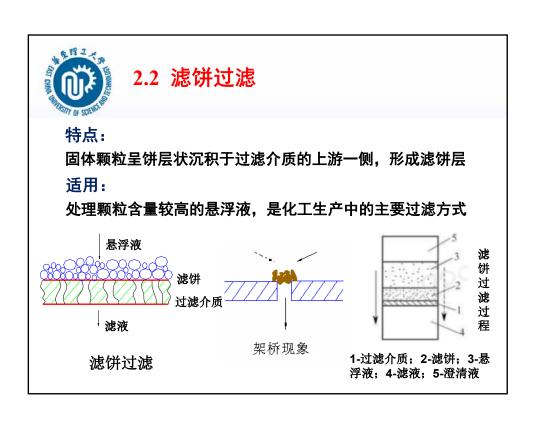




2.2 滤饼过滤

本节的主要内容

- 1、滤饼过滤过程理论研究的历程
- 2、过滤基本方程
- 3、过滤过程的计算
- 4、过滤常数的测定
- 5、滤饼洗涤
- 6、过滤机生产能力的计算







Hagen-Porseuille (豪根-泊稷叶) 定理

1842年Hagen-Porseuille提出了豪根-泊稷叶定理,简称H-P定理。

出发点:从黏性流体基本特性的Nevier-Stokes方程出发;

基本条件: 光滑圆管(细管内)为层流流动;

用: H-P定理是描述细管内流体流动的速率。

表 达 式:
$$\frac{\Delta P}{l} = \frac{\mu}{R^2/8} \frac{q}{\pi R^2} \quad , \quad \text{即} \qquad q = \frac{\Delta P \pi R^4}{8 \mu l}$$

其中,R为细管半径, Δ P为作用于细管两端的压差,l为细管长度, μ 为流体粘度。



2.2.1 滤饼过滤过程理论研究的历程

Hagen-Porseuille (豪根-泊稷叶) 定理

豪根-泊稷叶定理
$$\frac{\Delta P}{l} = \frac{\mu}{R^2/8} \frac{q}{\pi R^2}$$
 即 $q = \frac{\Delta P \pi R^4}{8 \mu l}$

其中,R为细管半径, Δ P为作用于细管两端的压差,l为细管长度, μ 为流体粘度。

■ 表达了细管内流体流动,在层流流动状下流体在细管内的流速与 操作压力、细管直径成正比,与细管长度、流体黏度成反比。



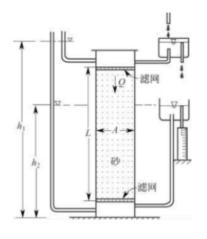
达西定理

Darcy在1856年考察了砂粒床层过滤,得到了在流体流动经过砂粒床层中时压力降、流量与砂粒床层之间的关系,与Hagen-Poiseuille定理非常类似。

Darcy通过实验发现流经颗粒床的流量Q与床面积A,两端压差 ΔP 成正比,与床层厚度L成反比,如下式:

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{\mu}{k} \cdot \frac{Q}{A}$$

式中: k为渗透率



达西实验装置



2.2.1 滤饼过滤过程理论研究的历程

达西定理

经过Bernoulli转换,得到著名的Darcy定理:

$$Q = \frac{K}{L}A(h_1 - h_2)$$

K称为水力传导系数或渗透系数 $K = k \frac{\rho g}{\mu}$

意 义: Darcy定理是一个以试验实测为基础的、用解析数学式表达的实用模型。

假设前提: 达西定理的基本假定是理想流体; 流体呈层流流动。



达西定理

Darcy定理采用限定性较强,与实际情况存在明显差距,主要表现在:

- •只适用于流体呈层流流动情况,由于Bernoulli方程是沿流线积分的,显然其结果不能用于湍流情况;
- •只能表达某一时刻的定常流动,不能描述流量随时间衰减的过程;
- •过滤床层进出口速度差小,速度项可忽略;
- •过滤过程所受重力的影响与压力相比,也可以忽略。



2.2.1 滤饼过滤过程理论研究的历程

达西定理

存在的问题:

- 与实际不符:实际过滤过程是动态过程,且滤饼不断增厚、阻力加大,过滤速度下降,采用平均过滤速度并不科学,这是研究过滤基础理论应直接面对和不能回避的困难之一;
- 渗透率误差极大:由于当时的科学技术水平和测试技术所限,在多数过滤理论的推导中还是不得不粗略地直接使用达西定理。这种做法导致渗透率k被严重扭曲。在达西定理中,只有k几乎不可测量,因此需要讨论计算结果与实际测试结果间的差异,所有差异连同渗透率本身,都归结到一个系数k上,称之为渗透率(应称为渗透率与经验修正系数的混合更为贴切)。这样造成渗透率的理论计算存在数量级的误差也不足为奇。



柯杰尼 (Kozeny) —卡门 (Carman) 方程

1927年Kozeney-Carman将过滤的微管模型和渗透模型结合,提出了由固体粒子的尺寸、滤饼结构和操作因素相结合的计算过滤速率的理论公式,这是过滤基础理论发展的一个重要里程碑。因为:

(1) Kozeney-Carman最先找到了滤饼的孔隙率 ε 、渗透率k和比表面积 S_0 。

$$k = \frac{\varepsilon^3}{\zeta (1 - \varepsilon)^2 S_0^2}$$

式中: k为滤饼渗透率, ϵ 为滤饼孔隙率, S_o 颗粒比表面积, ζ 为Kozeny常数



2.2.1 滤饼过滤过程理论研究的历程

柯杰尼(Kozeny)—卡门(Carman)方程

(2) 将当量直径的概念推广应用到了乱堆颗粒床层。

Kozeney-Carman方程假想颗粒层内仅有一个形状复杂的流体通道,颗粒层的空隙率越大,通道的内表面积越大,流体流动的摩擦阻力也越大。该方程定义该通道当量直径为:

$$d_{\epsilon} = \frac{4 \times 流 道 横截面积}{润湿周边} = \frac{4 \varepsilon}{S_0 \left(1 - \varepsilon\right)}$$

其中 S_0 为颗粒比表面积, ε 为滤饼孔隙率。



柯杰尼 (Kozeny) —卡门 (Carman) 方程

后来Carman把这一想法与Hagen-Poiseuille定理联系在一起,形成著名的Kozeny-Carman方程,简称K-C方程:

$$\frac{dV}{Adt} = \frac{\varepsilon^3 \Delta P}{KS_0^2 (1 - \varepsilon)^2 \mu l} = k \frac{\Delta P}{\mu l}$$

其中dV/dt为滤液体积的时间微分, K为柯静常数, k即为渗透率。

方程的意义:

- K-C方程是迄今唯一由固体粒子的尺寸及滤饼结构特性预测滤饼比阻的理论计算式。
- K-C方程考虑了滤饼孔隙率及颗粒大小、形状及比表面积等因素,进一步完善了过滤速率表达式。



2.2.1 滤饼过滤过程理论研究的历程

柯杰尼(Kozeny)—卡门(Carman)方程

存在的不足:

- K-C方程中,物料颗粒形状、粒度一定的条件下,孔隙率是影响滤饼 比阻的主要因素。但孔隙率和孔隙尺寸的大小是不同的两个概念,具 有相同孔隙率的滤饼,不一定是有相同的孔隙分布,从而会有不同的 滤饼阻力和过滤速率。
- 可压缩滤饼在压力差作用下,滤饼颗粒会被挤压和变形,导致滤饼孔隙率逐层变化,K-C计算式中的 S_0 、K、 ε 沿此方向相应发生变化。预测可压缩性滤饼各层比阻及 S_0 、K、 ε 的变化更难,偏差更大;



罗斯(Ruth)方程

发展

历 程

威伯(Weber)用单位滤饼阻力(比阻)表达过滤过程中滤饼的阻力。滤饼的阻力等于单位滤饼厚度(或单位滤饼质量)阻力的叠加。

斯潘(Sprry)根据 比阻的概念将过滤 阻力分为滤饼和过 滤介质阻力,将液 体的粘度并入滤饼 和介质阻力 罗斯(Ruth)对过滤阻力进行了大量的研究,用单位质量滤饼的阻力表示滤饼的比阻,且将过滤介质的阻力折合成当量滤饼的阻力,解决了介质阻力的表示方法,并提出了过滤基本方程——罗斯方程。

Weber

Sprry

Dush



2.2.1 滤饼过滤过程理论研究的历程

罗斯(Ruth)方程

罗斯(Ruth)方程表达式为:

$$\frac{dV}{d\theta} = \frac{A\Delta p}{\mu \alpha c_s (\frac{V + V_e}{A})} = \frac{A\Delta p_c}{\mu \alpha c_s \frac{V}{A}}$$

式中 α ——滤饼比阻,m/kg;

 c_s ——悬浮液浓度,单位体积滤液获得的固体质量, kg/m^3 。



罗斯(Ruth)方程

Ruth方程的优点:

■ Ruth方程考虑到渗透系数的定量关系;以及过滤介质阻力的 表达和计算等。

Ruth方程的不足:

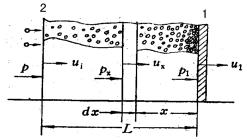
- □ 该方程假定恒压过滤的过滤速度u为常量,事实上它是时间的函数;
- □ 滤饼比阻α也只是整个滤饼的平均值,加之由实测求得的滤饼比阻α本身也有误差,因此与实际会有较大的误差。浓悬浮液的过滤尤为严重。



2.2.1 滤饼过滤过程理论研究的历程

现代过滤理论

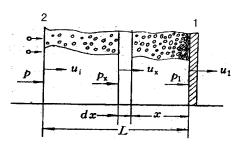
- □ 美国F.M.Tiller, 日本Shirato针对传统Ruth过滤基本方程的缺陷,提出"现代过滤理论"。实际过滤速度与过滤时间和在滤饼的不同厚度位置有关。
- \Box 在过滤进行的某一瞬时,滤饼表面过滤速度 u_i 最小,过滤介质表面 u_1 最大,如下图。



滤饼内过滤速度的分布图 1-过滤介质; 2-滤饼表面



现代过滤理论



滤饼的孔隙率大小为:

$$\varepsilon_i > \varepsilon_x > \varepsilon_1$$

孔隙率的减小使原来存留在孔隙内的液体被挤出, 越靠近过滤介质,过滤速度越大,过滤速度大小为:

$$u_i < u_x < u_1$$



2.2.1 滤饼过滤过程理论研究的历程

现代过滤理论

现代过滤理论建立在不同时间某瞬时过滤的滤饼内各点孔隙率不同、过滤速度不等的基础上。对传统的Ruth过滤方程进行修正,仿效平均比阻定义式,得到真实平均比阻 α_{T} :

$$\alpha_{T} = (p - p_{1}) \frac{\int_{0}^{w} \frac{u_{x}}{u_{1}} d\left(\frac{w_{x}}{w}\right)}{\int_{0}^{p - p_{1}} \frac{dp_{s}}{\alpha_{x}}}$$
 改写为: $\alpha_{T} = J\alpha$

其中:
$$J = \int_0^w \frac{u_x}{u_1} d\left(\frac{w_x}{w}\right)$$

式中 $\alpha_{\rm T}$ 为真实平均比阻, ${\rm m/kg};\; J$ 为修正因子,无因次,代表过滤速度分布对平均比阻 α 的修正, ${\rm J}{\le}1$,即 $\alpha_{\rm T}{\le}\alpha$



现代过滤理论

用真实平均比阻 $\alpha_{\rm T}$ 取代Ruth比阻 α ,修正后的过滤基本方程如下: $\frac{dV}{d\theta} = \frac{A\Delta p}{\mu(\alpha_{\rm T} w + R_{\rm m})}$

"现代过滤理论"的后继发展举步艰难,主要原因有:

- (1) 可实际应用的数据量很少;
- (2) 从物料性质千差万别、过滤操作条件多种多样;
- (3) 测试技术与水平远不能满足要求,多年未见实质性的进步。因此,应在现有分析基础上进一步做工作,以期对可压缩滤饼的过滤过程能有更具体的指导意义。



2.2.2 滤饼过滤基本方程

主要特征: 随着过滤过程的进行,流体中的固体颗粒被截留在过滤介质表面并逐渐积累成滤饼层

滤饼层厚度: 随过滤时间的增长而增厚, 其增加速率与过滤所得的滤液的量成正比

过滤速度:由于滤饼层厚度的增加,因此在过滤过程中是 变化的

过滤速度是描述过滤过程的关键!



推动力 其它因素



过滤过程的主要参数

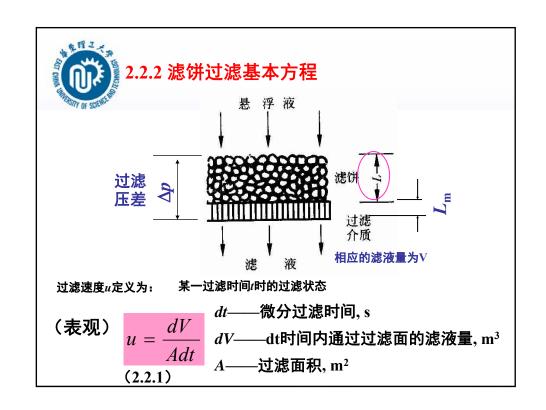
处理量:处理的流体流量或分离得到的纯流体量 $V(m^3)$

过滤推动力:由流体位差、压差或离心力场造成的过

滤压差∆p

过滤面积:表示过滤设备的大小A(m²)

过滤速度:单位时间单位过滤面积所得的滤液量 ॥





过滤速度与推动力之间的关系可用下式(Darcy 定律)表示:

$$u = \frac{\Delta p}{(R_m + R_c)\mu}$$
 (2.2.2) R_m : 过滤介质过滤阻力, $1/m$ R_c : 滤饼层过滤阻力, $1/m$

 R_c : 滤饼层过滤阻力, 1/m

假设 r_m ,r分别为过滤介质和滤饼层的过滤比阻, $1/m^2$

$$R_{\rm m} = r_{\rm m} L_{\rm m}$$
; $R_{\rm c} = rL$

(2.2.3)

$$u=rac{\Delta p}{(r_m L_m + rL)\mu}$$
 (2.2.4) Ruth 过滤方程

r: 与过滤介质上形成的滤饼层的孔隙结构特性有关

L: 与滤液量有关,在过滤过程中是变化的。



2.2.2 滤饼过滤基本方程

假设每过滤1m3滤液得滤饼f(m3)

另外,可把过滤介质的阻力转化成厚度为L。的滤饼层阻力

$$r_m L_m = r L_e$$
 (2.2.6) $L_e = \frac{f V_e}{A}$ (2.2.7)

则:
$$u = \frac{dV}{Adt} = \frac{A\Delta p}{r\mu f(V + V_e)}$$
 (2.2.8)

或:
$$\frac{dV}{dt} = \frac{A^2 \Delta p}{r u f (V + V_e)}$$



滤饼层的比阻r有两种情况:

•不可压缩滤饼:滤饼层的颗粒结构稳定,在压力的作用下不变形,r与 Δp 无关

•可压缩滤饼: 在压力的作用下容易发生变形

经验式:

$$r = r_0 \Delta p^s \qquad (2.2.9)$$

 r_0 : 单位压差下滤饼的比阻, m^{-2} Pa⁻¹;

s: 滤饼的压缩指数

对于可压缩滤饼, $s=0.2\sim0.8$,对于不可压缩滤饼,s=0



2.2.2 滤饼过滤基本方程

将比阻计算式代入式(2.2.8), 得:

$$\frac{dV}{Adt} = \frac{A\Delta p^{1-s}}{r_0 \mu f(V + V_e)}$$
 (2.2.10)

令q=V/A, $q_{\rm e}=V_{\rm e}/A$ ($q_{\rm e}$ 称为过滤介质比当量滤液体积),则

$$\frac{dq}{dt} = \frac{K}{2(q+q_e)}$$
 (2.2.12) (滤饼过滤基本方程)



- K: 过滤常数,如何测定?与下列因素有关:
 - •滤饼的颗粒性质
 - •悬浮液浓度
 - •滤液黏度
 - •滤饼的可压缩性
- q_e: 过滤介质特性参数



2.2.2 滤饼过滤基本方程

确定滤液量与过滤时间和过滤压差等之间的关系

(一) 恒压过滤

在过滤过程中, 过滤压差自始自终保持恒定。

对于指定的悬浮液, K为常数。

对式(2.2.11)或式(2.2.12)进行积分:

$$\int_0^V 2(V + V_e)dV = \int_0^t KA^2 dt \qquad \qquad V^2 + 2VV_e = KA^2 t$$

$$(2.2.13a)$$

$$\int_0^q 2(q + q_e)dq = \int_0^t Kdt \qquad \qquad q^2 + 2qq_e = Kt$$

(2.2.13b)



若过滤介质阻力可忽略不计,则简化为:

$$V^2 = KA^2t$$
 (2.2.14a) $q^2 = Kt$ (2.2.14b)

$$q^2 = Kt$$

K可通过实验测定。

如果恒压过滤是在滤液量已达到 V_1 ,即滤饼层厚度已累计 到 L_1 的条件下开始时,应如何计算?

积分时:时间从 $0 \rightarrow t$,

滤液量 $V_I \rightarrow V$

$$(V^2 - V_1^2) + 2V_e(V - V_1) = KA^2t$$

(2.2.15)



2.2.2 滤饼过滤基本方程

如何应用恒压过滤方程?

设计型:

已知要处理的悬浮液量和推动力, 求所需的过滤面积 操作型:

已知过滤面积和推动力,求悬浮液的处理量;

已知过滤面积和悬浮液的处理量,求推动力。



(二) 恒速过滤

恒速过滤是指在过滤过程中过滤速度保持不变,即滤液量与过滤时间呈正比。

$$q = ut$$
 (2.2.16a) 或 $V = Aut$ (2.2.16b)

$$\frac{dV}{Adt} = \frac{V}{At} = 常数$$
 代入式 (2.2.11)
$$\frac{dV}{dt} = \frac{KA^2}{2(V + V_e)}$$

$$V^2 + VV_e = \frac{K}{2} A^2 t$$
 (2.2.17a) 或 $q^2 + qq_e = \frac{K}{2} t$ (2.2.17b)



2.2.2 滤饼过滤基本方程

若忽略过滤介质阻力,则简化为:

$$V^2 = \frac{K}{2} A^2 t$$
 (2.2.18a) $\mathbf{g}^2 = \frac{K}{2} t$ (2.2.18a)

在恒速过程方程中,过滤压差随时间是变化,因此过滤常数K随时间t变化



2.2.4 过滤常数的测定

(一) 过滤常数K, q_e 的计算

对于恒压过滤,过滤积分方程改写为:

$$\frac{t}{q} = \frac{1}{K}q + \frac{2}{K}q_e$$
 (2.2.19)
$$\frac{t/q}{2q_e/K}$$



2.2.4 过滤常数的测定

(二) 压缩指数s的计算

$$K = \frac{2\Delta p^{1-s}}{\mu r_0 f}$$
 \Longrightarrow $(2.2.20)$

在不同的过滤压差下做过滤实验求得相应的K,由上式可得s



2.2.5 滤饼洗涤

- 在某些过滤操作中,为了去除或回收滤饼中残留的滤液或可溶性杂质,需要在过滤结束时,对滤饼进行洗涤。
- 洗涤过程需要确定的主要内容是计算洗涤速度和洗涤时间。



2.2.5 滤饼洗涤

洗涤速度是单位时间通过单位洗涤面积的洗涤液量:



洗涤液在滤饼层中的流动过程与过滤过程类似。洗涤速度与过滤终了时 的滤饼层状态有关。

若洗涤压力与过滤终了时的操作压力相同,则洗涤速度与过滤终了时速 度之间有如下近似关系:

$$\frac{\left(\frac{dV}{Adt}\right)_{w}}{\left(\frac{dV}{Adt}\right)_{F, 2}} = \frac{\mu L}{\mu_{w} L_{w}}$$
 (2.2.21)

 μ 、 $\mu_{\rm w}$ ——滤液、洗涤液的粘度, ${
m Pa\cdot s}$;

L、 $L_{\rm w}$ ——过滤终了时滤饼层厚度、洗涤时穿过的滤饼层厚度,m



2.2.5 滤饼洗涤

如果洗涤液走的路径和过滤终了时的路径完全相同, 洗涤液粘度和滤液粘度亦相同,则:

$$\left(\frac{dV}{Adt}\right)_{W} = \left(\frac{dV}{Adt}\right)_{F \not\cong} \tag{2.2.23}$$

设洗涤液用量为 V_{w} ,则洗涤时间为

$$t_{w} = \frac{V_{w}}{\left(\frac{dV}{dt}\right)_{w}} \tag{2.2.24}$$



2.2.6 过滤机生产能力的计算

过滤机的生产能力一般以单位时间得到的滤液量 q_V 表示。

(一)间歇式过滤机

间歇式过滤机的每一个操作循环包括:

过滤
$$t_F$$
 \Longrightarrow 洗涤 t_W \Longrightarrow 卸料 t_D \Longrightarrow t_T

假设在每个操作循环中过滤机的滤液量为V,则间歇式过滤机的生产能力为:

$$q_{V} = \frac{V}{t_{F} + t_{W} + t_{D}}$$
 (2.2.26)



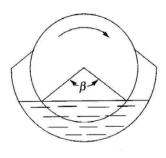
2.2.6 过滤机生产能力的计算

(二) 连续式过滤机

- 其定义与间歇式过滤机相同。
- 但连续式过滤机在生产周期的任一时刻,过滤机不同部位同时进行着过滤、洗涤、卸饼和清洗等操作。



2.2.6 过滤机生产能力的计算



- 转筒真空过滤机的转速为n(r/s),即旋转一周的时间为1/n(s)。
- 起过滤作用的是浸没在液体中的转筒表面,所对应的圆心角 β 与 2π 之比称为浸没度 ψ 。
- 浸没度等价于过滤时间在旋转周期中所占的比例,因此每个周期中有效的过滤时间为: $t_{r} = \frac{\psi}{2} \qquad (2.2.29)$
- 由式(2.2.13a)可求得每一周期 可得的滤液量为:

 $V = \sqrt{KA^2t_F + V_e^2} - V_e = \sqrt{KA^2\frac{\psi}{n} + V_e^2} - V_e$ (2.2.30)

• 转筒真空过滤机的生产能力为: $q_V = nV$ (m³/s) (2.2.31)