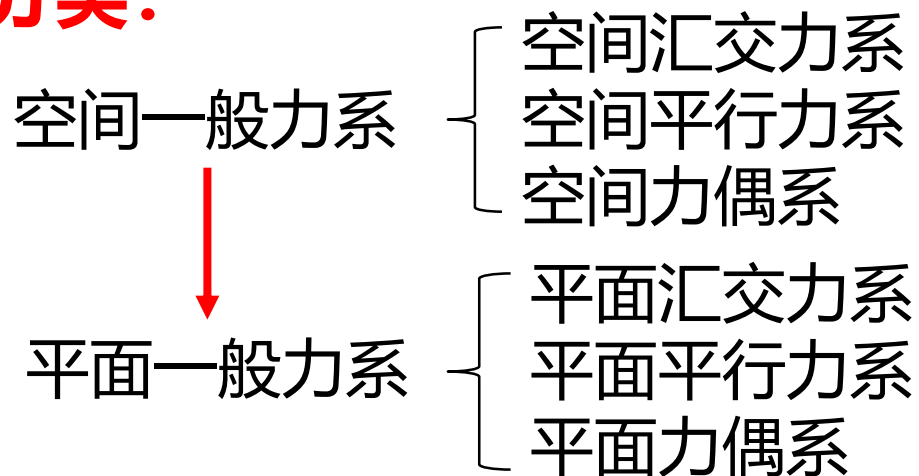


第4节 力系的简化

力系的分类：



力系的简化：

用最简单的力系对空间一般力系进行等效替换.

一、力的平移定理

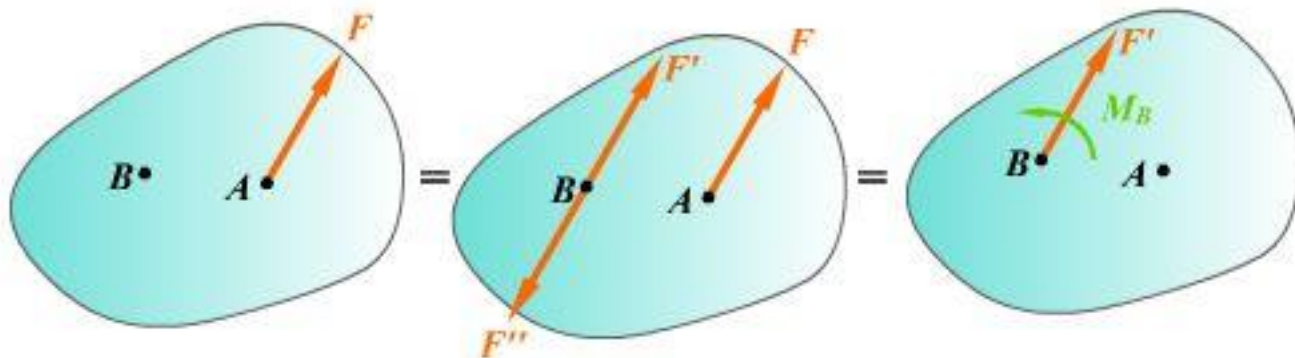
A点: 力 F ; B点: 平衡力系 (F', F'') . $F = F' = -F''$

→ B点: F' ; 附加力偶: F, F'' , 力偶矩矢量为:

$$M = r_{BA} \times F = M_B(F)$$

定理: 平移作用在刚体上的力, 必须相应增加一个附加力偶才能与原来的力等效, 附加力偶矩等于原来力对平移点的力矩。

逆定理: 刚体上作用一个力与一个力偶, 若力的作用线与力偶作用平面平行时, 可合成一个力。该力的大小和方向与原力相同, 但作用线平行移动。 平移距离 $d = |M| / |F'|$



二、力系的主矢和主矩

设：空间一般力系 (F_1, F_2, \dots, F_n) , O 为简化中心

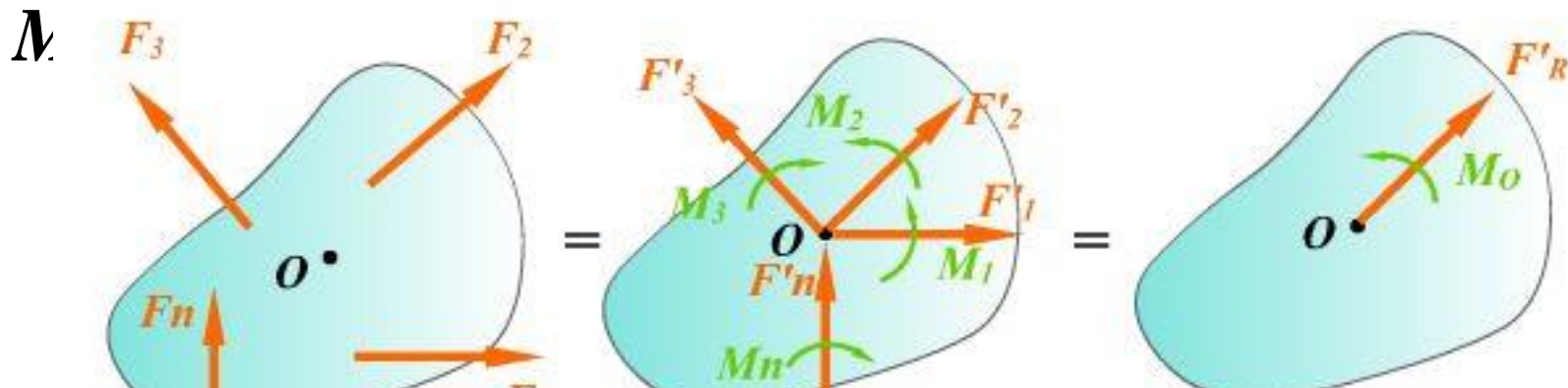
得等效力系：一空间汇交力系 $(F'_1, F'_2, \dots, F'_n)$ 和一附加空间力偶系 (M_1, M_2, \dots, M_n)

$$F'_1 = F_1 \quad F'_2 = F_2 \quad \dots \quad F'_n = F_n$$

$$M_1 = M_O(F_1) \quad M_2 = M_O(F_2) \quad \dots \quad M_n = M_O(F_n)$$

汇交力系合成为合力：
$$F'_R = \sum F' = \sum F$$

附加力偶系合成为合力偶：
$$M_O = \sum M_i = \sum M_O(F)$$



主矢量 F_R' : $\sum F$

主矩 M_O : $\sum M_o(F)$

主矢与简化中心无关，而主矩一般与简化中心有关。

空间一般力系向任意选定中心简化，得到作用线过简化中心的一个力和一个力偶，该力的大小和方向决定于力系的主矢量，该力偶的力偶矩矢量则决定于力系对简化中心的主矩。

三、力系的简化结果讨论

(1) $F_R' = 0, M_O = 0$

力系为平衡力系

(2) $F_R' = 0, M_O \neq 0$

力系简化为一合力偶，力偶矩矢量等于力系对O点的主矩

(3) $F_R' \neq 0, M_O = 0$

力系简化为一合力，即为力系的主矢量

(4) $F_R' \neq 0, M_O \neq 0$

① $F_R' \perp M_O$

力系简化为一合力 $F_{R'}$ 为力系的主矢量

② $F_R' // M_O$

力系由一力和在与之垂直平面内的一力偶组成---**力螺旋**

③ F_R' 与 M_O 成任一夹角

力系简化为力螺旋

第五节 约束反力与受力图

一、约束和约束反力

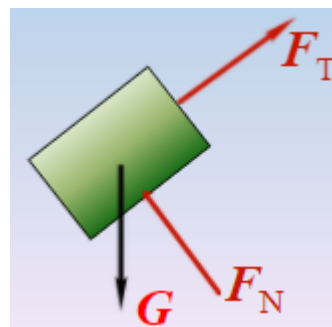
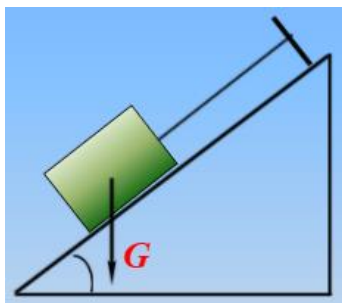
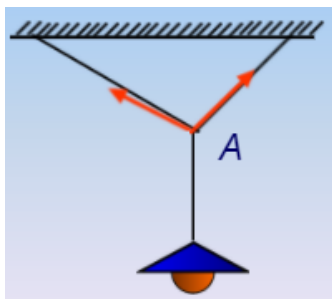
自由体——位移不受限制的物体. 如漂浮的气球、空中飞行的炮弹以及人造卫星等

非自由体——位移受到限制的物体.例如在轨道上行驶的火车

约束——对非自由体的位移起限制作用的物体.

约束(反)力——约束对被约束体的作用力.

约束(反)力——约束对被约束体的作用力.

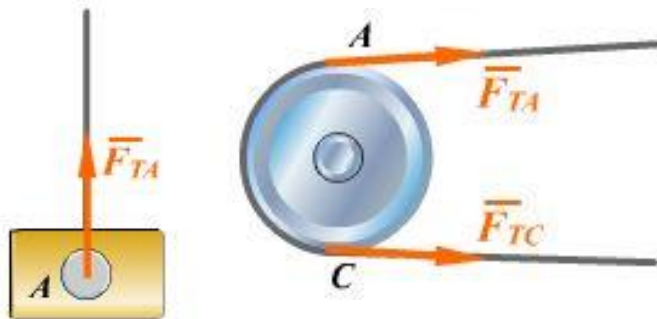


机械中常见的约束

1. 柔索

工程中**柔索**：绳索、链条、皮带

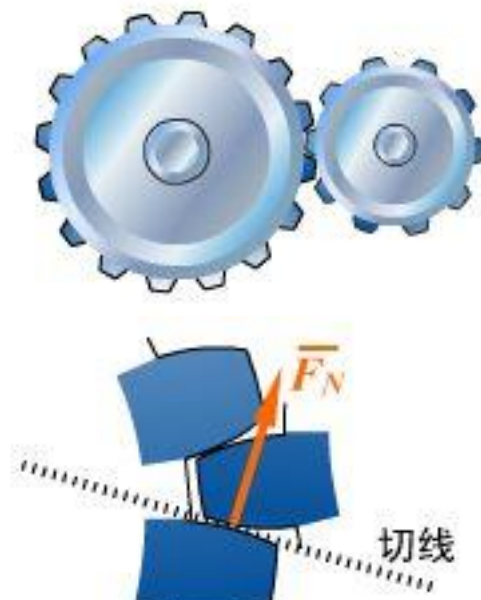
特点：柔索只能受拉力，
柔索对物体的**约束反力为拉力**。
作用线沿柔索切线方向。



2. 光滑接触面

忽略摩擦阻力的接触面。

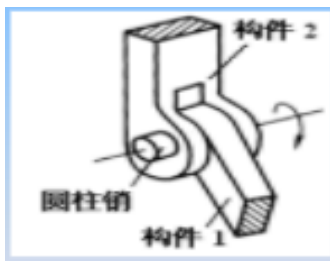
特点：这类约束阻碍物体沿接触表面公法线方向且朝向约束的位移；
对物体的约束反力作用在接触点处；
方向沿接触表面的公法线并指向受力物体。



3.光滑圆柱铰链（转动副）

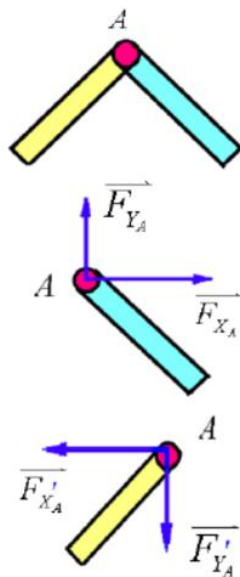
圆柱销连接的两个构件绕销轴作相对转动。

约束反力的方向无法确定，常用过铰链中心的两正交分力 F_x 与 F_y 表示



(1)连接铰链

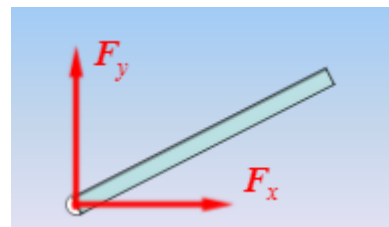
连接两个只允许存在相对转动的构件。



(2) 固定铰支座

连接构件与机架（或基础）的连接铰链。

约束反力：过铰链中心，方向未知，常用两正交分力表示

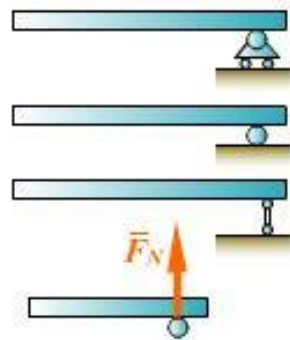


(3) 滚动铰支座

铰链支座与光滑支承面之间装上辊轴

约束特点：阻碍物体沿支承面法线方向的位移

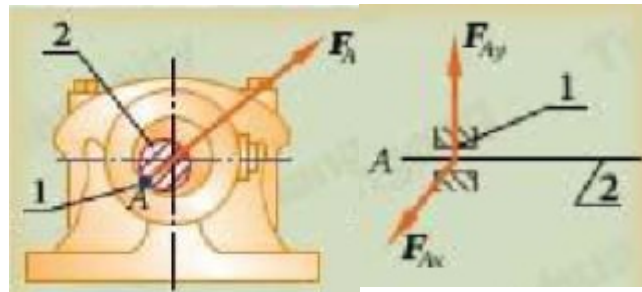
约束反力：过铰链中心，沿支承面法线方向。



(4) 向心轴承

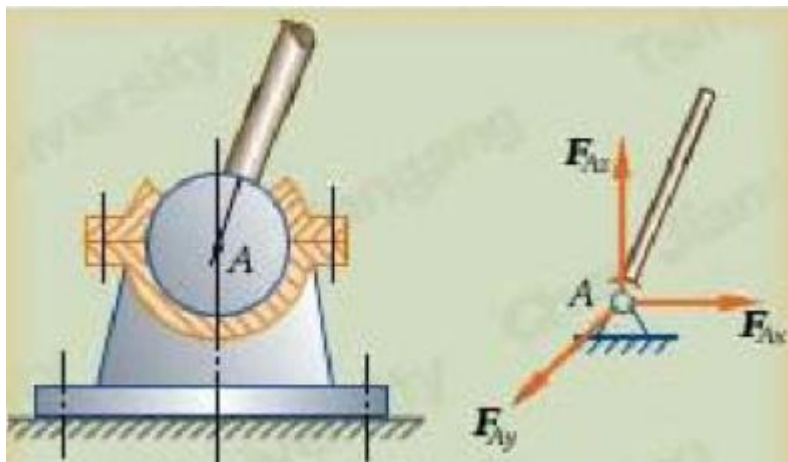
限制轴的径向位移，与圆柱铰链约束相同。

约束反力：过轴心，方向未知，常表示为两个正交分力

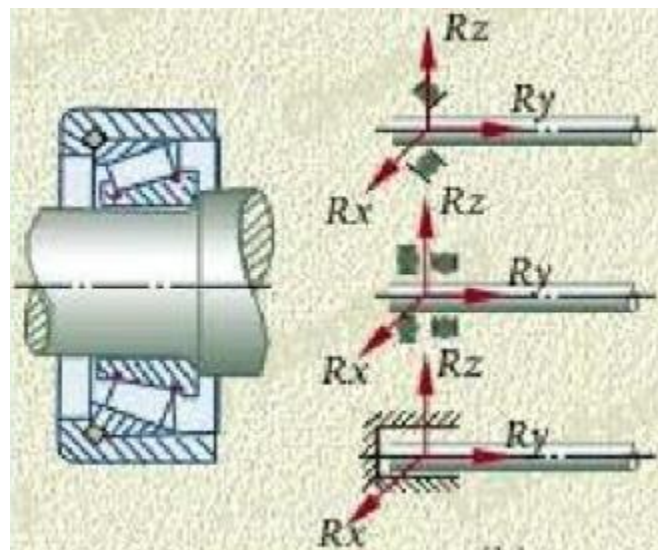


4.光滑球铰链和止推轴承

约束反力：过球心或轴心，方向未知，常表示为三个正交分力。



球铰链

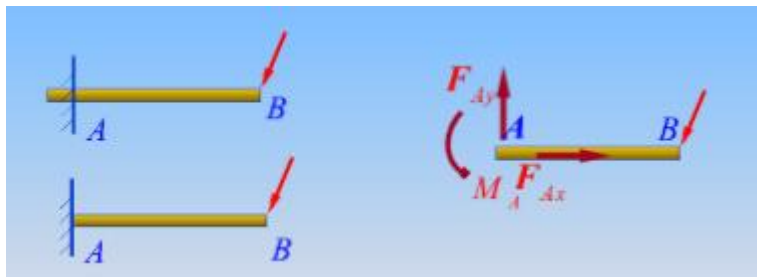


止推轴承

5. 固定端

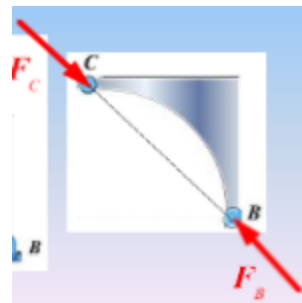
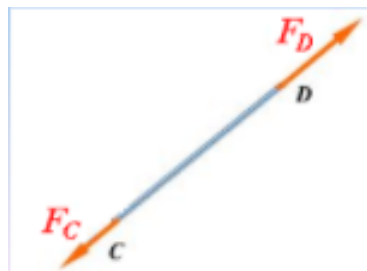
约束与被约束彼此固连为一体的约束。不允许构件与约束之间发生任何相对运动（平动或转动）

固定端约束力：固定端支座的约束力有水平、竖向两个正交分力和一个限制物体转动的约束力偶。



6. 二力杆

两端用圆柱铰链或球铰链与其它物体连接，仅在两端受力的刚性直杆或弯杆



约束反力：两端约束反力必定大小相等、方向相反，且沿两端铰链中心连线

二、受力图

工程中物体受力 { **主动力**: 已知或可测量的力, 如工作载荷、构件自重、风力
约束反力

受力分析——解决力学问题时, 首先要选定需要进行研究的物体, 即**确定研究对象**; 然后考查和分析它的受力情况, 包括受了哪些力、以及每个力的作用位置和方向。

取分离体 (解除约束) ——把研究对象从周围物体中隔离出来单独画出, 并以相应的约束反力来代替周围物体对它的约束作用。

受力图——在研究对象的图形上正确画出它所受到的全部主动力和约束反力, 便得到研究对象的受力图。它是研究对象所受全部力的计算简图。

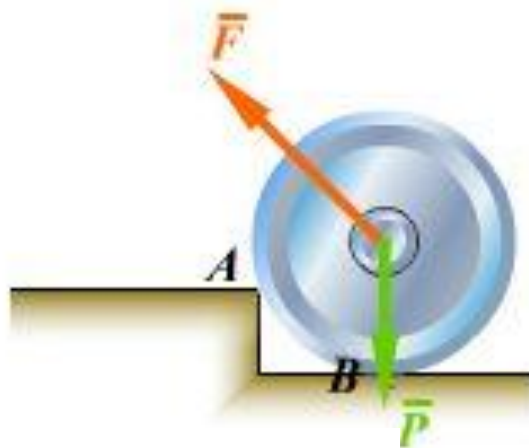
作受力图的一般步骤：

- (1)取研究对象画出其简图；
- (2)先画主动力；
- (3)逐个分析约束，并按各约束的类型画出相应的约束反力。

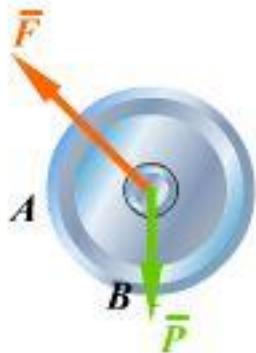
例1

碾子重为 P ，拉力为 F ，A、B 处光滑接触，画出碾子的受力图。

解：（1）取研究对象画出简图



（2）画出主动力



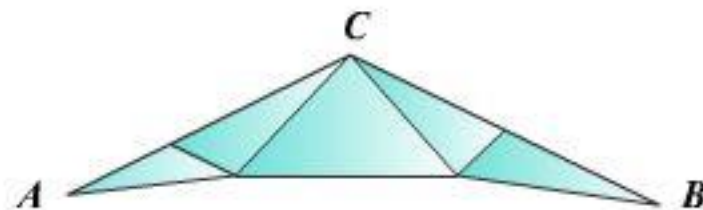
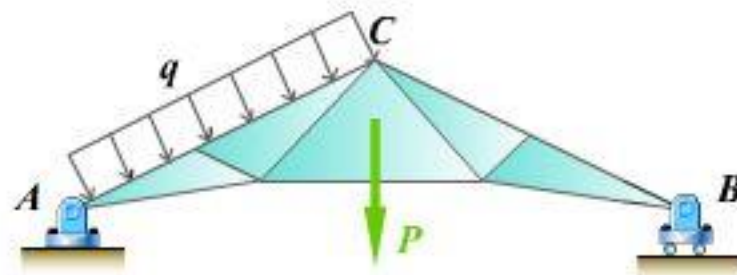
（3）画出约束反力



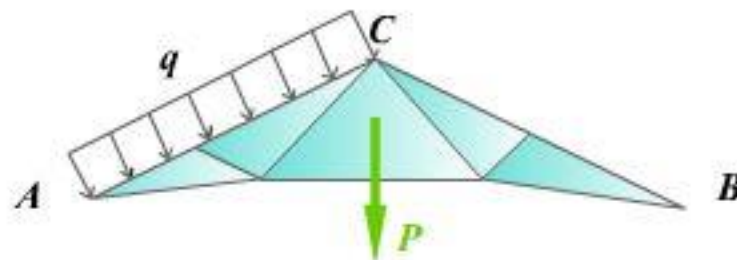
例2

屋架受均布风力 q (N/m)，
屋架重为 \bar{P} ，画出屋架的受力图。

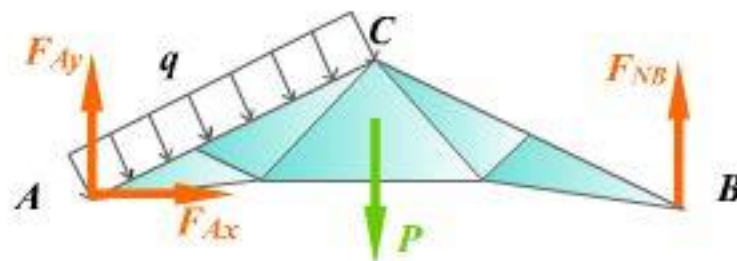
解：取屋架 画出简图



画出主动力

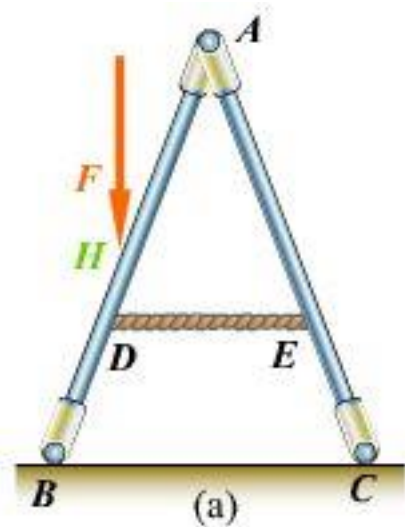


画出约束反力



例3

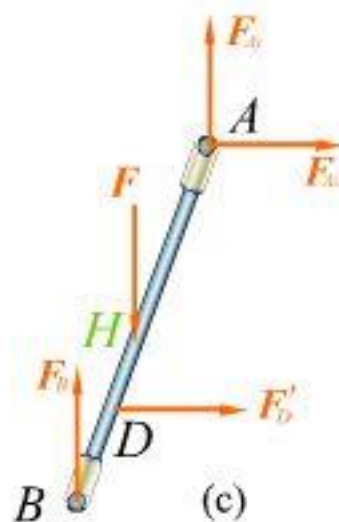
不计自重的梯子放在光滑水平地面上，画出绳子、梯子左右两部分与整个系统受力图。



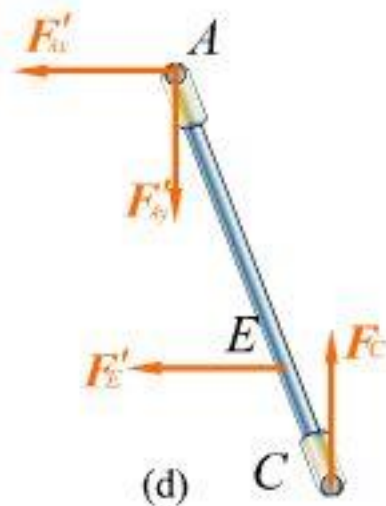
解：
绳子受力图如图 (b) 所示



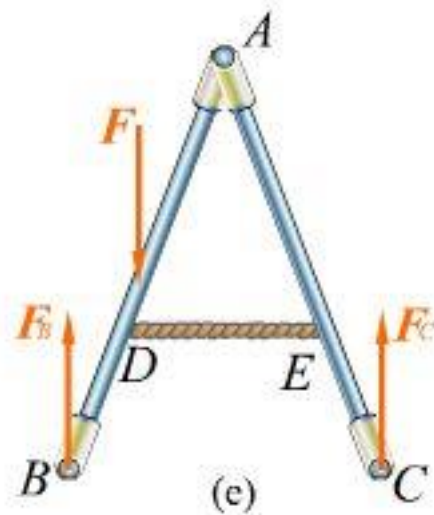
梯子左边部分受力图
如图 (c) 所示



梯子右边部分受力图
如图 (d) 所示



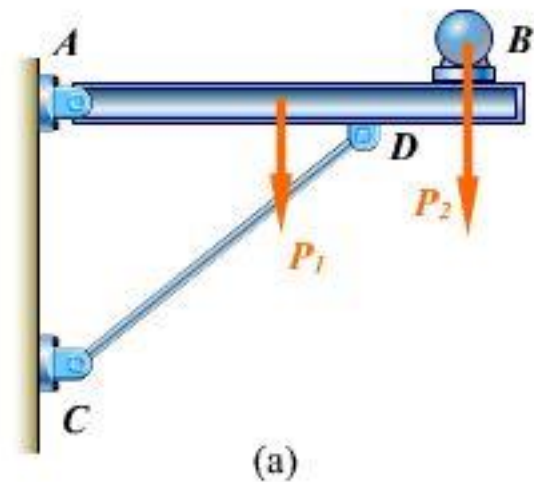
整体受力图如图 (e) 所示



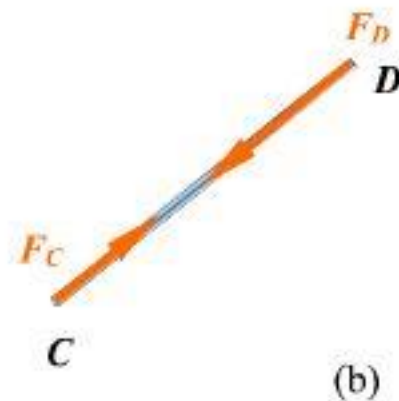
提问：左右两部分梯子在A处，绳子对左右两部分梯子均有力作用，为什么在整体受力图没有画出？

例4

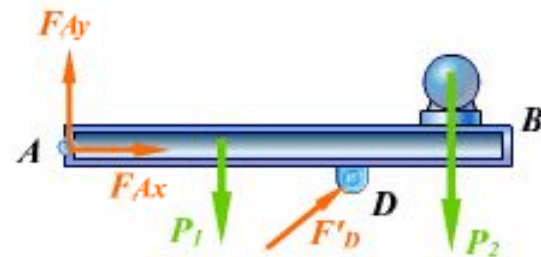
水平均质梁 AB 重为 \bar{P}_1 电动机重为 \bar{P}_2 不计杆 CD 的自重, 画出杆 CD 和梁 AB 的受力图。



解：
取 CD 杆，其为二力构件，简称二力杆，其受力图如图(b)

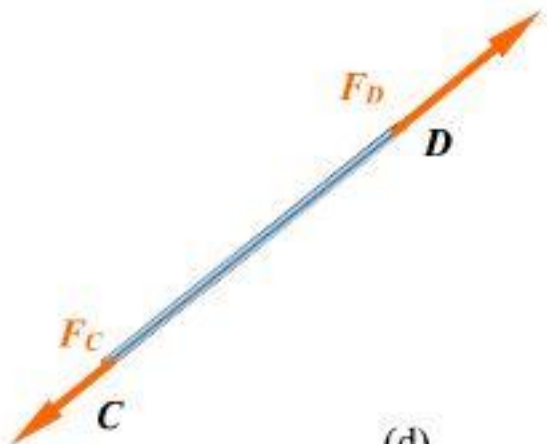


取 AB 梁，其受力图如图 (c)



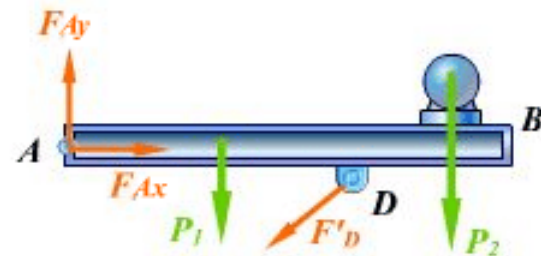
(c)

CD 杆的受力图能否画为图 (d) 所示?



(d)

若这样画，梁 AB 的受力图又如何改动?



(e)