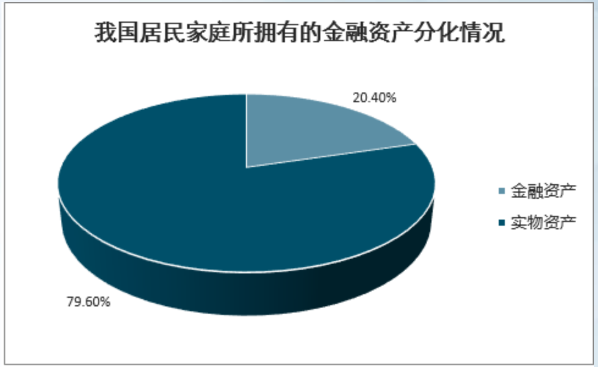
華東理工大學商學院
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY SCHOOL OF BUSINESS

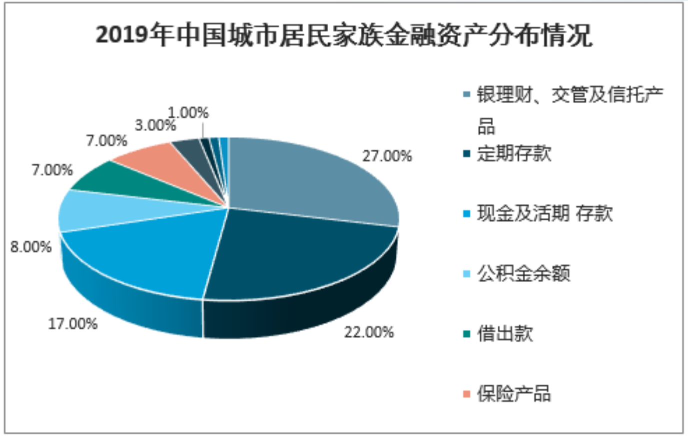
AACSB ACCREDITED   ASSOCIATION OF MBAS ACCREDITED   CAMEA 中国高质量MBA教育认证

金融学
——资产选择与组合投资

主讲：郑庆寰
单位：商学院

- **2019年中国城镇居民家庭户均总资产317.9万元，资产分布分化明显；家庭资产以实物资产为主，住房占比近七成，住房拥有率达到96.0%；金融资产占比较低，仅为20.4%，居民家庭更偏好无风险金融资产。**





目 录

CONTENTS

01 资产的类别

资产定义及分类

- **资产：由企业过去经营交易或各项事项形成的，由企业拥有或控制的，预期会给企业带来经济利益的资源。**

实物资产

金融资产

实物资产与金融资产

实物资产

- 既有投资价值，也有使用价值
- 流动性较差
- 维持成本高
- 抗通胀

金融资产

- 只有投资价值，没有使用价值
- 流动性较好
- 维持成本低
- 抗通缩

02 资产选择决定因素

资产选择

收益

风险

存款
理财

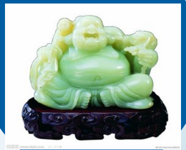
股票
基金

房产

现金

流动性

财富收入



决定因素

财富或收入

- 财富收入↑，资产需求↑
- 增幅取决于资产财富收入弹性

预期收益率

- 其他条件相同时，预期收益率↑，资产需求↑

$$E(r) = \sum_{i=1}^{n} r_i \bullet p_i$$

流动性

- 其他条件相同时，流动性↑，资产需求↑

风险

- 其他条件相同时，风险↑，资产需求↓

风险

一般理解 → 风险就是不确定性

可管理的风险 → 风险事件的结果、及各种结果的概率

是否可保 → 纯粹风险、投机风险

风险感受 → 损失增加的可能性

单项资产的风险和收益

市场需求类型	各类需求发生概率	各类需求状况下股票报酬率	
		西京	东方
旺盛	0.3	100%	20%
正常	0.4	15%	15%
低迷	0.3	-70%	10%
合计	1.0	—	—

计算预期收益率和风险

市场需求类型（1）	各类需求发生概率（2）	西京公司		东方公司	
		各类需求下的报酬率（3）	乘积（2）×（3）=（4）	各类需求下的报酬率（5）	乘积（2）×（5）=（6）
旺盛	0.3	100%	30%	20%	6%
正常	0.4	15%	6%	15%	6%
低迷	0.3	-70%	-21%	10%	3%
合计	1.0	–	$\hat{r}$=15%	–	$\hat{r}$=15%

计算预期收益率和风险

（1）计算预期报酬率

$$预期报酬率=\hat{r}=\sum_{i=1}^{n} P_i r_i$$

（2）计算方差

$$方差=\sigma^2=\sum_{i=1}^{n}(r_i-\hat{r})^2 P_i$$

（3）计算标准差

$$标准差=\sigma=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(r_i-\hat{r})^2 P_i}$$

两家公司的标准差分别为多少?

$\sigma_{西京}$=65.84%　　$\sigma_{东方}$=3.87%

计算预期收益率和风险

4.利用历史数据度量风险

$$估计\sigma=\sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n}\left(r_t-\bar{r}\right)^2}{n-1}}$$

r_t 是指第t期所实现的报酬率

$\bar{r}$ 是指过去n年内获得的平均年度报酬率

计算预期收益率和风险

5. 计算离散系数

如果有两项投资：一项预期报酬率较高而另一项标准差较低，投资者该如何抉择呢?

$$\text{离散系数} = CV = \frac{\sigma}{\hat{r}}$$

离散系数度量了单位报酬的风险，为项目的选择提供了更有意义的比较基础。

西京公司的离散系数为65.84/15 = 4.39，而东方公司的离散系数则为3.87/15 = 0.26。可见依此标准，西京公司的风险约是东方公司的17倍。

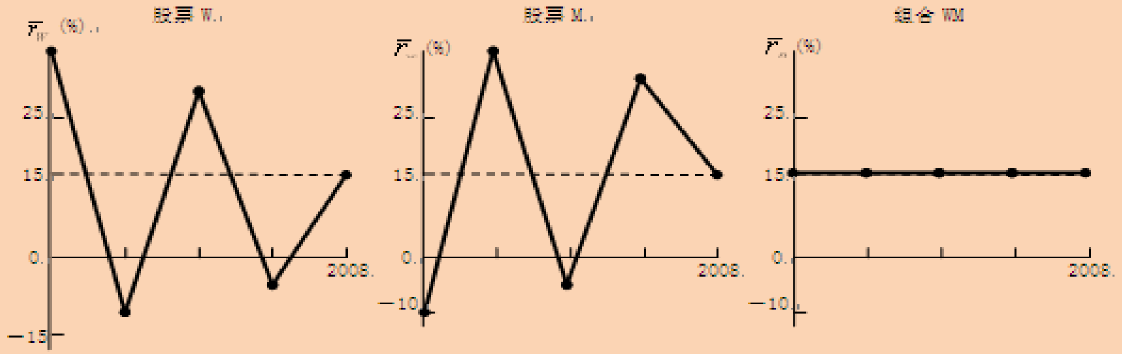
03 资产组合投资

证券组合投资的魅力

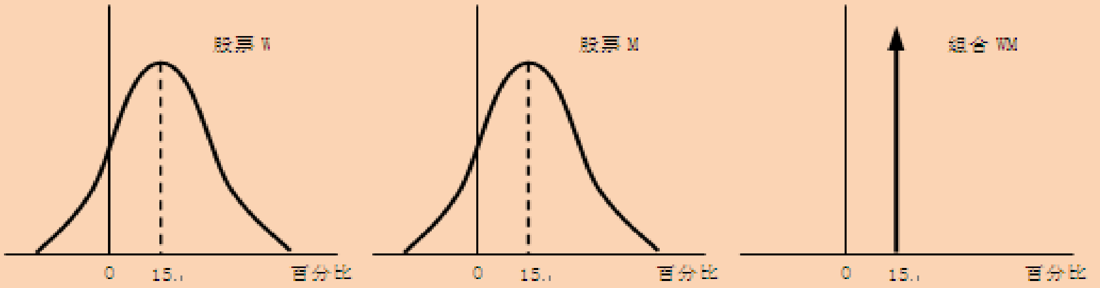
年度	股票 W($\bar{r}_W$)	股票 M($\bar{r}_M$)	组合 WM($\bar{r}_P$)
2004	40.0%	−10.0%	15.0%
2005	−10.0%	40.0%	15.0%
2006	35.0	−5.0%	15.0%
2007	−5.0%	35.0%	15.0%
2008	15.0%	15.0%	15.0%
平均收益率	15.0%	15.0%	15.0%
标准差	22.6%	22.6%	0.0%

完全负相关的证券组合

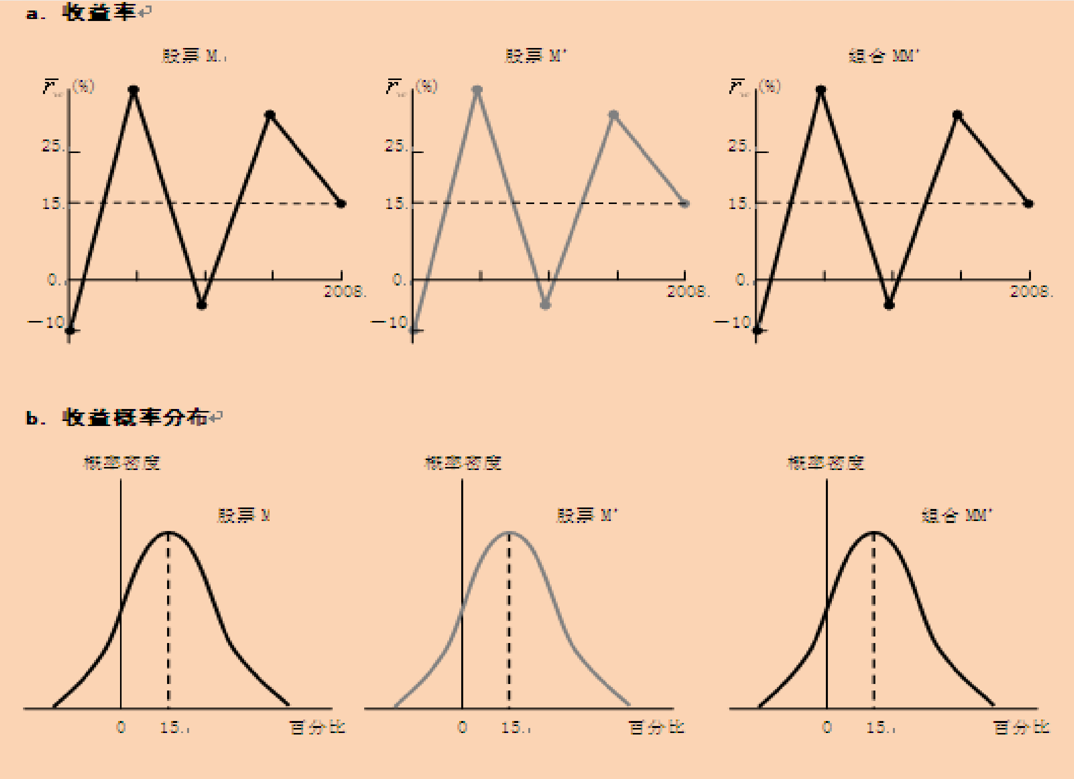
a. 收益率



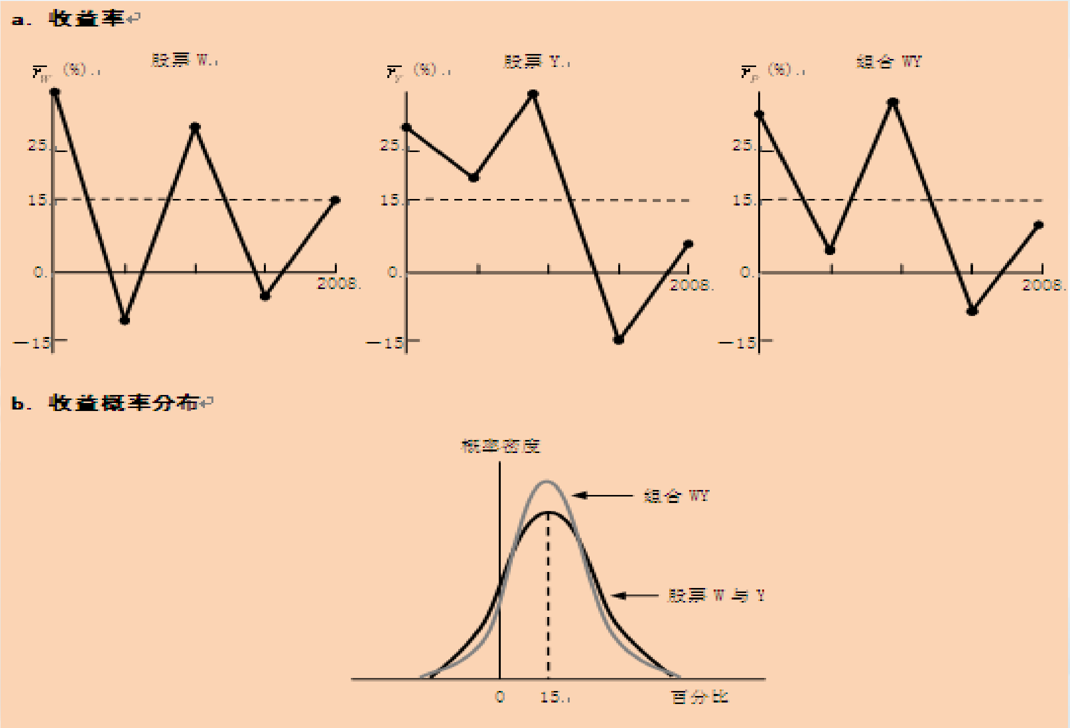
b. 收益概率分布



完全正相关的证券组合


a. 收益率
股票 M
股票 M'
组合 MM'
25
15
0
−10
2008
b. 收益概率分布
概率密度
股票 M
股票 M'
组合 MM'
0
15
百分比

部分相关的证券组合


a. 收益率
股票 W
股票 Y
组合 WY
25
15
0
−15
2008
b. 收益概率分布
概率密度
组合 WY
股票 W 与 Y
0
15
百分比

协方差

$$\sigma_{ij} = E[(R_i - E(R_i))(R_j - E(R_j))]$$

- **协方差表示两个变量协同变动的程度。也可记为*Cov(Ri, Rj)*。**
- **如果协方差为正，表明两个变量变动方向趋同。**
- **如果协方差为负，表明两个变量变动方向相反。**

四种证券预期收益率概率分布

概率	预期收益率分布（%）			
	A	B	C	D
0.1	10	6	14	2
0.2	10	8	12	6
0.4	10	10	10	9
0.2	10	12	8	15
0.1	10	14	6	20
预期收益率	10	10	10	10
标准差	0.0	2.2	2.2	5.0

$$
\begin{aligned}
COV(r_B, r_C) &= (6-10)\times(14-10)\times 0.1 + (8-10)\times(12-10)\times 0.2 + (10-10)\times(10-10)\times 0.4 \\
&\quad + (12-10)\times(8-10)\times 0.2 + (14-10)\times(6-10)\times 0.1 \\
&= -4.8
\end{aligned}
$$

同理： $COV(r_B, r_D) = +10.8$　　$COV(r_A, r_B) = 0$

相关系数

$$\rho_{ij} = \frac{Cov(R_i, R_j)}{\sigma_i \sigma_j}$$

- **相关系数表明两个变量的相关关系，可视作协方差的标准化。**
- **当ρij = 1时，证券i和j是完全正相关的；**
- **当ρij = -1时，证券i和j是完全负相关的；**
- **当ρij = 0时，证券i和j是不相关的。**

证券B和C的相关系数为：

$$\rho_{BC} = \frac{-4.8}{2.2 \times 2.2} = -1.0$$

注意：

协方差和相关系数都是反映两个随机变量相关程度的指标，但反映的角度不同：

协方差是度量两个变量相互关系的绝对值

相关系数是度量两个变量相互关系的相对数

两种证券组合的收益与风险

- **资产组合的收益** $E(R_p) = w_1 E(R_1) + w_2 E(R_2)$

- **资产组合的方差**

$$\sigma_P^2 = w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \sigma_{1,2}$$

$$= w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \rho_{1,2}\sigma_1\sigma_2$$

协方差

- **在特殊相关系数下，资产组合的标准差：**

$\rho_{1,2} = 1$ 时 $\sigma_P = w_1\sigma_1 + w_2\sigma_2$

$\rho_{1,2} = 0$ 时 $\sigma_p = \left(w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2\right)^{1/2}$

$\rho_{1,2} = -1$ 时 $\sigma_P = \left|w_1\sigma_1 - w_2\sigma_2\right|$

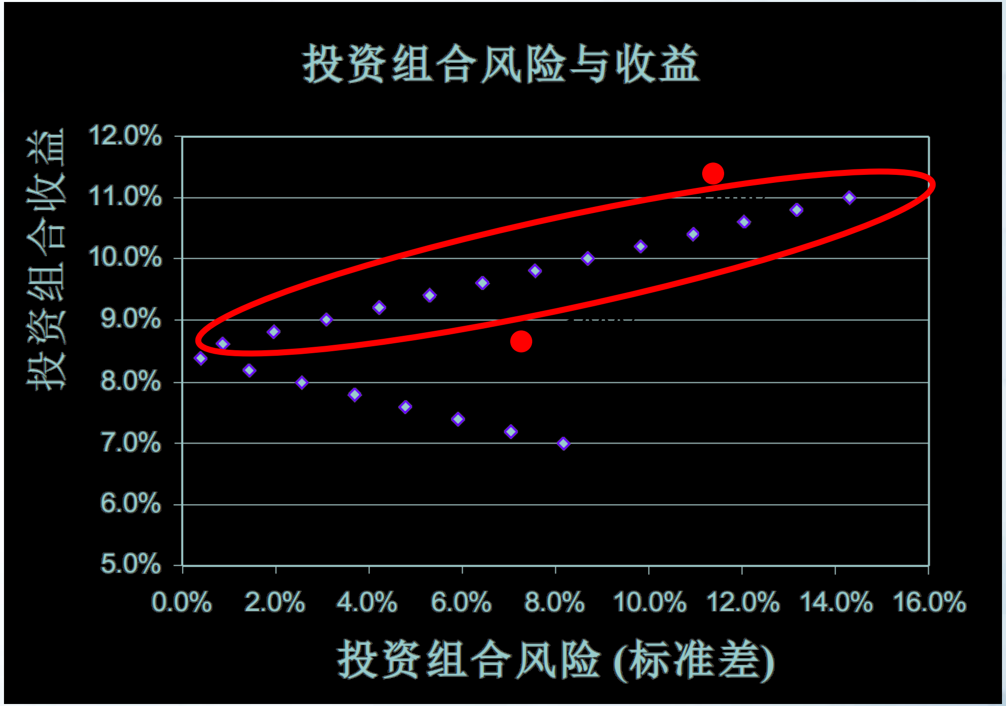
期望收益率、方差和协方差

三种状态出现的概率均为1/3，资产为股票基金和债券基金。

经济状态	概率	收益率		组合投资	
		股票基金S	债券基金B	股票基金 40%	债券基金 60%
萧条	0.33	-0.05	0.17	-0.02	0.102
正常	0.33	0.13	0.07	0.052	0.042
繁荣	0.33	0.28	-0.03	0.112	-0.018
期望收益率					
方差					
标准差					
协方差					
相关系数					

两种证券组合的有效集

股票投资比例	风险	收益
0%	8.2%	7.0%
5%	7.0%	7.2%
10%	5.9%	7.4%
15%	4.8%	7.6%
20%	3.7%	7.8%
25%	2.6%	8.0%
30%	1.4%	8.2%
35%	0.4%	8.4%
40%	0.9%	8.6%
45%	2.0%	8.8%
50%	3.1%	9.0%
55%	4.2%	9.2%
60%	5.3%	9.4%
65%	6.4%	9.6%
70%	7.6%	9.8%
75%	8.7%	10.0%
80%	9.8%	10.2%
85%	10.9%	10.4%
90%	12.1%	10.6%
95%	13.2%	10.8%
100%	14.3%	11.0%



多种证券组合的收益与风险

资产组合的收益率为

$$R_P = \sum_{i=1}^{n} w_i R_i$$

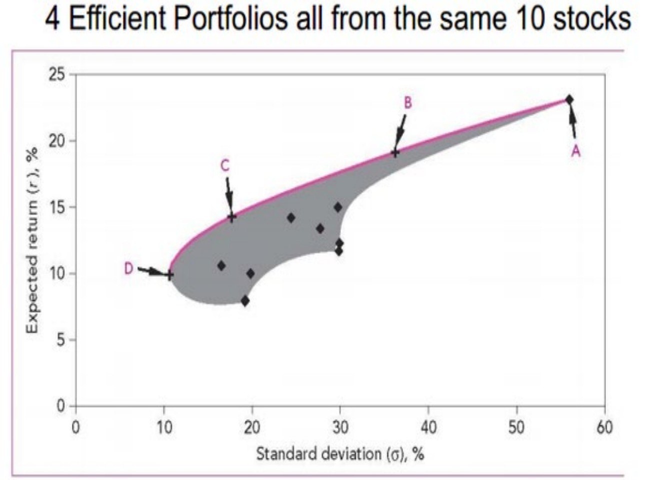
$$E(R_P) = \sum_{i=1}^{n} w_i E(R_i)$$

资产组合的方差

$$\sigma_P^2 = E(R_P - E(R_P))^2$$

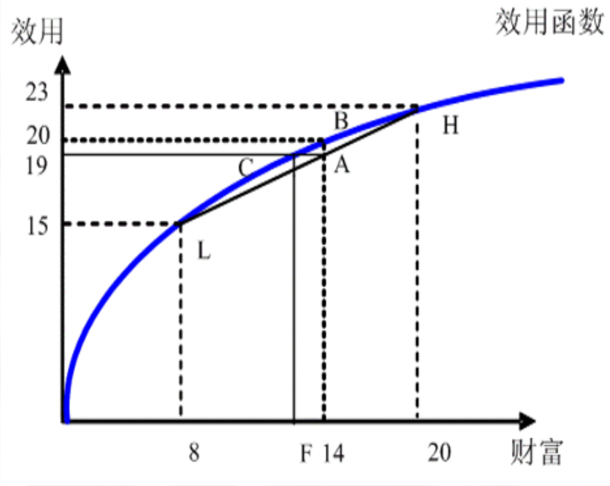
$$= E[\sum_{i=1}^{n} w_i (R_i - E(R_i))]^2$$

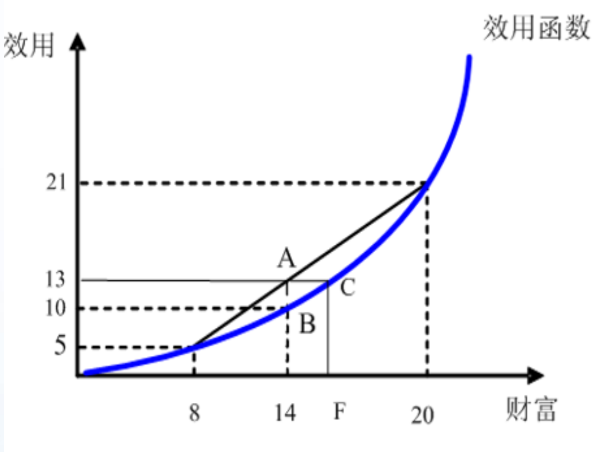
$$= \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_i w_j \sigma_{ij}$$



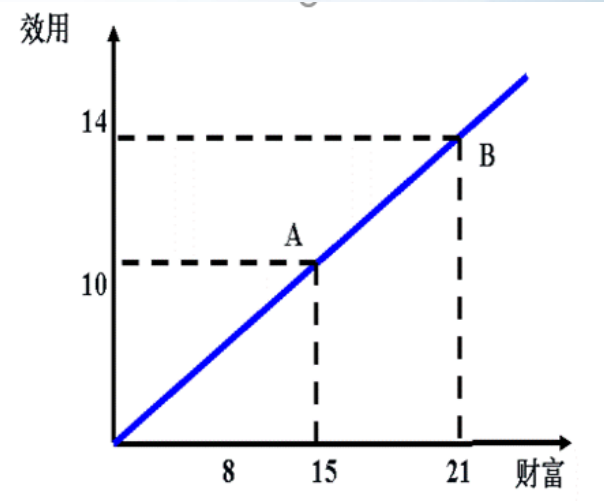
效用函数的形态

- 投资者对风险的态度由其效用函数的形态所决定。
- 效用函数分类：1）凹性效用函数、2）凸性效用函数、3）线性效用函数，分别表示投资者三种风险态度：风险厌恶、风险喜好、风险中性。





凸性效用函数



效用函数形态的讨论

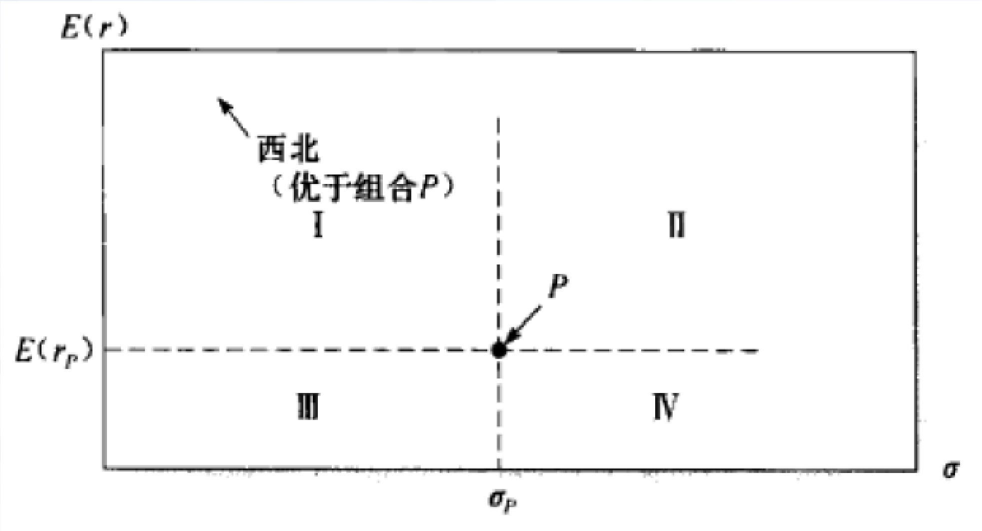
- **效用函数的斜率由一阶导数测定，在所有的三种风险态度中，效用函数的斜率都为正数[$U'(W)>0$]。也就是说，无论你对风险的态度如何，财富“多”比“少”好。**
- **效用函数的凹度（concavity）由二阶导数测定，决定了风险厌恶的程度。**
- **风险厌恶者，$U'(W)>0$ 和 $U''(W) < 0$**
- **风险中立者，$U'(W)>0$ 和 $U''(W) = 0$**
- **风险偏好者，$U'(W)>0$ 和 $U''(W) > 0$**

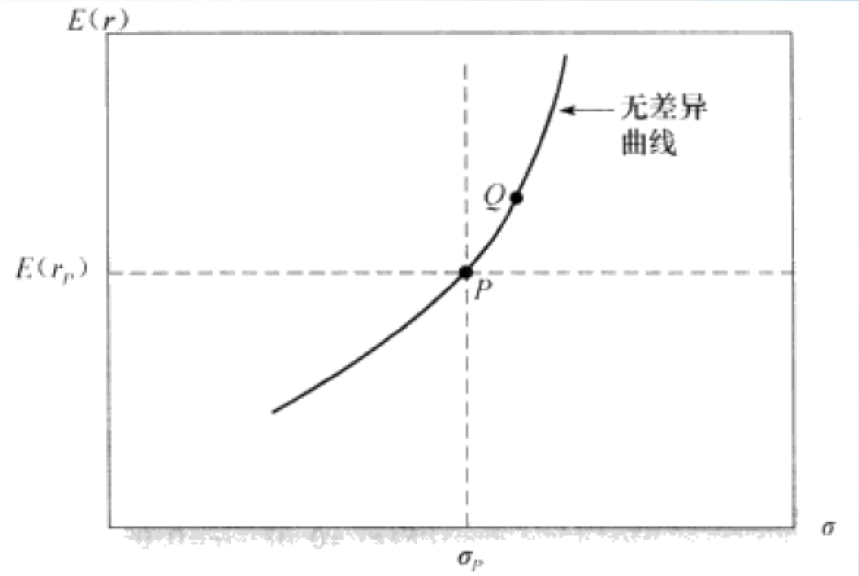
均值-方差度量效用

$$U = E(r) - A\sigma^2$$

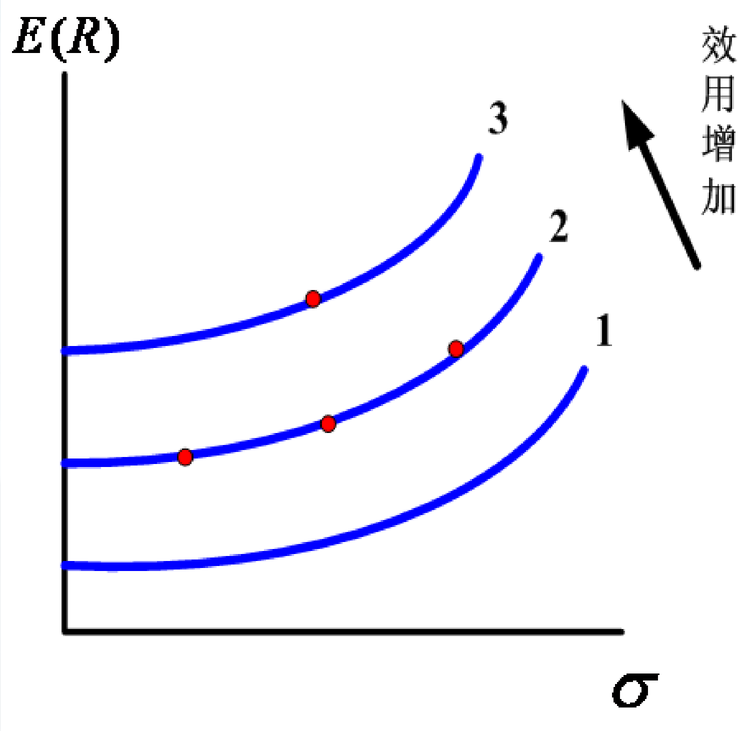
- 无风险资产：σ=0　　$U = E(r)$
- 风险厌恶者：A>0
- 风险偏好者：A<0
- 风险中立者：A=0　　$U = E(r)$

风险厌恶者无差异曲线



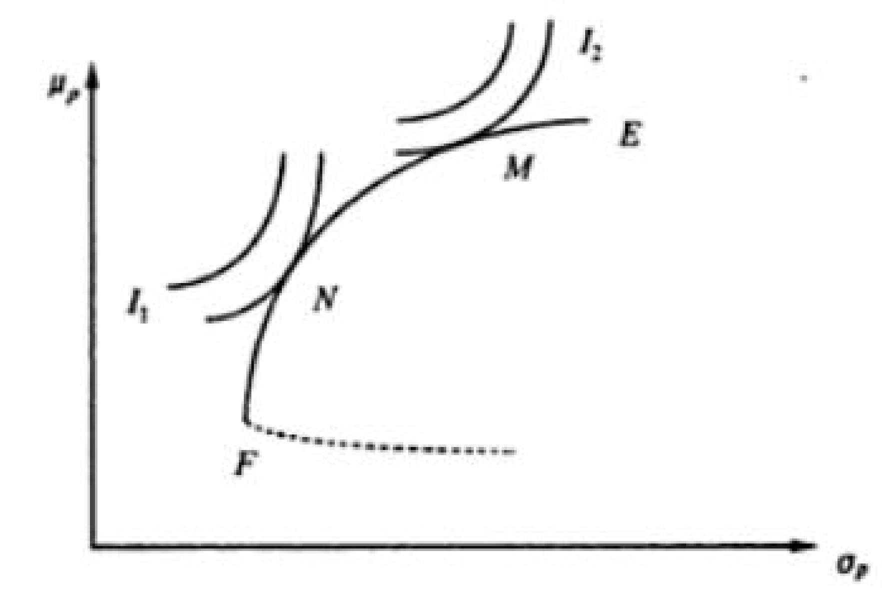


风险厌恶者无差异曲线



- 风险厌恶投资者的无差异曲线是收益分布均值和方差的函数
- 无差异曲线上任一点的期望效用相等
- 风险厌恶投资者的无差异曲线上任一点的斜率不小于0

最优组合的选择



最优组合应同时满足以下条件

1、位于有效边界上
2、位于投资者的无差异曲线上
3、为无差异曲线与有效边界的切点

无风险资产和风险资产的组合

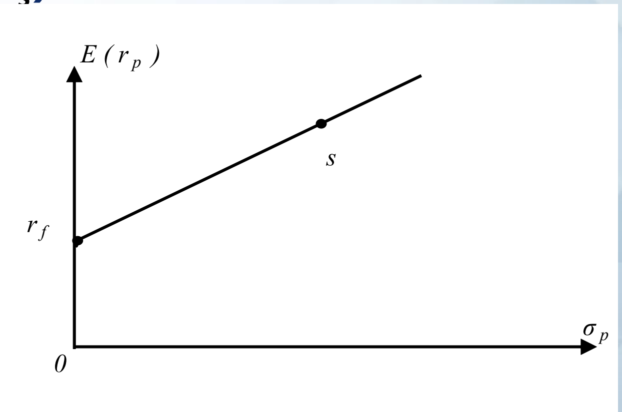
- **资产组合（portfolio）：由多种资产组合起来的一个资产集合**
  - **记为 $(w_1, w_2, \ldots, w_n)$，其中的 w_i 是财富分配在第i种资产上的比例，且 $\sum_i w_i=1$**
  - **可以做多、做空或不持有某种资产（w_i可正可负也可为0）**
- **一种无风险资产和一种风险资产的组合**
  - **无风险资产 r_f，风险资产 r_s（均值与标准差为 $\bar{r}_s$ 与 σ_s）**
  - **组合的均值和方差**

$$\bar{r}_p = r_f + \frac{\bar{r}_s - r_f}{\sigma_s}\sigma_p$$

$$\bar{r}_p = E\left[(1-w)r_f + wr_s\right] = (1-w)r_f + w\bar{r}_s = r_f + w(\bar{r}_s - r_f)$$

$$\sigma_p^2 = E\left[(1-w)r_f + wr_s - (1-w)r_f - w\bar{r}_s\right]^2 = E\left[w^2(r_s - \bar{r}_s)^2\right] = w^2\sigma_s^2$$

  - **在均值—标准差平面上组合画出一条直线**



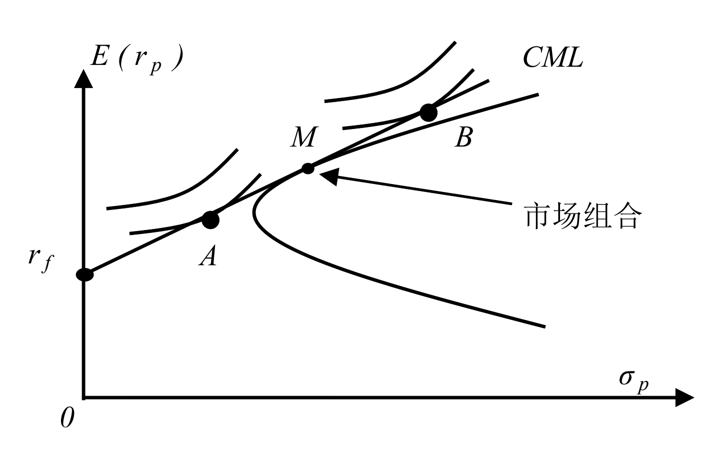
市场组合与共同基金定理

- **无风险资产与多种风险资产的组合**
  - **资本市场线（Capital Market Line，简称CML）：穿过无风险资产，与双曲线上半支相切的射线；资本市场线上的组合有最优的风险收益匹配**
  - **市场组合（market portfolio）：资本市场线与双曲线的切点，一般记为*M***

$$\bar{r}-r_f=\frac{\sigma}{\sigma_M}(\bar{r}_M-r_f)$$

  - **资本市场线的方程（市场组合的期望回报率为$\bar{r}_M$，波动率为σ_M）**

- **共同基金分离定理（又称为两基金分离定理、分离定理）：投资组合的选择分为分离的两步**
  - **第一步，基于各种风险资产的收益风险特性，构建出“市场组合”**
  - **第二步，根据投资者的偏好，将资产在无风险资产和市场组合之间做配置**



结论

1.适当的资产组合能够分散风险，增加收益

2.只要是负相关或弱相关的资产组合都可以降低组合风险

3.如果把市场上所有可得的资产都放在一起，能在最大程度上实现风险的分散

哈里·马科维茨

1990年诺贝尔经济学奖

资本资产定价模型（CAPM）

- 林特纳（Lintner，1965）：哈佛大学商学院和文理学院经济学系的教授，在哈佛大学出版社出版的《经济学与统计学评论》上，发表了题为《在股票投资组合与资金预算限制下，风险资产的评估与风险性投资标的的选择》的文章。
- 挪威经济学家莫辛（Mossin，1966）在卡内基理工学院从事研究期间，提出了相似的理论。
- 虽然CAPM模型有时也称为夏普-林特纳-莫辛模型，由于林特纳与莫辛先后去世，所以，他们也就失去了获得诺贝尔经济学奖的机会。

威廉·夏普 1964年《资本资产价格：风险状态下的市场均衡理论》

CPAM的假设条件

无风险借贷

存在一种无风险资产，投资者可以不受限制地以无风险利率借入和贷出。

单一期限

证券市场上任何证券都在单一期限内向投资者提供收益。

相同预期

投资者对证券的预期收益率、方差、协方差具有相同的预期。

完美市场

证券市场是完善的，不存在投资障碍，证券价格是一种均衡价格。

CAPM的第一种论证：基于效用函数的CAPM论证

- 假设一个市场组合M的投资者的效用函数为 $u(r)=E(r)-A\sigma^2(r)$
  - 即使假设投资者既持有M也持有无风险资产，证明仍然会成立
  - A>0衡量了投资者的风险厌恶程度
- 构建新的组合*p*，其中1-*w*份额的财富放在市场组合*M*上，剩下的*w*份额财富投在任意一种资产*i*上

$$
\begin{aligned}
u(r_p) &= u\left[wr_i+(1-w)r_M\right] \\
&= E\left[wr_i+(1-w)r_M\right]-A\sigma^2\left[wr_i+(1-w)r_M\right] \\
&= wE(r_i)+(1-w)E(r_M)-A\left[w^2\sigma_i^2+(1-w)^2\sigma_M^2+2w(1-w)\sigma_{iM}\right] \\
&= wE(r_i)+(1-w)E(r_M)-Aw^2(\sigma_i^2+\sigma_M^2-2\sigma_{iM})-2Aw(\sigma_{iM}-\sigma_M^2)-A\sigma_M^2
\end{aligned}
$$

$$
\frac{du(r_p)}{dw}=E(r_i)-E(r_M)-2Aw(\sigma_i^2+\sigma_M^2-2\sigma_{iM})-2A(\sigma_{iM}-\sigma_M^2)
$$

CAPM的第一种论证
基于效用函数的CAPM论证（续）

- 在均衡时，该投资者没有动力偏离其资产持有（市场组合*M*），所以

$$\left.\frac{du(r_p)}{dw}\right|_{w=0} = E(r_i)-E(r_M)-2A(\sigma_{iM}-\sigma_M^2)=0$$

- 上面的式子对所有资产都成立，对无风险资产r_f也成立，所以有

$$r_f - E(r_M)+2A\sigma_M^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad A=\frac{E(r_M)-r_f}{2\sigma_M^2}$$

- 将解出的*A*代回最上面的式子可得

$$E(r_i)-E(r_M)-\frac{E(r_M)-r_f}{\sigma_M^2}(\sigma_{iM}-\sigma_M^2)=0$$

$$\Rightarrow E(r_i)-E(r_M)+E(r_M)-r_f=\frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2}\left[E(r_M)-r_f\right]\Rightarrow E(r_i)-r_f=\frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2}\left[E(r_M)-r_f\right]$$

- 定义$\beta_i=\sigma_{iM}/\sigma_M^2$，则上式变形为常见的CAPM定价方程

$$E(r_i)-r_f=\beta_i\left[E(r_M)-r_f\right]$$

CAPM的第二种论证
基于组合构建的CAPM论证

- **令(σ_M, $E(r_M)$)代表市场组合M，资本市场线（CML）的方程为**

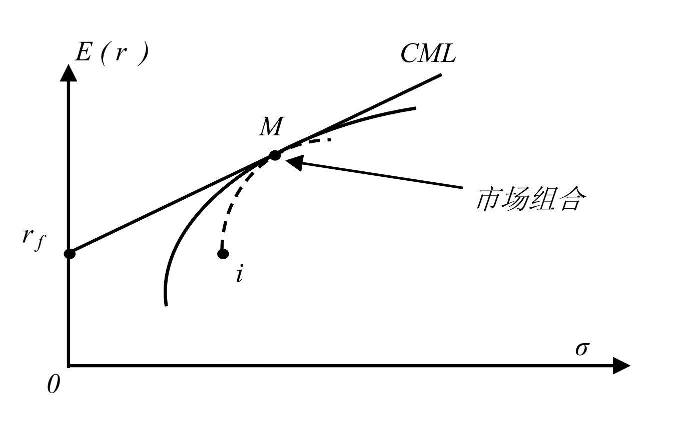
$$E(r) = r_f + \frac{E(r_M) - r_f}{\sigma_M}\sigma$$

- **用某一风险资产i和市场组合M构建出一个新的组合r_w，资产i和市场组合的份额分别为w与$1-w$**

$$E[r_w] = wE(r_i) + (1-w)E(r_M) = w\left[E(r_i) - E(r_M)\right] + E(r_M)$$

$$\sigma(r_w) = \left[w^2(\sigma_i^2 + \sigma_M^2 - 2\sigma_{iM}) + 2w(\sigma_{iM} - \sigma_M^2) + \sigma_M^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

- 当w变化时，构建的组合在 (σ, E(r)) 平面上画出一条穿过(σ_M, $E(r_M)$)和(σ_i, $E(r_i)$)的曲线
  - 这条曲线与CML相交于市场组合M处（w=0）
  - 这条曲线必须与CML相切于市场组合M处，否则与CML定义矛盾



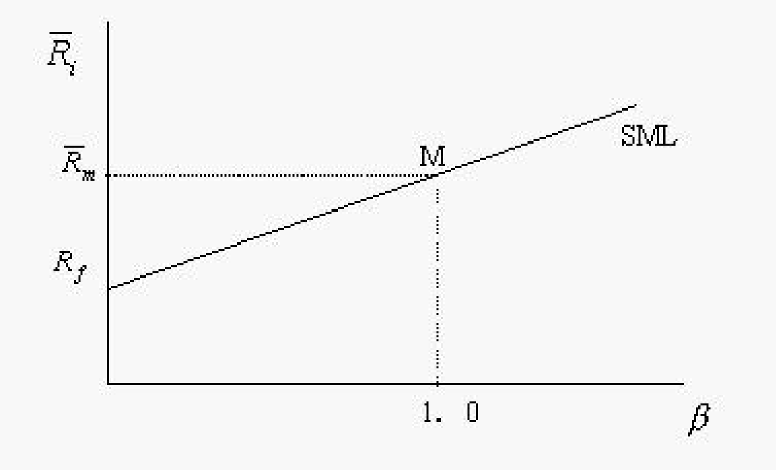
CAPM的第二种论证
基于组合构建的CAPM论证（续）

- **由曲线与CML在*M*处相切得到** $$\left.\frac{dE(r_w)}{d\sigma(r_w)}\right|_{w=0}=\frac{E(r_M)-r_f}{\sigma_M}$$
- **由求导法则及*E(r_w)*的表达式可知** $$\frac{dE(r_w)}{d\sigma(r_w)}=\frac{dE(r_w)}{dw}\Big/\frac{d\sigma(r_w)}{dw}=\left[E(r_i)-E(r_M)\right]\Big/\frac{d\sigma(r_w)}{dw}$$
- **又由*σ(r_w)*的表达式可知** $$\left.\frac{d\sigma(w)}{dw}\right|_{w=0}=\frac{1}{2}\left[\sigma_M^2\right]^{-\frac{1}{2}}\cdot\left[2(\sigma_{iM}-\sigma_M^2)\right]=\frac{\sigma_{iM}-\sigma_M^2}{\sigma_M}$$
- **所以有** $$\left[E(r_i)-E(r_M)\right]\Big/\frac{\sigma_{iM}-\sigma_M^2}{\sigma_M}=\frac{E(r_M)-r_f}{\sigma_M}$$
- **化简并定义$\beta_i=\sigma_{iM}/\sigma_M^2$可得** $$\boxed{E(r_i)-r_f=\beta_i\left[E(r_M)-r_f\right]}$$

证券市场线（security market line）

反映了单个证券与市场组合的协方差和其预期收益率之间的均衡关系。

$$\overline{R_i} = R_f + (\overline{R_M} - R_f)\beta_i$$



- $\sigma_{iM} = 0$，**预期收益率应等于无风险利率**
- $\sigma_{iM} < 0$，**预期收益率应小于无风险利率**
- **具有较大** σ_{iM} **值的证券必须按比例提供较大的预期收益率以吸引投资者。**

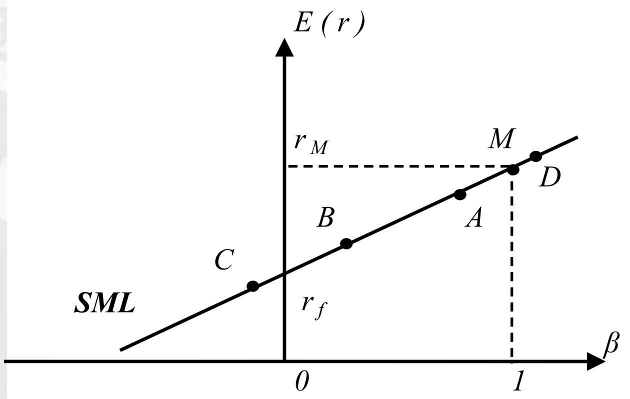
在考虑市场组合风险时，重要的不是各种证券自身的整体风险，而是其与市场组合的协方差。这就是说，自身风险较高的证券，并不意味着其预期收益率也就较高；同样，自身风险较低的证券，也并不意味着其预期收益率也就较低。单个证券的预期收益率水平应取决于其与市场组合的协方差。

比较CML与SML

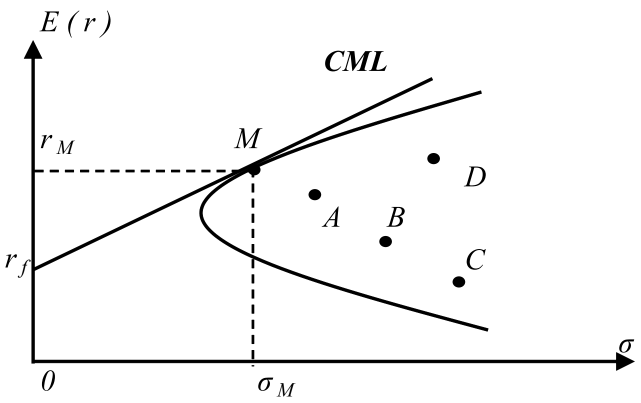
$$E(r_i)=r_f+\beta_i\left[E(r_M)-r_f\right]$$

$$E(r_i)=r_f+\frac{\sigma_i}{\sigma_M}\left[E(r_M)-r_f\right]$$

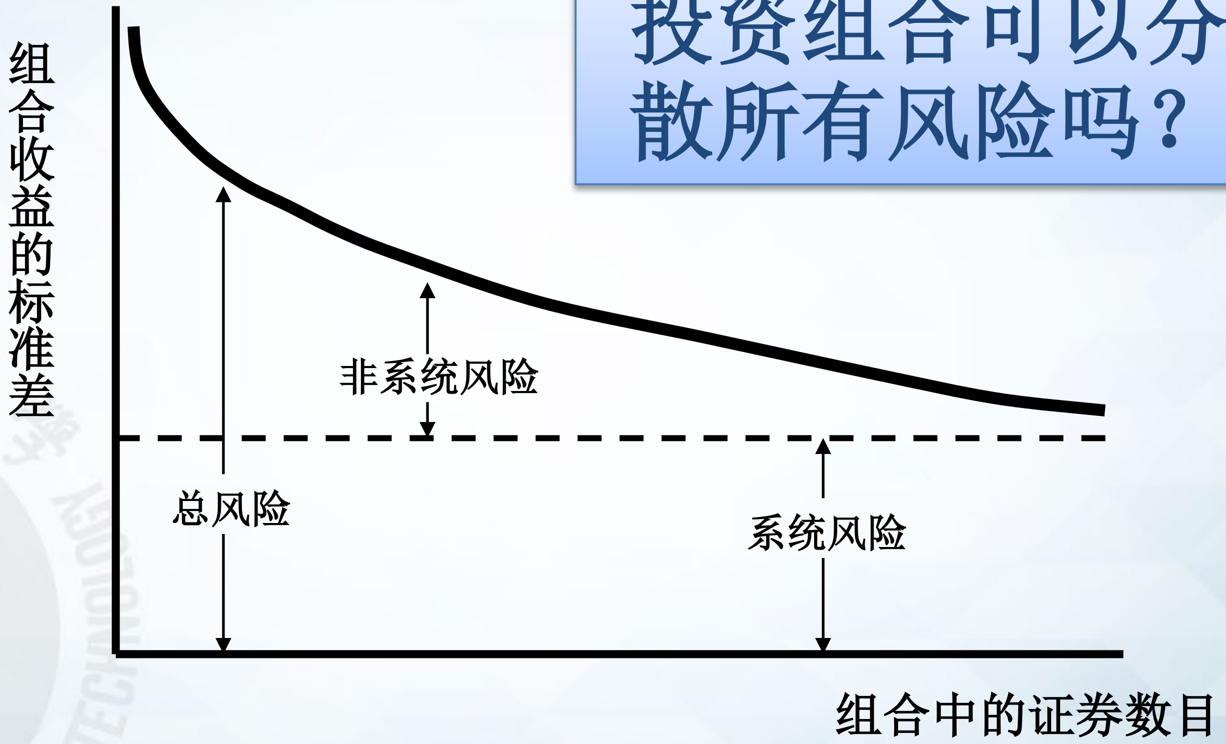
- **证券市场线（SML）**



- **资本市场线（CML）**



投资组合可以分散所有风险吗？



系统性风险和非系统性风险

系统性风险

- 一个经济体系中所有的资产都面临的风险
- 无法通过投资组合分散
- 如通胀风险、经济衰退风险

非系统性风险

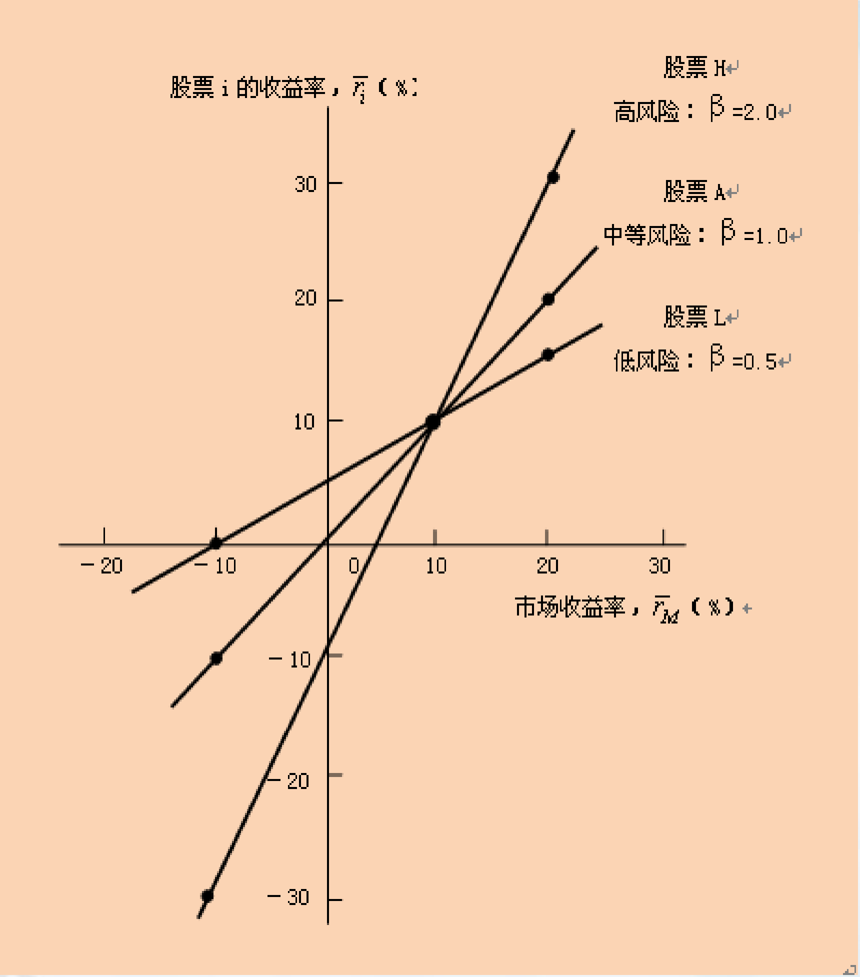
- 单个资产自身特有的风险
- 可以通过组合投资进行分散
- 如蚂蚁剧团暂缓上市风险

系统性风险衡量——β系数

- β值度量了股票相对于市场组合风险的波动程度，市场组合风险的β值为1.0。

$$\beta = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2}$$

- 如果一种股票在半年的时间里价格上涨了80%，而整个市场指数只上涨了10%，则这只股票的β值就是8。


股票 i 的收益率，$\bar{r}_i$（%）
股票 H
高风险：β =2.0
股票 A
中等风险：β =1.0
股票 L
低风险：β =0.5
30
20
10
−10
−20
−30
−20
−10
0
10
20
30
市场收益率，$\bar{r}_M$（%）

证券组合的β系数

$$\beta = \sum_{i=1}^{n} X_i \beta_i$$

β系数=1，系统性风险等于市场组合

β值>1，“激进型”的资产,系统性风险大于市场组合

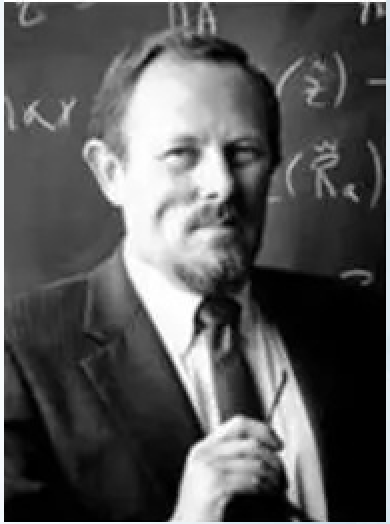
β值<1，“保守型”的资产 ,系统性风险小于市场组合

β系数=0，说明没有系统性风险。

资本资产定价模型
（Capital Asset Pricing Model 简称CAPM）

$$R_p = R_F + \beta_p (R_M - R_F)$$

证券组合投资要求补偿的风险只是市场风险，而不要求对可分散风险进行补偿。

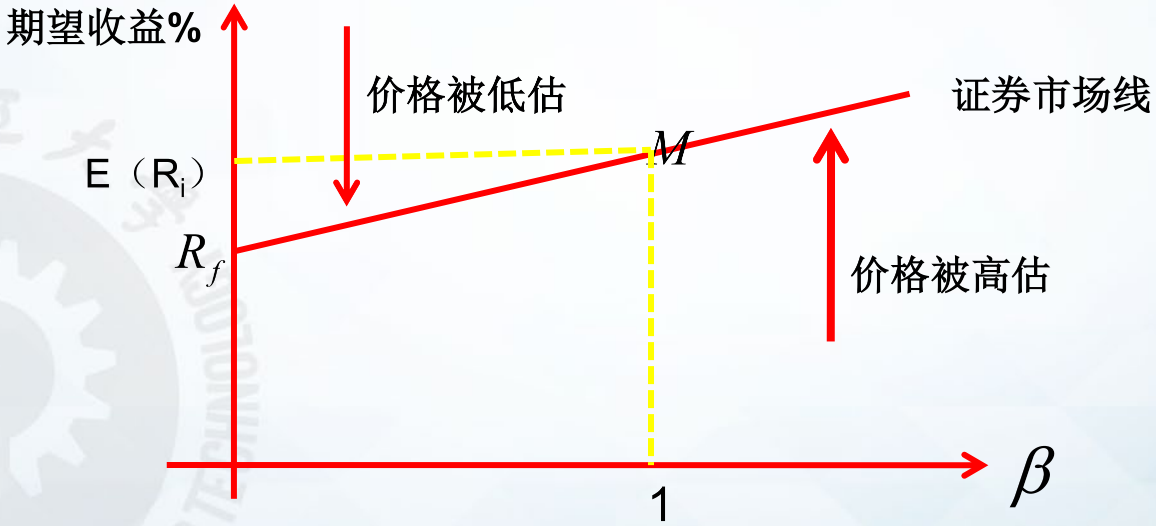


威廉·夏普

1990年诺贝尔经济学奖

CAPM模型

$$E(R_i) = R_f + \beta\left[E(R_M) - R_f\right]$$



例题

科林公司持有由甲、乙、丙三种股票构成的证券组合，它们的β系数分别为2.0、1.0和0.5，它们在证券组合中的比重分别为60%、30%、10%，股票市场平均报酬率为14%，无风险报酬率为10%，试确定这种证券组合的风险报酬率。

1）确定证券组合的β系数。

β_p=60%×2.0+30%×1.0+10%×0.5=1.55

2）计算该证券组合的风险收益率。

$R_p=\beta_p(K_m-R_F)$ =1.55×（14%-10%）=6.2%

本章小结

- 实物资产和金融资产
- 资产选择的决定因素
- 投资组合原理
- 资本资产定价模型

華東理工大學商學院
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY SCHOOL OF BUSINESS

AACSB ACCREDITED　ASSOCIATION OF MBAS ACCREDITED　CAMEA 中国高质量MBA教育认证

谢 谢！