习题：1，4，5，7，11

11．注

$$q_{v1} = q_{v0} \times \frac{T_1}{T_0} \times \frac{p_0}{p_1} \qquad \underbrace{\phi 114mm}_{\text{管外径}} \times \underbrace{4.5mm}_{\text{壁厚}}$$

1.2 流体静力学

这是对流体流动特性的简化，先研究其静止的状态，然后逐步深入。

每一章节都对以下四方面进行研究：

1. *研究的内容*
2. *研究的方法*
3. *主要结论*
4. *如何应用*

1.2.1 静力学基本方程

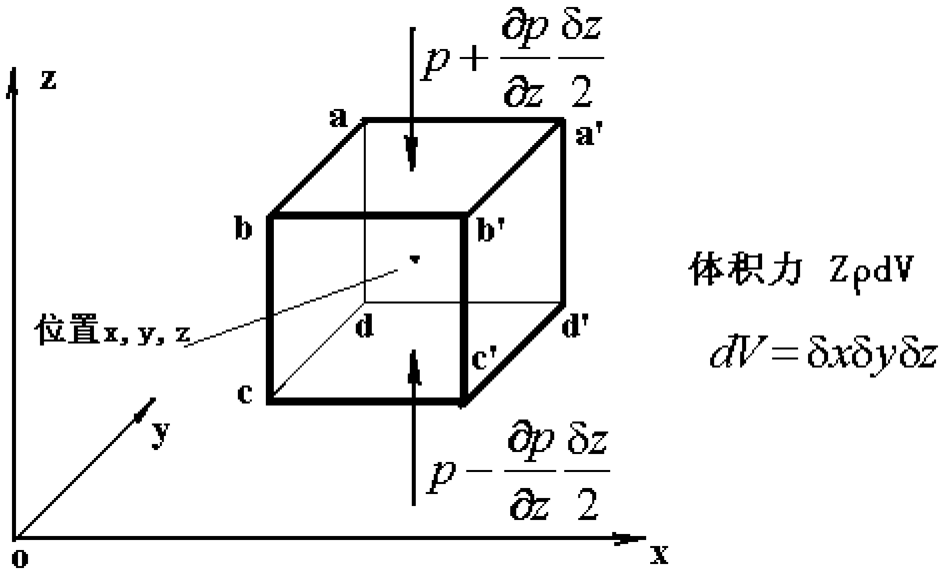
静止流体中压强分布 → 研究的内容

静止流体中能量分布

取流体微元作力的分析 → 研究的方法

上节课已提到流体受

体积力$\begin{cases}\text{重力}\\ \text{离心力}\end{cases}$ 表面力$\begin{cases}\text{压力}\\ \text{剪力}\end{cases}$



中心点 A 的坐标为(x,y,z),边长为 δx, δy, δz

（1）表面力

由于是静止流体，不存在剪力。因而作用在立方体微元上的表面力只是压力。

中心点 **A** 的压强设为 ***p***,沿 ***x*** 方向作用于

$abcd$ 面的压强为 $p-\frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial x}\delta x$

$a'b'c'd'$ 面的压强为 $p+\frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial x}\delta x$

$abcd$ 面的压力为 $(p-\frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial x}\delta x)\delta y\delta z$

$a'b'c'd'$ 面的压力为 $(p+\frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial x}\delta x)\delta y\delta z$

对于其他表面，也可以写出相应的表达式

（2）体积力

设单位质量流体上的体积力沿 ***x,y,z*** 方向上分别为 ***X, Y, Z***

则该微元受的体积力分别为$\rho X\delta x\delta y\delta z$，

$\rho Y\delta x\delta y\delta z$，$\rho Z\delta x\delta y\delta z$

该流体微团处于静止状态，$\sum F_{外}=0$

对 x 方向：

$$(p-\frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial x}\delta x)\delta y\delta z-(p+\frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial x}\delta x)\delta y\delta z+\rho X\delta x\delta y\delta z=0$$

简化成 $X-\frac{\partial p}{\partial x}\cdot\frac{1}{\rho}=0$

同理 $Y-\frac{\partial p}{\partial y}\cdot\frac{1}{\rho}=0$， $Z-\frac{\partial p}{\partial z}\cdot\frac{1}{\rho}=0$

将上述方程组分别乘以 dx,dy,dz 并相加可得：

$$\frac{1}{\rho}(\frac{\partial p}{\partial x}dx+\frac{\partial p}{\partial y}dy+\frac{\partial p}{\partial z}dz)-(Xdx+Ydy+Zdz)=0$$

∵ $p=f(x,y,z)$ 点特征

∴ $dp=\rho(Xdx+Ydy+Zdz)$

在重力场中简化：

$X=0$ $Y=0$ $Z=-g$

∴ $dp+\rho gdz=0$

当为不可压缩流体，上式积分得：

$$\frac{p_1}{\rho}+z_1g=\frac{p_2}{\rho}+z_2g=常数$$

由此方程得出结论：

(1) 压强分布

？ 在海水与清水中哪个所受的压强大（同样深度）

▲在海水中大

结论：p 是与 ρ，z 有关的

(2) 能量分布

$\frac{p}{\rho}$单位质量的压强能

zg 单位质量的位能

因而静力学方程描述：

压强能＋位能＝常数（总势能）

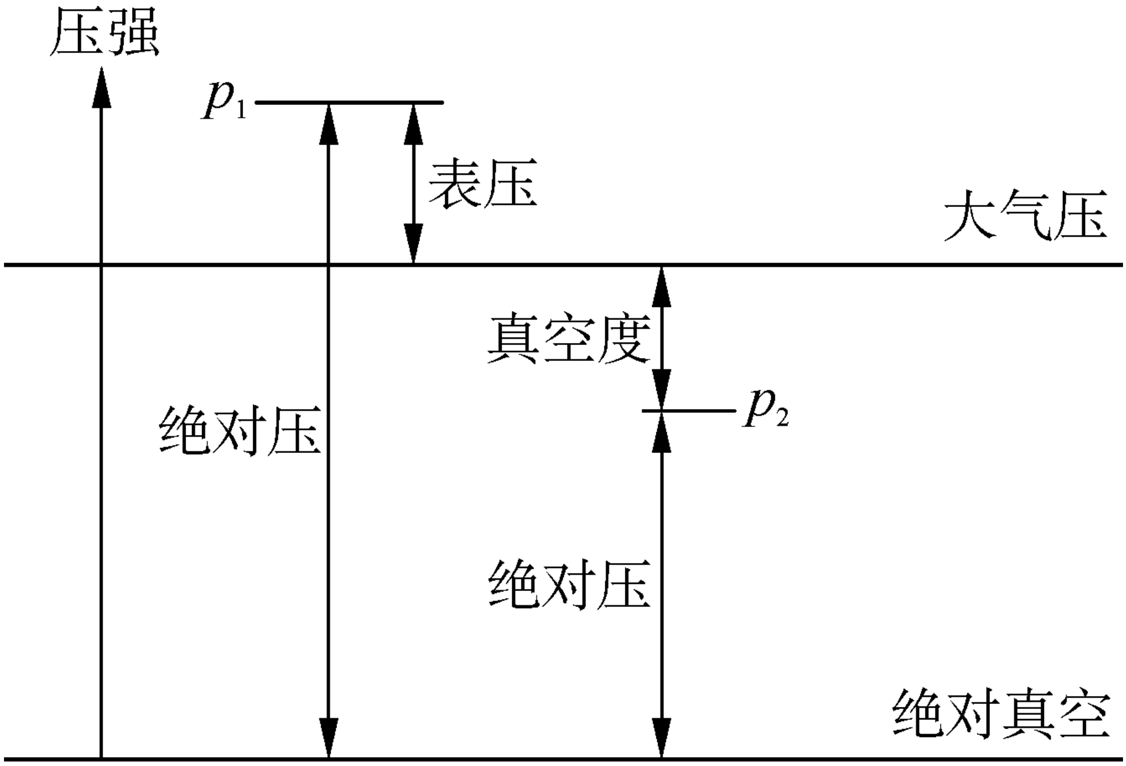
引入虚拟压强 $\mathscr{P} = p + \rho zg$

$\mathscr{P}/\rho$：单位质量的总势能

J/kg(N．m/kg)

1.2.2 压强基准和度量单位

1．两种基准
- **绝对压强**
- **相对压强**
  - **表压**
  - **真空度**



必须强调当地大气压重要性

如：在上海操作某一减压塔，正常操作时的真空表读数为 96kPa，若在兰州也要使此塔正常操作，其压力表读数应控制在______ kPa(上海 $1p_a$=101.3kPa,兰州 85.3kPa)

2．三种度量单位

物理大气压　1atm=1.013×10^5Pa

工程大气压　1at=9.81×10^4Pa

液柱高度　mH_2O　mmHg　m 油柱

1.2.3 静力学方程的应用

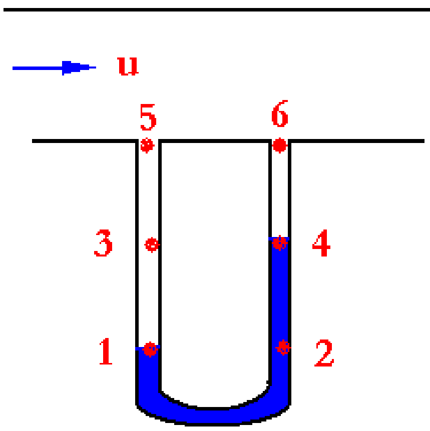
首先建立：等压面的概念

1．静止流体处于同一水平面

2．同一介质

3．连续

例 1：试比较 p_1,p_2,p_3,p_4,p_5,p_6 的大小



解：对同一 ρ_i $\mathscr{P}_1=\mathscr{P}_2$

$p_1+z_1\rho_i g=p_2+z_2\rho_i g$

$\because z_1=z_2 \quad \therefore p_1=p_2$

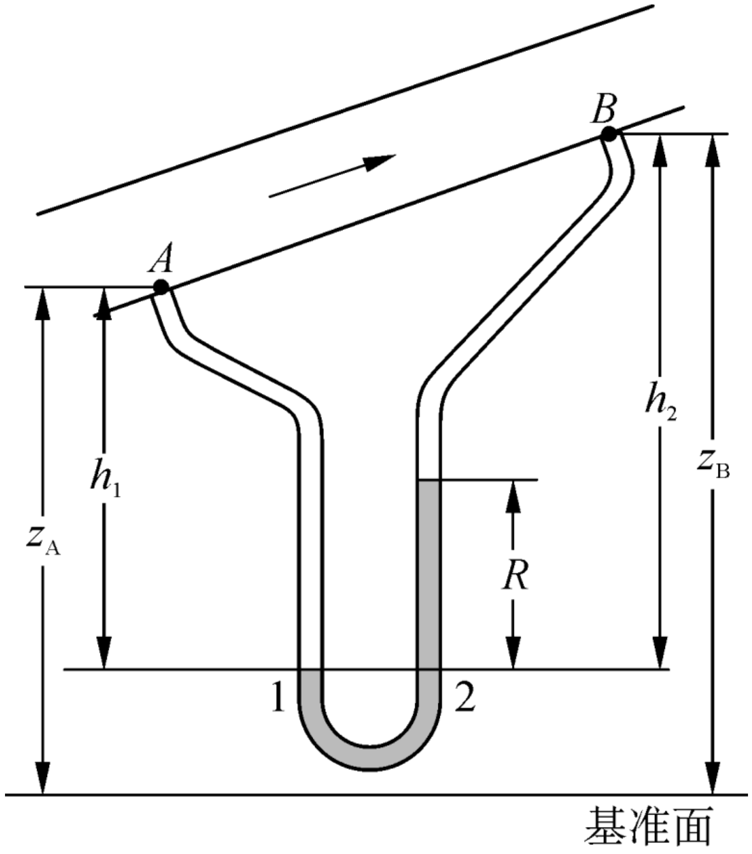
$p_3>p_4 \quad p_5>p_6$

$(p_3=p_1-\rho zg \quad p_4=p_2-\rho_i zg)$

p_3,p_4 非同一介质，不连续，

p_5,p_6 不连续，

1.应用之一　　压强的测量：



$p_1=p_2$ 为等压面

$\therefore p_1=p_A+\rho g h_1$

$p_2=p_B+\rho g(h_2-R)+\rho_i gR$

$(p_A+\rho g h_1+\rho g h)-(p_B+\rho g h_2+\rho g h)=R(\rho_i-\rho)g$

即$(p_A+\rho g z_A)-(p_B+\rho g z_B)=(\mathscr{P}_A-\mathscr{P}_B)=R(\rho_i-\rho)g$

由此得出：

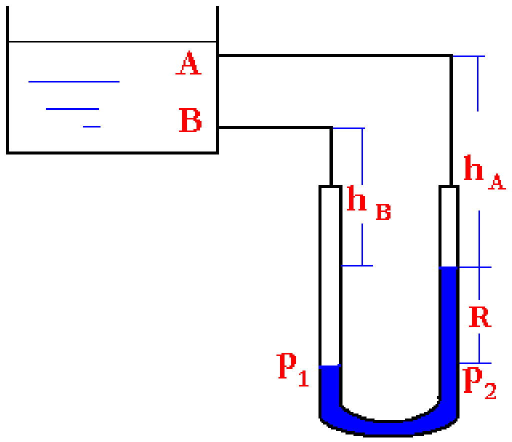
$$\Delta\mathscr{P}_{AB}=\mathscr{P}_A-\mathscr{P}_B=Rg(\rho_i-\rho)$$

其次建立：

U 形压差计测 $\Delta\mathscr{P}$ 虚拟压强差，而不是压强差。

要注意：$\mathscr{P}$ 是与 ρ 有关的，运用计算时，两边流体密度必须一致。

例 2:若 U 形压差计足够长,$\rho_1>\rho_2$,试比较 R_1_____R_2



解 1:

$p_B+\rho g h_B+R\rho g=p_A+h_A\rho g+\rho_i gR$

$p_B-p_A=(h_A-h_B)\rho g+R(\rho_i-\rho)g$

$\because p_B=p_A+(h_A-h_B)\rho g$　静力学方程

$\therefore R(\rho_i-\rho)g=0$

$\because \rho_i>\rho$　　$\therefore R=0$

解 2:　用 $\mathscr{P}$解

$\mathscr{P}_B-\mathscr{P}_A=R(\rho_i-\rho)g$

根据静力学方程

$p_B+\rho g h_B=p_A+\rho g h_A$

$\therefore$　$\mathscr{P}_A=\mathscr{P}_B$

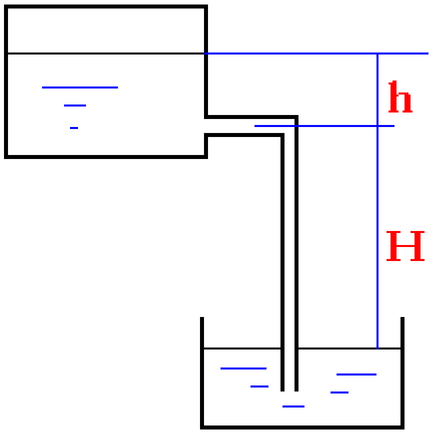
因而 $R=0$　　即　$R_1=R_2=0$

上题:$p_A\neq p_B$,但 $\mathscr{P}_A=\mathscr{P}_B$　因而有 $R=0$

2．应用之二

真空贮罐内的液体取出：p_a=101.3Pa

ρ=1000kg/m^3　p(真)＝93.3kPa　h=1m



求解支管的高度（有效）。

解：使贮罐内的液体流动必须使管内的压强大于大气压，因而支管至少长度 H，应为

$$p_a=(H+h)\rho g+p_1$$

以绝对压为基准：

$$1.013\times10^5=(H+1)\times1000\times9.81+(101.3-93.3)\times10^3$$

H=8.5m

以表压为基准：

$$0=(H+1)\times1000\times9.81-93.3\times10^3$$

H=8.5m

1.3 流体流动中的守恒原理

1.3.1 质量守恒

1.流速与流量

流速：线速（流速）　　u　　m/s

　　　质量流速　　　G　　$kg/m^2.s$

流量：体积流量　　　q_v　　m^3/s

　　　质量流量　　　q_m　　kg/s

注意：a. 流量是一种瞬时的特性，不是某段时间内累计流过的量，它可以因时而异，当流体作定态流动时，流量不随时间而变。

b.流体在管内流动时，由于黏性的存在，存在着速度分布，因而常希望用平均值代替速度分布。

常用流量相等的原则来确定平均流速。

$$q_v = \bar{u}A = \int_A u dA$$

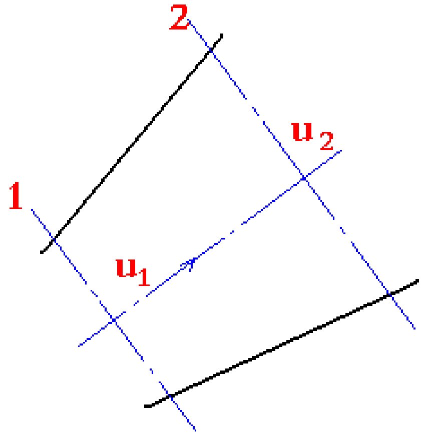
$$\therefore \quad \bar{u} = \frac{\int_A u dA}{A}$$

c. 关联图

$$\begin{array}{ccc} u & \xrightarrow{\rho} & G \\ \downarrow{\scriptstyle A} & & \downarrow{\scriptstyle A} \\ q_v & \xrightarrow{\rho} & q_m \end{array}$$

2.质量守恒方程

思路：流入＝流出＋积累



$$q_{m1} = q_{m2} + \frac{\partial q_m}{\partial t}$$

$$\rho_1 \bar{u}_1 A_1 - \rho_2 \bar{u}_2 A_2 = \frac{\partial}{\partial t}\int \rho dV$$

定态： $\dfrac{\partial q_m}{\partial t} = 0$

$\therefore \quad \rho_1 \bar{u}_1 A_1 = \rho_2 \bar{u}_2 A_2$＝常数

因而有：(1)ρ＝常数　（不可压缩流体）

$$\bar{u}_1 A_1 = \bar{u}_2 A_2$$

(2) ρ＝常数　A_1=A_2

$$\bar{u}_1 = \bar{u}_2$$

并不因摩擦而减速