



第四章 阻力损失及其计算

- 实际的流体都具有粘性，因而流体运动过程中不可避免地存在能量损失。
- 流体在流动过程中，流体之间因相对运动的切应力作的功，以及流体与固体壁面之间摩擦力作的功，都是靠损失流体自身所具有的机械能来补偿的，这部分能量均不可逆转地转化为热能。
- 这种引起流动能量损失的阻力与流体的粘性和惯性，以及固体壁面对流体的阻滞作用和扰动作用有关。
- 为了得到能量损失的规律，必须同时分析各种阻力的特性，研究壁面特征的影响，以及产生各种阻力的机理。

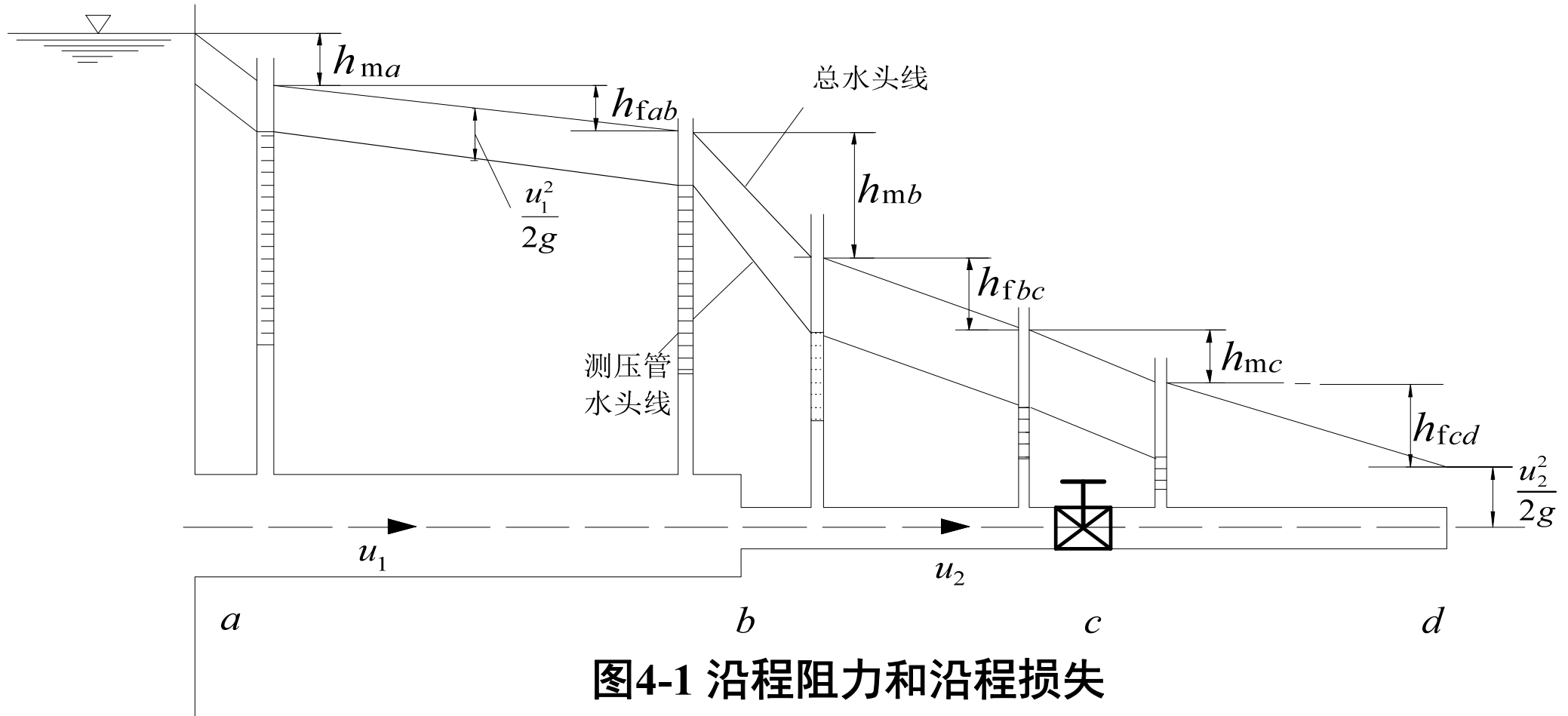


4.1 沿程阻力损失和局部阻力损失

- 流体在运动过程中克服阻力而消耗的能量称为阻力损失(*resistance loss*)，也称水头损失(*head loss*)或能量损失(*energy loss*)；
- 根据边界条件的不同把阻力损失分为两类：对于平滑的边界，水头损失与流程成正比的称为沿程阻力损失(*energy loss along the length*)，用 h_f 表示；
- 由局部边界急剧改变导致流体结构改变、流速分布改变并产生旋涡区而引起的水头损失称为局部阻力损失(*local energy loss*)，用 h_m 表示；
- 整个管路的能量损失等于各管段的沿程损失和各局部损失的总和，即

$$h_1 = \sum h_f + \sum h_m$$

4.1 沿程阻力损失和局部阻力损失



能量损失: $h_l = h_{fab} + h_{fbc} + h_{fcd} + h_{ma} + h_{mb} + h_{mc}$



4.1 沿程阻力损失和局部阻力损失

阻力损失的两种表示方法：

(1) 对于液体，通常用单位重量流体的阻力损失(或称水头损失) h_l 来表示，其因次为长度；

(2) 对于气体，常用单位体积内的流体的阻力损失(或称压强损失) p_l 来表示，其因次与压强的因次相同。

它们之间的关系是：
$$p_l = \gamma h_l$$

用水头损失表达

沿程阻力损失

$$h_f = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{u^2}{2g}$$

局部阻力损失

$$h_m = \zeta \frac{u^2}{2g}$$

用压强损失表达

$$p_f = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho u^2}{2}$$

$$p_m = \zeta \frac{\rho u^2}{2}$$

4.2 流体流动形态

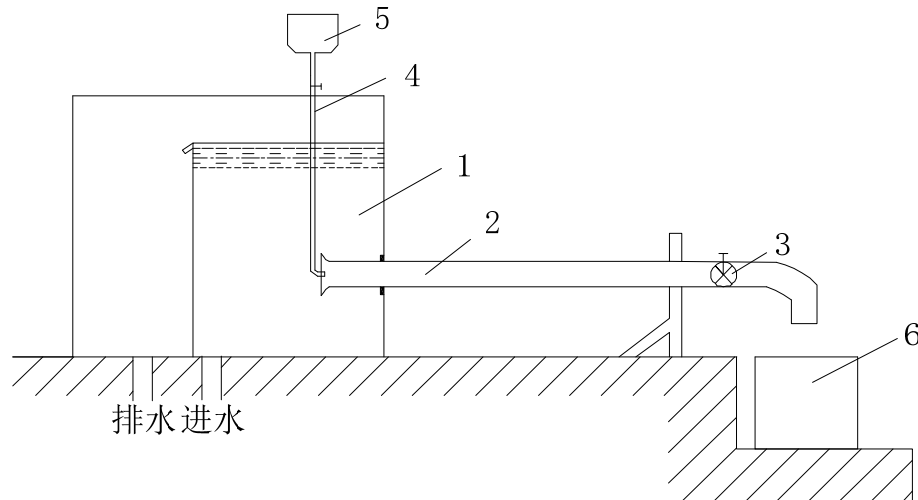


图 4-2 雷诺实验装置

1-恒位水箱；2-长直玻璃管；3-调节阀门；4-细管；5-颜色水瓶；6-量水筒

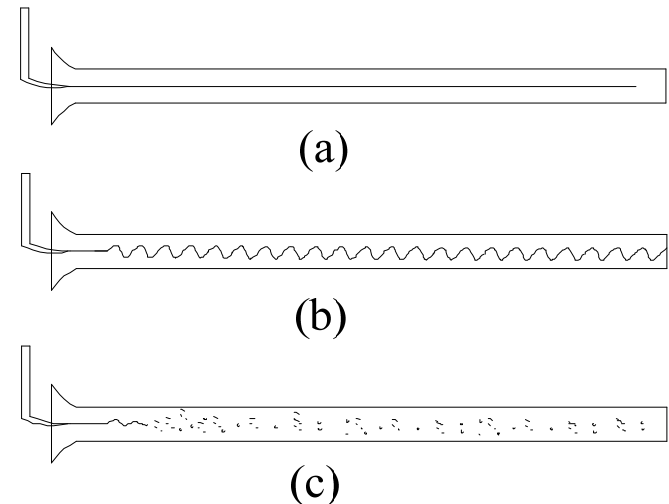


图 4-3 雷诺实验中显示的流态

(a) 层流；(b) 过渡状态；(c) 湍流

(1) 在低速流动中，水流质点完全沿着管轴方向直线运动，这种流动状态称为**层流** (*laminar flow*)。

(2) 水流速度增大到某一数值时颜色水的直线流将开始震荡，发生弯曲。

(3) 水流质点在沿着管轴方向流动过程中，同时还互相掺混，作复杂的无规则运动，这种流动状态称为**湍流** (*turbulence*)。

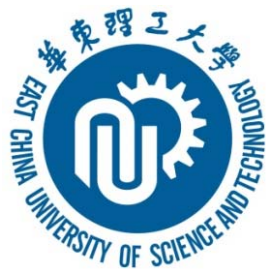


4.2 流体流动形态

- 两种不同流型对流体中发生的动量、热量和质量的传递将产生不同的影响。为此，工程设计上需要能够事先判定流型。
- 对管流而言，试验表明流动的几何尺寸(管径 d)、流动的平均速度 u 及流体性质(密度 ρ 和粘度 μ)对流型从层流到湍流的转变有影响。
- 雷诺发现，可以将这些影响因素综合成一个无因次的数群 $\frac{du\rho}{\mu}$ 作为流型的判据，此数群被称为**雷诺数 (Reynolds number)**，以符号 Re 表示，物理意义为**流体流动时惯性力和粘性力之比**。

雷诺指出：

- ①当 $Re < 2000$ 时，必定出现层流，此为层流区；
- ②当 $2000 < Re < 4000$ 时，有时出现层流，有时出现湍流，依赖于环境，此为过渡区；
- ③当 $Re > 4000$ 时，一般都出现湍流，此为湍流区。



4.2 流体流动形态

流体力学中常用的相似准数

名 称	符 号	无量纲组合	物理效应
雷诺数	Re	$\rho UL/\mu$	粘 性
马赫数	Ma	U/c	压 缩 性
弗劳德数	Fr	U^2/Lg	重 力
克努曾数	Kn	λ/L	压 力
韦伯数	We	$\rho U^2 L/\sigma$	表面张力
普朗特数	Pr	$c_p \mu/k$	热 传 导
格拉绍夫数	Gr	$\beta \Theta g L^3 \rho^2/\mu^2$	自由对流



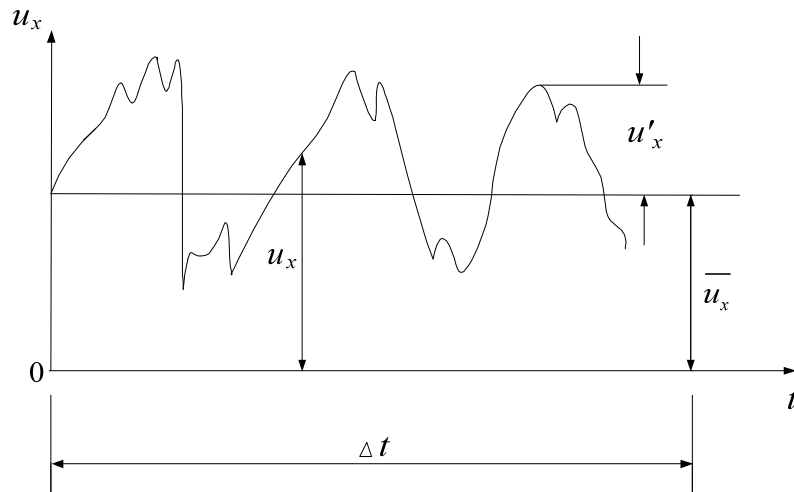
4.2 流体流动形态

- 层流是一种平衡状态。当 $Re < 2000$ 时，任何扰动只能暂时的使之偏离层流，一旦扰动消失，层流状态必将恢复。因此当 $Re < 2000$ 时，**层流是稳定的**。
- 当 Re 超过2000时，层流不再是稳定的，但是否出现湍流决定于外界的扰动。如果扰动很小，不足以使流型转变，则层流仍然能够存在。
- 当 $Re > 4000$ 时，则微小的扰动就可以触发流型的转变，因而一般情况下总出现湍流。
- 严格地说， $Re = 2000$ 不是判别流型的判据，而是层流稳定性的判据。实际上出现何种流型还与扰动的情况有关。
- 上述以 Re 为判据将流动划分为三个区：层流区、过渡区、湍流区，但是只有两种流型。**过渡区并非表示一种过渡的流型**，它只是表示在此区内可能出现层流也可能出现湍流。究竟出现何种流型，需视外界扰动而定，但在一般工程计算中 $Re > 2000$ 可作为湍流处理。

4.3 湍流的基本特征

4.3.1 脉动速度和时均速度

围绕一定值在上下波动的现象称为**脉动现象**(*fluctuation*)，瞬时轴向脉动速度用 u'_x 表示，在某一时间间隔 Δt 内的瞬时值的平均值称为**时均值**(*temporal average value*)。



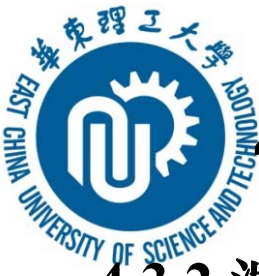
$$\bar{p} = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} p dt$$

$$p = \bar{p} + p'$$

$$\bar{u}_x = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} u_x dt$$

$$u_x = \bar{u}_x + u'_x$$





4.3 湍流的基本特征

4.3.2 湍流强度

➤ **湍流强度** (*turbulence intensity*) 通常用脉动速度的均方根 (*root mean square*, 简称RMS) 表示。对 x 方向的湍流强度可表示为：

$$I_x = \sqrt{u_x'^2} \quad \text{或} \quad I_x = \frac{\sqrt{u_x'^2}}{\bar{u}}$$

4.3.3 湍流尺度

➤ 两点脉动速度的相关程度可用如下的**相关系数** R 表示：
$$R = \frac{\overline{u'_{x1} u'_{x2}}}{\sqrt{\overline{u'^2_{x1}} \overline{u'^2_{x2}}}}$$

➤ **湍流尺度** (*turbulent scale*) 定义为：
$$L = \int_0^\infty R dy$$



4.3 湍流的基本特征

4.3.4 湍流粘度

湍流时，动量的传递不仅起因于分子运动，且来源于流体质点的径向脉动速度。因此动量的传递不再服从牛顿粘性定律。如仍希望用牛顿粘性定律的形式来表示其关系，则应写成

$$\tau = (\mu + \mu') \frac{d\overline{u_x}}{dy} \quad (4-10)$$

μ' 称为**湍流粘度**(*turbulent viscosity*)。式(4-10)只是保留了牛顿粘性定律的形式而已。与粘度 μ 完全不同，湍流粘度 μ' 已不再是流体的物理性质，而是表述速度脉动的一个特征，它随不同流场及空间位置而变化。

4.4 粘性流体圆管中的层流运动

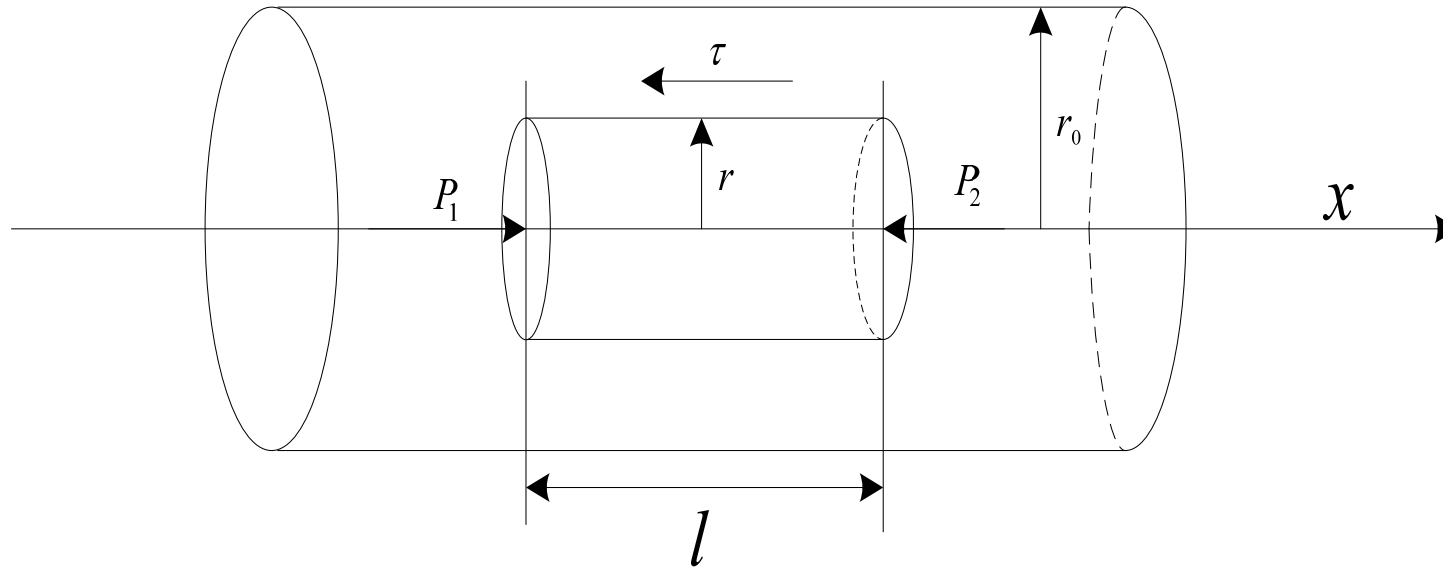
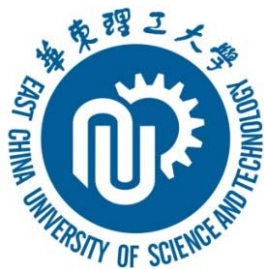


图4-5 圆管均匀流动

在图4-5所示的均匀流中，选择半径为 r ，长度为 l 的微小圆柱，在任选的两个断面1-1和2-2列能量方程：

$$Z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 u_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 u_2^2}{2g} + h_{l-2}$$



4.4 粘性流体圆管中的层流运动

由均匀流的性质有 $Z_1 = Z_2$, $\frac{\alpha_1 u_1^2}{2g} = \frac{\alpha_2 u_2^2}{2g}$ 以及 $h_1 = h_f$, 代入上式, 得

$$h_f = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} \quad (4-11)$$

$$p_1 A - p_2 A - \tau \cdot l \cdot 2\pi r = 0$$

整理得

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{2\tau \cdot l}{\gamma r} \quad (4-12)$$

则

$$h_f = \frac{2\tau \cdot l}{\gamma r} \quad (4-13)$$

对于圆管中的层流运动, 轴对称的流动各流层间的切应力大小满足牛顿内摩擦定律式, 即

$$\tau = -\mu \frac{du}{dr} \quad (4-14)$$

由于速度 u 随 r 的增大而减小, 所以等式右边加负号, 以保证 τ 为正。

$$du = -\frac{\gamma h_f}{2\mu l} r dr$$

4.4 粘性流体圆管中的层流运动

(1) 断面流速分布

$$u = \frac{\gamma h_f}{4 \mu l} (r_0^2 - r^2) \quad (4-15)$$

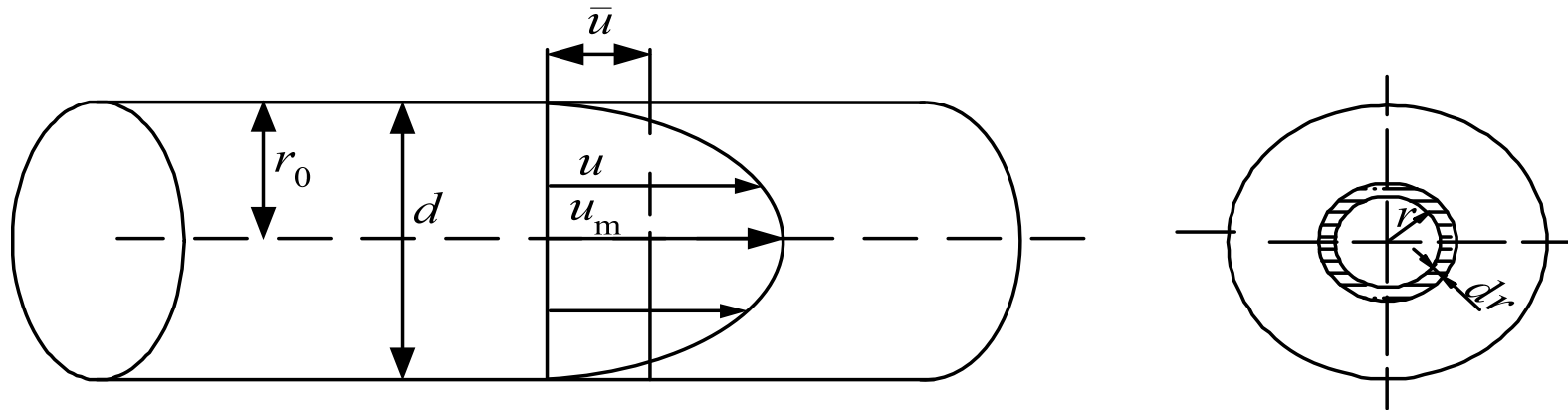
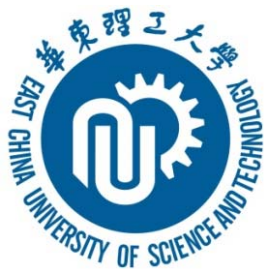


图4-6 圆管中层流的流速分布

(2) 当 $r=0$ 时，即在管轴上，达最大流速：

$$u_{\max} = \frac{\gamma h_f}{4 \mu l} r_0^2 = \frac{\gamma h_f}{16 \mu l} d^2 \quad (4-16)$$



4.4 粘性流体圆管中的层流运动

(3) 平均流速

$$\bar{u} = \frac{Q}{A} = \frac{\int_A u dA}{A} = \frac{\int_0^{r_0} u \cdot 2\pi r dr}{A} = \frac{\gamma h_f}{8\mu l} r_0^2 = \frac{\gamma h_f}{32\mu l} d^2$$

即对于圆管中的层流流动，**平均流速等于最大流速的一半。**

(4) h_f / l 称为**水力坡度**

$$h_f / l = \frac{32\mu\bar{u}}{\gamma d^2}$$

(5) **沿程损失**的一般形式

$$h_f = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{\bar{u}^2}{2g} = \frac{32\mu\bar{u}l}{\gamma d^2} = \frac{64}{Re} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\bar{u}^2}{2g}$$

由此式，可得圆管层流的沿程阻力系数的计算式：

$$\lambda = \frac{64}{Re}$$



4.5 粘性流体在圆管中的湍流流动

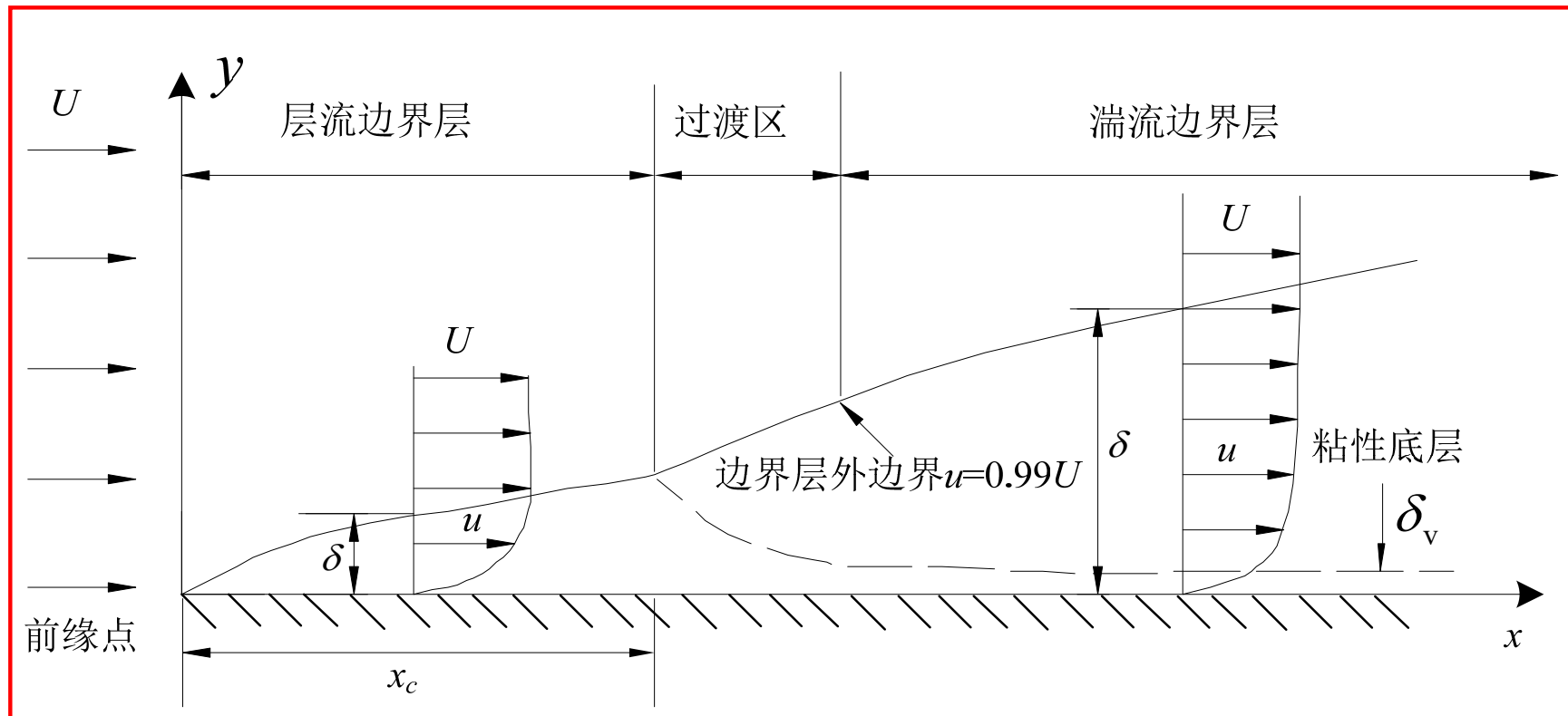
4.5.1 边界层和粘性底层

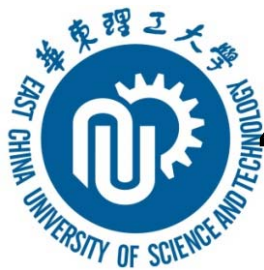
(一) 边界层

- 根据粘性无滑移边界条件贴近物体壁面上的流体质点速度为零，在紧靠物体表面的一个流体薄层内，流体质点速度从壁面处的值为零迅速增大到流体来流速度 U ，薄层内速度梯度大，粘性作用力大，粘性影响非常重要。薄层外流体质点速度基本上均匀，等于流体来流速度，速度梯度近似为零，粘性力为零，因此薄层外流体可以看做是无粘性或理想流体。这就是著名的**边界层**(*boundary layer*)概念，是普朗特在1904年提出的。
- 当边界层内流体质点速度较低，粘性作用较大时，边界层内流动全部是层流，称为**层流边界层**(*laminar boundary layer*)。当来流速度较大，粘性作用较小时，边界层内的流动可能是具有贴近壁面为粘性底层，而绝大部分为湍流的流动，称为**湍流边界层**(*turbulent boundary layer*)。

4.5.1 边界层和粘性底层

平板上区分层流与湍流边界层的判据是雷诺数, $Re_c = Ux_c / \nu = 5 \times 10^5$, x_c 是距平板前缘点的平板长度。一般地, $Re < 5 \times 10^5$ 时为层流边界层, $Re > 5 \times 10^5$ 时为湍流边界层。边界层厚度 δ 通常定义为在离开壁面一定距离的某点处的流体质点速度 u 等于未受扰动的来流速度 U 的99%时, 该点垂直于壁面的距离, 因此边界层外边界上流体质点速度 $u = 0.99U$ 。





4.5 粘性流体在圆管中的湍流流动

4.5.2 圆管湍流的速度分布

圆管湍流沿截面可分为三个区：**粘性底层**、**过渡区**、**湍流核心区**：

- 流体在圆管内湍流流动，由于湍流脉动性，靠近管轴的大部分区域，流层间动量交换剧烈，速度分布趋于均匀，这一区域称为**湍流核心区**或**湍流充分发展区**，在湍流核心区，湍流附加切应力是主要成分，粘性内摩擦切应力可忽略不计。
- 在靠近管壁的地方，由于脉动受到壁面的限制，脉动消失，粘性内摩擦切应力使流速急剧下降，速度梯度较大，这一薄层即**粘性底层**。在粘性底层中，粘性内摩擦切应力是主要成分，湍流附加切应力可忽略不计。
- 还有介于两者之间的**过渡区**。

粘性底层的厚度： $\delta_v = \frac{34.2d}{Re^{0.875}}$ 或 $\delta_v = \frac{32.8d}{Re\sqrt{\lambda}}$

式中 δ_v ——粘性底层的厚度，mm；

d ——管道直径，mm；

λ ——沿程损失系数。

4.5 粘性流体在圆管中的湍流流动

(二) 粘性底层

- 光滑壁面处由于粘性作用，在壁面附近有一个层流流动的底层。在这一底层内粘性应力起主要作用，所以称**粘性底层**(*viscous sublayer*)。
- 在离壁面比较远的地方，粘性影响变得微小，而湍流应力很大。
- 在两者之间存在一个过渡区域，此处两种应力都显著。
- 事实证明，这三个区域不能够明确的区分开，它们是相互逐渐变化的。

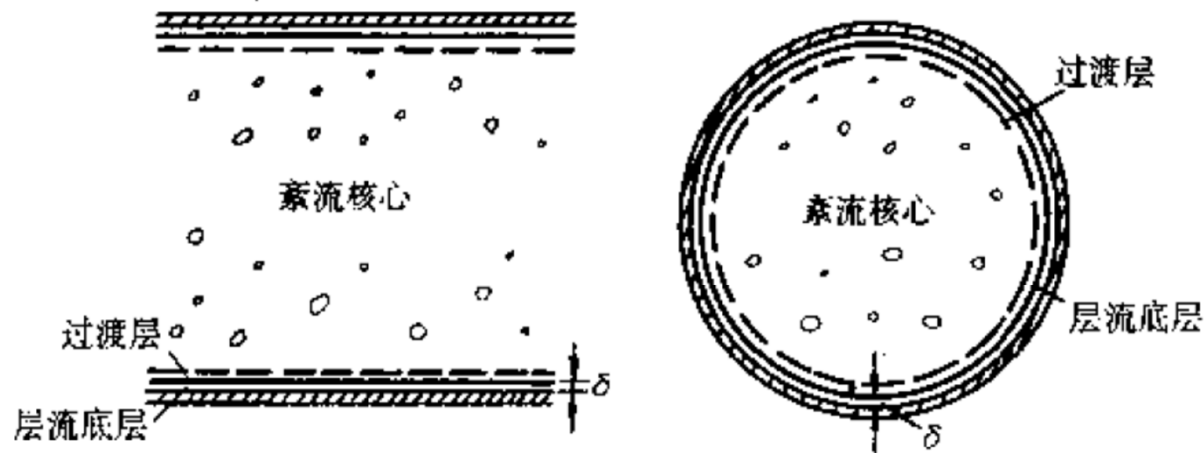


图 4-5 层流底层与湍流核心

4.5 粘性流体在圆管中的湍流流动

湍流速度分布的近似公式：
$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{k} \ln \frac{yu_*}{\nu} + \frac{u_b}{u_*} - \frac{1}{k} \ln \frac{u_b}{u_*}$$

尼古拉兹公式：
$$\frac{u}{u_*} = 2.5 \ln \frac{yu_*}{\nu} + 5.5$$

简单指数形式：
$$\frac{u}{u_{\max}} = \left(1 - \frac{r}{R}\right)^n$$

通过以上分析可知，流体在圆管内流动，速度分布规律随雷诺数的变化而变化，雷诺数较小的层流流动时，速度呈抛物线分布；雷诺数较大湍流流动时，速度呈对数曲线分布，而且雷诺数越大，管道中心速度分布越均匀，如图4-8所示。

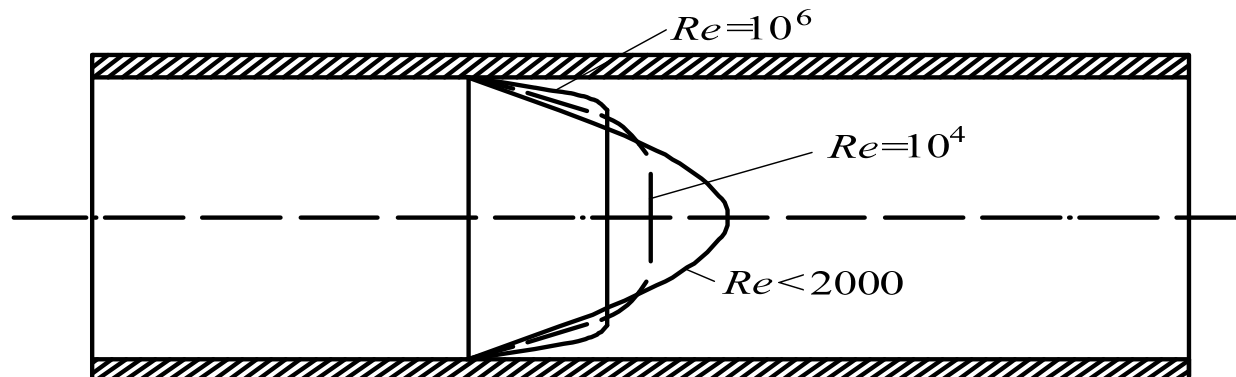
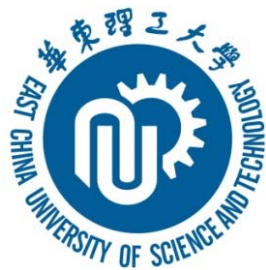


图4-8 圆管内流动的速度分布剖面

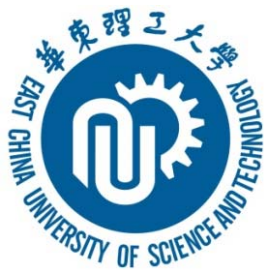


4.6 沿程摩擦阻力系数计算

4.6.1 沿程摩擦阻力系数计算公式



尼古拉兹实验



4.6 沿程摩擦阻力系数计算

4.6.1 沿程摩擦阻力系数计算公式

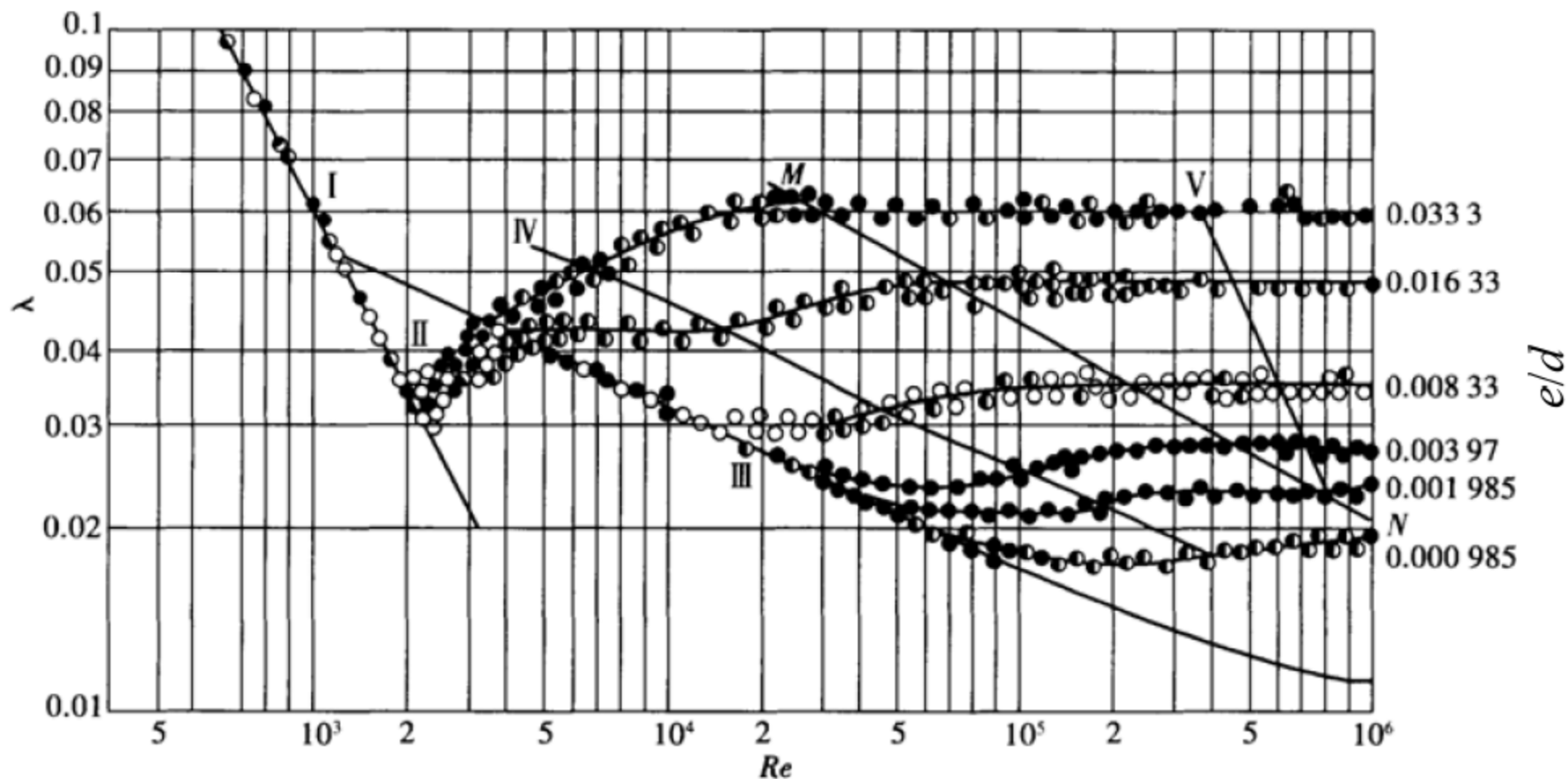


图 4-9 尼古拉兹实验曲线



4.6 沿程摩擦阻力系数计算

(1) 当 $\delta_v > e$ 或 $4000 < Re < 80(d/e)$ 时, 粗糙度全部浸没在粘性底层内, 普朗特根据尼古拉兹实验 (*Nikuradse experiment*) 数据, 提出了光滑管流动的摩擦系数计算式

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2.0 \log \left(\frac{Re \sqrt{\lambda}}{2.51} \right) \quad (4-26)$$

柯列勃洛克 (*Colebrook*) 提出了便于计算的关系式

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1.8 \log \left(\frac{Re}{6.9} \right) \quad (4-27)$$

式 (4-27) 适用于光滑管内流动, $4000 \leq Re \leq 10^8$ 。

勃拉修斯 (*Blasius*) 给出了光滑管内流动, $3000 \leq Re \leq 10^5$, 摩擦系数计算式为

$$\lambda = \frac{0.3164}{Re^{0.25}} \quad (4-28)$$



4.6 沿程摩擦阻力系数计算

(2) 在高雷诺数下, δ_v 变得很小, 粗糙度突出到粘性底层外, $\delta_v < (1/14)e$ 或 $Re > 4160[d/(2e)]^{0.85}$, 流动为充分粗糙管流动, 摩擦系数与雷诺数无关, 卡门(Karman)给出的充分粗糙管流动的摩擦系数计算式为

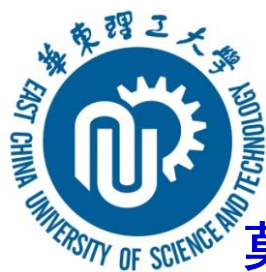
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2.0 \log\left(\frac{3.7}{e/d}\right) \quad (4-29)$$

(3) 1939年柯列勃洛克(Colebrook)将以上两式结合, 给出了过渡区域内沿程摩擦系数计算式

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2.0 \log\left(\frac{e/d}{3.7} + \frac{251}{Re\sqrt{\lambda}}\right) \quad (4-30)$$

1983年, 哈朗德(Hadand)给出了另外一个便于计算的过渡区域摩擦系数计算式

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -1.8 \log\left[\left(\frac{e/d}{3.7}\right)^{1.11} + \frac{6.9}{Re}\right] \quad (4-31)$$



4.6.1 沿程摩擦阻力系数计算公式

莫迪图上将不同的流动条件分成了四个区域：**层流流动区**、**临界区**(其值不确定，因为流动可能是层流也可能是湍流)、**过渡区**(摩擦系数同时受到了雷诺数和相对粗糙度的影响)和**完全湍流区**。

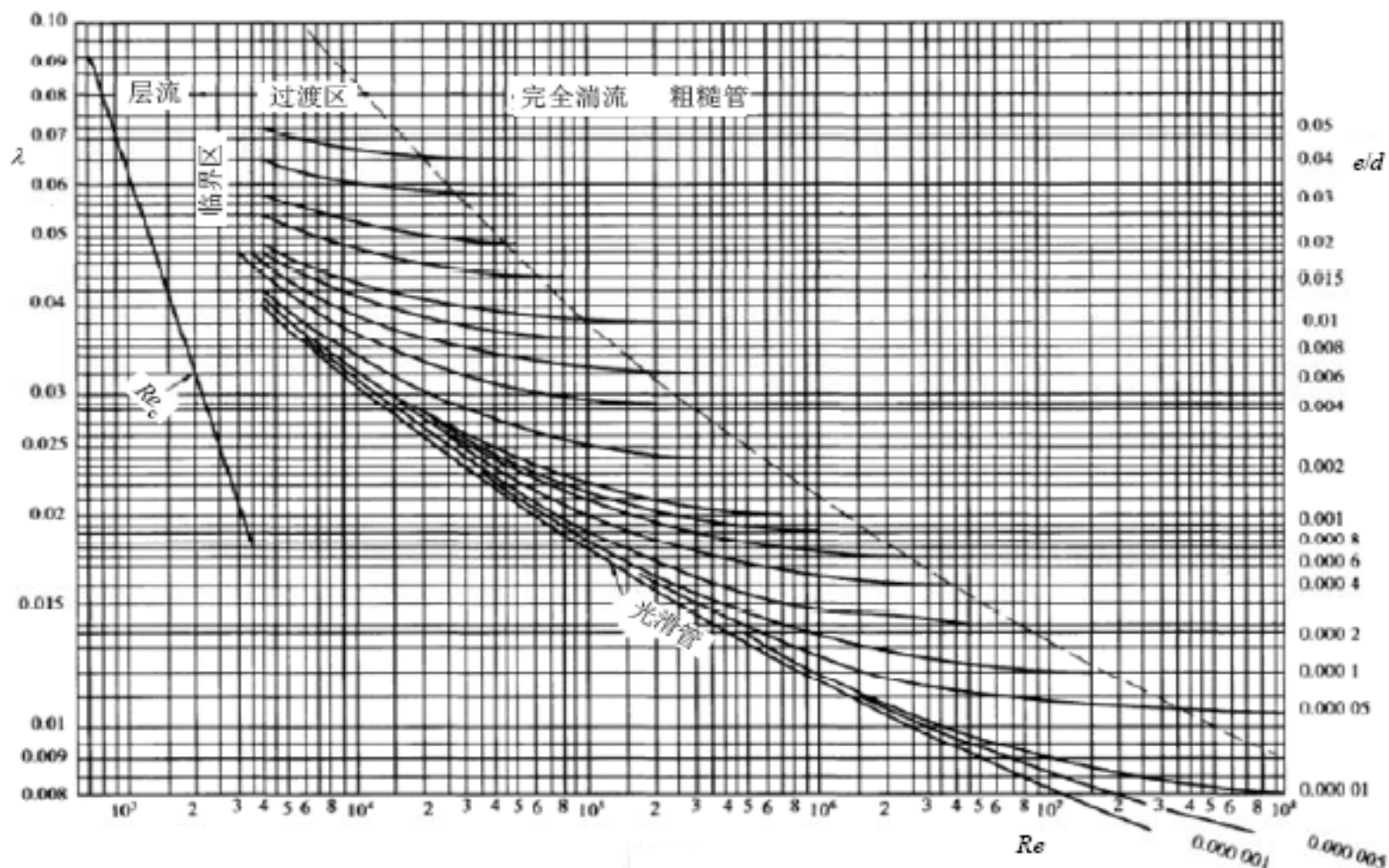
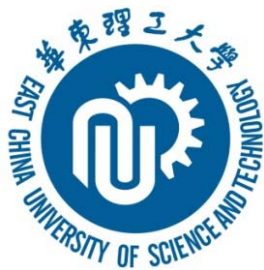


图 4-10 摩擦系数曲线图



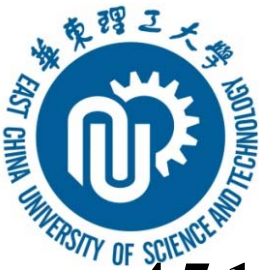
4.6 沿程摩擦阻力系数计算

4.6.3 非圆形管的当量直径

在非圆断面的管道或渠道的水力计算中，将引入当量直径的概念，当量直径 d_e (*equivalent diameter*) 定义为四倍的水力半径 (R_h)，即

$$d_e = 4 R_h$$

圆管道的当量直径 $d_e = 4R_h = 4\left(\frac{r}{2}\right) = 2r = d$ ，等于圆管直径。



4.7 局部阻力损失

4.7.1 局部阻力损失的计算

(1) 近似地认为局部阻力损失服从平方定律

$$h_f = \zeta \frac{u^2}{2g} \quad (4-33)$$

式中, ζ 为**局部阻力系数**(*local loss coefficient*), 由实验测定。

(2) 近似地认为局部阻力损失可以相当于某个长度的直管, 即

$$h_f = \lambda \frac{l_e}{d} \cdot \frac{u^2}{2g} \quad (4-34)$$

式中, l_e 为管件的当量长度(*equivalent length*), 由实验测得。

4.7 局部阻力损失

4.7.2 突然扩大与突然缩小

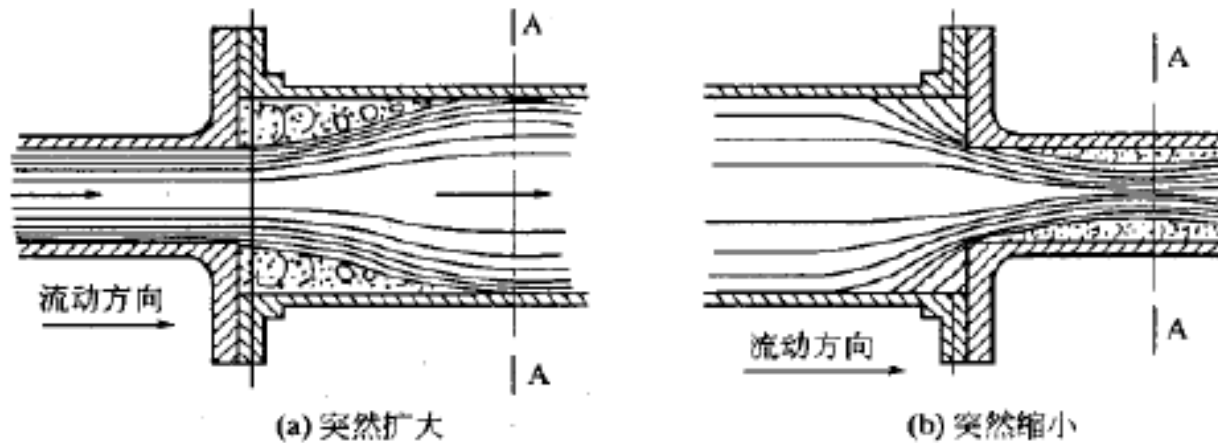


图4-11 突然扩大和突然缩小

- 突然扩大时产生阻力损失的原因在于边界层脱体。流道突然扩大，下游压强上升，流体在逆压强梯度下流动，极易发生边界层分离而产生旋涡，如图4-11(a)；
- 流道突然缩小时，见图4-11(b)，流体在顺压强梯度下流动，不致发生边界层脱体现象。因此，在收缩部分不发生明显的阻力损失，但在下游依然存在边界层分离和旋涡，造成阻力损失。

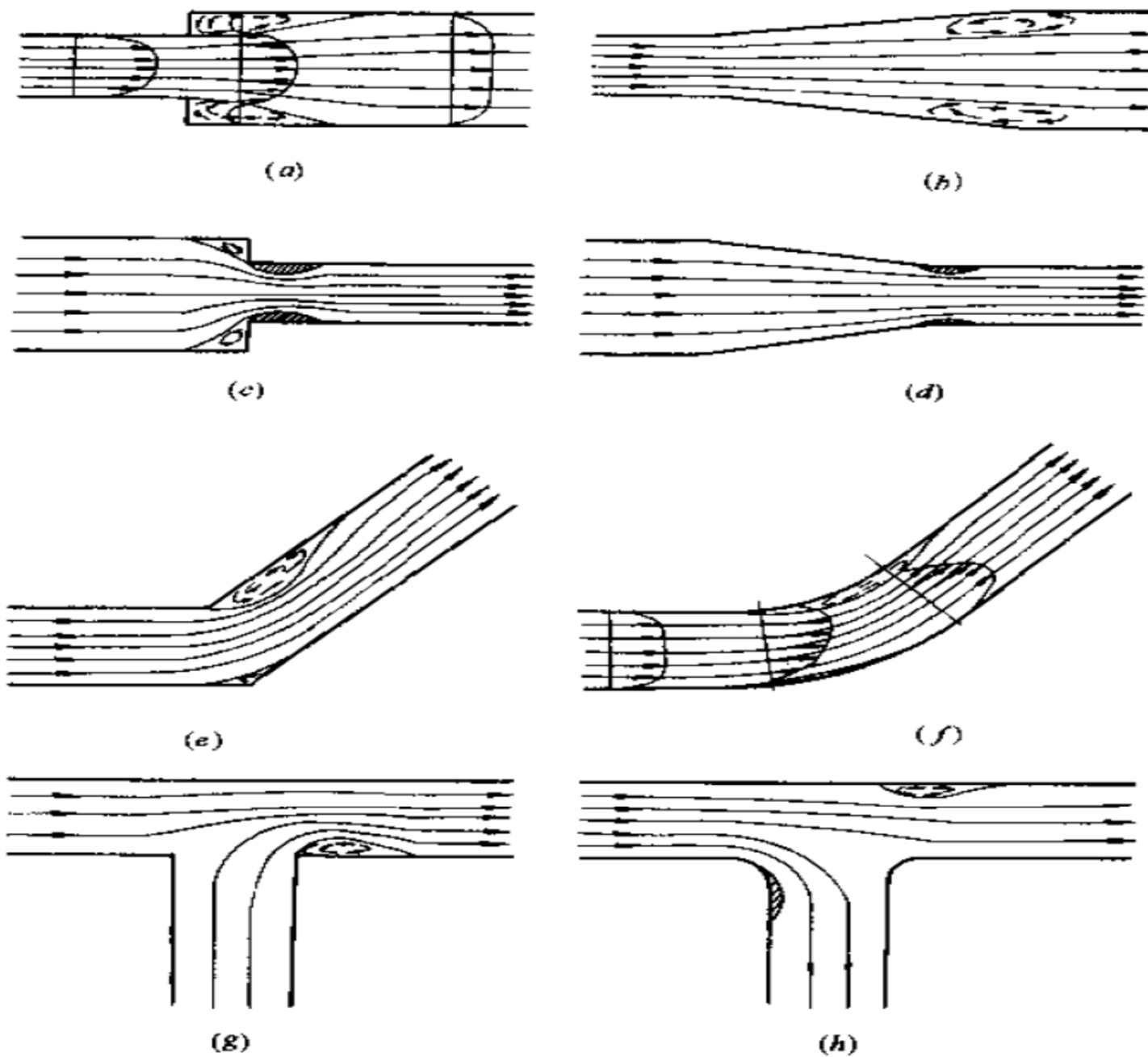


图 4-17 几种典型的局部阻碍

(a)突扩管; (b)渐扩管; (c)突缩管; (d)渐缩管; (e)折弯管; (f)圆弯管;
 (g)锐角合流三通; (h)圆角分流三通

4.7 局部阻力损失

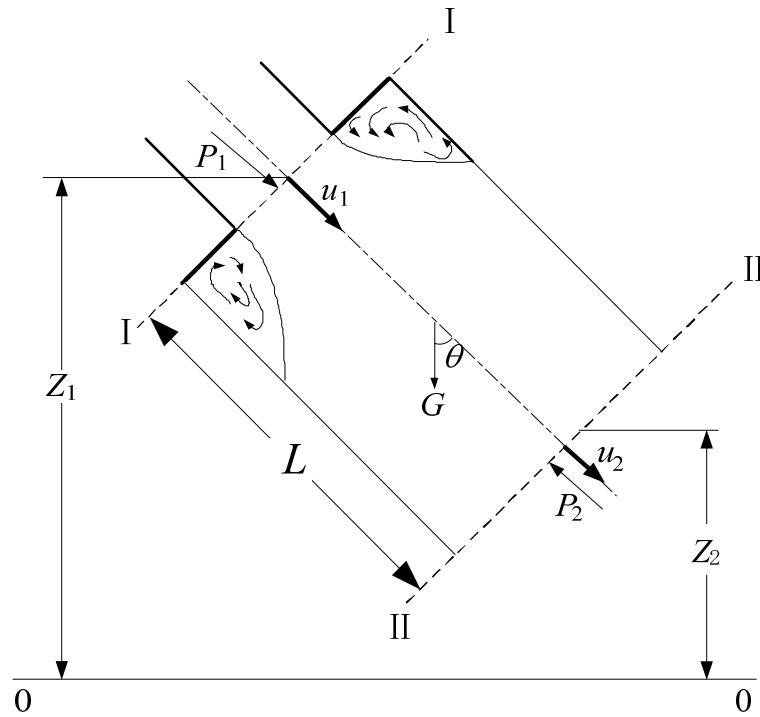


图4-12 突然扩大

$$h_m = \frac{(u_1 - u_2)^2}{2g}$$

$$\left. \begin{aligned} h_m &= \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2 \frac{u_1^2}{2g} = \zeta_1 \frac{u_1^2}{2g} \\ h_m &= \left(\frac{A_2}{A_1} - 1\right)^2 \frac{u_2^2}{2g} = \zeta_2 \frac{u_2^2}{2g} \end{aligned} \right\}$$

$$\zeta_1 = \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2 \quad \text{或} \quad \zeta_2 = \left(\frac{A_2}{A_1} - 1\right)^2$$

4.7 局部阻力损失

例4-2 所谓虹吸管即管道中一部分高出上游供水液面的管路，如图4-13所示。

图中具体数值如下： $H=2\text{m}$ ， $l_1=15\text{m}$ ， $l_2=20\text{m}$ ， $d=200\text{mm}$ ，进口阻力系数

$\zeta_e=1$ ，转弯阻力系数 $\zeta_b=0.2$ ，出口阻力系数 $\zeta_o=1$ ， $\lambda=0.025$ ，管中水流的
最大允许真空高度 $[h_v]=7\text{m}$ 。求通过虹吸管流量及管顶最大允许安装高度

h_{\max} 。

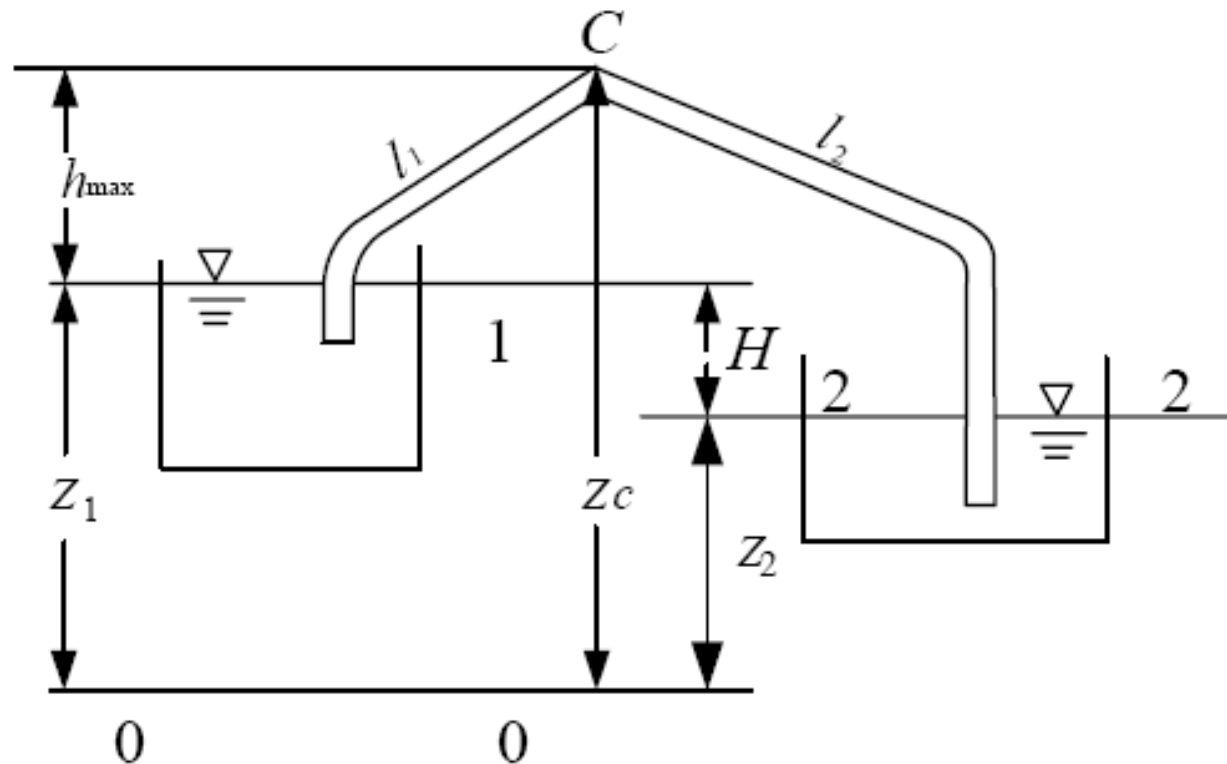


图 4-13 虹吸管示意图



4.8 管路计算

4.8.1 简单管路

4.8.1.1 简单管路计算

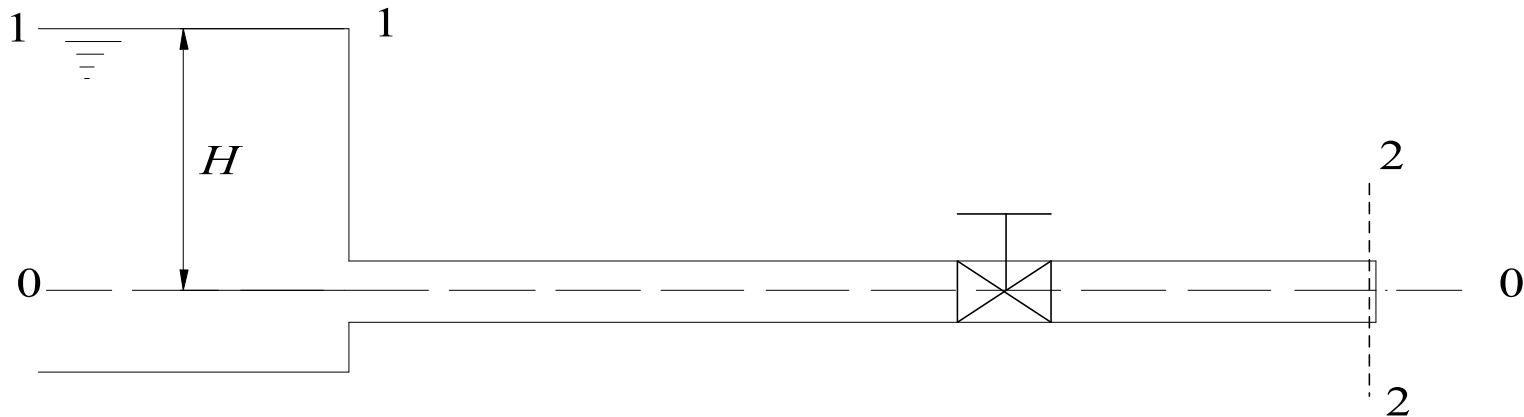


图4-14 简单管路

$$H = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{u^2}{2g} + \sum \zeta \frac{u^2}{2g} + \frac{u^2}{2g}$$
$$H = \left(\lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta + 1 \right) \frac{u^2}{2g}$$

$$H = \left(\lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta \right) \frac{u^2}{2g}$$



4.8 管路计算

$$H = \frac{8(\lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta)}{\pi^2 \cdot d^4 \cdot g} Q^2$$

$$S_H = \frac{8(\lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta)}{\pi^2 \cdot d^4 \cdot g}$$

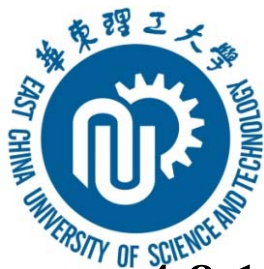
$$H = S_H \cdot Q^2 \quad (4-39)$$

$$p = \gamma H = \gamma \cdot S_H \cdot Q^2$$

$$S_p = \gamma \cdot S_H = \frac{8(\lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta) \rho}{\pi^2 \cdot d^4}$$

$$p = S_p \cdot Q^2 \quad (4-41)$$

在大多数管路的水力计算中，流动处在阻力平方区， λ 仅与 e/d 有关，而与流速无关，对于给定的管路，可视为常数。此时， S_p 、 S_H 对已给定的管路是一个定数，它综合反映了管路上的沿程阻力和局部阻力情况，故称为**管路阻抗** (pipe impedance)。这个概念和物理中的“电阻”的概念有些类似。(4-39)、(4-41)两式所表示的规律为：**简单管路中，总阻力损失与体积流量平方成正比。**



4.8 管路计算

4.8.1.2 管路的优化设计

质量守恒式

$$Q = \frac{\pi}{4} d^2 u$$

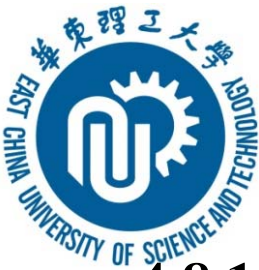
机械能衡算式

$$\left(\frac{p_1}{\rho g} + Z_1\right) = \left(\frac{p_2}{\rho g} + Z_2\right) + \left(\lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta\right) \frac{u^2}{2g}$$

摩擦系数计算式

$$\lambda = \varphi\left(\frac{du\rho}{\mu}, \frac{e}{d}\right)$$

管路计算按其目的可分为设计型计算与操作型计算两类。



4.8 管路计算

4.8.1.2 管路的优化设计

- **设计型计算**一般是管路尚未存在时给定输送任务，要求设计经济上合理的管路。典型的设计型计算管路要求：规定输送量 Q ，确定最经济的管径 d 及须由供液点提供的势能 $\frac{p_1}{\rho g} + Z_1$

给定条件：

- (1) 供液与需液点间的距离，即管长 l ；
- (2) 管道材料及管件配置，即 e 及 $\sum \zeta$ ；
- (3) 需液点的势能 $\frac{p_2}{\rho g} + Z_2$ 。

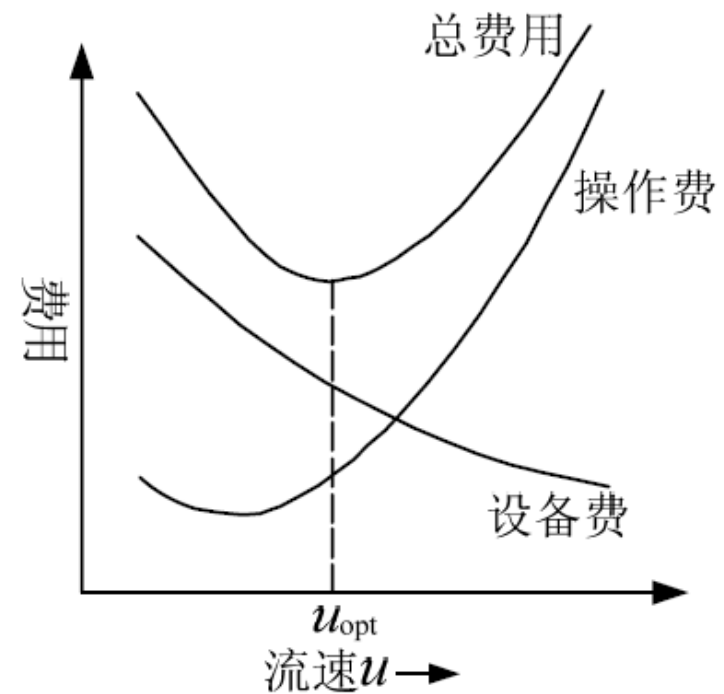
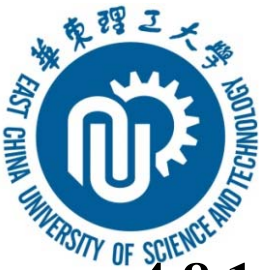


图4-15 管径的最优化



4.8 管路计算

4.8.1.2 管路的优化设计

- **操作型计算**问题是管路已定，并且要求核算在某给定条件下管路的输送能力或某项技术指标，这类问题的命题如下：

给定条件 d 、 l 、 $\sum \zeta$ 、 e 、 $\frac{p_1}{\rho g} + Z_1$ 、 $\frac{p_2}{\rho g} + Z_2$

计算目的 输送量 Q

或

给定条件 d 、 l 、 $\sum \zeta$ 、 e 、 $\frac{p_2}{\rho g} + Z_2$ 、 Q

计算目的 给液点势能 $\frac{p_1}{\rho g} + Z_1$

$\lambda = \varphi\left(\frac{du\rho}{\mu}, \frac{e}{d}\right)$ 是一个复杂的非线性函数，上述求解过程需试差或迭代。

4.8 管路计算

4.8.1.3 简单管路阻力损失分析

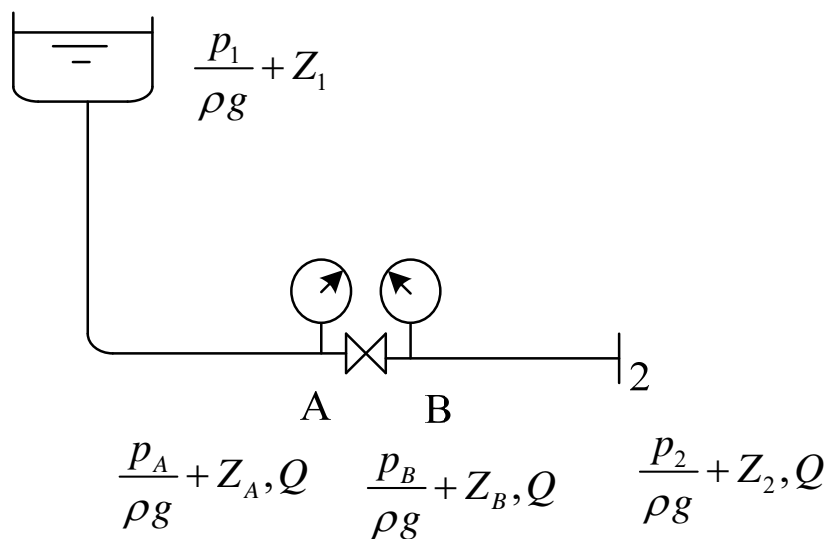


图4-16 简单管路

- ① 任何局部阻力系数的增加将使管内的流量下降；
- ② 下游阻力增大将使上游压强上升；
- ③ 上游阻力增大将使下游压强下降；
- ④ 阻力损失总是表现为流体机械能的降低，在等径管中则为总势能 $(\frac{p}{\rho g} + Z)$ 的降低。

其中第②点应予特别注意，下游情况的改变同样影响上游。这充分体现出流体作为连续介质的运动特性，表明管路应作为一个整体加以考察。



4.8.2 复杂管路

4.8.2.1 串联管路

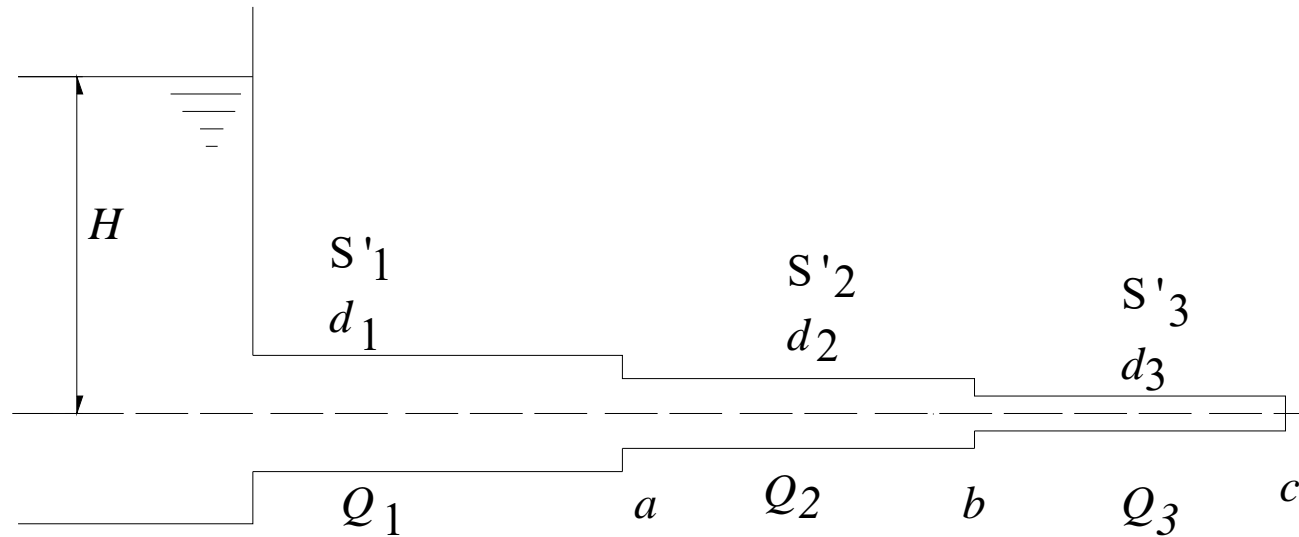


图4-17 串联管路

$$Q_1 = Q_2 = Q_3$$

$$h_{11-3} = h_{11} + h_{12} + h_{13} = S_1 Q_1^2 + S_2 Q_2^2 + S_3 Q_3^2$$

$$S = S_1 + S_2 + S_3$$



4.8.2 复杂管路

4.8.2.1 串联管路

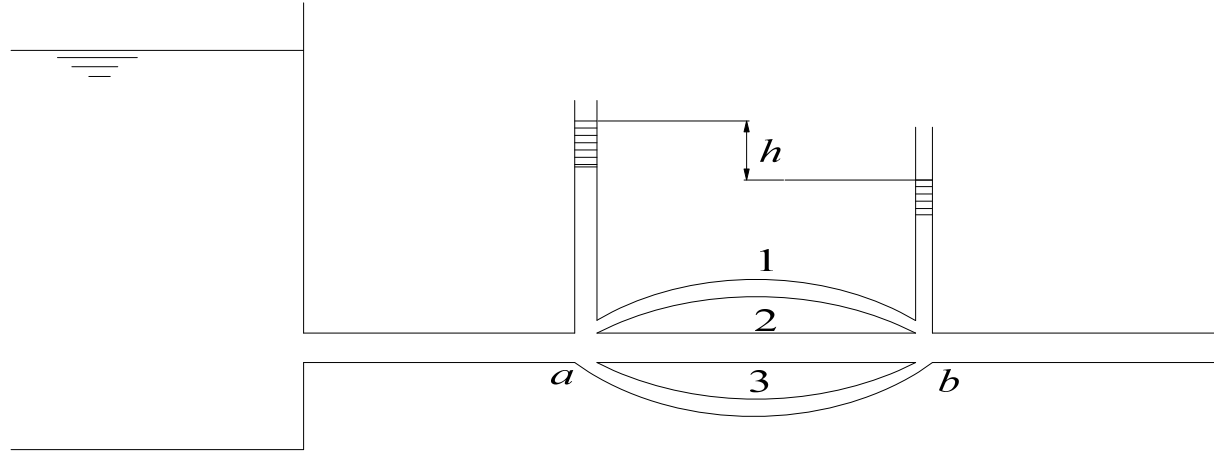


图4-18 并联管路

$$S_1 Q_1^2 = S_2 Q_2^2 = S_3 Q_3^2 = S \cdot Q^2$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$Q = \frac{\sqrt{h_{1a-b}}}{\sqrt{S}}, \quad Q_1 = \frac{\sqrt{h_{11}}}{\sqrt{S_1}}, \quad Q_2 = \frac{\sqrt{h_{12}}}{\sqrt{S_2}}, \quad Q_3 = \frac{\sqrt{h_{13}}}{\sqrt{S_3}}$$

$$h_{11} = h_{12} = h_{13} = h_{1a-b}$$

$$Q_1 : Q_2 : Q_3 = \frac{1}{\sqrt{S_1}} : \frac{1}{\sqrt{S_2}} : \frac{1}{\sqrt{S_3}}$$

4.8.2.3 分支管路

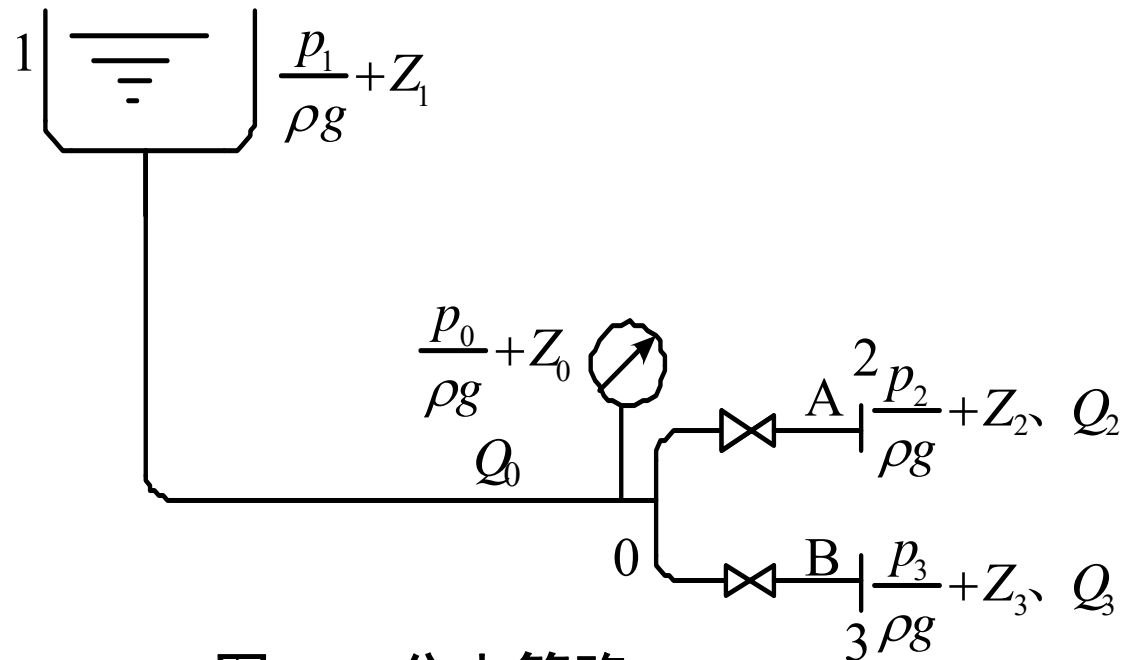


图4-19 分支管路

- (1) 考察整个管路，由于阻力增加而使总流量 Q_0 下降， $(\frac{p_0}{\rho g} + z_0)$ 上升；
- (2) 在截面0至2间考察，因 ζ_A 增大，而使 Q_2 下降，使 $(\frac{p_0}{\rho g} + z_0)$ 上升；
- (3) 在截面0至3间考察， $(\frac{p_0}{\rho g} + z_0)$ 的上升， ζ_B 不变，而使 Q_3 增加。



4.8.2.3 分支管路

上述为一般情况，但须注意下列两种极端情况。

① 总管阻力可以忽略，支管阻力为主

此时 $(\frac{p_0}{\rho g} + Z_0) \approx (\frac{p_1}{\rho g} + Z_1)$ 且接近为一常数。阀A关小仅使该支管的流量发生变化，但对支管B的流量几乎没有影响，即任一支管情况的改变不致影响其他支管的流量。显然，城市供水、煤气管线的铺设应尽可能属于这种情况。

② 总管阻力为主，支管阻力可以忽略

此时 $(\frac{p_0}{\rho g} + z_0)$ 与下游出口端 $(\frac{p_2}{\rho g} + z_2)$ 或 $(\frac{p_3}{\rho g} + z_3)$ 相近，总管中的总流量将不因支管情况而变。阀A的启闭不影响总流量，仅改变了各支管间的流量的分配。显然这是城市供水管路不希望出现的情况。

4.8.2.4 汇合管路

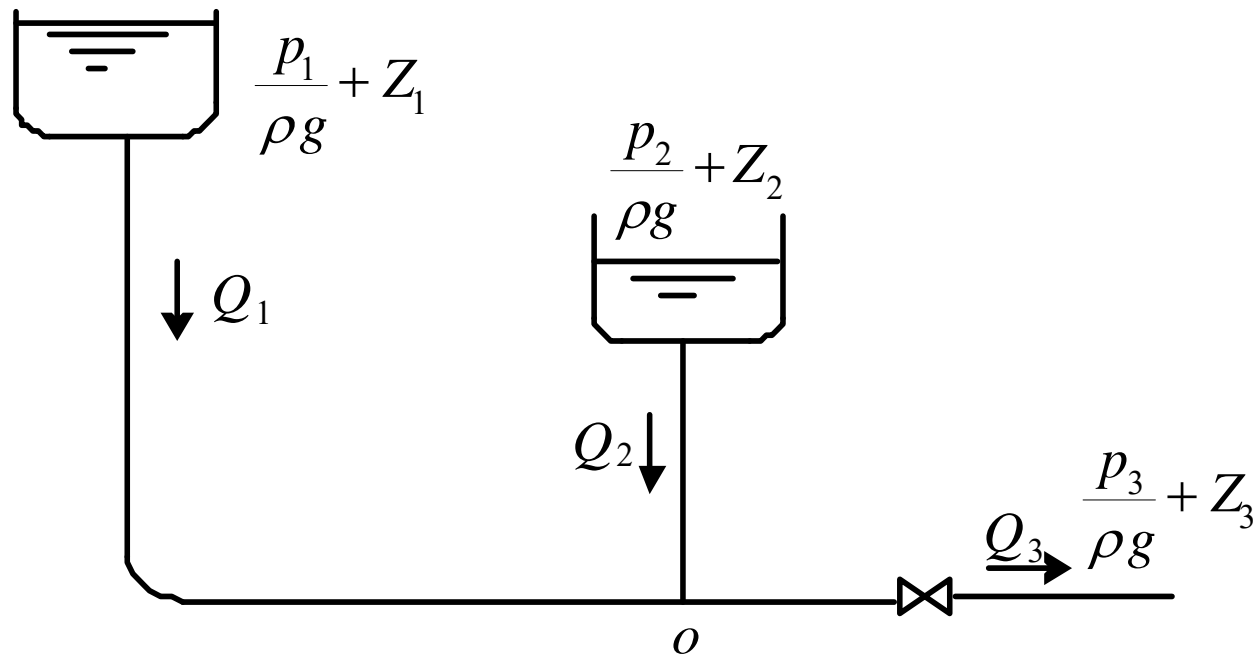


图4-20 汇合管路

现将阀门关小， Q_3 下降，交汇点0总势能 $(\frac{p_0}{\rho g} + Z_0)$ 升高。此时 Q_1 、 Q_2 同时降低，但因 $(\frac{p_2}{\rho g} + Z_2) < (\frac{p_1}{\rho g} + Z_1)$ ， Q_2 下降更快。当阀门关小至一定程度，因 $(\frac{p_0}{\rho g} + Z_0) = (\frac{p_2}{\rho g} + Z_2)$ ，致使 $Q_2 = 0$ ；继续关小阀门则 Q_2 将作反向流动。

4.8.2 复杂管路

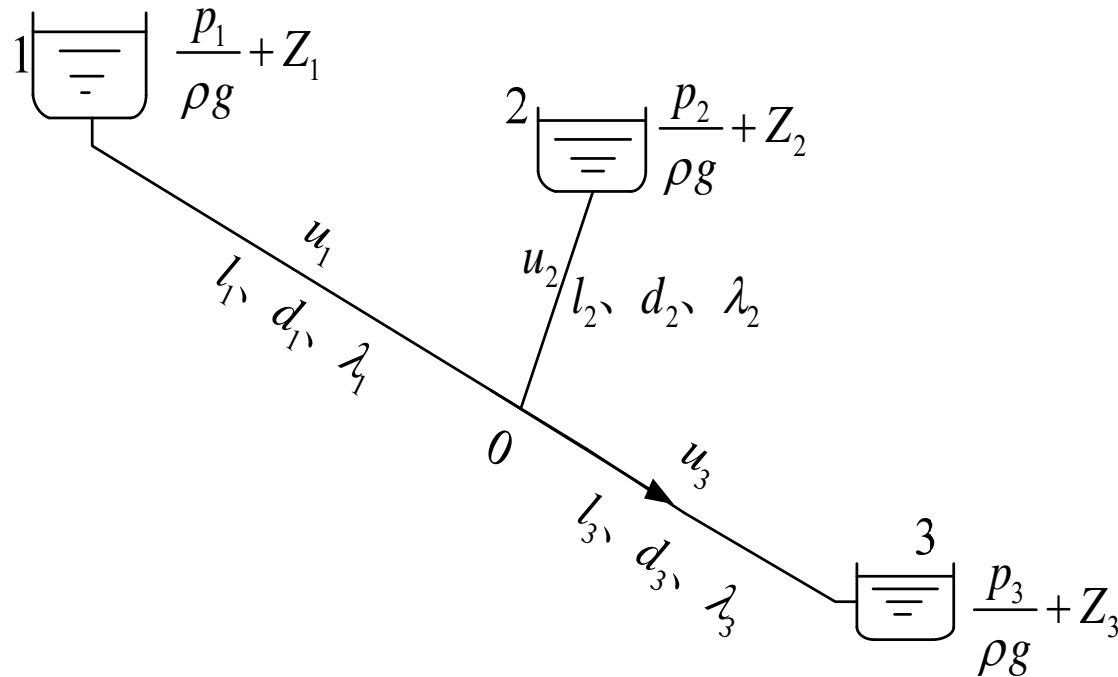


图4-21 分支与汇合管路的计算

管路应**视作一个整体**，流体在沿程各处的压强或势能有着**确定的分布**，或者说在管路中存在着**能量的平衡**。任一管段或局部条件的变化都会使整个管路原有的能量平衡遭到破坏，需根据新的条件建立新的能量平衡关系。管路中流量及压强的变化正是这种能量平衡关系发生变化的反映。



4.8.3 可压缩流体的管路计算

4.8.3.1 无粘性可压缩气体的机械能衡算

气体有较大的压缩性，其密度随压强而变。此时，如不考虑粘性影响，由管路的截面1至2的机械能衡算式为

$$gz_1 + \frac{u_1^2}{2} + \int_{p_2}^{p_1} \frac{dp}{\rho} = gz_2 + \frac{u_2^2}{2} \quad (4-52)$$

式中 u_1 、 u_2 分别为管截面1和2处的平均流速。

要计算式(4-52)中的项，必须知道流动过程中 ρ 随 p 的变化规律。对理想气体的可逆变化，有以下几种过程。

1. 等温过程

对等温过程， $pv=p_1v_1=\text{常数}$ （式中 $v=\frac{1}{\rho}$ 为气体的比体积），于是

$$\int_{p_2}^{p_1} \frac{dp}{\rho} = \int_{p_2}^{p_1} v dp = \int_{p_2}^{p_1} \frac{p_1 v_1}{p} dp = p_1 v_1 \ln \frac{p_1}{p_2}$$



4.8.3.1 无粘性可压缩气体的机械能衡算

2. 绝热过程

对绝热过程， $pv^\gamma=\text{常数}$

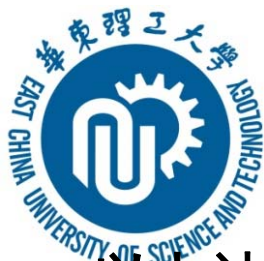
$$\int_{p_2}^{p_1} \frac{dp}{\rho} = \int_{p_2}^{p_1} \left(\frac{p_1 v_1^\gamma}{p} \right)^{1/\gamma} dp = \frac{\gamma}{\gamma-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2) \quad (4-54)$$

式中 γ 称绝热指数，系气体的定压热容 c_p 与定容热容 c_v 之比，通常约为1.2~1.4。

3. 多变过程

在此过程中 $pv^k=\text{常数}$ 。 k 为多变指数，其值多介于1与 γ 之间，取决于气体和环境的传热情况。此时式（4-54）仍可应用，只是应以 k 代替 γ ，即

$$\int_{p_2}^{p_1} \frac{dp}{\rho} = \frac{k}{k-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2) \quad (4-55)$$



4.8.3.2 粘性可压缩气体的管路计算

以上计算并未考虑气体的粘性，故仅在短管（如喷嘴等）流动中方为适用。在管路计算中应考虑气体的粘性，式（4-52）的右侧应加上阻力损失项 h_f ，即

$$gz_1 + \frac{u_1^2}{2} + \int_{p_2}^{p_1} \frac{dp}{\rho} = gz_2 + \frac{u_2^2}{2} + h_f \quad (4-56)$$

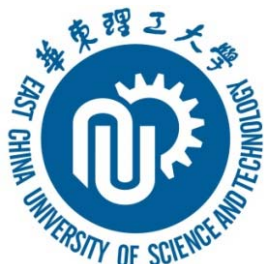
将上式改写成微分形式将，则

$$g dz + d\frac{u^2}{2} + v dp + \lambda \frac{dl}{d} \times \frac{u^2}{2} = 0 \quad (4-57)$$

其中： $v = \frac{1}{\rho} = \frac{RT}{Mp}$

摩擦系数 λ 是 Re 数和 ε/d 的函数，而 $Re = \frac{du\rho}{\mu} = \frac{dG}{\mu}$
气体流速 u 随 p 降低而增加，为管长 l 的函数。如将流速 u 用质量流速 G 表示
则可减少一个变量。

$$u = \frac{G}{\rho} = Gv \quad (4-58)$$



将式 (4-58) 代入式 (4-57)，各项均除以 v^2 整理得

$$\frac{gz}{v^2} + G^2 \frac{dv}{v} + \frac{dp}{v} + \lambda G^2 \frac{dl}{2d} = 0 \quad (4-59)$$

因 v 与高度 z 的关系无从知晓，此式仍无法积分。考虑到气体密度很小，位能项和其他各项相比小得多，可将 $\frac{gz}{v^2}$ 项忽略。这样上式可积分为

$$G^2 \ln \frac{v_2}{v_1} + \int_{p_2}^{p_1} \frac{dp}{\rho} + \lambda G^2 \frac{l}{2d} = 0 \quad (4-60)$$

对于等温流动， $\rho v = \text{常数}$ ，上式成为

$$G^2 \ln \frac{p_1}{p_2} + \frac{p_2^2 - p_1^2}{2\rho v_1} + \lambda \frac{l}{2d} G^2 = 0 \quad \text{或} \quad G^2 \ln \frac{p_1}{p_2} + \frac{p_2^2 - p_1^2}{\frac{2RT}{M}} + \lambda \frac{l}{2d} G^2 = 0$$

设在平均压强 $p_m = \frac{p_1 + p_2}{2}$ 下的密度为 ρ_m ，代入上式经整理可得



$$\frac{p_1 - p_2}{\rho_m} = \lambda \frac{l}{2d} \left(\frac{G}{\rho_m} \right)^2 + \left(\frac{G}{\rho_m} \right)^2 \ln \frac{p_1}{p_2} \quad (4-63)$$

如果管内压降 Δp 很小，则上式右边第二项动能差可忽略，这时上式就是不可压缩流体的能量方程式对水平管的特殊形式。

气体在输送过程中，因压强降低和体积膨胀，温度往往要下降。以上诸式虽在等温条件下导出，但对**非等温条件**，可按 $p v^k = \text{常数}$ 代入式 (4-60) 经积分得

$$\frac{G^2}{k} \ln \frac{p_1}{p_2} + \frac{k}{k+1} \left(\frac{p_1}{v_1} \right) \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} - 1 \right] + \lambda \frac{l}{2d} G^2 = 0$$