湍流

孙志仁

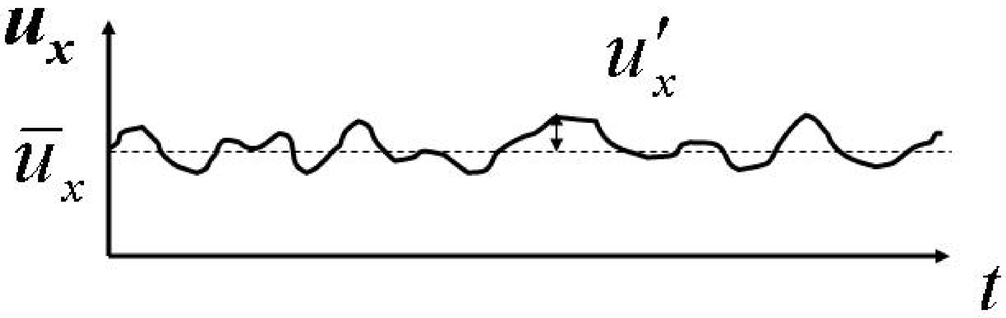
第八讲. 湍流

1. 湍流脉动
2. 时均模型
3. 波希涅斯克涡流粘度模型
4. 普朗特湍流混合长方程
5. 雷诺应力
6. 湍流通用速度分布
7. 湍流阻力

1. 湍流脉动

①. 脉动性 ②. 有旋性 ③.扩散性
④. 间歇性 ⑤. 拟序性 ⑥耗能性

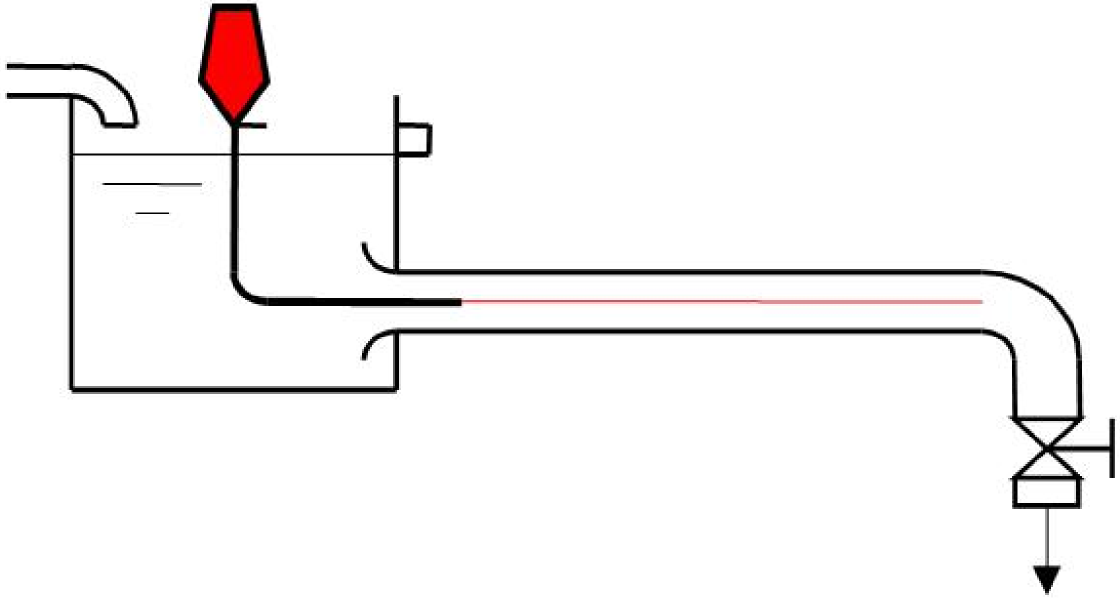
湍流混合层中的涡结构

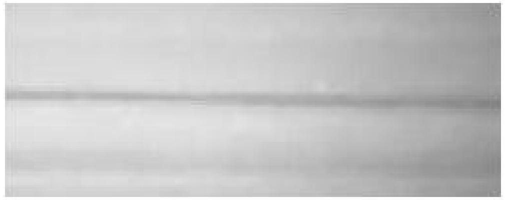


脉动值 « 时均值，仅 几% 。但频率极高，几百次/s

脉动产生的附加应力 τ^t »τ^L 粘性应力

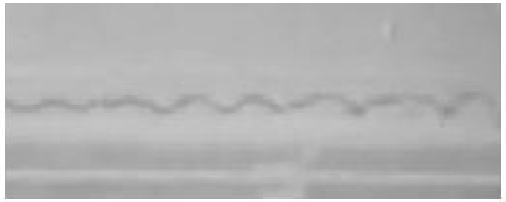
实验观察



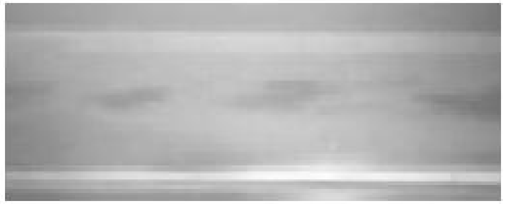


层流

间歇扰动



连续扰动



湍流

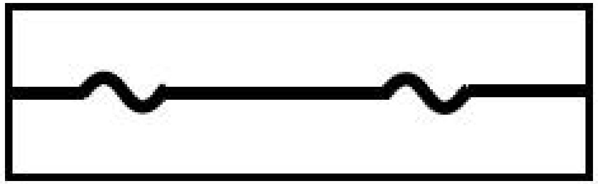
层流现象

层流

管中心一根边界清晰、形状均匀的有色流管，直至出口。

构想传热实验

间歇扰动

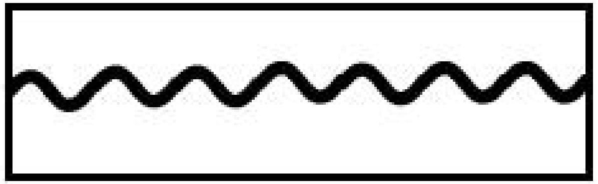


间歇扰动

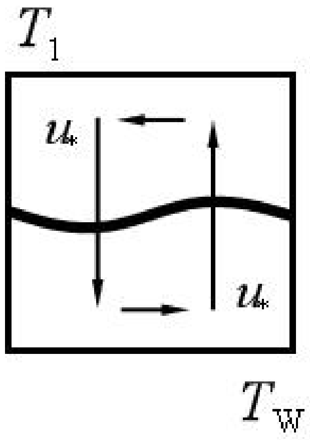
动能量积累到一定程度后突然释放产生间歇扰动。

局部升温过快，导致密度突然减小，甚至汽化产生扰动。扰动对象为分子微团。

连续扰动

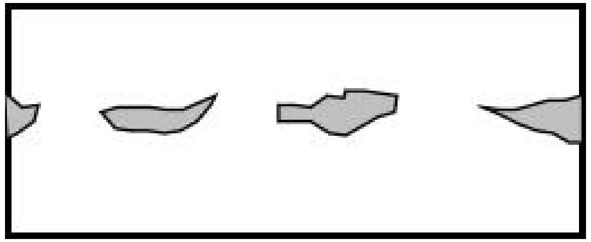


连续扰动



自然对流形成涡流微团。

湍流映像



从连续扰动到紊乱一片

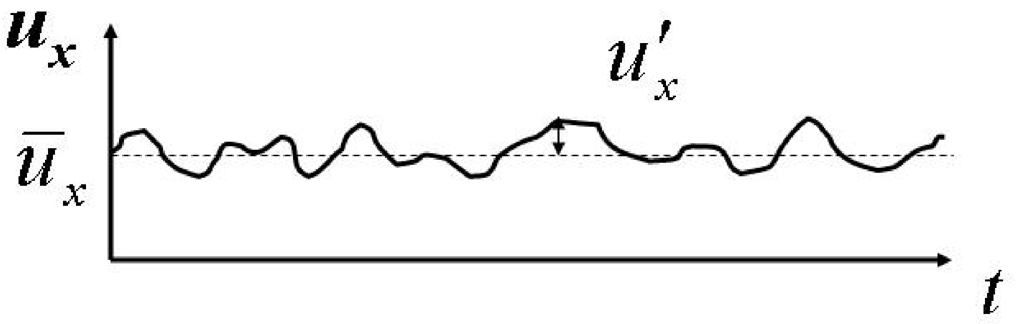
流速越大，瞬间影像尺度不变，但周期减小，频率增大。

频率与能级

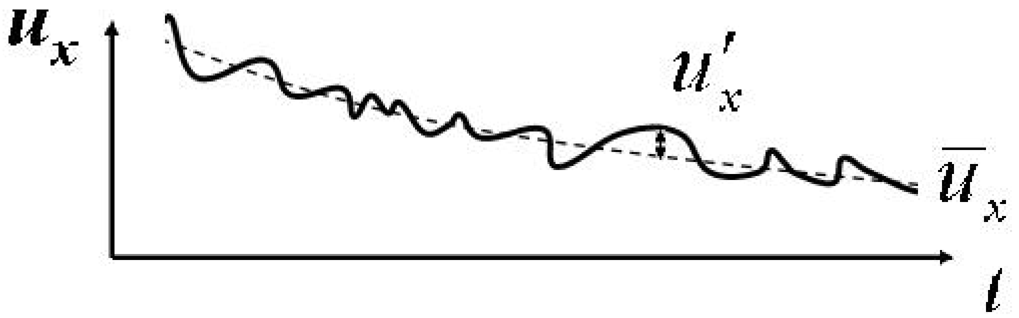
2. 时均模型

$$u_x = \bar{u}_x + u'_x$$

$$\bar{u}_x = \frac{1}{\Delta t}\int_t^{t+\Delta t} u_x dt$$



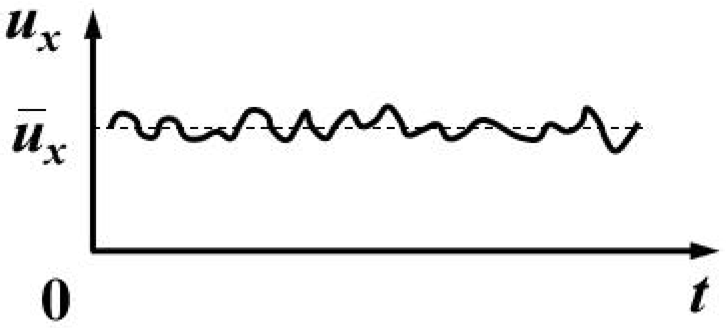
定常

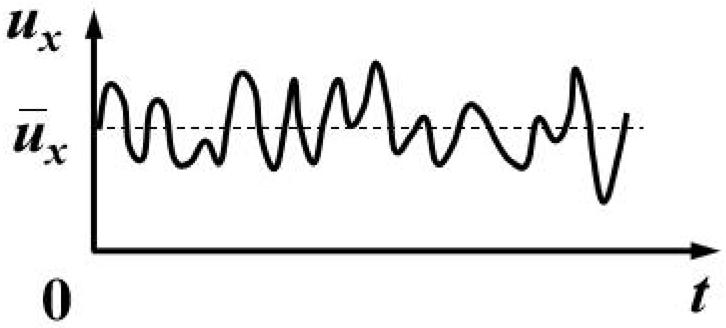


非定常

湍流的各物理量瞬时值随时间而变。其时均值不随时间变化，为定常湍流。随时间变化，为非定常湍流。

经典传递湍流统计方法





湍流强度 $I = \dfrac{\sqrt{\overline{u_i'^2}}}{\overline{u}_i}$

相关系数 $R(y) = \dfrac{\overline{u'_{x1}u'_{x2}}}{\sqrt{\overline{u'^2_{x1}}}\sqrt{\overline{u'^2_{x2}}}}$　湍流尺度 $L = \int_0^\infty R(y)\,dy$

参考资料　戴干策，陈敏恒.化工流体力学[M].北京:化学工业出版社，1988，237-239

1.雷诺方程

$$\rho\left(\frac{\partial \bar{u}_x}{\partial t}+\bar{u}_x\frac{\partial \bar{u}_x}{\partial x}+\bar{u}_y\frac{\partial \bar{u}_x}{\partial y}+\bar{u}_z\frac{\partial \bar{u}_x}{\partial z}\right)$$

$$=-\frac{\partial \bar{p}}{\partial x}+\rho X-\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\bar{\tau}_{xx}+\rho\overline{u_x'^2}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\bar{\tau}_{yx}+\rho\overline{u_x'u_y'}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\bar{\tau}_{zx}+\rho\overline{u_x'u_z'}\right)\right]$$

粘性力 $\tau_{yx}^{l}=-\mu\frac{d\bar{u}_x}{dy}$　　$\tau_{yx}^{t}=\rho\overline{u_x'u_y'}$ 雷诺应力

3. 波希涅斯克涡流粘度模型

$$\tau_{yx}^{l} = -\mu \frac{d\bar{u}_x}{dy}$$

粘性力

$$\tau_{yx}^{t} = \rho \overline{u'_x u'_y}$$

雷诺应力

类似牛顿粘性定律，
1877年波希涅斯克提出：

$$\tau_{yx}^{t} = -\mu_e \frac{d\bar{u}_x}{dy}$$

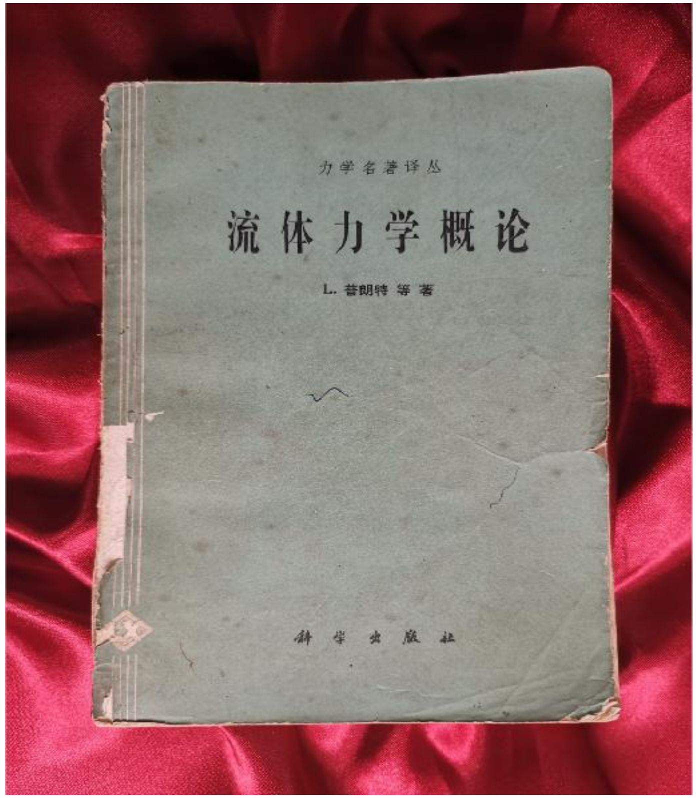
μ_e： 涡流粘度;

湍流场总剪切应力：

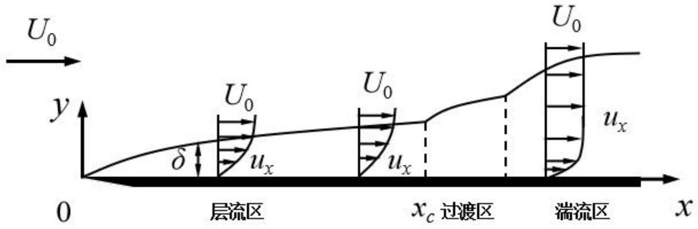
$$\tau_{yx} = \tau_{yx}^{l} + \tau_{yx}^{t} = -(\mu + \mu_e)\frac{d\bar{u}_x}{dy}$$

《流体力学概论》

L.普朗特 等著；郭永怀、陆士嘉译.
1981年中文版



普朗特边界层



普朗特湍流混合长方程

$$\tau_{yx}^{t} = \rho l^2 \left| \frac{d\bar{u}_x}{dy} \right| \frac{d\bar{u}_x}{dy}$$

普朗特假定 $l = ky$

普朗特湍流耗散

湍流核心区涡流微团通过湍流应力逐级传递能量，直至最小的有耗散作用的涡旋为止。

4. 普朗特湍流混合长方程

普朗特湍流混合长方程：

$$\tau_{yx}^{t} = \rho l^{2}\left|\frac{d\bar{u}_x}{dy}\right|\frac{d\bar{u}_x}{dy}$$

τ_{yx}^{t} ：剪切应力 [Pa]

ρ ：流体密度 [kg/m³]

l ：混合长 [m]

$\frac{d\bar{u}_x}{dy}$ ：时均速度梯度 [1/s]

普朗特混合长模型：

$$l = ky$$

k ：比例系数，由实验测定

普朗特湍流混合长的二个重要假定：

1. 湍流球脉动速度 u'_y 的量级等于 $l\dfrac{d\bar{u}_x}{dy}$；

2. 湍流球排挤产生的横侧速度 u'_x 的量级等于 $l\dfrac{d\bar{u}_x}{dy}$ 。

注解：

湍流球：涡流微团；

脉动速度的量级：脉动统计平均值；

湍流球排挤：动量传递；

$l\dfrac{d\bar{u}_x}{dy}$ ：相邻微团的相对时均速度。

假定的内涵：湍流球各向同性

普朗特湍流耗散

湍流核心区涡流微团通过湍流应力逐级传递能量，直至最小的有耗散作用的涡旋为止。

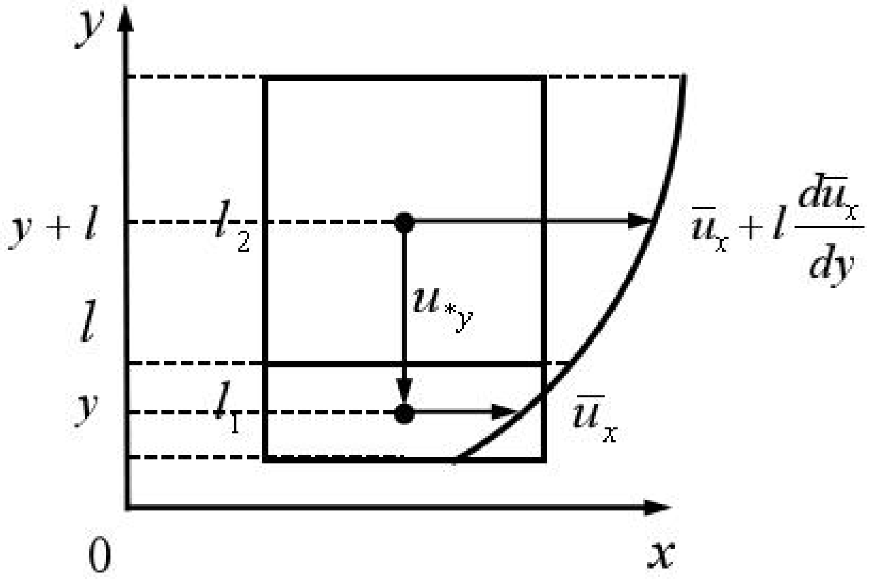
脉动速度量级：

$$u_{*y} = \sqrt{\overline{u_y'^2}}$$

统计模型

微团 x 方向的脉动平均速度：

$$u_{*x} = l\frac{d\overline{u}_x}{dy}$$

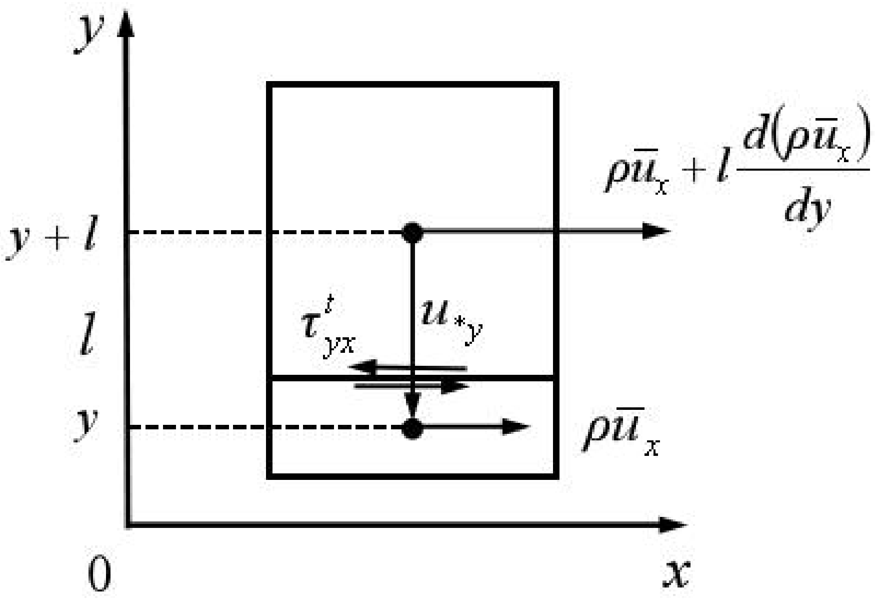


脉动各向同性:

$$u_{*x} = u_{*y} = l\frac{d\overline{u}_x}{dy}$$

构建了一个脉动各向同性的涡流微团

运动传递模型



以壁面为参照系

$$(\rho\bar{u}_x)_{y+dy} = \rho\bar{u}_x + l\frac{d(\rho\bar{u}_x)}{dy}$$

净动量传递：

$$\tau_{yx}^t = \rho\bar{u}_x u_{*y} - \left[\rho\bar{u}_x + l\frac{d(\rho\bar{u}_x)}{dy}\right]u_{*y} = -u_{*y}l\frac{d(\rho\bar{u}_x)}{dy}$$

普朗特湍流混合长方程：

微团脉动速度：$\boxed{u_{*y} = l\frac{d\bar{u}_x}{dy}}$

$$\tau_{yx}^t = \rho l^2\left|\frac{d\bar{u}_x}{dy}\right|\frac{d\bar{u}_x}{dy}$$

5. 雷诺应力

粘性流体运动方程：

$$\rho\left(\frac{\partial u_x}{\partial t}+u_x\frac{\partial u_x}{\partial x}+u_y\frac{\partial u_x}{\partial y}+u_z\frac{\partial u_x}{\partial z}\right)=-\frac{\partial p}{\partial x}+\rho X-\left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}\right)$$

雷诺应力

$$\tau_{yx}^{t}=\rho\overline{u'_x u'_y}$$

雷诺方程：

$$\rho\left(\frac{\partial \bar{u}_x}{\partial t}+\bar{u}_x\frac{\partial \bar{u}_x}{\partial x}+\bar{u}_y\frac{\partial \bar{u}_x}{\partial y}+\bar{u}_z\frac{\partial \bar{u}_x}{\partial z}\right)$$

$$=-\frac{\partial \bar{p}}{\partial x}+\rho X-\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\bar{\tau}_{xx}+\rho\overline{u'^2_x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\bar{\tau}_{yx}+\rho\overline{u'_x u'_y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\bar{\tau}_{zx}+\rho\overline{u'_x u'_z}\right)\right]$$

拆分雷诺方程 （雷诺方程与粘性流体运动方程相减）

运动传递模型方程：

$$\rho\left(\frac{\partial\overline{u}_x}{\partial t}+\overline{u}_x\frac{\partial\overline{u}_x}{\partial x}+\overline{u}_y\frac{\partial\overline{u}_x}{\partial y}+\overline{u}_z\frac{\partial\overline{u}_x}{\partial z}\right)=-\frac{\partial\overline{p}}{\partial x}+\rho X-\left(\frac{\partial\overline{\tau}_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial\overline{\tau}_{yx}}{\partial y}+\frac{\partial\overline{\tau}_{zx}}{\partial z}\right)$$

脉动传递模型方程：

$$\frac{\partial\left(\rho\overline{u'^2_x}\right)}{\partial x}+\frac{\partial\left(\rho\overline{u'_xu'_y}\right)}{\partial y}+\frac{\partial\left(\rho\overline{u'_xu'_z}\right)}{\partial z}=0$$

相对一维流动：

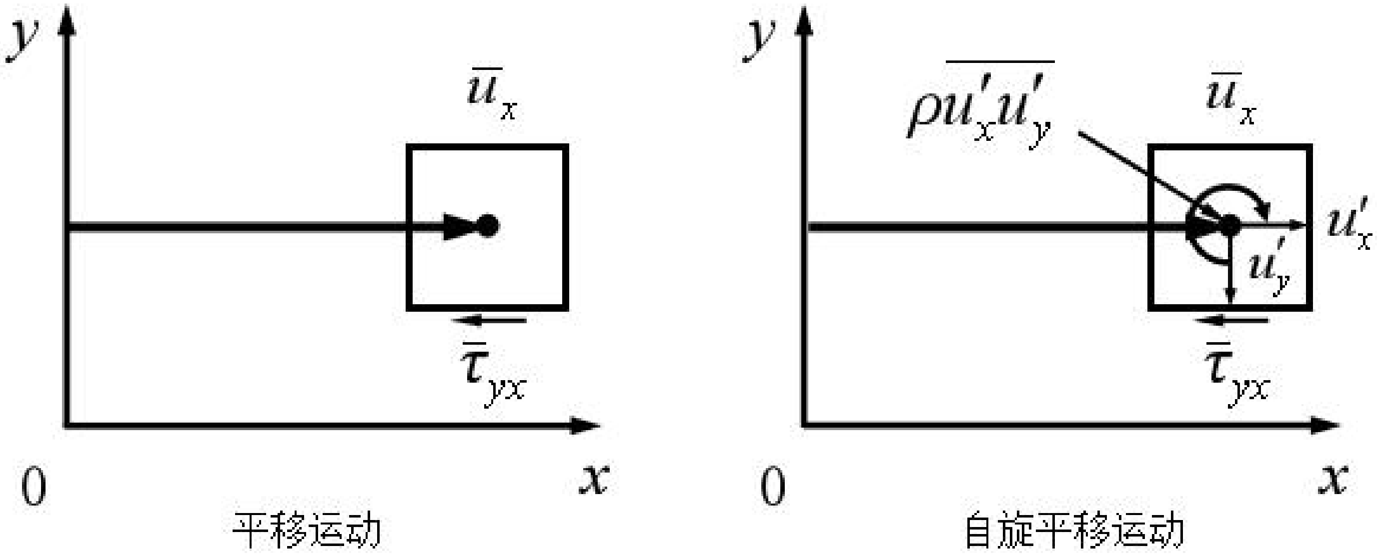
雷诺应力

$$\frac{d\left(\rho\overline{u'_xu'_y}\right)}{dy}=0\longrightarrow\rho\overline{u'_xu'_y}=C\longrightarrow\rho\overline{u'_xu'_y}=\rho u_*^2$$

问题探讨

粘性力与雷诺应力

湍流	粘性力	雷诺应力
	$\bar{\tau}_{yx}$	$\rho\overline{u'_x u'_y}$
层流	粘性力	?
	τ_{yx}	$\rho\overline{v'_x v'_y}$



微团自旋动能量：

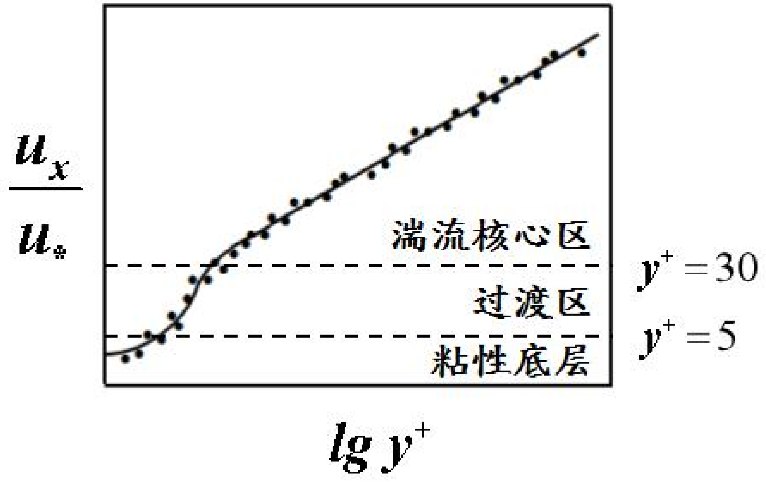
$$e = \rho\overline{u'_x u'_y} = \rho u_*^2$$

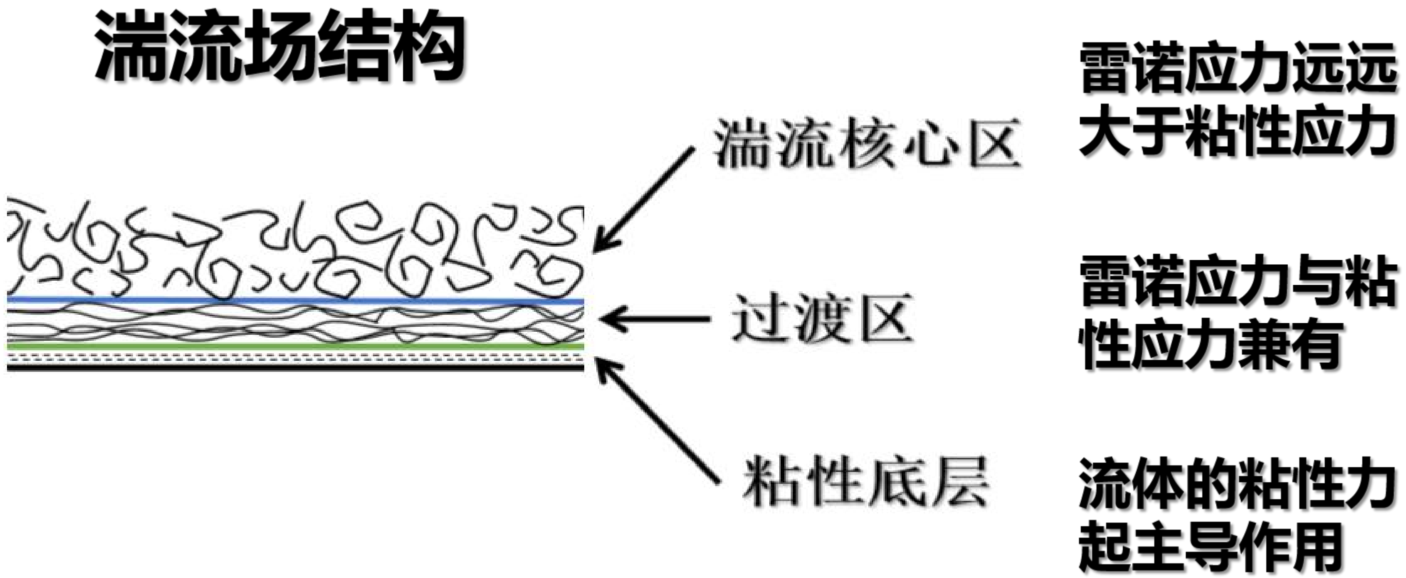
分子传递机理

雷诺应力是涡流传递机理

6. 湍流通用速度分布

“通用”寓于相对统一之意，因无法通过理论证明，最终由实验确定，所以称之为半理论半经验公式。它是思想实践与科学实验的完美结晶。





湍流速度分布

简化雷诺方程： $$\frac{\partial}{\partial y}\left(\tau_{yx}^{l}+\tau_{yx}^{t}\right)=0$$

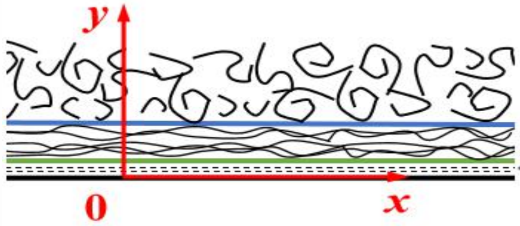
积分： $$\tau_{yx}^{l}+\tau_{yx}^{t}=C_1$$

$$\because y=0,\quad \tau_{yx}^{l}\Big|_{y=0}=\tau_W,\quad \tau_{yx}^{t}\Big|_{y=0}=0\quad \therefore C_1=\tau_W$$

$$\tau_{yx}^{l}+\tau_{yx}^{t}=\tau_W$$

粘性底层区	过渡区	湍流核心区
$\tau_{yx}^{l}=\tau_W$	$\tau_{yx}^{l}+\tau_{yx}^{t}=\tau_W$	$\tau_{yx}^{t}=\tau_W$

粘性底层



$$\mu \frac{d\bar{u}_x}{dy} = \tau_W$$

定义： $\tau_W = \rho u_*^2$ u_*摩擦速度

以下时均速度就用 u_x 表示

$$u_x = \frac{\rho u_*^2}{\mu} y = u_* \frac{u_* y}{\nu}$$

积分： $u_x = \frac{\tau_W}{\mu} y + C_2$

$$\frac{u_x}{u_*} = \frac{u_* y}{\nu}$$

$$\because y = 0,\ u_x = 0 \quad \therefore C_2 = 0$$

速度分布： $u_x = \frac{\tau_W}{\mu} y$

定义： $u^+ = \frac{u_x}{u_*}$， $y^+ = \frac{u_* y}{\nu}$

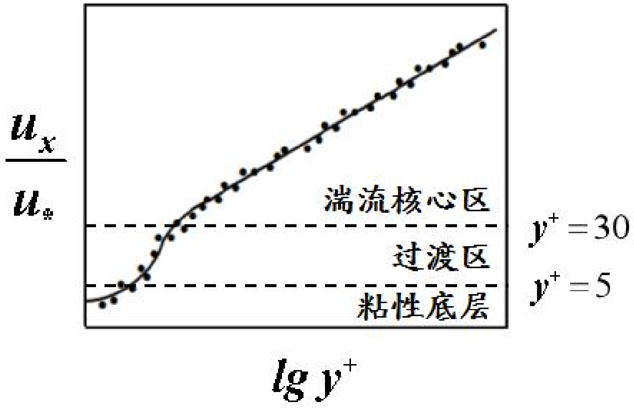
通用速度分布： $\boxed{u^+ = y^+}$

u^+无量纲摩擦速度

y^+无量纲摩擦距离

湍流核心区

$$\tau_{yx}^{t} = \rho l^2 \left|\frac{d\bar{u}_x}{dy}\right| \frac{d\bar{u}_x}{dy}$$



普朗特假定： $l = ky$ **其中：** k **实验测定系数。**

$$\rho k^2 y^2 \left(\frac{du_x}{dy}\right)^2 = \tau_W$$

$$\frac{du_x}{dy} = \sqrt{\frac{\tau_W}{\rho}} \frac{1}{ky} = \frac{u_*}{ky}$$

$$u^+ = \frac{u_x}{u_*}, \quad y^+ = \frac{u_* y}{\nu}$$

$$\frac{du^+}{dy^+} = \frac{1}{ky^+}$$

积分： $u^+ = \frac{1}{k} ln\, y^+ + C$

尼古拉兹实验测定得： $\frac{1}{k} = 2.5\,, C = 5.5$

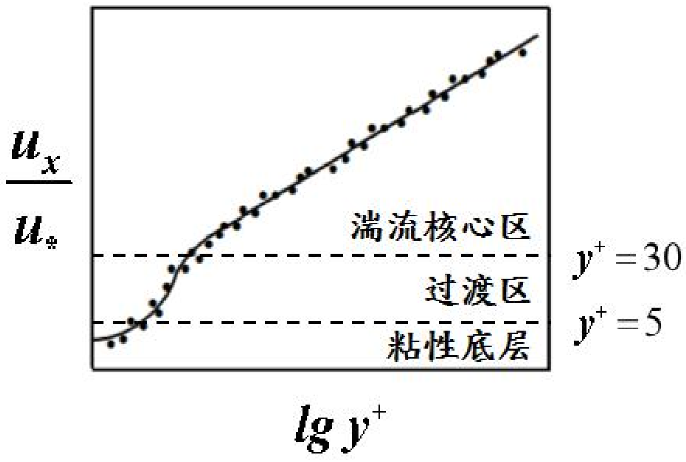
通用速度分布： $\boxed{u^+ = 2.5\, ln\, y^+ + 5.5}$

过渡区

类似湍流核心区规律，实验测定可得经验式：

$$u^+ = 5.05 ln\, y^+ - 3.05$$

湍流通用速度分布：（半理论半经验公式）



$$\begin{cases} y^+ < 5 & u^+ = y^+ \\ 5 < y^+ < 30 & u^+ = 5.05 ln\, y^+ - 3.05 \\ & \quad = 11.5 lg\, y^+ - 3.05 \\ y^+ > 30 & u^+ = 2.5 ln\, y^+ + 5.5 \\ & \quad = 5.75 lg\, y^+ + 5.5 \end{cases}$$

管内流动截面上的速度

已知：U、D、ν

$$Re=\frac{UD}{\nu}$$

湍

$$f=0.079\,Re^{-\frac{1}{4}}$$

层

$$u_x=2U\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right]$$

$$\tau_w=\frac{1}{2}\rho U^2 f$$

$$u_*=\sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$$

$$y^+=\frac{yu_*}{\nu}$$

（0,5］ $u^+=y^+$

（5,30］ $u^+=5.05\ ln\ y^+-3.05$

（30,∞） $u^+=2.5\ ln\ y^++5.5$

$$u_x=u^+u_*$$

7. 湍流阻力

圆管阻力系数

布拉休斯公式：

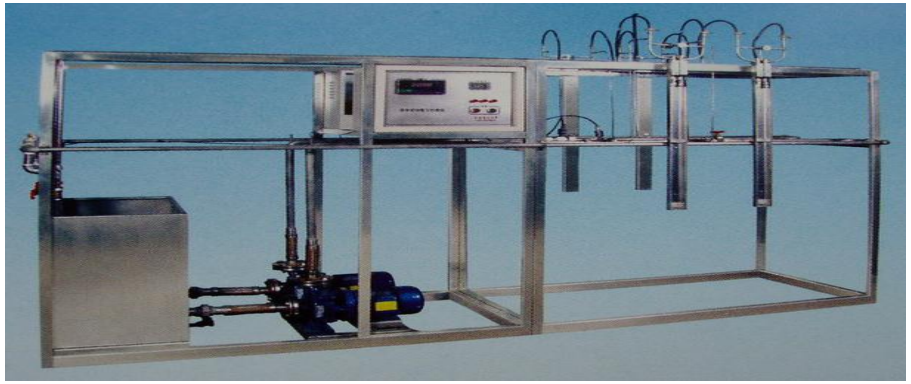
$$f = 0.079\,Re^{-1/4} \qquad 4000 < Re < 10^6$$

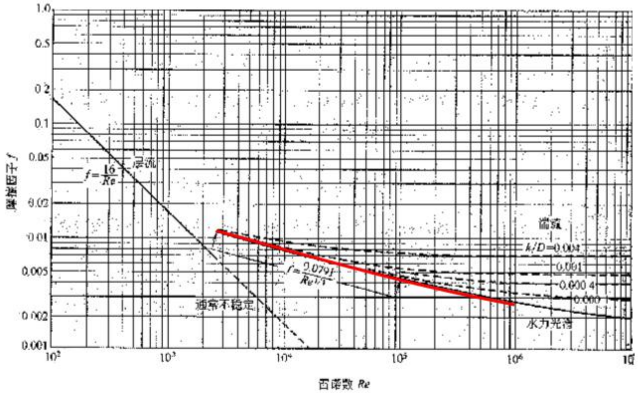
$$\boxed{\tau_W = f\,\frac{1}{2}\rho U^2}$$

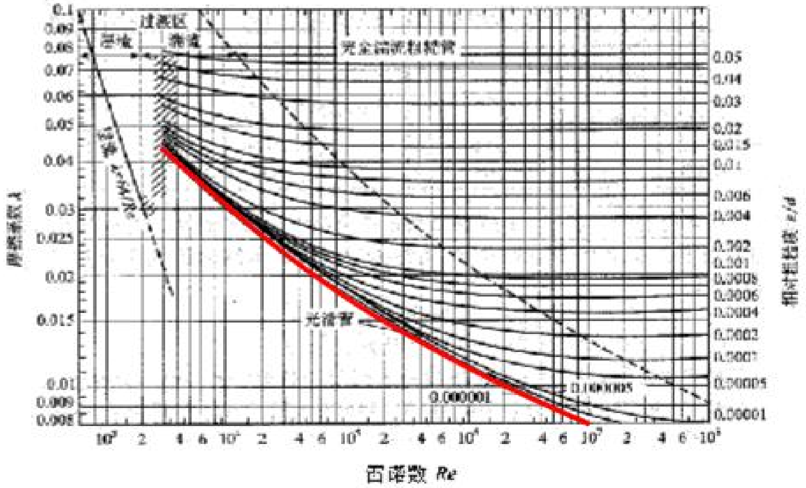
$$\lambda = 0.3164\,Re^{-1/4} \qquad 4000 < Re < 10^6$$

$$\boxed{-\Delta p = \lambda\,\frac{L}{D}\,\frac{1}{2}\rho U^2}$$

对粗糙管 $\lambda = f\left(\dfrac{\rho D U}{\mu}, \dfrac{h_s}{D}\right)$







平板湍流的壁面剪切应力

圆管阻力系数 $f = 0.079\, Re^{-1/4}$

$$\tau_W = f\frac{1}{2}\rho U^2 = 0.079\left(\frac{\rho U D}{\mu}\right)^{-1/4}\frac{1}{2}\rho U^2$$

管内流动边界层厚度： $\delta = \dfrac{1}{2}D$

管内平均速度与管中心最大速度关系： $U \approx 0.81 U_0$

$$\tau_w = 0.023\rho U_0^{\frac{7}{4}}\left(\frac{\nu}{\delta}\right)^{\frac{1}{4}}$$

平板湍流阻力就是利用此式求得

课后思考

1.湍流1/7幂律速度分布

平板湍流边界层

$$\frac{u_x}{U_0}=\left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/7}$$

管内湍流

$$\frac{u_z}{u_{max}}=\left(1-\frac{r}{R}\right)^{1/7}$$

有序无序，无序有序。微团脉动是惯性运动，传递过程就是用惯性运动方式完成非惯性传递过程。非惯性运动现象是若干个惯性运动的叠加，层流和湍流都是惯性运动。

惯性运动法则：匀速圆周运动


湍流
读懂湍流，才能看清世界