第2章　电路元件及电路基本类型

● 重点：

1. 二端电路元件

2. 电路基本类型

3. 二端口电路及其端口特性

§2-1　二端电路元件及其分类

●每一种电路元件仅反映某种单一的电磁性质，其特性则通过与端子有关的物理量描述并由元件参数表征。

一．元件参数

- 定义：表示元件端子各物理量（u, i,ψ,q）关系的数学表达式（数学模型）中的比例系数称为该元件的参数。

$$u = R\,i$$
$$\Psi = L\,i$$
$$q = C\,u$$

R为电阻参数

L为电感参数

C为电容参数

- 元件参数表征了元件的物理特性。
- 为叙述方便，“电阻”可表示“电阻器”、“电阻元件”及“电阻参数”。可推广到电感和电容。

1. 时不变(定常) & 时变元件

元件参数不随时间改变者为时不变元件，否则为时变元件。

如 时不变元件：$u(t) \quad 5i(t)$

时变元件：$u(t) \quad \cos t \;\; i(t)$

如滑线变阻器抽头由马达带动做简谐运动时，阻值（cost）随t变。

2. 线性 & 非线性元件

元件的特性方程为线性函数（满足可加性和齐次性）时为线性元件，否则为非线性元件。

可加性： $f(x_1 \quad x_2) \quad f(x_1) \quad f(x_2)$

齐次性： $f(\quad x) \qquad f(x)$

eg1：定常电阻元件的特性方程为**u(t)=f[i(t)]=5i(t)**，问此电阻元件是否为线性元件？

(1) 验证可加性：

$$f[i_1(t) \quad i_2(t)] \quad 5[i_1(t) \quad i_2(t)]$$

$$5i_1(t) \quad 5i_2(t) \qquad f[i_1(t)] \quad f[i_2(t)]$$

(2)验证齐次性：

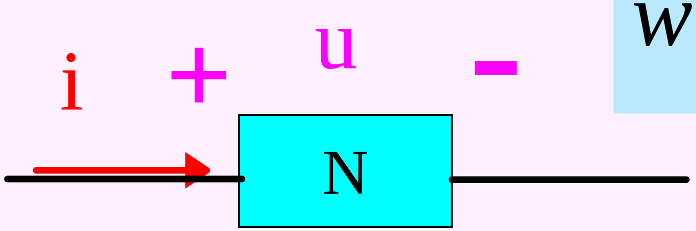
$$f[\quad i(t)] \quad 5[\quad i(t)] \qquad [5i(t)] \qquad f[i(t)]$$

3. 无源元件 & 有源元件

⑴ 无源二端元件：对所有t >= -∞,满足输入元件的总能量

$$w(t)=\int_{-\infty}^{t}u(\tau)i(\tau)d\tau \geq 0$$

的二端元件。



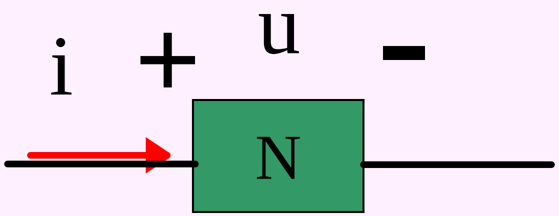
u与i为关联参考方向

说明：

- 无源特性——释放的能量不能超过以前所吸收的能量，即到任意瞬时t为止，送入元件的电能总为正值。
- 若(-∞, + ∞）内，耗能＞供能(W>0),总体上是能量的需求者，此时无源元件称为有损（耗能）元件。
- 若(-∞, +∞)内,耗能=供能(W=0),且u(-∞)=u(+∞)=0, i(-∞)=i(+∞)=0,此时无源元件称为无损元件。

⑵ 有源二端元件

---有可能不满足无源特性积分式的二端元件。



$$w(t)=\int_{-\infty}^{t}u(\tau)i(\tau)d\tau \quad 有可能<0$$

w(t)有可能<0， 说明[-∞,t]内， 吸收<供出， 该元件能将多于电源供给的能量送回， 是能量的提供者， 这类元件称为有源元件。如：独立电压源(流源)、受控电压源（流源）。

独立电压源，独立电流源亦称为供能元件。

与元件分类相对应的电路分类

- ✓ 集中参数电路

  分布参数电路 (含有一个以上分布参数元件)
- ✓ 时不变电路

  时变电路 (含有一个以上时变元件)
- ✓ 线性电路

  非线性电路 (含有一个以上非线性元件)
- ✓ 无源电路
- ✓ 有源电路 (含有一个以上有源元件)

  电阻电路

  动态电路(含有一个以上动态元件)

§2-1-1 电阻元件 (Resistors)

1.线性电阻元件

电阻元件 → 对电流呈现阻力的元件。以热效应为主的电气器件。

线性电阻元件定义：

任一t,可用u-i平面上过原点的直线来表征的二端元件。

*此u-i直线称为线性电阻元件的伏安特性(VAR)曲线。

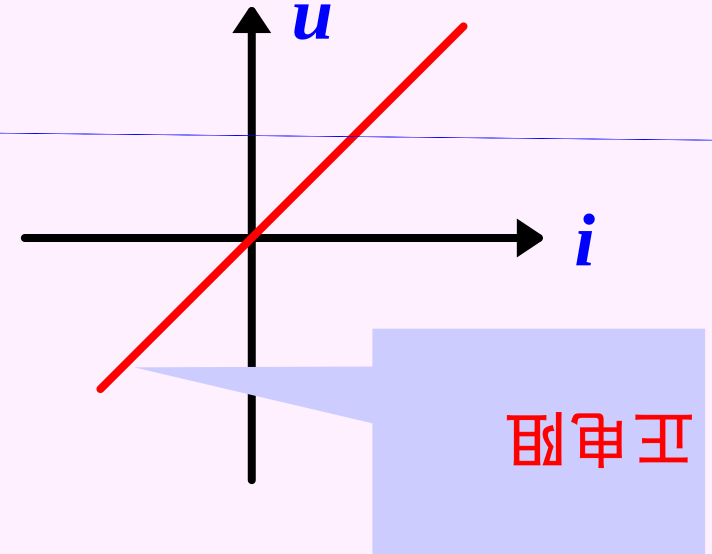
2.线性电阻元件符号及其VAR：

- 电路符号

R

上 页 下 页

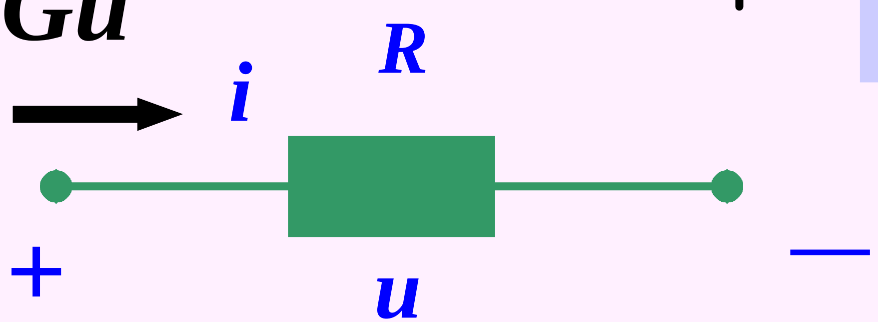
● $u \sim i$ 关系 → 满足欧姆定律 (Ohm's Law)



u、i 取关联参考方向

$$u \quad Ri$$

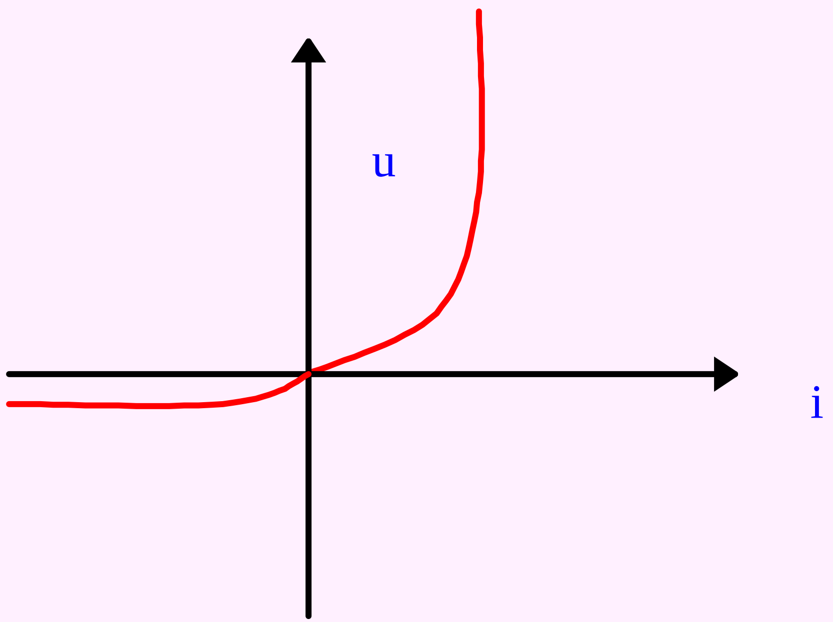
$$i \quad u/R \quad Gu$$



● 单位 → R 称为电阻，单位： (欧) (Ohm，欧姆)

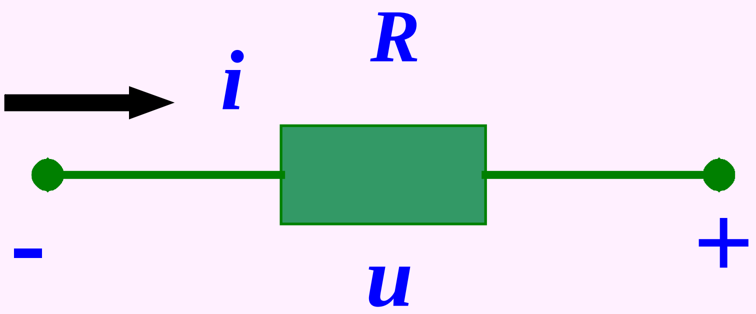
G 称为电导，单位： S(西门子) (Siemens，西门子)

- 非线性电阻元件VAR不是u-i平面上过原点的直线。如半导体二极管。



- 其电阻值随着电压或电流的大小甚至方向而改变，不是常数。其特性要由整条伏安特性曲线来表征，不能笼统地说它是多少欧姆的电阻。

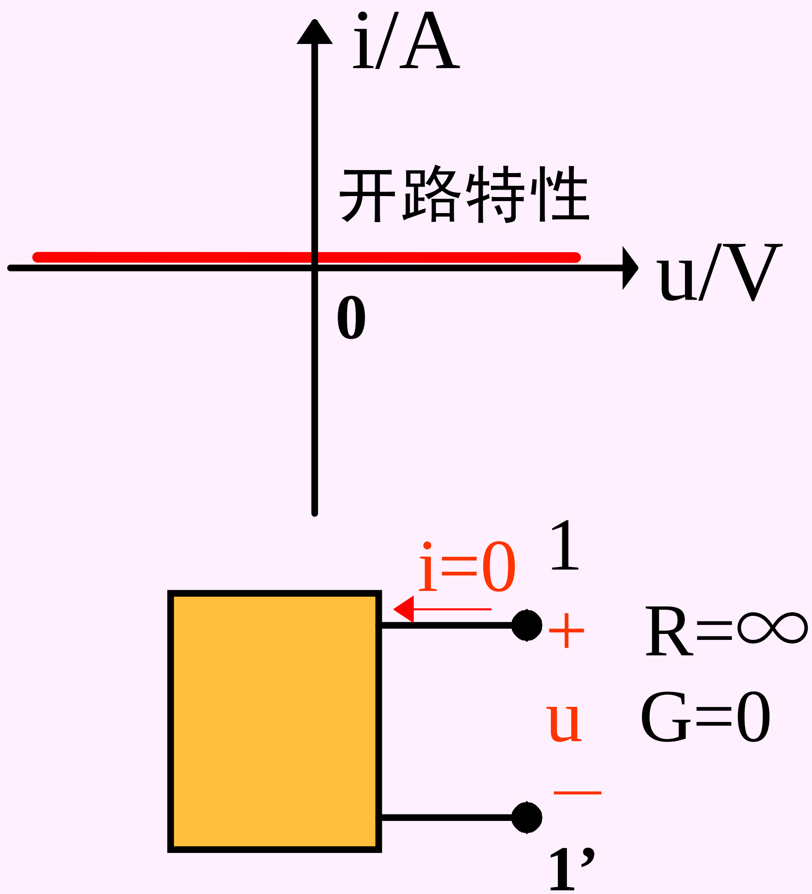
如电阻上的电压与电流参考方向非关联
公式中应冠以负号

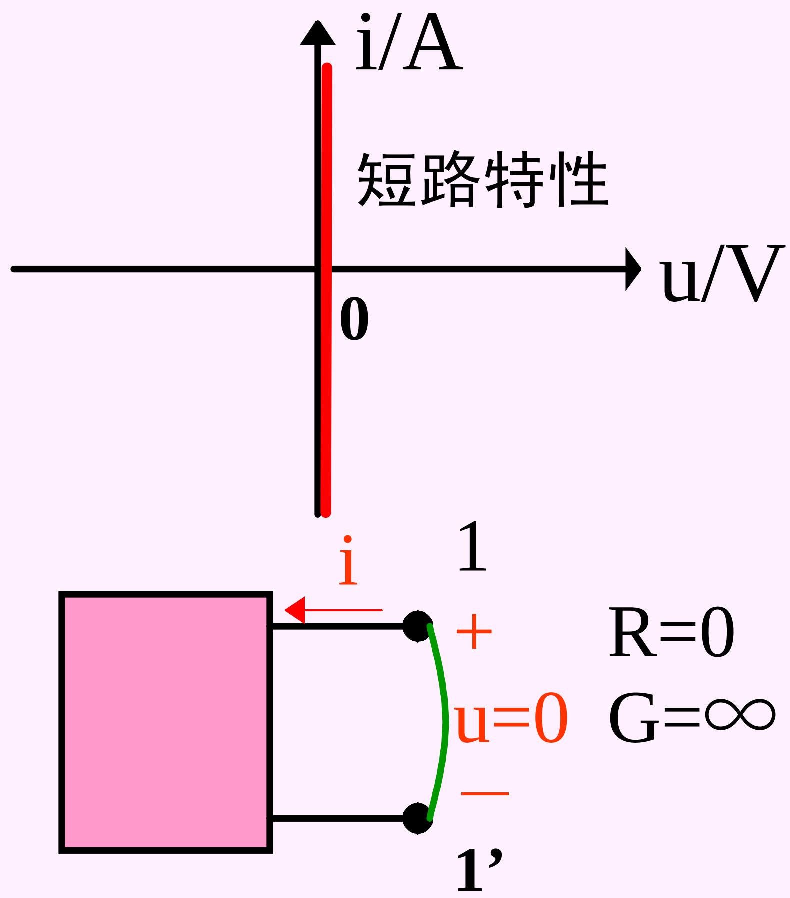


则欧姆定律写为 $u \quad -R\,i \qquad i \quad -G\,u$

公式和参考方向必须配套使用！

三．开路和短路的伏安特性（VAR）





VAR方程：u = 任意值
i = 0

VAR方程：u = 0
i = 任意值

四．线性电阻功率

u, i为关联参考方向时，

瞬时功率：

$$p = u\,i = i^2 R = u^2 G > 0$$

直流功率：

$$P = U\,I = I^2 R = U^2 G > 0$$

结论：正电阻总是消耗(吸收)功率的。

五．线性电阻物理特性

▪无源性：输送给正电阻能量

$$W(t) \quad R \quad {}^{t} \quad i^{2}(\quad)d \quad 0$$

— 正电阻是无源元件

▪有损性：

$$W \quad Ri^{2}(\quad)d \quad R \quad i^{2}(\quad)d \quad G \quad u^{2}(\quad)d \quad 0$$

（不满足无损条件）

— 正电阻是有损元件（耗能元件）

▪无记忆性：由 **u = R i** 知

电阻元件上电流&电压同时存在, 同时消失。

---电阻是“即时的”、“无记忆的”元件

§2-1-2　电压源和电流源（独立源）

Voltage Sources & Current Sources

1.理想电压源

2.理想电流源

- 电压源

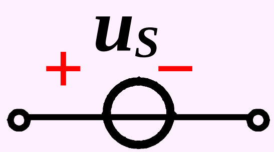
电 池

稳压电源

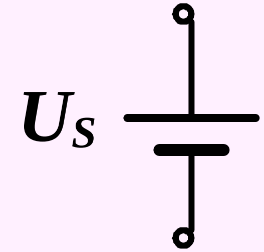
1. 理想电压源 (Ideal Voltage Source):

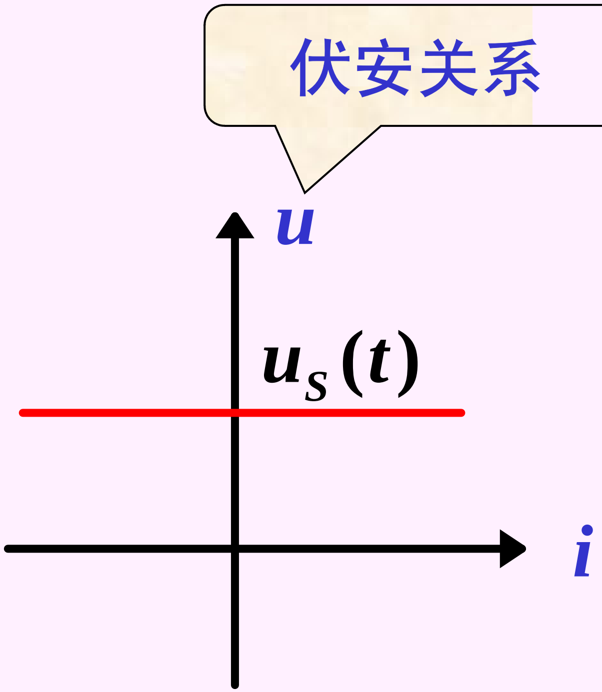
其电压总保持为定值或一定的时间函数，而与通过它的电流无关。

其图形符号为



如$u_S(t)$=常数，可用



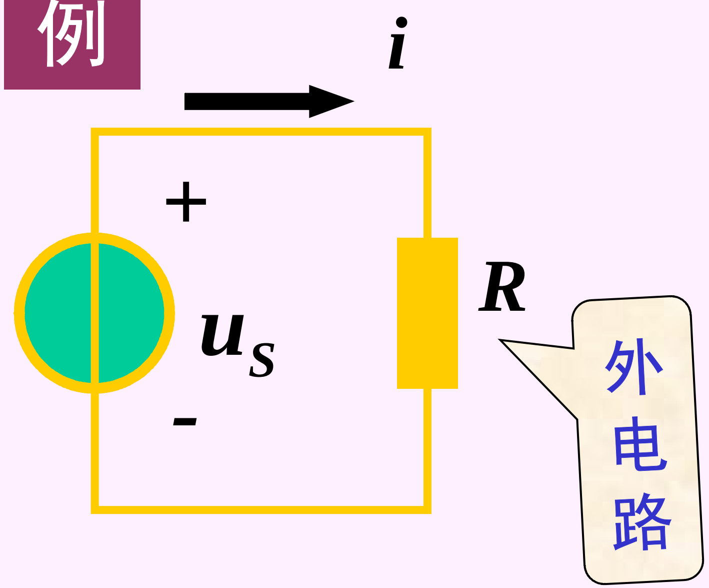


● 理想电压源的电压、电流关系

(1) 电源两端电压由电源本身决定，
与外电路无关；与流经它的电流 方向、大小无关。

(2) 通过电压源的电流由电源及外电路共同决定。

例



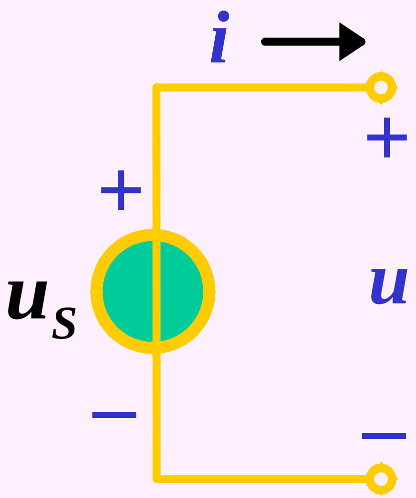
$i \qquad \frac{u_S}{R}$

$i \quad 0 \quad (R \qquad)$

$i \qquad (R \quad 0)$

电压源不能短路！

●电压源的功率 $\longrightarrow$ $P \quad u_s i$



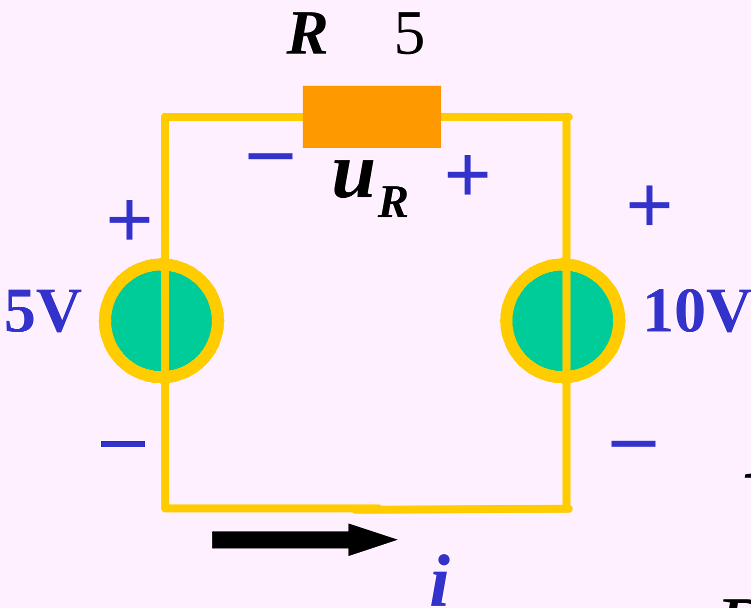
如 电压、电流的参考方向非关联；

$P \quad u_s i \quad 0$ $\longrightarrow$ 发出功率，起电源作用

$Pui \quad _s \quad 0$ $\longrightarrow$ 吸收功率，充当负载

- 理想电压源中的电流并非一定从高电位流出，流入低电位。即电压源并非一定发出功率。

例 计算图示电路各元件的功率。



解 $u_R \quad (10 \quad 5) \quad 5V$

$i \quad u_R / R \quad 5/5 \quad 1A$

$P_{10V} \quad u_S i \quad 10 \quad 1 \quad 10W$ 发出

$P u_i W_{5VS}$ 515 吸收

$P_R \quad Ri^2 \quad 5 \quad 1 \quad 5W$ 吸收

满足：P（发）$= P$（吸）

2. 电流源

实际电流源的产生

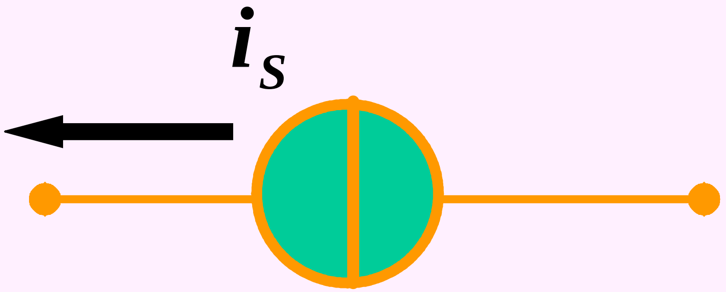
可由稳流电子设备产生，如晶体管的集电极电流与负载无关；光电池在一定光线照射下光电池被激发产生一定值的电流等。

2. 理想电流源

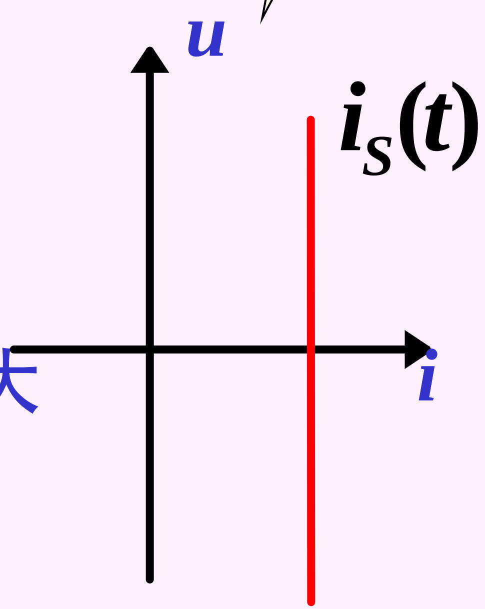
● 定义

其输出电流总能保持定值或一定的时间函数，其值与它的两端电压u无关的元件叫理想电流源。

● 电路符号



伏安关系

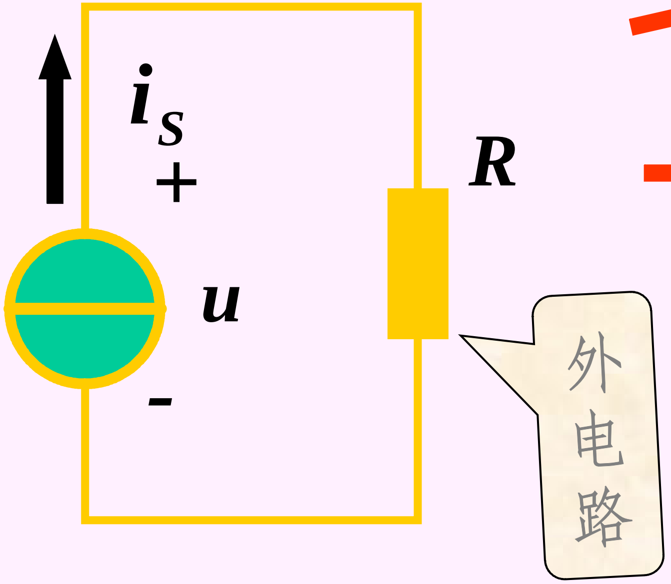


● 理想电流源的电压、电流关系

(1) 电流源的输出电流由电源本身决定，与外电路无关；与它两端电压方向、大小无关

(2) 电流源两端的电压由电源及外电路共同决定.

例



$u \quad Ri_s$

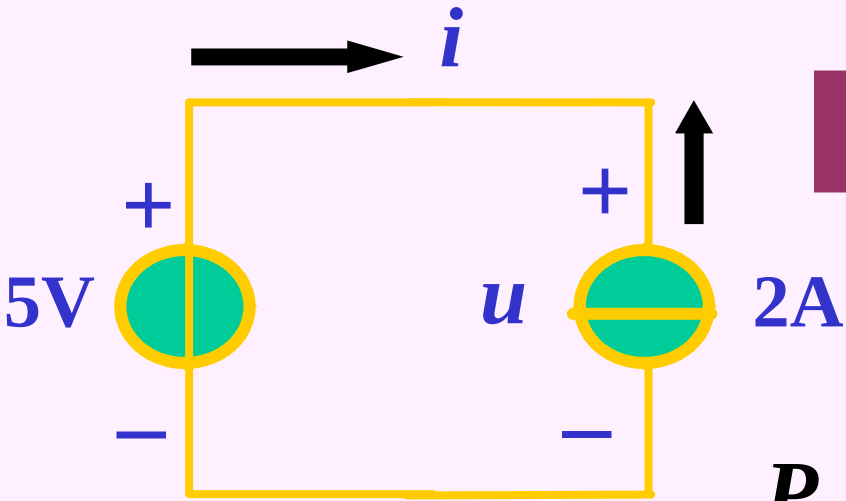
$u \quad 0 \quad (R \quad 0)$

$u \quad \quad (R \quad \quad)$

电流源不能开路！

● 电流源的功率 → $P \quad u i_s$

例 计算图示电路各元件发出的功率。



解 $i \quad i_s \quad 2A$

$u \quad 5V$

$P_{2A} \quad i_s u \quad 2 \quad 5 \quad 10W$ 发出

$P_{5V} \quad u_s i \quad 5 \;(\;\; 2) \quad 10W$ 发出

满足：P（发）＝P（吸）

电流源并非一定发出功率。

上 页 下 页

小结：

电流源端电压则随与之联接的外电路而改变.

如$\boldsymbol{i_S(t)}$**=**常数，则称为直流电流源，常用大写字母表示直流电流源；

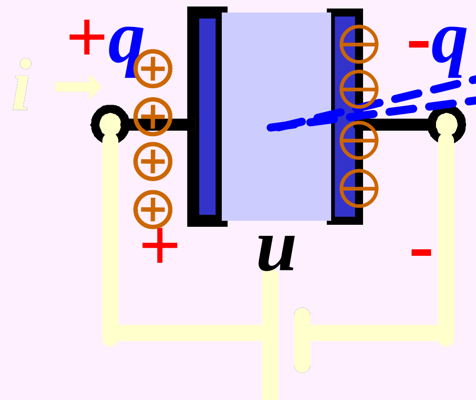
理想电压源和电流源统称独立源，电压源的电压和电流源的电流都不受外电路影响，它们作为电源或输入信号时在电路中起

“**激励Excitation**”作用，其将在电路中产生

电流和电压，即输出信号称为“**响应Response**”。

§2-1-3 电容元件（Capacitors）

1. 线性定常电容元件



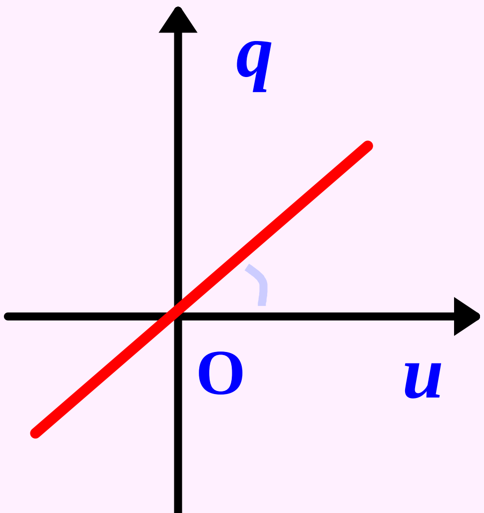
介质(云母、绝缘纸、电解质等)

建立电场

储存电场能量

当线性定常电容元件上电压的参考方向规定由正极板指向负极板，则任何时刻正极板上的电荷*q*与其端电压*u*之间的关系有：

$$q(t) = Cu(t)$$



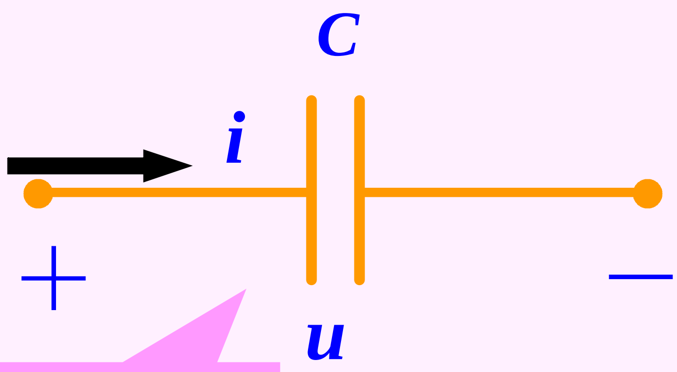
q ~ *u* 特性是过原点的直线

式中*C*——元件的电容Capacitance，

单位：法拉F, 微法(F), 皮法(pF)

2 线性电容的电压、电流关系

由$q(t)=Cu(t)$



u、i 取关联参考方向

电容元件VCR的微分关系

$$i \qquad \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} \qquad C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

表明：

（1）i 的大小取决于 u 的变化率，与 u 的大小无关，电容是动态元件；

(2) 当 u 为常数(直流)时，$i=0$。电容在直流时相当于“开路”，电容有隔断直流作用；

$$u(t) \quad \frac{1}{C}{}^{t} \quad id\hat{i} \quad \frac{1}{C}{}^{t_0} \; id\hat{i} \quad \frac{1}{C}{}^{t}_{t_0} id\hat{i}$$

$$\boxed{u(t) \quad u(t_0) \quad \frac{1}{C}{}^{t}_{t_0} i(\quad)d}$$

电容元件VCR的积分关系

表明

电容元件有记忆电流的作用，故称电容为记忆元件

注

（1）当 u，i为非关联方向时，上述微分和积分表达式前要冠以负号；

（2）上式中$u(t_0)$称为电容电压的初始值，它反映电容初始时刻的储能状况，也称为初始状态。

当t_0=0时，上式可写成

$$u(t)=u(0)+\frac{1}{C}\int_0^t i(\xi)\,\mathrm{d}\xi$$

分别写出在t和$t+\Delta t$两个瞬间的电压表达式，然后取其差值Δu，得

$$\Delta u=u(t+\Delta t)-u(t)=\frac{1}{C}\int_t^{t+\Delta t} i(\xi)\,\mathrm{d}\xi$$

如果在[t，$t+\Delta t$]内，$i(t)$均为有限值，那么当$\Delta t\to 0$时，就有$\Delta u\to 0$，这说明只要电容电流是有界函数，电容电压就是连续函数，不会跳变。

3. 线性电容储能Wc

在 u_c与i 为关联参考方向下,

⑴. (－∞, t] 期间电容储能

$$W_c(t) \qquad {}^{t} \qquad p_c d \qquad {}^{t} \qquad u_c(c\frac{du_c}{d}) \quad \frac{1}{2}cu_c^2(t) \quad \frac{1}{2}cu_c^2(\qquad)$$

设初始电压$u_c(-\infty)=0$, 则有

$$W_C(t) \quad \frac{1}{2}cu_C^2(t) \quad 0$$

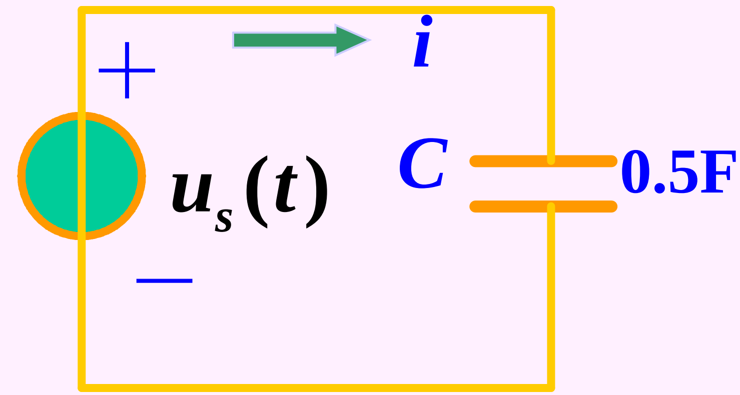
C是无源元件

上式说明:

- 输入能量总非负--释放的能量不超过以前所储存的能量
- 时刻t观看电容时，储能只与该时刻t的电压$u_c(t)$有关。

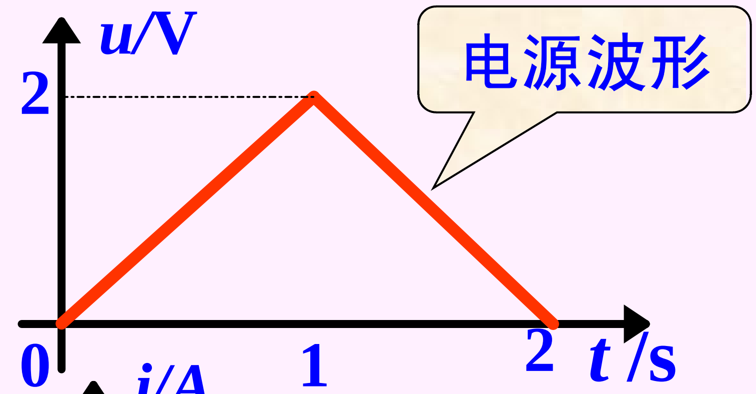
即 $W_C(t)$只随$u_c(t)$变化。 C是无损元件。

例 求电流i、功率$P(t)$和储能$W(t)$



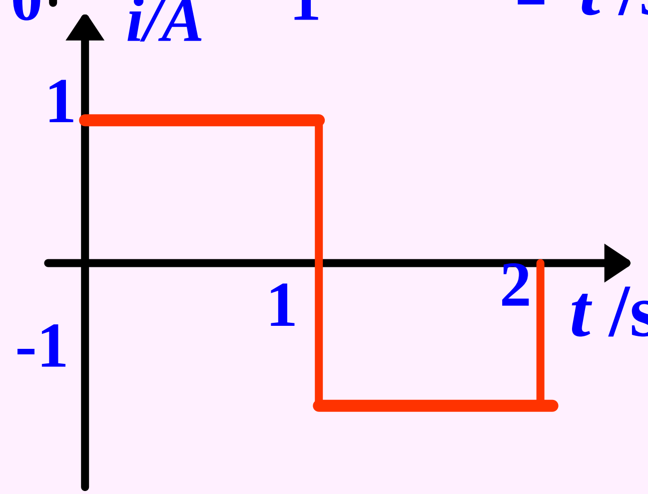
解 $u_S(t)$的函数表示式为:

$$u_s(t) \quad \begin{cases} 0 & t \quad 0 \\ 2t & 0 \quad t \quad 1s \\ \quad 2t \quad 4 & 1 \quad t \quad 2s \\ 0 & t \quad 2s \end{cases}$$



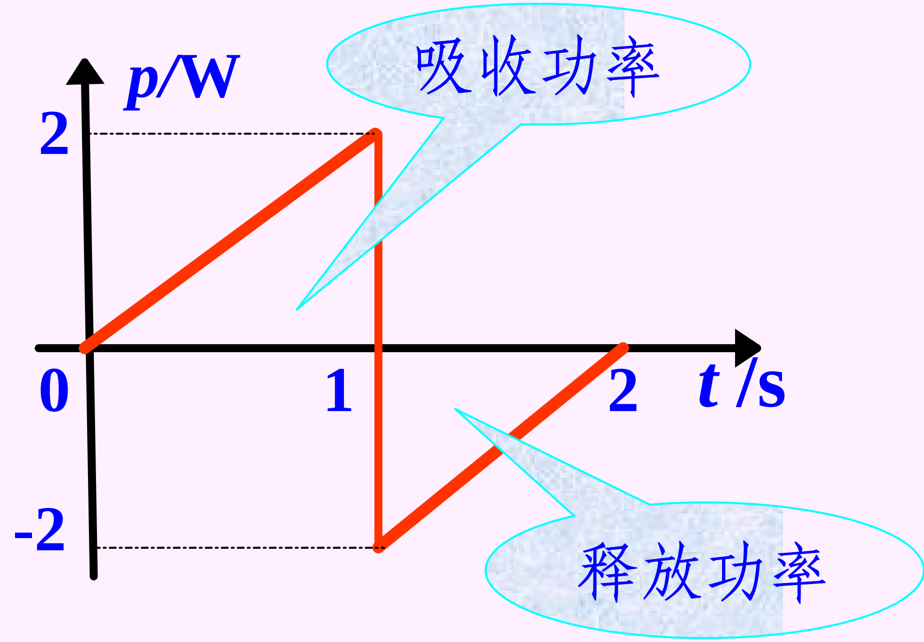
解得电流

$$i(t) \quad C\frac{du_s}{dt} \quad \begin{cases} 0 & t \quad 0 \\ 1 & 0 \quad t \quad 1s \\ \quad 1 & 1 \quad t \quad 2s \\ 0 & t \quad 2s \end{cases}$$



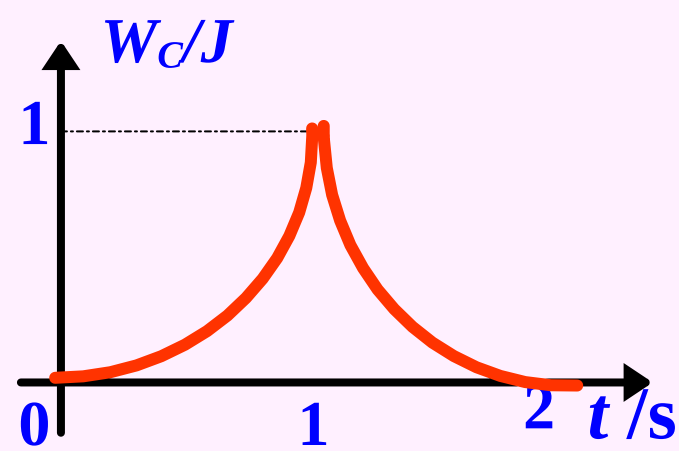
$p(t) \quad u(t)i(t)$

$$
\begin{array}{llll}
0 & & t & 0 \\
2t & 0 & t & 1s \\
2t \quad 4 & 1 & t & 2s \\
0 & & t & 2s
\end{array}
$$

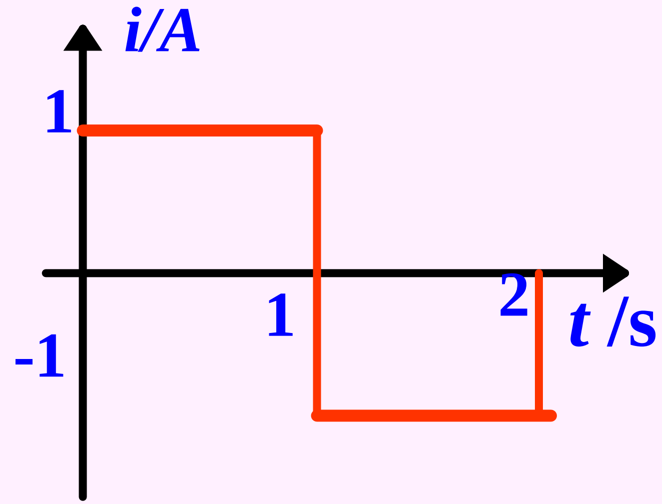


$$W_C(t) \quad \frac{1}{2}Cu^2(t)$$

$$
\begin{array}{llll}
0 & & t & 0 \\
t^2 & 0 & t & 1s \\
(t \quad 2)^2 & 1 & t & 2s \\
0 & & t & 2s
\end{array}
$$



若已知电流求电容电压，有



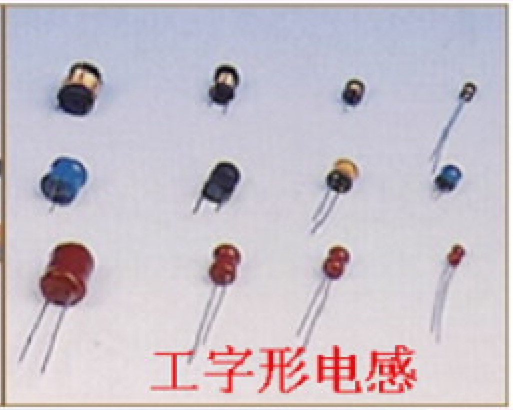
$$
i(t)\quad
\begin{array}{ll}
0 & t\quad 0 \\
1 & 0\quad t\quad 1s \\
\quad 1 & 1\quad t\quad 2s \\
0 & t\quad 2s
\end{array}
$$

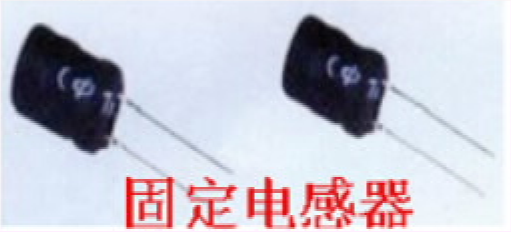
当$\mathbf{0}\quad t\quad 1s\quad u_C(t)\ \ \frac{1}{C}\ ^{0}\ \ \mathbf{0}d\hat{\imath}\quad \frac{1}{C}\ {}_0^{t}1d\hat{\imath}\quad 0\quad 2t\quad 2t$

当 $1\quad t\quad 2s\quad u_C(t)\quad u(1)\quad \frac{1}{0.5}\ {}_1^{t}(\quad 1)d\quad 4\quad 2t$

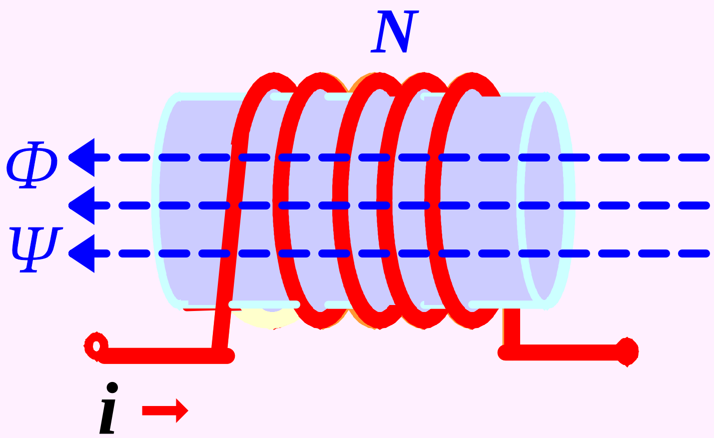
当 $\mathbf{2}\quad t\quad u_C(t)\quad u(2)\quad \frac{1}{0.5}\ {}_2^{t}0d\quad 0$

2-1-4 电感元件 (inductor)





1、电感线圈的工作原理



通以电流i，产生磁通Φ，若Φ与N匝全部交链，则磁通链 $\Psi = N\Phi$

Φ，Ψ—自感磁通,自感磁通链(由自身电流产生）单位：韦伯**Wb**

规定Φ_L（Ψ_L）与i的参考方向满足右螺旋关系。

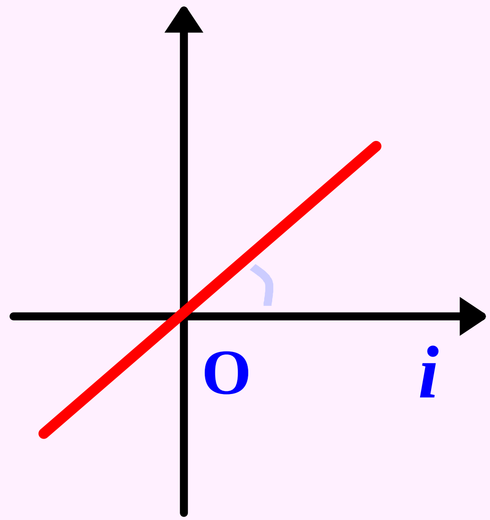
则任何时刻线性电感元件的**自感磁通链Ψ与流过的电流i之间有以下关系：**

$\Psi(t)=Li(t)$ 式中L——元件的电感,单位:亨利 **H**，

常用 H，m H表示。

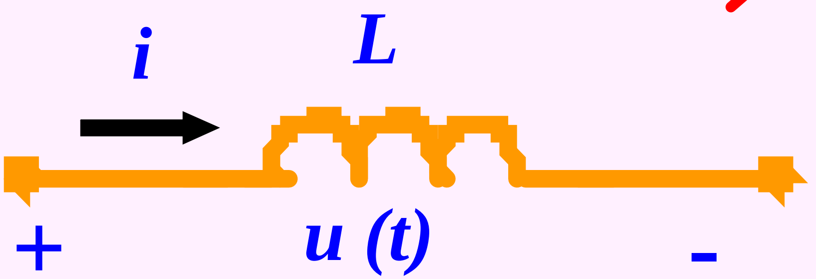
2. 线性定常电感元件

任何时刻，通过电感元件的电流*i*与其磁链 成正比。 ~*i* 特性是过原点的直线

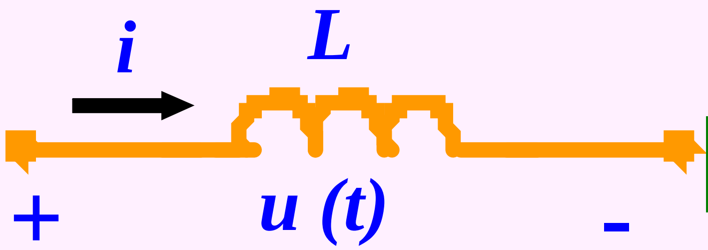


$$(t) \quad Li(t)$$

- 电路符号



● 线性电感的电压、电流关系



u、i 取关联参考方向

根据电磁感应定律

电感元件VCR的微分关系

表明：

$$u(t) \qquad \frac{d}{dt} \qquad L\frac{di(t)}{dt}$$

(1) 电感电压u 的大小取决于i 的变化率，与i 的大小无关，电感是动态元件；

(2) 当i为常数(直流)时，u =0。电感相当于短路；

$$i(t) \quad \frac{1}{L}\,{}^{t}\ u d\hat{\imath} \quad \frac{1}{L}\,{}^{t_0}\ u d\hat{\imath} \quad \frac{1}{L}\,{}_{t_0}^{t} u d\hat{\imath}$$

$$i(t_0) \quad \frac{1}{L}\,{}_{t_0}^{t} u d\hat{\imath}$$

电感元件VCR的积分关系

表明

电感元件有记忆电压的作用，故称电感为记忆元件

注

（1）当 u，i为非关联方向时，上述微分和积分表达式前要冠以负号；

（2）上式中$i(t_0)$称为电感电流的初始值，它反映电感初始时刻的储能状况，也称为初始状态。

3. 电感的功率和储能

● 功率

$$p \quad ui \quad L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}\; i$$

u、 i 取关联参考方向

表明

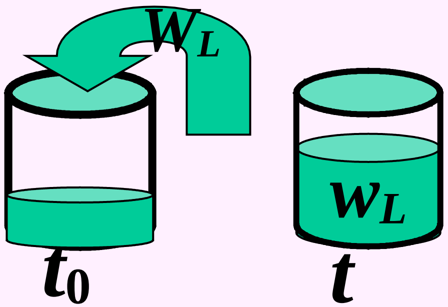
电感能在一段时间内吸收外部供给的能量转化为**磁场能量**储存起来，在另一段时间内又把能量释放回电路。

● 电感的储能

$$W_L=\int_{-\infty}^{t} Li\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}\xi}\mathrm{d}\xi=\frac{1}{2}Li^2(\xi)\Big|_{-\infty}^{t}=\frac{1}{2}Li^2(t)-\frac{1}{2}Li^2(-\infty)$$

若 $i(-\infty)=0$

$$\frac{1}{2}Li^2(t)\geq 0$$



从 t_0 到 t 电感储能的变化量：

$$W_L=\frac{1}{2}Li^2(t)-\frac{1}{2}Li^2(t_0)$$

表明

（1）电感的储能只与当时的电流值有关，电感电流不能跃变时，反映了储能不能跃变；

（2）电感储存的能量一定大于或等于零。电感是一种储能元件。同时，它也不会释放出多于它吸收或储存的能量。它又是一种无源元件。是一种无损元件。

电容元件与电感元件的比较（关联参考方向下）：

	电容 *C*	电感 *L*
变量	电压 u 电荷 q	电流 i 磁链
关系式	qCu $iC \quad \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$ $W_C u \quad \frac{1}{2} \quad {}^{2}$	Li $uL \quad \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ $W_L i \quad \frac{1}{2} \quad {}^{2}$

结论

(1) 元件方程的形式是相似的；

(2) 若把 u-i，q- ，C-L， i-u互换,可由电容元件的方程得到电感元件的方程；

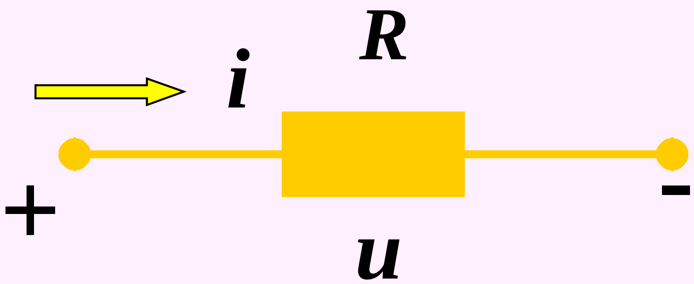
(3) C 和 L称为对偶元件， 、q等称为对偶元素。

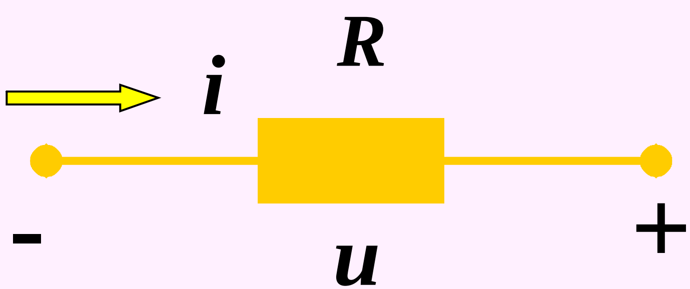
* 显然，R、G也是一对对偶元素: $U=RI$ $\quad$ $I=GU$

$I=U/R$ $\quad$ $U=I/G$

电阻功率和能量

功率：





$$p \quad u\,i \quad i^2R \quad u^2/R$$

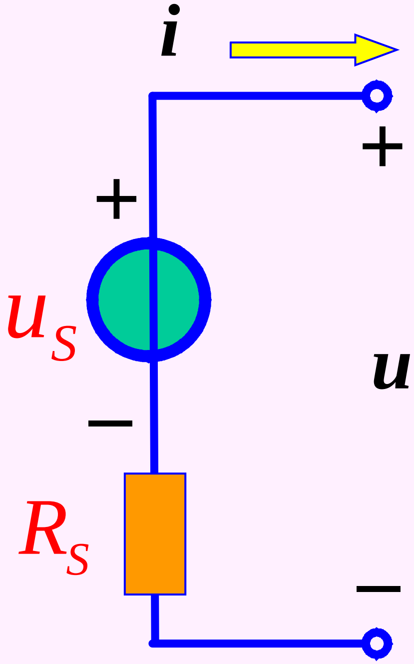
$$p \quad u\,i \quad (-R\,i)\,i \quad -i^2R$$

$$u(-u/R) \quad -u^2/R$$

- 一般情况电阻元件总是消耗功率的。
- 但有的电阻性端口网络的等效电阻是负值
- 此时发出功率。

上述结果说明电阻元件在任何时刻总是消耗功率的。

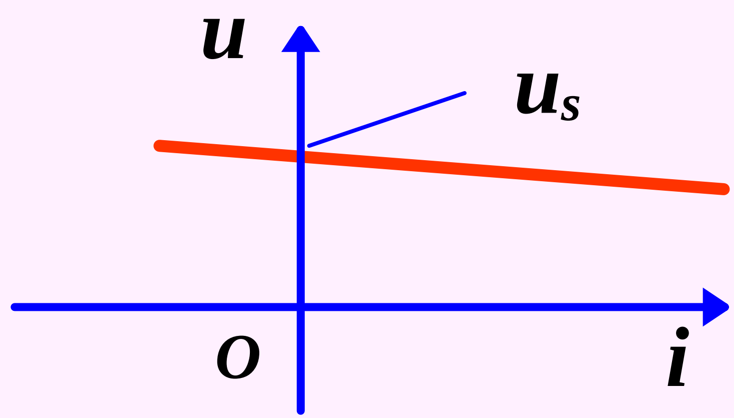
● 实际电压源



考虑内阻

伏安特性

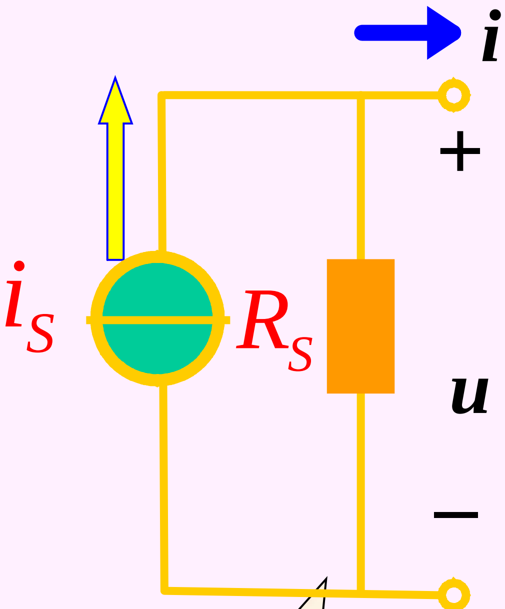
$uuRi_{SS}$



一个好的电压源要求 R_S 0

实际电压源也不允许短路。因其内阻小，若短路，电流很大，可能烧毁电源。

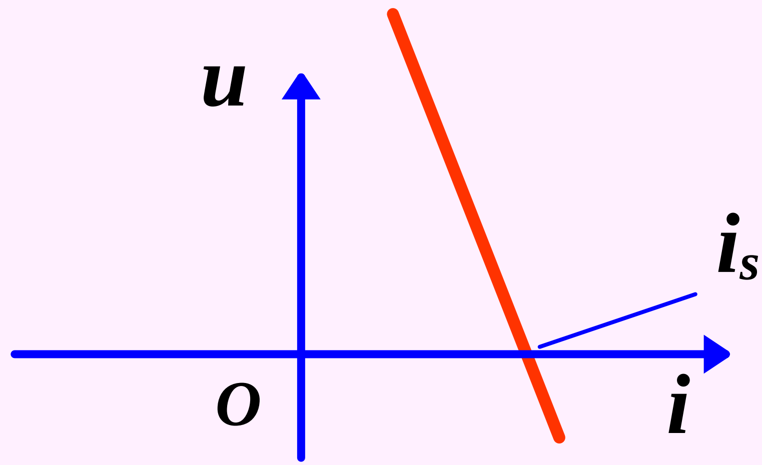
● 实际电流源



考虑内阻

伏安特性

$i \quad i_S \quad \frac{u}{R_S}$

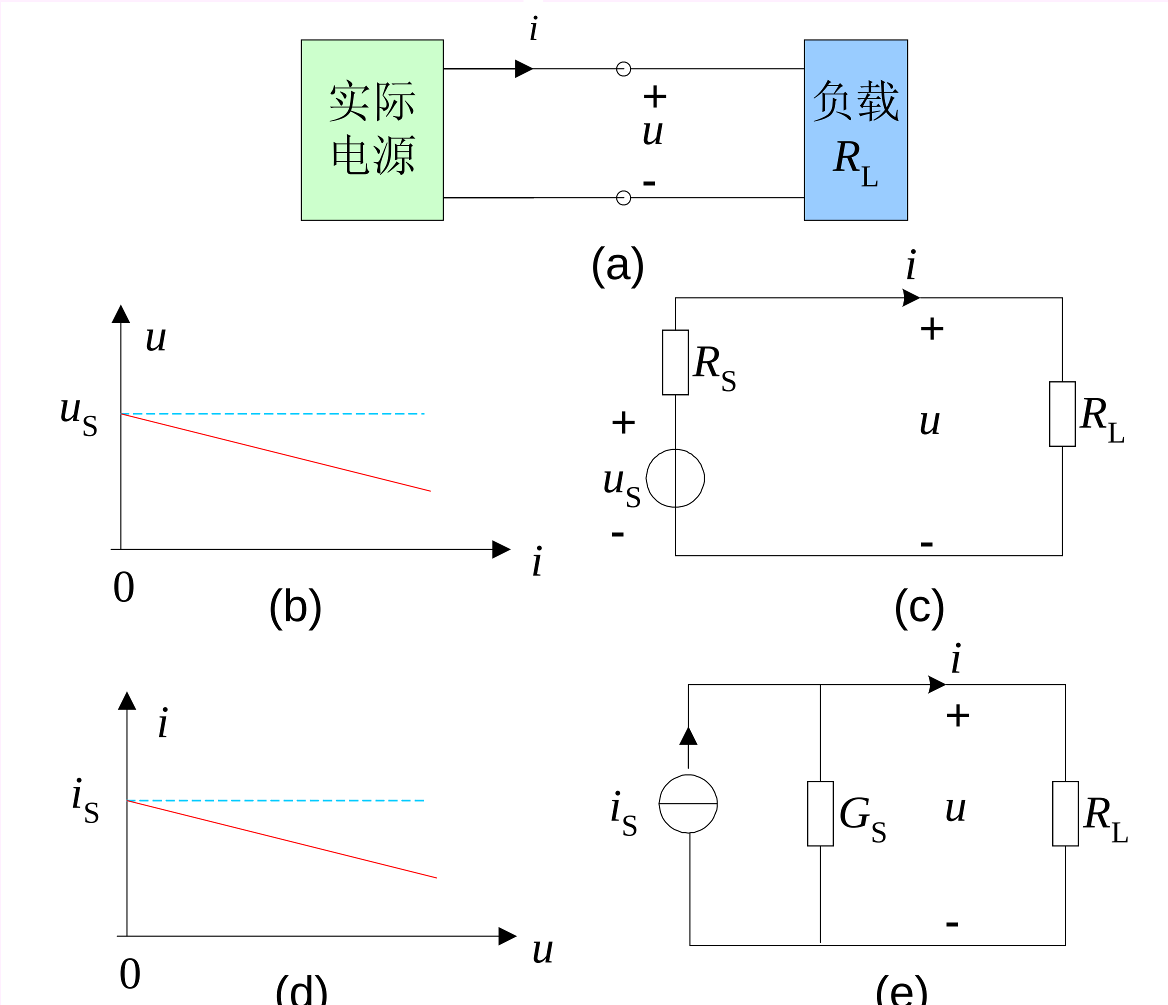


一个好的电流源要求 R_S

实际电流源也不允许开路。因其内阻大，若开路，电压很高，可能烧毁电源。

电源的等效

- **实际电源的等效模型：**从测量u和i的变化得出。



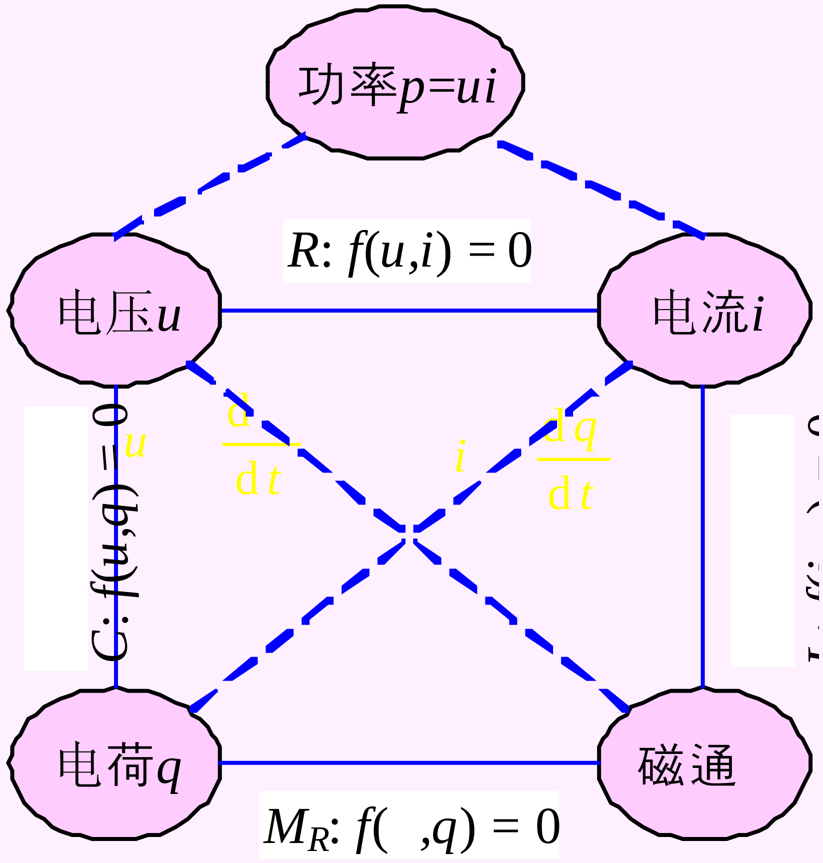
对于(b)：

$$u = u_S \quad R_S i$$

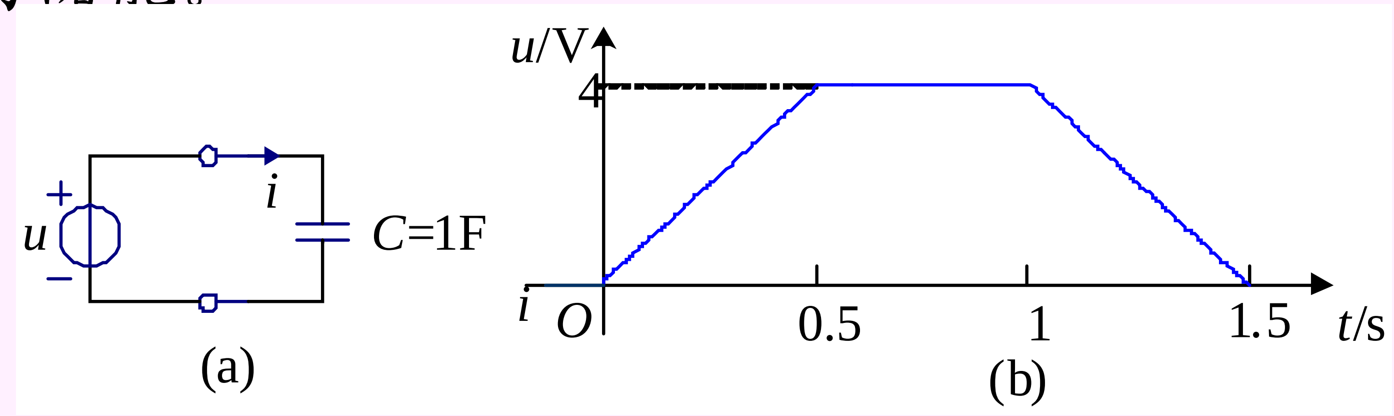
对于(d)：

$$i i G u i_{SSS} \qquad \frac{u}{R_S}$$

基本变量关系



例　如图 (a) 所示电路中电容与电压源连接，已知电压源电压按图 (b) 所示曲线变化，试求电容电流及电容的储能。



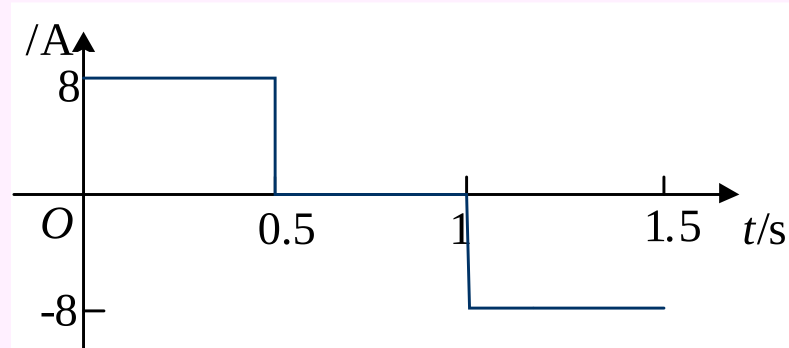
(a)　　(b)

解：由图 (b) 所示曲线，可得电压的表达式为

$$u(t)=\begin{cases}8t & (0\le t\le 0.5\text{s})\\ 4 & (0.5\text{s}\le t\le 1\text{s})\\ -8t+12 & (1\text{s}\le t\le 1.5\text{s})\end{cases}$$

则电容电流为

$$i = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = \begin{cases} 8 & (0 < t < 0.5\,\mathrm{s}) \\ 0 & (0.5\,\mathrm{s} < t < 1\,\mathrm{s}) \\ -8 & (1\,\mathrm{s} < t < 1.5\,\mathrm{s}) \end{cases}$$

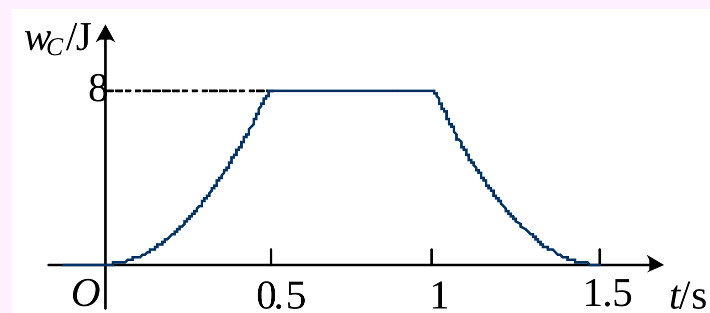


(c)

电容电流

电容的储能为

$$w_C = \frac{1}{2}Cu^2 = \begin{cases} 32t^2 & (0 < t < 0.5\,\mathrm{s}) \\ 8 & (0.5\,\mathrm{s} < t < 1\,\mathrm{s}) \\ 32t^2 - 96t + 72 & (1\,\mathrm{s} < t < 1.5\,\mathrm{s}) \end{cases}$$



(d)

电容储能

2.2 二端口电路元件

2.2.1　受控电源 (非独立源)

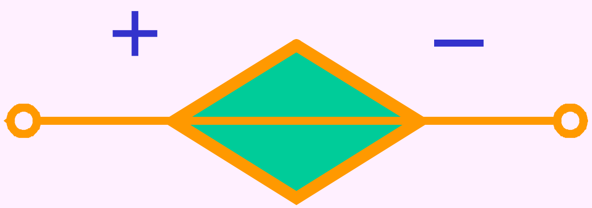
- 在电子技术和控制技术中，许多电子器件模型难以用前面讲的独立电源，R、L、C等电路元件来描述（模拟）。

三极管

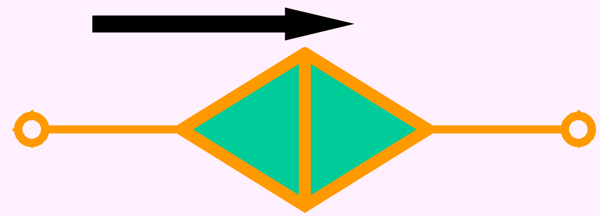
1. 定义

电压或电流的大小和方向不是给定的时间函数，而是受电路中其它某一支路或元件的电压(或电流)控制的电源，称受控源。

● 电路符号



受控电压源



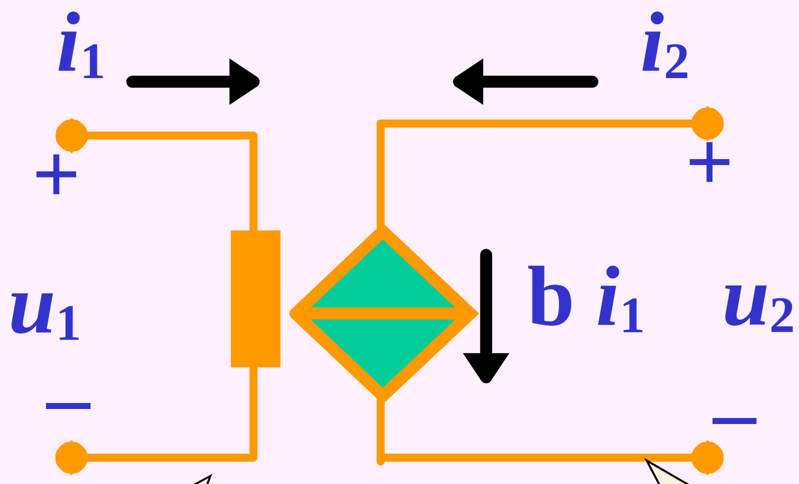
受控电流源

2. 分类

根据控制量和被控制量是电压*u* 或电流*i*，受控源可分四种类型：当被控制量是电压时，用受控电压源表示；当被控制量是电流时，用受控电流源表示。

(1) 电流控制的电流源 (CCCS)

四端元件



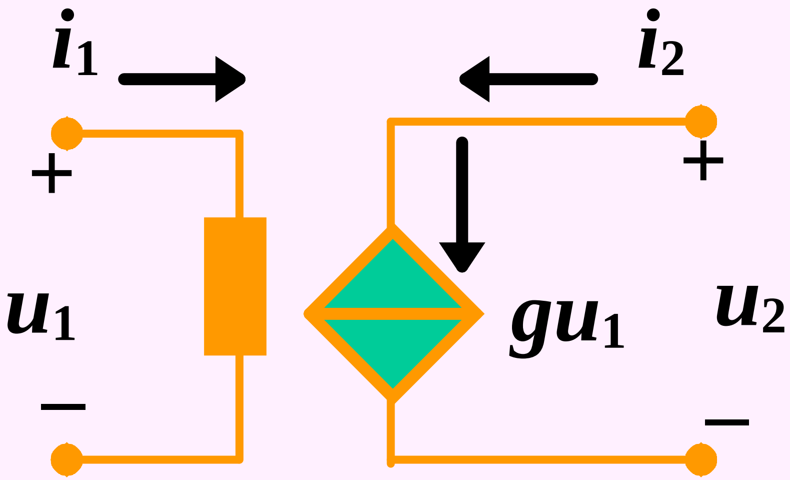
输入：控制部分

输出：受控部分

i_2 i_1

: 电流放大倍数

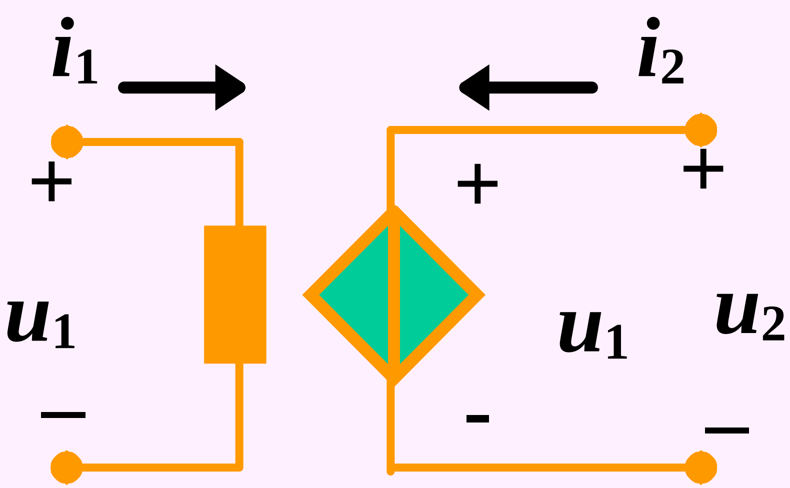
(2) 电压控制的电流源 (VCCS)



$$i_2 \quad gu_1$$

g: 转移电导

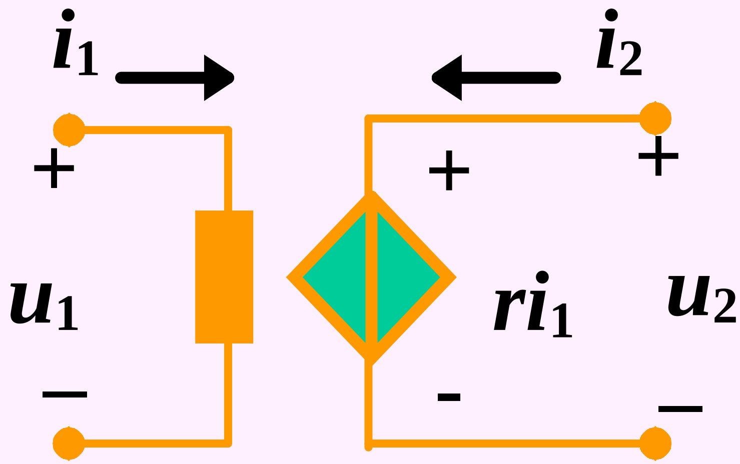
(3) 电压控制的电压源 (VCVS)



$$u_2 \qquad u_1$$

: 电压放大倍数

(4) 电流控制的电压源（ CCVS ）

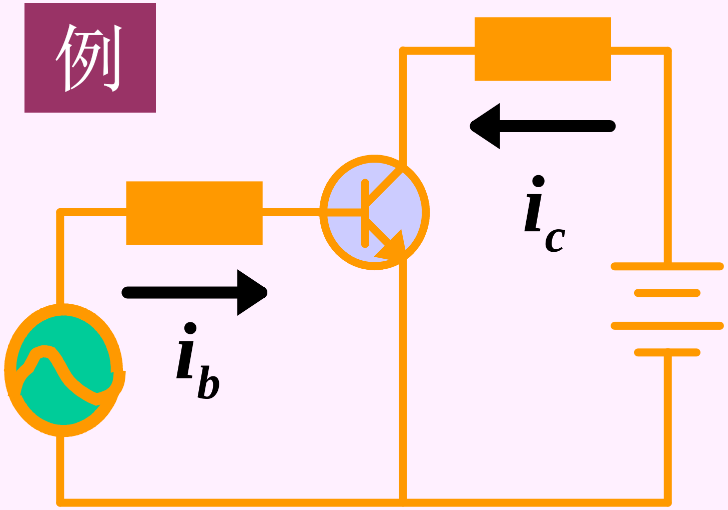


u_2　　ri_1

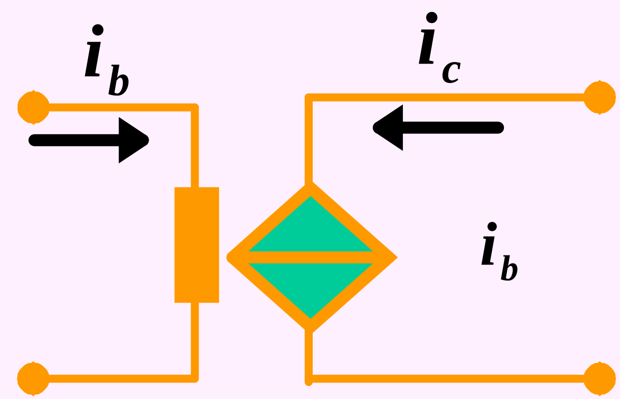
r : 转移电阻

i_c　　i_b

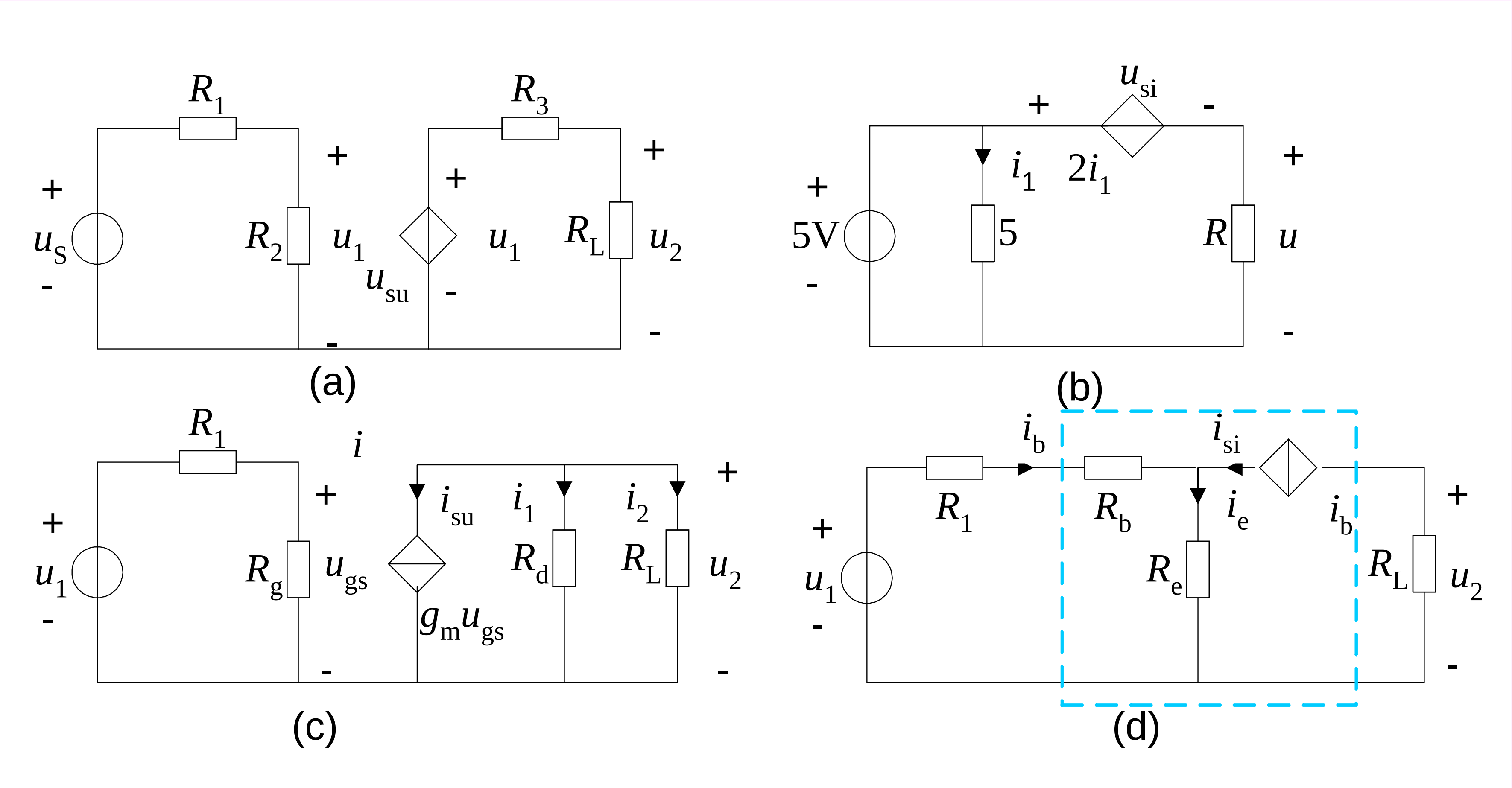
例



电路模型



- 实例分析：



R1
R3
+
+
+
+
uS
-
R2
u1
usu
-
u1
RL
u2
-
-
(a)
usi
+
-
i1
2i1
+
+
5V
5
R
u
-
-
(b)
R1
i
+
+
+
u1
-
Rg
ugs
isu
i1
i2
Rd
RL
u2
gmugs
-
-
(c)
ib
isi
R1
Rb
ie
ib
+
+
u1
-
Re
RL
u2
-
(d)

分析方法：

分析含受控源的电路时，首先把受控源视作独立电源，利用**KCL**、**KVL**和**VCR**的关系，可求解。例如图 **(d)**电路。

解　由**KVL**，有

$$u_1 = R_1 i_b + R_b i_b + R_e i_e$$

由**KCL**，有

$$i_e = i_b + \quad i_b = (1+ \quad) i_b$$

从而得

$$u_1 = [R_1 + R_b + (1+ \quad) R_e]\, i_b$$

故输入电阻

$$R_{i}R_{1}R_{b}R_{e}\frac{u_1}{i_b} \qquad (1)$$

由于

$$i_{b} \quad \frac{u_{1}}{R\,R_{rbe}\,R \qquad (1)}$$

又因为

$$u_2 = \quad i_b R_L$$

最后得

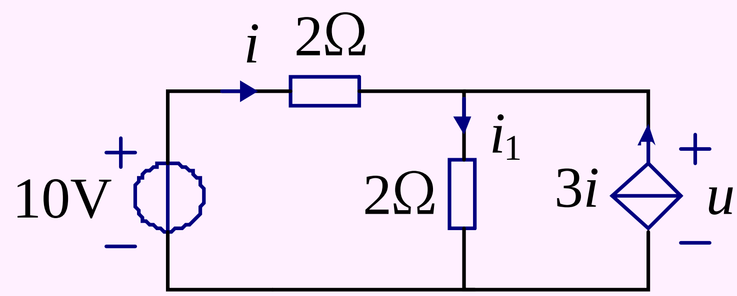
$$u_{u_{21}} \quad \frac{R_{L}}{R\,R_{rbe}\,R \qquad (1)}$$

若给定典型数值： $= 100$，$R_L = 1.5\text{k}$ ，$R_1 = 75$ ，$R_b = 150$ ，$R_e = 25$ ，$u_1 = 5\text{mV}$，则可得

$$R_{in} \approx 2725$$

$$u_2 = \quad 500\text{mV}$$

例 含有CCCS的电路如图所示，试求流经受控源的电流及其两端的电压。



解：由图示电路，可列写KCL方程

$$i + 3i = i_1 \quad \Rightarrow \quad i_1 = 4i$$

列写KVL方程 $10 = 2i + 2i_1$

$$\Rightarrow \quad i = 1\text{A}$$

受控源的电流为 $3i = 3\text{A}$

受控源两端的电压为

$$u = (2)i_1 = 2 \times 4 \times 1\text{V} = 8\text{V}$$

3. 受控源与独立源的比较

相同点： 受控源与独立源均为有源元件。

到任意t为止，送入受控源输出端口的能量有可能为负值，具有“源”的外特性。

不同点： (1)独立源电压(或电流)由电源本身决定，与电路中其它电压、电流无关，而受控源电压(或电流)由控制量决定。

(2) 独立源在电路中起“激励”作用，在电路中产生电压、电流，而受控源只是反映输出端与输入端的受控关系，在电路中不能作为“激励”。 受控源不能独立的向网络供出功率，只能过 耦合关系将独立源产生的功率转移过来供给网络。

作业#2.8，2.

2.2.2 运算放大器

1. 简介

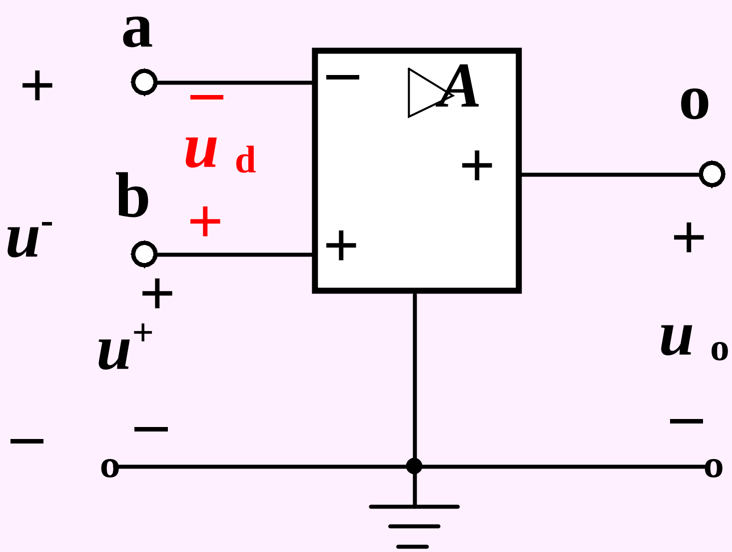
- 运算放大器(*operational amplifier*)

是一种有着十分广泛用途的电子器件。最早开始应用于1940年，1960年后，随着集成电路技术的发展，运算放大器逐步集成化， 一般内部由20个左右的晶体管组成的集成电路。

- 应用

主要用于模拟计算机，可模拟加、减、积分等运算，对电路进行模拟分析。在信号处理、测量及波形产生方面也获得广泛应用。

2. 电路符号

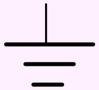


a：反向输入端，输入电压u^-

b：同向输入端，输入电压 u^+

$u_d = u^+ - u^-$差动输入电压

o：输出端, 输出电压 u_o

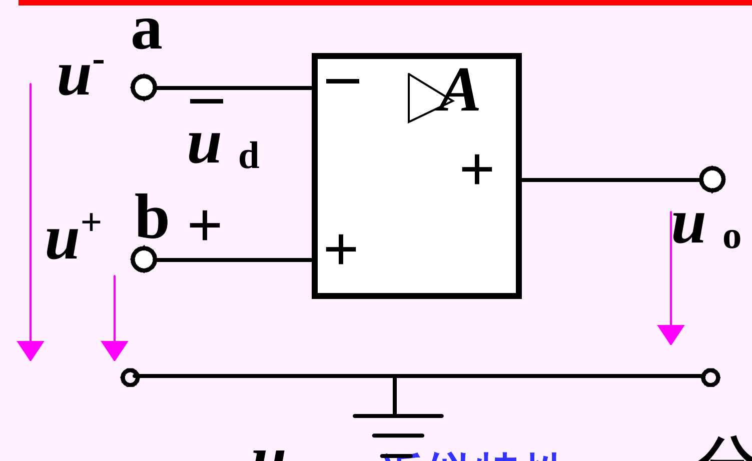
：公共端(接地端)

A：开环电压放大倍数，可达十几万倍 $u_o = A u_d$

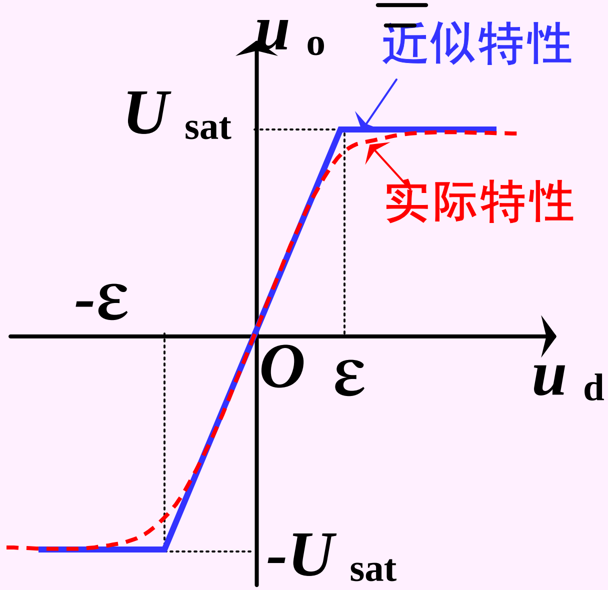
(其中参考方向如图所示，每一点均为对地的电压，在接地端未画出时尤须注意。)

实际运放均有直流电源端，为运放提供工作电压，在电路符号图中一般不画出，而只有a,b,o三端和接地端。

3. 运算放大器的外特性



设在a,b 间加一电压 $u_d = u^+ - u^-$，则可得输出u_o和输入u_d之间的转移特性曲线如下：



分三个区域：

①线性工作区：

$|u_d| < \varepsilon$, 则 $u_o = A u_d$

②正向饱和区：

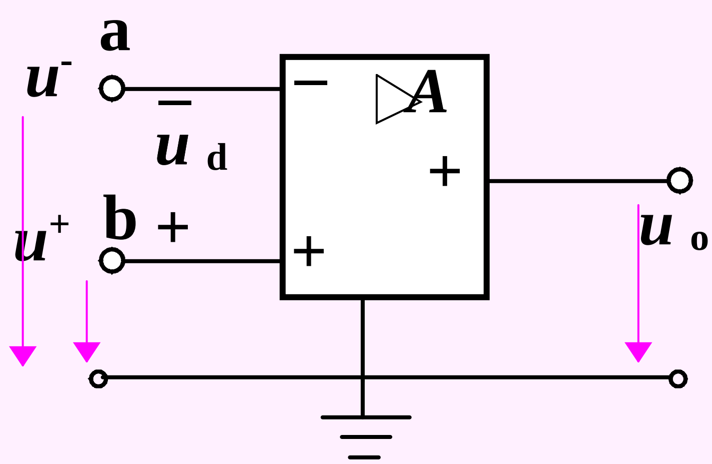
$u_d > \varepsilon$, 则 $u_o = U_{sat}$

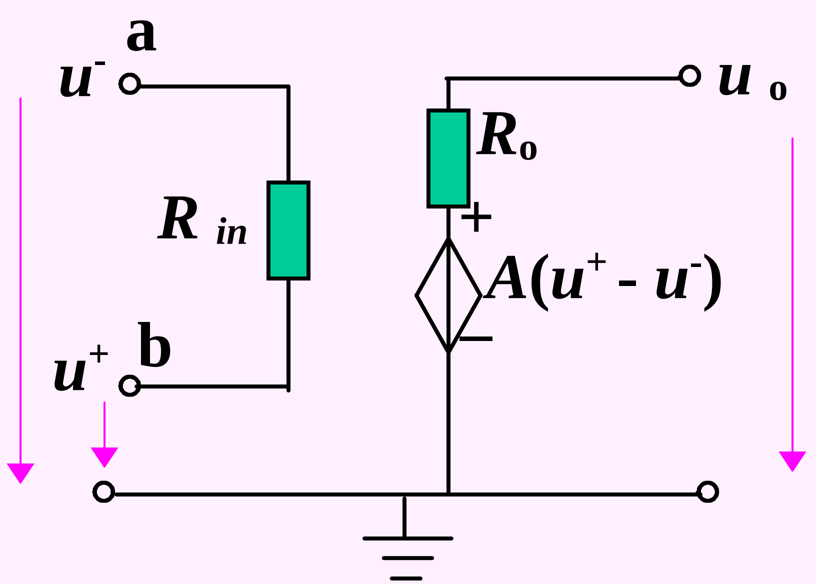
③反向饱和区：

$u_d < -\varepsilon$, 则 $u_o = -U_{sat}$

这里ε是一个数值很小的电压，例如U_{sat}=13V，$A = 10^5$，则 ε =0.13mV。

4. 电路模型





R_{in}： 运算放大器两输入端间的输入电阻。

R_o: 运算放大器的输出电阻。

运算放大器具有高增益、高输入电阻、低输出电阻

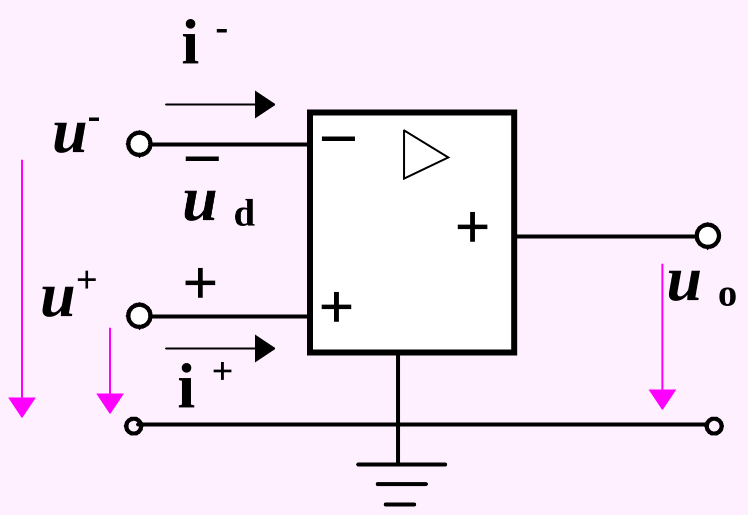
5. 理想运算放大器

在线性放大区，将运放电路作如下的理想化处理：

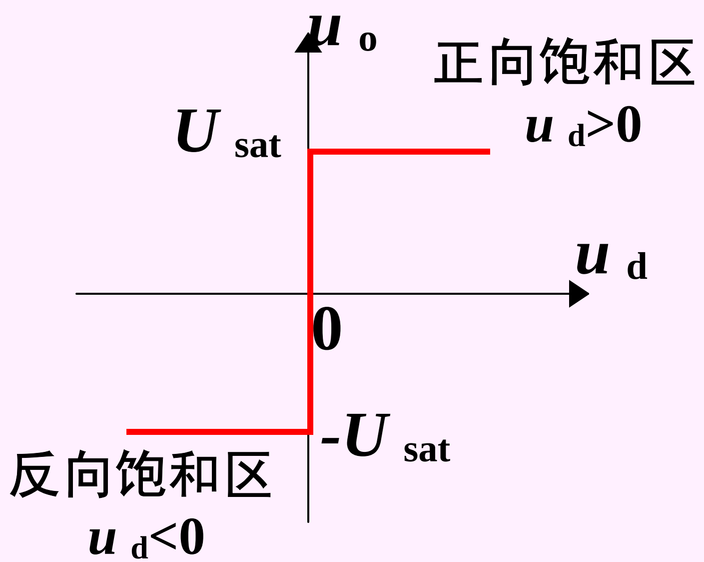
① A

∵ u_o为有限值，则u_d=0 ,即$u^+ = u^-$， 两个输入端之间 相当于短路(虚短路)；

2 R_{in} 、R_O 0, i^+=0 , i^-=0。 即从输入端看进去，元件相当于开路(虚断路)。



理想运放的电路符号



理想运放的外特性

含理想运算放大器的电路的分析

分析方法

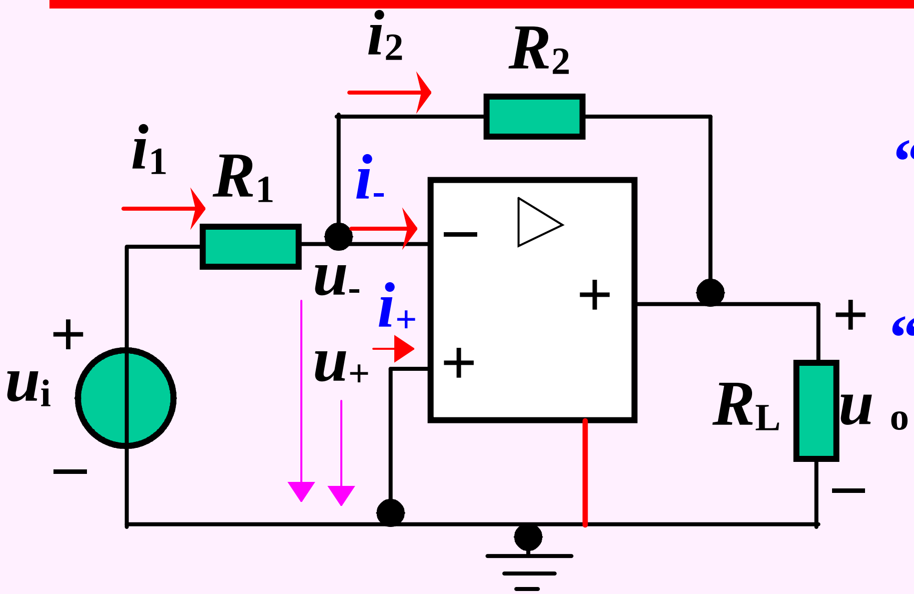
规则1：“虚断” ---- $i_{-}= 0$，$i_{+}= 0$

规则2：“虚短” ---- $u_{+} = u_{-}$

+ 节点KCL方程

除输出端外，对其他节点列KCL方程

1. 由理想运放构成的反相比例器



"虚短"： $u_+ = u_- = 0$，

$i_1 = u_i / R_1$， $i_2 = -u_o / R_2$

"虚断"： $i_- = 0$， $i_+ = 0$，

反向端KCL： $i_2 = i_1$

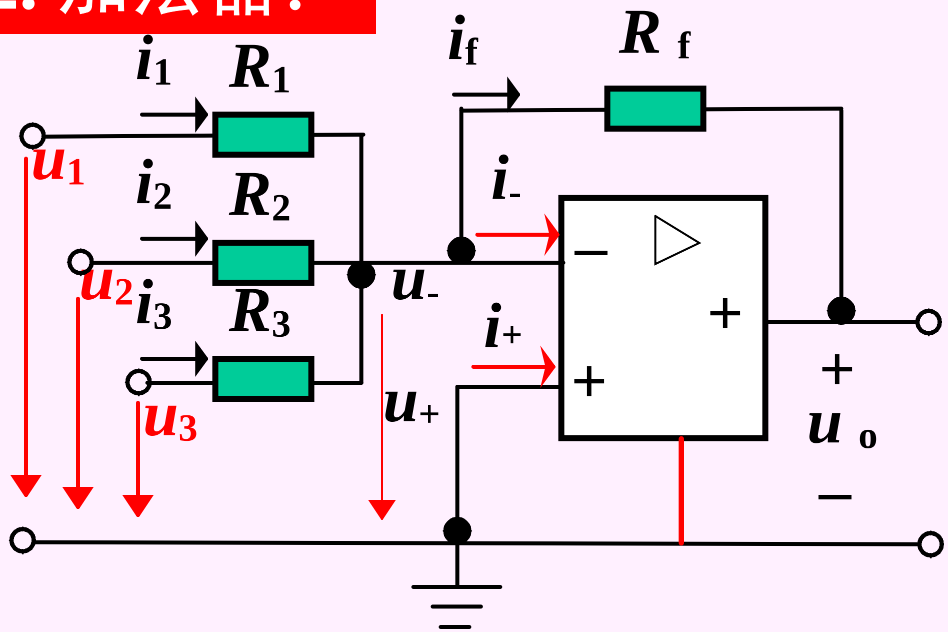
$\frac{u_i}{R_1}$ $\frac{u_o}{R_2}$ 即：u_o $\frac{R_2}{R_1} u_i$

注意：(1) 当 R_1 和 R_2 确定后，为使 u_o 不超过饱和电压(即保证工作在线性区)，对 u_i 有一定限制。

(2) 运放不能工作在开环状态(极不稳定，振荡在饱和区)，一般工作在闭环状态。

(R_2 接在输出端和反相输入端,称为负反馈。)

2. 加法器：



$$\begin{cases} u \quad u \quad 0 \\ i \quad i \quad 0 \end{cases}$$

$$i_1 \quad i_2 \quad i_3 \quad i_f$$

$$\frac{u_1}{R_1} \quad \frac{u_2}{R_2} \quad \frac{u_3}{R_3} \quad \frac{u_o}{R_f}$$

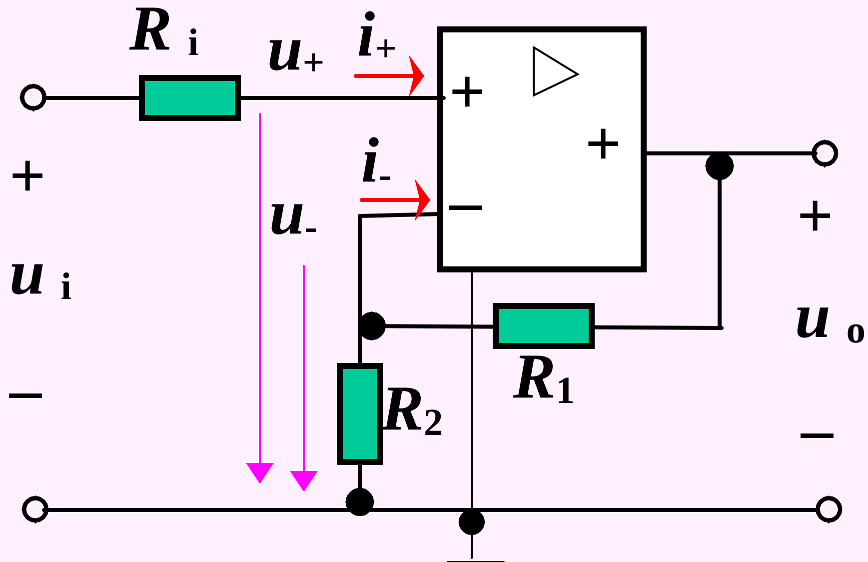
$$u_o \quad (\frac{R_f}{R_1}u_1 \quad \frac{R_f}{R_2}u_2 \quad \frac{R_f}{R_3}u_3)$$

$$k_1u_1 \quad k_2u_2 \quad k_3u_3$$

若： $R_1 \quad R_2 \quad R_3 \quad R_f$

则： $u_o \quad (u_1 \quad u_2 \quad u_3)$ 实现了加法运算

3. 正相比例器：



$$\begin{cases} u_+ = u_- = u_i \\ i_+ = i_- = 0 \end{cases}$$

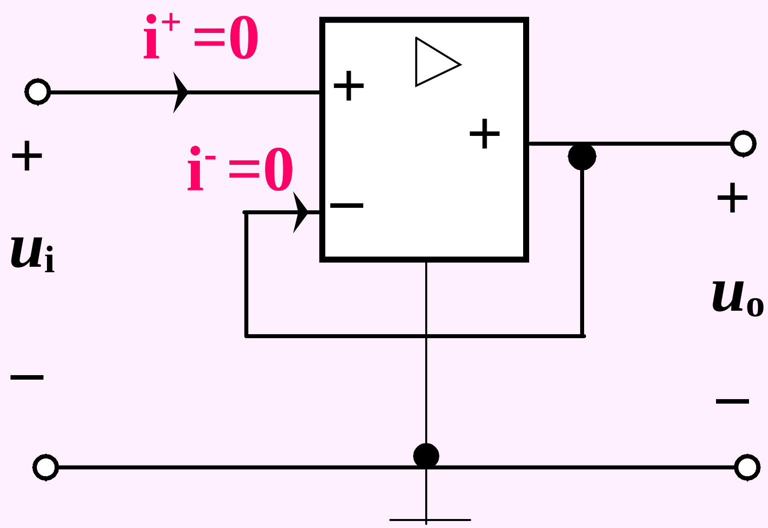
$$u \qquad u \qquad \frac{R_2}{R_1 \qquad R_2} u_o$$

$$u_i \qquad \frac{R_2}{R_1 \qquad R_2} u_o$$

$$u_o \qquad \frac{R_1 \qquad R_2}{R_2} u_i \qquad (1 \qquad \frac{R_1}{R_2}) u_i$$

设R_i=0， R_1 = 0， R_2 = ， 则有u_o=u_i → 电压跟随器

4. 电压跟随器：



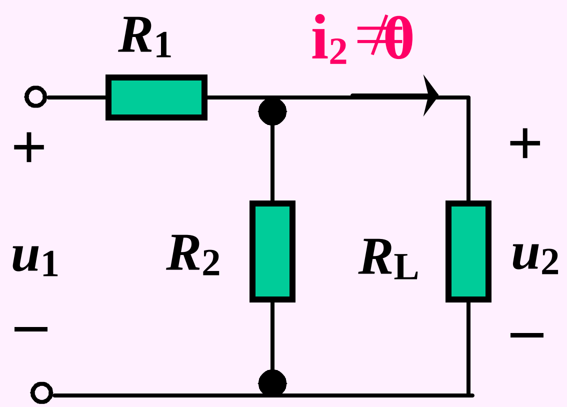
$u_o \quad u_i$

特点：① 输入阻抗无穷大(虚断)；

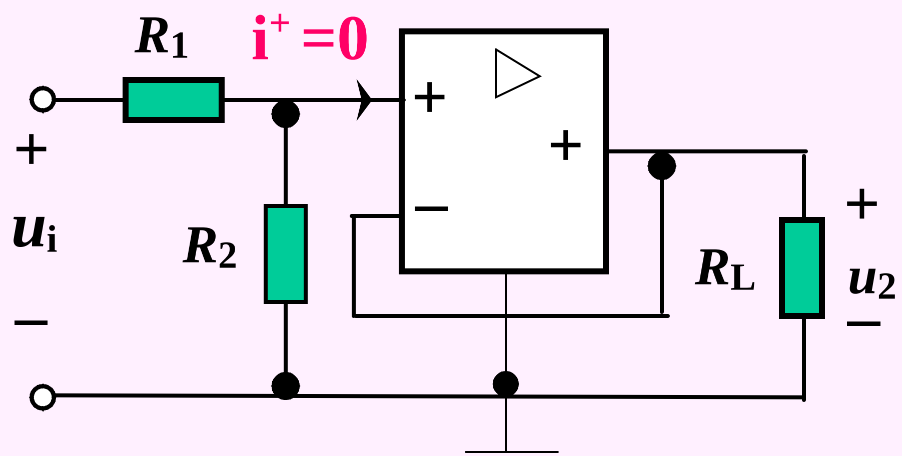
② 输出阻抗为零；

应用：在电路中起隔离前后两级电路的作用。

例：



$$u_2 \quad \frac{R_2}{R_1 \quad R_2} u_1$$

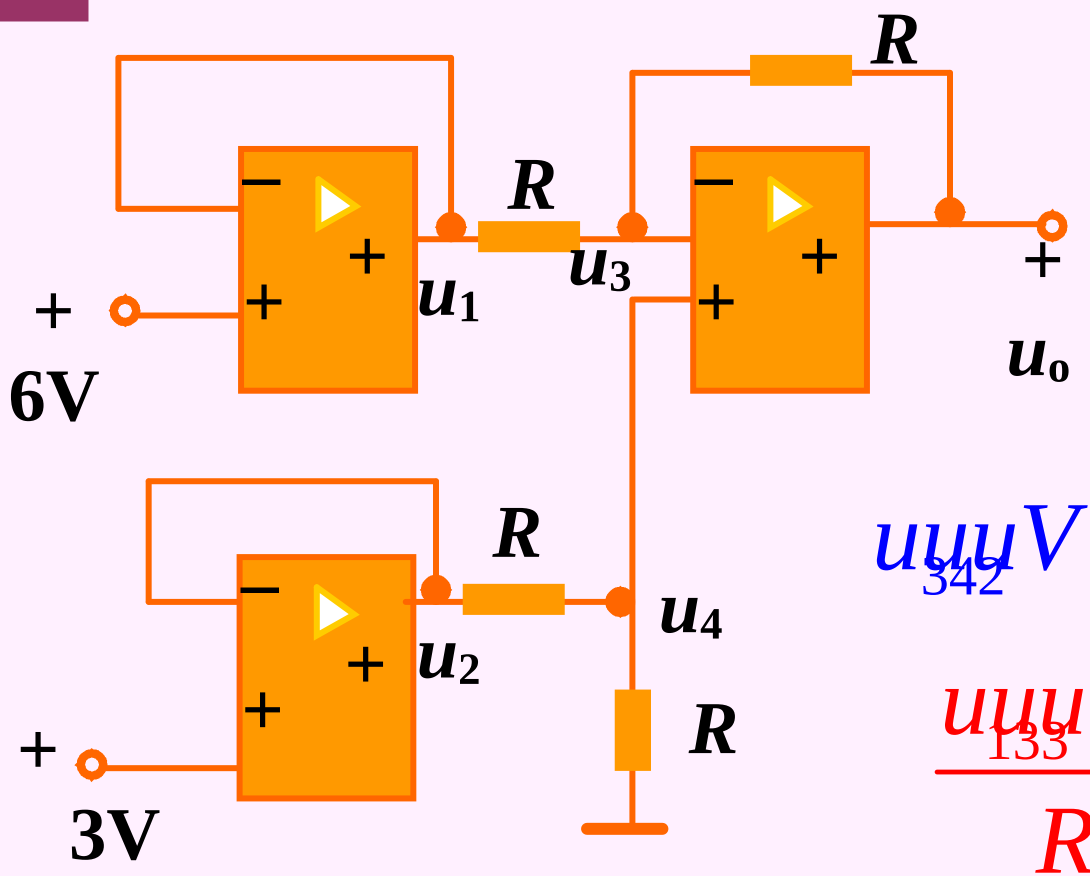


$$u_2 \quad \frac{R_2}{R_1 \quad R_2} u_1$$

可见，加入跟随器后，隔离了前后两级电路的相互影响。

例

求u_o



解

$u_1 \quad V \quad 6$

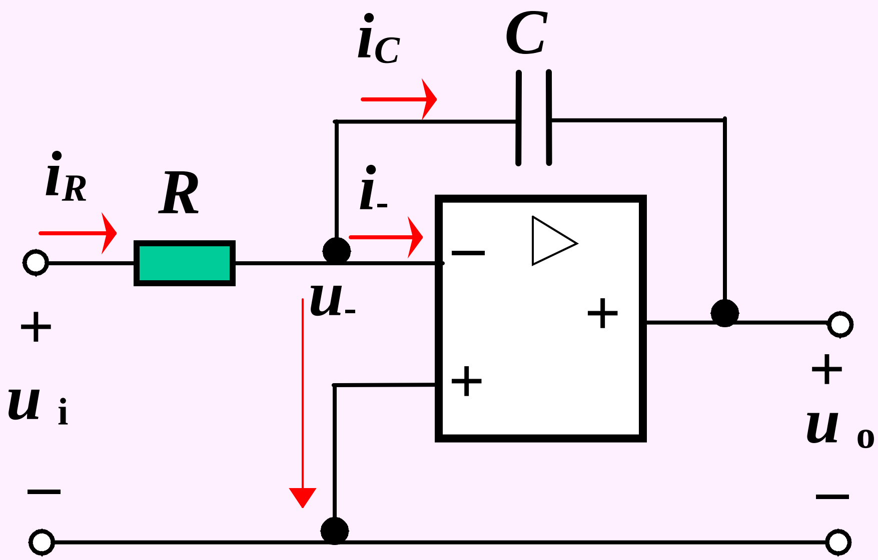
$u_2 \quad 3V$

$u_3 u_4 u_2 \quad V \quad /2 \quad 1.5$

$\frac{u_1 \quad u_3}{R} \qquad \frac{u_3 \quad u_o}{R}$

$u_0 u_1 u_3 \quad V \quad 2633$

5. 积分器



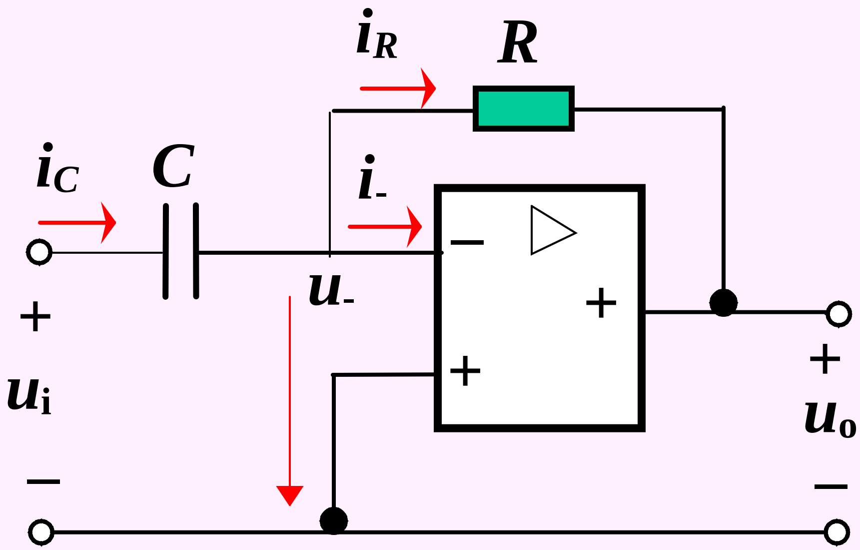
$$\begin{cases} u_- = 0 \\ i_- = 0 \end{cases}$$

$$i_R = i_C$$

$$\frac{u_i}{R} \qquad C\frac{\mathrm{d}u_o}{\mathrm{d}t}$$

$$u_o \qquad \frac{1}{RC} \quad u_i\mathrm{d}t$$

6. 微分器

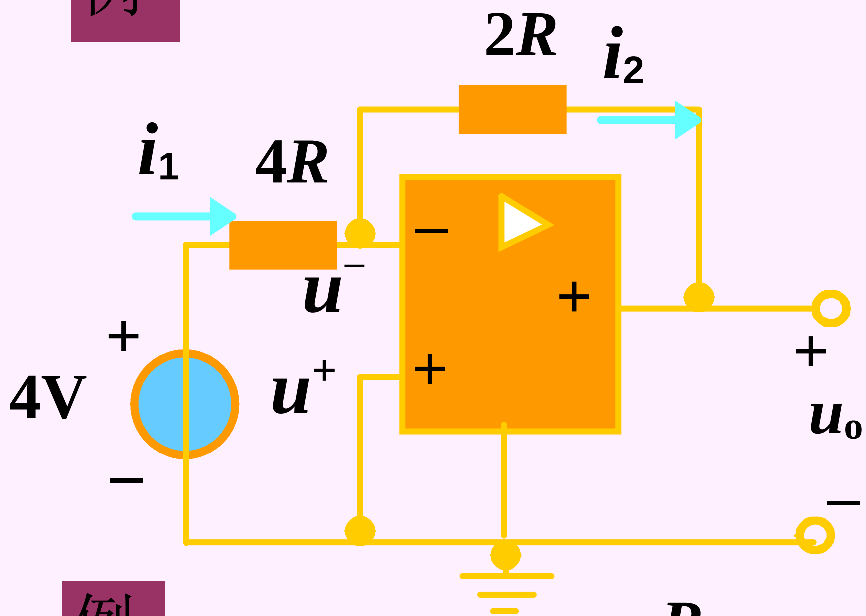


$i_C \quad i_R$

$$i_C \quad C\frac{du_i}{dt}; \quad i_R \quad \frac{u_o}{R}$$

$$u_o \quad RC\frac{du_i}{dt}$$

例



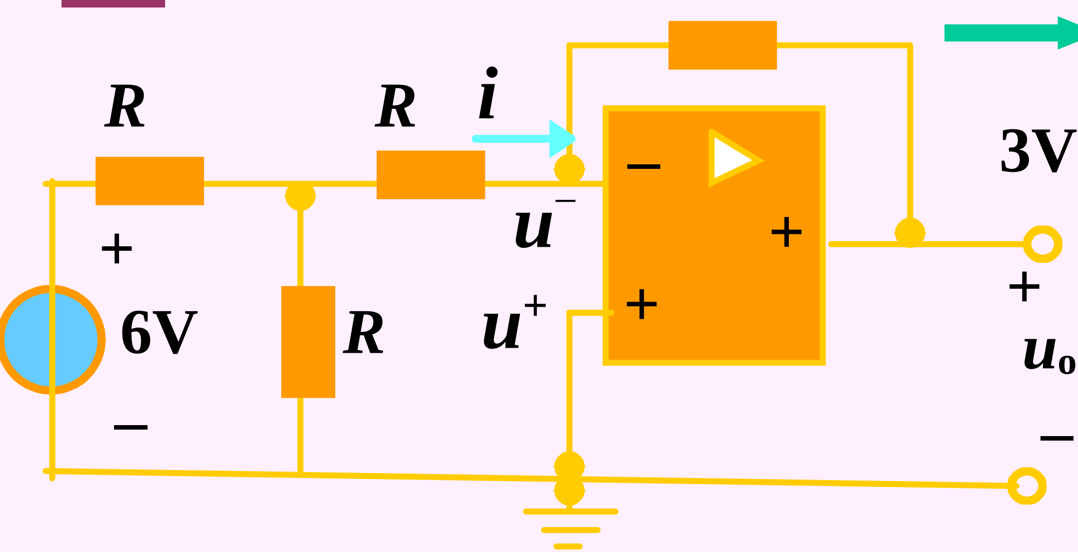
求u_o

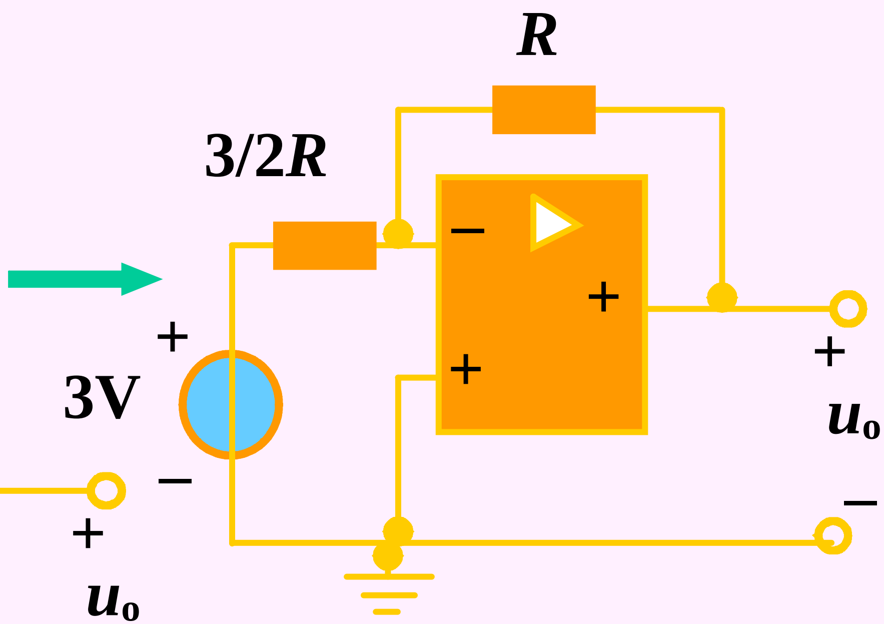
解

$\frac{4}{4R}$ $\frac{u_o}{2R}$

u_0 Y 2

例

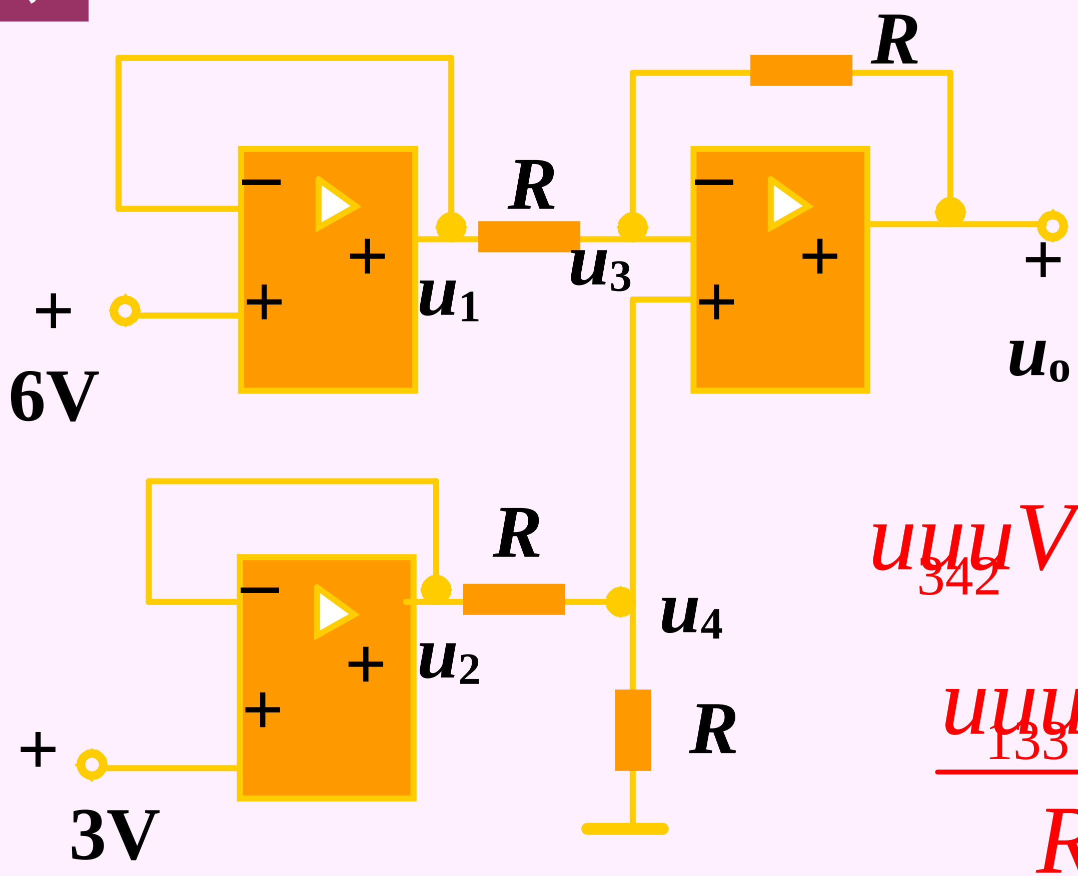




u_0 Y 2

例

求u_o



解

$u_1 \quad V \quad 6$

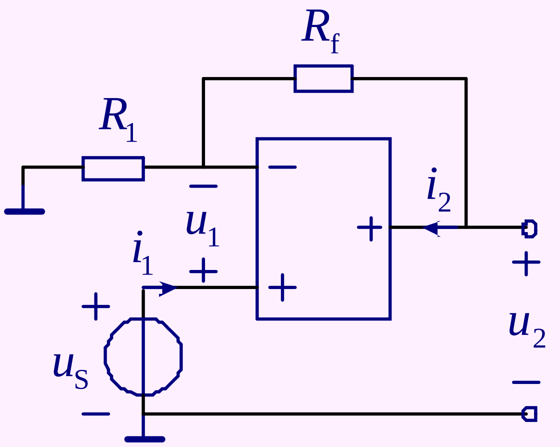
$u_2 \quad 3V$

$u_3 \, u_4 \, u_2 \, V \quad /2 \, 1.5$

$$\frac{u_1 \, u_3}{R} \quad \frac{u_3 \, u_o}{R}$$

$$u_0 \quad u_1 \quad 2u_3 \quad 6 \quad 3 \quad 3V$$

例　图示为同相放大器。试求运算放大器吸收的功率。



解：对运算放大器各端口的电压、电流取一致参考方向，放大器吸收的功率为

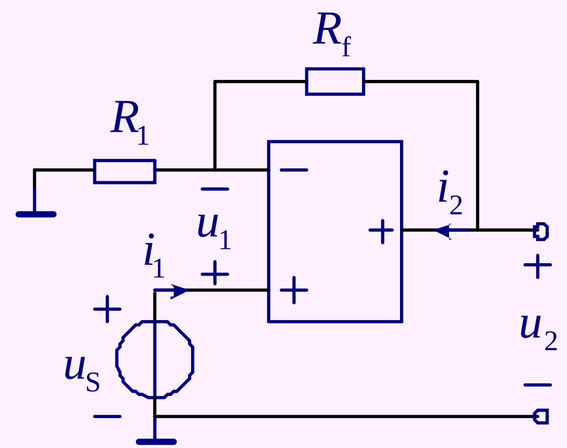
$$puiui_{1122}$$

由理想运算放大器的“虚断”、“虚短”概念可知，$\boldsymbol{i_1}$ **0**，$\boldsymbol{u_1}$　$\boldsymbol{u_s}$，可得:

$$\frac{u_S}{RRR_{11f}} \quad \frac{u_2}{\qquad} \Rightarrow \quad uu_{2S} \quad (1) \frac{R_f}{R_1}$$

运算放大器输出端电流为

$$i_{2}\,u_{S}\qquad \frac{u_{S}\,u_{2}}{R_{f}\,R_{1}}\qquad \frac{1}{\quad}$$



运算放大器吸收的功率为

$$p\,u_{2}\,i_{2}\,u_{S}\,u_{S}\,u_{S}\quad(1)()\frac{R_{f}\,R_{1}\,R_{f}}{R_{1}\,R_{1}\,R_{1}}\qquad \frac{1}{\quad}\qquad \frac{\quad}{2}^{\,2}$$

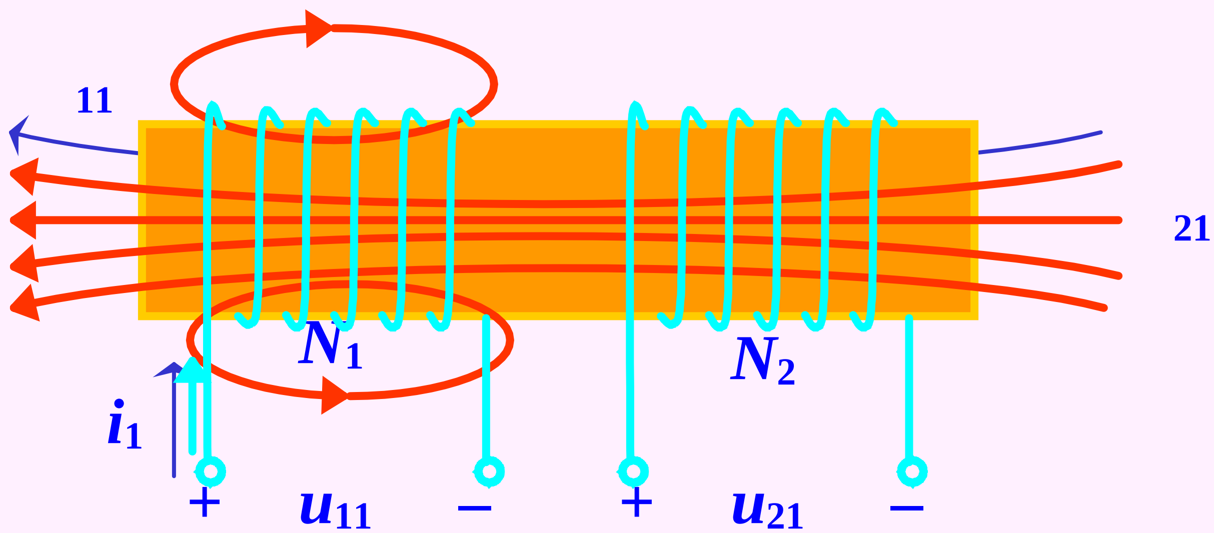
上式的负号表明运算放大器向外输出功率。可见，运算放大器是一种有源元件。

作业#**2.17， 2.19**

2.2.3 感合电感

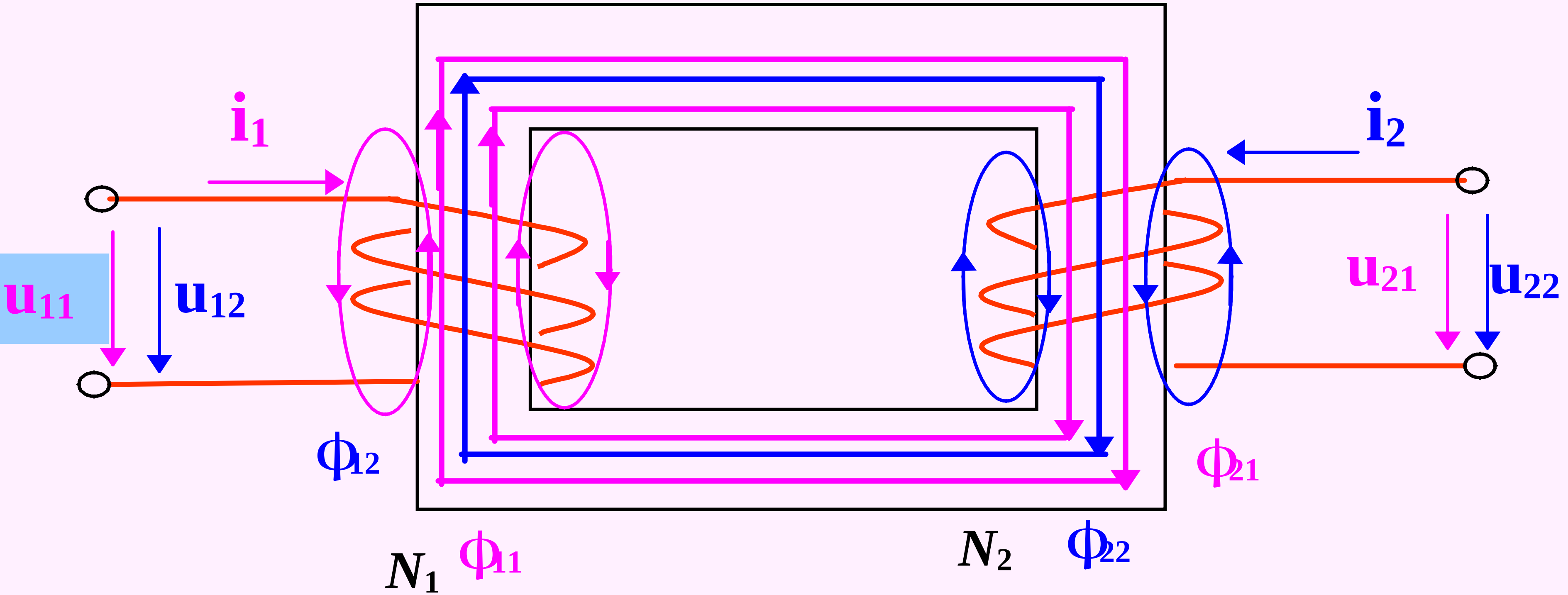
耦合电感元件属于多端元件，在实际电路中，如收音机、电视机中的中周线圈、振荡线圈，整流电源里使用的变压器等都是耦合电感元件。

1. 互感



线圈1中通入电流i_1时，在线圈1中产生磁通(*magnetic flux*)，同时，有部分磁通穿过临近线圈2，这部分磁通称为互感磁通。两线圈间有磁的耦合。

当两个线圈都有电流时，每一线圈的磁链为自磁链与互磁链的代数和：



线圈1中通入电流i_1时，在线圈1中产生磁通Φ_{11}，同时，有部分磁通穿过临近线圈2，这部分磁通称为互感磁通Φ_{21}。线圈2中通入电流i_2时，产生Φ_{22}和Φ_{12}, 两线圈间有磁的耦合。

每一线圈的磁链为自磁链与互磁链的代数和：

$$1 \quad 11 \quad 12 \quad L_1 i_1 \quad M_{12} i_2$$

$$2 \quad 22 \quad 21 \quad L_2 i_2 \quad M_{21} i_1$$

可证互感系数：

$M_{12}= M_{21}= M$

单位：亨 (H)

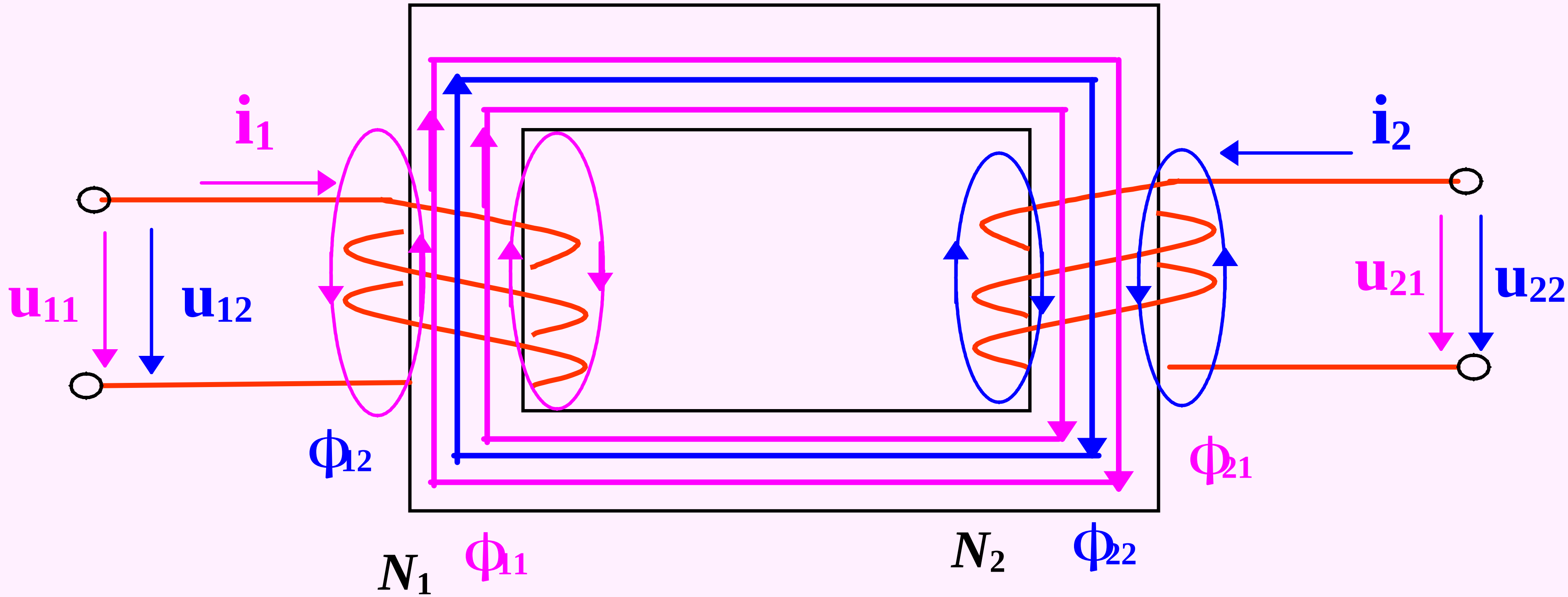
两线圈的自磁链和互磁链相助，互感电压取正，否则取负。

注

（1）M值与线圈的形状、几何位置、空间媒质有关，与线圈中的电流无关

（2）L总为正值，M值有正有负.

上页 下页



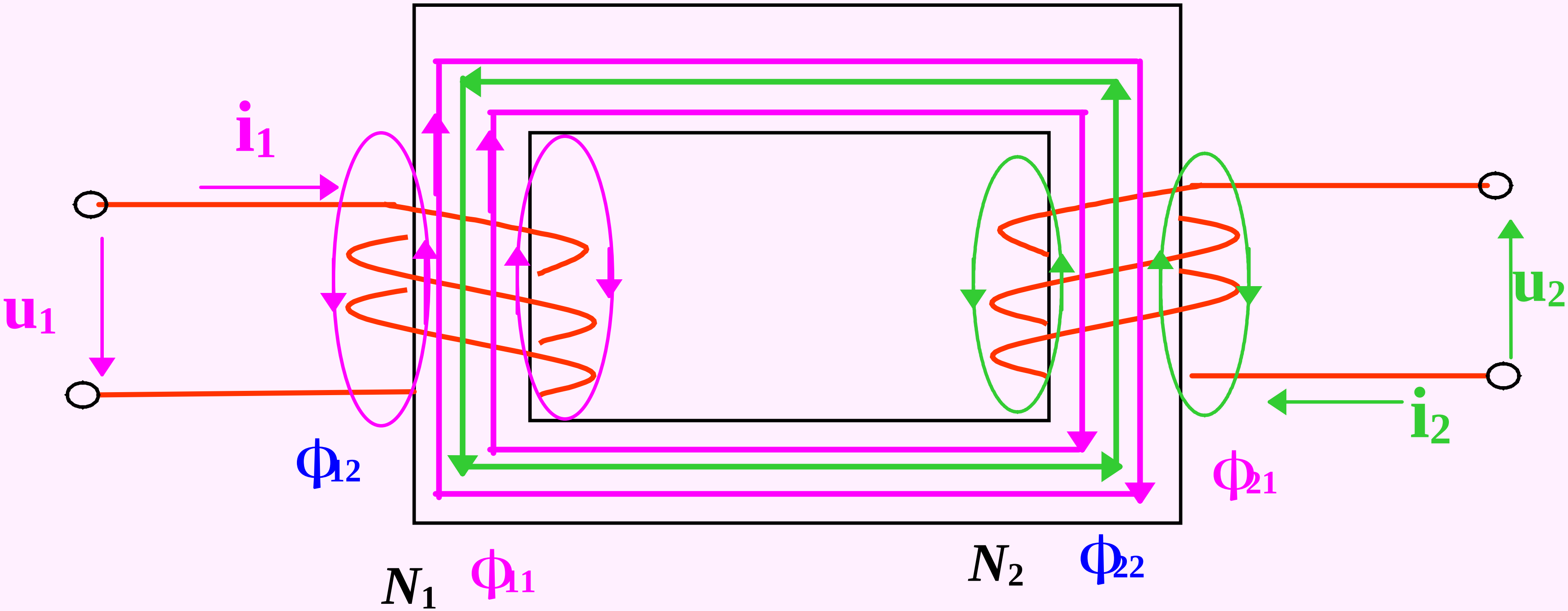
线圈1中的磁通链：$\;_{1} \qquad _{11} \qquad _{12} \qquad L_1 i_1 \qquad M i_2$

线圈2中的磁通链：$\;_{2} \qquad _{22} \qquad _{21} \qquad L_2 i_2 \qquad M i_1$

线圈1的电压：$u_1 \qquad \frac{d\;\;_1}{dt} \qquad L_1\frac{di_1}{dt} \qquad M\frac{di_2}{dt} \qquad u_{11} \qquad u_{12}$

线圈2的电压：$u_2 \qquad \frac{d\;\;_2}{dt} \qquad L_2\frac{di_2}{dt} \qquad M\frac{di_1}{dt} \qquad u_{22} \qquad u_{21}$

包含自感电压和互感电压



线圈1中的磁通链： $\quad {}_{1} \quad {}_{11} \quad {}_{12} \quad L_1 i_1 \quad M i_2$

线圈2中的磁通链： $\quad {}_{2} \quad {}_{22} \quad {}_{21} \quad L_2 i_2 \quad M i_1$

线圈1的电压： $u_1 \quad \frac{d\ {}_1}{dt} \quad L_1 \frac{di_1}{dt} \quad M \frac{di_2}{dt}$

线圈2的电压： $u_2 \quad \frac{d\ {}_2}{dt} \quad L_2 \frac{di_2}{dt} \quad M \frac{di_1}{dt}$

包含自感电压和互感电压

2. 耦合系数 (*coupling coefficient*)

用耦合系数k 表示两个线圈磁耦合的紧密程度。

$$k \overset{\text{def}}{\quad} \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad 1$$

当 k=1 称全耦合: 漏磁 $_{s1}$ = $_{s2}$=0

即 $_{11}$= $_{21}$， $_{22}$= $_{12}$

一般有:

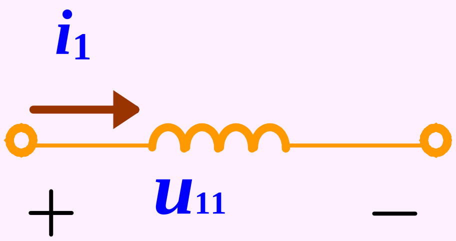
$$k \quad \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad \sqrt{\frac{M^2}{L_1 L_2}} \quad \sqrt{\frac{(Mi_1)(Mi_2)}{L_1 i_1 L_2 i_2}} \quad \sqrt{\frac{{}_{12}\quad {}_{21}}{{}_{11}\quad {}_{22}}} \quad 1$$

耦合系数k与线圈的结构、相互几何位置、空间磁介质有关

3.互感线圈的同名端

对自感电压，当u, i 取关联参考方向：

$$u_{11} \quad \frac{d\Psi_{11}}{dt} \quad N_1 \frac{d\Phi_{11}}{dt} \quad L_1 \frac{di_1}{dt}$$

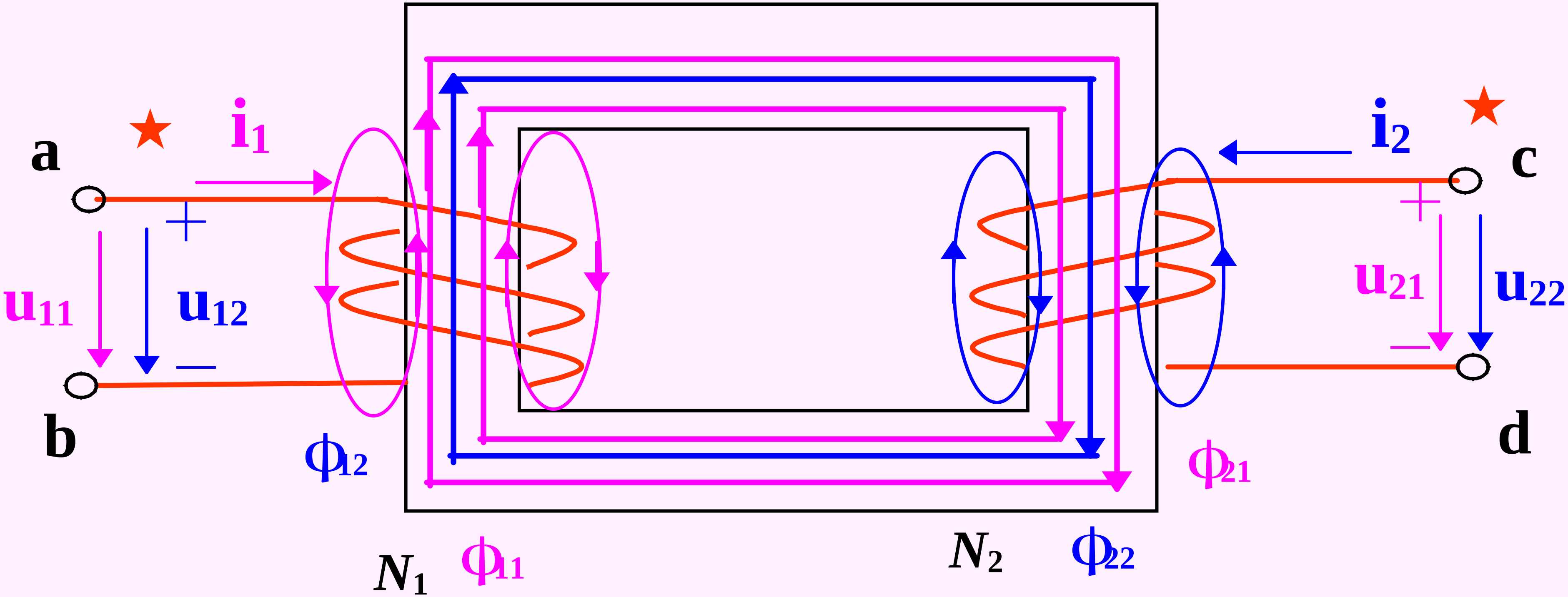


只要参考方向确定了，其数学描述便可容易地写出。

对互感电压，因产生该电压的的电流在另一线圈上，为表示“增助”或“削弱”作用，就必须知道两个线圈的绕向，为此引入同名端。

同名端

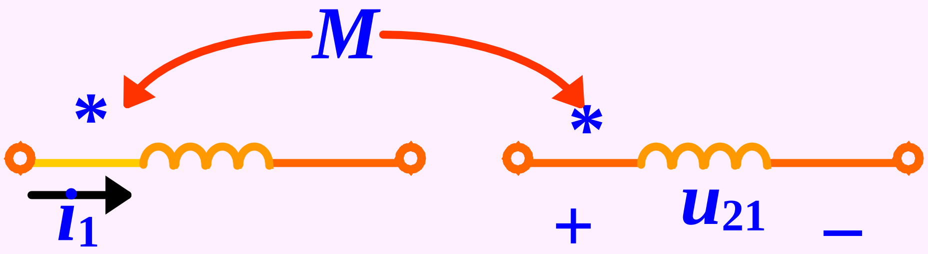
当两个电流分别从两个线圈的对应端子同时流入或流出，若所产生的磁通相互加强时，则这两个对应端子称为两互感线圈的同名端。



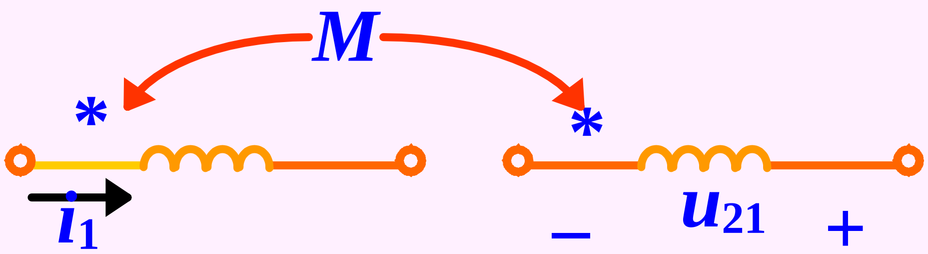
同名端表明了线圈的相互绕法关系

由同名端及u、i参考方向确定互感线圈的特性方程

有了同名端，以后表示两个线圈相互作用，就不再考虑实际绕向，而只画出同名端及参考方向即可。



u_{21} $M\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}$



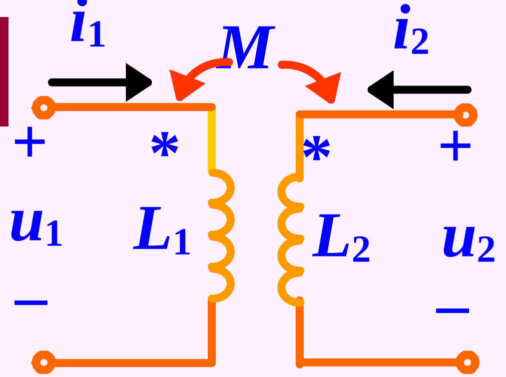
u_{21} $M\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}$

互感电压前“+”号或“－”号的判断：

若互感电压“+”极性端子与产生该电压的电流流进的端子为一对同名端，互感电压前取“+”号，反之取“－”号。

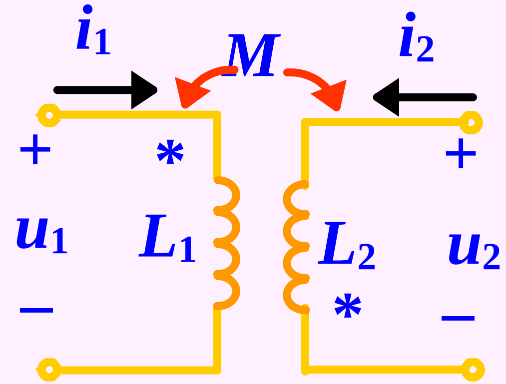
例

写出图示电路电压、电流关系式



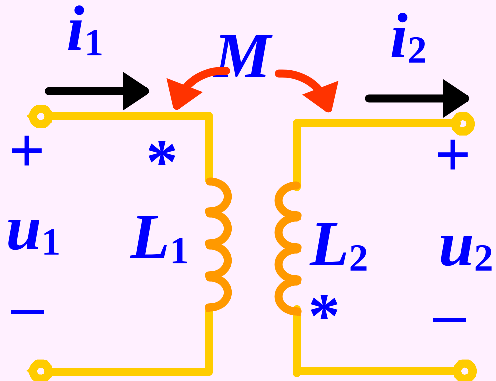
$$u_1 \quad L_1\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} \quad M\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$$

$$u_2 \quad M\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} \quad L_2\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$$



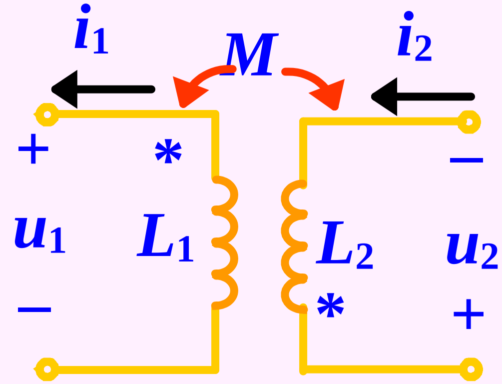
$$u_1 \quad L_1\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} \quad M\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$$

$$u_2 \quad M\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} \quad L_2\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$$



$$u_1 \quad L_1\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} \quad M\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$$

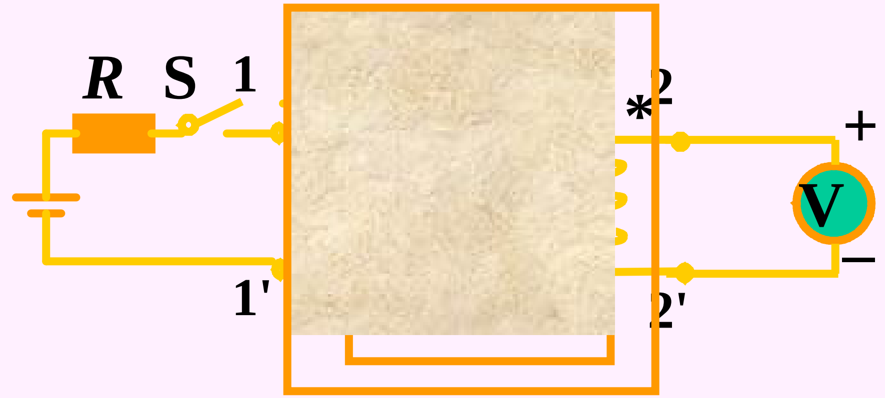
$$u_2 \quad M \quad L_2 \quad \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} \quad \frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$$



$$u_1 \quad L_1 \quad M \quad \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} \quad \frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$$

$$u_2 \quad M \quad L_2 \quad \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} \quad \frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$$

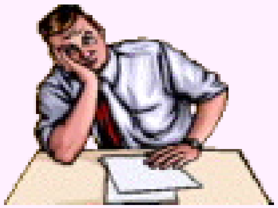
同名端的实验测定：



如图电路，当闭合开关**S**时，***i***增加，

$\frac{di}{dt} > 0, \quad u_{22'} = M\frac{di}{dt} > 0$ 电压表正偏。

当两组线圈装在黑盒里，只引出四个端线组，要确定其同名端，就可以利用上面的结论来加以判断。



当断开**S**时，如何判定？

2.2.4　理想变压器

实际变压器线圈的芯子为铁磁材料。理想变压器是实际变压器的理想化模型，是对互感元件的理想科学抽象，是极限情况下的耦合电感。

1. 理想变压器的三个理想化条件

（1）无损耗 → 线圈导线无电阻，做芯子的铁磁材料的磁导率无限大。

（2）全耦合 → $k \quad 1 \qquad M \quad \sqrt{L_1 L_2}$

（3）参数无限大 → $L_{1,} L_{2,} M \qquad ,$

$n \quad \dfrac{N_1}{N_2}$ 为匝比（变比）但 $\sqrt{L_1/L_2} \quad \mathrm{N_1/N_2} \quad n$

以上三个条件在工程实际中不可能满足，但在一些实际工程概算中，在误差允许的范围内，把实际变压器当理想变压器对待，可使计算过程简化。

耦合系数 (*coupling coefficient*)

用耦合系数k表示两个线圈磁耦合的紧密程度。

$$k \overset{\text{def}}{=} \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad 1$$

当 k=1 称全耦合：漏磁 $_{s1} = {}_{s2} = 0$

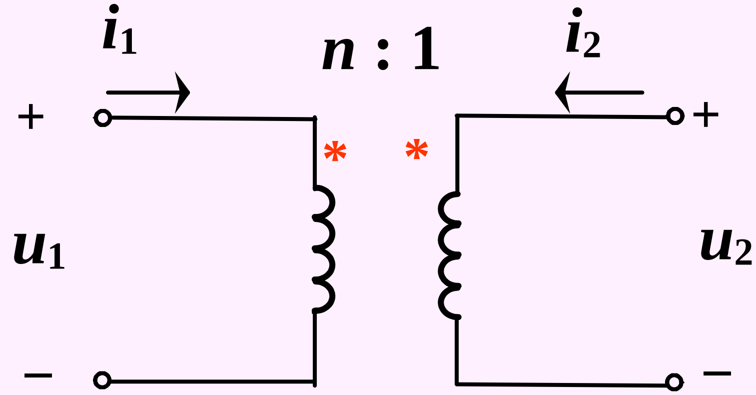
即 $_{11} = {}_{21}$， $_{22} = {}_{12}$

一般有：

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \sqrt{\frac{M^2}{L_1 L_2}} = \sqrt{\frac{(Mi_1)(Mi_2)}{L_1 i_1 L_2 i_2}} = \sqrt{\quad} \quad 1$$

耦合系数k与线圈的结构、相互几何位置、空间磁介质有关

2.理想变压器的主要性能



变压关系

$$k \quad 1 \rightarrow \quad 1 \quad 2 \quad 11 \quad 22$$

理想变压器模型

$$u_1 \quad \frac{d \quad _1}{dt} \quad N_1 \frac{d}{dt}$$

$$u_2 \quad \frac{d \quad _2}{dt} \quad N_2 \frac{d}{dt}$$

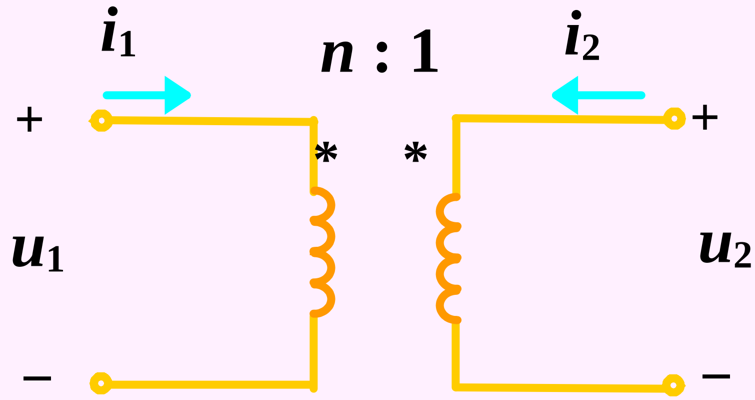
$$\rightarrow \quad \frac{u_1}{u_2} \quad \frac{N_1}{N_2} \quad n$$

理想变压器既不储能，也不耗能，在电路中只起传递信号和能量的作用。

$$p u i u i_{1122} \quad 0 \quad \rightarrow \quad i i_{12} \quad \frac{1}{n}$$

作业：2.15,2.19

功率性质



$$\begin{cases} u_1 = n u_2 \\ i_1 = -\dfrac{1}{n} i_2 \end{cases}$$

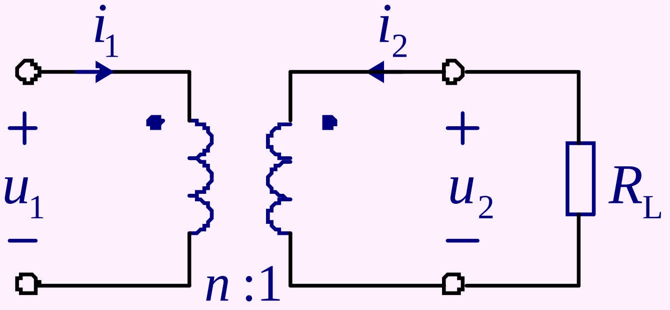
$$p = u_1 i_1 + u_2 i_2 = u_1 i_1 + \frac{1}{n} u_1 (-n i_1) = 0$$

表明：

（a）理想变压器既不储能，也不耗能，在电路中只起传递信号和能量的作用。

（b）理想变压器的特性方程为代数关系，因此它是无记忆的多端元件。

电阻变换



由图示电路，有 $u_2 \; R_L i_2$

$$u_1 \; n u_2 \; n R_L i_2$$

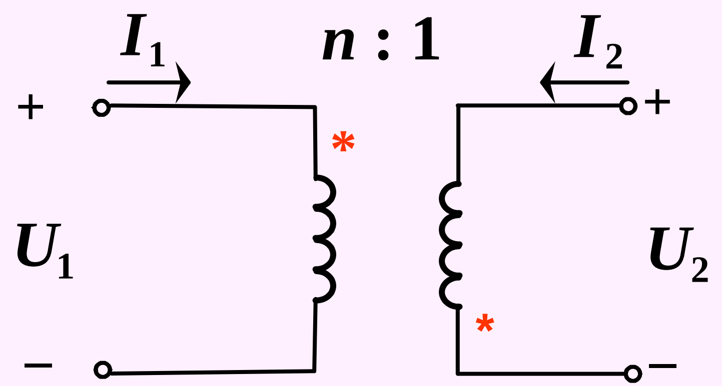
$$n R_L \; n(i_1) \; (n^2 R_L) i_1$$

表明 当电阻R_L接于输出端口时，在其输入端看进去仍是一个电阻，但其电阻（称输入电阻）却是原电阻R乘以匝数比之平方，且与同名端的位置无关。

因此理想变压器具有变换电阻大小的性质。

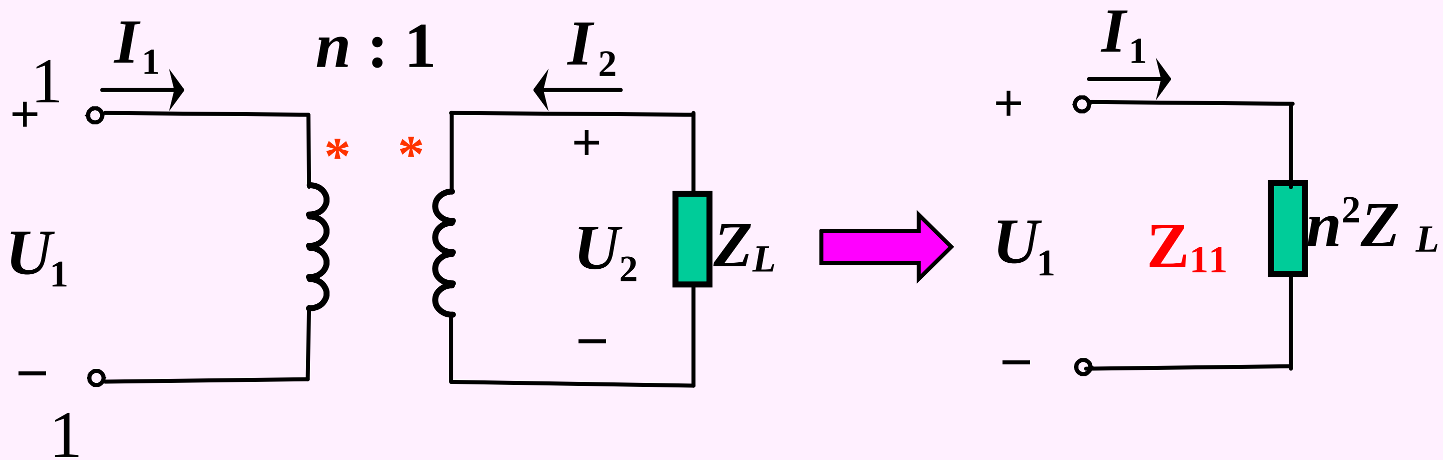
理想变压器的元件特性

$$\begin{cases} \dot{U}_1 \quad n\dot{U}_2 \\ \dot{I}_1 \quad \dot{I}_2 \dfrac{1}{n} \end{cases}$$



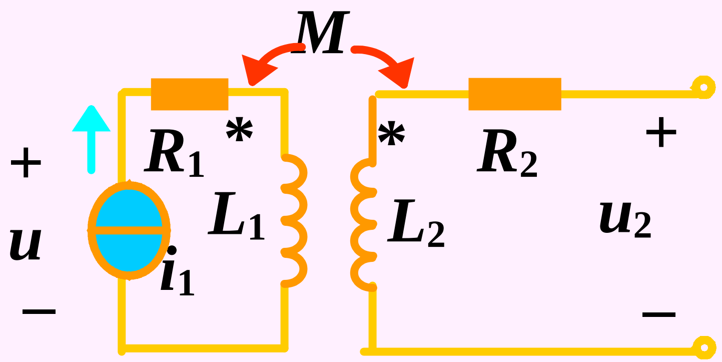
理想变压器的电路模型

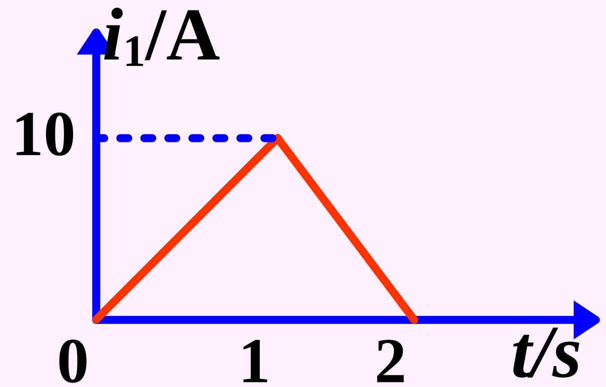
(a) 阻抗变换



$$Z_{11} \quad \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \quad \frac{n\dot{U}_2}{1/n\dot{I}_2} \quad n^2\left(\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2}\right) \quad n^2 Z_L$$

例 已知 $R_1=10\Omega,\ L_1=5\text{H},\ L_2=2\text{H},\ M=1\text{H}$，求 $u(t)$ 和 $u_2(t)$。





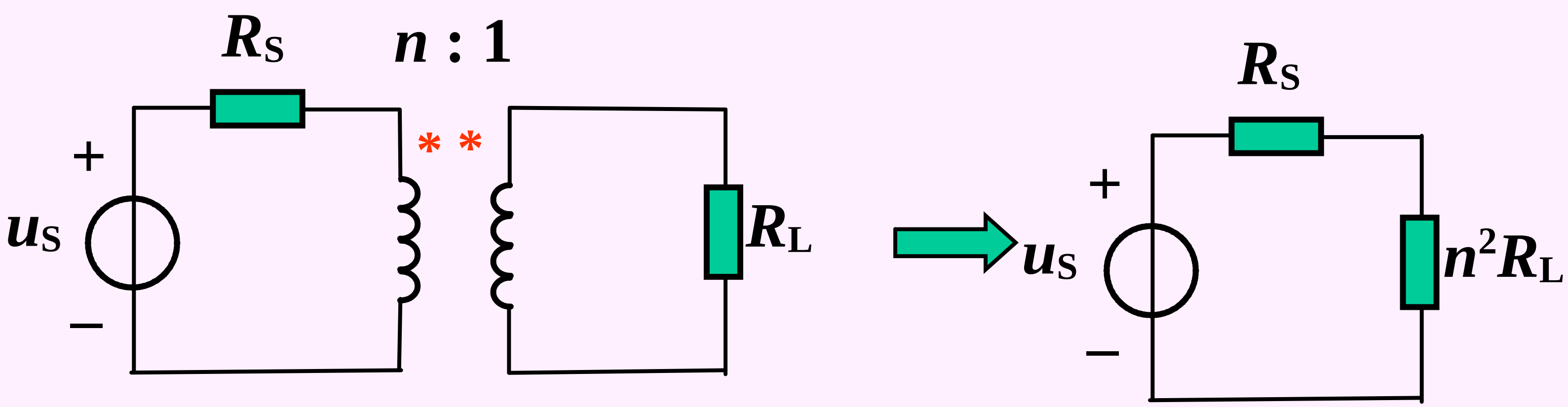
解

$$i_1(t)=\begin{cases}10t & 0\le t\le 1\ \text{s}\\ 20-10t & 1\le t\le 2\ \text{s}\\ 0 & t\ge 2\ \text{s}\end{cases}$$

$$u_2(t)=M\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}=\begin{cases}10\ \text{V} & 0\le t\le 1\ \text{s}\\ -10\ \text{V} & 1\le t\le 2\ \text{s}\\ 0 & t\ge 2\end{cases}$$

$$u(t)=R_1 i_1+L_1\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}=\begin{cases}100t+50\ \text{V} & 0\le t\le 1\ \text{s}\\ 150-100t\ \text{V} & 1\le t\le 2\ \text{s}\\ 0 & t\ge 2\end{cases}$$

例1. 已知电阻R_S=1k ，负载电阻R_L=10 。为使R_L上获得最大功率，求理想变压器的变比n。

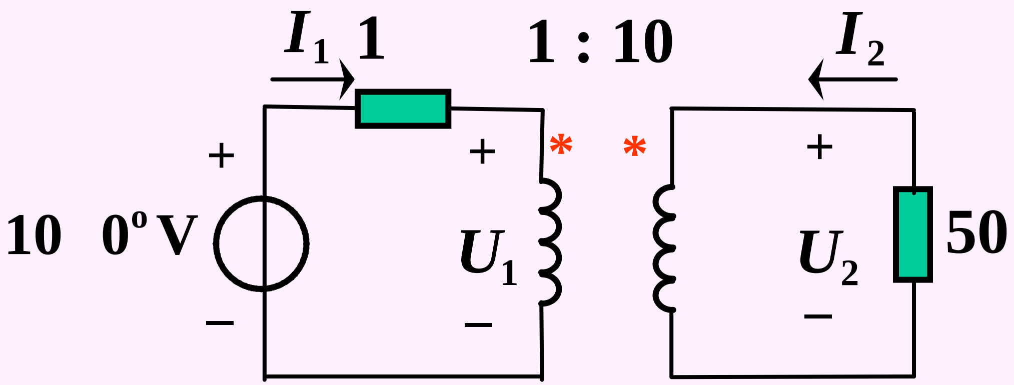


当 $n^2R_L=R_S$时匹配，即

$$10n^2=1000$$

$$n^2=100，\quad n=10\,.$$

例2. 求U_2 .



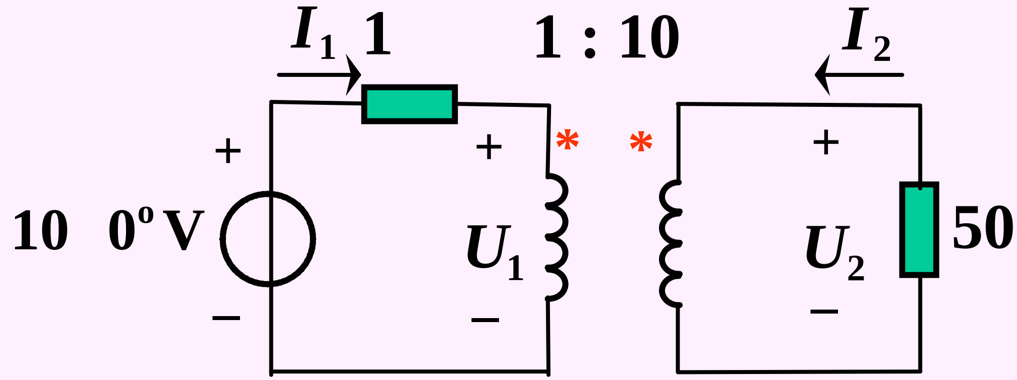
方法1：列方程

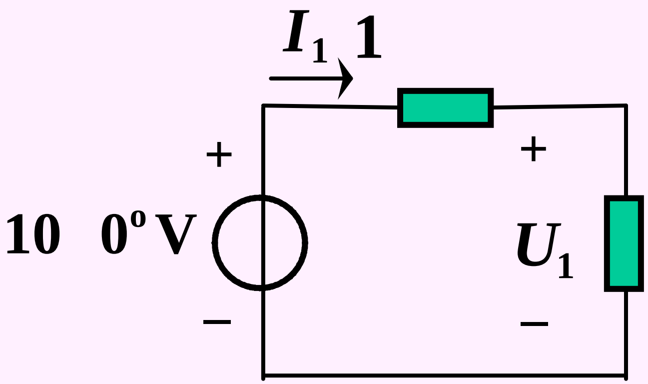
$$\begin{cases} \dot{U}_1 \quad \frac{1}{10}\dot{U}_2 \\ \dot{I}_1 \quad 10\dot{I}_2 \\ U_2 \quad 50\dot{I}_2 \\ 1 \quad \dot{I}_1 \quad U_1 \quad 10 \quad 0^{\circ} \end{cases}$$

解得 $\Rightarrow$ $U_2 \quad 33.33 \quad 0^{\circ}\,\text{V}$

作业：2.15,2.19

方法2：阻抗变换





$$\left(\frac{1}{10}\right)^2 \quad 50 \quad \frac{1}{2}$$

$$\dot{U}_1 \quad \frac{10 \quad 0^o}{1 \quad 1/2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{10}{3} \quad 0^o\,\mathrm{V}$$

$$\dot{U}_2 \quad 10\,\dot{U}_1$$

$$33.33 \quad 0^o\,\mathrm{V}$$

作业# 2.15,2.21

2.4 一端口电路及其端口特性

- 电阻电路 → 仅由电源、线性受控源和线性电阻构成的电路

- 分析方法 →

（1）欧姆定律和基尔霍夫定律是分析电阻电路的依据；

（2）等效变换的方法，也称化简的方法

如果一端口电路全部由线性电阻构成，不包括独立电源，则端口特性又可表示为

$$uai \qquad 或 \qquad i \quad \frac{u}{a}$$

a为与***u***，***i***无关的函数。如果组成一端口电路的线性电阻为非时变的，则***a***为实常数。***a***称为一端口电路的等效电阻，也称为输入电阻。**1/*a***称为一端口电路的等效电导，也称为输入电导。

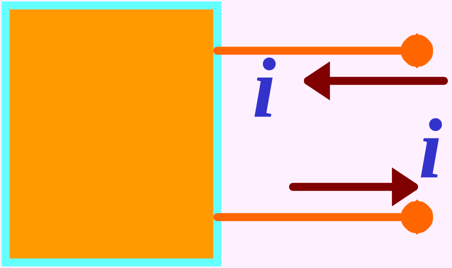
如果一端口电路全由线性电阻（可包含受控电源）构成，并且包括独立电源，则其端口特性可表示为

$$uaib$$

a、***b***为与***u***，***i***无关的函数。如果组成一端口电路的线性电阻为非时变的，且独立电源为直流电源，则***a***、***b***为实常数。

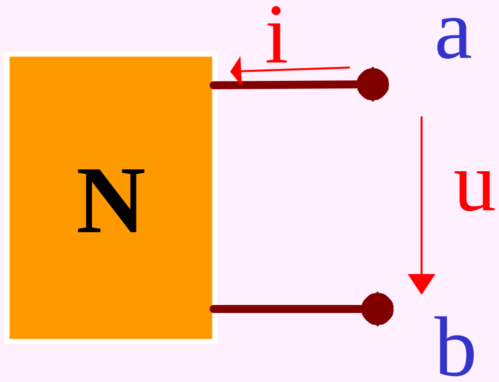
1. 两端电路（网络）

任何一个复杂的电路，向外引出两个端钮，称为二端网络。如果二端网络从一个端子流入的电流等于从另一端子流出的电流，则称为**一端口网络**。



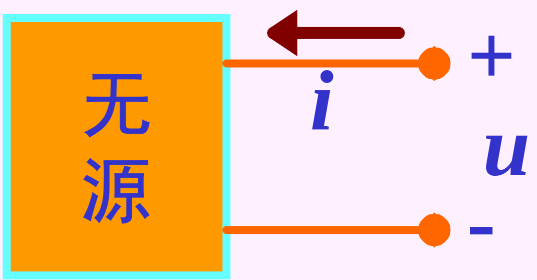
N端网络—任何只有N个引出端子与外部电路相连接的部分电路。

端口特性—网络端子处的端电压与端电流之间的关系（VCR曲线或VCR方程）。



$$f(u,i)=0$$

- 如一端口电路全部由线性电阻元件构成，不包括独立电源，则端口特性可表示为 uRi_{in}



输入电阻

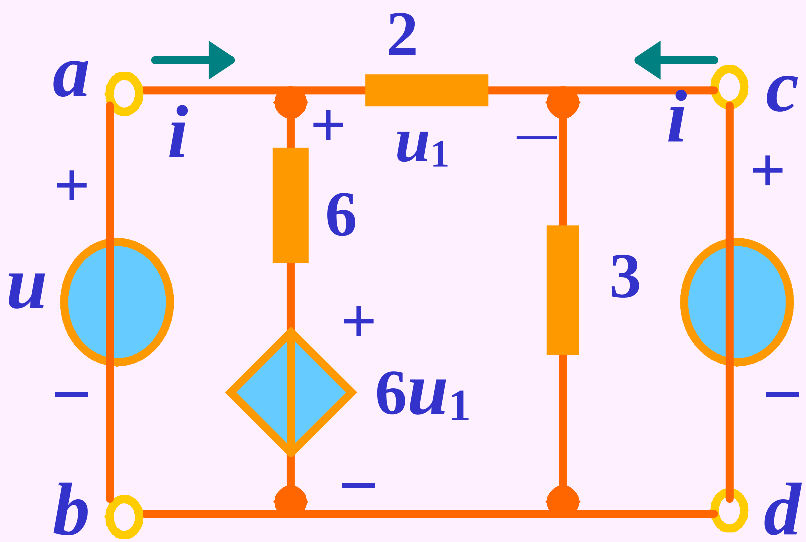
R_{in} $\frac{u}{i}$

等效电阻

- 如一端口电路全部由线性电阻元件构成，并且包括独立电源，则端口特性可表示为

$$uRiU_{inS}$$

注：对线性一端口电路，用外加电压源法或外加电流源法求端口特性。



$$u_{ab} \quad u_1 \quad 3u_1/2 \quad 2.5u_1$$

$$u_1 \quad u_{ab}/2.5 \quad 0.4u_{ab}$$

$$u_i \quad \frac{u_1}{2} \quad \frac{u_{ab} \quad 6u_1}{6} \qquad u_{ab}/30$$

$$u_{cd} \qquad u_1 \quad 6u_1 \quad \frac{6 \quad (\quad u_1)}{2} \quad 2u_1$$

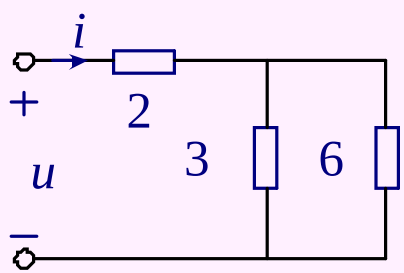
$$iuuu \quad {}_1 /2/3/12_{cdcd}$$

一端口电路的端口特性是由电路本身的元件和结构决定的，与外电路无关。因此，一端口电路的端口特性可以在一端口电路的端口接任意电路的情况下来求取。

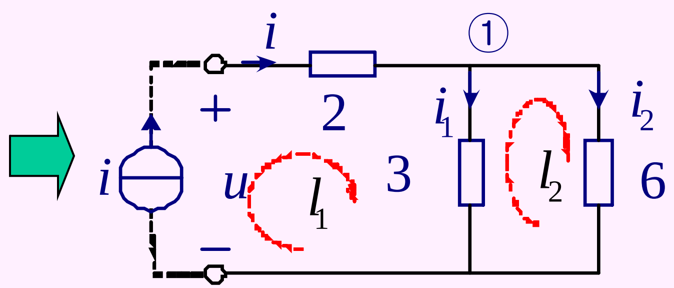
实际中常采用外接电源法，下面举例说明

例　试求图 (a) 所示一端口电路的端口特性。

解：外加电流源 ***i***，
如图 (b) 所示



(a)

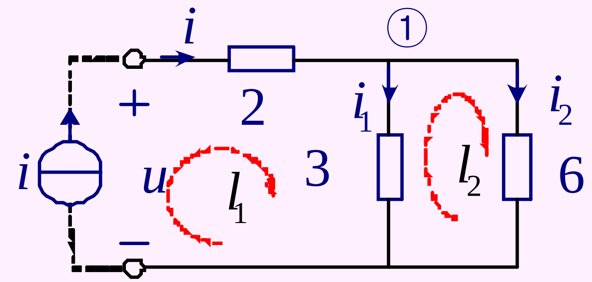


(b)

对节点①列写KCL方程得

$$iii_{12} \qquad 0$$

对回路l_1、l_2列写KVL方程，得

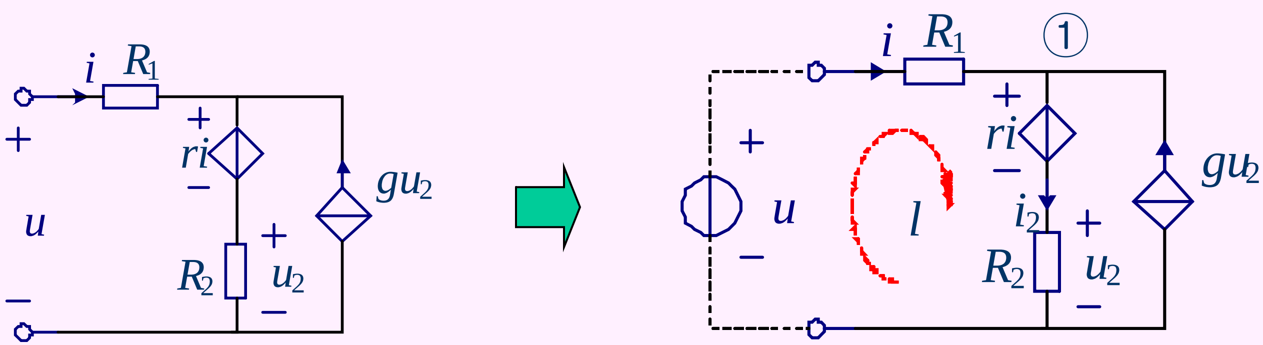


$$u i i \ 2 3 0 \quad {}_{1}$$

$$3 6 i_1 i_2 0$$

则端口特性为 $u i \ \ 4$ 或 $i u \ \ 0.25$

例 试求图(a)所示一端口电路的端口特性。



(a)

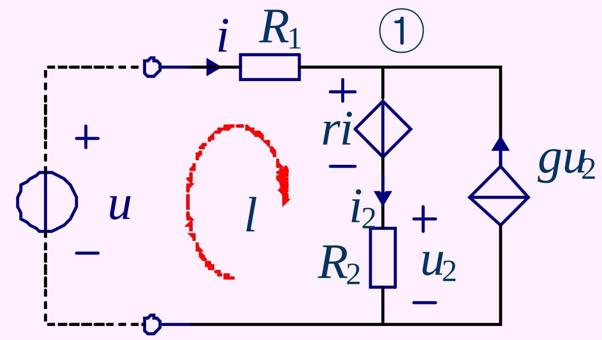
(b)

解：外加电压源u，如图(b)所示

对节点①列写KCL方程，得

$$i\,g\,u\,i\,g\,R\,i\,i_{2222}$$

$$\Rightarrow \quad i_2 \quad \frac{i}{1 \quad gR_2}$$



对回路l列写KVL方程，得

$$u\,R\,i\,r\,i\,R\,i_{122} \qquad 0$$

端口特性为

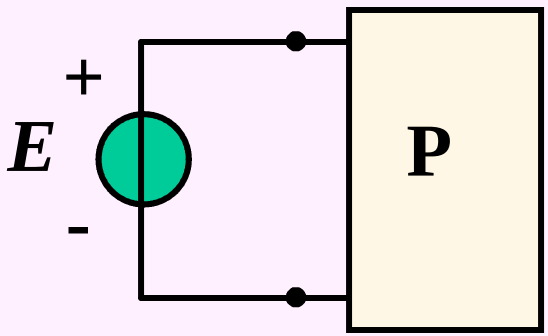
$$u\,R\,r\,i \quad {}_{1} \qquad \frac{R_2}{1 \quad gR_2}$$

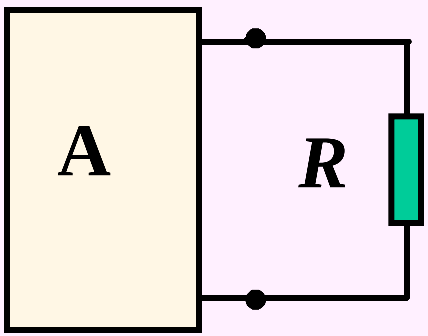
2.5　二端口电路及其端口特性

学习重点：

掌握各端口特性方程形式，参数的含义及求法。

❖一端口电路（二端电路）：

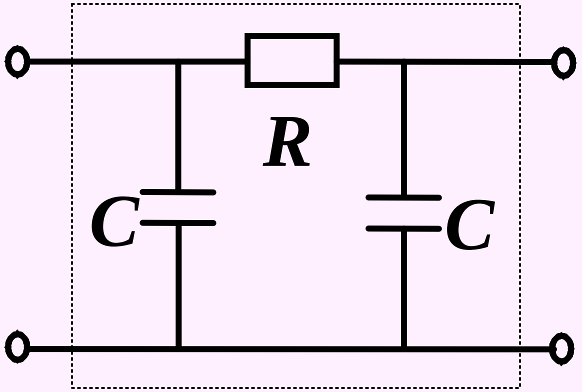




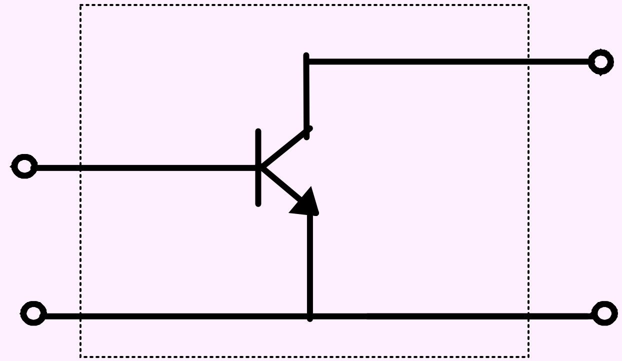
在工程实际中，研究信号及能量的传输和信号变换时，经常碰到如下形式的电路。

❖ 四端电路（网络）：

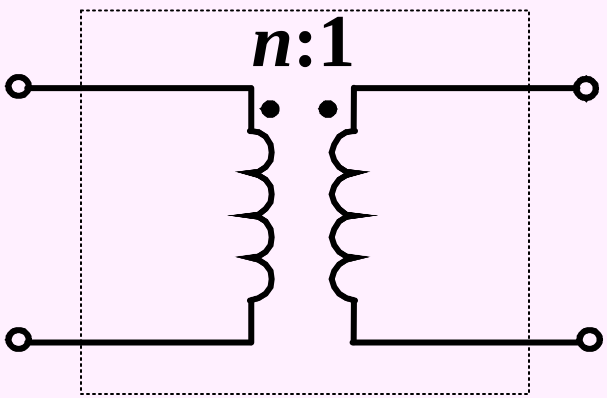
例:



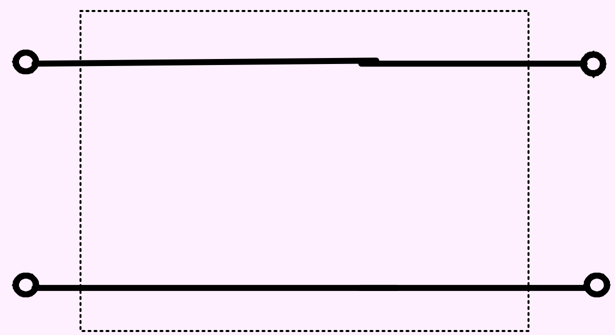
滤波器



三极管

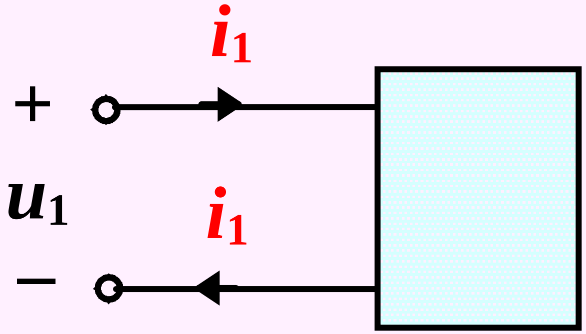


变压器



传输线

★ 端口 (Port)



端口由一对端钮构成，且满足如下端口条件：从一个端钮流入的电流等于从另一个端钮流出的电流。

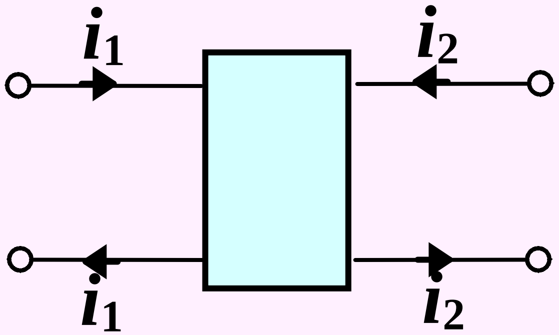
一、 二端口电路/网络（Two-Port Networks)

1.定义：当一个电路与外部电路通过两个端口连接时称此电路为二端口网络。

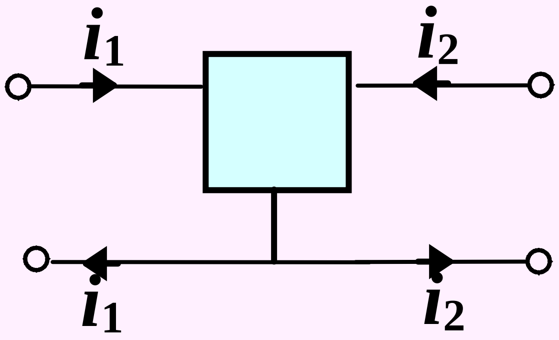
特点：一端口输入，另一端口输出。

实际意义：集成电路、电子器件从端口测试研究各端口之间的性能

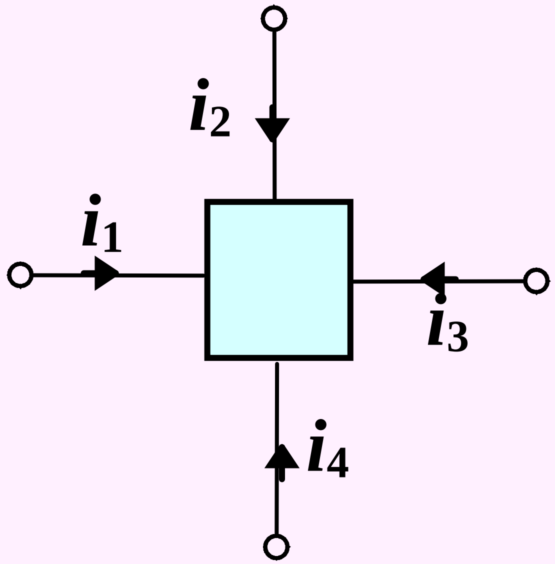
2. 二端口网络与四端网络的区别



二端口网络

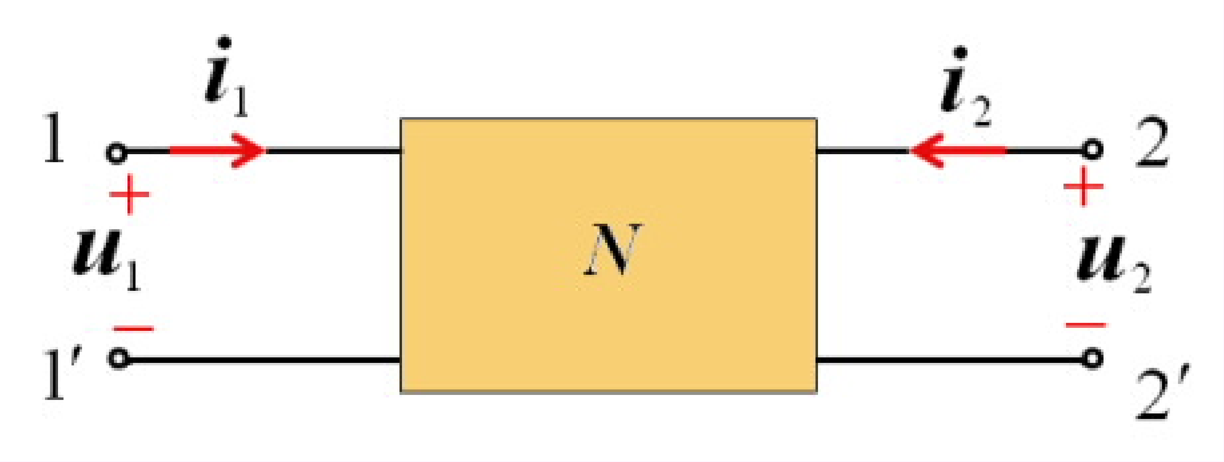


具有公共端的二端口网络

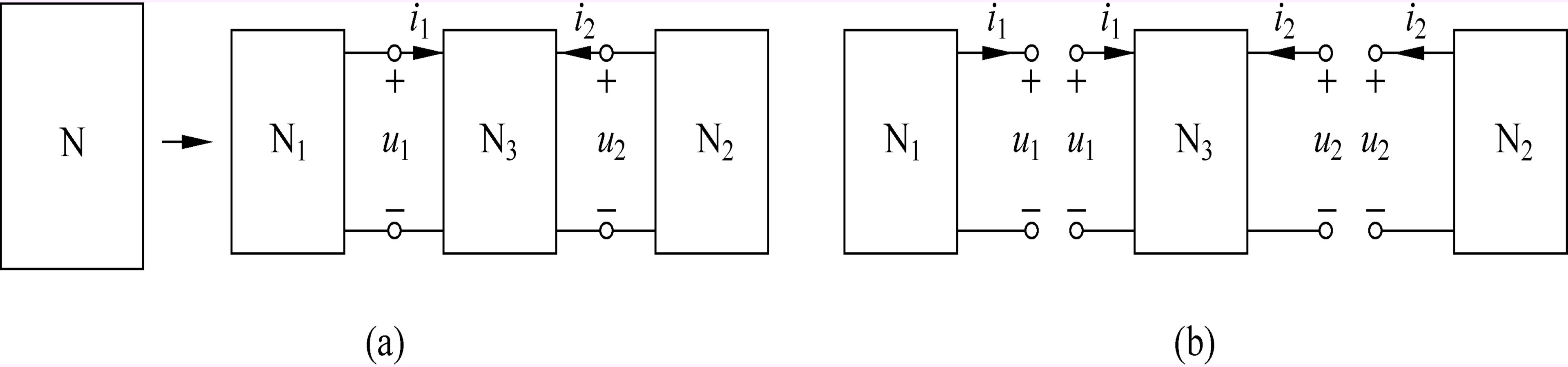


四端网络（四个端子电流不是两两成对相等）。

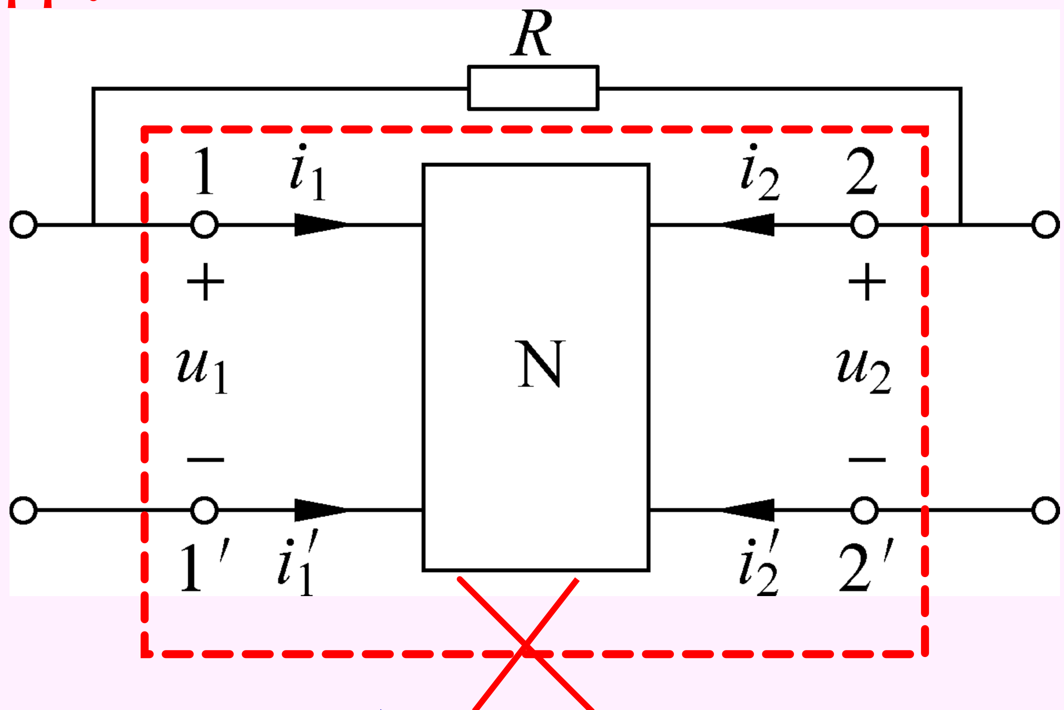
3. 电路符号及参考方向



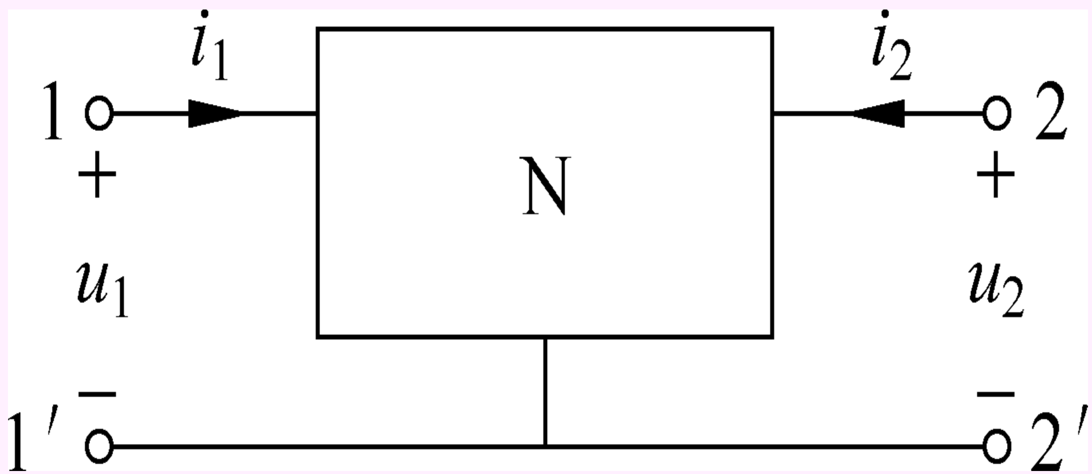
大电路可分解成由两个一端口电路和一个(或多个)二端口组成：



分解时注意端口条件：

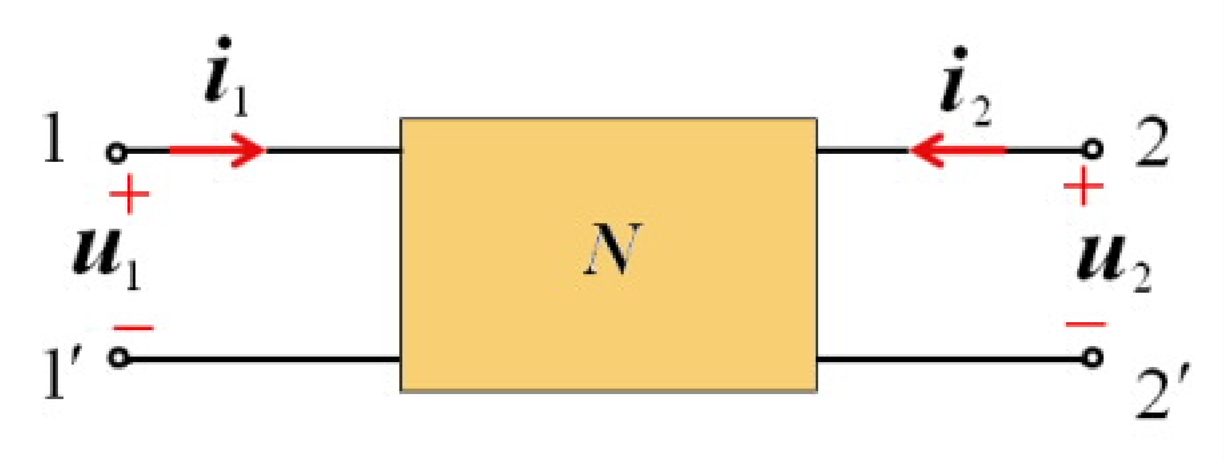


由三端电路构成的二端口电路：



二、 二端口电路的电压-电流关系

- 输入 端口1-1´
  输出 端口2-2´



- 端口物理量4个： u_1、i_1、u_2、i_2
- 端口电压电流方程 6 类
  （已知两个变量，表示另两个变量有 C_4^2 类）
- 有6套参数描述二端口网络

- 参数作用：
  ① 已知参数，可由一端口变量求另一端口变量；
  ② 用参数研究二端口传递信号、电能的性能；
  ③ 由简单二端口参数可求复杂二端口参数。

二端口电路的端口特性方程一般形式

$$\begin{matrix} \chi_{11} & \chi_{12} \\ \chi_{21} & \chi_{22} \end{matrix} \quad \begin{matrix} u_1 \\ u_2 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{matrix} \quad \begin{matrix} i_1 \\ i_2 \end{matrix} \qquad 0$$

1. R 参数二端口方程

将 i_1、 i_2 视为激励（自变量），

求 u_1、 u_2 — —响应（应变量）。

$$\begin{matrix} u_1 \\ u_2 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{matrix}^{1} \quad \begin{matrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{matrix} \quad \begin{matrix} i_1 \\ i_2 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{matrix} \quad \begin{matrix} i_1 \\ i_2 \end{matrix}$$

（2.5.3a）

矩阵形式

$$\begin{matrix} u_1 & & r_{11} & r_{12} & i_1 \\ u_2 & & r_{21} & r_{22} & i_2 \end{matrix}$$

令 $R \quad \begin{matrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{matrix}$ **R**称为 开路电阻矩阵.

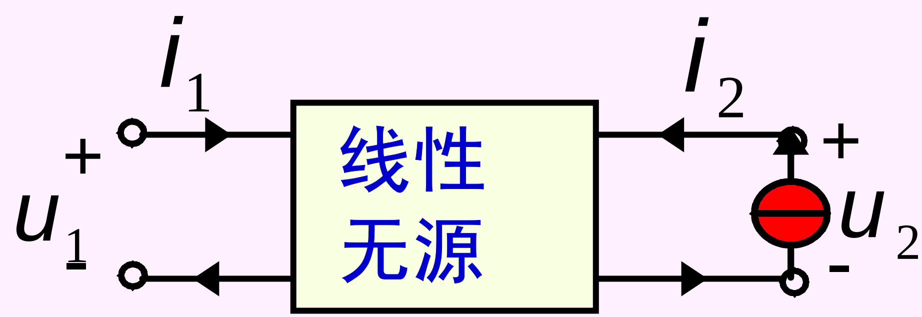
标量形式

$$\begin{matrix} u_1 & r_{11} i_1 & r_{12} i_2 \\ u_2 & r_{21} i_1 & r_{22} i_2 \end{matrix}$$

r参数的实验测定与物理含义

$$u_1 \quad r_{11}i_1 \quad r_{12}i_2$$
$$u_2 \quad r_{21}i_1 \quad r_{22}i_2$$

$$r_{11} \quad \frac{u_1}{i_1}\Big|_{i_2 \quad 0} \qquad r_{12} \quad \frac{u_1}{i_2}\Big|_{i_1 \quad 0}$$



$$r_{21} \quad \frac{u_2}{i_1}\Big|_{i_2 \quad 0} \qquad r_{22} \quad \frac{u_2}{i_2}\Big|_{i_1 \quad 0}$$

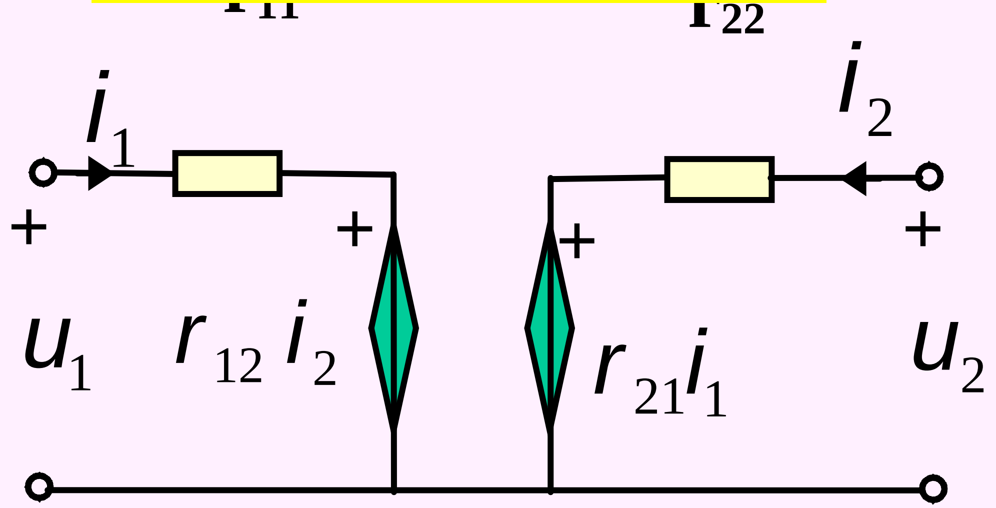
r参数又称开路电阻参数

R参数方程的等效电路

四个独立参数 → 用含受控源的电路模拟

可根据给定的r参数方程画出含受控源的等效电路。

$$u_1 \quad r_{11}i_1 \quad r_{12}i_2$$
$$u_2 \quad r_{21}i_1 \quad r_{22}i_2$$

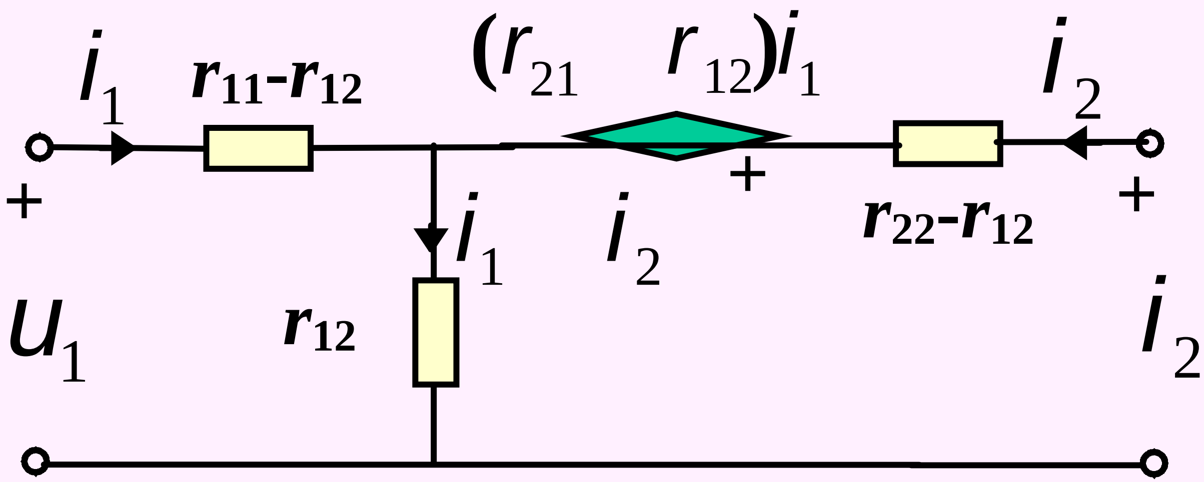


同一个参数方程，可以画出结构不同的等效电路。

将r参数方程改写为：

$$u_1 \quad r_{11}i_1 \quad r_{12}i_2 \quad r_{12}i_1 \quad r_{12}i_1$$

$$u_2 \quad r_{21}i_1 \quad r_{22}i_2 \quad r_{12}i_1 \quad r_{12}i_1 \quad r_{12}i_2 \quad r_{12}i_2$$



等效电路不唯一

例1 求下图所示二端口电路的R 参数矩阵。

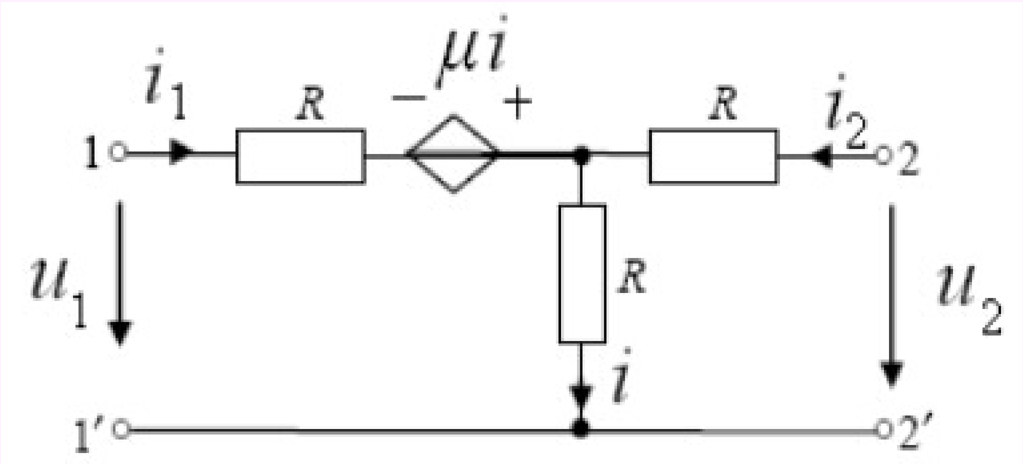
解： 方法1——用开路法求R参数。

$$r_{11} \quad \frac{u_1}{i_1}\Big|_{i_2 \quad 0} \quad 2R$$

$$r_{21} \quad \frac{u_2}{i_1}\Big|_{i_2 \quad 0} \quad R$$

$$r_{12} \quad \frac{u_1}{i_2}\Big|_{i_1 \quad 0} \quad R$$

$$r_{22} \quad \frac{u_2}{i_2}\Big|_{i_1 \quad 0} \quad 2R$$



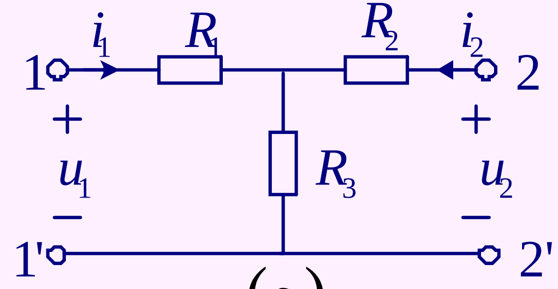
(b)

方法2——用列方程法求R参数。

$$u_1 \quad Ri_1 \quad (i_1 \quad i_2) \quad R(i_1 \quad i_2) \quad \boxed{(2R \quad)}\, i_1 \quad \boxed{(\quad R)}\, i_2$$

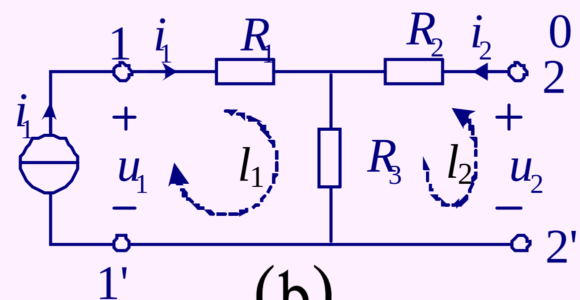
$$u_2 \quad Ri_2 \quad R(i_1 \quad i_2) \quad \boxed{R}\, i_1 \quad \boxed{(2R)}\, i_2$$

例 试求图(a)所示二端口电路的开路电阻参数。



(a)

解：先将端口2开路，端口1外接电流源i_1，如图(b)所示。



(b)

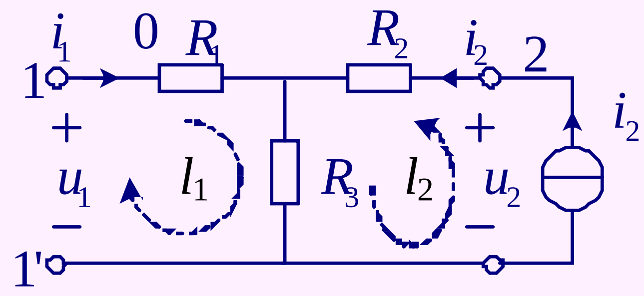
对回路l_1、l_2列写KVL方程得

$$u_1=(R_1+R_3)i_1$$

$$u_2=R_3 i_1$$

⇨ $r_{11}=R_1+R_3$，$r_{12}=R_3$

同理，再将端口1开路，端口2外接电流源$\boldsymbol{i_2}$，如图(c)所示



(c)

对回路$\boldsymbol{l_1}$、$\boldsymbol{l_2}$列写KVL方程得

$$u_1 R_3 i_2$$

$$u_2 R_2 R_3 i_2 ()$$

$$r_{21} R_3 r_{22} R_2 R_3 ,$$

求开路参数一般用网孔法列方程较方便。

二端口电路的端口特性方程一般形式

$$\begin{matrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{matrix} \quad \begin{matrix} u_1 \\ u_2 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{matrix} \quad \begin{matrix} i_1 \\ i_2 \end{matrix} \qquad 0$$

2. G 参数二端口方程

将 u_1、u_2 视为激励（自变量），求 i_1、i_2 ——响应（应变量）。

$$\begin{matrix} i_1 \\ i_2 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{matrix} \quad \begin{matrix} u_1 \\ u_2 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} i_1 \\ i_2 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{matrix}^{1} \quad \begin{matrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{matrix} \quad \begin{matrix} u_1 \\ u_2 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{matrix} \quad \begin{matrix} u_1 \\ u_2 \end{matrix}$$

令 $G \qquad \begin{matrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{matrix}$

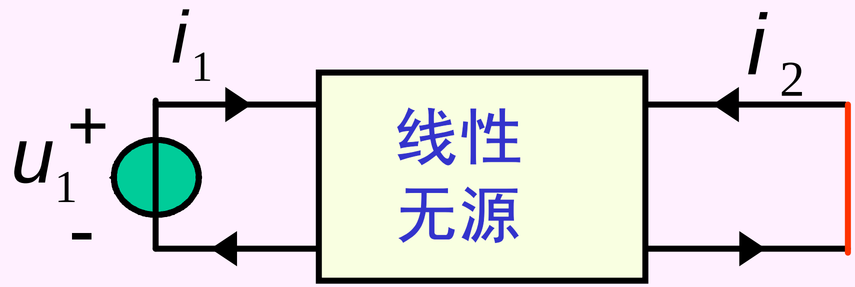
G称为 短路电导矩阵.

g参数的实验测定与物理含义

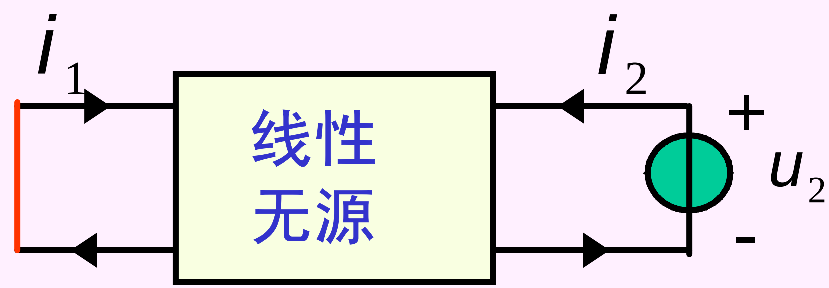
$i_1 \quad g_{11}u_1 \quad g_{12}u_2$

$i_2 \quad g_{21}u_1 \quad g_{22}u_2$

$Y_{11} \quad \frac{i_1}{u_1}\Big|_{u_2 \quad 0} \qquad Y_{12} \quad \frac{i_1}{u_2}\Big|_{u_1 \quad 0}$



$Y_{21} \quad \frac{i_2}{u_1}\Big|_{u_2 \quad 0} \qquad Y_{22} \quad \frac{i_2}{u_2}\Big|_{u_1 \quad 0}$

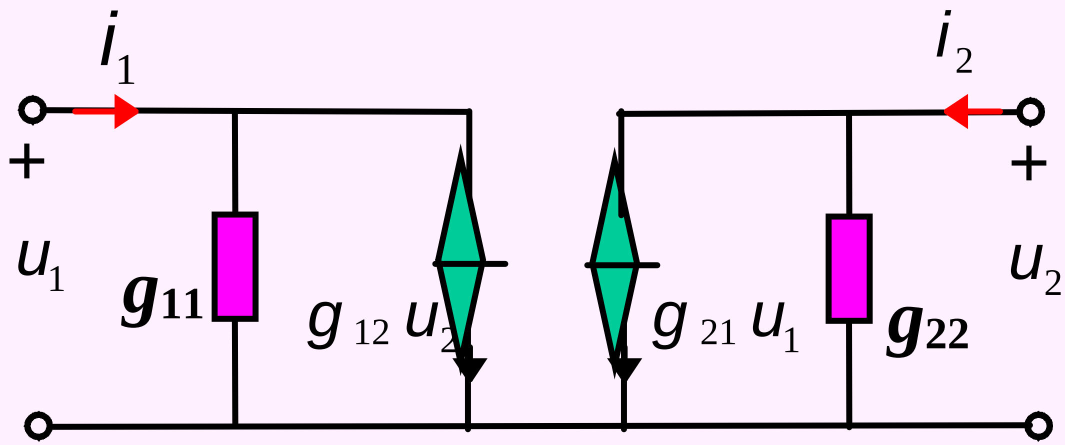


g参数又称短路电导参数

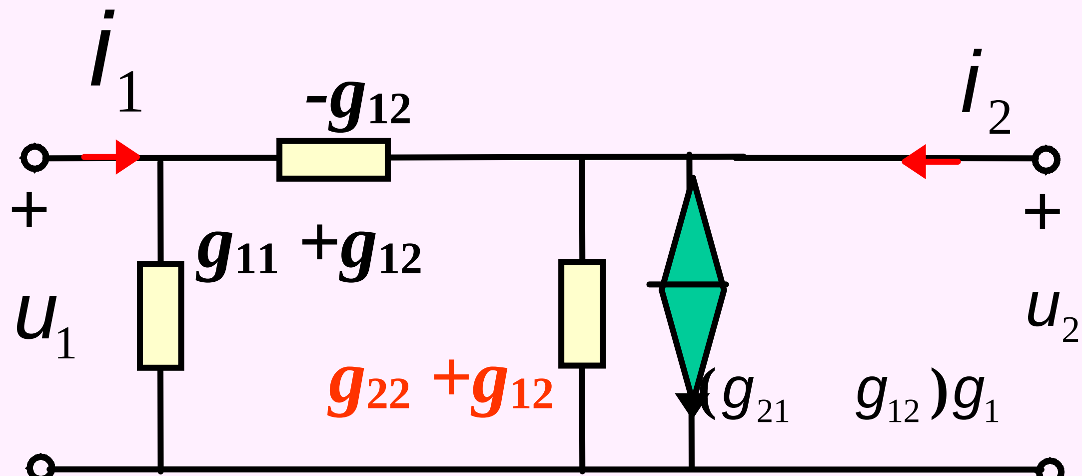
G参数方程的等效电路

$$i_1 \qquad g_{11}u_1 \qquad g_{12}u_2$$

$$i_2 \qquad g_{21}u_1 \qquad g_{22}u_2$$

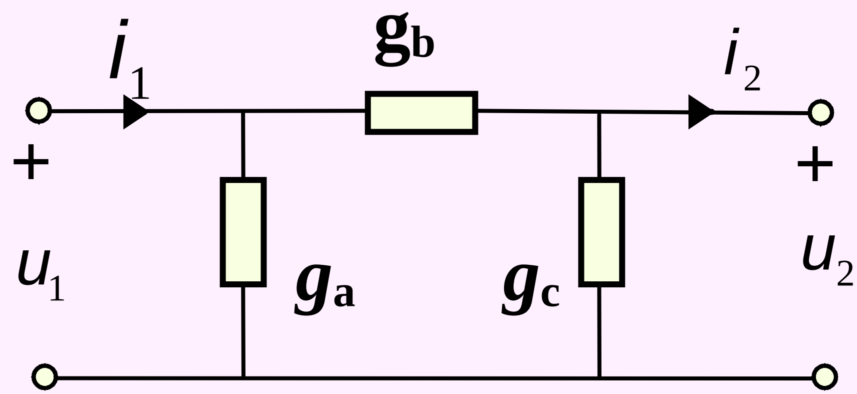


另一种形式：

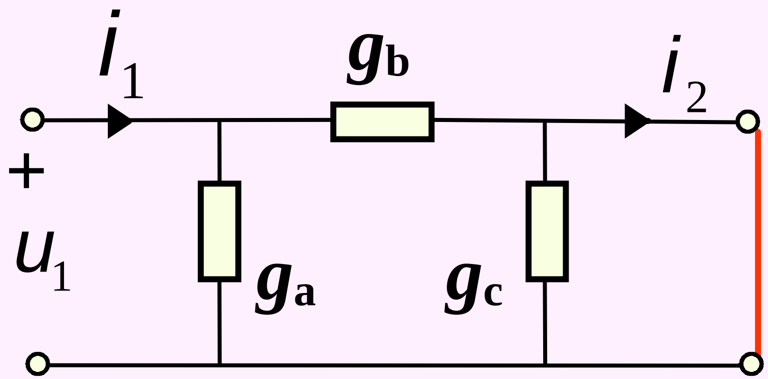


例2

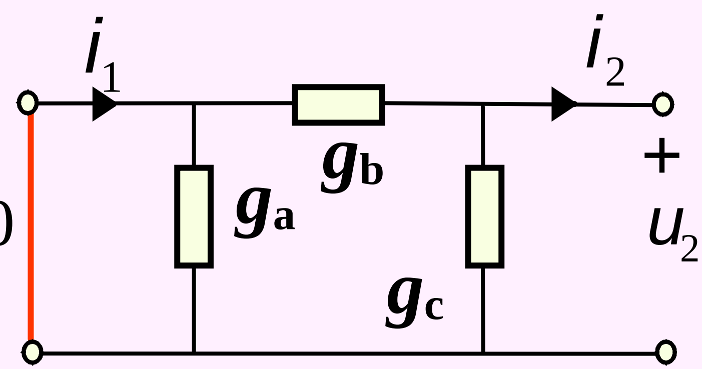
求如图所示二端口电路的G 参数。



解：用短路法求G参数。



$u_2 \quad 0$



$u_1 \quad 0$

$g_{11} \quad \frac{i_1}{u_1}\Big|_{u_2 \quad 0} \quad g_a \quad g_b$

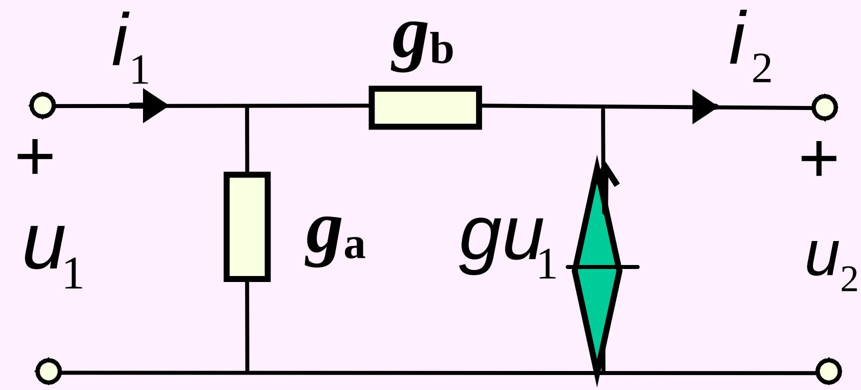
$g_{21} \quad \frac{i_2}{u_1}\Big|_{u_2 \quad 0} \quad g_b$

$g_{12} \quad \frac{i_1}{u_2}\Big|_{u_1 \quad 0} \quad g_b$

$g_{22} \quad \frac{i_2}{u_2}\Big|_{u_2 \quad 0} \quad g_b \quad g_c$

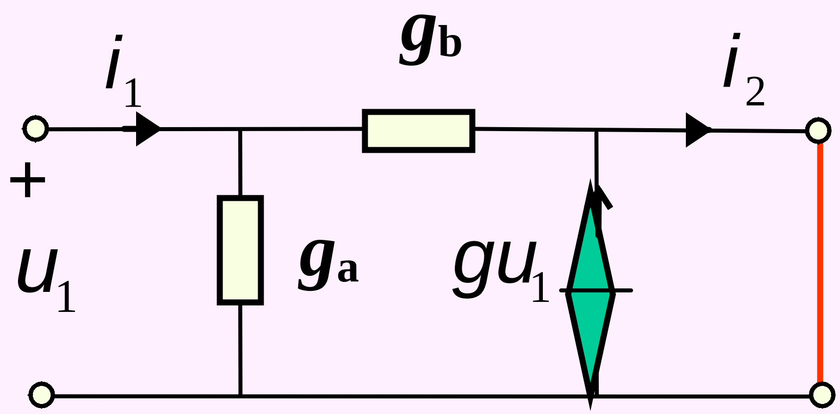
网络内部不含受控源：三个独立参数。

例3 求如图所示二端口电路的G 参数。



解:

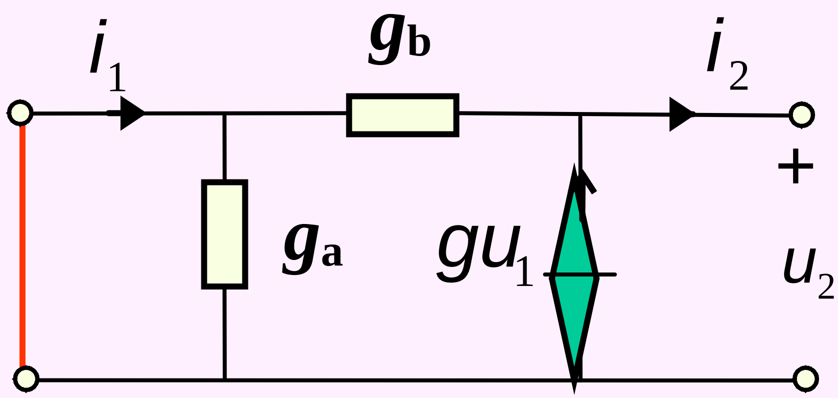
方法1——用短路法求G参数。



$u_2 \quad 0$

$$g_{11} \quad \frac{i_1}{u_1}\Big|_{u_2\ \ 0} \quad g_a \quad g_b$$

$$\gamma_{21} \quad \frac{i_2}{u_1}\Big|_{u_2\ \ 0} \quad \gamma_b \quad g$$

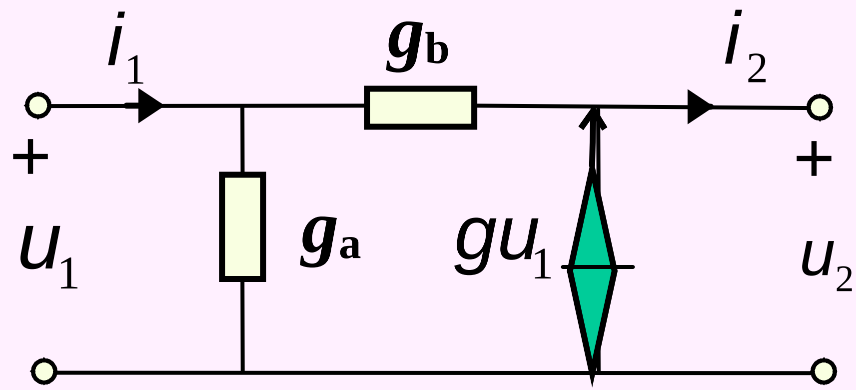


$u_1 \quad 0$

$$g_{12} \quad \frac{i_1}{u_2}\Big|_{u_1\ \ 0} \quad g_b$$

$$g_{22} \quad \frac{i_2}{u_2}\Big|_{u_1\ \ 0} \quad g_b$$

方法2——用列方程法求G参数。



$$i_1 \quad g_a u_1 \quad g_b(u_1 \quad u_2)$$
$$i_2 \quad g_b(u_2 \quad u_1) \quad gu_1$$

$$i_1 \quad (g_a \quad g_b)u_1 \quad g_b u_2$$
$$i_2 \quad (\quad g \quad g_b)u_1 \quad g_b u_2$$

$$\mathrm{G} \quad \begin{matrix} g_a \quad g_b & g_b \\ g \quad g_b & g_b \end{matrix}$$

网络内部有受控源：四个独立参数。

3. H 参数(混合参数)二端口方程

常用于晶体管等效电路

将u_2、i_1视为激励（自变量），求u_1、i_2——响应（应变量）。

$$\begin{cases} c_{11}u_1 + d_{12}i_2 + d_{11}i_1 + c_{12}u_2 = 0 \\ c_{21}u_1 + d_{22}i_2 + d_{21}i_1 + c_{22}u_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} c_{11} & d_{12} \\ c_{21} & d_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_1 \\ i_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & c_{12} \\ d_{21} & c_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} c_{11} & d_{12} \\ c_{21} & d_{22} \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} d_{11} & c_{12} \\ d_{21} & c_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

H 参数矩阵形式

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix}$$

称为**H** 参数矩阵

H 参数的实验测定与物理意义

$$u_1 \quad h_{11} i_1 \quad h_{12} u_2$$
$$i_2 \quad h_{21} i_1 \quad h_{22} u_2$$

1端口驱动点电阻 $h_{11} \quad \dfrac{u_1}{i_1}\Big|_{u_2 \quad 0}$

正向电流传输比 $h_{21} \quad \dfrac{i_2}{i_1}\Big|_{u_2 \quad 0}$

短路参数

反向电压传输比 $h_{12} \quad \dfrac{u_1}{u_2}\Big|_{i_1 \quad 0}$

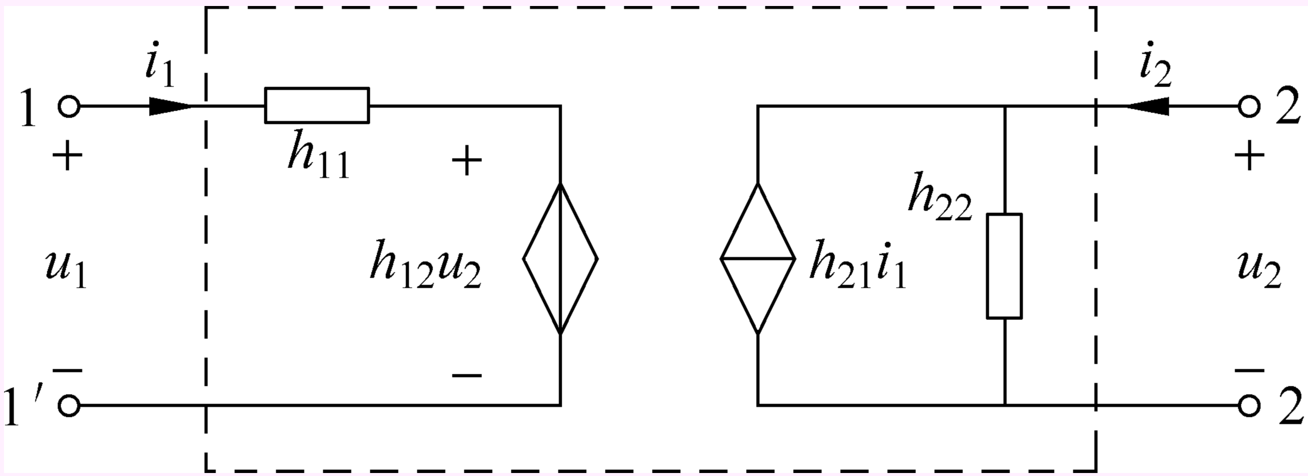
2端口驱动点电导 $h_{22} \quad \dfrac{i_2}{u_2}\Big|_{i_1 \quad 0}$

开路参数

H参数方程的等效电路

$$u_1 \quad h_{11} i_1 \quad h_{12} u_2$$

$$i_2 \quad h_{21} i_1 \quad h_{22} u_2$$



双极结型三极管H参数小信号模型

4. A参数 (传输参数) 二端口方程

实际问题：由一端变量求另一端变量，常用于传输线。

将u_2、i_2视为激励（自变量），

求u_1、i_1——响应（应变量）。

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} c_{11} & d_{11} \\ c_{21} & d_{21} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} c_{12} & -d_{12} \\ c_{22} & -d_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ -i_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} c_{11}u_1 + d_{12}i_2 + d_{11}i_1 + c_{12}u_2 = 0 \\ c_{21}u_1 + d_{22}i_2 + d_{21}i_1 + c_{22}u_2 = 0 \end{cases}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} c_{11} & d_{11} \\ c_{21} & d_{21} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} c_{12} & -d_{12} \\ c_{22} & -d_{22} \end{bmatrix}$$

矩阵形式

$$\begin{matrix} u_1 \\ i_1 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{matrix} \qquad \begin{matrix} u_2 \\ i_2 \end{matrix}$$

(注意负号）

$$\mathrm{A} \qquad \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{matrix}$$

称为**A 参数矩阵**

A参数的实验测定与物理意义

$$u_1 \quad a_{11}u_2 \quad a_{12}i_2$$
$$i_1 \quad a_{21}u_2 \quad a_{22}i_2$$

反向电压传输比 $a_{11} \quad \left.\frac{u_1}{u_2}\right|_{i_2 \quad 0}$

反向转移电导 $a_{21} \quad \left.\frac{i_1}{u_2}\right|_{i_2 \quad 0}$

$\Big\}$ 开路参数

反向转移电阻 $a_{12} \quad \left.\frac{u_1}{i_2}\right|_{u_2 \quad 0}$

反向电流传输比 $a_{22} \quad \left.\frac{i_1}{i_2}\right|_{u_2 \quad 0}$

$\Big\}$ 短路参数

5. $\hat{\mathrm{A}}$参数二端口方程

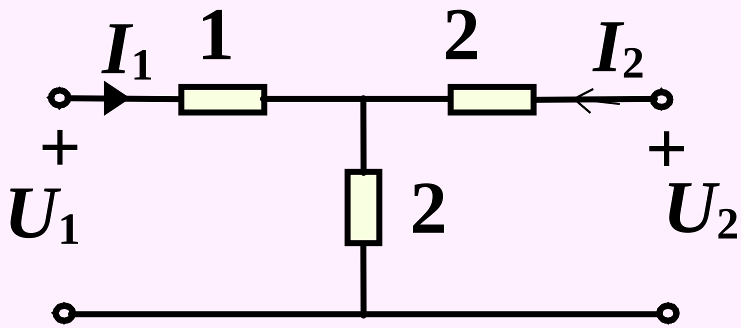
$$\begin{array}{lll} u_2 & a_{11}u_1 & a_{12}i_1 \\ i_2 & a_{21}u_1 & a_{22}i_1 \end{array}$$

6. $\hat{\mathrm{H}}$参数二端口方程

$$\begin{array}{lll} i_1 & \hat{h}_{11}u_1 & \hat{h}_{12}i_2 \\ u_2 & \hat{h}_{21}u_1 & \hat{h}_{22}i_2 \end{array}$$

例4

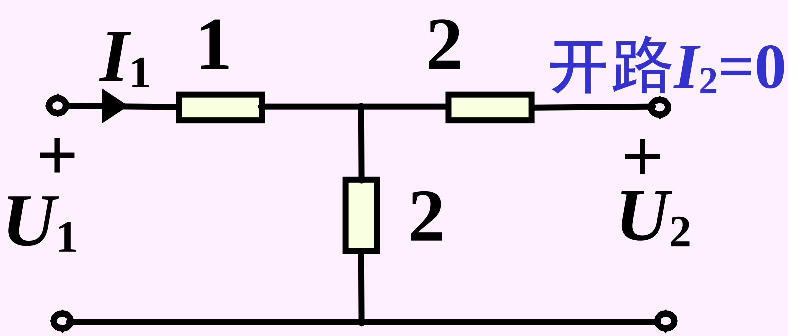
求A参数

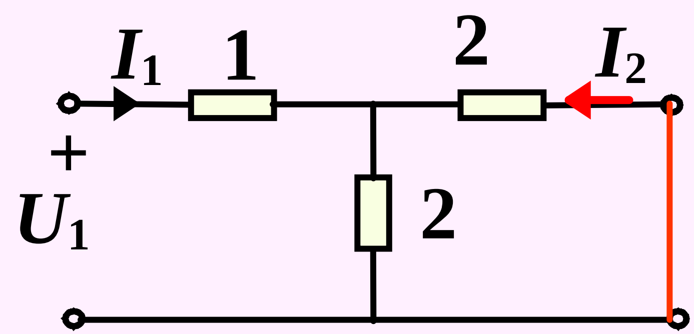


$$u_1\quad a_{11}u_2\quad a_{12}i_2$$
$$i_1\quad a_{21}u_2\quad a_{22}i_2$$

解：

开短路法





$$a_{11}\quad \frac{U_1}{U_2}\Big|_{I_2\ \ 0}\quad \frac{1\quad 2}{2}\quad 1.5 \qquad a_{12}\quad \frac{U_1}{I_2}\Big|_{U_2\ \ 0}\quad \frac{I_1[1\quad (2//2)]}{0.5I_1}\quad 4$$

$$a_{21}\quad \frac{I_1}{U_2}\Big|_{I_2\ \ 0}\quad 0.5\ S \qquad a_{22}\quad \frac{I_1}{I_2}\Big|_{Y_2\ \ 0}\quad \frac{I_1}{0.5I_1}\quad 2$$

三. 各参数间的关系

问题: $r_{11} ? \dfrac{1}{g_{11}}$ $r_{12} ? \dfrac{1}{g_{12}}$ …

$$\begin{matrix} i_1 \\ i_2 \end{matrix} \quad \begin{matrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{matrix} \quad \begin{matrix} u_1 \\ u_2 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} u_1 \\ u_2 \end{matrix} \quad \begin{matrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{matrix} \quad \begin{matrix} i_1 \\ i_2 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{matrix} \quad \begin{matrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{matrix}^{1}$$

二端口电路各参数间的关系

同一个二端口电路的六种参数之间是可以互相换算的，见表2.5.2。

***R*参数换算为例**

已知***R***参数表达的二端口方程为

$$u_1 \quad i_1 \qquad r_{11} \quad r_{12}$$

$$u_2 \quad i_2 \qquad r_{21} \quad r_{22}$$

由***R***参数表示的***G***参数矩阵为

$$i_1 \; u_1 \; u_1 \qquad r_{11} \; r_{12} \; r_{22} \; r_{12} \qquad ^{1} \qquad \frac{1}{r}$$

$$i_2 \; u_2 \; u_2 \qquad r_{21} \; r_{22} \; r_{21} \; r_{11}$$

各参数间的关系可从一种参数方程推导出另一种参数方程来得到：

例： G → A

$$i_1 \quad g_{11}u_1 \quad g_{12}u_2 \qquad (1)$$
$$i_2 \quad g_{21}u_1 \quad g_{22}u_2 \qquad (2)$$

→

$$u_1 \quad a_{11}u_2 \quad a_{12}i_2$$
$$i_1 \quad a_{21}u_2 \quad a_{22}i_2$$

由(2)得：

$$u_1 \quad \boxed{\frac{g_{22}}{g_{21}}} u_2 \quad \boxed{\frac{1}{g_{21}}} i_2 \qquad (3)$$

将(3)代入(1)得：

$$i_1 \quad \boxed{g_{12} \quad \frac{g_{11}g_{22}}{g_{21}}} u_2 \quad \boxed{\frac{g_{11}}{g_{21}}} i_2$$

即得

$$a_{11} \quad \frac{g_{22}}{g_{21}} \qquad a_{12} \quad \frac{1}{g_{21}} \qquad a_{21} \quad \frac{g}{g_{21}} \qquad a_{22} \quad \frac{g_{11}}{g_{21}}$$

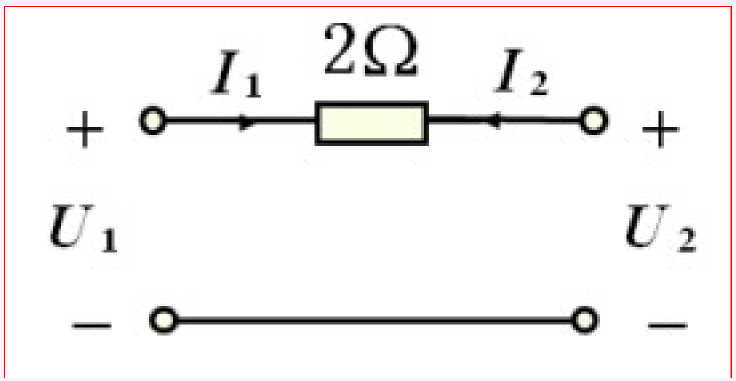
小结

1. 共有六套参数可用来描述二端口网络的端口外特性。

2. 为什么用这么多参数表示?

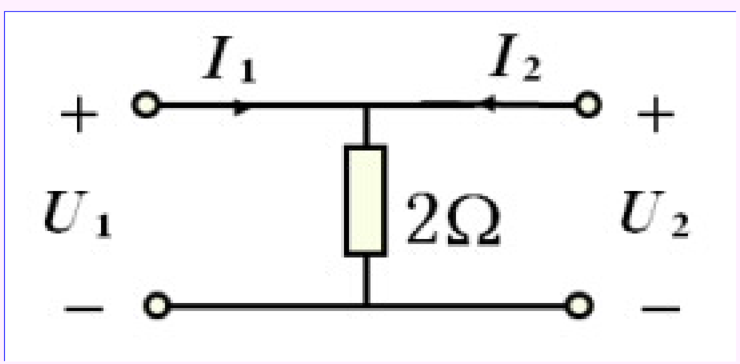
（1）为描述电路方便，测量方便。

（2）有些电路只存在某几种参数。



$G \quad \begin{matrix} 0.5\text{s} & 0.5\text{s} \\ 0.5\text{s} & 0.5\text{s} \end{matrix}$

R参数 不存在



$R \quad \begin{matrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{matrix}$

G 参数不存在

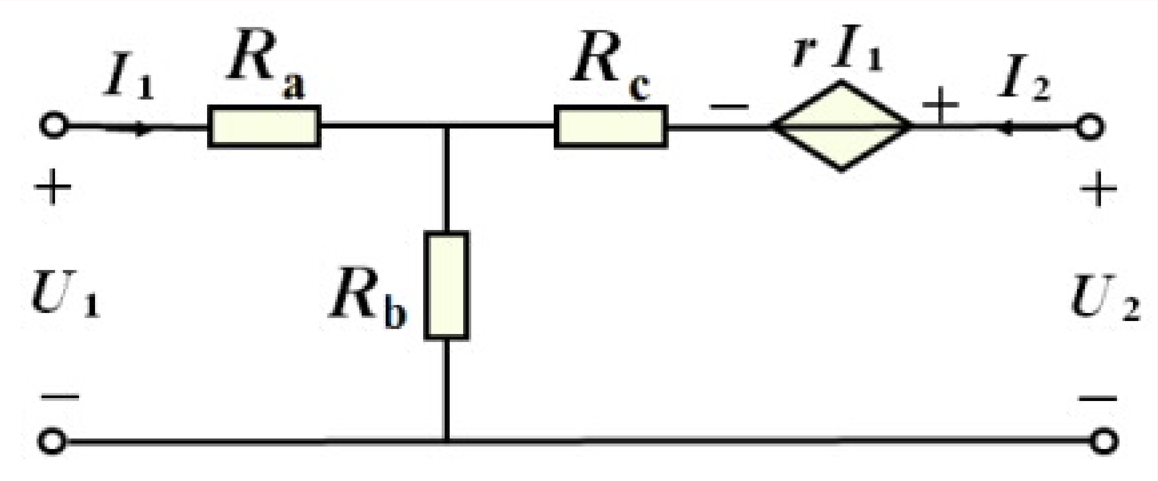
3. 以不同的方式连接的二端口可用不同的参数表示。

4. 不含受控源的二端口电路具有三个独立参数。

5．一般情况下，含有受控源的二端口电路的四个参数是独立的。

练习1

求如图二端口电路的R 参数。



解： 列方程法

$$U_1 = R_a I_1 + R_b(I_1 + I_2)$$

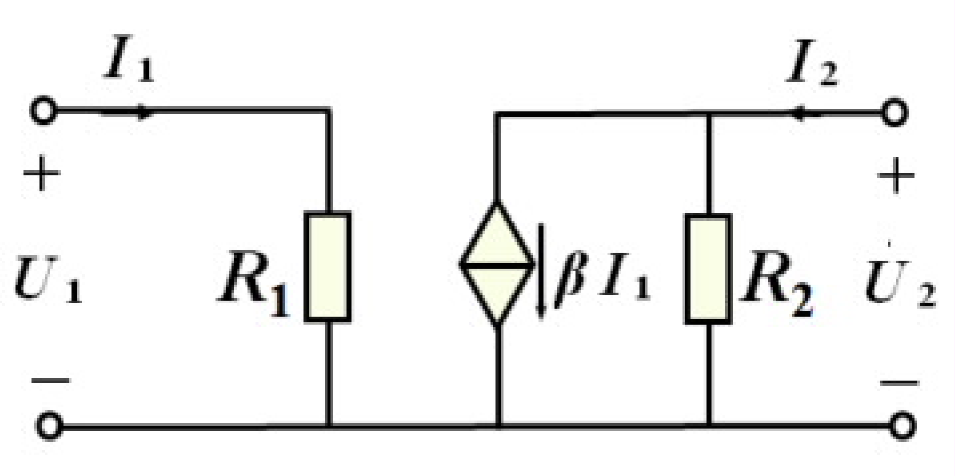
$$U_2 = rI_1 + R_c I_2 + R_b(I_1 + I_2)$$

$$R = \begin{bmatrix} R_a + R_b & R_b \\ r + R_b & R_b + R_c \end{bmatrix}$$

网络内部有受控源：四个独立参数。

练习2

求H参数。



解：列方程法

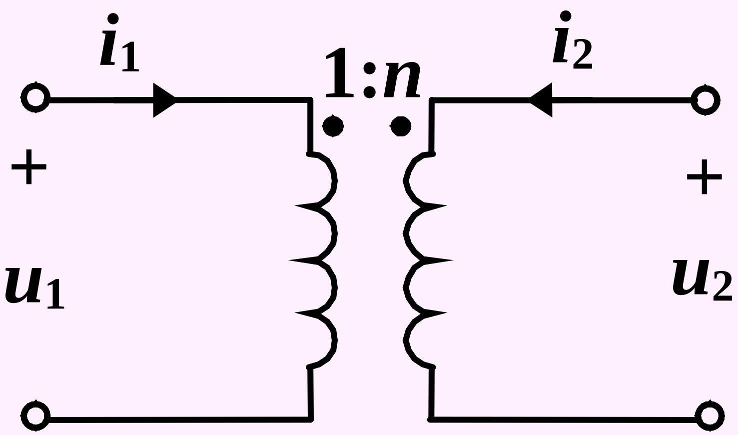
$$U_1 \qquad R_1 I_1$$

$$I_2 \qquad I_1 \quad \frac{1}{R_2} U_2$$

$$\mathbf{H} \qquad \begin{matrix} R_1 & 0 \\ & 1/R_2 \end{matrix}$$

练习3

求A参数



解:

$$u_1 \qquad \frac{1}{n}u_2$$

$$i_1 \qquad n i_2$$

即 $$\begin{matrix} u_1 \\ i_1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \frac{1}{n} & 0 \\ 0 & n \end{matrix} \quad \begin{matrix} u_2 \\ i_2 \end{matrix}$$

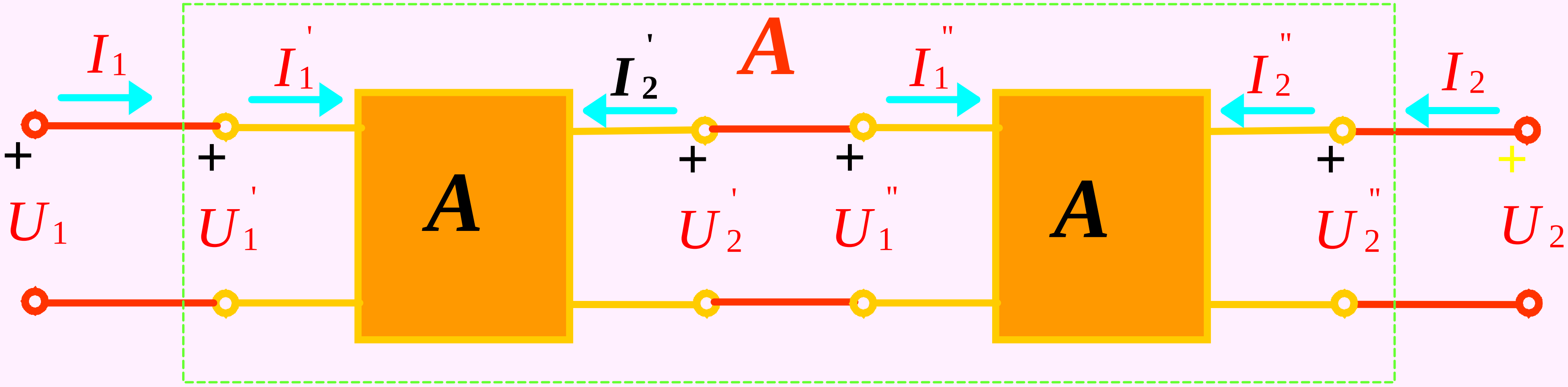
则 $$A \quad \begin{matrix} \frac{1}{n} & 0 \\ 0 & n \end{matrix}$$

作业# 2.28,2.31

二端口的联接

一个复杂二端口网络可以看作是由若干简单的二端口 按某种方式联接而成，这将使电路分析得到简化；

1. 级联(链联)



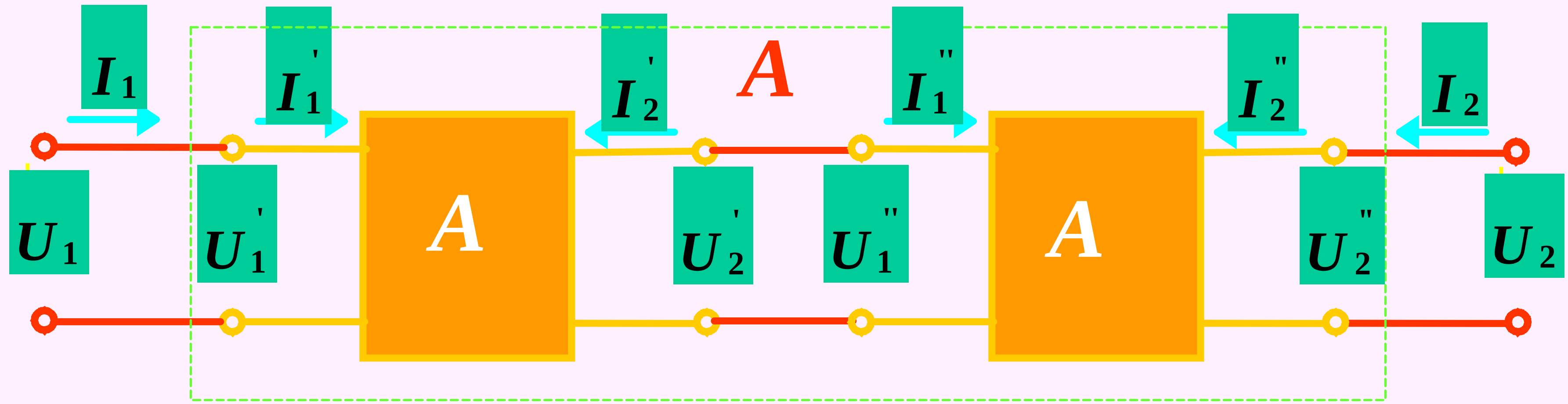
设 $[T] = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ $\quad [T] = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$

即 $\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$ $\quad \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$

级联后 $\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$

则 $\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$



则

ABABAB　　　　AABCABBD

CDCDCD　　　　CADCCBDD

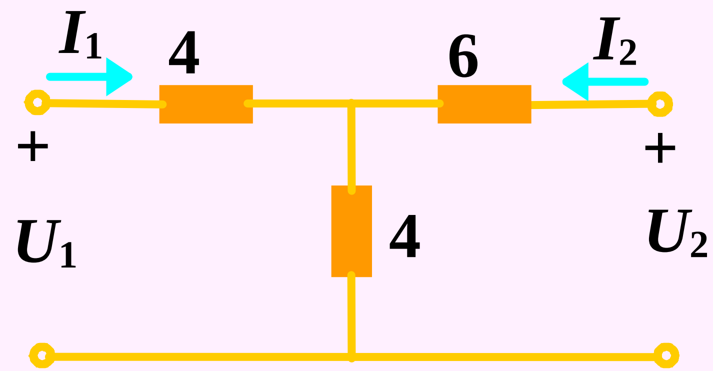
即：　AAA

结论

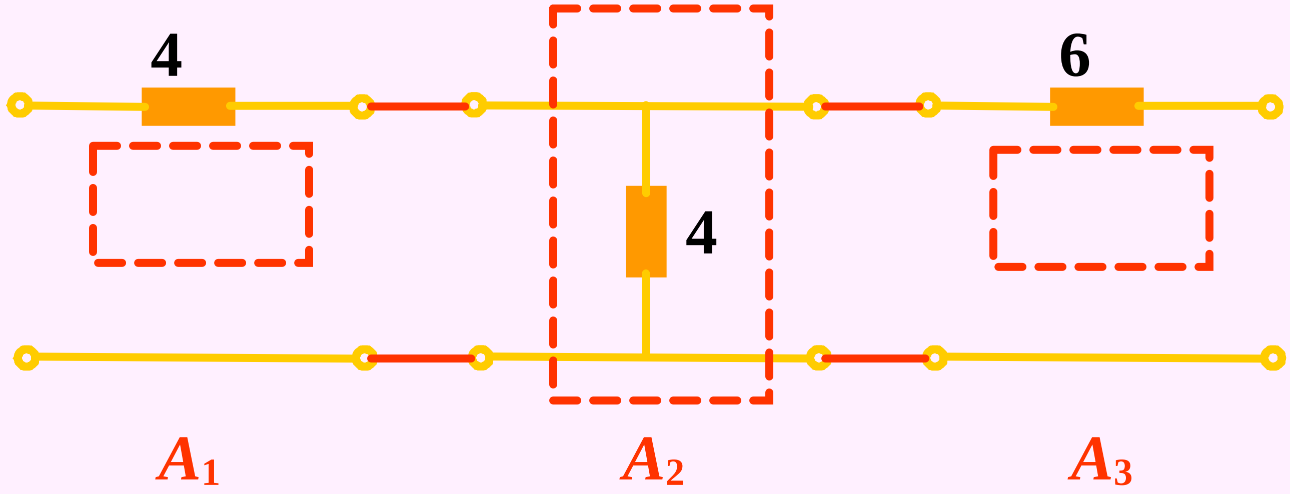
级联后所得复合二端口A 参数矩阵等于级联的二端口A 参数矩阵相乘。上述结论可推广到n个二端口级联的关系。

例 易求出

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 4\,\text{Ù} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0.25\ \text{S} & 1 \end{bmatrix} \qquad A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 6\,\text{Ù} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$



则 [A][A][A][A]$_{123}$

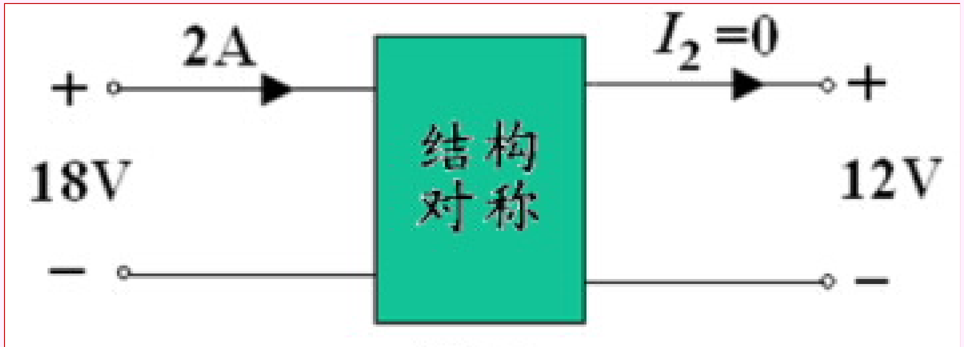
Ù41016216

010.251010.25 S2.5

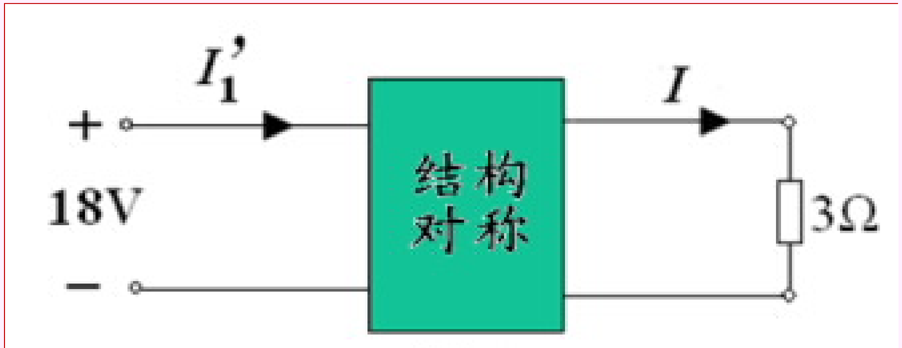
结论

级联后所得复合二端口$\boldsymbol{A}$参数矩阵等于级联的二端口$\boldsymbol{A}$参数矩阵相乘。上述结论可推广到$\boldsymbol{n}$个二端口级联的关系。

课堂讨论题



图(a)



图(b)

已知：结构对称的二端口电路在两种状态下的电压电流参数如图(a)及(b)所示。

求：电流I=？