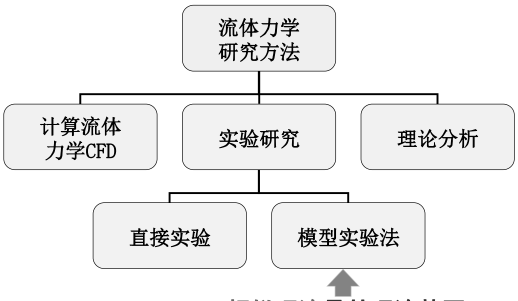
第8章 流体力学的实验研究方法

本章任务：熟悉**两个流动现象相似的条件**，介绍流体力学中常用的**相似准则数**，掌握利用**量纲分析法**获得准则方程以及模化计算。

第一节　流动相似原理
第二节　相似准则与量纲分析
第三节　工程模型研究　自学
第四节　流场测试技术　自学

流体力学的研究方法

第一堂课提到流体力学的三个研究方法，也是现代科学的三大基本方法。具体到流体力学中：



相似理论是其理论基石

3

流体力学的实验研究方法

实验研究方法分类
- **实物实验：**用仪器实测**原型系统**参数
- 比拟实验：利用电场或磁场模拟流场（应用极少）
- 模型实验

相似的两个流动现象之间，**虽然尺度等具体参数不同，但却可以由一个流动现象（模型，model）的测量结果换算出另一个流动现象（原型，proto / 真正关心的对象）的结果。**

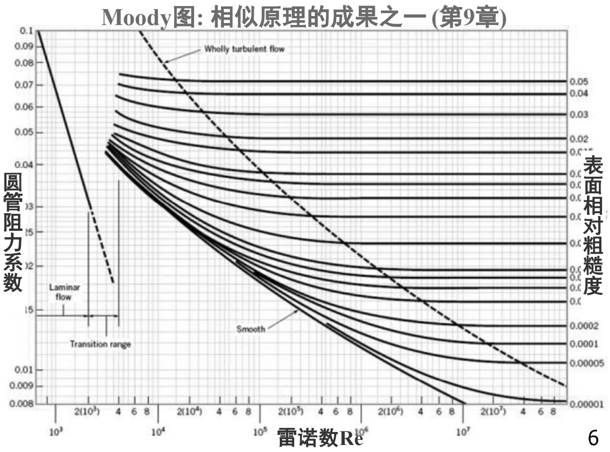
4

什么是模型实验？

模型实验以相似原理为基础，按一定的规则改变流动参数（如流体介质、流动速度与流场尺寸）来设计模型实验，然后整理模型实验获得的数据，找出其规律，并利用相似原理将实验结果应用于所有与模型相似的实际（原型）流动。

5

Moody图：相似原理的成果之一（第9章）



6

学习研究相似理论的目的

如何将“相似”量化？如何保证相似？

相似理论必须回答的三个问题

1) 应在什么条件下进行实验？如何选择模型尺寸、来流条件等参数以及流动工质等，以保证模型与原型流动相似？
2) 实验时应测量哪些量？
3) 如何整理实验数据（归类处理模型的测量数据）？实验结果放大并还原应用到实际系统（是否需要修正及如何修正）？

7

8.1 流动相似原理

相似　　**初中几何课就学过“相似三角形”**

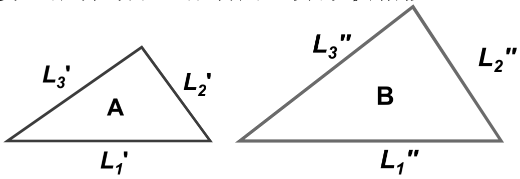
流动相似　　**在两个几何相似的空间中的流动系统中，若对应点的同名物理量(运动/受力)之间有一定的比例关系，则这两个流动相似。**

流动相似包括三个方面
- **几何相似**
- **运动相似**
- **动力相似**

8

8.1.1 几何相似

模型流动与原型流动的边界形状相似。



模型 (model)　　**原型(prototype)**

长度比例常数（长度比尺）C_l 为：

$$\frac{L_1''}{L_1'}=\frac{L_2''}{L_2'}=\frac{L_3''}{L_3'}=\frac{L_p}{L_m}=C_l$$

原型几何特征尺度

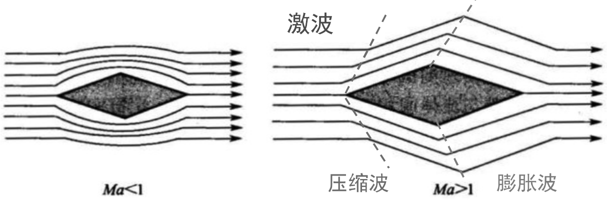
模型几何特征尺度

9

8.1.2 运动相似

几何相似的两个流动系统中，如果对应的流线形状也相似，则两个流动的运动相似。

运动相似意味着几何相似，反之则不然。

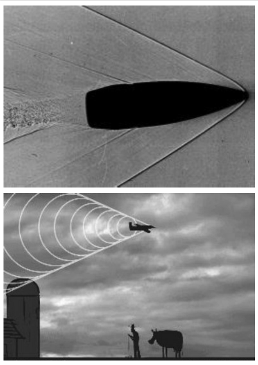


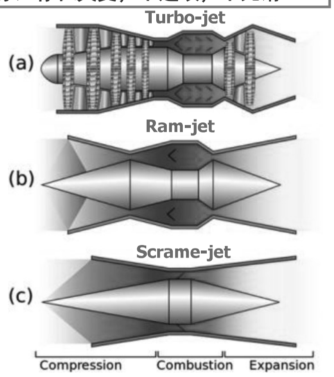
光滑　　不光滑

几何相似但运动不相似的两个流动问题

10

可压缩流动区别于不可压流动的典型现象：激波（shock）
激波前后物理量（ρ, u, p, T等）存在突变，不连续，不光滑

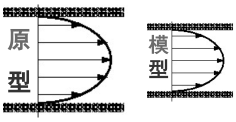




激波与马赫锥　　**涡喷发动机vs. 冲压发动机**

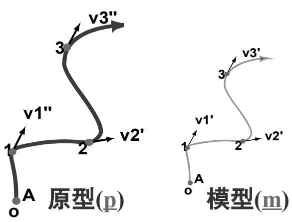
13

“流线形状也相似”：意味着两个系统中对应点在对应时刻的速度向量（和加速度分别）互相平行，且比值为常数。



速度比例常数(速度比尺)：

$$C_v=\frac{\vec{v}_p}{\vec{v}_m}=\frac{u_p}{u_m}=\frac{v_p}{v_m}=\frac{w_p}{w_m}$$



原型(p)　　**模型(m)**

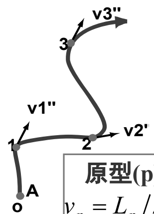
11

定义时间比尺：　$C_t=\Delta t_p/\Delta t_m$

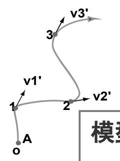
则有：　$C_vC_t/C_l=1$

两相似系统之间, 速度, 长度与时间的比尺三者, 一旦选定其中的任两个, 则另外一个比尺也就确定了, 不能再选。

注：加速度 $\vec{a}\left[=\lim_{\Delta t\to 0}\left(\Delta\vec{v}/\Delta t\right)\right]$ 如果速度比尺和时间比尺都一定，则加速度也成比例且比值一定。



原型(p)
$v_p=L_p/\Delta t_p$



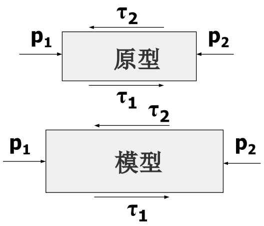
模型(m)
$v_m=L_m/\Delta t_m$

12

8.1.3 动力相似

是指两个几何相似、运动相似的流动系统中，对应点处作用相同性质的力F，其方向相同，大小成一定比例，且比例常数对两个流场中任意对应点都不变。即：

$$\boxed{\frac{F_p}{F_m}=\frac{(A\times p_1)_p}{(A\times p_1)_m}=\frac{(A\times \tau_1)_p}{(A\times \tau_1)_m}=C_f} \rightarrow \text{力的比尺}$$



要模型中的流动与原型相似，除满足几何相似、运动相似和动力相似外，还须使两个流动的边界条件和初始条件相似。

例如原型是狭缝流动，模型也应是狭缝流动而不能是圆管外绕流。

“风牛马不相似”

13

相似原理小结

1 两种流动相似, 必须为同类现象, 因此控制方程须相同。

2 两种流动相似，所有单值性条件相似。单值性条件包括流动空间几何形状、流动速度、流体物性、壁面条件、初始条件等等。

3 两种流动相似，那么单值性条件中某些物理量组成的相似准则数（无量纲数）对应相等。

14

8.2 相似准则及其分析方法

问题提出：如何保证**模型**系统中的流动与**原型**流动相似？

困难所在：原型流动的详情是未知的，因此并不能实际验证 **“两个系统中对应点在对应时刻”** 的**四个比尺**是否为常数。

解决方法：建立<u>相似准则</u>　（例如：“雷诺数相等”）
相似准则是流动相似的**充分且必要的条件**

建立相似准则的途径：

1. 对已建立微分方程描述的问题，根据方程和相似条件建立相似准则；
2. 对未建立微分方程的问题，根据影响流动过程的物理参数，通过量纲分析导出相似准则。

15

8.2.1 微分方程分析法

粘性不可压流体流动的相似准则

(1) N－S方程的相似分析

从粘性不可压缩流动的控制方程导出流动的相似准则

实际系统(原型p)

$$\frac{\partial v_{pz}}{\partial t_p}+v_{px}\frac{\partial v_{pz}}{\partial x_p}+v_{py}\frac{\partial v_{pz}}{\partial y_p}+v_{pz}\frac{\partial v_{pz}}{\partial z_p}=-g_p-\frac{1}{\rho_p}\frac{\partial p_p}{\partial z_p}+\frac{\mu_p}{\rho_p}\left(\frac{\partial^2 v_{pz}}{\partial {x_p}^2}+\frac{\partial^2 v_{pz}}{\partial {y_p}^2}+\frac{\partial^2 v_{pz}}{\partial {z_p}^2}\right)$$

模型系统(模型m)

$$\frac{\partial v_{mz}}{\partial t_m}+v_{mx}\frac{\partial v_{mz}}{\partial x_m}+v_{my}\frac{\partial v_{mz}}{\partial y_m}+v_{mz}\frac{\partial v_{mz}}{\partial z_m}=-g_m-\frac{1}{\rho_m}\frac{\partial p_m}{\partial z_m}+\frac{\mu_m}{\rho_m}\left(\frac{\partial^2 v_{mz}}{\partial {x_m}^2}+\frac{\partial^2 v_{mz}}{\partial {y_m}^2}+\frac{\partial^2 v_{mz}}{\partial {z_m}^2}\right)$$

16

根据流动相似的条件：

几何相似： $x_p=C_l x_m, y_p=C_l y_m, z_p=C_l z_m$

运动相似： $v_{px}=C_v v_{mx}, v_{py}=C_v v_{my}, v_{pz}=C_v v_{mz}$

动力相似： $p_p=C_p p_m, g_p=C_g g_m$

其他物理量相似： $\rho_p=C_\rho \rho_m, \mu_p=C_\mu \mu_m$

代入原型系统的流动微分方程并整理

$$\frac{C_v}{C_t}\frac{\partial v_{mz}}{\partial t_m}+\frac{C_v^2}{C_l}\left(v_{mx}\frac{\partial v_{mz}}{\partial x_m}+v_{my}\frac{\partial v_{mz}}{\partial y_m}+v_{mz}\frac{\partial v_{mz}}{\partial z_m}\right)=-C_g g_m-\frac{C_p}{C_l C_\rho}\frac{1}{\rho_m}\frac{\partial p_m}{\partial z_m}+\frac{C_v C_\mu}{C_l^2 C_\rho}\frac{\mu_m}{\rho_m}\left(\frac{\partial^2 v_{mz}}{\partial {x_m}^2}+\frac{\partial^2 v_{mz}}{\partial {y_m}^2}+\frac{\partial^2 v_{mz}}{\partial {z_m}^2}\right)$$

再与模型系统流动微分方程相比较

17

如果：

$$\boxed{\frac{C_v}{C_t}=\frac{C_v^2}{C_l}=C_g=\frac{C_p}{C_l C_\rho}=\frac{C_v C_\mu}{C_l^2 C_\rho}} \Rightarrow$$

原型方程与模型方程完全相同

如果：
边界条件也相同

由模型方程的解即可获得原型方程的解

相似准则的导出：

用 C_v^2/C_l 除以上述等式各项, 得出：

$$\boxed{\frac{C_l C_v C_\rho}{C_\mu}=\frac{C_p}{C_v^2 C_\rho}=\frac{C_v^2}{C_g C_l}=\frac{C_l}{C_t C_v}=1}$$

可得以下相似准数：

18

相似准数导出如下：

$$\frac{C_l C_v C_\rho}{C_\mu}=1 \Rightarrow \boxed{\frac{\rho_p v_p L_p}{\mu_p}=\frac{\rho_m v_m L_m}{\mu_m}}=\frac{\rho v L}{\mu}=\mathrm{Re}$$ 雷诺数 Reynolds

$$\frac{C_p}{C_v^2 C_\rho}=1 \Rightarrow \boxed{\frac{p_p}{v_p^2\rho_p}=\frac{p_m}{v_m^2\rho_m}}=\frac{p}{v^2\rho}=Eu$$ 欧拉数 Euler

$$\frac{C_v^2}{C_g C_l}=1 \Rightarrow \boxed{\frac{v_p^2}{gL_p}=\frac{v_m^2}{gL_m}}=\frac{v^2}{gL}=Fr$$ 弗劳德数 Froude

$$\frac{C_l}{C_t C_v}=1 \Rightarrow \boxed{\frac{L_p}{v_p t_p}=\frac{L_m}{v_m t_m}}=\frac{L}{vt}=St$$ 斯特劳哈尔数 Strouhal

如果两流动相似，上述四个参数须对应相等。 19

(2) 相似准数的物理意义

$$\underbrace{\rho\frac{\partial v_z}{\partial t}}_{\substack{\text{惯性力}(t)\\ \rho v/t}}+\underbrace{\rho\left(v_x\frac{\partial v_z}{\partial x}+v_y\frac{\partial v_z}{\partial y}+v_z\frac{\partial v_z}{\partial z}\right)}_{\substack{\text{惯性力}(v)\\ \rho v^2/L}}=\underbrace{-\rho g}_{\substack{\text{重力}\\ \rho g}}-\underbrace{\frac{\partial p}{\partial z}}_{\substack{\text{压力}\\ p/L}}+\underbrace{\mu\left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2}\right)}_{\substack{\text{黏性力}\\ \mu v/L^2}}$$

$$\mathrm{Re}=\frac{\text{惯性力}}{\text{黏性力}}=\frac{\rho v^2/L}{\mu v/L^2}=\frac{\rho v L}{\mu}$$ 雷诺数 Reynolds

用于分析黏性力不可忽略的流动，又称黏性阻力相似数。两个几何相似的流动在黏滞阻力作用下达到动力相似，则雷诺数相等。反之，如果两个流动的雷诺数相等，则这两个流动一定在黏滞阻力作用下动力相似。

常见黏性流动的分析都必须考虑雷诺数。 书P170末行缺“黏”字 20

$$Eu=\frac{\text{压力}}{\text{惯性力}}=\frac{p/L}{\rho v^2/L}=\frac{p}{\rho v^2}$$ 欧拉数 Euler

欧拉数：压力相似数，压力和惯性力的比值。
常用于压力对速度影响较大的流动, 如水击, 空泡流。

$$Fr=\frac{\text{惯性力}}{\text{重力}}=\frac{\rho v^2/L}{\rho g}=\frac{v^2}{gL}$$ 或 $$Fr=\frac{v}{\sqrt{gL}}$$ 弗劳德数 Froude

弗劳德数：重力相似数。惯性力和重力的比；动能与重力势能的比值。
常用于描述有自由表面的流动, 如水力学中水面波动。

$$St=\frac{\text{惯性力}t}{\text{惯性力}v}=\frac{\rho v/t}{\rho v^2/L}=\frac{L}{vt}$$ 斯特劳哈尔数 Strouhal

斯特劳哈尔数:时间相似数，~~速度随时间变化引起的力与惯性力之比~~。局部加速度与迁移加速度之比。
常用于非定常流动的分析，稳态流动中不考虑。 21

小结：

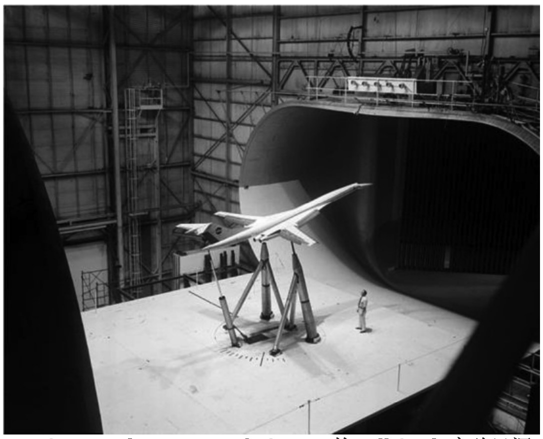
上述粘性不可压缩流动的N－S方程相似分析，导出了相关流动相似的四个相似准则数，Re，Eu，Fr，St。理论上模型实验如果要与原型相似，则两者4个相似数都须相等。

实际中做到很困难(?)，只能选择性地保证关键的相似数相等。

【例8-1】雷诺相似准则的应用，P172

又如冯·卡门大力提倡的“风洞吹风试验”

22



NASA Langley Research Center的Full Scale实验风洞

美国**Albany State University**的翼型风洞实验台

8.2.2 量纲分析法

对微分方程未建立(或不知道)的问题，根据影响流动过程的物理参数，通过量纲分析导出相似准则。

(1) 量纲及其性质

量纲：指量度的性质，是物理量单位的共同属性。
例如米，分米，纳米，是长度量纲的度量单位

基本物理量的量纲：长度：[L]；质量：[M]；
时间：[T]；热力学温度[Θ]；

量纲的特点：与量的特性有关，与读数大小无关

量纲和谐原理：只有量纲相同的物理量才能进行加减运算；所以对一个物理方程，各项的量纲必须相同，等式两边的量纲也必然相同。

量纲和谐的方程式(量纲齐次式)，不会因单位制的不同而影响计算结果(?)。一个正确的方程式，必须做到量纲和谐。

(2) 量纲分析法

包括瑞利(Rayleigh)方法和白金汉姆(Buckingham)方法，后者也叫π定理方法。

瑞利方法：应用的前提条件是，影响流动现象的变量之间的函数关系是幂函数乘积形式。

具体步骤：

① 确定影响流动的重要物理参数，假定它们之间的关系为幂函数乘积形式；
② 根据量纲和谐原理，建立各物理参数指数的联立方程组
③ 求解方程组得各物理参数的指数值，代入所假定的函数关系，得无量纲数之间的函数关系；
④ 通过模型实验确定待定系数。

例题 8－4，P174.

白金汉姆方法(π定理方法)

π定理的基本原理：若某一物理过程需要n个物理参数来描述，且这些物理参数涉及到r个基本量纲，则此物理过程可用n-r个无量纲数来描述，数学表达式为：

$$f(\pi_1, \pi_2, ..., \pi_{n-r}) = 0$$

π_1，π_2，…π_{n-r}：由方程中的物理量所构成的无量纲数.

π 项的选取原则

① r个基本物理参数必须包含r个基本量纲；
② 所选择的物理参数至少应包含一个几何特征参数，一个质量特征参数，一个流动特征参数；
③ 非独立变量不能作为基本物理参数。

注：π定理只能求出影响流动的无量纲参数，不能确定无量纲参数之间的函数关系，必须通过模型实验才能确定.

例题 8-5，P175.

8.3 工程模型研究（自学）

模型研究方法的实质：在相似理论的指导下，建立与实际问题相似的模型，并对模型进行实验研究，把所得的结论推广到实际问题。

模拟相似条件：几何相似　物理相似　定解条件相似

8.4 流场测试技术：接触法～非接触法（自学）

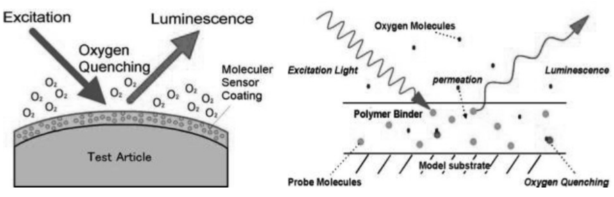
测速：三孔 、五孔、热线、LDV、UDV、PIV

测压：水排 、压力传感器、麦克风、压敏漆

测温：温度计、热电偶、温敏漆

湍流量(湍流动能 雷诺应力)：一般是测速基础上间接测

压敏漆测压系统：光源、压敏漆和CCD探测器



本章作业：P186 思考题 8-1~8-5