



过程设备机械设计基础

----构件的受力分析

主讲：付 尧

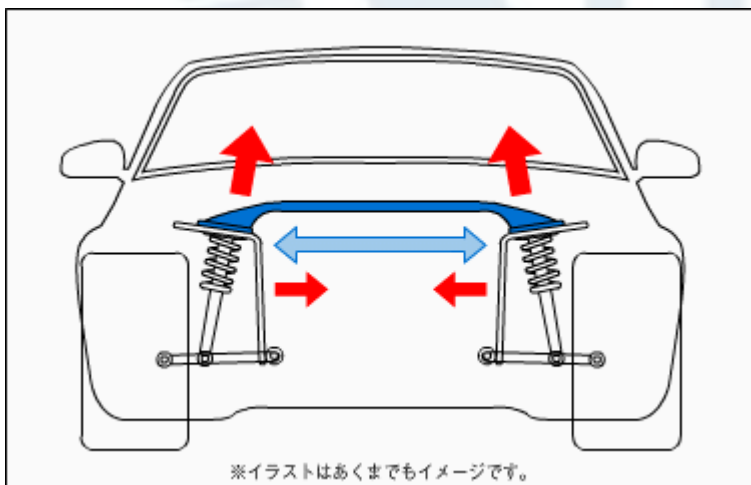
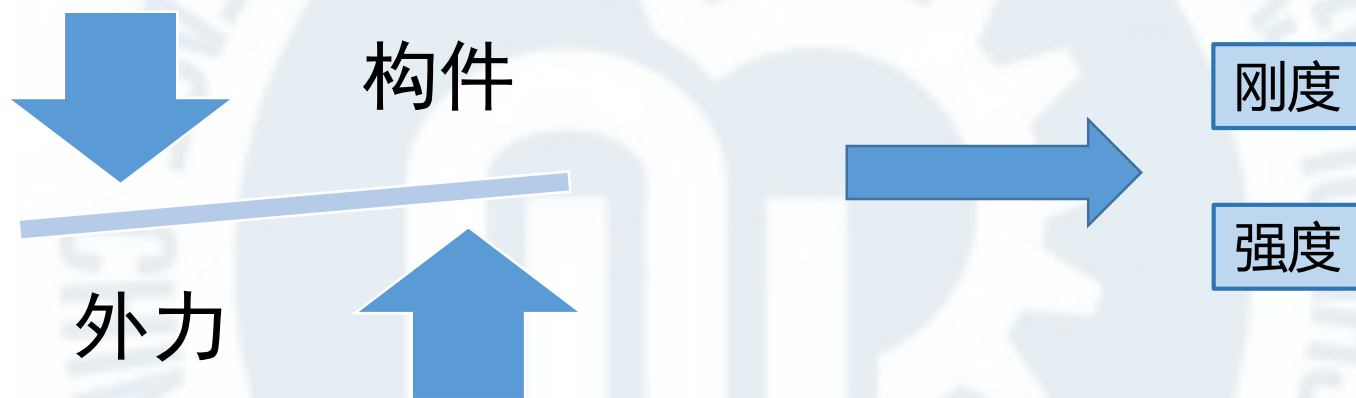
电话：64252096

email: fuyao@ecust.edu.cn

学习资料及论坛: www.chenjj.org

- 静力学的基本概念
- 约束、约束反力与受力图
- 平面汇交力系的合成与平衡条件
- 平面力偶系的合成与平衡条件
- 平面任意力系的合成与平衡条件

构件的受力分析是研究物体在力系的作用下平衡条件的科学，属于静力学的范畴，它是研究构件强度和刚度的基础。



本章学习目的:

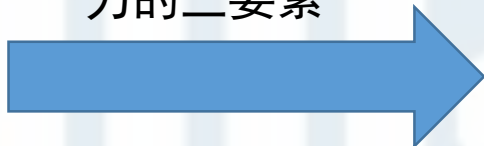
- 1) 物体平衡概念和静力平衡的基本规律;
- 2) 运用静力平衡的规律, 求解未知力。

什么是力？

力是由物体间的相互作用而引起的，这种作用能使物体的运动趋势和运动状态发生变化。



力的三要素



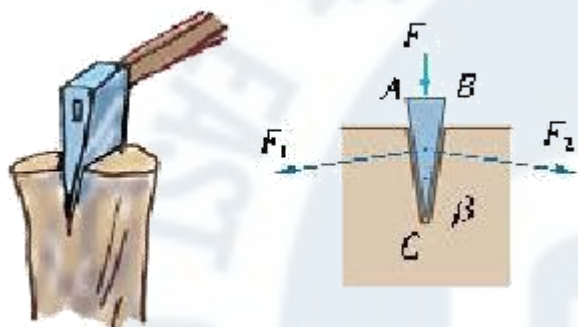
力的大小

力的方向

力的作用点

力的单位：N (KN) , Kgf

$$1\text{Kgf} = 9.8\text{N}$$



- **等效力系**：若两个力系对同一刚体分别作用时，产生的效果完全相同，则称此二力为等效力系。

- **力系的合力**：若一个力与某一力系的作用效果等效，则称此力为该力系的合力。

- **平衡状态**：物体相对于地面保持静止或匀速直线运动的状态。

- **平衡力系**：若某一力系能使刚体保持平衡状态，则称此力系为平衡力系。



静力学基本法则

1

• 二力平衡公理

2

• 加减平衡力系公理

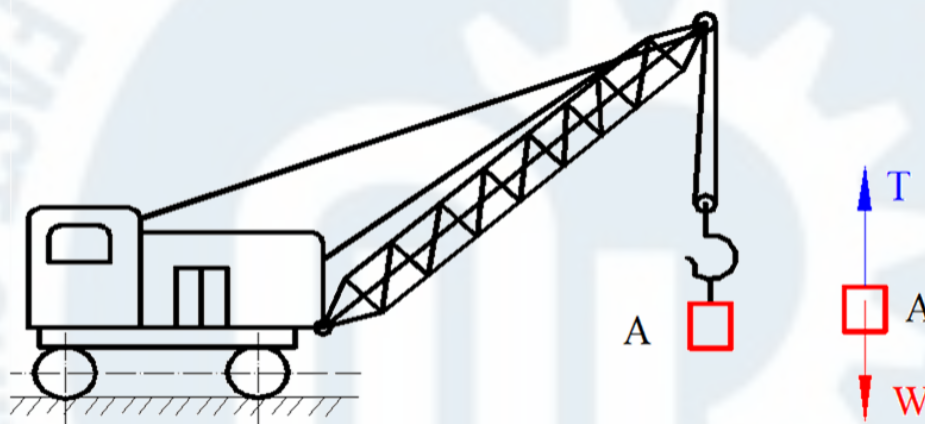
3

• 力的平行四边形法则

4

• 三力平衡汇交定律

二力平衡公理

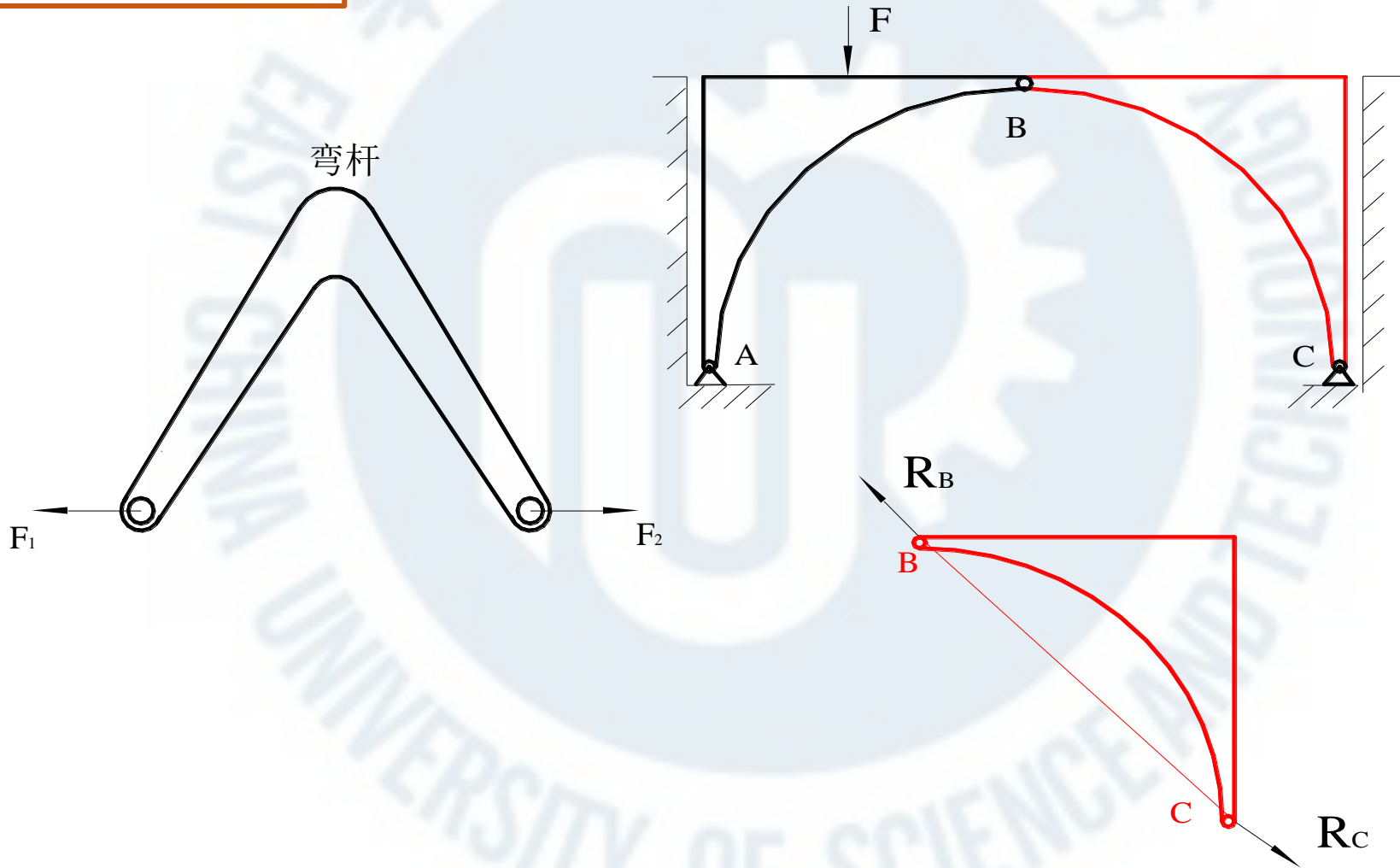


$$T = W$$

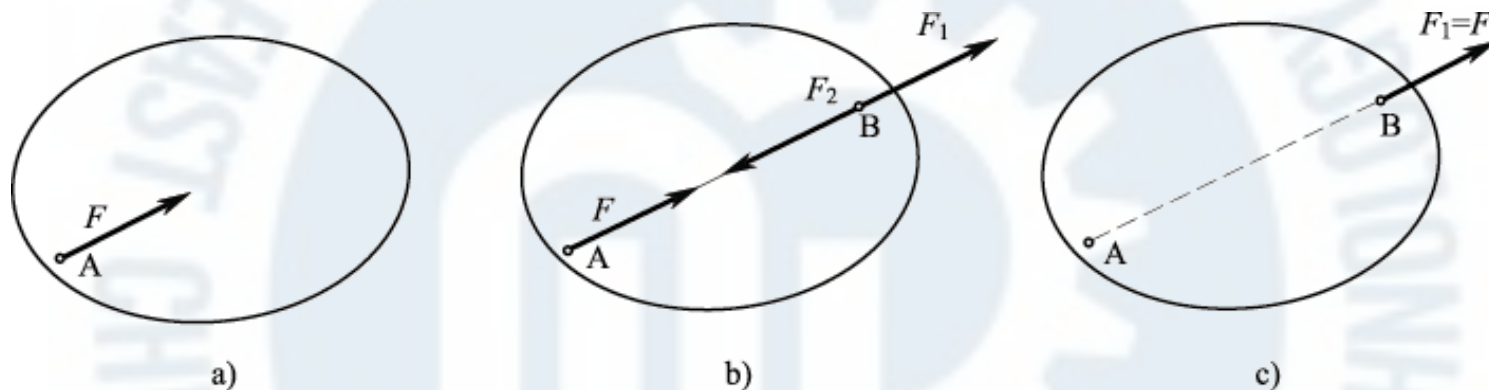
作用在刚体上的两个力，使刚体处于平衡的充分和必要条件是：这两个力大小相等，方向相反，且作用在同一直线上。

二力平衡公理VS 作用力与反作用力区别？

二力平衡公理



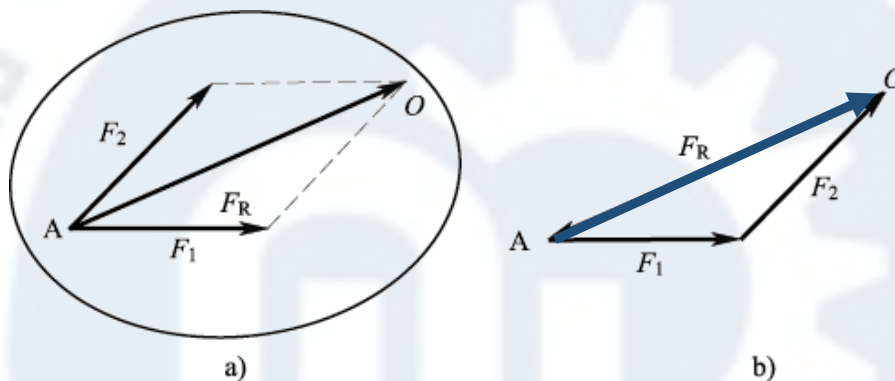
加减平衡力系公理



➤ 加减平衡力系公理：在一刚体上加上或减去一个平衡力系，不改变原力系对刚体的效应

➤ 推论：力的可传性定理，作用于刚体上某点的力，可以沿着它的作用线移到刚体内任意一点，并不改变该力对刚体的作用效果。

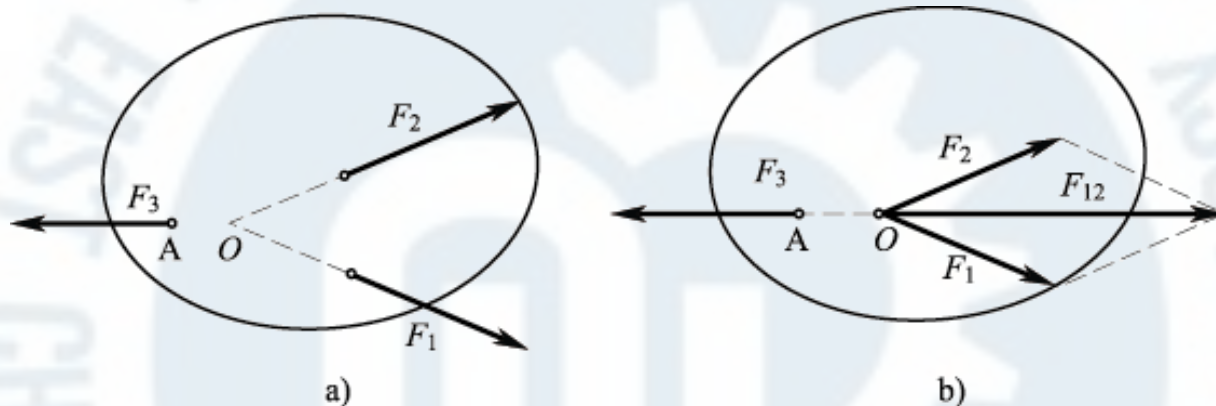
力的平行四边形法则



$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

- 作用在物体上同一点的两个力，可以合成为一个合力。合力的作用点仍在该点，合力的大小和方向，由这两个力为边所构成的平行四边形的对角线确定。
- 两个力首尾相连，合力即为第一个力的尾端指向第二个力的首端。

三力平衡汇交定律



- 若刚体受三个力作用而平衡，且其中两个力的作用线相交于一点，则此三个力必共面且汇交于同一点。
- 一个构件受三力处于平衡时，若已知两力的方向，第三力的方向一定可以确定，即第三个力一定指向或背离前两个力的交点。

- **约束**：对于某物体的活动起限制作用的其它物体；
- **约束反力**：限制物体运动的力；
- **主动力**：引起物体运动和运动趋势的力；
- **被动力**：由主动力的作用而引起的力；
- **受力图**：对研究对象画出的关于所有作用力的简图。

约束用于传递运动或承受载荷，是连接物体的某种结构。

约束的分类

柔性约束

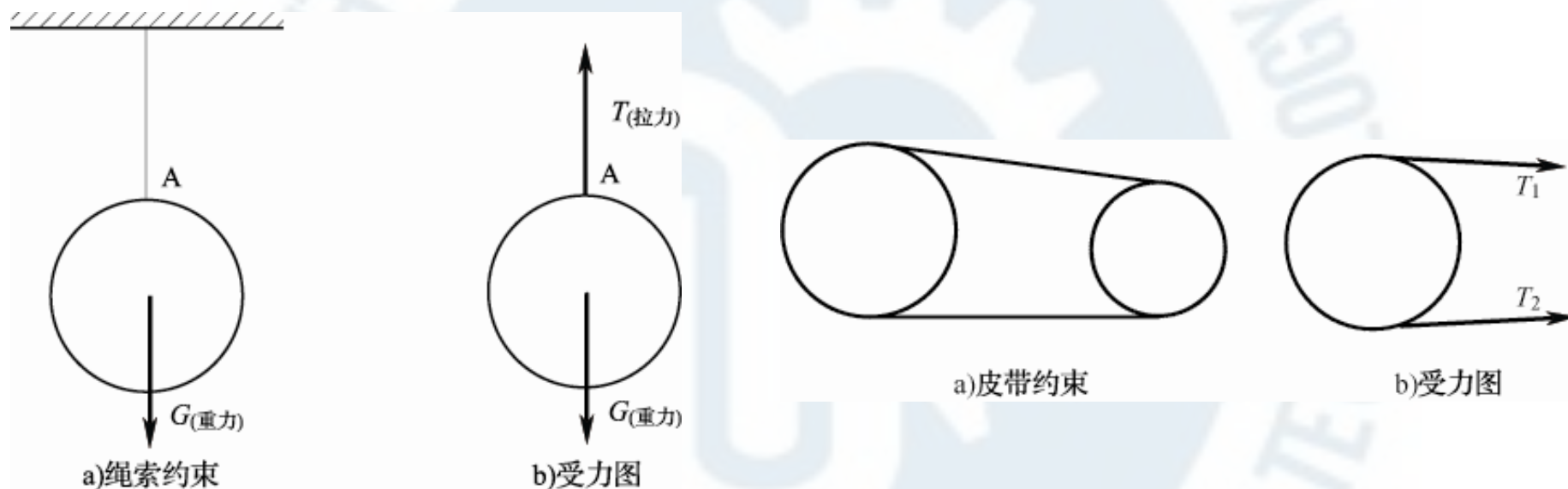
光滑面约束

固定铰链约束

辊轴支座约束

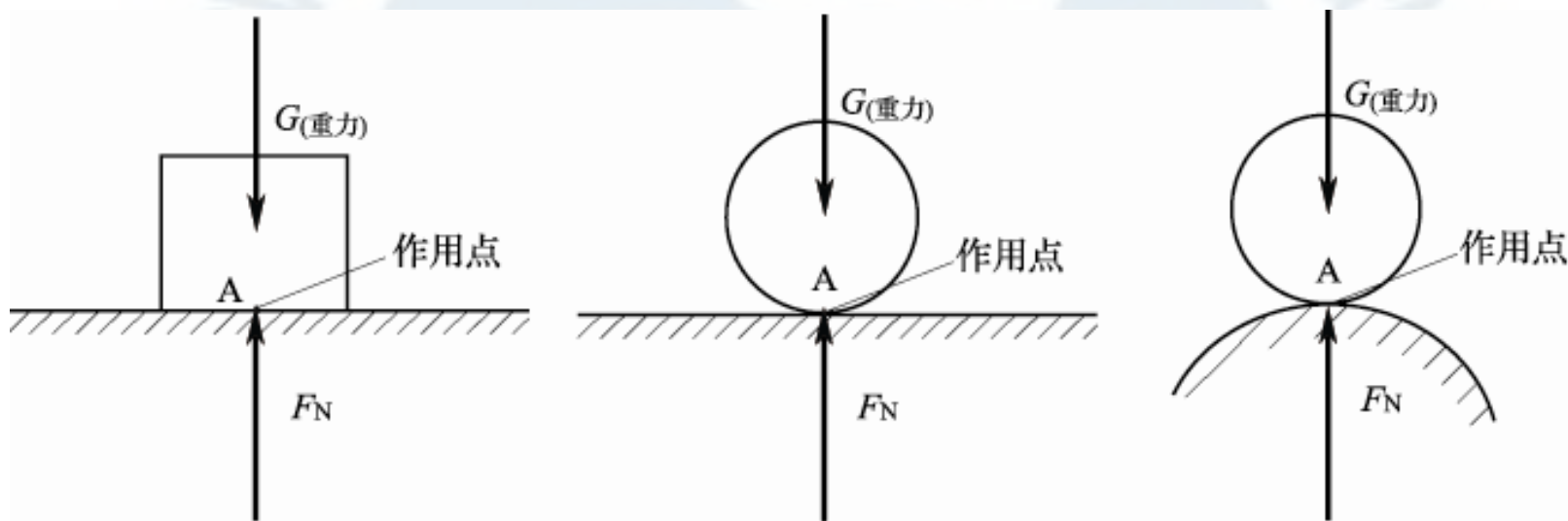
固定端约束

柔性约束： 不计自重的绳索、链条、皮带等称为柔性约束。



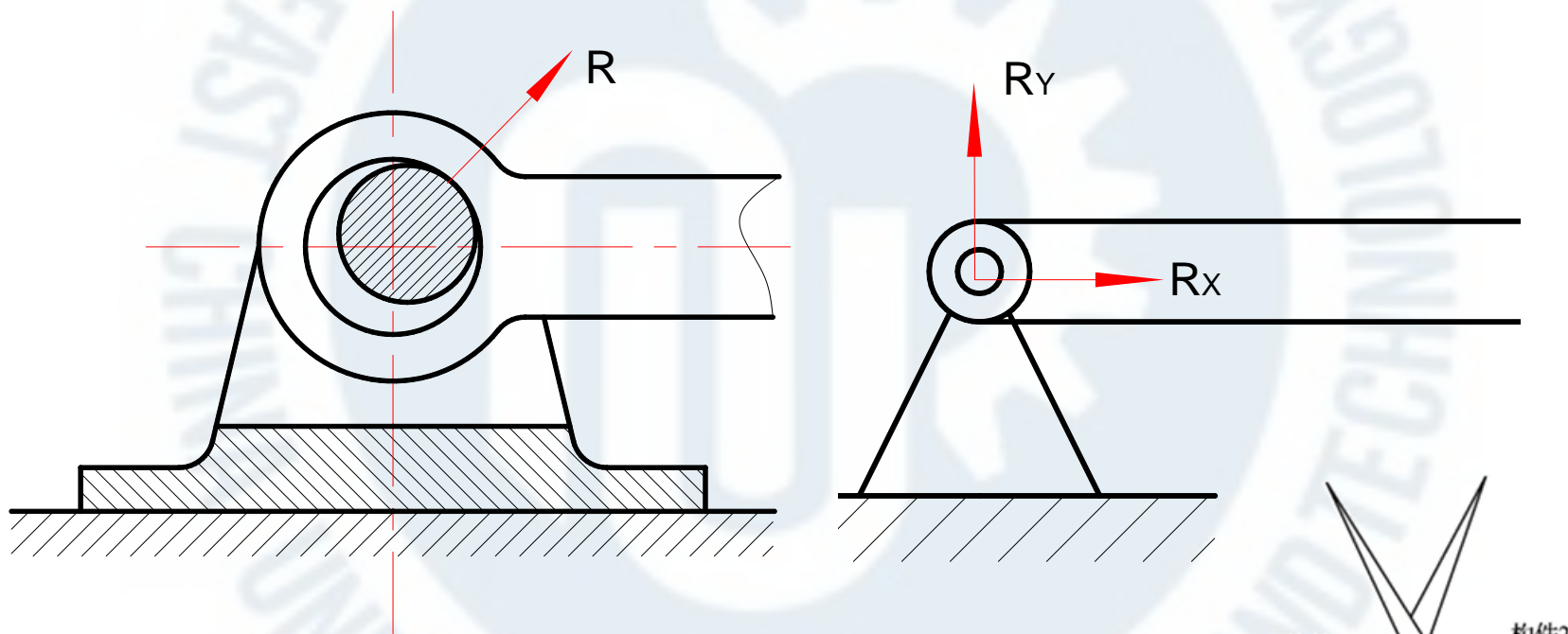
- 只能承受拉力，不能承受压力和抗拒弯曲。
- 只能限制物体沿柔体伸长方向的运动，不能限制其他方向的运动。
- 约束反力的作用线沿着被拉直的柔性物体中心线且背离物体运动方向。

光滑面约束：当两个物体直接接触，接触面比较光滑或有良好的润滑，摩擦力很小，可忽略不计时，这类约束称为光滑面约束。



- 只能限制物体沿接触点的公法线方向趋向支承面的运动。
- 只能承受压力，不能阻止物体的离开。
- 约束反力通过接触点，并沿公法线，指向与物体被阻止运动的方向相反（即恒指向被约束的物体）

固定铰链约束： 用一个光滑的圆柱销钉插入两个构件的光滑圆孔中，将两个构件连接在一起，形成的约束。

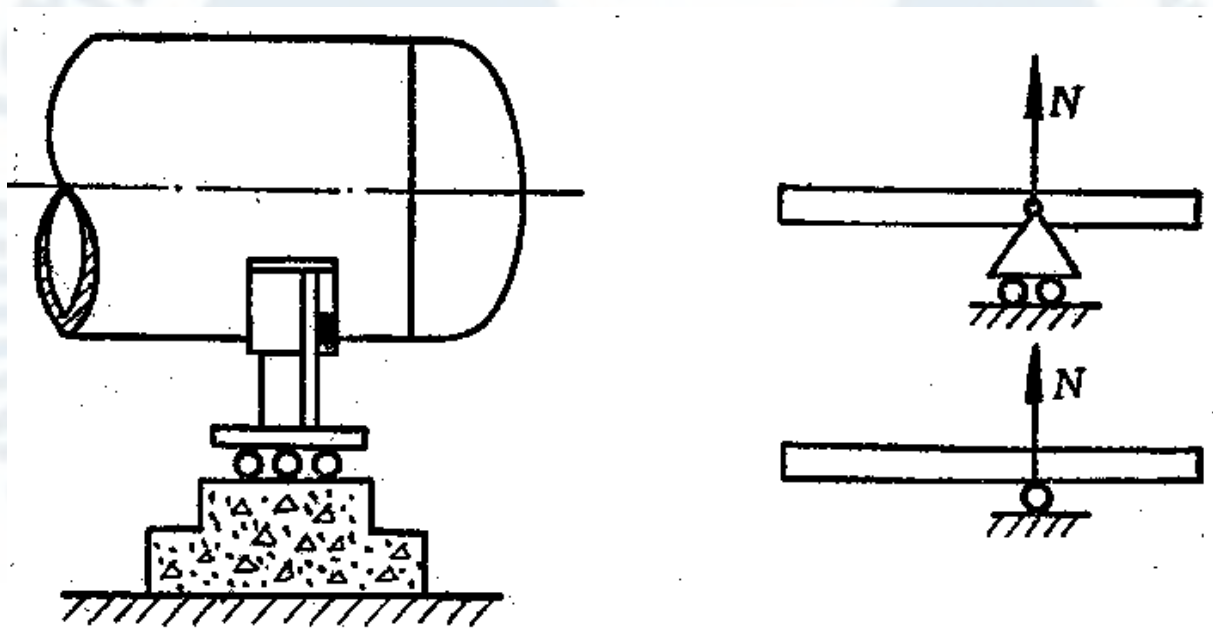


- 只能限制物体间的任意径向移动，不能限制物体绕销钉轴线的转动。
- 约束反力作用在接触点上，作用线垂直销钉轴线并通过轴心。



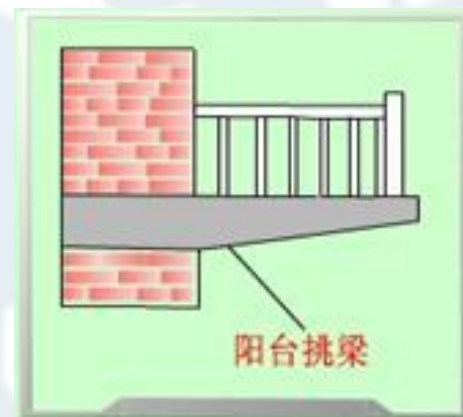
b)剪刀组合图

辊轴支座约束： 为了适应温度变化使之能相应地伸长或收缩，常在一个支座与基础接触面之间装有几个辊轴，使这个支座可以沿管道或容器的轴向自由地移动。


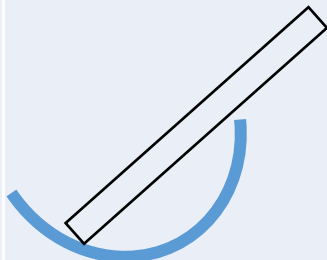
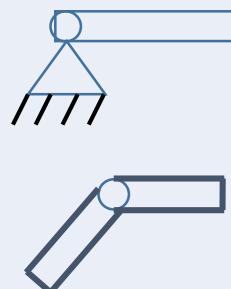
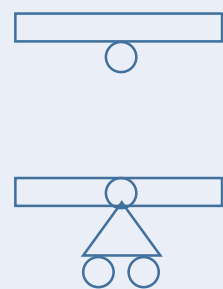
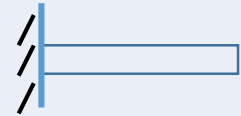


- 只限制支座沿垂直于支承面方向的运动。
- 约束反力的指向必定垂直于支承面，并通过铰链中心，指向或背离约束物体。

固定端约束： 使固定端完全固定，被固定的部位既不能移动，也不能转动。



- 固定端存在三个约束反力。

柔性约束	光滑约束	固定铰链	辊轴支座	固定约束
Cable	Smooth support	External/internal pin	Roller support	Fixed support
				
只能承受拉力	只承受压力, 约束反力沿接触点公法线	约束反力可分解为 R_x 、 R_y	约束反力垂直于支撑面	存在3个约束反力 R_x 、 R_y 、 M

受力分析步骤

1

- 确定研究对象, 去除约束, 取分离体画图

2

- 画作用力, 先主动力, 后约束反力

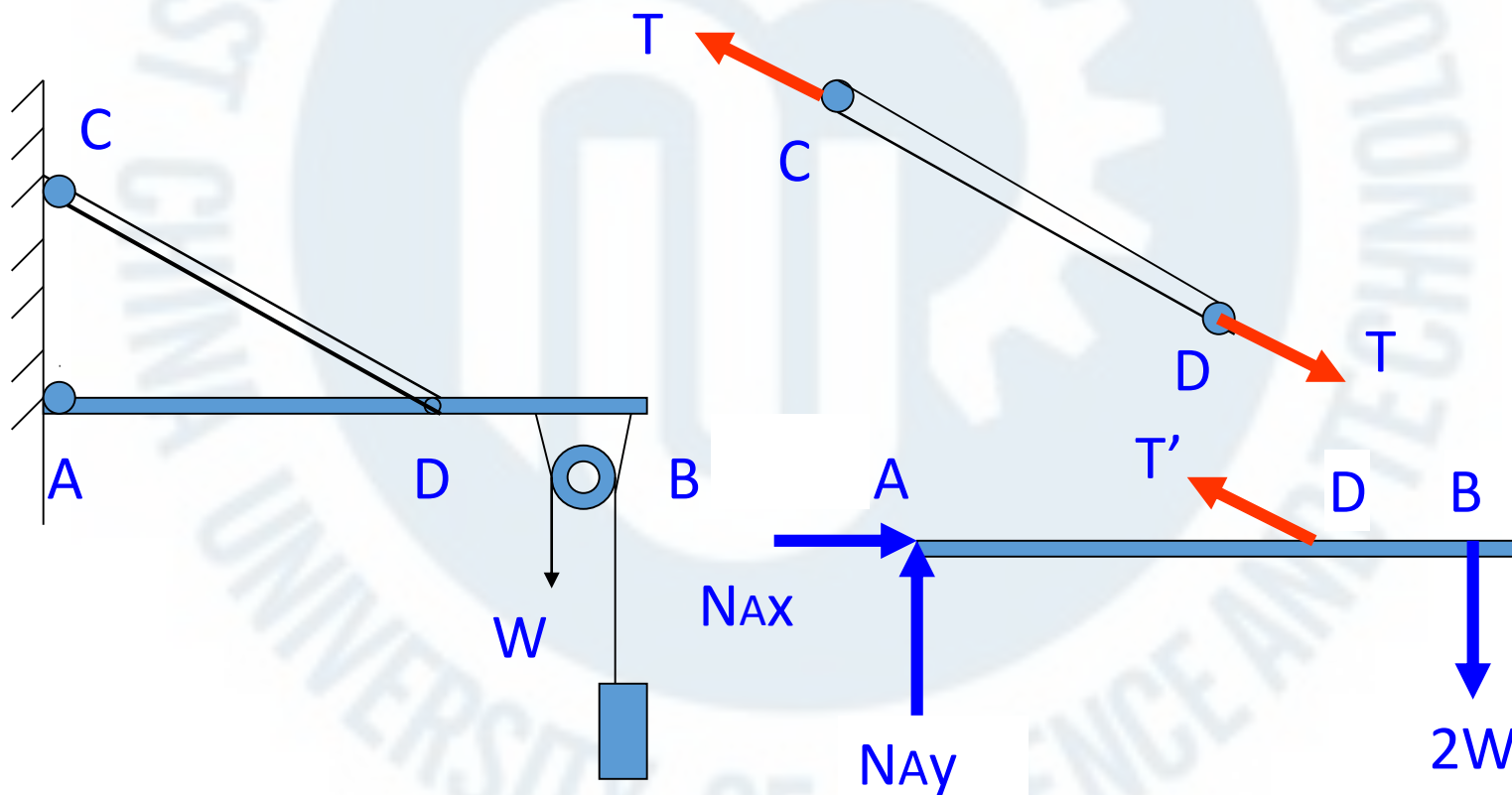
3

- 只画外力, 不画内力

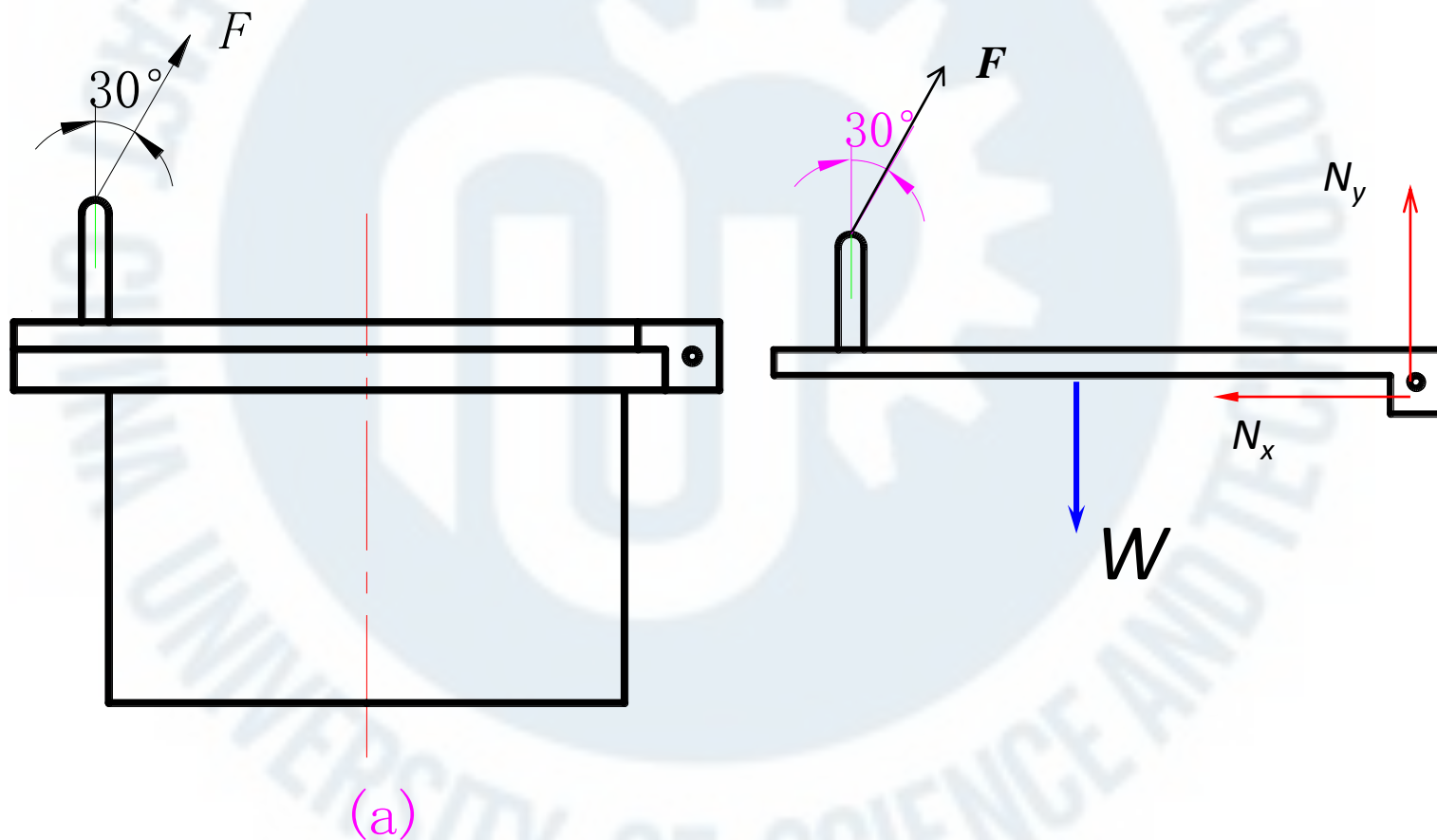
4

- 利用已知力方向确定未知力方向

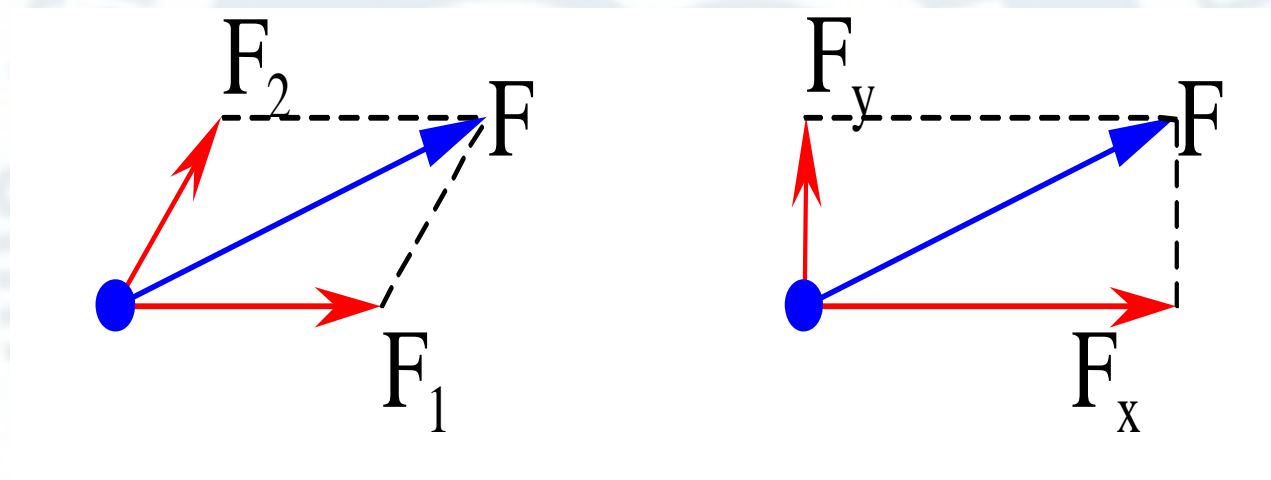
例1 画机架的受力图



例2 人孔盖的受力图



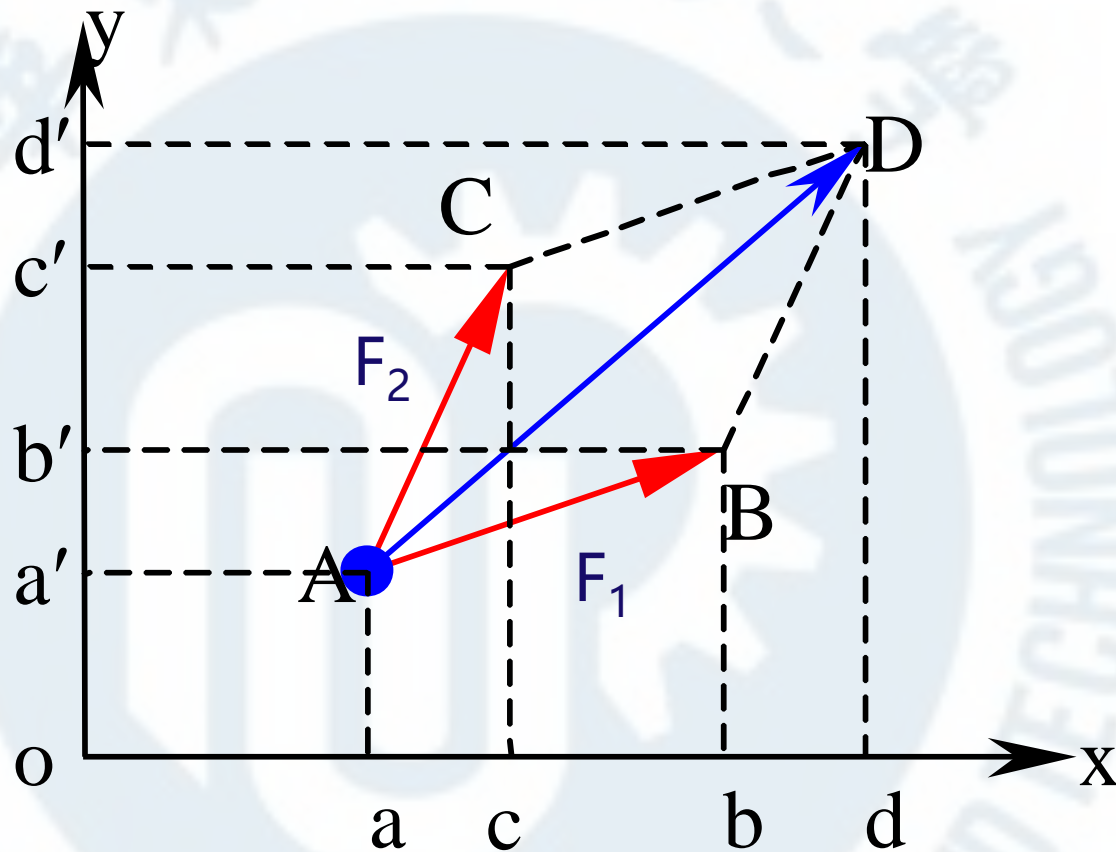
平面汇交力系：作用于物体上的诸力的作用线位于同一平面内，且汇交于一点。



投影法

一个力时：

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}, \quad \tan \theta = \frac{F_y}{F_x}$$



两个力时:

$$F = \sqrt{ad^2 + a'd'^2} = \sqrt{(F_{x1} + F_{x2})^2 + (F_{y1} + F_{y2})^2}$$

$$\tan \theta = \frac{a'd'}{ad} = \frac{F_{1y} + F_{2y}}{F_{1x} + F_{2x}}$$

多个力时:

平衡条件:

$$F = \sqrt{\sum F_x^2 + \sum F_y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{\sum F_y}{\sum F_x}$$

$$F = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2} = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{array} \right.$$

平面汇交力系的解题方法

1

根据题意，选取适当的物体为研究对象，画出受力图。若约束反力的方向不能预先判定，可以先进行假定。

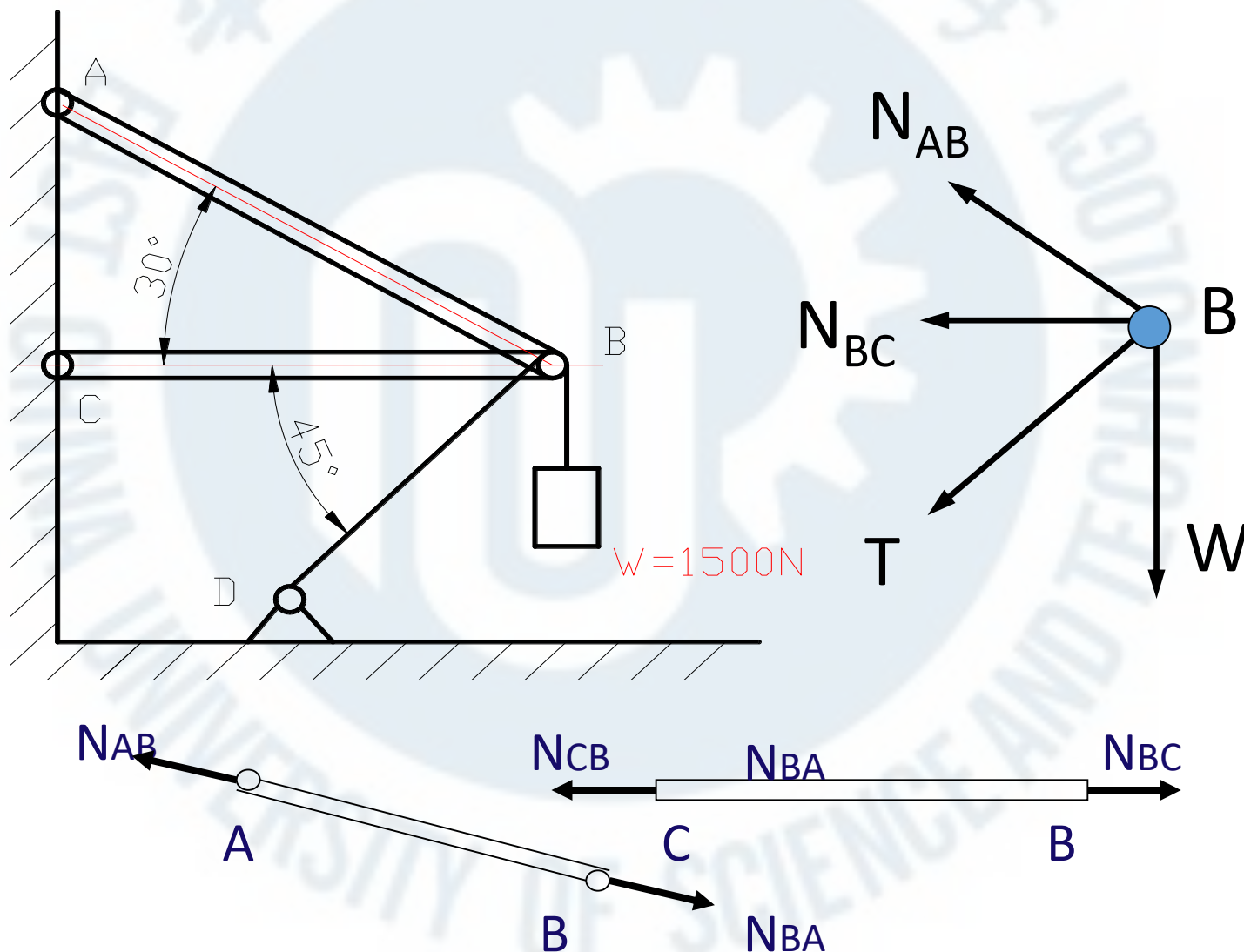
2

在力系的汇交点上，选取适当的坐标系。选取的坐标系应尽量使力的投影计算简便。一般应使坐标轴与较多的力平行或垂直。

3

由平衡条件列出平衡方程，求解未知量。

例3 求AB、BC杆的受力



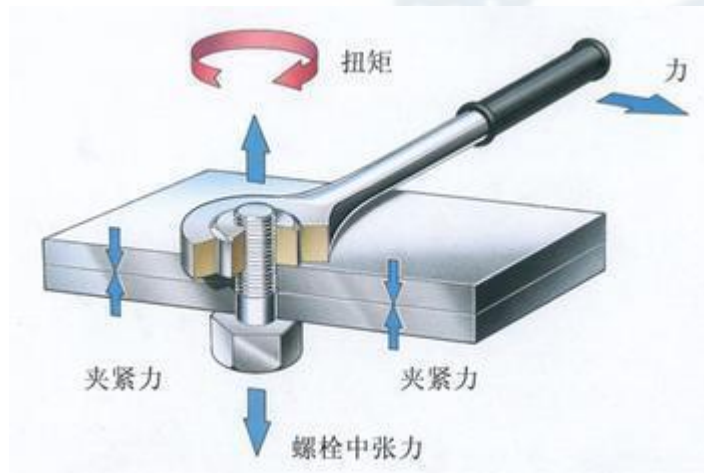
解：以小滑轮为研究对象，取分离体画受力图如图，为平面汇交力系，根据平衡条件得：

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -N_{AB} \cos 30^\circ - N_{BC} - T \cos 45^\circ = 0 \\ N_{AB} \sin 30^\circ - W - T \sin 45^\circ = 0 \end{cases}$$

$$\therefore T = W$$

解得：

$$N_{AB} = 5.12 \text{ kN}, \quad N_{BC} = -5.49 \text{ kN}$$



力矩：（力对点的矩）力的数值与力臂的乘积。力对点的矩与矩心的选区有关，同一个力对不同点的矩是不同的。

$$M_O(F) = \pm Fd$$

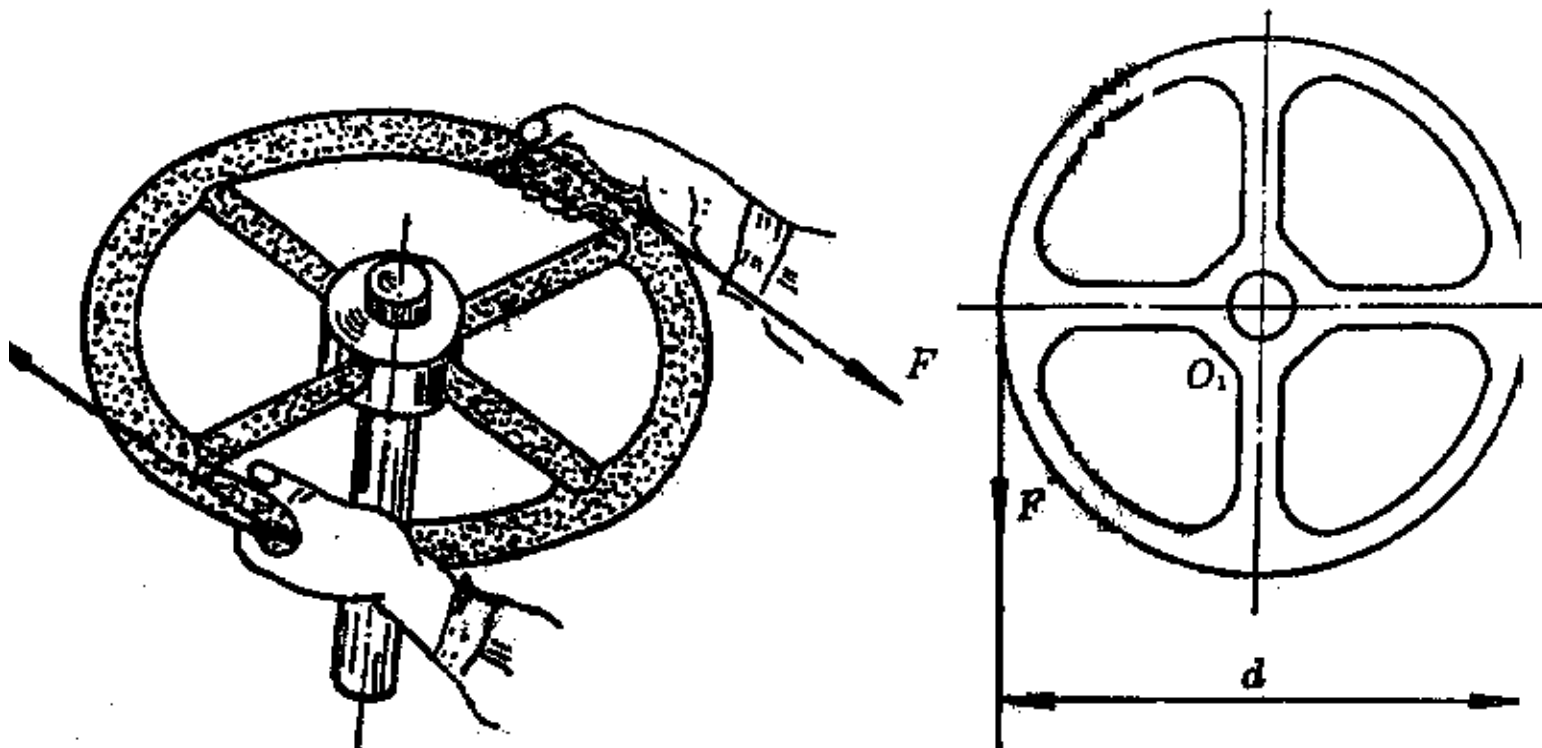
作用：使物体发生转动

规定：反时针转向的力偶为正

合力矩：平面汇交力系中的合力

$$M_O(R) = \sum_{i=1}^n M_O(F_i)$$

力偶：大小相等，方向相反，不共作用线的平行力作用。

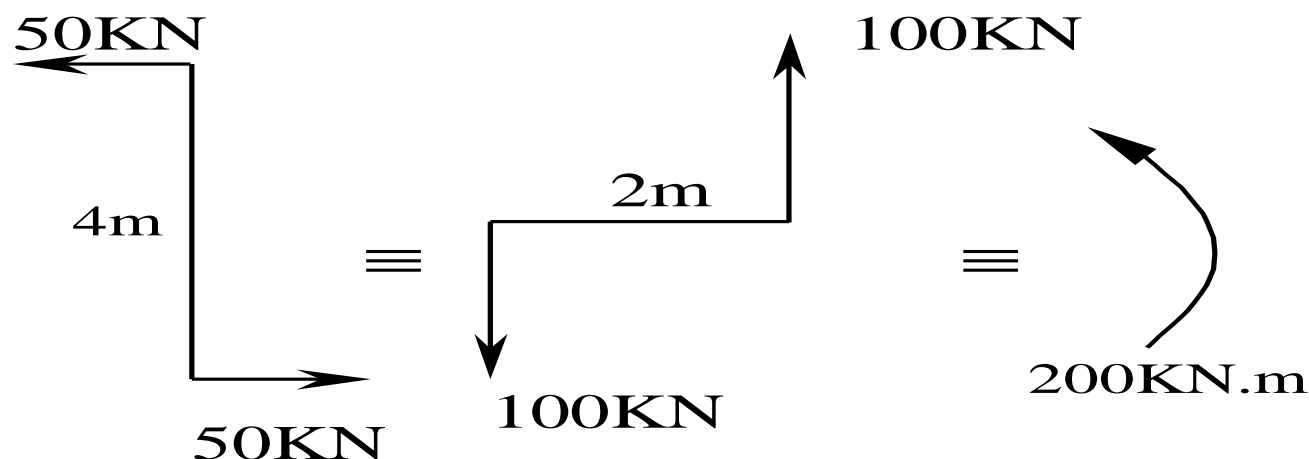


力偶矩：力的数值与力臂的乘积 $M = \pm F \cdot d$, \pm 表示力偶使物体产生转动的方向, 规定逆时针转向的力偶为正; $F \cdot d$ 表示转动效果的大小。单位: $\text{N} \cdot \text{m}$ 。

力偶矩的实质：力偶的两个力对力偶平面内任意点的矩的代数和。

等效力偶：只要 $M = Fd$ 相等，使物体产生的转动方向相同，这两个力偶的作用效果完全相同。

三要素：力偶矩大小，力偶的转向和作用平面。



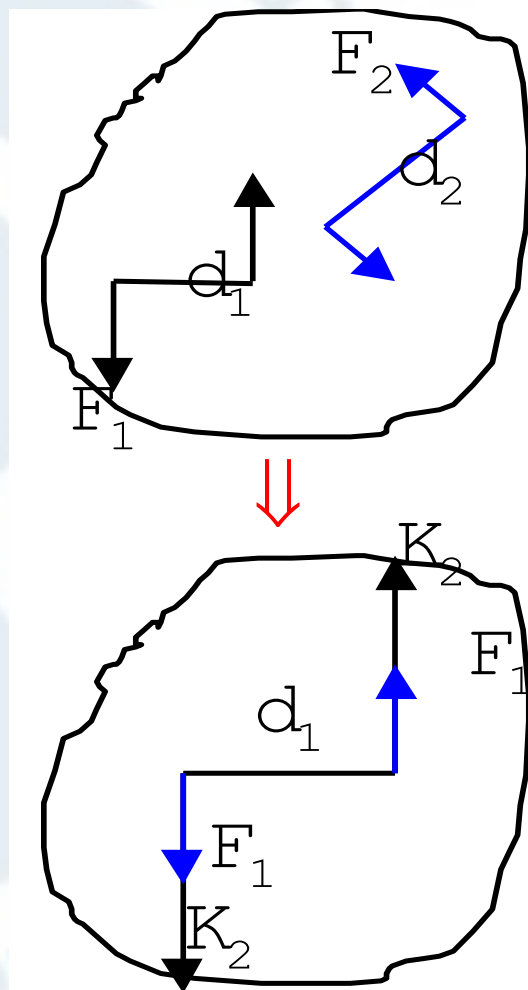
- $M_1 = F_1 d_1$, $M_2 = F_2 d_2$
- 将 M_2 化为力臂为 d_1 , 力为 K_2 的等效力偶, 则:

$$K_2 = M_2 / d_1$$

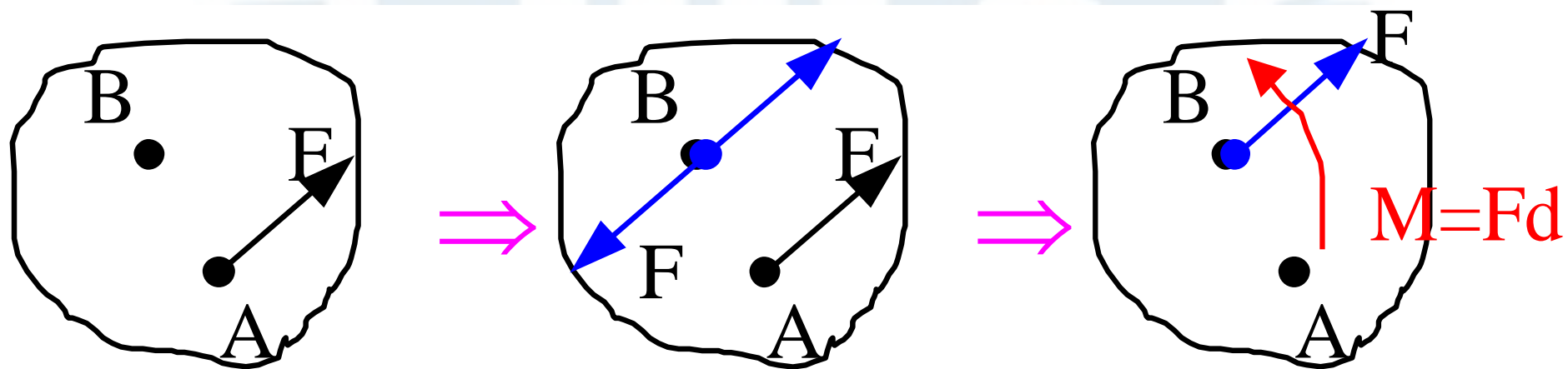
- 合力: $R = F_1 + K_2$
- 合力偶:

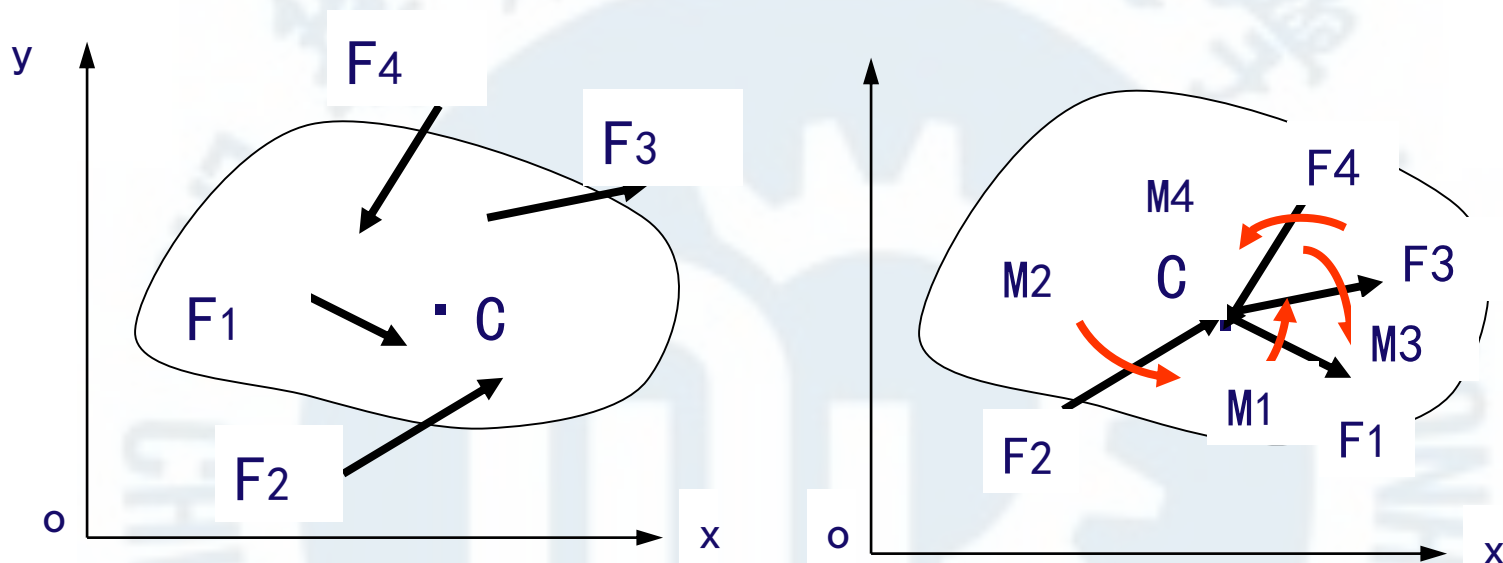
$$M = R d_1 = M_1 + M_2$$

平衡条件: $\sum M_i = 0$



定理：可以把作用在刚体上A点的力F平移到任意一点B，但必须同时附加一个力偶，这个附加力偶的矩等于原来的力F对新作用点B的矩。





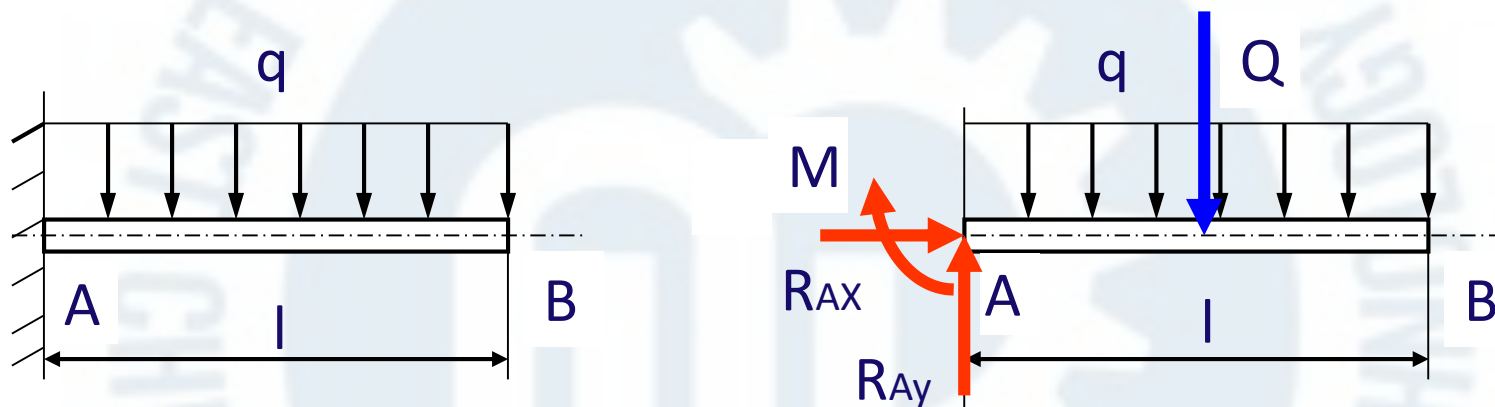
通过力的平移，将原平面一般力系简化为一个平面汇交力系和一个平面力偶系。

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M_o = 0 \end{cases}$$



平衡

例 求悬臂梁的约束反力



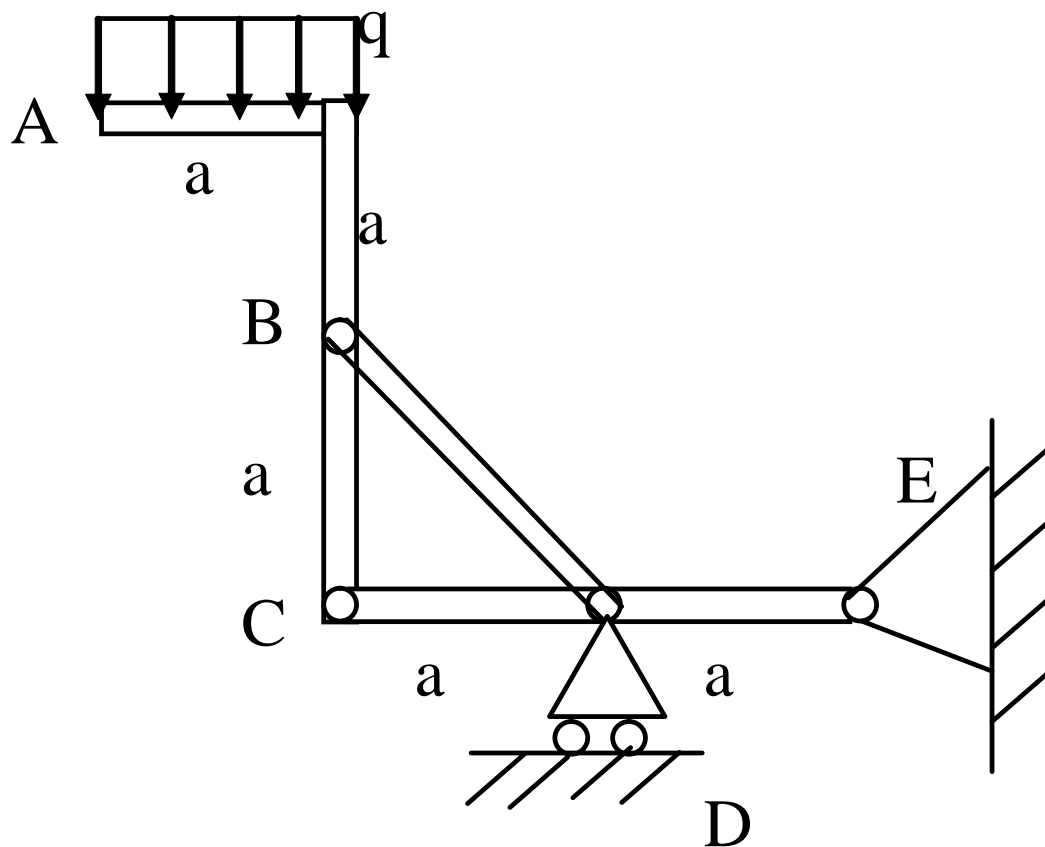
解: $\sum F_x = 0, R_{Ax} = 0$

$$\sum F_y = 0, R_{Ay} = ql$$

$$\sum M_A = 0, M_A = ql \cdot l / 2$$

相当于合力 $Q=ql$ 作用于中心位置 $l/2$ 处

例（习题2-16） 求E点的反力和BD杆的受力



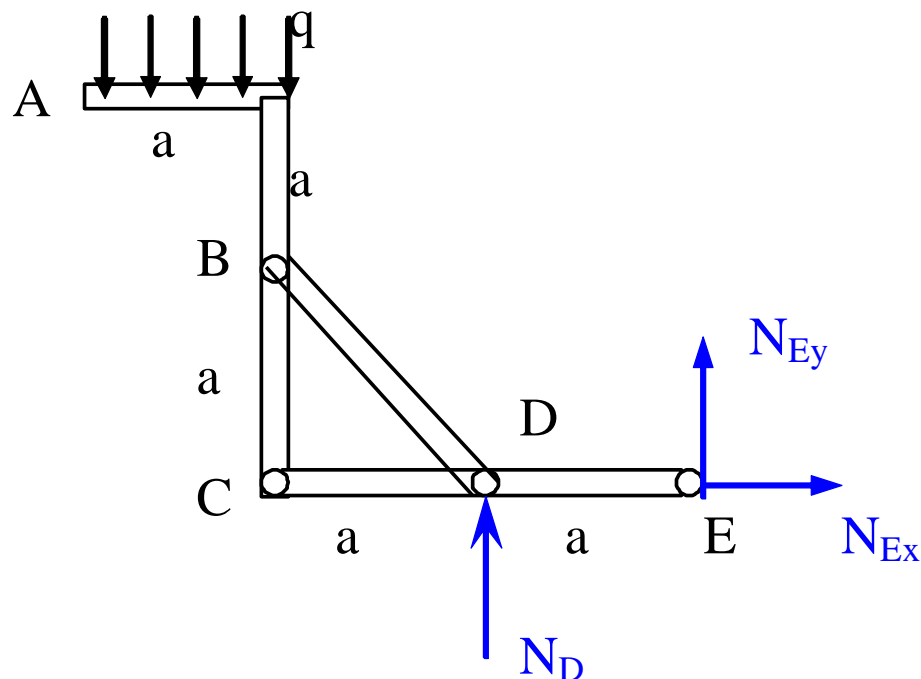
• 以E为支点：

$$\sum M_E = 0 \Rightarrow$$

$$N_D = \frac{1}{a} \left(qa \left(2a + \frac{a}{2} \right) \right)$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_{Ex} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_{Ey} = qa - \frac{5}{2} qa = -\frac{3}{2} qa$$

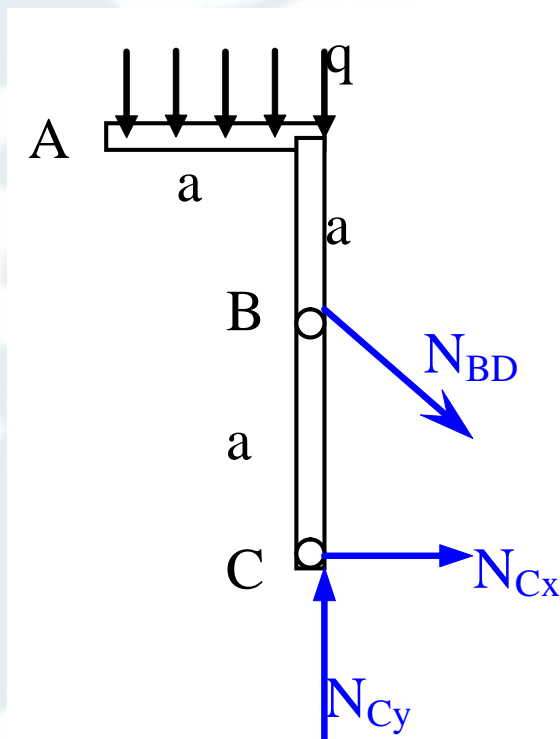


- **BD**为二力杆

$$\sum M_C = 0$$

$$N_{BD} = \frac{\sqrt{2}}{a} \left(qa \left(\frac{a}{2} \right) \right) = \frac{\sqrt{2}}{2} qa$$

$$\begin{cases} N_{cx} = -N_{BD} \cos 45^\circ = -\frac{1}{2} qa \\ N_{cy} = N_{BD} \sin 45^\circ + qa = \frac{3}{2} qa \end{cases}$$





复习: 例题1

思考题: 5,6,11,13,

习题: 2-11,2-12

预习: 第三章



谢谢聆听!

Thanks for listening!