

实验五 数值微分与数值积分

1 实验目的

1. 深入熟悉掌握 MATLAB 的数值微分函数：diff, polyder, fnder；数值积分函数：trapz, quad, quadl；
2. 学习化工领域典型数值微分与数值积分问题的求解过程；

2 MATLAB 语法要点

2.1 数值微分函数的使用

常用的 MATLAB 数值微分函数有三个：diff, polyder, fnder。其中 diff 是采用向前差分方式近似计算微分的函数，精度较差。

在对离散数据求数值微分时，通常先通过插值或拟合的方式先获得与离散数据一致的连续函数，然后再对该连续函数求导，得到导函数，最后通过导函数计算指定点的微分值。该过程通过以下例题说明。

% 首先输入离散数据

```
x = linspace(0,2*pi,21);  
y = sin(x);
```

% 指定求导点0,2,4,6

```
xx = 0:0.1:2*pi;  
dx = 0:2:6;
```

% 对离散数据采用polyfit函数进行拟合，并通过polyder求导函数，

% 然后通过polyval计算导数值

```
pp1 = polyfit(x,y,3);  
ppv1 = polyval(pp1,xx);  
dp1 = polyder(pp1);  
dpv1 = polyval(dp1,dx);
```

% 对离散数据采用csaps函数进行插值，并通过fnder求导函数，

% 然后通过fnval计算导数值

```
pp2 = csaps(x,y);
```

```

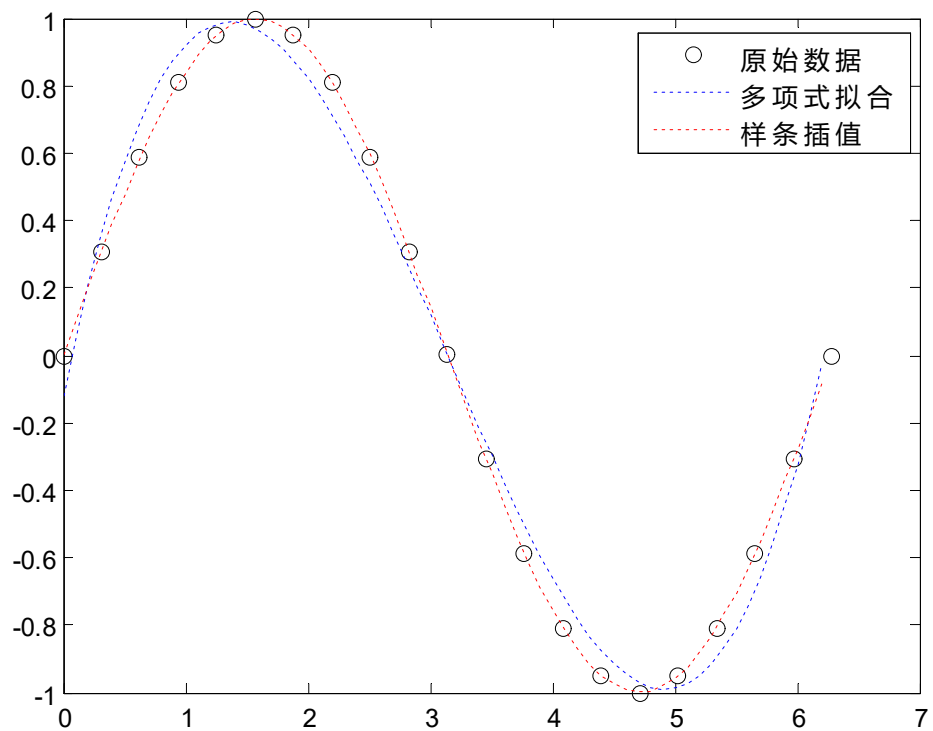
ppv2 = fnval(pp2,xx);
dp2 = fnder(pp2);
dpv2 = fnval(dp2,dx);

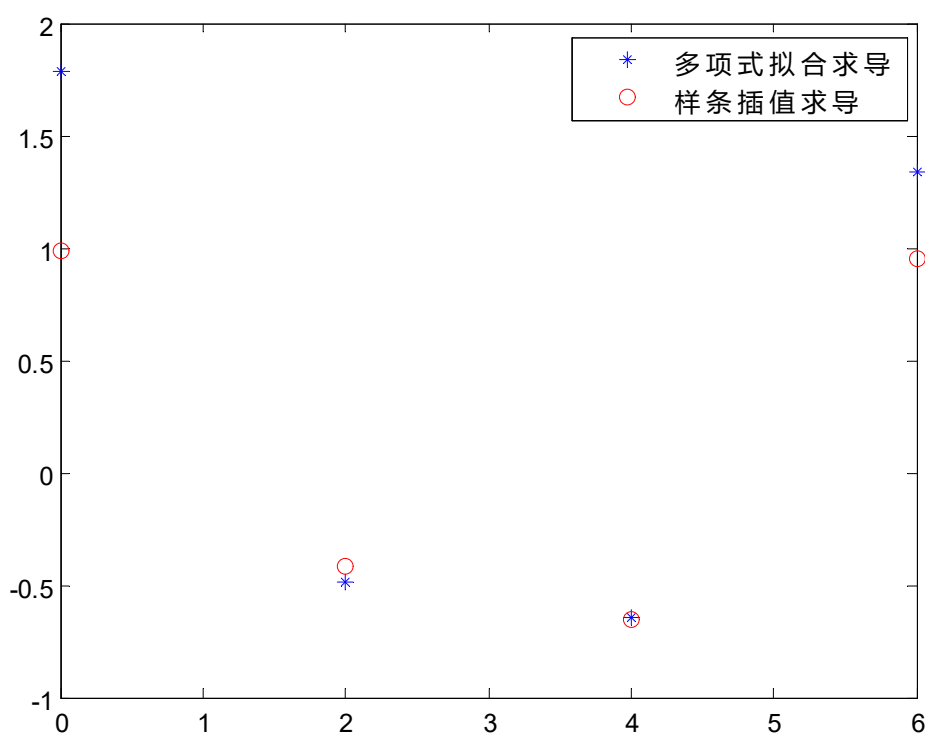
% 拟合效果画图对比
plot(x,y,'ok',xx,ppv1,'b:',xx,ppv2,'r:')
legend('原始数据','多项式拟合','样条插值')

% 微分计算结果对比
figure
plot(dx,dpv1,'b*',dx,dpv2,'ro')
legend('多项式拟合求导','样条插值求导')

```

运行结果：





通过运行可以发现对本例而言多项式拟合求导的效果较差，样条插值求导的效果较好。

2.2 数值积分函数的使用

常用的 MATLAB 数值积分函数有三个：trapz，quad，quadl。其中 trapz 是采用梯形积分近似计算积分值，精度较差。

在对离散数据求数值积分时，通常先通过插值或拟合的方式先获得与离散数据一致的连续函数，然后再对该连续函数求积，得到积分值。对连续函数求积通常采用 quad 或 quadl，这两个函数的使用方法一样，只是 quadl 的积分精度较高。该过程通过以下例题说明。

```
function Experiment5_02
% 首先输入离散数据
t = 0:30:90;
x = sind(t);
y = cosd(t);

xx = 0:0.01:1;
```

```

% 对离散数据采用分段线性函数进行插值
pp1 = interp1(x,y,'linear','pp');
ppv1 = ppval(pp1,xx);

% 对离散数据采用spline方法进行插值
pp2 = spline(x,y);
ppv2 = fnval(pp2,xx);

% 对离散数据采用pchip方法进行插值
pp3 = interp1(x,y,'pchip','pp');
ppv3 = ppval(pp3,xx);

% 拟合效果画图对比
plot(x,y,'o',xx,ppv1,'b-',xx,ppv2,'r:',xx,ppv3,'k:')
axis equal
axis([0,1,0,1])
grid on
legend('原始数据','线性插值','spline插值','pchip插值')

% 积分结果计算结果对比
I = pi/4
it = trapz(x,y)
ip1 = quad(@ppv1,0,1,[],[],pp1)
ip2 = quad(@fnval,0,1,[],[],pp2)
ip3 = quad(@ppv1,0,1,[],[],pp3)

```

运行结果:

I =

0.7854

it =

0.7500

ip1 =

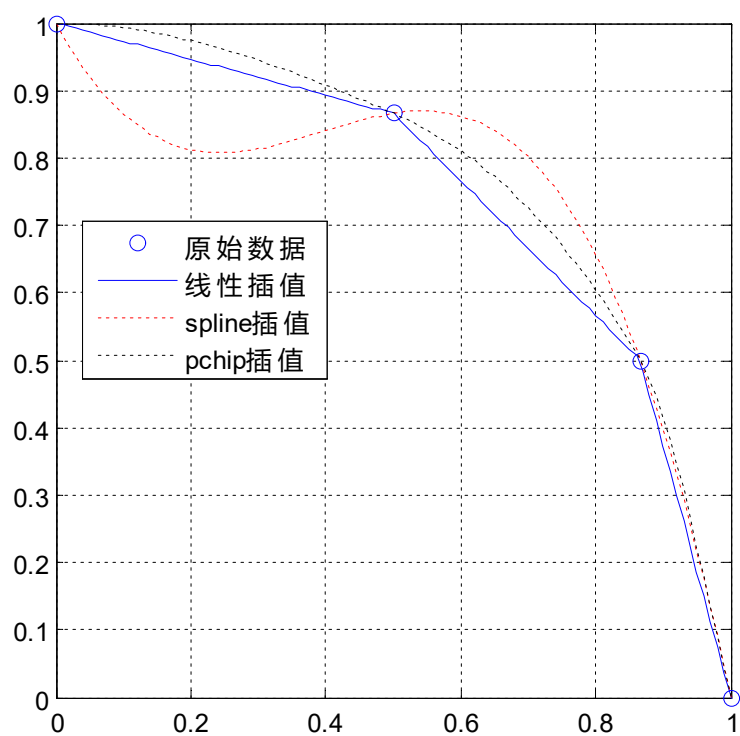
0.7500

ip2 =

0.7440

ip3 =

0.7776



3 实验内容

3.1 干燥速率的计算

在一次干燥实验中获得实验数据如下表所示：

干燥时间 t (min)	湿物料重量 G_1 (g)	绝干物料重量 G_2 (g)
3	10.30	6.91
6	13.09	8.97
9	12.16	8.69
12	13.49	10.09
15	13.74	10.63
18	12.01	9.58
21	11.55	9.53
24	11.02	9.29
27	12.00	10.13
30	12.12	10.24

干燥速率 $U = -\frac{dX}{A dt}$ ，其中 A 为物料比表面积， $1.83\text{m}^2/\text{kg}$ 绝干物料；X 为物料含水率量， $X = (G1 - G2) / G2$ 。

- 1) 试编写一个 MATLAB 函数计算各实验点处的干燥速率；
- 2) 当 30 秒内干燥速率下降超过 50% 时，认为恒速干燥阶段结束，此时的物料的含水量为临界含水量 X_c ，试根据以上实验结果求出其临界含水量。

3.2 数值积分

在一个发酵过程中测得 CO_2 的生成速率如下表所示：

发酵时间(h)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
CO_2 生成速率 (g/h)	15.72	15.53	15.19	16.56	16.21	17.39	17.36	17.42	17.60	17.75	18.95

- 1) 编写一个 MATLAB 函数采用 quad 函数计算 10 小时内 CO_2 的生成量；
- 2) quad 函数采用的是 Simpson 方法进行积分，Simpson 方法的积分公式如下：

$$\int_{x_0}^{x_2} y dx = \frac{h}{3} (y_0 + 4y_1 + y_2), \text{ 其中 } h \text{ 为步长 } (x_{i+1} - x_i)。$$

试编写一个 MATLAB 函数采用此公式计算 10 小时内 CO_2 的生成量，并与 quad 函数计算结果比较。说明两个计算值产生差异的原因。