

# 非线性泛函分析

姬超  
理学院

华东理工大学

2020 年 3 月 18 日

## §3 Sobolev 空间

### §3.1 Hölder 连续函数空间

### §3.2 $W^{1,p}$ 空间

### §3.3 嵌入定理

## §3.1 Hölder 连续函数空间

$C^k(\overline{\Omega})$  的定义和它的范数;

$C^{k,\beta}(\overline{\Omega})$  的定义和它的范数。

## §3.1 $W^{1,p}$ 空间

假设  $u \in C^1(\Omega)$  , 那么对任意的  $\phi \in C_0^\infty(\Omega)$  , 有

$$\int_{\Omega} u \phi_{x_i} dx = - \int_{\Omega} u_{x_i} \phi dx,$$

## §3.1 $W^{1,p}$ 空间

假设  $u \in C^1(\Omega)$  , 那么对任意的  $\phi \in C_0^\infty(\Omega)$  , 有

$$\int_{\Omega} u \phi_{x_i} dx = - \int_{\Omega} u_{x_i} \phi dx,$$

### 定义1.1

假设  $u, v \in L_{loc}^1(\Omega)$  , 如果对任意的  $\phi \in C_0^\infty(\Omega)$  , 有

$$\int_{\Omega} u \partial \phi dx = - \int_{\Omega} v \phi dx,$$

我们称  $v$  是  $u$  的弱导数。

## §3.3 嵌入定理

### 定义1.2

我们说赋范线性空间  $X$  嵌入到赋范线性空间  $Y$ ，如果有：

- (1)  $X \subset Y$ ;
- (2) 恒同映射  $I: X \rightarrow Y$  是连续的。

记为  $X \hookrightarrow Y$ 。

# Thank you!