传递过程

鲍 博

华东理工大学 化工学院

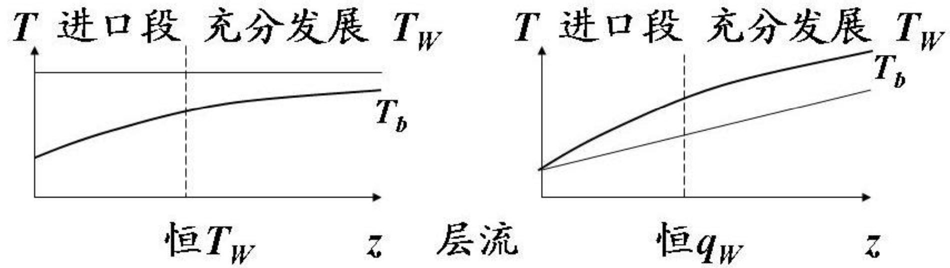
3.5管内对流换热

工业上常见的圆管加热方式有两种：

①. 恒壁温（夹套蒸气加热）T_W=常数

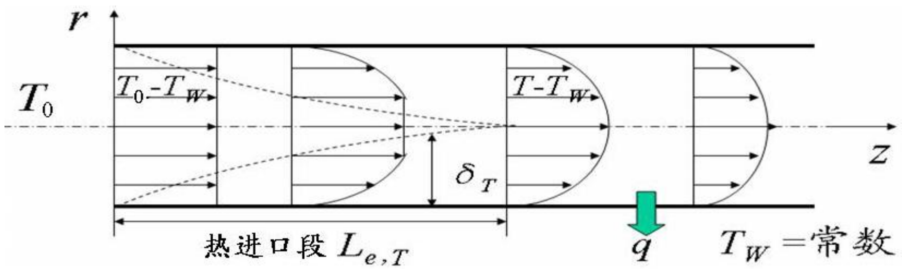
②. 恒热流（电加热）q_W=常数

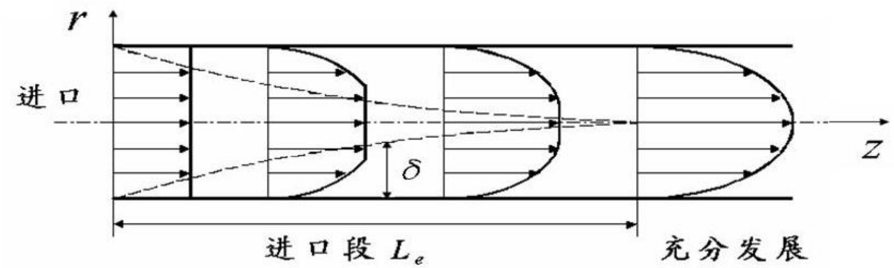
截面平均温度T_b随 z的变化如下图：

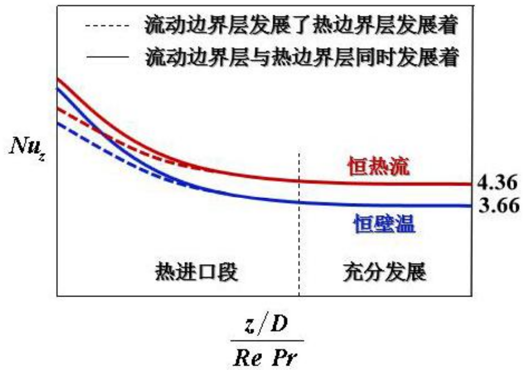


截面的温度分布T 决定换热效果

3.5.1圆管传热进口段







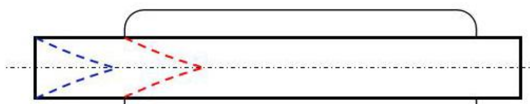
传热进口段长度

层流

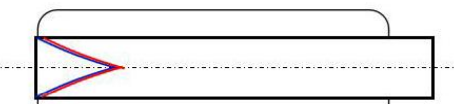
恒热流：$\frac{L_{e,T}}{D} = 0.07\,Re\,Pr$

恒壁温：$\frac{L_{e,T}}{D} = 0.055\,Re\,Pr$

湍流 $\frac{L_{e,T}}{D} = 50$



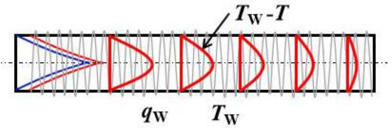
流动边界层发展了热边界层发展着



流动边界层与热边界层同时发展着

3.5.2管内层流换热

恒热流（电加热）q_W=常数



管内层流传热过程中，速度边界层和温度边界层均充分发展后。

柱坐标系下的对流传热微分方程

$$\frac{\partial T}{\partial t}+u_r\frac{\partial T}{\partial r}+\frac{u_\theta}{r}\frac{\partial T}{\partial \theta}+u_z\frac{\partial T}{\partial z}=a\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right]+\frac{\dot{q}}{\rho C_P}$$

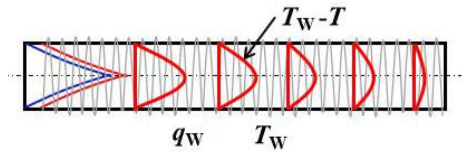
定常：$\frac{\partial T}{\partial t}=0$

管内流体：$\begin{cases} u_r=0 \\ u_\theta=0 \\ u_z\neq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{\partial T}{\partial r}\neq 0 \\ \frac{\partial T}{\partial \theta}=0 \\ \frac{\partial T}{\partial z}\neq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2}=0 \\ \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}<<u_z\frac{\partial T}{\partial z} \end{cases}$

无内热源：$\dot{q}=0$

简化对流传热微分方程得：

$$u_z\frac{\partial T}{\partial z}=a\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)$$



管内层流：

$$u_z=2U\left(1-\frac{r^2}{R^2}\right)$$

恒热流（电加热）q_W=常数

$$\frac{\partial T}{\partial z}=\frac{\partial T_W}{\partial z}=\frac{\partial T_b}{\partial z}=\text{常数}$$

截面平均温度T_b

$$T_b=\frac{\int_0^R \rho u_z C_p T 2\pi r dr}{\rho U \pi R^2 C_p}$$

可得： $$2U\left(1-\frac{r^2}{R^2}\right)\frac{\partial T}{\partial z}=a\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)$$

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right)=\frac{2U}{a}\left(1-\frac{r^2}{R^2}\right)r\frac{\partial T}{\partial z}$$

边界条件： $$\begin{cases} r=0, & \dfrac{dT}{dr}=0 \\ r=R, & T=T_W,\ q_W=k\left.\dfrac{dT}{dr}\right|_{r=R} \end{cases}$$

积分： $$r\frac{dT}{dr}=\frac{2U}{a}\frac{\partial T}{\partial z}\left(\frac{r^2}{2}-\frac{r^4}{4R^2}\right)+C_1$$

$$\because r=0,\ \frac{dT}{dr}=0$$

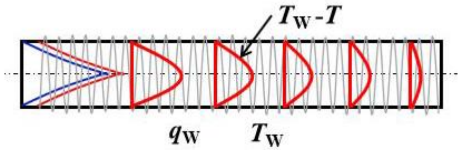
$$\therefore C_1=0$$

$$\frac{dT}{dr}=\frac{2U}{a}\frac{\partial T}{\partial z}\left(\frac{r}{2}-\frac{r^3}{4R^2}\right)$$

再积分： $$T=\frac{2U}{a}\frac{\partial T}{\partial z}\left(\frac{r^2}{4}-\frac{r^4}{16R^2}\right)+C_2$$

$$\because r=R,\ \ T=T_W$$

$$\therefore C_2=T_W-\frac{3U}{8a}\frac{\partial T}{\partial z}R^2$$



温度分布：

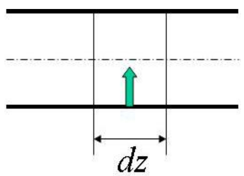
$$T_W-T=\frac{3U}{8a}\frac{\partial T}{\partial z}R^2-\frac{2U}{a}\frac{\partial T}{\partial z}\left(\frac{r^2}{4}-\frac{r^4}{16R^2}\right)$$

$$T_b = \frac{\int_0^R \rho u_z C_p T 2\pi r dr}{\rho U \pi R^2 C_p} = T_W - \frac{11}{48}\frac{UR^2}{a}\frac{\partial T}{\partial z}$$

$$T_W - T_b = \frac{11}{48}\frac{UR^2}{a}\frac{\partial T}{\partial z}$$

在 dz 段上壁面处的导热速率应等于流体和壁面之间的对流换热速率。

壁面处导热速率： $Q = k\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=R} 2\pi R dz$

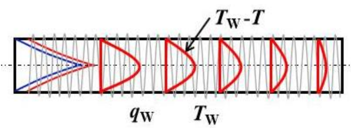


对流换热速率： $Q = h 2\pi R dz\left(T_W - T_b\right)$

$$\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=R} = \frac{UR}{2a}\frac{\partial T}{\partial z} \qquad T_W - T_b = \frac{11}{48}\frac{UR^2}{a}\frac{\partial T}{\partial z}$$

$$h\left(T_W - T_b\right) = k\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=R}$$

$$\frac{h}{k} = \frac{\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=R}}{T_W - T_b} = \frac{\frac{UR}{2a}\frac{\partial T}{\partial z}}{\frac{11}{48}\frac{UR^2}{a}\frac{\partial T}{\partial z}} = \frac{48}{11\times 2R}$$

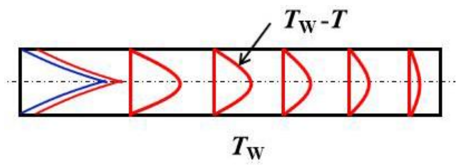


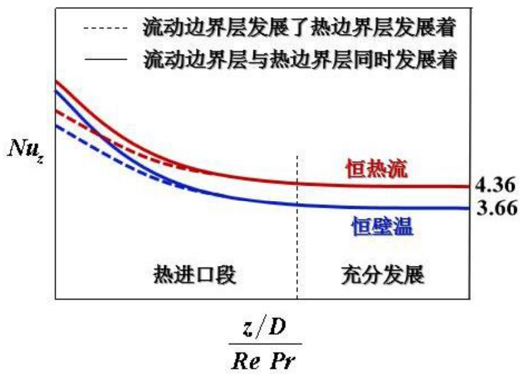
定义努塞尔数 $Nu = \frac{hD}{k} = \frac{48}{11} = 4.36$

对圆管层流换热恒 q_W：Nu=4.36

对圆管层流恒T_W换热，Greatz 分析求解的结果为：

$$Nu=3.66$$



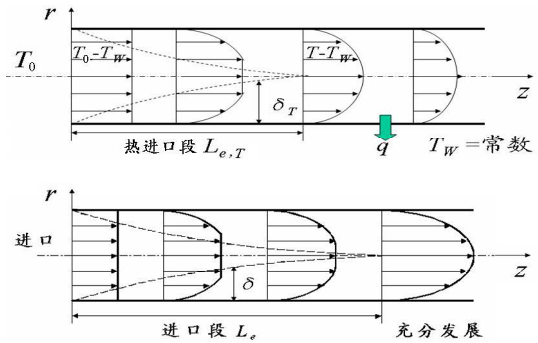


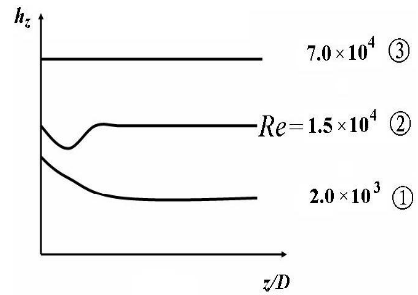
问题探讨

圆管层流换热
细管好,还是粗管好?

课后思考

1.用传热边界层分析圆管热进口段特点。并与流动进口段对比。
2. 图示圆管局部传热系数随z变化关系，讨论其规律。





3.5.3圆管湍流传热的类似律

3.5.3.1雷诺类似律

雷诺最早指出，动量与热量传递的类似性，通过简单类比可建立传热系数和摩擦系数间的定量关系。

$$\frac{f}{2}=\frac{h}{\rho C_p U}$$

回顾：　例2-9 管内流动截面上的速度

已知：U、D、ν

$$Re=\frac{UD}{\nu}$$

湍：$f=0.079\,Re^{-\frac{1}{4}}$

层：$u_x=2U\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right]$

$$\tau_w=\frac{1}{2}\rho U^2 f$$

$$u_*=\sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$$

$$y^+=\frac{yu_*}{\nu}$$

（0,5］　$u^+=y^+$

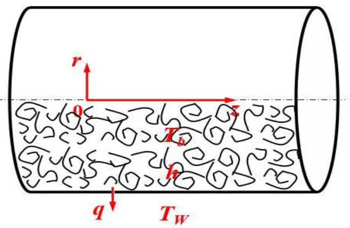
（5,30］　$u^+=5.05\ln y^+-3.05$

（30,∞）　$u^+=2.5\ln y^+ +5.5$

$u_x=u^+u_*$

描述圆管湍流对流传热的牛顿冷却定律：

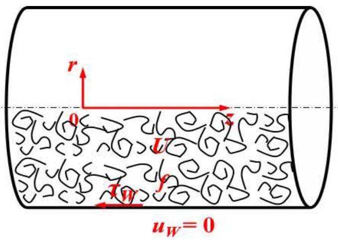
$$q=\frac{Q}{A}=h(T_b-T_W)=\frac{h}{C_p}C_p(T_b-T_W)=WC_p(T_b-T_W)$$



$$W=\frac{h}{C_p}$$

描述圆管湍流壁面剪切应力的表达式：

$$\tau_W=f\frac{1}{2}\rho U^2=f\frac{1}{2}\rho U(U-0)=W(U-u_W)$$



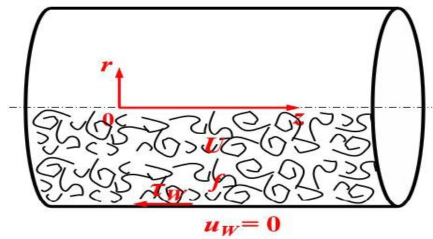
$$W=f\frac{1}{2}\rho U$$

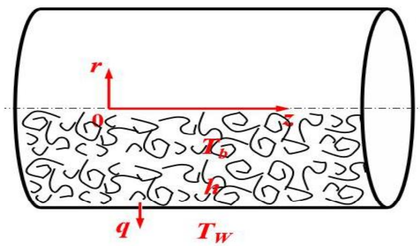
有： $W=f\frac{1}{2}\rho U=\frac{h}{C_p}$　　　即： $\frac{f}{2}=\frac{h}{\rho C_p U}$

定义： $St=\frac{h}{\rho C_p U}=\frac{Nu}{Re\,Pr}$

斯坦顿数是St一个无量纲数，是指传递到流体中的热量与流体的热容量之比

雷诺类似律： $St=\frac{f}{2}=\frac{h}{\rho C_p U}$

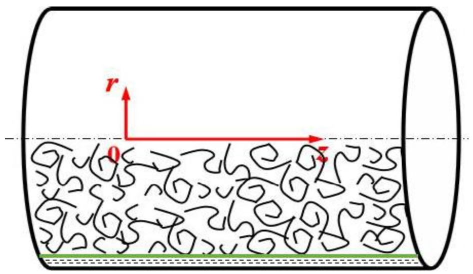




雷诺类似律把整个湍流边界层简化为单层湍流核心区结构，适用于$Pr=1$。

3.5.3.2普朗特—泰勒类似律

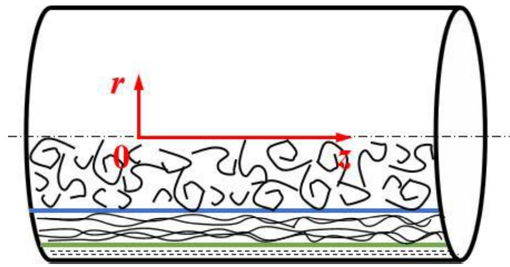
假定：湍流边界层由湍流核心区和粘性底层组成两层结构。



普朗特—泰勒类似律: $$St=\frac{h}{\rho C_p U}=\frac{\frac{f}{2}}{1+5\sqrt{\frac{f}{2}}\left(Pr-1\right)}$$

3.5.3.3卡门类似律

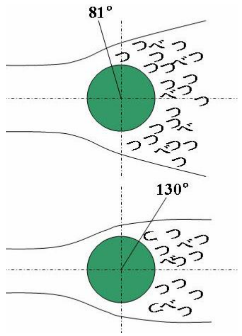
假定：湍流边界层由湍流核心区、过渡区和粘性底层组成。



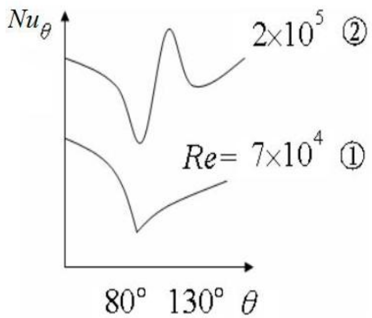
卡门类似律: $$St=\frac{h}{\rho C_p U}=\frac{\frac{f}{2}}{1+5\sqrt{\frac{f}{2}}\left[\left(Pr-1\right)+ln\frac{1+5\,Pr}{6}\right]}$$

3.6绕圆柱对流传热

***Nu*$_\theta$ 随*θ*的变化** $Nu_\theta = \dfrac{h_\theta d}{k}$



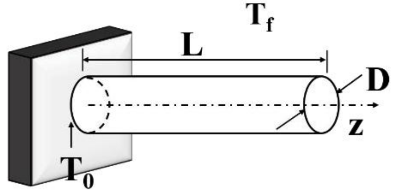
①．层流边界层发展，δ_T ↑，h_θ ↓；至约81° 处，边界层分离， h_θ ↑；原因是旋涡冲刷表面。



②．先是层流边界层发展，δ_T ↑，h_θ ↓；层流→湍流， h_θ ↑ ↑,而后湍流边界层发展,δ_T ↑,h_θ ↓；至约130° 处，湍流边界层分离，又促使h_θ ↑。

课本例1-9

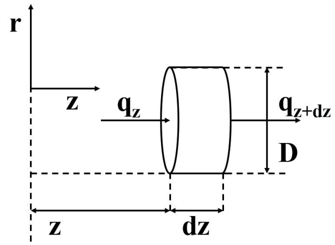
5. 圆柱形散热翅片，如图所示，该翅片与壁面连接处温度为 T_0，流体温度为 T_f。热量有连接处沿圆柱形散热翅片向流体散发。对流换热系数为 *h*。已知散热翅片热导率为 *k*，直径为 *D*，长为 *L*(*D* << *L*)。求圆柱形翅片温度分布。



假设：圆柱体上横截面上温度均匀，温度只沿轴向 *z* 变化，且翅片末端导热通量为 0。并且为定常传热。

课本例1-9详解

方法一 取直径为 D，厚度为 dz 的薄片微元控制体，控制体内的热量累积速率为 $Q_s=0$,



从正面导出热量：

$$Q_i=q_z\cdot\frac{\pi D^2}{4}$$

从 $z+dz$ 面导入的热量：

$$Q_o=q_{z+dz}\cdot\frac{\pi D^2}{4}$$

流体传给控制体外表面的热量

$$Q_g=h\pi D\cdot dz(T_f-T)$$

热量守恒： $$Q_g+Q_i-Q_o=0$$

$$h\pi D\cdot dz(T_f-T)+q_z\cdot\frac{\pi D^2}{4}-q_{z+dz}\cdot\frac{\pi D^2}{4}=0$$

因为 $$q_z=-k\frac{dT}{dz}$$

上式变形为： $$\frac{dq}{dz}\cdot\frac{\pi D^2}{4}+h\pi D(T-T_f)=0$$

$$\frac{dq}{dz}\cdot\frac{D}{4}+h(T-T_f)=0$$

$$-k\frac{d^2T}{dz^2}\cdot\frac{D}{4}+h(T-T_f)=0$$

引入过余温度 $$\theta=T-T_f$$

上式为 $$-k\frac{d^2\theta}{dz^2}\cdot\frac{D}{4}+h\theta=0$$

$$-\frac{d^2\theta}{dz^2}+\frac{4h}{Dk}\theta=0$$

令 $\Gamma_h=\sqrt{\frac{4h}{Dk}}$, 所以 $-\frac{d^2\theta}{dz^2}+(\Gamma_h)^2\theta=0$

边界条件 $$\begin{cases} z=0, \theta=\theta_0 \\ z=L, \frac{d\theta}{dz}=0 \end{cases}$$

得 $$\frac{T-T_f}{T_0-T_f}=cosh(\Gamma_h z)-tanh(\Gamma_h L)sinh(\Gamma_h z)$$

课本例1-9详解

方法二　柱坐标系下的对流传热微分方程

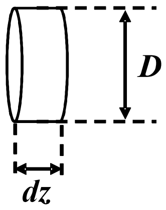
$$\frac{\partial T}{\partial t}+u_r\frac{\partial T}{\partial r}+\frac{u_\theta}{r}\frac{\partial T}{\partial \theta}+u_z\frac{\partial T}{\partial z}=a\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right]+\frac{\dot{q}}{\rho C_P}$$

简化方程：

定常 $\frac{\partial T}{\partial t}=0$, 翅片内无流场，$u_r=0, u_\theta=0, u_z=0$.

横截面上温度均匀, T 随 r 和 θ 没有变化

即 $\dfrac{\partial T}{\partial r}=0,\ \dfrac{\partial T}{\partial \theta}=0$



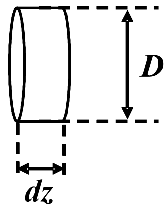
温度只随 z 轴变化， $\dfrac{\partial T}{\partial z}\neq 0$

壁面处有传热， $\dot{q}\neq 0$

上式简化为 $a\cdot\dfrac{\partial^2 T}{\partial z^2}+\dfrac{\dot{q}}{\rho C_P}=0,$

其中 $a=\dfrac{k}{\rho C_p}\Rightarrow a\cdot\dfrac{\partial^2 T}{\partial z^2}+\dfrac{1}{k}\dot{q}=0$

$\dot{q}$：单位时间单位体积的内热源传热量



$$\dot{q}=\frac{h\pi D\cdot dz\cdot(T_f-T)}{\frac{1}{4}\pi D^2\cdot dz}$$

$$=\frac{4h}{D}(T_f-T)$$

代入，得

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}+\frac{4h}{kD}(T_f-T)=0$$

剩余部分同方法一