冗余设计问题

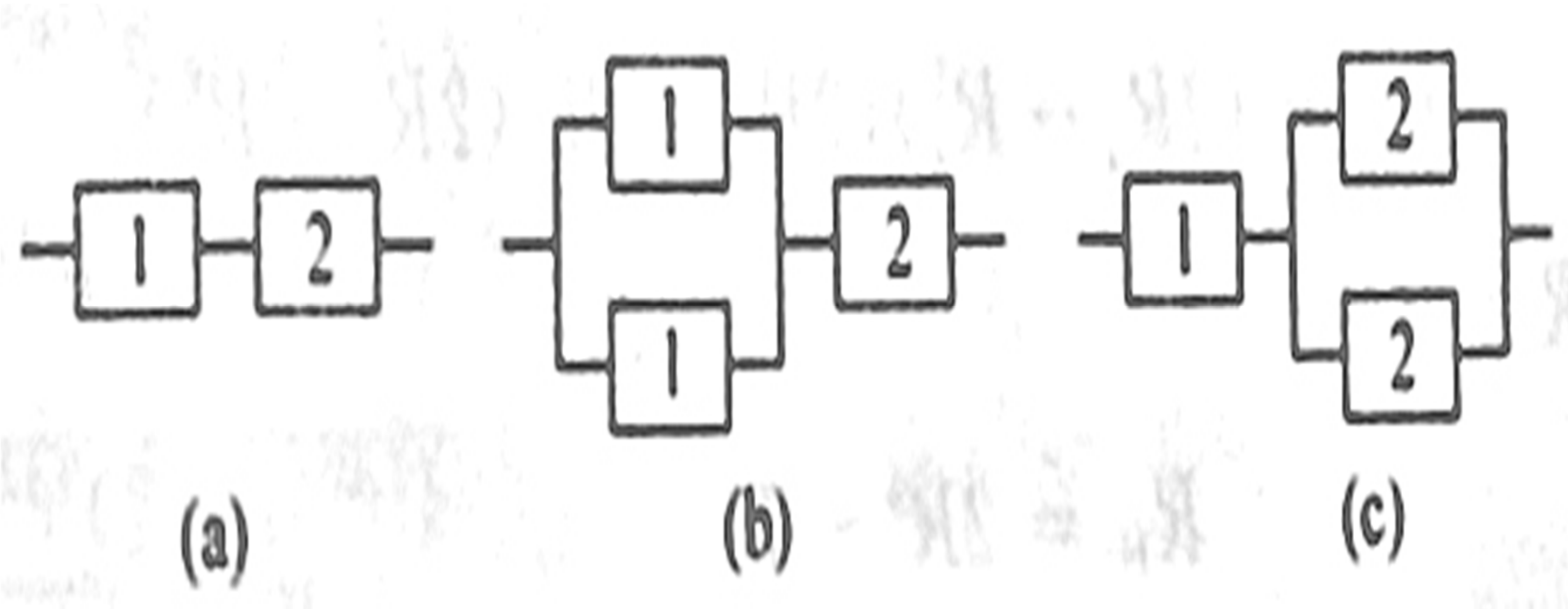
刘长虹
华东理工大学
机动学院

冗余方案的选择

- 高可靠度可以用不同方法获得，取决于设备性质、成本和任务。
- 一旦决定要采用冗余设计，就要考虑应该在哪些地方采用冗余设计，例如图a，两个单元组成的串联系统，其可靠度为，

$$R_{Sa} = R_1 R_2 \tag{1}$$

图1 不同系统的设计方案



- 如果不能满足要求，可以采用冗余设计提高可靠性。
- 例如图b和c的两个系统的可靠度分别为

$$R_{Sb} = (2R_1 - R_1^2)R_2 \qquad (2)$$

$$R_{Sc}=R_1\left(2R_2-R_2^2\right) \qquad (3)$$

两种不同设计的可靠度之差为：

$$
\begin{aligned}
R_{Sb} - R_{Sc} &= (2R_1 - R_1^2)R_2 - R_1(2R_2 - R_2^2) \qquad (4)\\
&= 2R_1R_2 - R_1^2R_2 - 2R_1R_2 + R_1R_2^2\\
&= R_1R_2(R_2 - R_1)
\end{aligned}
$$

- 可以看出，当R_1〉R_2时，第一种方案才比第二种方案优越。这表明，应该对可靠度最低的单元采用冗余设计，这样可以使系统可靠度提高。，另外，还需要考虑单元的成本。

[例8-7]

- 假设在图a中所示单元1、2成本相同，R_1=0.7，R_2=0.95。如果允许再往系统增加两个单元，则有两个方案：
- （1）把单元1用三个单元1组成并联系统代替；
- （2）把单元1和单元2都用由两个相同单元并联系统代替。

[解] 方案1的系统可靠度为

$$R_{s1}=\left[1-\left(1-R_1\right)^3\right]R_2$$

$$=[1-(1-0.7)^3]\times 0.95=0.92435$$

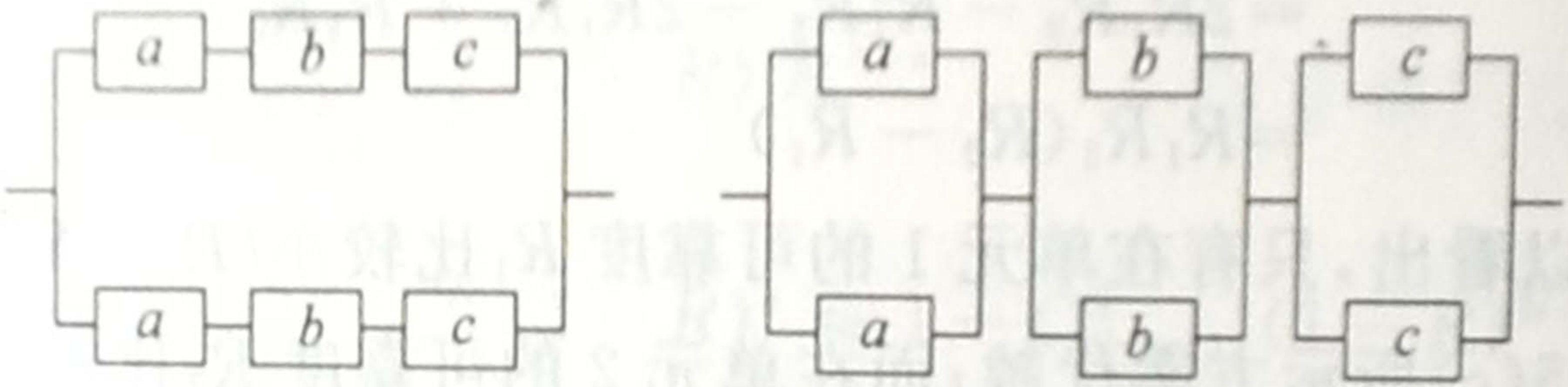
方案2的系统可靠度为

$$R_{s2}=\quad [1-(1-R_1)^2][1-(1-R_2)^2]$$
$$=0.9077$$

因此，方案1比较优越。

高水平冗余和低水平冗余

- 首先考虑由三个单元（a, b, c）组成的串联系统。如果由这两个系统为单元组成一个并联系统，称为高水平冗余（图a）。低水平冗余见图b所示。



(a) 高水平冗余　　(b) 低水平冗余

由三个单元组成的串联系统的可靠度为

$$R_{ss} = R_a R_b R_c$$

对于高水平冗余设计，系统可靠度为

$$R_H = 2R_{ss} - R_{ss}^2 = 2R_a R_b R_c - R_a^2 R_b^2 R_c^2$$

对于低水平冗余设计，系统可靠度为

$$R_L = (2R_a - R_a^2)(2R_b - R_b^2)(2R_c - R_c^2)$$

如果$R_a=R_b=R_c$, 则

$$R_H = 2R^3 - R^6$$

$$R_L = (2R - R^2)^3$$

$$R_L - R_H = 6R^3(1 - R)^2$$

- 因此，在单元的失效完全独立的情况下，$R_L>R_H$。

高、低水平冗余设计

- 而实际上，采用低水平冗余比高水平冗余更容易发生共同模式失效。在高水平冗余设计中，类似的单元可以被更好的相互隔离，因此不容易受到共同的局部应力。例如，一个带缺陷的电连接器使电路板过热，引起在这块电路板上的两个相并联的芯片都发生失效，这属于共同模式失效。而在高水平冗余设计中，这两个类似的单元往往被布置在不同的电路板上，这种引起共同模式失效的原因就不存在了。一般来说，在物理上相互隔离可以消除许多引起共同模式失效的原因，例如局部潮湿，过热等。

假设系统中的单元都相同，其失效率λ_I是常数。假设在高水平冗余设计中不存在共同模式失效，则

$$R_H = 2R^3 - R^6 = e^{-3\lambda_I t}(2 - e^{-3\lambda_I t})$$

假设在低水平冗余设计中存在共同模式失效，其失效率λ_c是常数。设系统中每个并联子系统完全相同，其可靠度

$$R_{sub}(t) = (2e^{-\lambda_I t} - e^{-2\lambda_I t})e^{-\lambda_c t}$$

$$= [2e^{-(1-\beta)\lambda t} - e^{-2(1-\beta)\lambda t}]e^{-\beta\lambda t}$$

$$= [2 - e^{-(1-\beta)\lambda t}]e^{-\lambda t}$$

$$\lambda = \lambda_I + \lambda_c;\ \beta = \frac{\lambda_c}{\lambda}$$

低水平冗余系统的可靠度为

$$R_L = R_{sub}^3 = [\left(2e^{-\lambda_I t} - e^{-2\lambda_I t}\right)]^3$$
$$= \{[2 - e^{-(1-\beta)\lambda t}]e^{-\lambda t}\}^3$$

[例8-8]设每个单元在设计寿命时的可靠度为0.99，它们组成图所示的系统。在低水平冗余设计中，与共同模式失效相应的β值应该为多少，低水平冗余设计的优点才不会失去？

[解]

$$e^{-\lambda_I t} = 0.99, \lambda_I t = -\ln 0.99 = 0.01005.$$

$$R_H = 2R^3 - R^6 = e^{-3\lambda_I t}(2 - e^{-3\lambda_I t})$$

$$R_L = R_{sub}^3 = [(2e^{-\lambda_I t} - e^{-2\lambda_I t})e^{-\lambda_c t}]^3$$

令$R_L=R_H$，则

$$[(2e^{-\lambda_I t}-e^{-2\lambda_I t})e^{-\lambda_c t}]^3=e^{-3\lambda_I t}(2-e^{-\lambda_I t})$$

$$(2e^{-\lambda_I t}-e^{-2\lambda_I t})e^{-\lambda_c t}=\sqrt[3]{e^{-3\lambda_I t}(2-e^{-\lambda_I t})}$$

$$e^{-\lambda_c t}=\frac{\sqrt[3]{e^{-3\lambda_I t}(2-e^{-\lambda_I t})}}{(2e^{-\lambda_I t}-e^{-2\lambda_I t})}$$

将数字带入得到结果如下。

$$\lambda_c t = -\ln\left[\frac{\sqrt[3]{e^{-3\lambda_I t}(2-e^{-3\lambda_I t})}}{(2e^{-\lambda_I t}-e^{-2\lambda_I t})}\right] = -\ln\left[\frac{\sqrt[3]{0.99^3(2-0.99^3)}}{(2\times 0.99-0.99^2)}\right] = 0.00019$$

$$\lambda t = \lambda_I t + \lambda_c t = 0.01005 + 0.00019 = 0.01024$$

$$\beta = \frac{\lambda_c}{\lambda} = \frac{\lambda_c t}{\lambda t} = \frac{0.00019}{0.01024} = 0.0186$$

END