

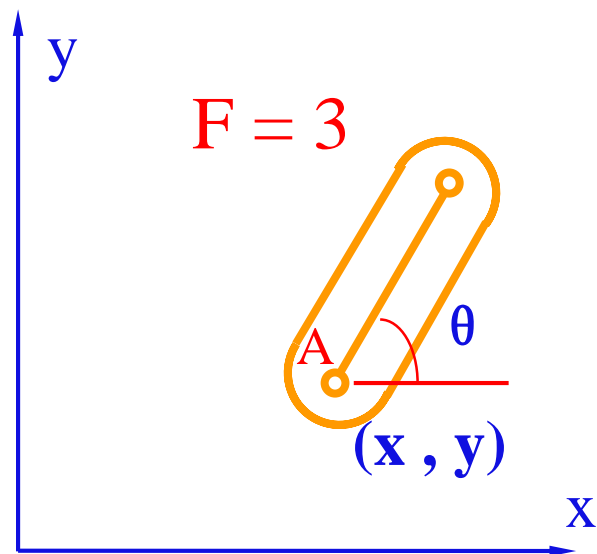
4.3 平面机构的自由度

4.3.1 平面机构自由度及其计算公式

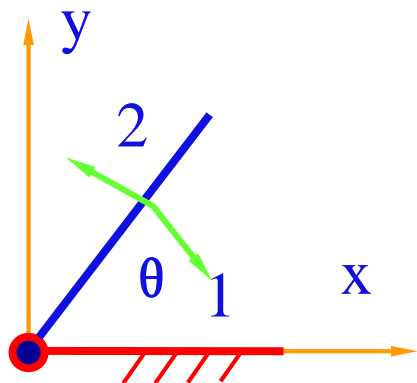
作平面运动的刚体在空间的位置需要三个独立的参数 (x, y, θ) 才能唯一确定。

定义： 保证机构具有确定运动时所必须给定的独立运动参数称为机构的自由度。

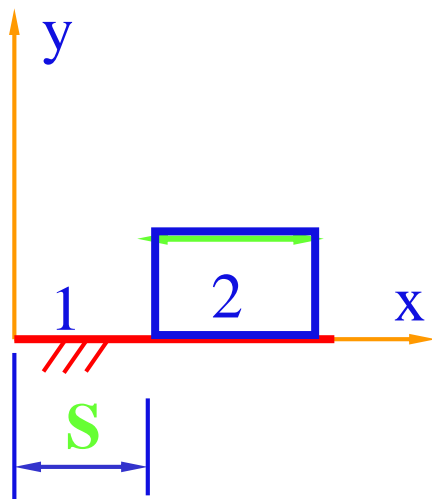
单个自由构件的自由度为 3



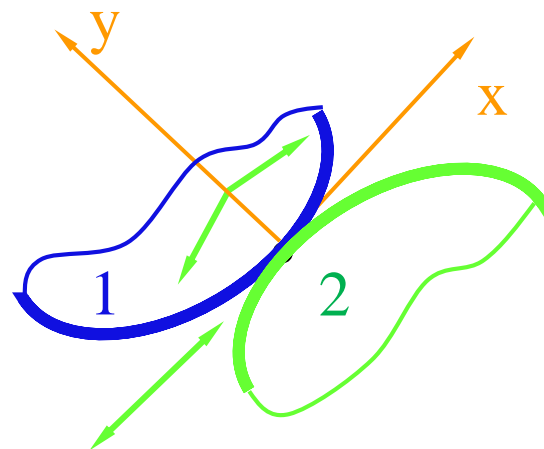
经运动副相联后，构件自由度会有变化：



$R=2, F=1$



$R=2, F=1$



$R=1, F=2$

运动副

自由度数

约束数

回转副

$1 (\theta)$

+

$2 (x, y) = 3$

移动副

$1 (x)$

+

$2 (y, \theta) = 3$

高 副

$2 (x, \theta)$

+

$1 (y) = 3$

自由构件的自由度数

结论：构件自由度 = 3 - 约束数

= 自由构件的自由度数 - 约束数

推广到一般:

活动构件数	构件总自由度	低副约束数	高副约束数
n	$3 \times n$	$2 \times P_L$	$1 \times P_H$

计算公式: $F=3n-(2P_L+P_H)$

要求: 记住上述公式, 并能熟练应用。

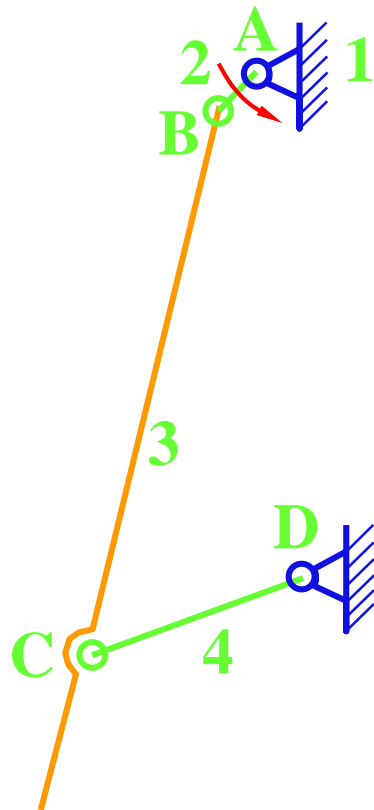
举例: 计算鳄式破碎机主体机构的自由度。

解: 活动构件数 $n=$ **3**

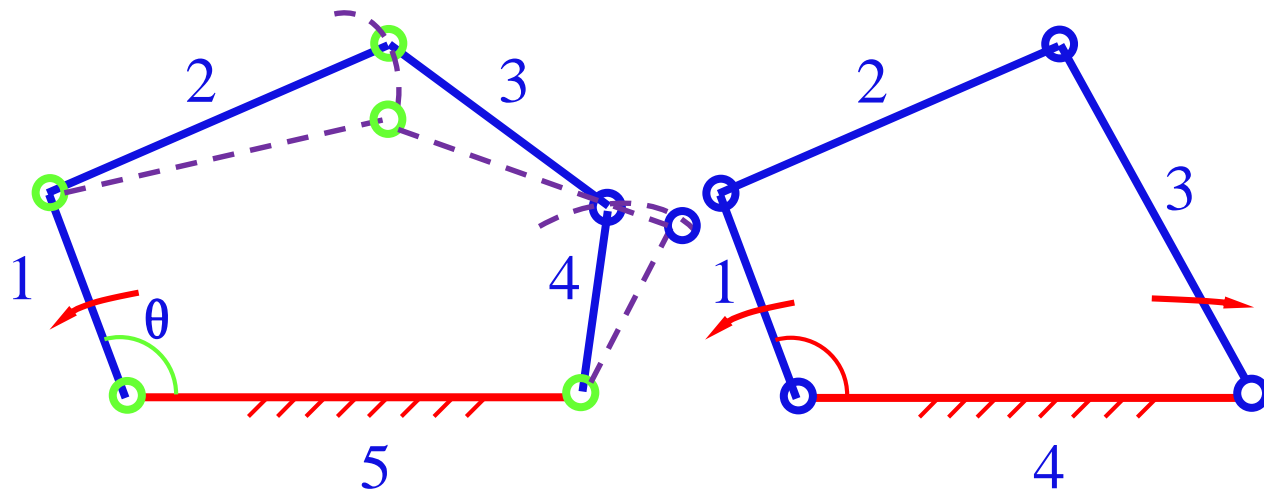
低副数 $P_L=$ **4**

高副数 $P_H=$ **0**

$$\begin{aligned} F &= 3n - 2P_L - P_H \\ &= 3 \times 3 - 2 \times 4 \\ &= 1 \end{aligned}$$

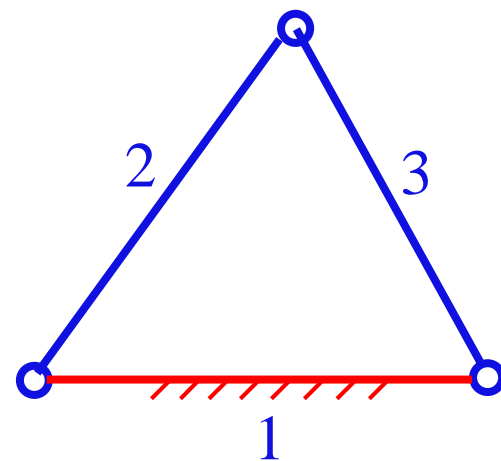


4.3.2 机构具有确定运动的条件



$F >$ 原动件数目,
运动不确定

$F <$ 原动件数目,
2拉断



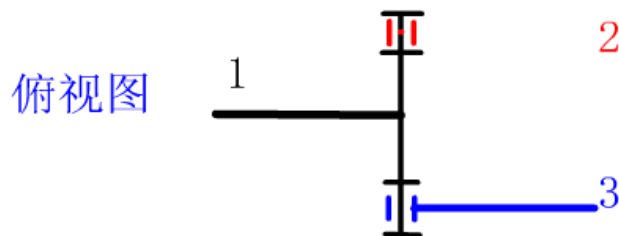
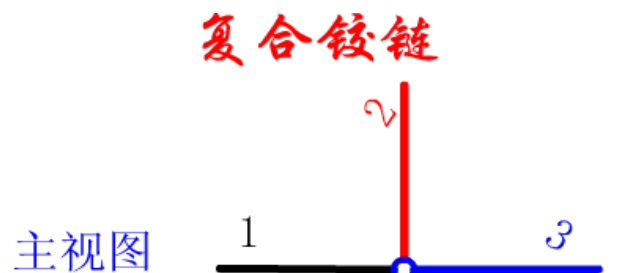
$F = 0$ 静定桁架

机构具有确定运动的条件为:

- (1) 机构自由度 F 必须大于零;
- (2) 原动件数目等于机构的自由度。

4.3.3 计算平面机构自由度的注意事项

1.复合铰链----两个以上的构件同时同一条轴线上用转动副相联。



计算： m 个构件， 有 $m-1$ 转动副。

举例：计算图示圆盘锯机构的自由度。

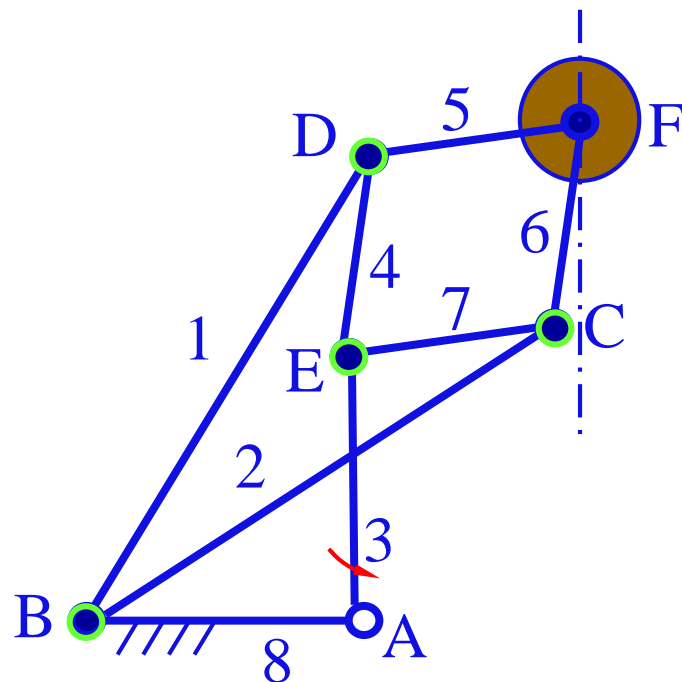
解：活动构件数 **$n=7$**

在**B、C、D、E**四处都是由三个构件汇交成复合铰链，故各有两个转动副

低副数 **$P_L=10$**

$$\begin{aligned} F &= 3n - 2P_L - P_H \\ &= 3 \times 7 - 2 \times 10 - 0 \\ &= 1 \end{aligned}$$

当原动件3转动时，圆盘中心F将确定地沿FC移动锯割物料。



圆盘锯机构

2.局部自由度

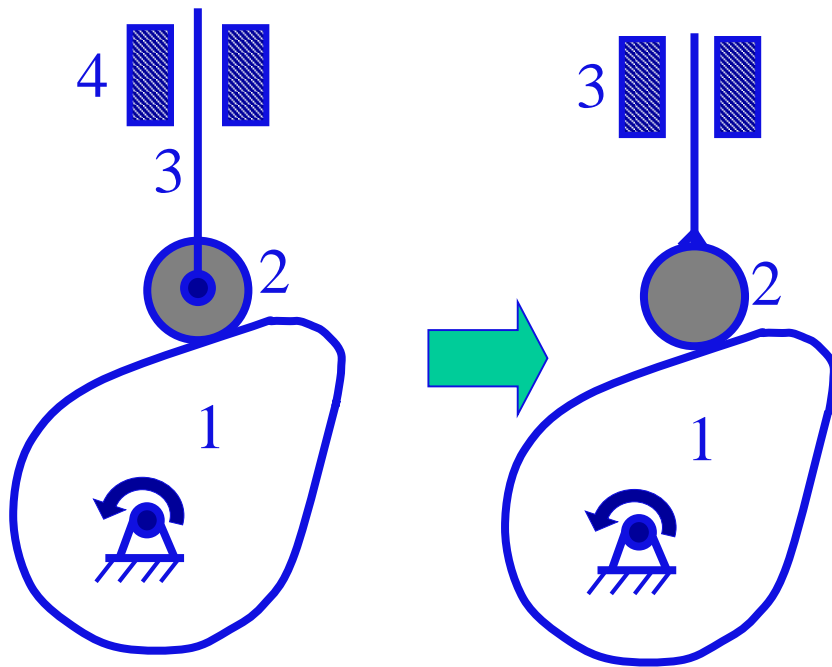
定义： 机构中出现与输出构件运动无关的自由度。

出现在加装滚子的场合，计算时应去掉。

$$\begin{aligned} F &= 3n - 2P_L - P_H \\ &= 3 \times 3 - 2 \times 3 - 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$

计算时去掉滚子：

$$\begin{aligned} F &= 3 \times 2 - 2 \times 2 - 1 \\ &= 1 \end{aligned}$$



3.虚约束

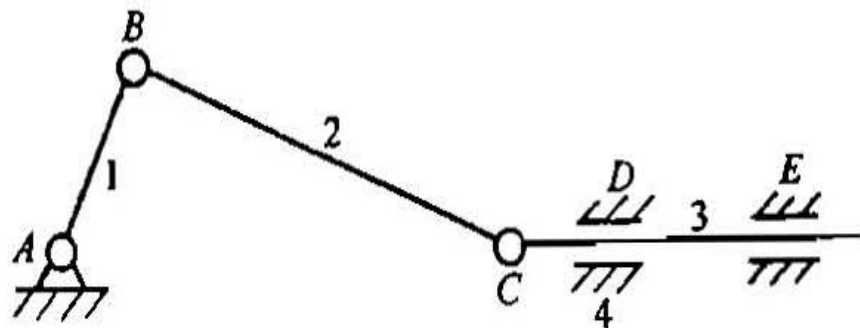
——对机构的运动不起独立限制作用的重复约束。

计算自由度时应去掉虚约束。

出现虚约束的场合：

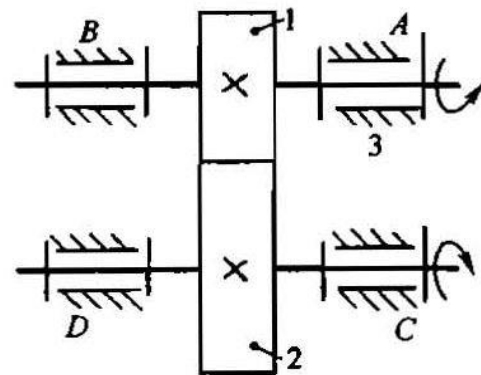
(1) 多个移动副

当两构件在多处形成移动副，并且各移动副的导路互相平行，则其中只有一个移动副起实际的约束作用，而其余移动副均为虚约束。



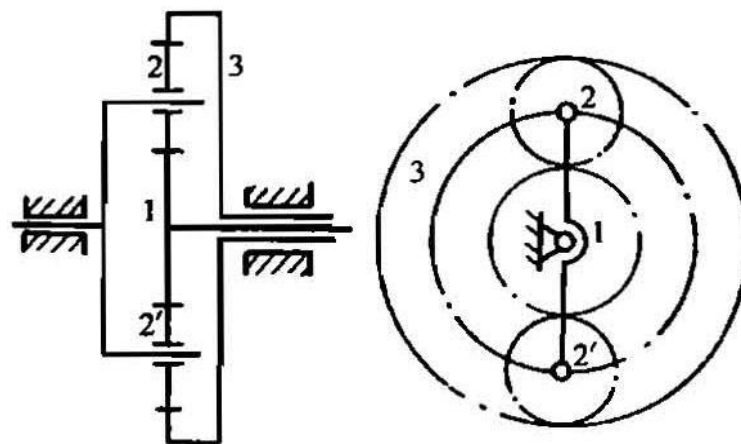
(2) 多个转动副

当两构件在多处形成**轴线重合**的转动副，只有一个转动副起实际的约束作用，而其余转动副均为虚约束。



(3) 机构对称

机构中对传递运动**不起独立作用的对称部分**，会形成虚约束。如下图所示的行星轮系，二个对称布置的行星轮2和2'中只有一个起实际的约束作用，另一个为虚约束。



虚约束的作用：

- ①改善构件的受力情况，如多个行星轮。
- ②增加机构的刚度，如轴与轴承、机床导轨。

举例： 计算图示大筛机构的自由度，并判断是否有确定的运动。

复合铰链： 位置**C**，**2**个低副

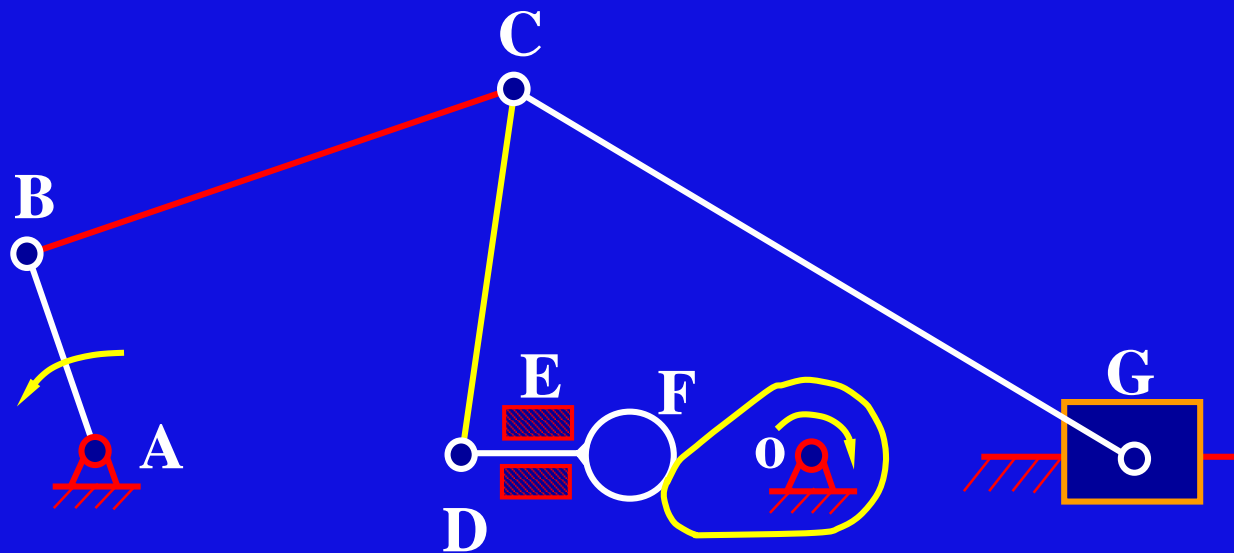
局部自由度 **F**

虚约束 **E'**

$$n = 7$$

$$P_L = 9$$

$$P_H = 1$$



$$\begin{aligned} F &= 3n - 2P_L - P_H \\ &= 3 \times 7 - 2 \times 9 - 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$

可知机构自由度数等于2，原动件数等于2，故该机构有确定的运动。

4.4 平面机构的速度分析

4.4.1 速度瞬心及其求法

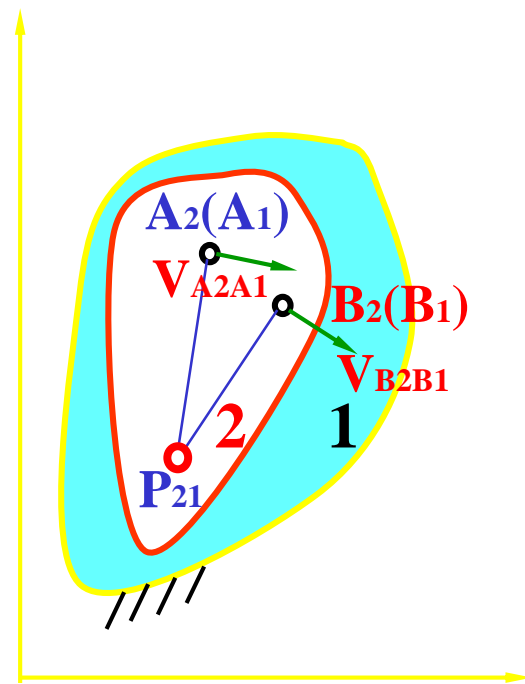
两个互作平面平行运动的刚体（构件）上绝对速度相等的瞬时重合点。

绝对瞬心—重合点绝对速度为零。

$$\vec{V}_{p2} = \vec{V}_{p1} = 0$$

相对瞬心—重合点绝对速度不为零。

$$\vec{V}_{p2} = \vec{V}_{p1} \neq 0$$

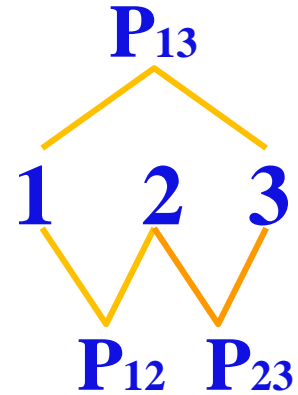


瞬心的数量：

若机构中有 N 个构件，则

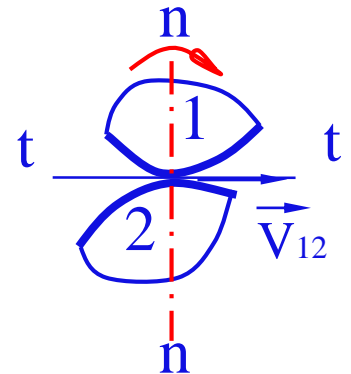
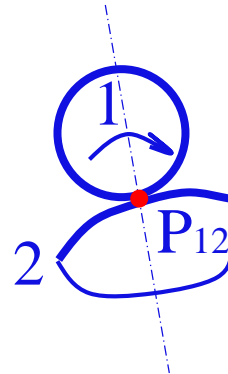
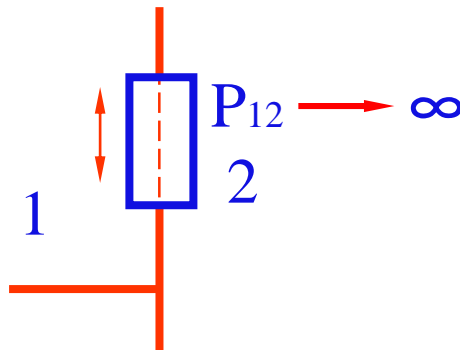
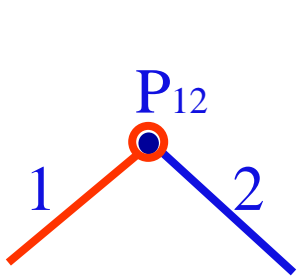
∴每两个构件就有一个瞬心

∴根据排列组合有 $K = N(N-1)/2$



瞬心位置的确定：

1.通过运动副直接相连的两构件的瞬心



2.三心定理

定义：三个彼此作平面运动的构件共有**三个瞬心**，且它们**位于同一条直线上**。此法特别适用于两构件不直接相联的场合。

4.4.2 速度瞬心在速度分析上的应用

1.铰链四杆机构

已知构件2的转速 ω_2 ，求机构的全部瞬心及构件4的角速度 ω_4 。

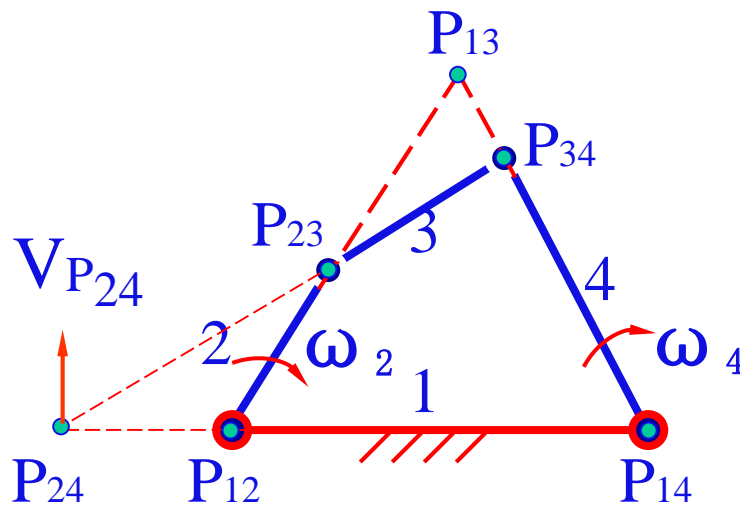
解：瞬心数为： $K=N(N-1)/2=6$ $N=4$

(1)直接观察求瞬心

P_{12} 、 P_{23} 、 P_{34} 、 P_{14}

(2)三心定理求瞬心

P_{13} 、 P_{24}

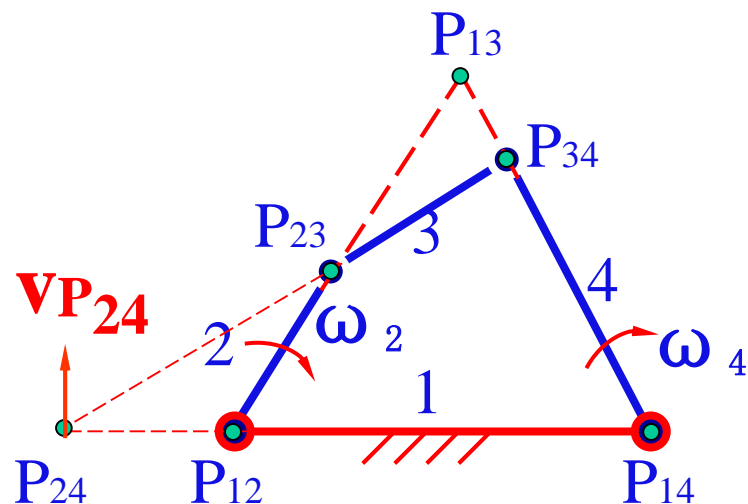


$$v_{P_{24}} = l_{P_{24}P_{12}} \cdot \omega_2$$

$$v_{P_{24}} = l_{P_{24}P_{14}} \cdot \omega_4$$

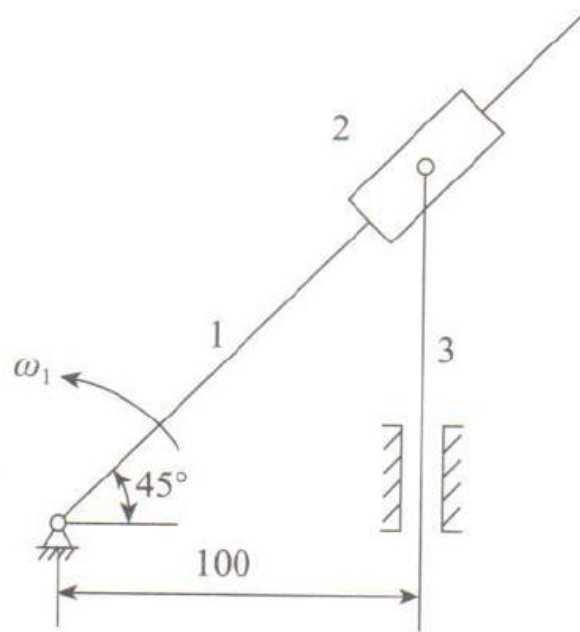
$$\omega_4 = \omega_2 \cdot l_{P_{24}P_{12}} / l_{P_{24}P_{14}}$$

方向：顺时针方向，与 ω_2 相同。



2. 含有移动副的四杆机构

如图所示为正切机构，设构件1为原动件，其角速度为 ω_1 ，求机构的全部瞬心及构件3的速度 v_3 。

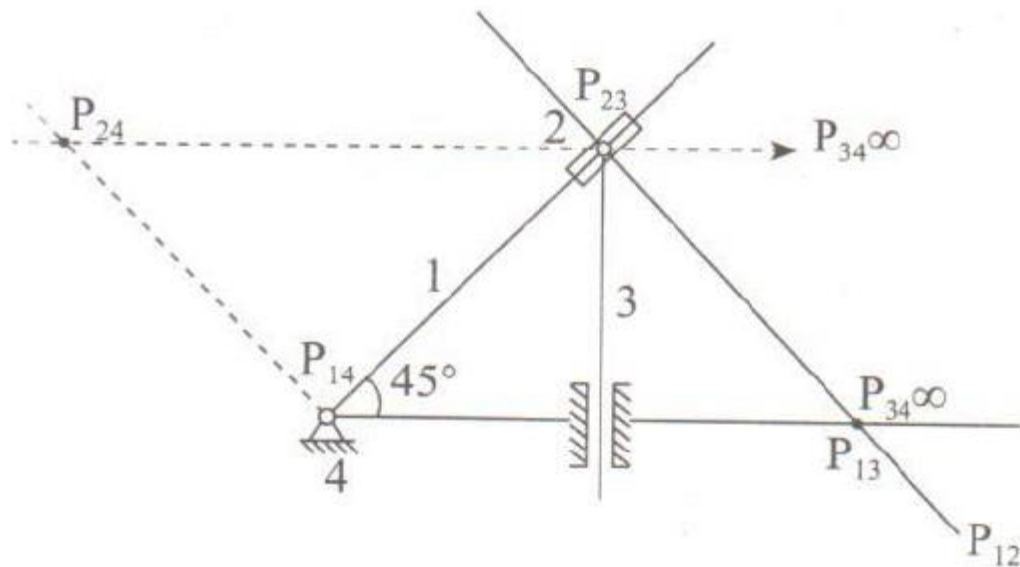


解： 机构的全部瞬心如右图所示。

构件3的速度为：

$$v_3 = v_{P_{13}} = \omega_1 l_{P_{14}P_{13}}$$

方向： 垂直向上。



3.高副机构

如图所示为相啮合的两齿轮，设构件2和3的接触点为K，构件2的角速度为 ω_2 ，求构件3的角速度 ω_3 。

解： 齿轮2和3的绝对瞬心为 P_{12} 和 P_{13} ，其相对瞬心 P_{23} 应在过接触点K的公法线n-n上，又应位于 P_{12} 和 P_{13} 的连线上，故二线的交点即为 P_{23} 。

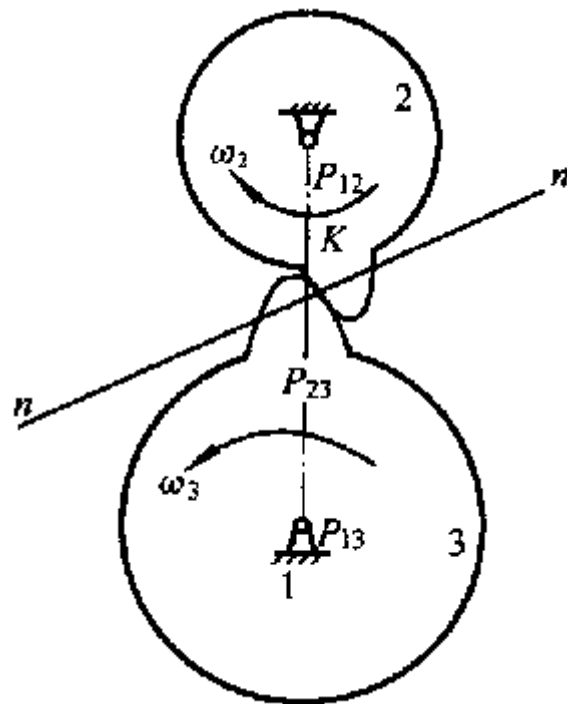
因 P_{23} 为该瞬时两轮的同速点， 即

$$v_{P_{23}} = \omega_2 l_{P_{23}P_{12}} = \omega_3 l_{P_{23}P_{13}}$$

故

$$\omega_3 = \frac{l_{P_{23}P_{12}}}{l_{P_{23}P_{13}}} \cdot \omega_2$$

方向： 与 ω_2 相反。



本章重要知识点

- ◆机构运动副及其分类
- ◆平面机构自由度的计算
- ◆平面机构具有确定运动的条件
- ◆平面机构自由度计算中复合铰链、局部自由度、虚约束的正确识别和处理
- ◆平面机构的速度分析
速度瞬心、三心定理