%。

- 以第二档为例：

$$\max(60\%R, 2\%) = \max(60\%R - 2\%, 0) + 2\%$$


收益
2%
0
3.3%
S&P500涨跌幅

理解金融工程

- 为各种金融问题提供创造性的解决方案：金融工程的根本目的
- 设计、定价与风险管理：金融工程的三大主要内容
- 基础产品与衍生产品：金融工程的主要工具
- 金融学、数学、计量、编程：金融工程的主要知识基础

- 前所未有的创新与加速度发展：金融工程的作用
  - 变幻无穷的新产品：市场更加完全、促进合理定价
  - 降低市场交易成本、提高市场效率
  - 更具准确性、时效性和灵活性的低成本风险管理
  - 风险放大与市场波动
- 如何理解衍生产品与风险、金融危机的关系？

* 1991年末，全球衍生品的未平仓合约总金额（Notional Amount Outstanding）约为9.5万亿美元，同年全球GDP总量约为23万亿美元。
* 尽管经历了2008年全球金融危机，2013年底，全球衍生品的未平仓合约总金额仍然达到了约755万亿美元，而同年的全球GDP约为74万亿美元，不及全球衍生品未平仓总金额的十分之一。

3. 金融工程的发展历史与背景

（课后阅读课本第一章第二节）

4. 金融工程的基本分析方法

目录

- 绝对定价法与相对定价法
- 复制定价法、风险中性定价法与状态价格定价法
- A General Case
- 积木分析法

绝对定价法与相对定价法

* 绝对定价法：运用恰当的贴现率将未来现金流贴现加总（股票和债券）

* 相对定价法：利用标的资产价格与衍生证券价格之间的内在关系，直接根据标的资产价格求出衍生证券价格

* 绝对定价法具有一般性，易于理解，但难以应用；相对定价法则易于实现，贴近市场，一般仅适用于衍生证券

目录

* 绝对定价法与相对定价法
* 复制定价法、风险中性定价法与状态价格定价法
* A General Case
* 积木分析法

套利

- 如果一个市场上，存在下述情况：初期投入为0，未来回报大于等于0，大于0的概率大于0，这个市场就存在套利机会，否则该市场是无套利的。

- 市场达到无套利均衡时的价格简称无套利价格。

- 无套利是衍生资产定价的基本假设，以下三种定价方法均基于无套利的假设。

复制定价法：例子

* 假设一种不支付红利股票目前的市价为10元,我们知道在3个月后，该股票价格或者为11元，或者为9元。假设选择的无风险年利率为10%，如何为一份3个月期协议价格为10.5元的该股票看涨期权定价？

* 为了找出该期权的价值，可构建一个由一单位看涨期权空头和Δ单位标的股票多头组成的组合。为了使该组合在期权到期时无风险，Δ必须满足

$$11\Delta - 0.5 = 9\Delta$$

* 该组合的现值应为

$$2.25e^{-0.1\times 0.25}=2.19\text{元}$$

* 由于该组合中有一单位看涨期权空头和0.25单位股票多头，而目前股票市价为10元，因此

$$10\times 0.25-f=2.19$$
$$f=0.31\text{元}$$

复制定价法的核心

- 复制
  - 定价过程中我们用股票和期权合成了一个无风险资产，也可理解为用股票和无风险资产复制出了期权
- 无套利
  - 无风险组合获取无风险收益

风险中性定价法

* 从复制定价法中可以看出，在确定期权价值时，我们并不需要知道股票价格在真实世界中上涨到 11 元的概率和下降到 9 元的概率。也就是说，我们并不需要了解真实世界中股票未来价格的期望值，而期望值的确定正与投资者的主观风险偏好相联系。

* 因此我们可以在假设风险中性的前提下为期权定价。

风险中性定价法原理

* 在为衍生证券定价时，我们作了一个可以大大简化工作的假定：投资者是风险中性的。
* 在此假设下，所有可交易证券的漂移率率都等于无风险利率，因为风险中性的投资者不需要额外的风险收益来吸引他们承担风险；相应地，所有未来现金流的贴现率也都是无风险利率。
* 这仅仅是一个技术假定，我们并不真的认为市场投资者是风险中性的。但在此假定下的结论不仅适用于投资者风险中性的情形，也适用于投资者厌恶风险的现实世界。
* 这就是风险中性定价原理。

风险中性定价法：例子

* 假设一种不支付红利股票目前的市价为10元，我们知道在3个月后，该股票价格或者为11元，或者为9元。假设选择的无风险年利率为10%，如何为一份3个月期协议价格为10.5元的该股票看涨期权定价？

* 在风险中性世界中，假设股票价格上升的概率为$\hat{P}$，下跌概率为$1-\hat{P}$，则

$$e^{-0.1\times0.25}\left[11\hat{P}+9\left(1-\hat{P}\right)\right]=10$$

$$\hat{P}=0.6266$$

* 这样，根据风险中性定价原理，期权价值为

$$f=e^{-0.1\times0.25}\left(0.5\times0.6266+0\times0.3734\right)=0.31\text{元}$$

风险中性定价法的核心

- 要注意的是，我们之所以能够使用风险中性定价法，是因为我们假设市场是无套利的和完全的。

- 完全市场是指所有证券都是可复制的。

状态价格定价法

- 状态价格：在特定的状态发生时回报为1，否则回报为0的资产在当前的价格。

- 如果未来时刻有N种状态，而这N种状态的价格都已知，那么我们只要知道某种资产在未来各种状态下的回报状况，就可以对该资产进行定价，这就是状态价格定价技术。

- 显然，状态价格定价法也是基于无套利和可复制的前提。

状态价格定价法：例子

* 假设一种不支付红利股票目前的市价为10元，我们知道在3个月后，该股票价格或者为11元，或者为9元。假设选择的无风险年利率为10%，如何为一份3个月期协议价格为10.5元的该股票看涨期权定价？

* 设上升状态价格为 π_u，下跌状态价格为π_d。则

$$\begin{cases} 11\pi_u + 9\pi_d = 10 \\ \pi_u + \pi_d = e^{-10\% \times 3/12} \end{cases}$$

* 解得

$$\pi_u = 0.62, \pi_d = 0.35$$

* 所以

$$f = 0.5 \times 0.62 = 0.31\text{元}$$

目录

* 绝对定价法与相对定价法
* 复制定价法、风险中性定价法与状态价格定价法
* A General Case
* 积木分析法

A General case

* 假设一只无红利支付的股票， 当前时刻t股票价格为S，基于该股票的某个期权的价值是f，期权到期日为T。在期权存续期内，股票价格或者上升到Su，相应的期权回报为f_u；或者下降到Sd，相应的期权回报为f_d。

复制定价法

- 构造一个由一单位看涨期权空头和Δ单位标的股票多头组成的组合，并可计算得到该组合无风险时的Δ值。

$$\Delta = \frac{f_u - f_d}{Su - Sd}$$

- 如果无风险利率为r，在无套利条件下，有

$$S\Delta - f = \left(Su\Delta - f_u\right)e^{-r(T-t)}$$

$$f = e^{-r(T-t)}\left[\hat{P}f_u + \left(1 - \hat{P}\right)f_d\right]$$

- 所以 $$\hat{P} = \frac{e^{r(T-t)} - d}{u - d}$$

风险中性定价法

- 假设风险中性世界中股票的上升概率为 $\hat{P}$。在无套利条件下，股票价格未来期望值按无风险利率贴现的现值等于该股票当前的价格，即

$$S = e^{-r(T-t)}\left[\hat{P}Su + \left(1-\hat{P}\right)Sd\right]$$

- 因此

$$\hat{P} = \frac{e^{r(T-t)} - d}{u-d}$$

$$f = e^{-r(T-t)}\left[\hat{P}f_u + \left(1-\hat{P}\right)f_d\right]$$

状态价格定价法

- 购买Su份基本证券1和Sd份基本证券2，在无套利条件下，该组合在T时刻的回报与股票是相同的，即

$$S=\pi_u Su+\pi_d Sd\rightarrow \pi_u u+\pi_d d=1$$

- 同时，购买1份基本证券1和1份基本证券2，在无套利条件下，该组合在T时刻总能获得1元，也就是说，这是无风险组合，即

$$\pi_u+\pi_d=e^{-r(T-t)}$$

* 所以

$$\pi_u = \frac{1 - de^{-r(T-t)}}{u-d}, \pi_d = \frac{ue^{-r(T-t)} - 1}{u-d}$$

* 继而有

$$f = e^{-r(T-t)}\left[\hat{P}f_u + \left(1-\hat{P}\right)f_d\right]$$

$$\hat{P} = \frac{e^{r(T-t)} - d}{u-d}$$

Question

* 在现实世界中状态价格取决于什么？

* 你知道该股票在现实世界中上升的概率吗？

目录

- 绝对定价法与相对定价法
- 复制定价法、风险中性定价法与状态价格定价法
- A General Case
- 积木分析法

积木分析法

- 金融工程产品和方案本来就是由股票、债券等基础性证券和4种衍生证券构造组合形成的，积木分析法非常适合金融工程

- 积木分析法的重要工具是金融产品回报图或是损益图。

5. 预备知识

衍生证券定价的基本假设

- 市场不存在摩擦
- 市场是完全竞争的
- 市场参与者厌恶风险，希望财富越多越好
- 市场不存在无风险套利机会
- 市场不存在对手风险（Counterparty Risk）

连续复利

* 连续复利终值公式

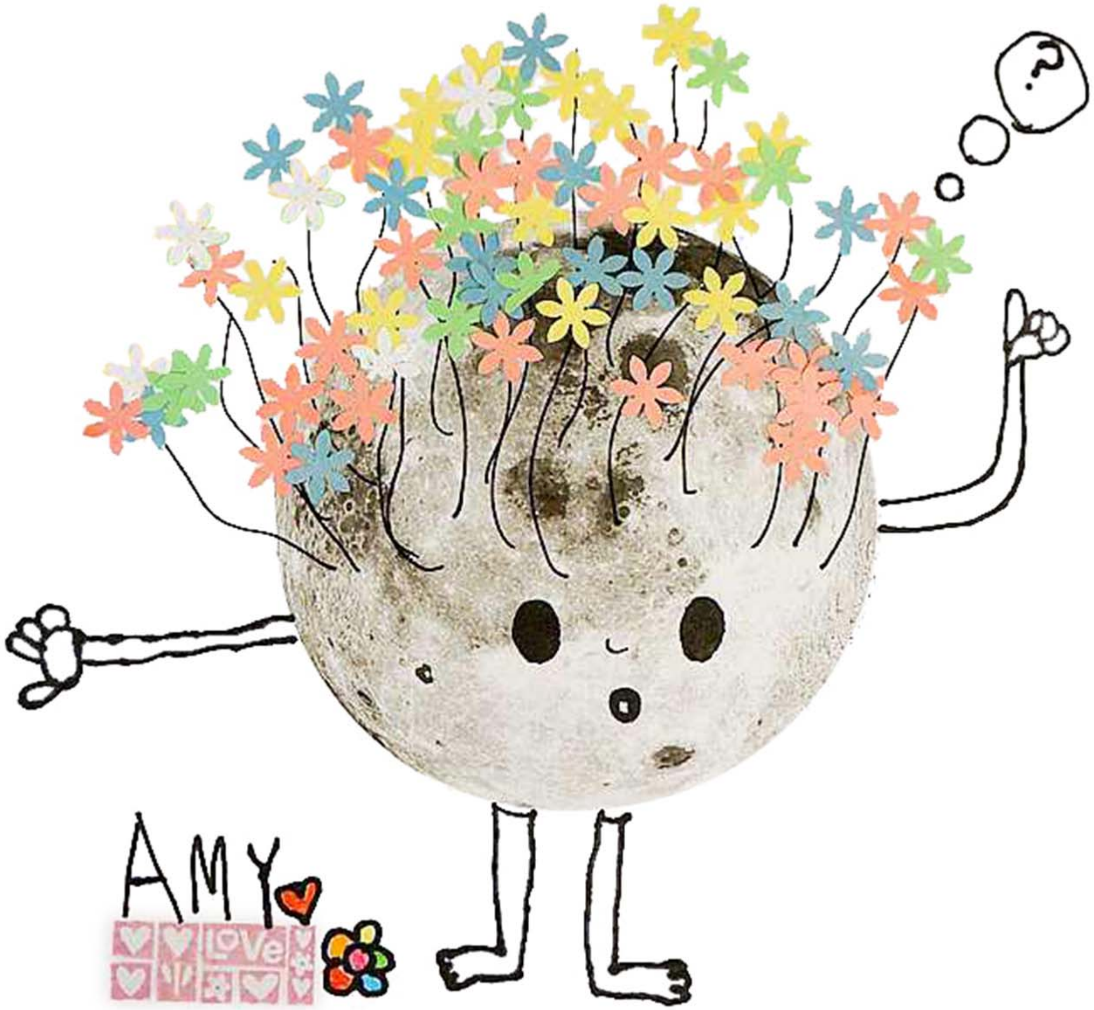
$$\lim_{m\to\infty} A\left(1+\frac{r_m}{m}\right)^{mn} = Ae^{rn}$$

* 连续复利与普通复利的转换：

$$r = m\ln(1+\frac{r_m}{m})$$

$$r_m = m(e^{\frac{r}{m}} - 1)$$

Any Questions ?



謝謝

Email: zlzheng@xmu.edu.cn
aronge@xmu.edu.cn