



过程设备机械设计基础

---剪切与扭转

主讲：付 尧

电话：64252096

email: fuyao@ecust.edu.cn

学习资料及论坛: www.chenjj.org

主要内容

- 5.1 剪切构件的受力和变形特点
- 5.2 剪切和挤压的强度计算
- 5.3 扭转的概念和扭矩的计算
- 5.4 薄壁圆筒扭转时的剪应力
- 5.5 实心圆轴扭转时的应力与变形
- 5.6 圆轴扭转时的强度和刚度条件

5.1 剪切构件的受力和变形特点

剪切的工程实例

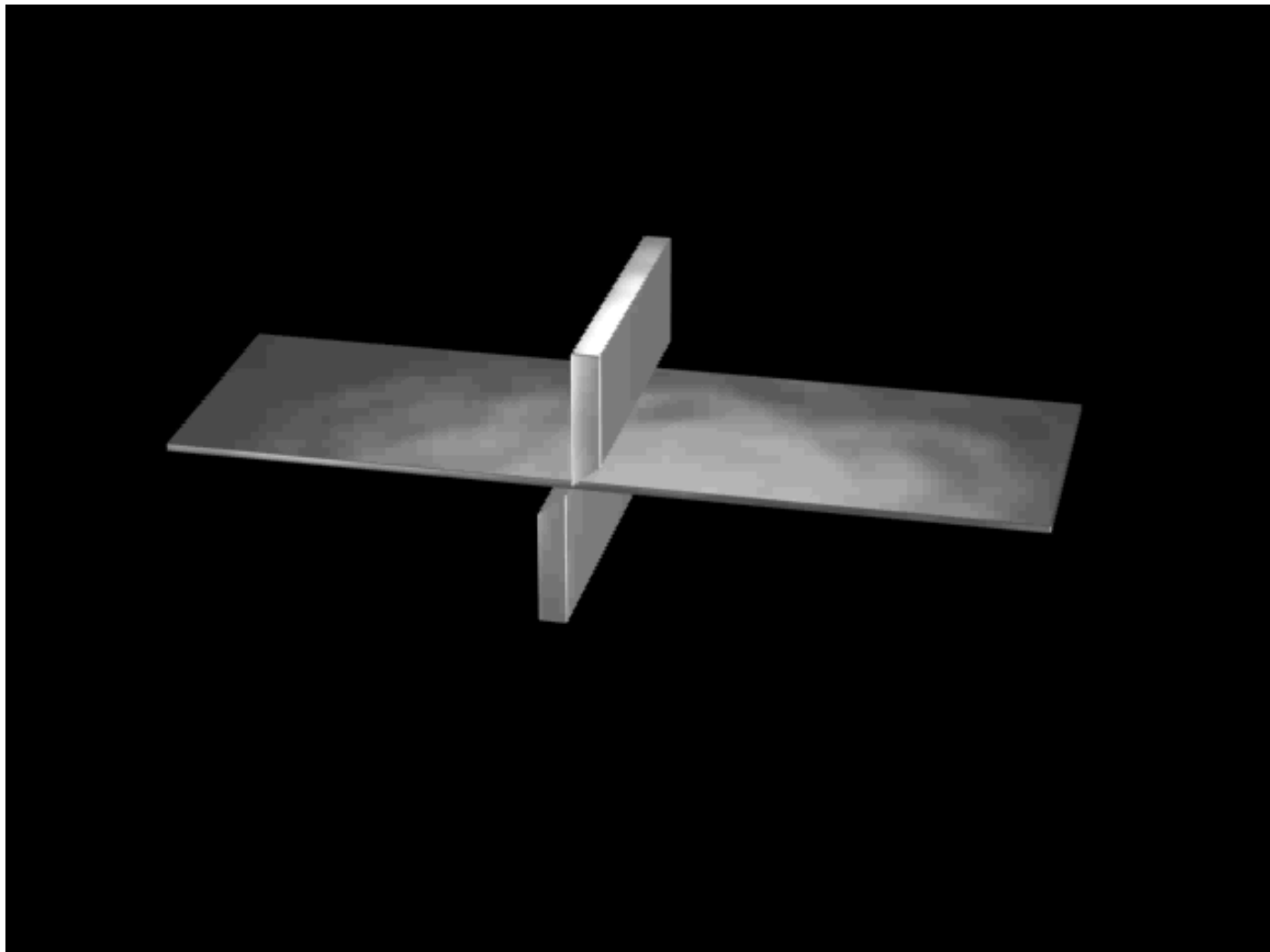


5.1 剪切构件的受力和变形特点



5.1 剪切构件的受力和变形特点

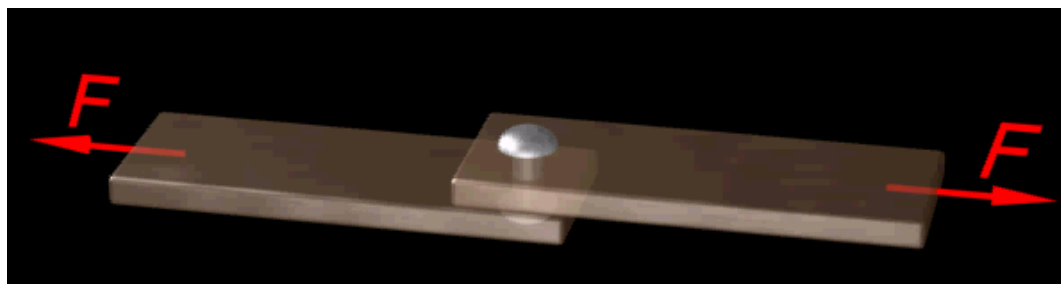
剪切的工程实例



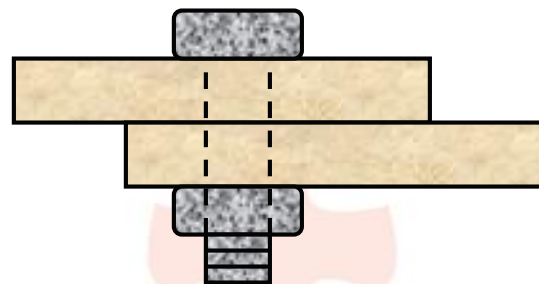
5.1 剪切构件的受力和变形特点

剪切的工程实例

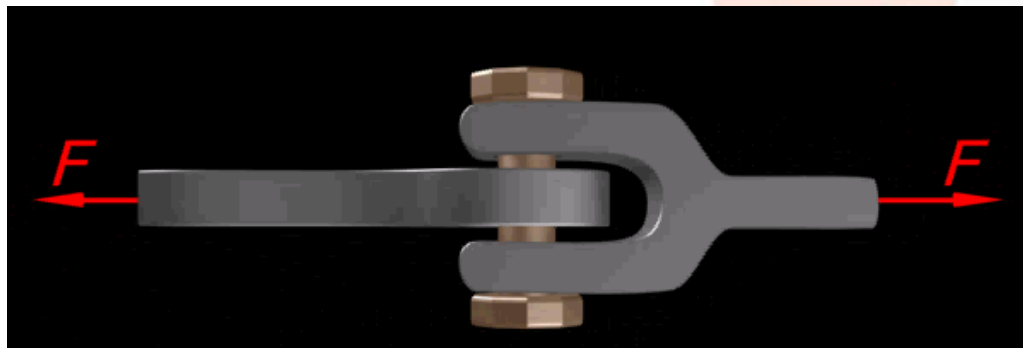
铆钉连接



螺栓连接



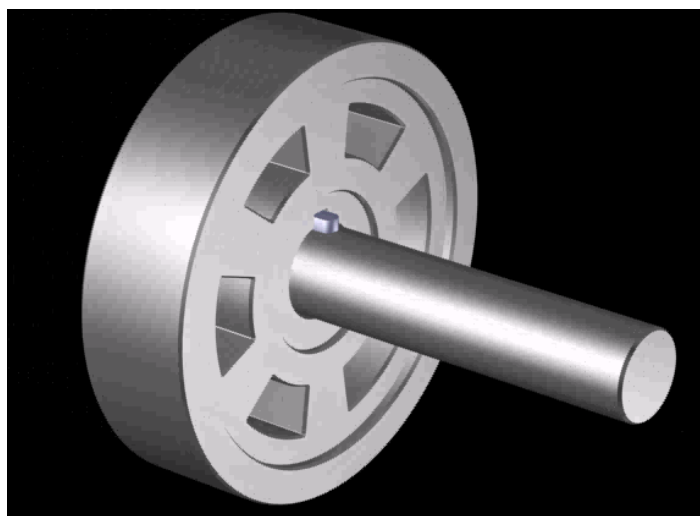
销轴连接



5.1 剪切构件的受力和变形特点

剪切的工程实例

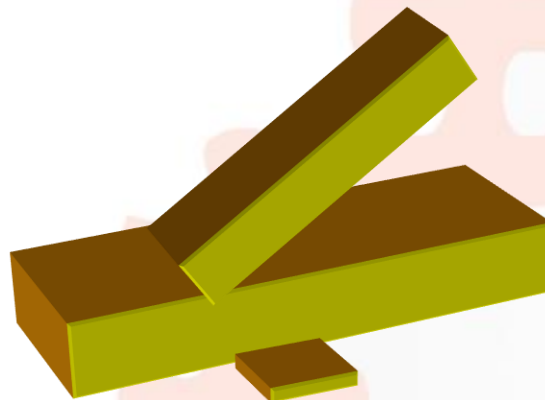
平键连接



焊接连接

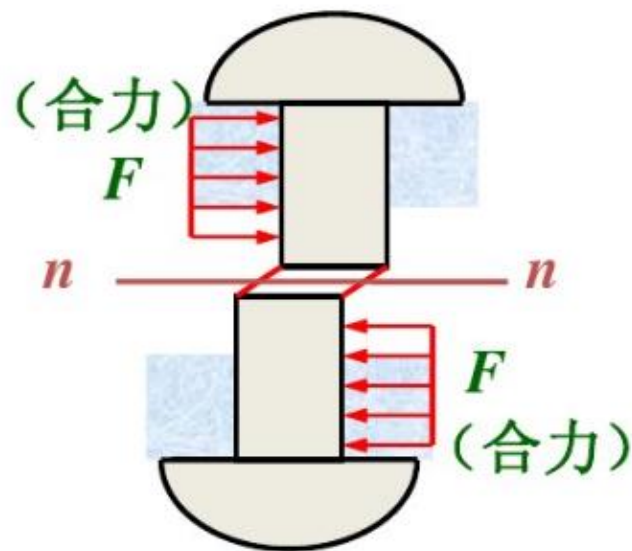


榫连接

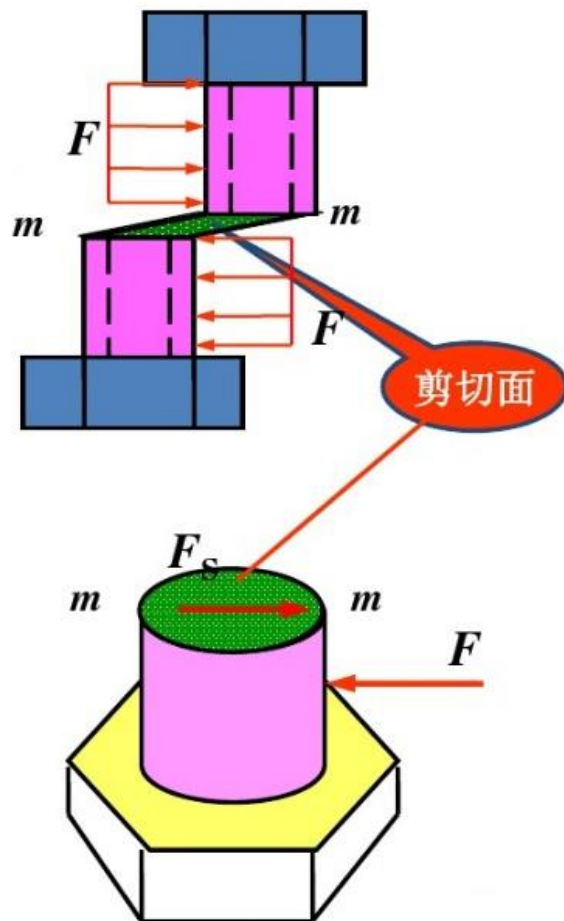


5.1 剪切构件的受力和变形特点

- **剪切**：作用于构件上的外力使得构件发生错动的现象。
- **受力特点**：合力大小相等、方向相反、作用线距离很小。
- **变形特点**：位于两力之间的截面发生相对错动。



5.1 剪切构件的受力和变形特点



破坏形式:

- 剪切破坏: 沿剪切面的破坏, m-m面。
- 挤压破坏: 与钢板在相互接触面上因挤压而产生变形。

5.2 剪切和挤压的强度计算

◆ 剪应力的计算及强度条件:

横截面上的内力：剪力F

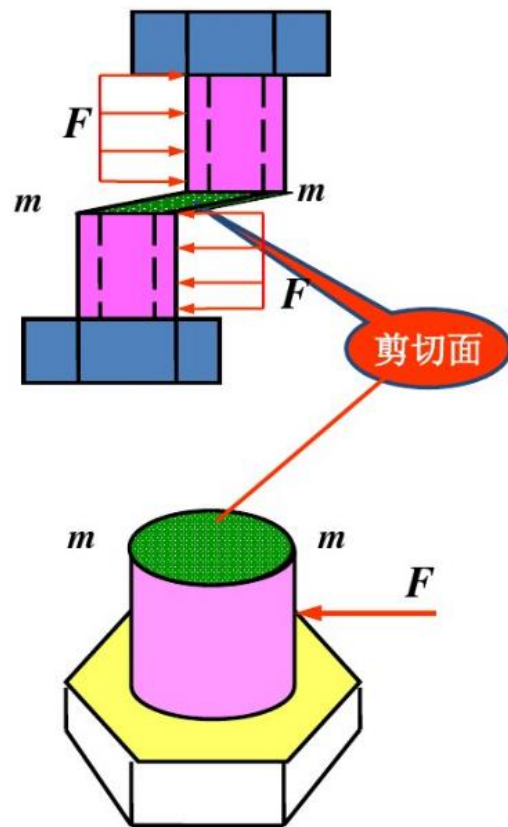
假设剪力F在截面上均匀分布

强度条件： $\tau = \frac{F}{A} \leq [\tau]$

其中： $[\tau] = \tau_b / n$

对塑性材料： $[\tau] = (0.6 \sim 0.8)[\sigma]$

对脆性材料： $[\tau] = (0.8 \sim 1.0)[\sigma]$



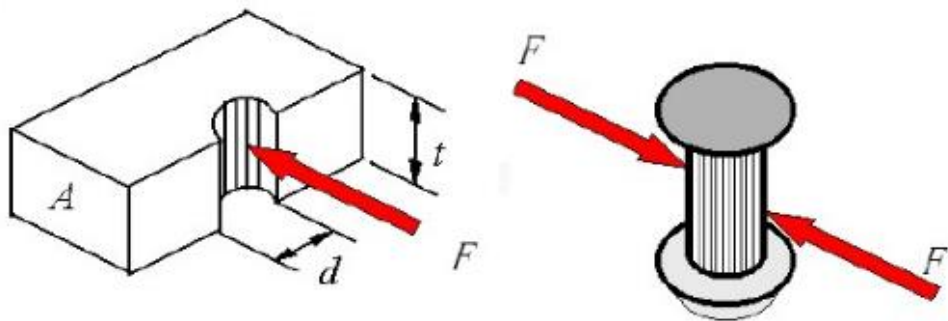
5.2 剪切和挤压的强度计算

◆ 挤压应力计算及强度条件:

假设挤压应力在截面上均匀分布,

强度条件为: $\sigma_{jy} \leq [\sigma_{jy}]$ 其中: $\sigma_{jy} = F / A_{jy}$

$$[\sigma_{jy}] = (1.7 - 2.0)[\sigma]$$



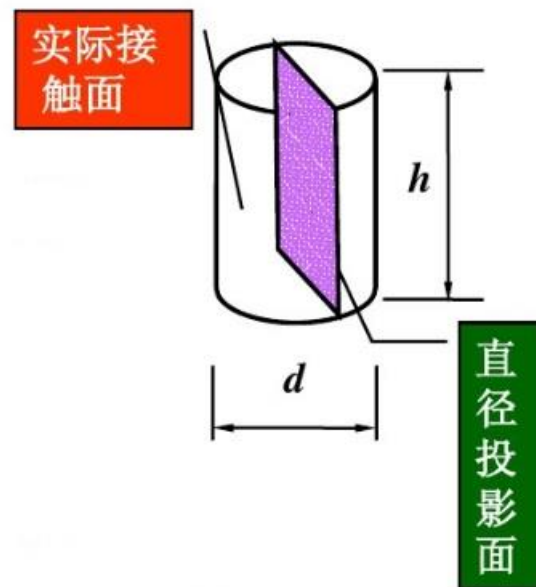
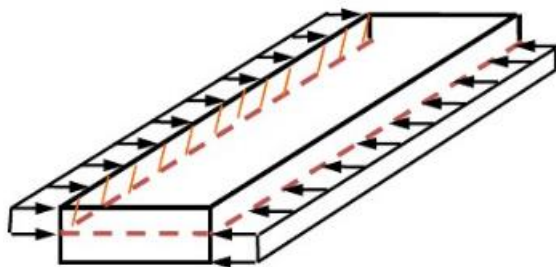
5.2 剪切和挤压的强度计算

◆ 挤压面的面积计算

(1) 当接触面为圆柱面时，挤压面积 A_{jy} 为实际接触面在直径平面上的投影面积。

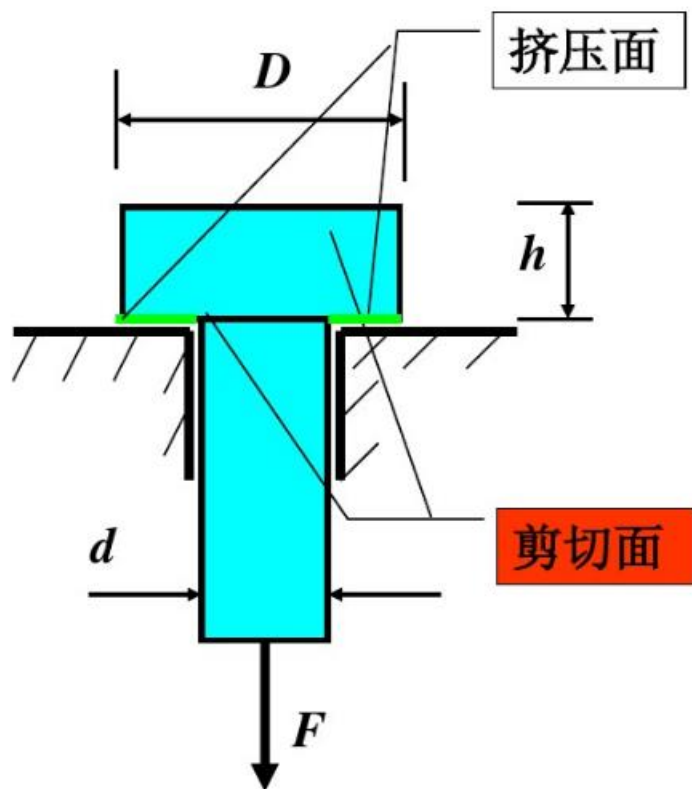
$$A_{jy}=dh$$

(2) 当接触面为平面时， A_{jy} 为实际接触面积。

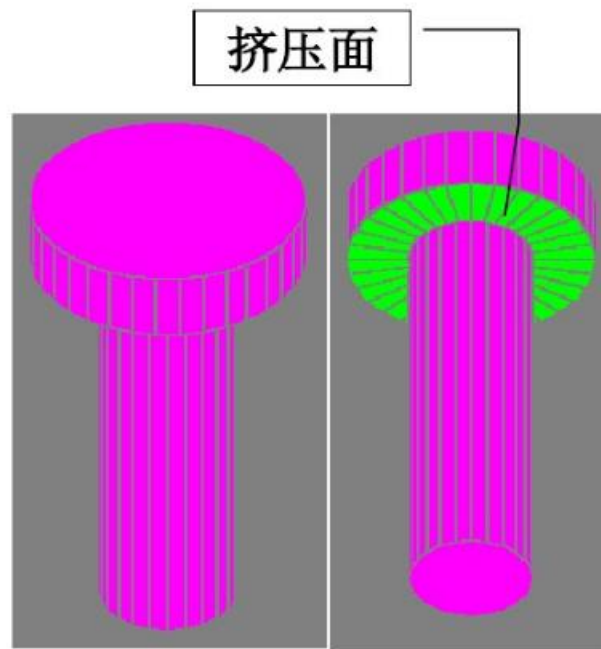


5.2 剪切和挤压的强度计算

例 求销钉的剪切面积和挤压面积



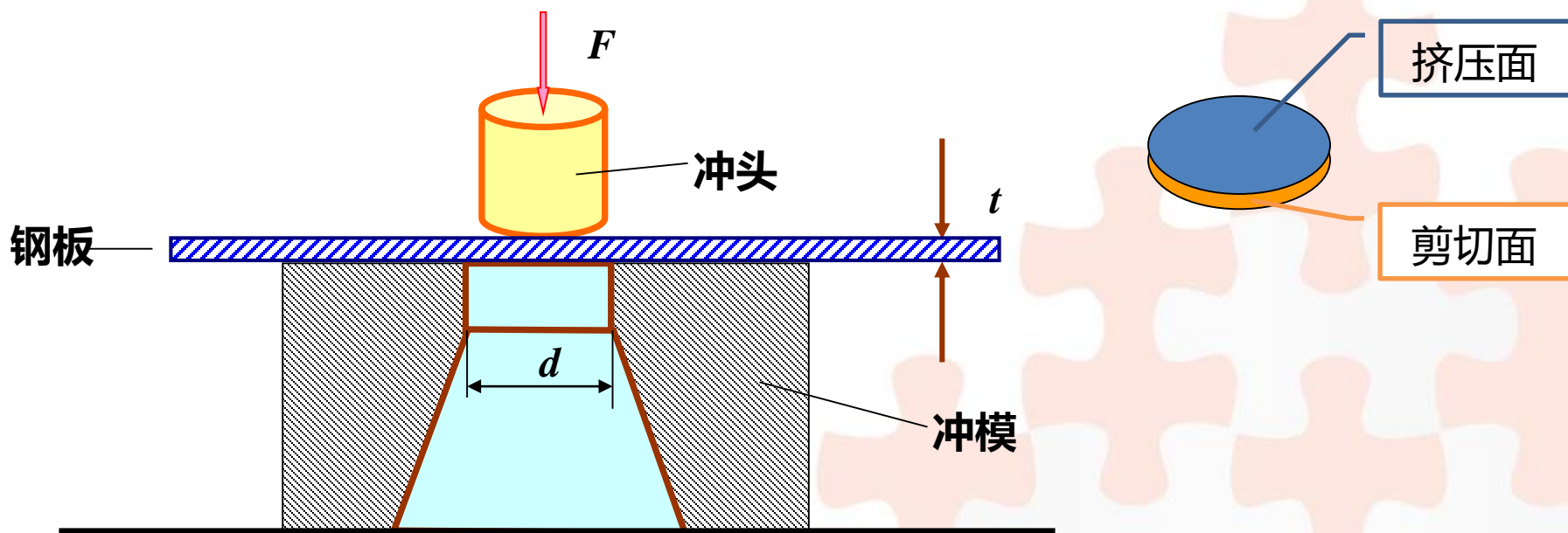
销钉的挤压面面积 $A_{bs}=?$



$$A_{bs} = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2)$$

5.2 剪切和挤压的强度计算

例 冲床的最大冲力 $F = 400kN$ ，冲头材料的许用应力 $[\sigma_{jy}] = 440 MPa$ ，被剪切钢板的剪切强度极限 $\tau_b = 360 MPa$ ，求圆孔最小直径 和钢板的最大厚度。



5.2 剪切和挤压的强度计算

根据挤压条件: $\sigma_{jy} \leq [\sigma_{jy}]$

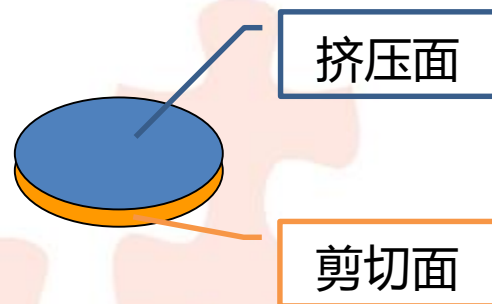
$$\sigma_{jy} = \frac{4F}{\pi d^2} \leq [\sigma_{jy}]$$

由此可得: $d \geq 34\text{mm}$

根据剪切条件: $\tau \geq \tau_b$

$$\tau = \frac{F}{\pi d t} \geq \tau_b$$

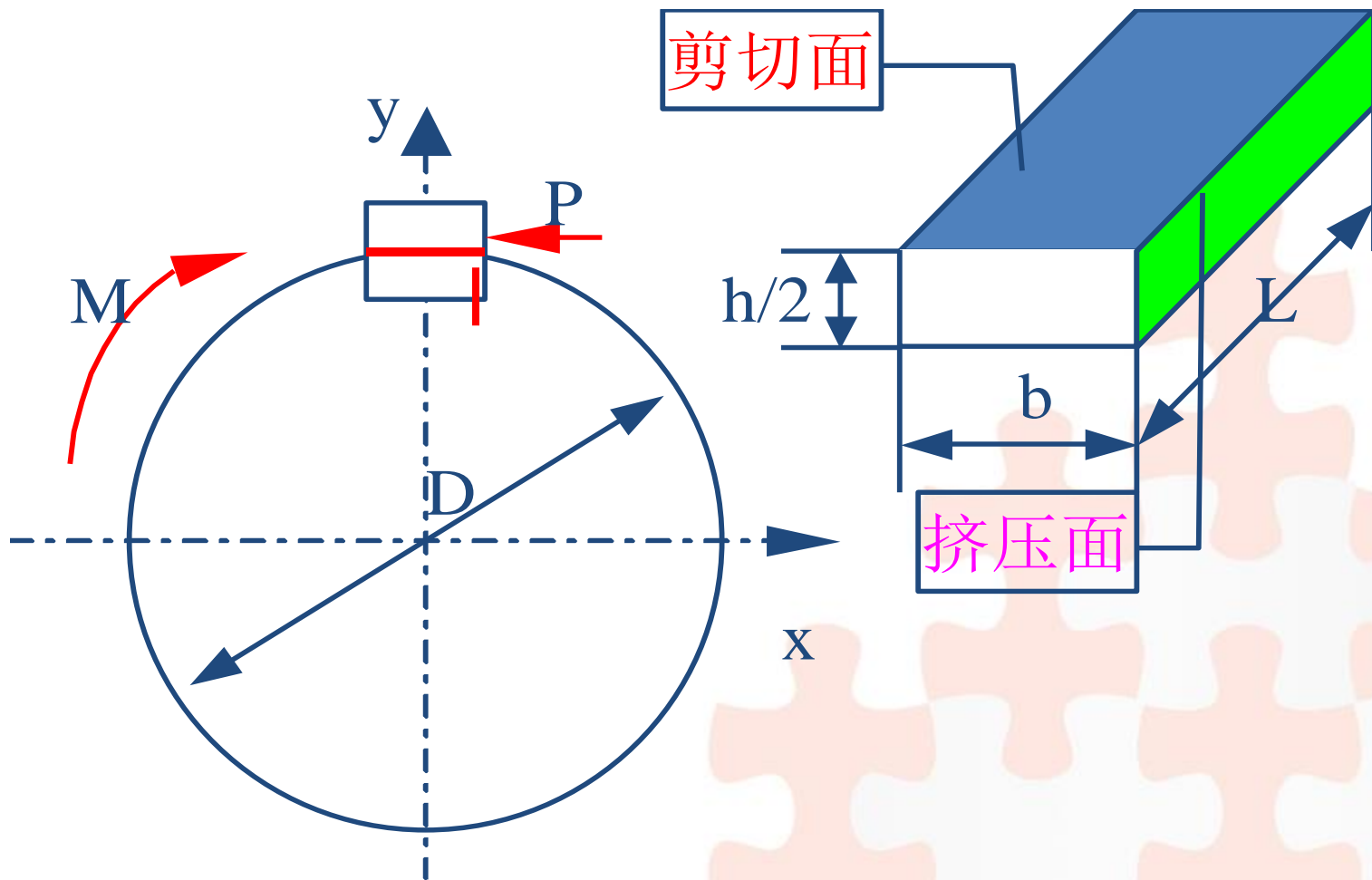
由此可得: $t \leq 10.4\text{mm}$



该冲床在最大载荷作用下所能冲剪的圆孔最小直径为34mm, 所能冲剪钢板的最大厚度为10.4mm。

5.2 剪切和挤压的强度计算

例 已知 $M=720\text{N.m}$ ， $D=50\text{mm}$ ，选择平键，并校核强度。



5.2 剪切和挤压的强度计算

1) 查机械设计手册，选出平键的宽度 **$b=16\text{mm}$** ，高度 **$h=10\text{mm}$** ，长度 **$L=45\text{mm}$** ， **$[\tau]=110\text{MPa}$** ， **$[\sigma_{jy}]=250\text{MPa}$**

2) 求外力

$$\sum M_0 = 0 \quad M - P \cdot \frac{D}{2} = 0 \quad P = \frac{2 \times 720}{5 \times 10^{-3}} = 28800\text{N}$$

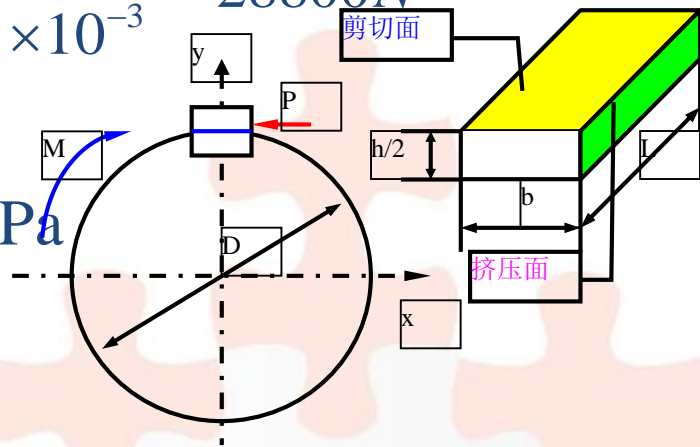
3) 剪切强度校核：

$$\tau = \frac{Q}{A} = \frac{28800}{16 \times 45} = 40\text{MPa} < 110\text{MPa}$$

4) 校核挤压强度：

$$\sigma_{jy} = \frac{P_{jy}}{A_{jy}} = \frac{28800}{5 \times 45} = 128\text{MPa} < 250\text{MPa}$$

5) 校核结果：由于键所受的剪应力和挤压应力均小于许用值，故所选用的平键合适。



5.3 扭转的概念和扭矩的计算



汽车传动轴

5.3 扭转的概念和扭矩的计算



汽车方向盘

5.3 扭转的概念和扭矩的计算



丝锥攻丝

5.3 扭转的概念和扭矩的计算

什么是扭转变形？

扭转变形是指杆件受到大小相等,方向相反且作用平面垂直于杆件轴线的力偶作用,使杆件的横截面绕轴线产生转动。

受扭转变形杆件通常为轴类零件，其横截面大都是圆形的。

扭力矩和电机功率间的关系：

$$m = 9.55 \times \frac{P}{n}$$

式中：m—KN.m

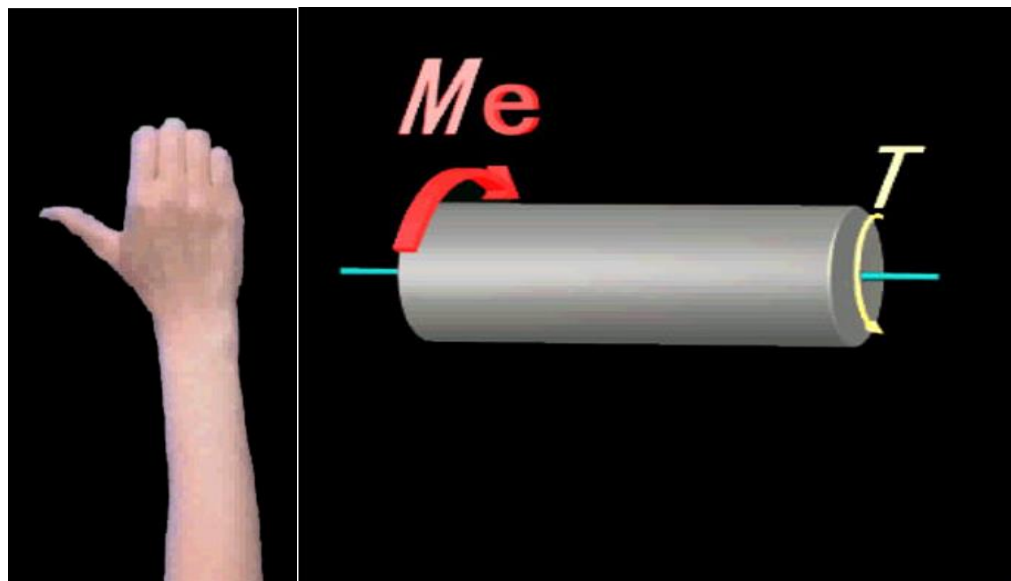
P—Kw

n—r/min(rpm)



5.3 扭转的概念和扭矩的计算

扭转时的内力——扭矩 T

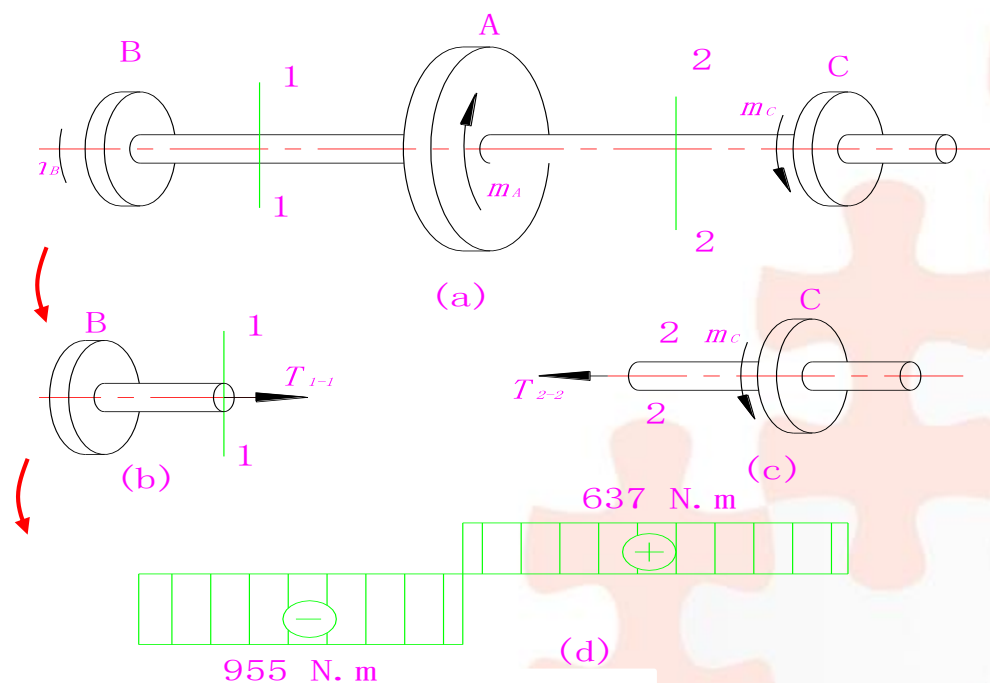


右手螺旋法则

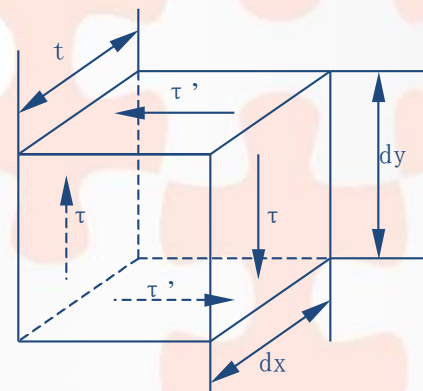
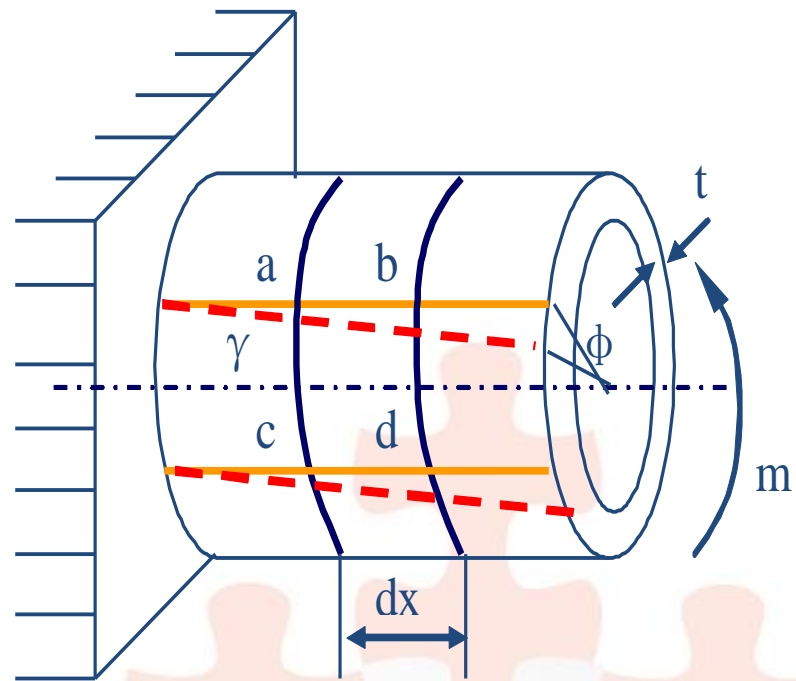
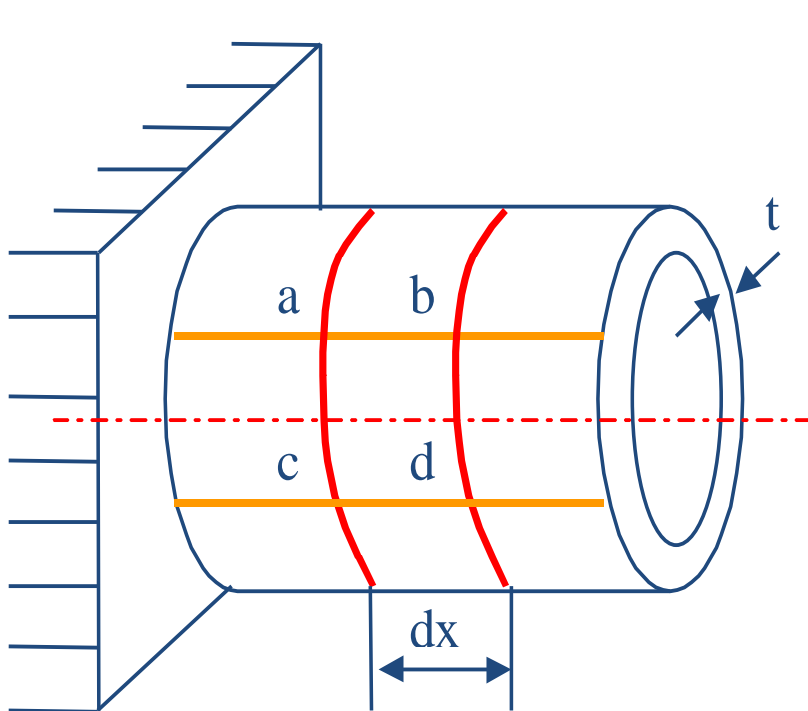
右手拇指指向背离截面方向为 正(+), 反之为 负(-)

5.3 扭转的概念和扭矩的计算

已知轴的转速为 $n=300\text{rpm}$ ，主动齿轮A输入功率 $P_A=50\text{kW}$ ，从动齿轮B和C的输出功率分别为 $P_B=30\text{kW}$ ， $P_C=20\text{kW}$ ，求轴上截面1-1，2-2处的内力。



5.4 薄壁圆筒的扭转



5.4 薄壁圆筒的扭转

变形特点:

1. 周向线各自绕圆筒轴线转过一定角度，转过角度不同，圆筒大小形状不变。
2. 纵向线成螺旋状，微体变成平行四边形。

剪应变(γ): 由于错动而产生的转动角。

相对扭转角(ϕ): 两截面发生相对转动的角度。

薄壁圆筒扭转变形时横截面内只有剪应力的作用。

5.4 薄壁圆筒的扭转

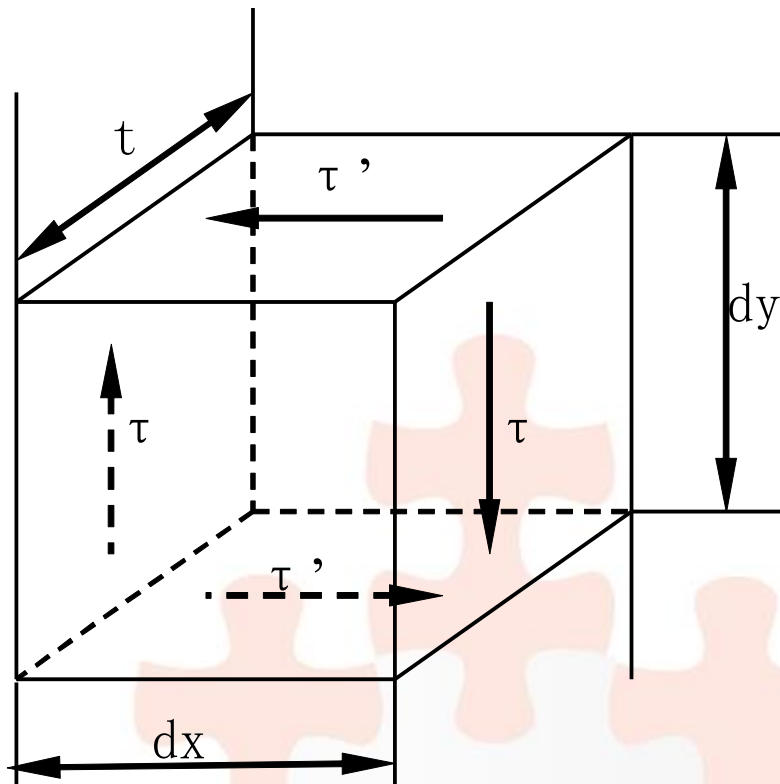
剪应力互等定律

力偶平衡条件:

$$(\tau' t dx) dy = (\tau dy) dx$$

从而有:

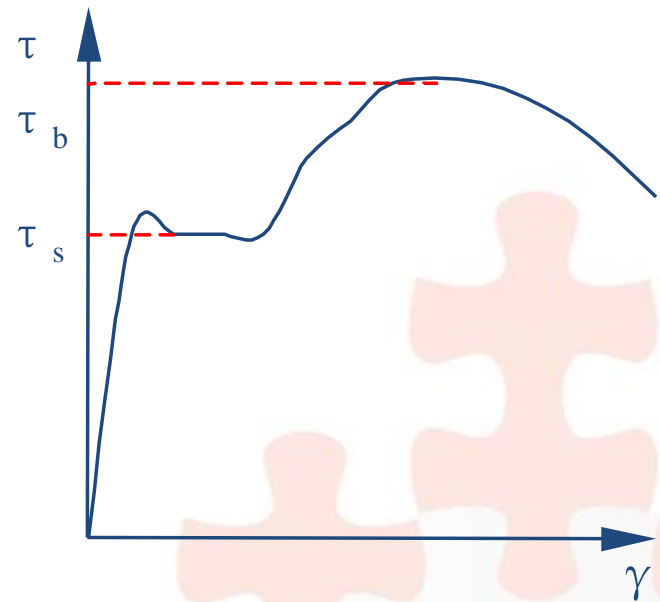
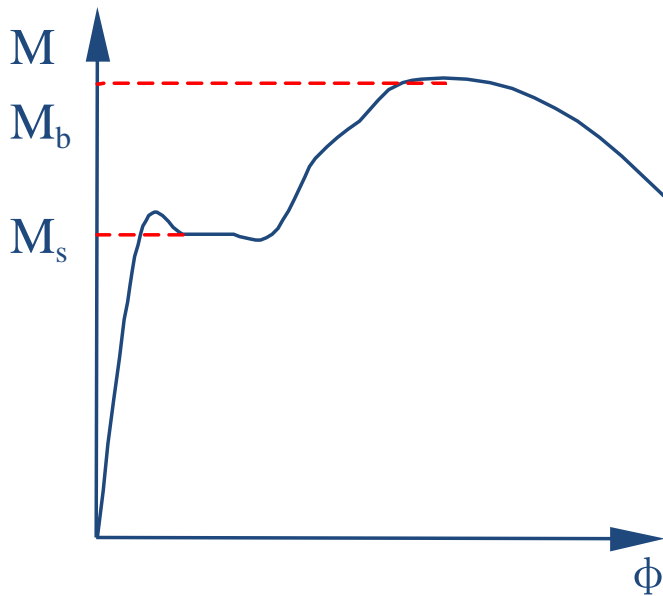
$$\tau = \tau'$$



- **剪应力互等定律:** 在单元体相互垂直的两个面上，垂直于公共邻边剪应力数值相等，而他们的方向或指向邻边或背离邻边。

5.4 薄壁圆筒的扭转

剪切试验：剪切虎克定律



- 剪切虎克定律： $\tau = G\gamma$ $G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$

5.4 薄壁圆筒的扭转

薄壁筒扭转时的应力和变形

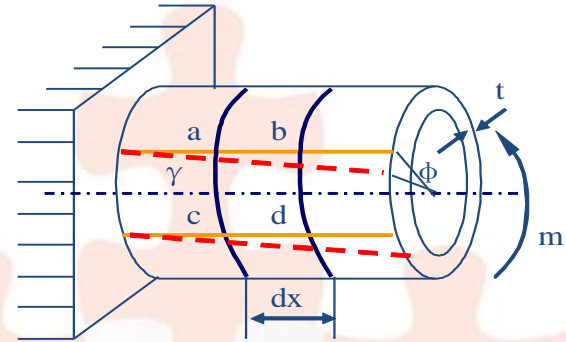
$$m = \int_A r\tau dA = \tau \int_0^{2\pi} tr^2 d\theta = 2\pi r^2 t \tau$$



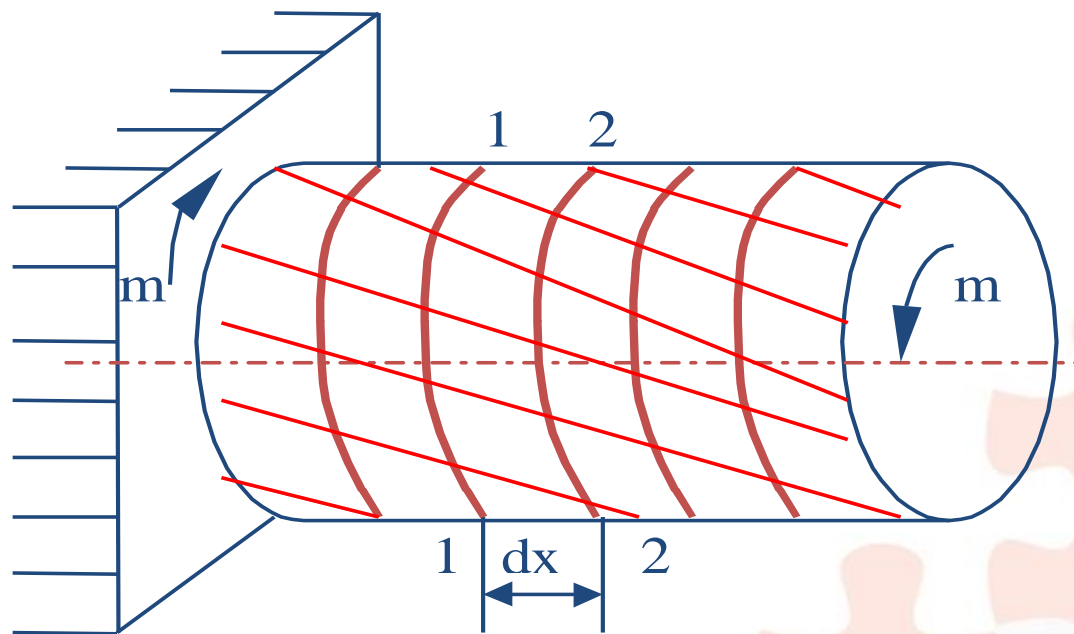
$$\tau = \frac{m}{2\pi r^2 t}$$

• 剪应变

$$\gamma \approx \tan \gamma = \frac{rd\theta}{dx} \approx r \frac{\phi}{l}$$

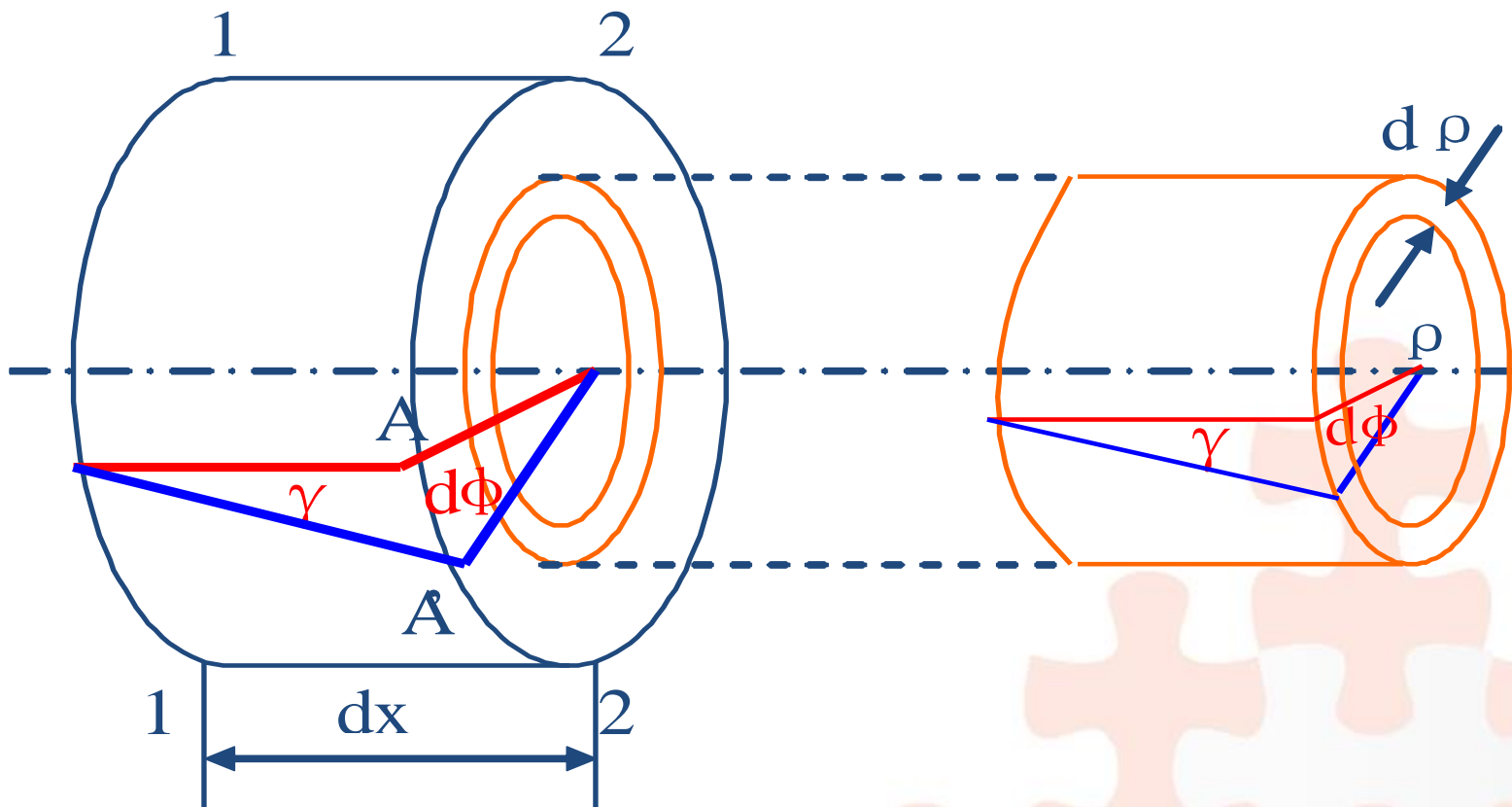


5.5 实心圆轴扭转时的应力与变形



- 刚性平面假设：变形前为圆形截面，变形后仍保持为同样大小的圆形平面且半径仍为直线。

5.5 实心圆轴扭转时的应力与变形



半径为 ρ 处的剪应变为:

$$\gamma_{\rho} = \rho \frac{d\phi}{dx}$$

5.5 实心圆轴扭转时的应力与变形

一) 变形几何方程

半径为 ρ 处的剪应变:

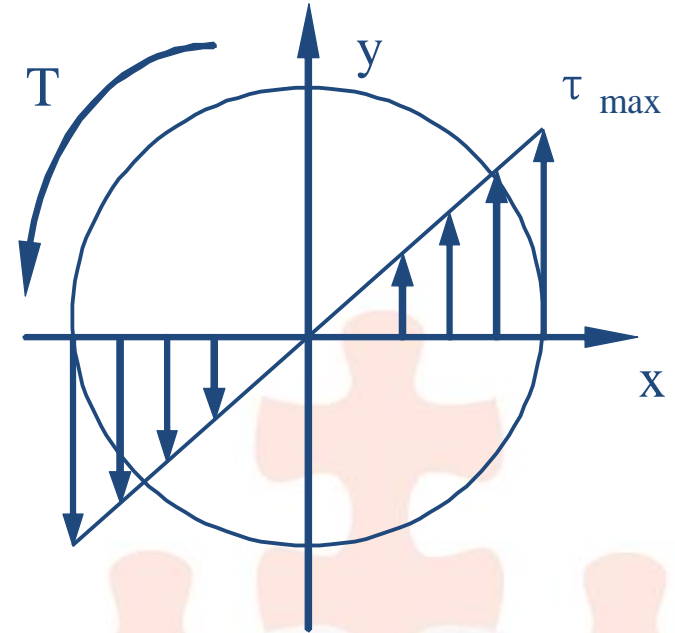
$$\gamma_{\rho} = \rho \frac{d\phi}{dx}$$

二) 物理方程

$$\tau_{\rho} = G \gamma_{\rho}$$

三) 静力平衡关系 截面的极惯性矩 I_p

$$T_n = \int_A \rho \tau_{\rho} dA = \int_A \rho G \rho \frac{d\phi}{dx} dA = G \frac{d\phi}{dx} \int_A \rho^2 dA$$



5.5 实心圆轴扭转时的应力与变形

因此可得到 $T_n = G \frac{d\phi}{dx} I_\rho$ $\frac{d\phi}{dx} = \frac{T_n}{GI_\rho}$

代入: $\tau_\rho = G\gamma_\rho = G\rho \frac{d\phi}{dx}$

剪应力:

$$\tau_\rho = \frac{T_n \rho}{I_\rho}$$

称为抗扭刚度

$$W_\rho = \frac{I_\rho}{\rho_{\max}}$$

最大剪应力:

$$\tau_{\max} = \frac{T_n}{W_\rho}$$

抗扭截面模量

5.5 实心圆轴扭转时的应力与变形

四) 极惯矩和抗扭截面模量的计算

a. 实心圆轴

$$I_{\rho} = \int_A \rho^2 dA = \int_0^{D/2} \rho^2 2\pi\rho d\rho = \frac{\pi}{32} D^4$$

$$W_{\rho} = \frac{\pi D^3}{16}$$

b. 空心圆轴:

$$I_{\rho} = \int_A \rho^2 dA = \int_{d/2}^{D/2} \rho^2 2\pi\rho d\rho = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4)$$

$$W_{\rho} = \frac{\pi D^3}{16} (1 - \alpha^4)$$

5.6 圆轴扭转时的强度和刚度条件

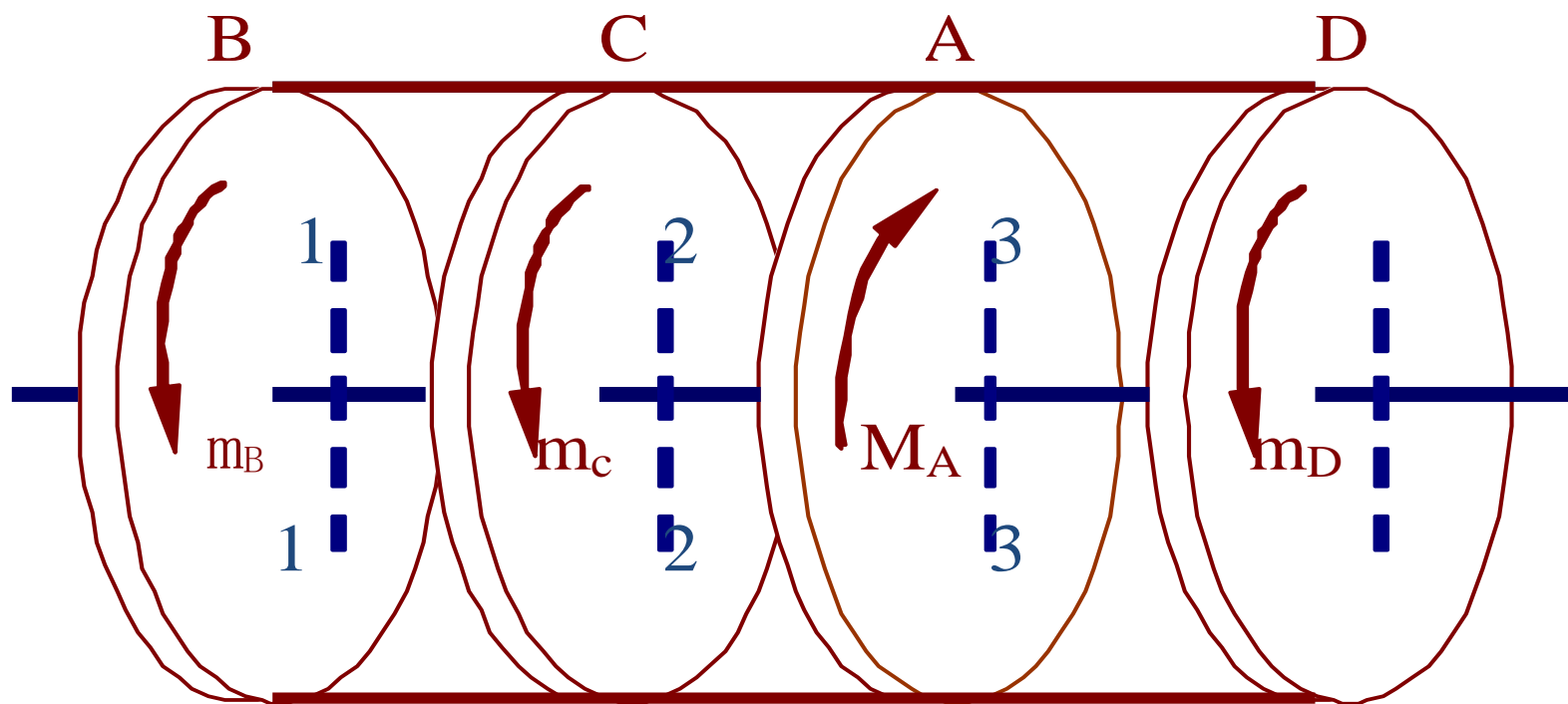
- 强度条件: $\tau_{\max} = \frac{T_n}{W_{\rho}} \leq [\tau]$

对于圆轴: $W_{\rho} = \frac{\pi D^3}{16} \Rightarrow D \geq \sqrt[3]{\frac{16T_n}{\pi[\tau]}}$

- 刚度条件:

$$\phi_{\max} \leq [\phi] \Rightarrow \phi_{\max} = \frac{T_n}{GI_{\rho}} \cdot \frac{180}{\pi} \leq [\phi]$$

例 已知 $n=300\text{rpm}$, $N_A=400\text{Kw}$, $N_B=120\text{Kw}$,
 $N_C=120\text{Kw}$, $N_D=160\text{Kw}$ 刚性实心圆轴, $[\tau]=30\text{MPa}$
, $[\varphi]=0.3^\circ/\text{m}$, $G=80\text{MPa}$, 试设计轴径 D



1 求扭矩: $m_A = 9.55 \frac{N_A}{n} = 9.55 \frac{400}{300} = 12.74 \text{KN.m}$

$$m_B = m_C = 3.82 \text{KN.m} \quad m_D = 5.10 \text{KN.m}$$

2 求内力:

$$T_{1-1} = -3.82 \text{KN.m}, \quad T_{2-2} = -7.64 \text{KN.m} \quad T_{3-3} = 5.10 \text{KN.m}$$

3 根据强度条件:

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{16T_{2-2}}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \times 7640}{\pi \times 30 \times 10^6}} = 0.109 \text{m}$$

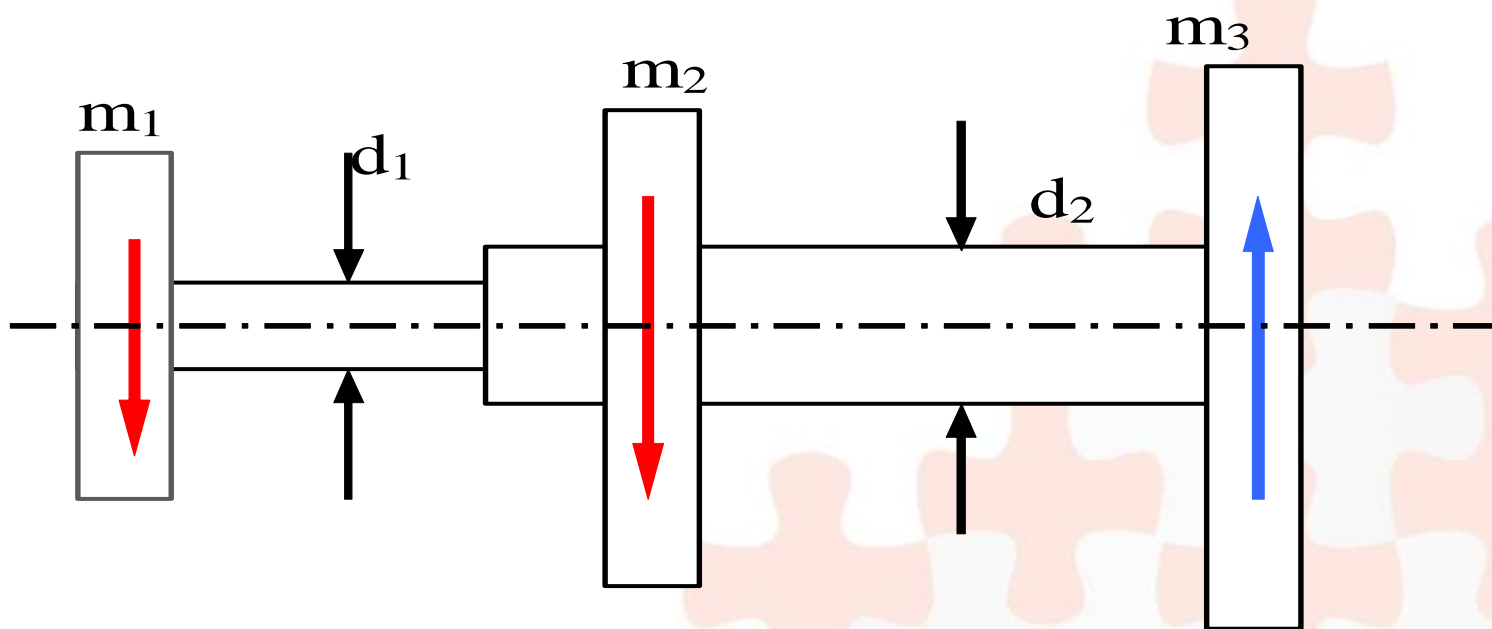
4 根据刚度条件: **D=0.117m**

$$\phi_{\max} = \frac{T_n}{GI_\rho} \cdot \frac{180}{\pi} \leq [\phi]$$

$$\frac{\pi}{32} D^4$$

取两者中的大值, 说明设计中刚度是主要的因素。

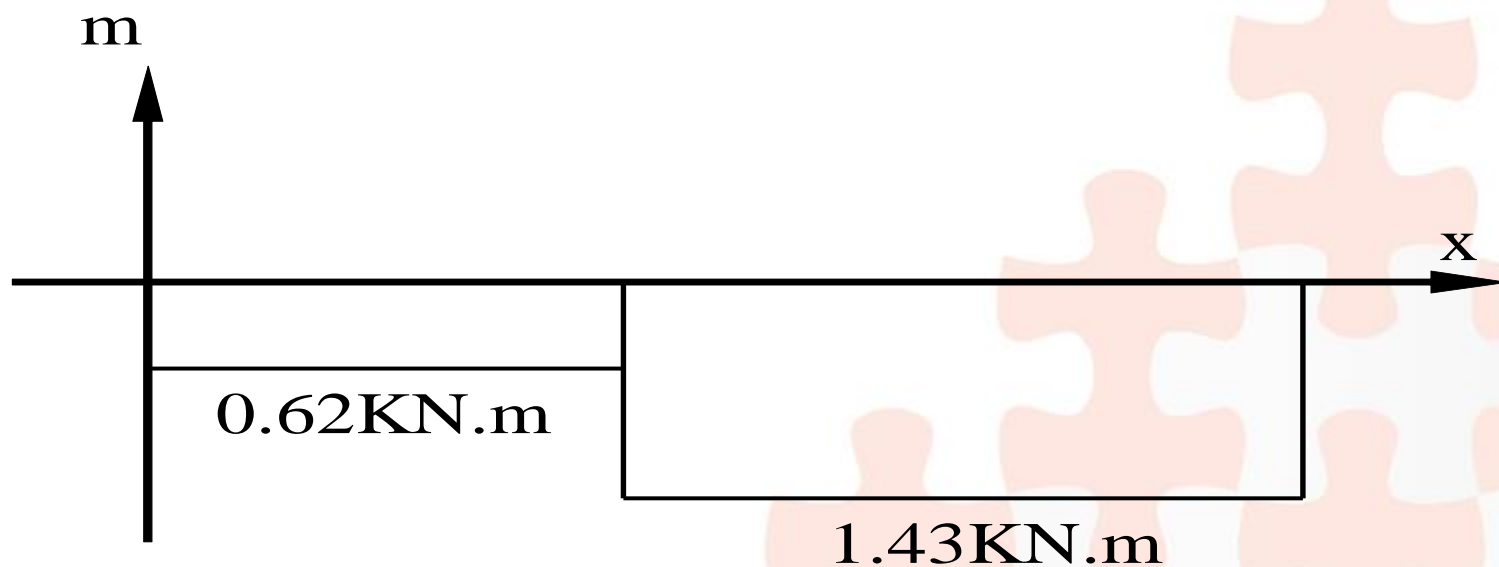
例2：阶梯轴 $d_1=40\text{mm}$, $d_2=70\text{mm}$, 轮3的输入功率30kW，轮1的输出功率为13kW，轴转速为200rpm，轴材料的 $[\tau]=60\text{MPa}$ ， $G=8\times 10^4\text{MPa}$ ，许用扭转角 $[\varphi_0]=2^\circ/\text{m}$ ，试校核轴的强度和刚度



解：

$$m_{1-1} = 9.55 \frac{N_1}{n} = 9.55 \frac{13}{200} = 0.62 \text{ kN.m}$$

$$m_{2-2} = 9.55 \frac{N_3}{n} = 9.55 \frac{30}{200} = 1.43 \text{ kN.m}$$



剪应力:

$$\tau_1 = \frac{m_1}{W_{\rho 1}} = \frac{620}{0.2 \times 0.04^3} = 49.3 \text{ MPa}$$

$$\tau_2 = \frac{m_2}{W_{\rho 2}} = \frac{1430}{0.2 \times 0.07^3} = 21.2 \text{ MPa}$$

扭转变形:

$$\phi_1 = \frac{m_1}{GI_{\rho 1}} \times \frac{180}{\pi} = \frac{620}{8 \times 10^4 \times 0.1 \times 0.04^4} \times \frac{180}{\pi} = 1.73 \quad ^\circ/\text{m}$$

$$\phi_2 = \frac{m_2}{GI_{\rho 2}} \times \frac{180}{\pi} = \frac{1430}{8 \times 10^4 \times 0.1 \times 0.07^4} \times \frac{180}{\pi} = 0.44 \quad ^\circ/\text{m}$$

经校核：该轴所有截面的剪应力均小于许用剪应力，以及所有截面的扭转变形均小于许用值，因此该轴的强度和刚度均满足使用要求。

课后作业

5-2

5-5

5-8

5-12

