# 总复习

## 试题包含:

一. 填空题(20分): 概念, 简单计算

二. 简答题(30分): 说明、证明、推理

三. 计算题(50分): 综合运用知识

## 填空题和简答题

1波粒二象性的概念,能量、动量和频率、波长的关系及相互推算。注意区分光子和实物粒子。

$$E = h \nu$$
,  $p = h/\lambda$ 

上述公式对所有粒子都成立。但是,对于光子,波长和频率之间还存在关系:

$$\lambda v = c$$

2 测不准原理的应用。不对易的物理量是不能同时准确测定的。 $\Delta x \Delta p_x \geq h/(4\pi)$ 。

我们用方差定义误差: 
$$\Delta A = \sqrt{\langle A^2 \rangle - \langle A \rangle^2}$$

3线性算符、自共轭算符、对易子(Poisson括号)的定义,自共轭算符的性质,注意书中线性算符的 定义漏了数乘,会证算符是否线性。

4线性自共轭算符的本征函数、本征值、本征方程的 定义。物理量一定对应一个线性自共轭算符,测量 这个物理量,只能以一定概率得到这个物理量对应 算符的本征值,只有当系统处于这个物理量的本征 态时,才能测得确定值。比如:2px轨道是由 $\psi_{2.1.-1}$ 和  $\psi_{2,1,1}$ 组合而得,后两者均是角动量磁场分量 $M_z$ 的本 征函数,但是2px轨道不是 $M_z$ 的本征函数,测量其 $M_z$ 只能以50%概率得 $-h/2\pi$ ,50%概率得到 $h/2\pi$ 。

5 波函数的几率解释和品优函数:波函数绝对值的平方表示几率密度,几率密度在空间某个体积中积分,积分得到的数值表示粒子在这个体积中出现的几率。由波函数几率解释,要求波函数必须平方可积,单值,连续可微。由平方可积条件知,波函数在无穷远处一定等于零,否则就违背平方可积条件。

6态的叠加原理:系统的一个状态与另一状态的线性组合仍然是系统的一个状态。

下述自共轭算符的性质并不依赖叠加原理:如果系统的某个态 ¥不是系统某物理量A的本征态,那么它一定可以表示为这个物理量本征态的叠加

$$\psi = c_1 \phi_1 + c_2 \phi_2 + c_3 \phi_3 + \cdots;$$

 $\phi$ ,为两两正交且归一的 $\hat{A}$ 的本征态

对态 $\psi$ 测量物理量A,测得的结果可以有多种,但只能是某个本征值,且每种结果出现的概率是 $|c_i|^2$ 。测量后,系统状态被破坏,变为测得的本征态。

7单电子原子薛定谔方程解再加上自旋的小结:表示电子状态的所有量子数以及这些量子数的名称、符号、取值范围和物理意义:

主量子数: n=1,2,3,...,能级, $E_n=-RZ^2/n^2$ 

角量子数: l=0,1,...,n-1, 角动量平方,  $M^2=l(l+1)\hbar^2$ 

磁量子数:  $m=0,\pm 1,\ldots,\pm l$ , 角动量磁场方向分量,

 $M_z = m\hbar$ 

自旋磁量子数:  $m_s = \pm s$ ,自旋角动量磁场方向分量,  $M_{sz} = m_s \hbar$ ,s为电子的自旋量子数, s = 1/2,自旋角动量平方为  $M_s^2 = s(s+1)\hbar^2$ 

8多电子原子薛定谔方程的写法,比如: Be原子

$$-\frac{\hbar^{2}}{2m}\sum_{i=1}^{4}\nabla_{i}^{2}\psi - \sum_{i=1}^{4}\frac{4e^{2}}{4\pi\varepsilon_{0}r_{i}}\psi + \sum_{i=1}^{3}\sum_{j>i}\frac{e^{2}}{4\pi\varepsilon_{0}r_{ij}}\psi = E\psi$$

求解多电子原子的薛定谔方程时,总是要使用单电 子近似: 电子波函数可近似写为单个电子波函数的 乘积,单电子波函数就是常说的轨道。在单电子近 似的基础上,引入中心力场近似进一步简化,可以 得到组态,中心力场的轨道能级不仅与主量子数有 关,还与角量子数有关:  $E_{nl}$ 。屏蔽模型是最简单的 中心力场近似,会用Slater方法计算原子序数2到10 的原子的单电子轨道能、电离能和电子互斥能。

9泡利原理(描写全同粒子组成的系统的波函数关于 粒子交换不是对称的就是反对称的)及泡利不相容原 理的叙述,对称和反对称波函数的定义,会判断波 函数的对称性。合格的波函数必须包含轨道和自旋 并且满足全同性原理。例如: 电子是费米子, 多电 子系统的波函数必须是反对称的, 若波函数的轨道 部分是对称的,则其自旋部分就必须反对称,若轨 道部分反对称,则自旋部分必须对称。

10 角动量的普遍性质:

角量子数(不妨记为J)只能取非负整数或半整数, 角动量的绝对大小为 $\sqrt{J(J+1)}\hbar$ 。

z轴分量只能取如下这样的数值:

$$-J\hbar$$
,  $(-J+1)\hbar$ ,  $\cdots$ ,  $(J-1)\hbar$ ,  $J\hbar$ 

三个方向的分量不能两两同时确定,只能定一个。

11 多个角动量和:独立角动量的和仍是角动量两个角动量,角量子数分别为 $l_1$ 和 $l_2$ ,那么总角动量的角量子数为:  $J = l_1 + l_2, l_1 + l_2 - 1, \cdots, |l_1 - l_2|$ 

12 会用角动量求和规则推算原子的不等价电子组态 光谱项,会利用洪特规则推算原子的基态光谱项, 利用洪特规则判断基谱项各能级高低。组态、光谱 项、光谱支项和能量本征态的联系。

当使用中心力场近似(部分考虑静电作用)时,我们得到组态;完整考虑静电作用并简单计入自旋,得到光谱项,按洪特规则可将其按能量高低排序;进一步考虑轨道-自旋相互作用(即相对论效应,轻原子用L-S耦合计算),得到光谱支项,按洪特规则可将其再一次排序。如果外加磁场,那么能级还要进一步分裂。

13 BO近似和变分原理的简单叙述。线性变分法将薛定谔方程的求解近似转化为线性代数方程组的求解,这个代数方程组称为久期方程,是齐次的,一定有零解(舍去),有非零解的充要条件是久期方程的系数矩阵的行列式——久期行列式等于零。

14 分子轨道的概念(即单电子波函数),所用的近似(BO近似,单电子近似,LCAO-MO),成键三原则(对称性匹配,能量相近,最大重叠),分子轨道与原子轨道的区别(分子轨道属于整个分子,其中的电子是离域的,在整个分子中运动,分子轨道可近似为原子轨道的线性组合;原子轨道属于单个原子,其中的电子只在这个原子附近运动)。

15 应用双原子分子的电子组态分析键级、顺反磁性、键长、键能等。尤其注意在某些双原子分子中,2s轨道和2pz轨道会混杂,从而使形成的分子轨道的能量发生变化,比如:氧分子和氮分子的区别。

$$\begin{split} O_2: &(\sigma_{1s})^2 (\sigma_{1s}^*)^2 (\sigma_{2s})^2 (\sigma_{2s}^*)^2 (\sigma_{2pz})^2 (\pi_{2px})^2 (\pi_{2py})^2 (\pi_{2px}^*)^1 (\pi_{2py}^*)^1 \\ 或只写价电子: &(\sigma_{2s})^2 (\sigma_{2s}^*)^2 (\sigma_{2pz})^2 (\pi_{2px})^2 (\pi_{2py})^2 (\pi_{2py}^*)^1 (\pi_{2py}^*)^1 \\ &N_2: &(1\sigma_g)^2 (1\sigma_u)^2 (2\sigma_g)^2 (2\sigma_u)^2 (1\pi_u)^4 (3\sigma_g)^2 \\ & 或只写价电子: &(1\sigma_g)^2 (1\sigma_u)^2 (1\sigma_u)^2 (1\pi_u)^4 (2\sigma_g)^2 \end{split}$$

### 注意异核双原子分子的电子组态与上述的区别

CO:  $(1\sigma)^2 (2\sigma)^2 (3\sigma)^2 (4\sigma)^2 (1\pi)^4 (5\sigma)^2$ 

或只写价电子:  $(1\sigma)^2(2\sigma)^2(1\pi)^4(3\sigma)^2$ 

- 16 双原子分子红外光谱中,纯转动、振动(简谐和非简谐)和振-转光谱的选律(什么样的双原子分子会有上述光谱,能级跃迁时量子数的变化范围),能级表达式,量子数取值范围,三种光谱的谱线排列特点。
- 17 对称操作、点操作、对称元素的基本概念,基本的对称元素组合规律,给定分子判断其所属点群,根据对称性判断分子有无偶极矩和旋光性。
- 18 价电子对互斥理论的应用,杂化轨道类型的判断以及离域大Π键的类型的判断。比如: SO<sub>3</sub>中的硫原子采用sp2杂化,分子构型是平面正三角形,有一个四中心六电子的大Π键。

- 19 除分子轨道理论采用的近似外,休克尔分子轨道还采用了以下近似以简化计算:库仑积分为常数;相邻原子交换积分为常数,其余为零;重叠积分为零。离域能,轨道填充,电荷集居分析和分子图。
- 20 点阵和结构基元的基本概念和判断,素单位和复单位的区别,晶面指标的含义。
- 21 晶体宏观对称性所具有的基本对称元素,七大晶系的特征对称元素,根据晶体点群判断所属晶系。
- 22 晶体的衍射指标和晶胞参数、晶面指标的关系(Laue方程和Bragg方程)。立方晶系:晶胞参数,分数坐标,晶面间距,结构因子的简单计算,利用系统消光规律判断晶型。

# 计算题

1 波函数的归一化,求粒子出现在某处的几率。请注 意区分物理问题是三维的还是一维的,搞清楚球坐 标中积分式的写法。

例:已知氢原子处于基态,波函数为:  $\psi = \exp(-r)$  请将波函数归一化并求出电子出现在内径为0.5外径为1.0的球壳中的几率。

解: 设新的波函数为 $\psi = A \exp(-r)$ , 归一化条件为

$$\int_{0}^{+\infty} dr \int_{0}^{\pi} d\theta \int_{0}^{2\pi} d\phi \cdot r^{2} \sin\theta \psi^{*} \psi = 1 \to 1 = 4\pi \int_{0}^{+\infty} dr r^{2} A^{2} \exp(-2r) \to A = \sqrt{\pi^{-1}}$$

$$P(0.5 < r < 1) = \int_{0.5}^{1} dr \int_{0}^{\pi} d\theta \int_{0}^{2\pi} d\phi \cdot r^{2} \sin\theta \psi^{*} \psi$$

$$= 4\pi \int_{0.5}^{1} dr \cdot r^{2} \psi^{*} \psi = 4 \int_{0.5}^{1} dr \cdot r^{2} \exp(-2r)$$

$$\xrightarrow{u=2r} 0.5 \int_{0}^{2} du \cdot u^{2} \exp(-u) = 0.5(-u^{2} - 2u - 2) \exp(-u) \Big|_{0}^{2} = 0.243$$

2 物理量的计算:如果系统处于某物理量的本征态,那么物理量等于本征值,求出本征值,如果不是,那么求平均。态的叠加原理的应用,它们与测量之间的关系。

例:证明 $\psi = r \cos\theta \exp(-r/2)$ 满足采用自然单位的氢原子的薛定谔方程,同时也是角动量的本征函数,并求出相应的能量E和角动量的大小。但不是坐标r的本征函数,求出其平均值。已知:

$$\hat{H} = -\frac{1}{2r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{2r^2 \sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin\theta \frac{\partial}{\partial \theta} - \frac{1}{2r^2 \sin^2\theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} - \frac{1}{r}$$

$$\hat{M}^2 = -\frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin\theta \frac{\partial}{\partial \theta} - \frac{1}{\sin^2\theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2}$$

$$\int_0^\infty \mathrm{d}r \cdot r^n \exp(-r) = n!$$

$$\hat{H}: \hat{H}\psi = -\frac{1}{2r^2}\frac{\partial}{\partial r}r^2\frac{\partial\psi}{\partial r} - \frac{1}{2r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\sin\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta} - \frac{1}{2r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\phi^2} - \frac{\psi}{r}$$

 $= -\cos\theta \exp(-r/2)(r^{-1} - 1 - r/8) + r^{-1}\cos\theta \exp(-r/2) - \cos\theta \exp(-r/2)$ 

 $=-\psi/8$  是能量本征态,本征能量为-1/8。

$$\hat{M}^2 \psi = -\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} - \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} = 2\psi$$

是角动量平方算符的本征态,角动量平方为2。

 $\hat{r}\psi = r\psi \neq 常数\cdot \psi$  不是坐标r的本征态。

$$\langle r \rangle = \frac{\int \psi^* \hat{r} \psi d\tau}{\int \psi^* \psi d\tau} = \frac{\int_0^\infty dr \int_0^\pi d\theta \int_0^{2\pi} d\phi \cdot r^2 \sin\theta \psi^* \hat{r} \psi}{\int_0^\infty dr \int_0^\pi d\theta \int_0^{2\pi} d\phi \cdot r^2 \sin\theta \psi^* \psi}$$

$$= \frac{\int_{0}^{\infty} dr \int_{0}^{\pi} d\theta \int_{0}^{2\pi} d\phi \cdot r^{3} \psi^{2} \sin \theta}{\int_{0}^{\infty} dr \int_{0}^{\pi} d\theta \int_{0}^{2\pi} d\phi \cdot r^{2} \psi^{2} \sin \theta} = \frac{5!}{4!} = 5$$

题中波函数未归一化! 所以要除它!

3节面和径向分布函数相关的计算:根据波函数写出节面方程和径向分布函数。

径向分布函数: 
$$D(r) = \int_0^{\pi} d\theta \int_0^{2\pi} d\phi \cdot r^2 \sin\theta \cdot |\psi(r,\theta,\phi)|^2$$

令 $\psi$ =0,可以解得节面方程。如果解出的解中有如下形式: r=不为零的常数,说明有径向节面,如果有如下形式:  $\theta$ =不为零或 $\pi$ 的常数,说明有角向节面。r=0或 $\theta$ =0, $\pi$ 不是节面,前者是原点,后者是z轴。比如zs轨道有且只有一个径向节面,zpz轨道有且只有一个角向节面。

$$\psi_{2s} = (1/4\sqrt{2\pi a_0^3})(2 - r/a_0)e^{-r/2a_0} = 0 \to r = 2a_0$$

$$\psi_{2p_r} = (1/4\sqrt{2\pi a_0^3})\frac{r}{r}e^{-r/2a_0}\cos\theta = 0 \to \theta = \pi/2$$

4振动和转动光谱相关的计算:转动惯量,力常数,非谐性常数,键长,平衡解离能等。

例:在<sup>1</sup>H<sup>127</sup>I分子振动光谱中观察到下列两根吸收谱线:2230cm<sup>-1</sup>和4381cm<sup>-1</sup>,前者比后者强度大得多,试求:(1)HI的力常数和非谐性常数;(2)HI的光谱解离能;(3)当用高分辨率仪器观察时,2230cm<sup>-1</sup>谱线的P支中波长最短谱线的波长为多少?已知HI的键长为0.161nm。

$$\begin{aligned}
& \text{$\widetilde{\mu}$: (1)} \quad \left\{ \tilde{v}_1 = \tilde{v}_e \left( 1 - 2x \right) = 2230 \\
\tilde{v}_2 = 2\tilde{v}_e \left( 1 - 3x \right) = 4381 \end{aligned} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{aligned}
& x = 0.0171 \\
\tilde{v}_e = 2309 \text{cm}^{-1} \\
& k = 4\pi^2 c^2 \tilde{v}_e^2 \mu = 4\pi^2 \times (2.998 \times 10^8)^2 \times (2309 \times 100)^2 \times \frac{127}{128} \times \frac{10^{-3}}{6.022 \times 10^{23}} \\
& = 311.7 \, \text{N m}^{-1}
\end{aligned} \right.$$

(2) 
$$D_0 = hc\tilde{v}_e \left( \frac{1}{4x} - \frac{1}{2} + \frac{x}{4} \right) = 6.478 \times 10^{-19} \text{ J}$$

(3) P支中波长最短的谱线的波数比基带小了2B

$$I = \mu r^2 = \frac{1 \times 127}{1 + 127} \times \frac{10^{-3}}{6.022 \times 10^{23}} \times (1.61 \times 10^{-10})^2 = 4.271 \times 10^{-47} \text{kg m}^2$$

$$B = \frac{h}{8\pi^2 cI} = \frac{6.626 \times 10^{-34}}{8 \times \pi^2 \times 2.998 \times 10^8 \times 4.271 \times 10^{-47}} = 655 \text{m}^{-1} = 6.55 \text{cm}^{-1}$$

$$\tilde{\mathbf{v}} = \tilde{\mathbf{v}}_1 - 2\mathbf{B} = 2217 \text{cm}^{-1}$$

$$\lambda = \tilde{v}^{-1} = 4.51 \times 10^{-4} \text{ cm}$$

5 杂化轨道理论的计算: 等性和不等性, 要求会计算 杂化轨道表达式, 会计算键之间的夹角或成分。比如 课件中等性sp3杂化的例子。

例:已知NH<sub>3</sub>中的N原子采用sp3杂化,参与成键的杂化轨道中s轨道占22.9%,请计算N-H键之间的夹角以及参与成键的杂化轨道的表达式。

解:可以直接由键角公式计算键角。三个N-H键相同,成分相同。

$$-\sqrt{\frac{\alpha_1\alpha_2}{(1-\alpha_1)(1-\alpha_2)}} = \cos\theta$$
$$\alpha_1 = \alpha_2 = 0.229 \quad \therefore \theta = 107.3^\circ$$

设氮原子处于原点,其中一个氮氢键在x轴上,另一个在xy 平面上,则两根氮氢键可以写成:

$$\psi_1 = \sqrt{0.229}\phi_{2s} + \sqrt{0.771}\phi'_{2p}$$
  $\phi'_{2p} = \phi_{2px}$  在x轴不含2py,2pz  $\psi_2 = \sqrt{0.229}\phi_{2s} + \sqrt{0.771}\phi''_{2p}$   $\phi''_{2p} = a\phi_{2px} + b\phi_{2py}$  在xy平面不含2pz 由键角公式: 
$$\int \phi'_{2p}\phi''_{2p}d\tau = \cos 107.3$$
 
$$\int \phi''_{2p}\phi''_{2p}d\tau = \cos 0$$

以及2px, 2py互相正交并且归一, 得:

$$a = \cos 107.3 = -0.2974$$
  $b = \sqrt{1-a^2} = 0.9548$   $\psi_3 = \sqrt{0.229}\phi_{2s} + \sqrt{0.771}\phi_{2p}'''$   $\phi_{2p}''' = c\phi_{2px} + d\phi_{2py} + e\phi_{2pz}$  中键角公式以及2px,2py,2pz正交归一得:

由键角公式以及2px, 2py, 2pz正交归一得:

$$\int \phi_{2p}' \phi_{2p}''' d\tau = \cos 107.3 \qquad \int \phi_{2p}'' \phi_{2p}''' d\tau = \cos 107.3 \qquad \int \phi_{2p}''' \phi_{2p}''' d\tau = \cos 0$$

$$c = \cos 107.3 = -0.2974$$
  $ac + bd = \cos 107.3 \rightarrow d = -0.4041$ 

$$e = \sqrt{1 - c^2 - d^2} = 0.8650$$

6 休克尔分子轨道理论的计算: 久期行列式、能级、 离域能(双键能量, 2pz电子能量)、波函数、π电荷 密度、π键级、自由价、分子图。比如教材中的丁二 烯和课件中环丙烯基正离子的例子(环烯烃的特殊 性)。

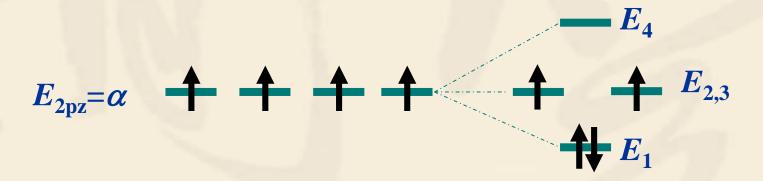
例:用HMO法求环丁二烯的共轭键的分子轨道能级以及离域能,求出占据轨道的表达式,并画分子图。

解:列出久期行列式并计算:

$$\begin{vmatrix} \chi & 1 & 0 & 1 \\ 1 & \chi & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \chi & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \chi \end{vmatrix} = \chi^{2}(\chi^{2} - 4) = 0$$

$$\chi_1 = -2 \to E_1 = \alpha + 2\beta$$
  $\chi_{2,3} = 0 \to E_{2,3} = \alpha$   $\chi_4 = 2 \to E_4 = \alpha - 2\beta$ 

基态时,四个电子中两个电子在能量最低的轨道,能量次低的两个轨道中各有一个电子。



$$E_{B} = 2E_{1} + E_{2} + E_{3} = 4\alpha + 4\beta$$

不离域时,形成两个双键,而每个双键能量为 $2\alpha+2\beta$ 

$$E_{\mathrm{B}} = E_{\dot{\otimes}} - 2E_{\mathrm{D}} = 0$$

#### 将灯代入久期方程组得:

$$\begin{pmatrix} \chi & 1 & 0 & 1 \\ 1 & \chi & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \chi & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \chi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{pmatrix} \xrightarrow{\chi = -2} \begin{cases} 2c_1 = c_4 + c_2 \\ 2c_2 = c_1 + c_3 \\ 2c_3 = c_2 + c_3 \end{cases} \longrightarrow c_1 = c_2 = c_3 = c_4$$

则由归一化条件:  $c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 + c_4^2 = 1$ , 得  $c_1 = c_2 = c_3 = c_4 = 1/2$ 

将光2.3代入久期方程组得:

$$\begin{pmatrix} \chi & 1 & 0 & 1 \\ 1 & \chi & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \chi & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \chi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{pmatrix} = 0 \xrightarrow{\chi=0} \begin{cases} c_1 + c_3 = 0 \\ c_2 + c_4 = 0 \end{cases}$$

只要满足 $c_1 = -c_3$ 及 $c_2 = -c_4$ 即可,不妨取 $c_2 = 0$ ,由归一化条件:

$$c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 + c_4^2 = 1$$
  $\Leftrightarrow c_1 = 1/\sqrt{2}, c_2 = 0, c_3 = -1/\sqrt{2}, c_4 = 0$ 

二重根应该还有一组解,这组解除满足久期方程组外,还必须与前一组解正交,即

$$(c_1, c_2, c_3, c_4) \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ -1/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$
 正交条件

由此得:  $c_1=c_3=0$ ,再由归一化条件:  $c_1^2+c_2^2+c_3^2+c_4^2=1$   $c_1=0, c_2=1/\sqrt{2}, c_3=0, c_4=-1/\sqrt{2}$ 

注:二重根的第一组解可以有多种取法,比如也可以取 $c_1=c_2$ ,这与久期方程组并不矛盾。

$$\psi_{1} = \frac{1}{2}\phi_{1} + \frac{1}{2}\phi_{2} + \frac{1}{2}\phi_{3} + \frac{1}{2}\phi_{4} \quad n_{1} = 2$$

$$\psi_{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}\phi_{1} - \frac{1}{\sqrt{2}}\phi_{3} \qquad n_{2} = 1$$

$$\psi_{3} = \frac{1}{\sqrt{2}}\phi_{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}\phi_{4} \qquad n_{3} = 1$$

$$\rho_{1} = \rho_{2} = \rho_{3} = \rho_{4} = 1$$

$$P_{12} = P_{23} = P_{34} = P_{41} = 1/2$$

$$F_{1} = F_{2} = F_{3} = F_{4} = 0.732$$
0.5

#### 7立方晶系X射线衍射判断晶型的计算。

例:用 $Cu-K_{\alpha}$ 射线( $\lambda=154.2$ pm)拍摄金属Ta粉末图,相机直径57.3mm,实验数据如表所示,已知Ta为立方晶系,请将表格填完,确定晶体Ta的晶体结构,并用高角区三组数据求出晶胞参数。若Ta的密度为16.69g·cm $^{-3}$ ,求出原子量。

序号	2 <i>L</i> (mm)	<i>θ</i> (度)	$\sin^2 \theta$	$\sin^2\theta/\sin^2\theta_1$	$h^2+k^2+l^2$	hkl
1	39.23					
2	56.28					
3	70.32					
4	83.14					
5	95.55					
6	108.25					
7	121.76					
8	138.17					
9	163.88					

解: 
$$\theta = \frac{2L}{4R} \cdot \frac{180}{\pi}$$

No.	<b>2</b> <i>L</i> (mm)	<i>θ</i> (度)	$\sin^2 \theta$	$\sin^2\theta/\sin^2\theta_1$	$h^2 + k^2 + l^2$	hkl
1	39.23	19.61	0.1126	1	2	110
2	56.28	28.14	0.2224	1.975	4	200
3	70.32	35.16	0.3316	2.945	6	211
4	83.14	41.57	0.4403	3.910	8	220
5	95.55	47.77	0.5483	4.869	10	310
6	108.25	54.12	0.6565	5.830	12	222
7	121.76	60.88	0.7632	6.778	14	321
8	138.17	69.08	0.8725	7.749	16	400
9	163.88	81.93	0.9803	8.706	18	411

 $\sin^2\theta$ 值的连比为 1:2:3:4:5: ···,为体心立方cI

$$\frac{2d_{hkl}\sin\theta = \lambda}{d_{hkl} = a/\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}} \rightarrow a = \frac{\lambda}{2} \sqrt{\frac{h^2 + k^2 + l^2}{\sin^2\theta}}$$

高角区3组数据算得的a(pm)为: 330.2, 330.2, 330.4, a的平均值为330.3pm。

#### 体心立方晶胞含2个原子,则原子量为

$$M = N_{A} \frac{\rho a^{3}}{2}$$

$$= 6.022 \times 10^{23} \times \frac{16.69 \times (330.3 \times 10^{-10})^{3}}{2} = 181.1 \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$$