

第十一章 轮 系

◆本章学习目标

学习和了解轮系的分类；学习定轴轮系及其传动比的计算方法；学习周转轮系及其传动比的计算方法；学习复合轮系及其传动比的计算方法；学习轮系的功用。

◆本章学习要求

掌握：定轴轮系及其传动比的计算方法；周转轮系及其传动比的计算方法；复合轮系及其传动比的计算。

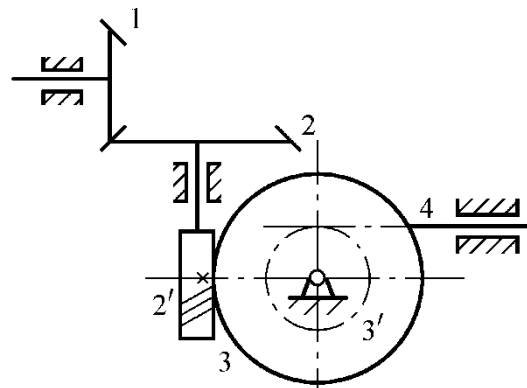
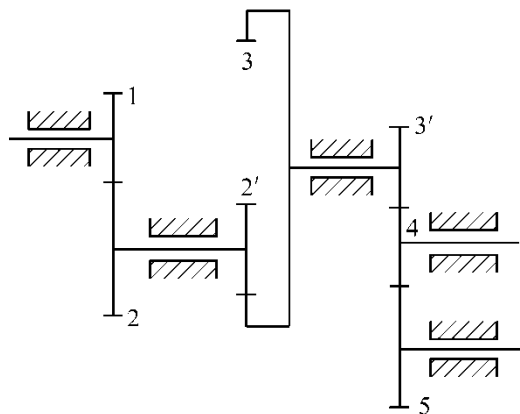
了解：轮系的主要功用。

11.1 概述

定义：由齿轮组成的传动系统一简称轮系

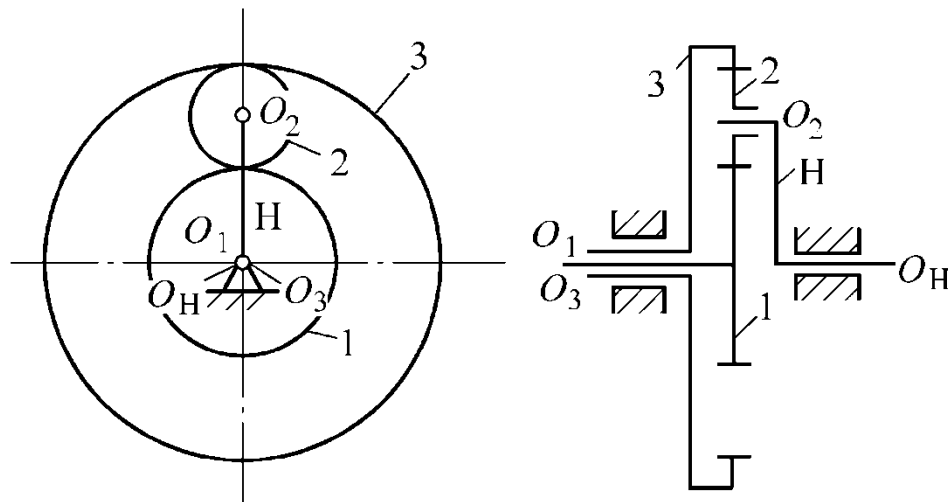
1.定轴轮系

轮系中每个齿轮的几何轴线都是固定的。



2.周转轮系

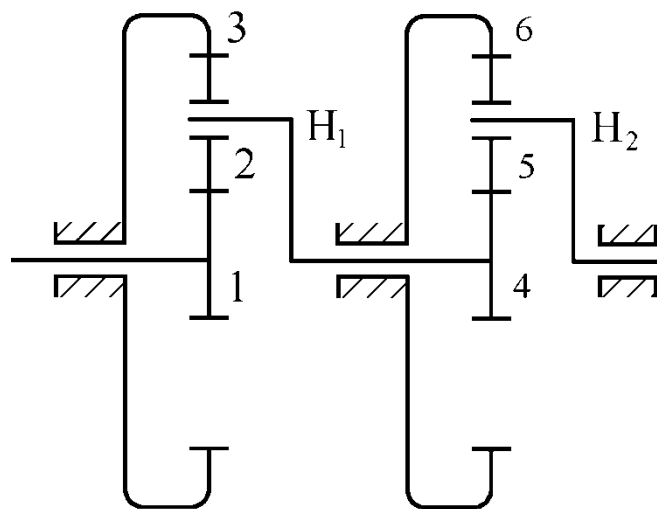
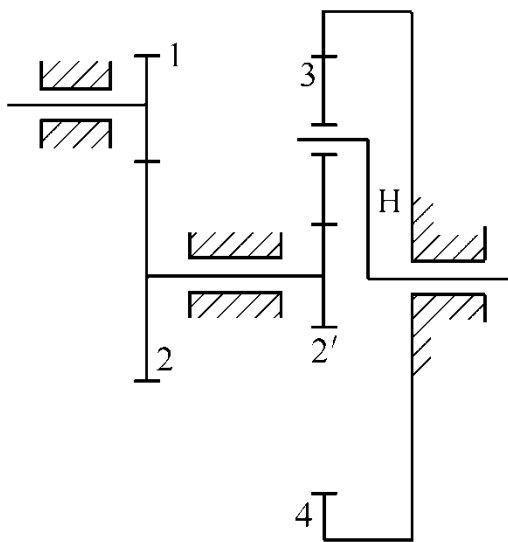
轮系中至少有一个齿轮的几何轴线绕其它齿轮的固定轴线回转的轮系。



提问：定轴轮系和周转轮系有什么区别？

3. 复合轮系

既含有定轴轮系又含有周转轮系的轮系，或将几个周转轮系组合而成的轮系。



11.2 定轴轮系及其传动比

轮系的传动比：轮系中输入轴 j 的角速度（或转速）与输出轴 k 的角速度（或转速）之比，即

$$i_{jk} = \frac{\omega_j}{\omega_k} = \frac{n_j}{n_k}$$

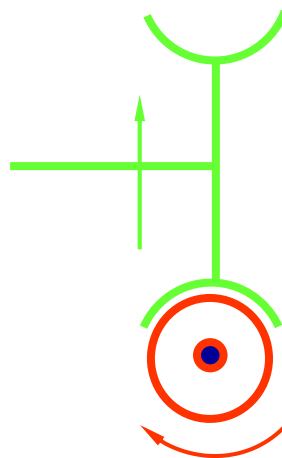
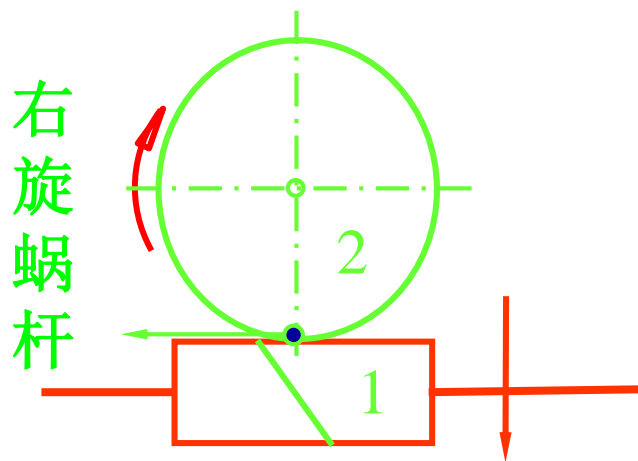
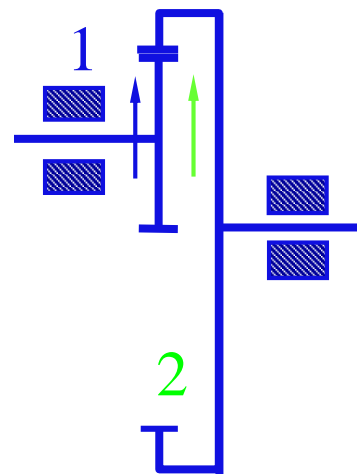
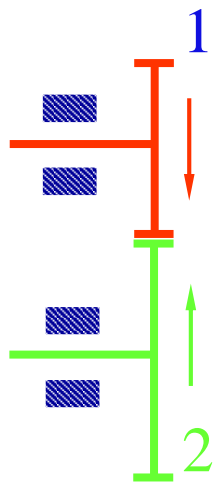
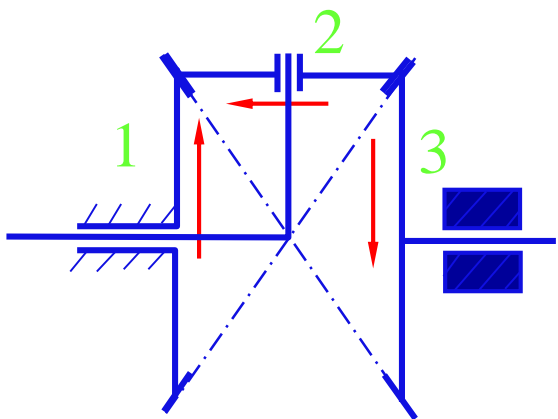
计算轮系传动比时，既要确定传动比的大小，又要确定首末两构件的转向关系。

11.2.1 定轴轮系转向的确定

外啮合时：两箭头同时指向（或远离）啮合点。
头头相对或尾尾相对。

内啮合时：两箭头同向。

对于空间定轴轮系，只能用画箭头的方法来确定从动轮的转向。

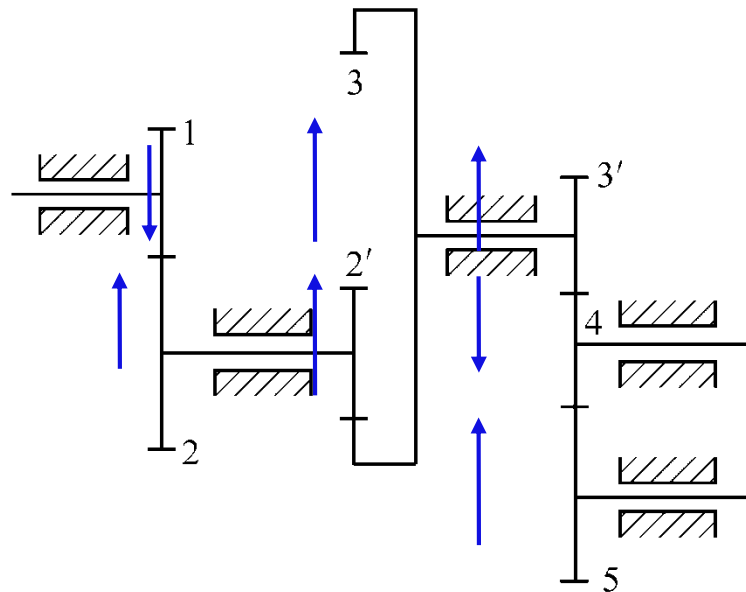


11.2.2 定轴轮系传动比大小的计算

例：定轴轮系中，1为输入轴，5为输出轴，试计算它们的转速比。

$$i_{12} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1} \quad i_{2'3} = \frac{n'_2}{n_3} = \frac{z_3}{z'_2}$$

$$i_{3'4} = \frac{n'_3}{n_4} = \frac{z_4}{z'_3} \quad i_{45} = \frac{n_4}{n_5} = \frac{z_5}{z_4}$$



$$i_{15} = \frac{n_1}{n_5} = \frac{n_1}{n_2} \times \frac{n'_2}{n_3} \times \frac{n'_3}{n_4} \times \frac{n_4}{n_5} = i_{12} \times i_{2'3} \times i_{3'4} \times i_{45} = \frac{z_2}{z_1} \times \frac{z_3}{z'_2} \times \frac{z_4}{z'_3} \times \frac{z_5}{z_4} = i_{12} i_{2'3} i_{3'4} i_{45}$$

惰轮：轮系中**齿轮4**同时与齿轮3' 和齿轮5啮合，其齿数大小不影响轮系传动比的大小，只起到改变转向的作用。

现将以上结论推广到一般情况：设 j 为定轴轮系的输入轴， k 为输出轴， m 外啮合次数，则末轮转向为 $(-1)^m$ ，所有轴线平行的定轴轮系的传动比：

$$i_{jk} = (-1)^m \frac{\text{齿轮}j\text{至齿轮}k\text{间所有从动轮齿数的连乘积}}{\text{齿轮}j\text{至齿轮}k\text{间所有主动轮齿数的连乘积}}$$

提问：定轴轮系中，轴线不平行的两个齿轮之间的转向能否用计算传动比公式中 $(-1)^m$ 判的正负号决定？该如何确定？

例 11-1 图示组合机床动力滑台轮系中，运动由电动机输入，由蜗轮6输出。电动机的转速 $n=940\text{r/min}$ ，各齿轮的齿数为 $z_1=34$ ， $z_2=42$ ， $z_3=21$ ， $z_4=31$ ，蜗轮齿数 $z_6=38$ ，蜗杆头数 $z_5=2$ ，螺旋线方向为右旋，试确定蜗轮的转速和转向。

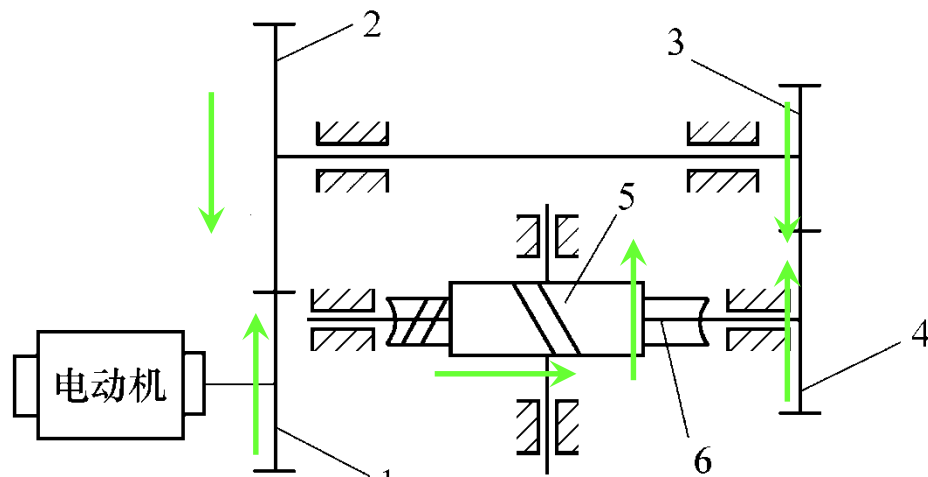
解：蜗轮的转向用画箭头的方式决定，如图所示。

传动比的大小为：

$$i_{16} = \frac{n_1}{n_6} = \frac{z_2 z_4 z_6}{z_1 z_3 z_5} = \frac{42 \times 31 \times 38}{34 \times 21 \times 2} = 34.64$$

故蜗轮的转速为：

$$n_6 = \frac{n_1}{i_{16}} = 940 \times \frac{1}{34.64} = 27.14 \text{ r/min}$$



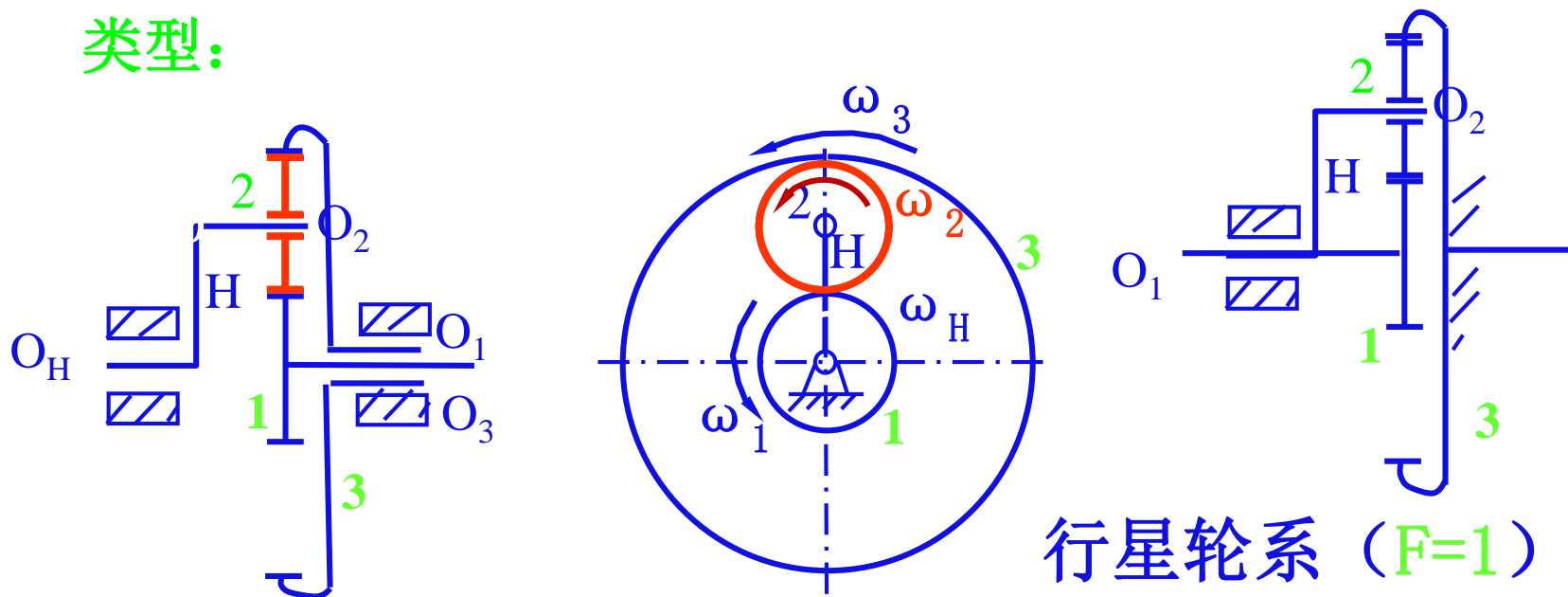
11.3 周转轮系及其传动比

11.3.1 周转轮系的组成及类型

组成： 太阳轮(中心轮1、3)、行星架(系杆或转臂H)、行星轮2。

周转轮系中，中心轮1、3和行星架H均绕固定轴线转动，称为基本构件。周转轮系中行星架和中心轮的轴线必须重合。

类型：



差动轮系 ($F=2$)

行星轮系 ($F=1$)

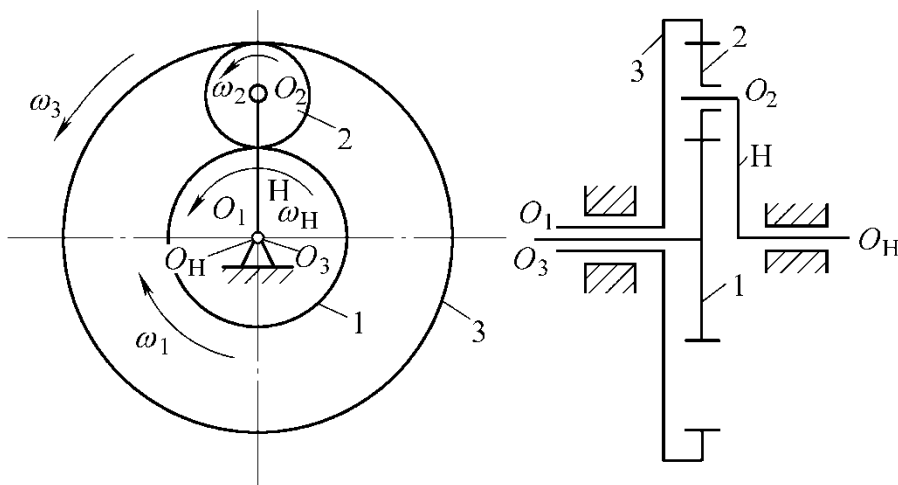
11.3.2 周转轮系传动比的计算

反转原理：给周转轮系施以附加的公共转动 $-\omega_H$ 后，不改变轮系中各构件之间的相对运动，但原轮系将转化成为一新的定轴轮系，可按定轴轮系的公式计算该新轮系的传动比。

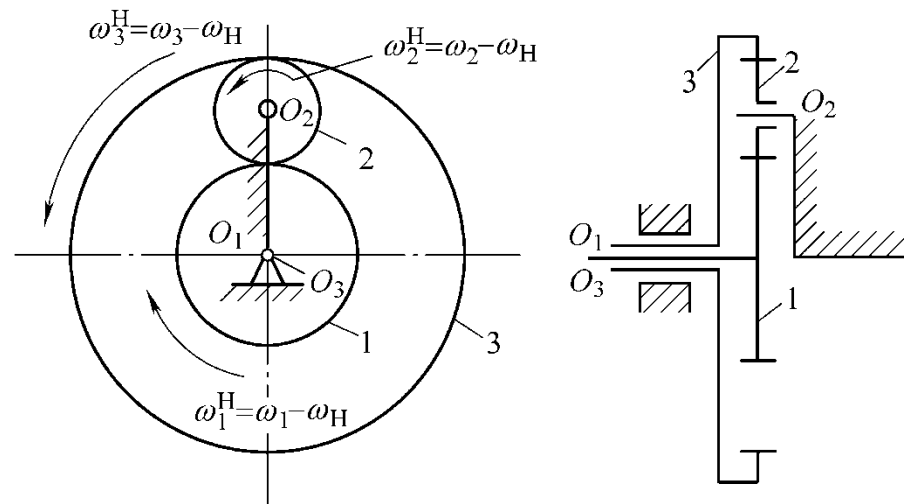
转化后所得轮系称为原轮系的 “转化轮系”

将轮系按 $-\omega_H$ 反转后，各构件的角速度的变化如下：

构件	原角速度	转化后的角速度
1	ω_1	$\omega_1^H = \omega_1 - \omega_H$
2	ω_2	$\omega_2^H = \omega_2 - \omega_H$
3	ω_3	$\omega_3^H = \omega_3 - \omega_H$
H	ω_H	$\omega_H^H = \omega_H - \omega_H = 0$



周转轮系



转化轮系

可直接套用定轴轮系传动比的计算公式。

转化后： 系杆=>机架， 周转轮系=>定轴轮系

$$i_{13}^H = \frac{\omega_1^H}{\omega_3^H} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = -\frac{z_2 z_3}{z_1 z_2} = -\frac{z_3}{z_1}$$

上式 “—” 说明在转化轮系中 ω_1^H 与 ω_3^H 方向相反。

通用表达式：

$$i_{GK}^H = \frac{n_G^H}{n_K^H} = \frac{n_G - n_H}{n_K - n_H} = (\pm) \frac{\text{G,K间各从动齿轮齿数乘积}}{\text{G,K间各主动齿轮齿数乘积}}$$

式中，G为主动轮（输入构件），K为从动件（输出构件），“±”号由转化轮系中齿轮G和K的转向关系确定，两者转向相同时取“+”，相反时取“-”。

特别注意：

1. 齿轮G、K和H的轴线必须平行，其转速才能代数相减。
2. 式中“±”号只表示转化轮系中齿轮G和齿轮K的转向关系。
3. 在将已知转速代入公式时要注意数值的正负号。已知假设某一方向的转速为正，与之相反方向的转速为负，求出的未知转速如果为正，则与假定为正的方向相同，为负则相反。

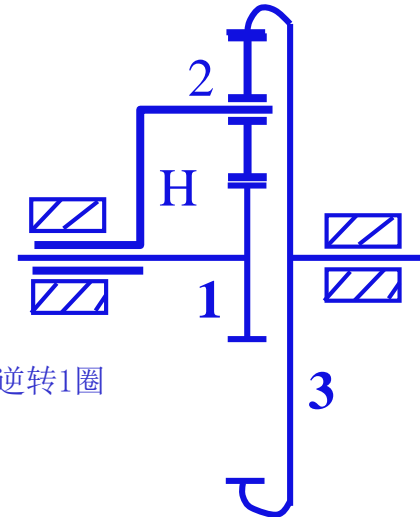
例 11-2 如右图轮系中, $z_1=z_2=20, z_3=60$

1) 轮3固定。求 i_{1H} 。

轮1逆转1圈, 轮3顺转1圈

2) $n_1=1, n_3=-1$, 求 n_H 及 i_{1H} 的值。

3) $n_1=1, n_3=1$, 求 n_H 及 i_{1H} 的值。



轮1、轮3各逆转1圈

$$\begin{aligned} \text{解 } 1) \quad i_{13}^H &= \frac{n_1^H}{n_3^H} = \frac{n_1 - n_H}{n_3 - n_H} = \frac{n_1 - n_H}{0 - n_H} \\ &= -\frac{z_2 z_3}{z_1 z_2} = -\frac{z_3}{z_1} = -\frac{60}{20} = -3 \end{aligned}$$

$\therefore i_{1H}=4$, 齿轮1和系杆转向相同

$$2) \quad i_{13}^H = \frac{n_1^H}{n_3^H} = \frac{n_1 - n_H}{n_3 - n_H} = \frac{1 - n_H}{-1 - n_H} = -3$$

$$\therefore n_H = -1/2$$

得: $i_{1H} = n_1 / n_H = -2$, 两者转向相反。

$$3) \quad i_{13}^H = \frac{n_1^H}{n_3^H} = \frac{n_1 - n_H}{n_3 - n_H} = \frac{1 - n_H}{1 - n_H} = -3$$

$$n_1=1, \quad n_3=1$$

$$\therefore n_H = 1$$

得： $i_{1H} = n_1 / n_H = 1$ ， 两者转向相同。

11.4 复合轮系及其传动比

除了上述基本轮系之外，工程实际中还大量采用复合轮系。

传动比求解思路：

将混合轮系分解为**基本轮系**，分别计算传动比，然后根据组合方式联立求解。

轮系分解的关键是：将**周转轮系**分离出来。

方法：先找行星轮 → 系杆（**支承行星轮**）

→ 太阳轮（**与行星轮啮合**）

混合轮系中可能有多个周转轮系，而一个**基本周转轮系中至多只有两个中心轮**。剩余的就是定轴轮系。

例11-3图示卷扬机卷筒机构，轮系置于卷筒H内，已知各轮的齿数

$z_1 = 24, z_2 = 48, z_{2'} = 30, z_3 = 102, z_{3'} = 40, z_5 = 100$ ，动力由轮1输入，

$n_1 = 750\text{rpm}$ ，经过卷筒H输出。求卷筒转速 n_H 。

解: 1) 划分轮系 该轮系为一混合轮系。
其中，齿轮 1、2-2'、3、(H) 组成一差动轮系。
齿轮 3'、4、5 组成一定轴轮系。

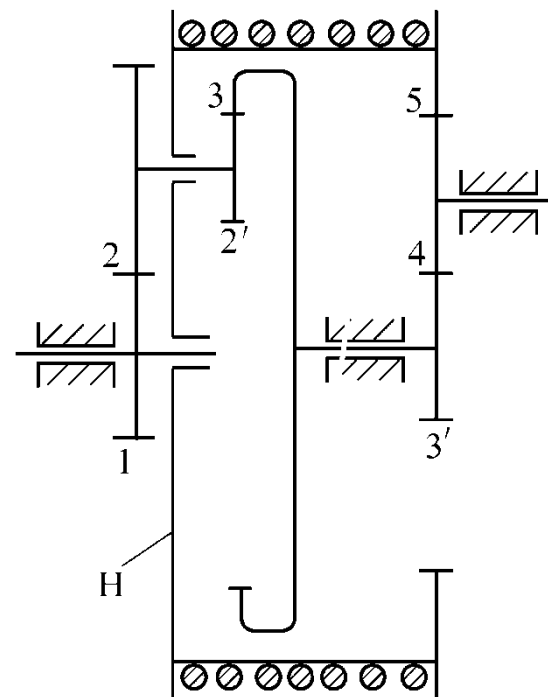
2) 分列方程

周转轮系
$$i_{13}^H = \frac{n_1 - n_H}{n_3 - n_H} = -\frac{z_2 z_3}{z_1 z_{2'}} = -\frac{48 \times 102}{24 \times 30} = -6.8$$

定轴轮系
$$i_{3'5} = \frac{n_{3'}}{n_5} = \frac{n_3}{n_H} = -\frac{z_4 z_5}{z_{3'} z_4} = -\frac{z_5}{z_{3'}} = -\frac{100}{40} = -2.5$$

3) 联立求解

$$i_{1H} = \frac{n_1}{n_H} = 24.8 \quad n_H = \frac{n_1}{i_{1H}} = \frac{750}{24.8} = 30.24\text{rpm}$$



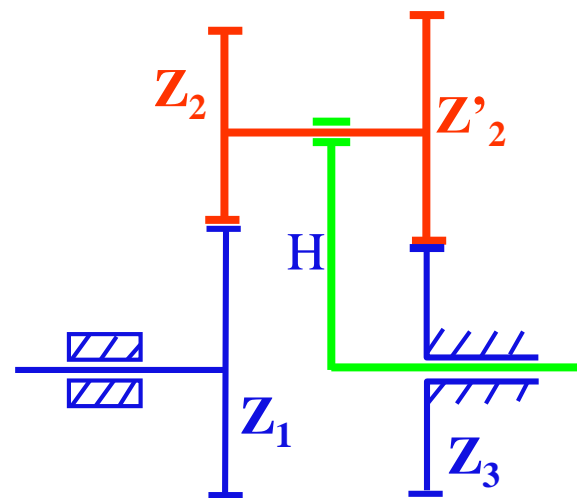
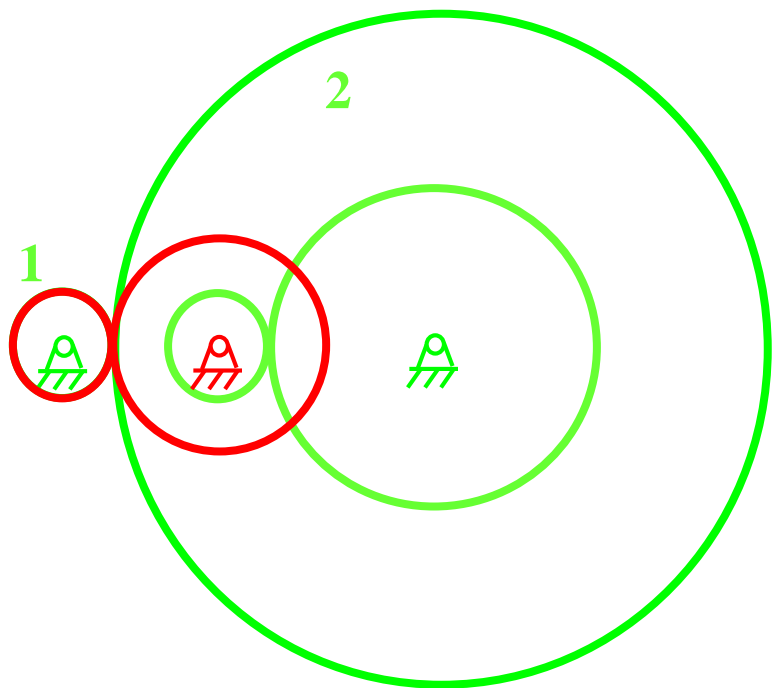
n_H 为正，表明卷筒H与轮1转向相同。

混合轮系的解题步骤：

- 1) 找出所有的基本轮系。 关键是找出周转轮系！
- 2) 求各基本轮系的传动比。
- 3) 根据各基本轮系之间的连接条件，联立基本轮系的传动比方程组求解。

11.5 轮系的功用

11.5.1 实现相距较远的两轴间的传动



11.5.2 实现大传动比传动

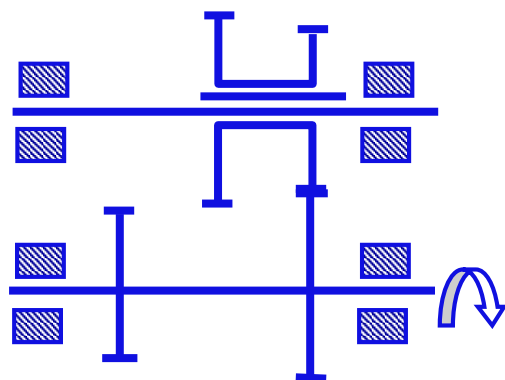
例：已知图示轮系中， $Z_1=100$ ， $z_2=101$ ， $z'_2=100$ ， $z_3=99$ ，求 i_{1H}

解： $i_{13}^H = (n_1 - n_H) / (0 - n_H) = z_2 z_3 / z_1 z'_2$

$$i_{1H} = 1 - i_{13}^H = 1 - 101 \times 99 / (100 \times 100) = 1/10000$$

11.5.3 实现变速和换向传动

移动双联齿轮使不同齿数的齿轮进入啮合可改变输出轴的转速。



11.5.4 实现运动的合成与分解

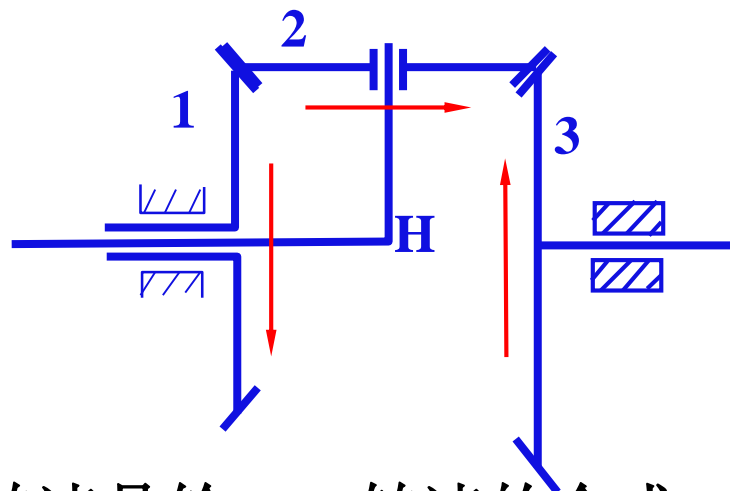
1. 运动的合成

图示行星轮系中： $Z_1 = Z_2 = Z_3$

$$i_{31}^H = \frac{n_3 - n_H}{n_1 - n_H} = -\frac{z_1}{z_3} = -1$$

$$n_H = (n_1 + n_3) / 2$$

结论：行星架的转速是轮1、3转速的合成。



2. 运动的分解

图示为汽车差速器，其中： $Z_1 = Z_3$ ， $n_H = n_4$

$$i_{13}^H = \frac{n_1 - n_H}{n_3 - n_H} = -\frac{z_3}{z_1} = -1$$

仅由该式无法确定
两后轮的转速, 还需
要其它约束条件。

式中行星架的转速 n_H 由发动机提供，

当汽车走直线时，若不打滑： P

$$n_1 = n_3$$

汽车转弯时，车体将以 ω 绕 P 点旋转：

r —转弯半径， $2L$ —轮距

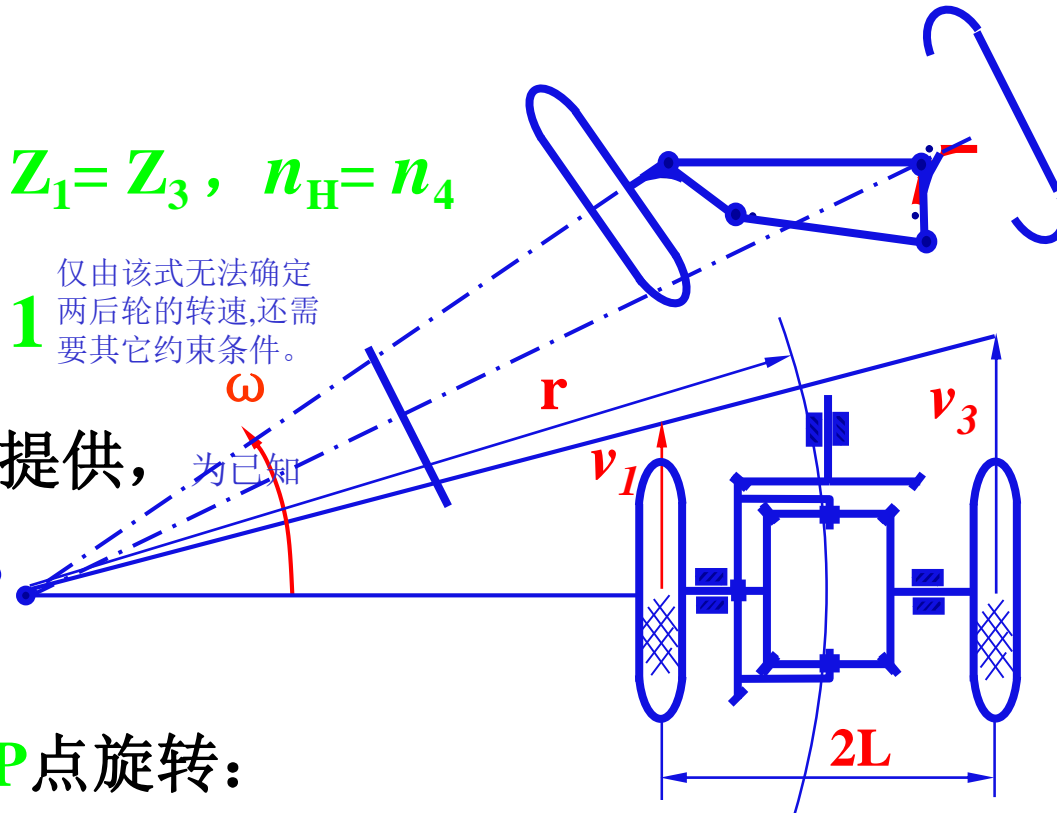
$$V_1 = (r-L)\omega \quad V_3 = (r+L)\omega$$

$$n_1/n_3 = V_1/V_3 = (r-L)/(r+L)$$

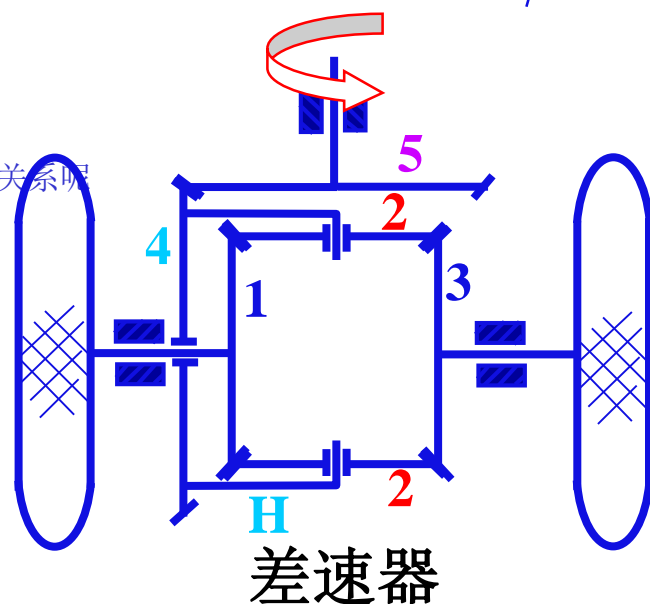
该轮系根据转弯半径大小自动分解

n_H n_1 、 n_3 符合转弯的要求

分析组成及运动传递



两者之间有何关系呢



差速器

本章重要知识点

◆轮系的概念及其类型

◆定轴轮系转向的确定；定轴轮系传动比大小的计算

◆周转轮系的组成及类型；周转轮系传动比的计算；较简单周转轮系的传动比计算

◆复合轮系中基本轮系划分的方法；较简单混合轮系的传动比计算