

4-2 光学谐振腔谐振频率和激光纵模

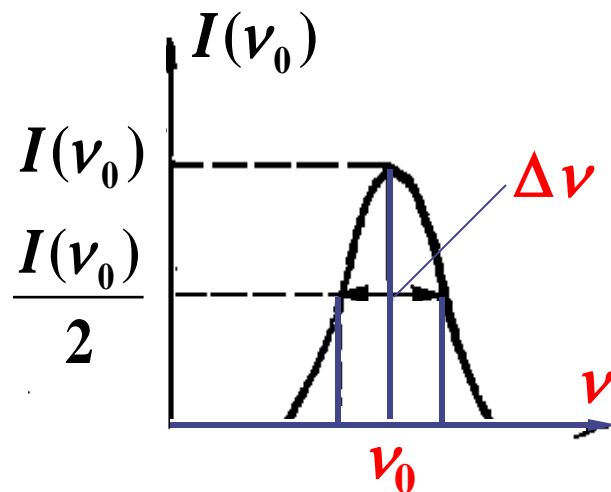
4.1.1 光学谐振腔谐振频率和激光纵模

问题 Ne原子的 $0.6328\text{ }\mu\text{m}$ 谱线的频率宽度为

$$\Delta\nu \approx 1.3 \times 10^9 \text{ Hz}$$

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{0.6328 \times 10^{-6}} \approx 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{1.3 \times 10^9}{5 \times 10^{14}} = 3 \times 10^{-5}$$



而为什么He—Ne激光器输出激光的

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} \text{ 会小到 } 10^{-15} \text{ 呢?}$$

一. 谐振条件和驻波条件

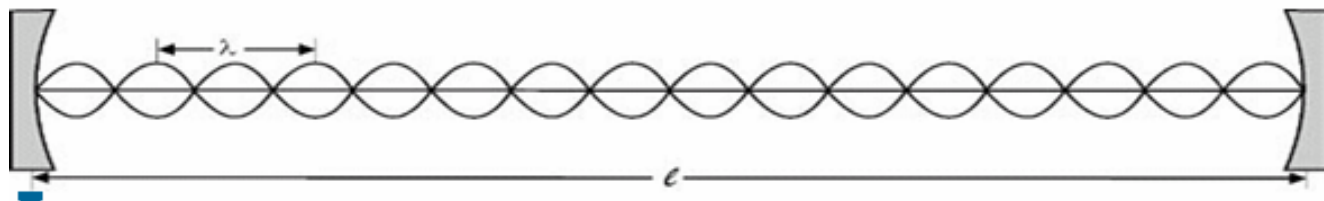
在腔内要形成稳定的振荡，要求光波要因干涉而得到加强。

相长干涉条件（波从某一点出发，经腔内往返一周再回到原来位置时，应与初始出发波同相）

(1) 光波在腔内往返一周的总相移应等于 2π 的整数倍，即只有某些特定频率的光才能满足**谐振条件**

$$2\delta\Phi = 2q\pi \quad q = 1, 2, 3, \dots$$

(2). 腔内产生**驻波的条件** * (光学腔长等于半波长的整数倍)



$$L' = \mu L = q \cdot \frac{\lambda_{0q}}{2} \quad \nu_q = \frac{c}{\lambda_{0q}} \quad \text{——谐振频率}$$

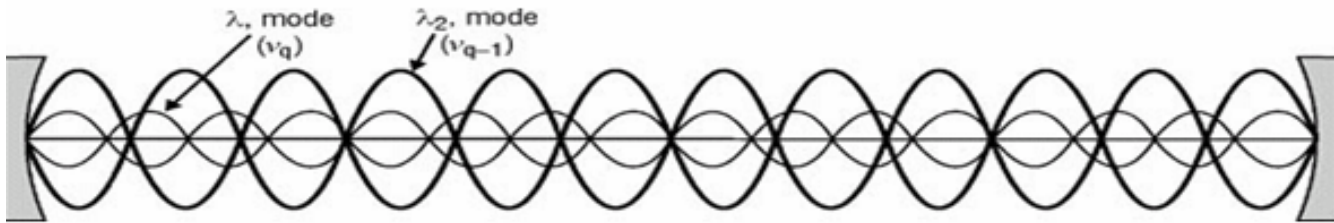
其它波长（频率）都被**相消干涉**所淘汰，只有 λ_{0q} (ν_{0q}) 才能产生振荡，可通过改变 L 来选择 λ_{0q} (ν_{0q}) 故称为**选频**。

从能量重新分布的角度来考虑， ν_{0q} 的能量被加强了，其他频率的被减弱了。

二、纵模(纵向的稳定场分布)

(1) 激光的纵模(轴模): 由整数 q 所表征的腔内纵向稳定场分布

(2). 纵模序数: 整数 q 称为纵模的序数



每个 q 值对应一个驻波

$$\left. \begin{aligned} \delta\Phi &= -kL + \Delta\phi \\ 2\delta\Phi &= 2q\pi \\ k &= 2\pi\nu/c \end{aligned} \right\} \Rightarrow \nu_{mnq} = \frac{qc}{2\mu L} + \frac{c}{2\pi\mu L} \Delta\phi_{mn} \approx \frac{qc}{2\mu L}$$

$$\nu_{mnq} = \frac{qc}{2\mu L} \quad (4-16)$$

$$\nu_{mnq} = \frac{qc}{2\mu L} \quad (4-16)$$

q阶纵模频率可以表达为: $\nu_q = q \cdot \frac{c}{2\mu L}$

基纵模的频率可以表达为: $\nu_1 = \frac{c}{2\mu L}$

谐振腔内q阶纵模的频率为基纵模频率的整数倍(q倍)

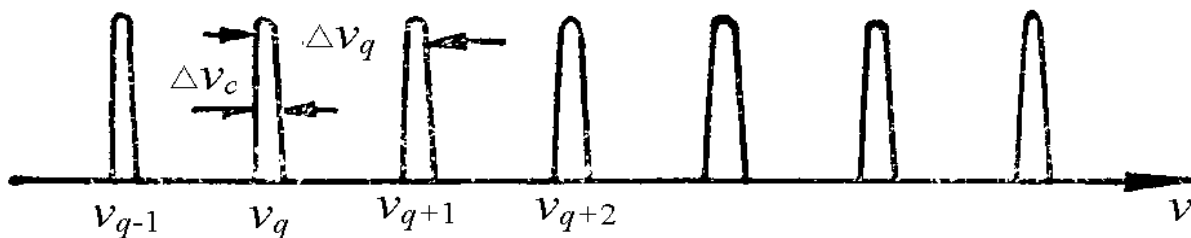
三. 纵模频率间隔

(1) 腔内两个相邻纵模频率之差称为纵模的频率间隔

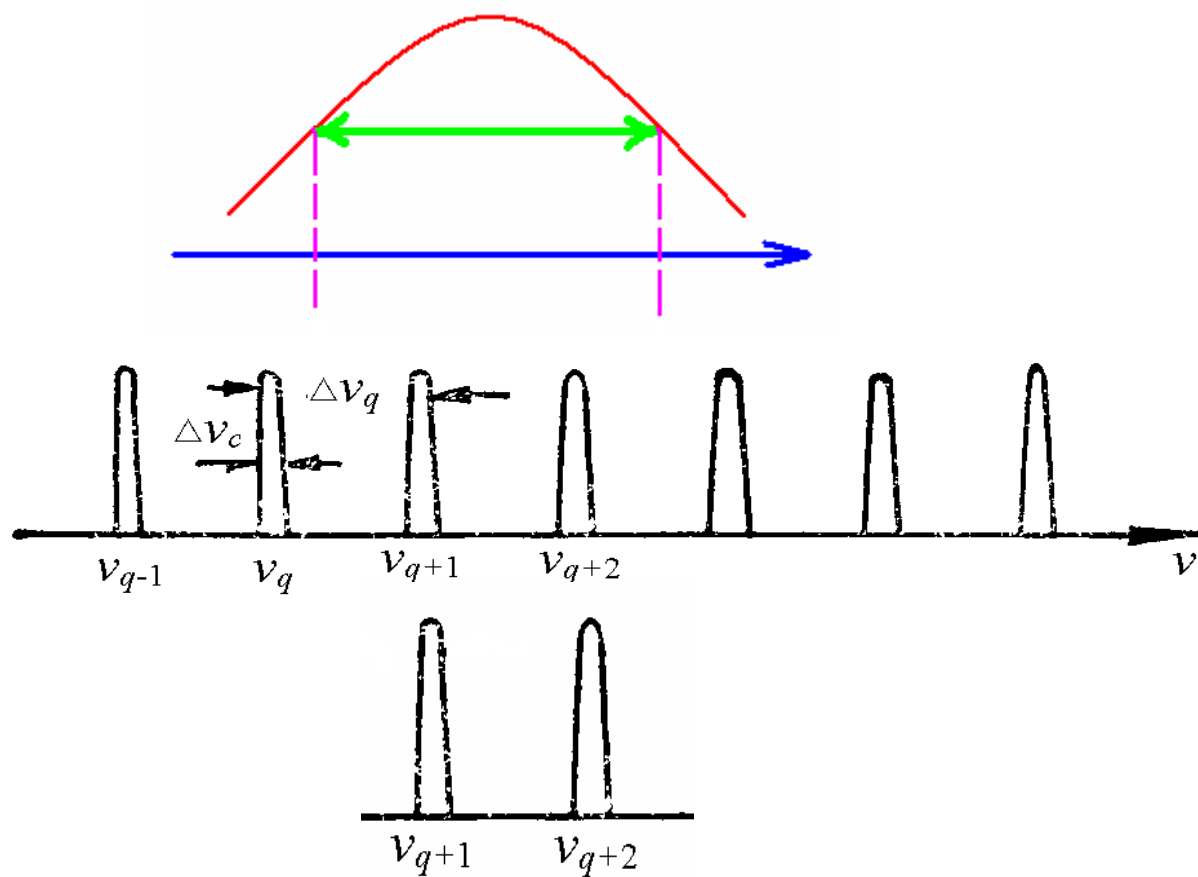
$$\nu_{mnq} = \frac{qc}{2\mu L} + \frac{c}{2\pi\mu L} \Delta\phi_{mn} \Rightarrow \Delta\nu_q = \nu_{q+1} - \nu_q = \frac{c}{2\mu L}$$

要牢记! 😊

(a) 频率梳——纵模等距排列 *(在频率空间)



四、激光器中出现的纵模数



五. 选纵模

1. 确定可起振纵模数目

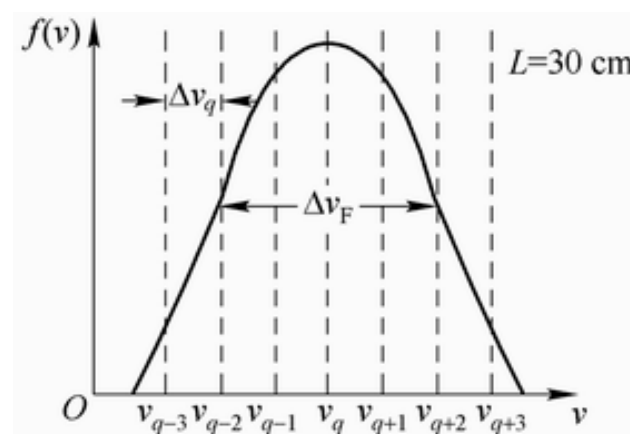
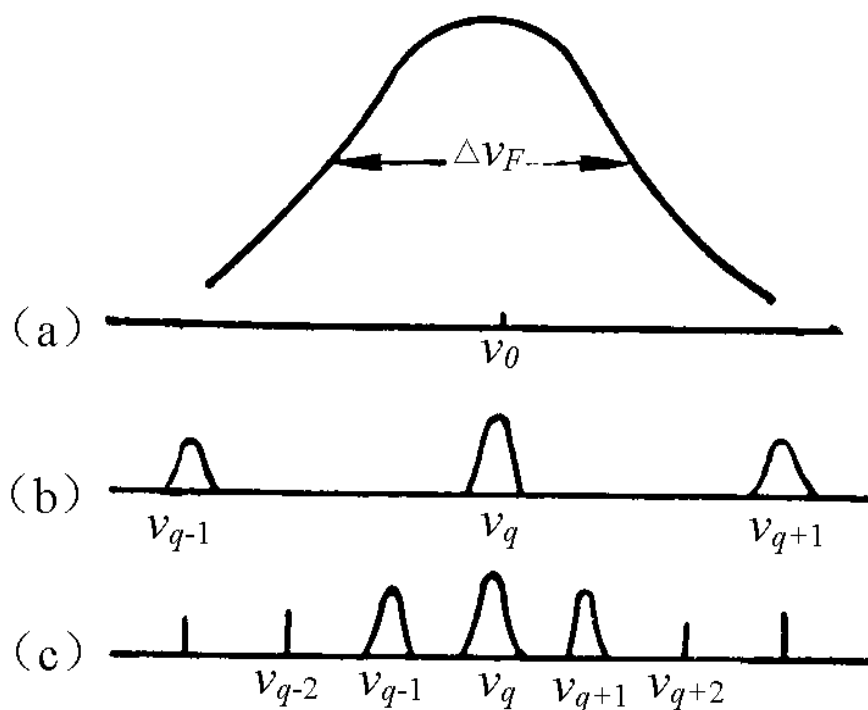
q 的因素

(1) 荧光线宽 * (自发发射线宽): $\Delta\nu_F$ 大则 q 大

\therefore * (只有) 满足

$$\nu_0 - \frac{1}{2}\Delta\nu_F < \nu_q < \nu_0 + \frac{1}{2}\Delta\nu_F$$

的纵模 ν_q 才能起振

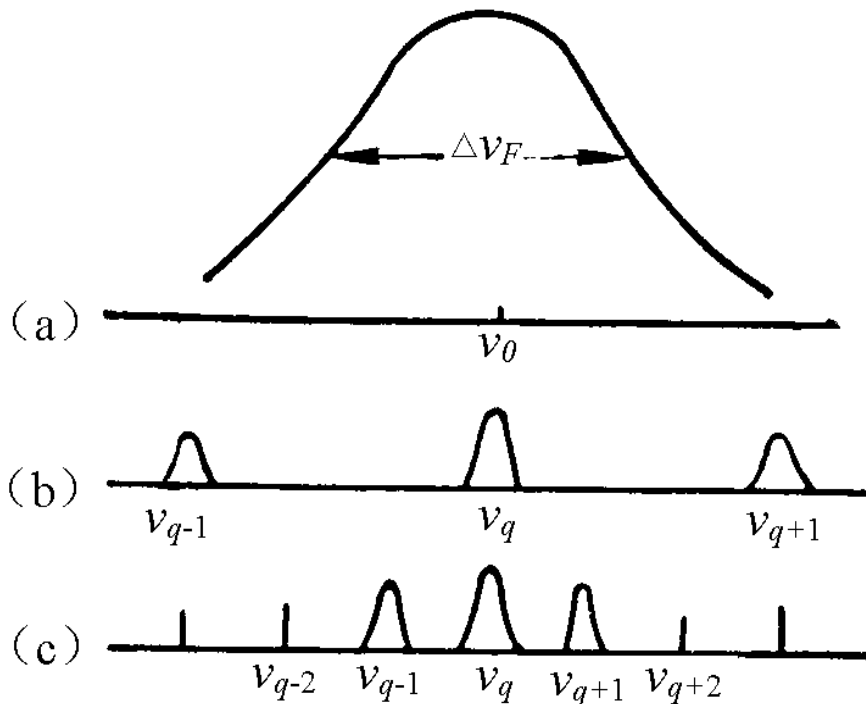


图(3-4) 腔中允许的纵模数

(2)腔长: L 越大则 q 越大

$\because \Delta\nu_q \propto \frac{1}{L}$ * (, L 大则 $\Delta\nu_q$ 小, $\Delta\nu_F$ 内可容更多个纵模)

例: $L=30\text{cm}$, $\Delta\nu_q=5 \times 10^8\text{Hz}$, 其中只有三个频率在原子
 $0.6328\mu\text{m}$ 线宽 $\Delta\nu$ 范围内,所以激光器输出三个频率,
称三纵模.(多纵模激光器)



例: $L=10\text{cm}$ 的 $\text{He}-\text{Ne}$
激光器中满足 (3-16)
的频率很多,

但形成激光的只有其
中之一,称为单模

例:有一个谐振腔，腔长 $L=1\text{m}$ ，求在 1500MHz 的范围内所包含的纵模个数。

解：谐振腔相邻两个本征纵模之间的频率间隔为

$$\Delta\nu_q = \frac{C}{2\mu L} \quad \text{设折射率}\mu=1, \text{ 则}$$

$$\Delta\nu_q = \frac{C}{2\mu L} = \frac{3 \times 10^8}{2 \times 1} = 1.5 \times 10^8 \text{ Hz}$$

在 $\Delta\nu_q$ 范围内所包含的纵模个数：

$$m = \frac{\Delta\nu_F}{\Delta\nu_q} = \frac{1500 \times 10^6}{1.5 \times 10^8} = 10$$

谐振腔可能包含的纵模
个数为**11**

例：腔长均为1m的气体激光器， $n=1$

a、CO₂10.6 μm 激光，谱线宽度(线型函数) $\Delta\nu_D \approx 10^8 Hz$

其纵模间隔为：

$$\Delta\nu_q = \frac{c}{2nL} = 1.5 \times 10^8 Hz > \Delta\nu_D \quad \text{单纵模输出}$$

b、Ar⁺离子激光器514.5nm谱线， $\Delta\nu_D = 6.0 \times 10^8 Hz$

其纵模间隔为：

$$\Delta\nu_q = 1.5 \times 10^8 Hz < \Delta\nu_D \quad \text{多纵模激光器}$$

$$\frac{\Delta\nu_D}{\Delta\nu_q} = 4 \quad \text{可以输出4个频率的光波}$$

影响激光器纵模个数的因素：

(1) 与谱线宽度 $\Delta\nu$ 有关， $\Delta\nu_D$ 越大，可能出现的纵模个数越多

(2) 与激光器腔长有关

$$\Delta\nu_q = \frac{c}{2nL} \text{ 显然 } L \text{ 越大 } \Delta\nu_q \text{ 越小, 纵模个数越多}$$

(3) 增益系数要大于阈值 $G(\nu) > G_t$

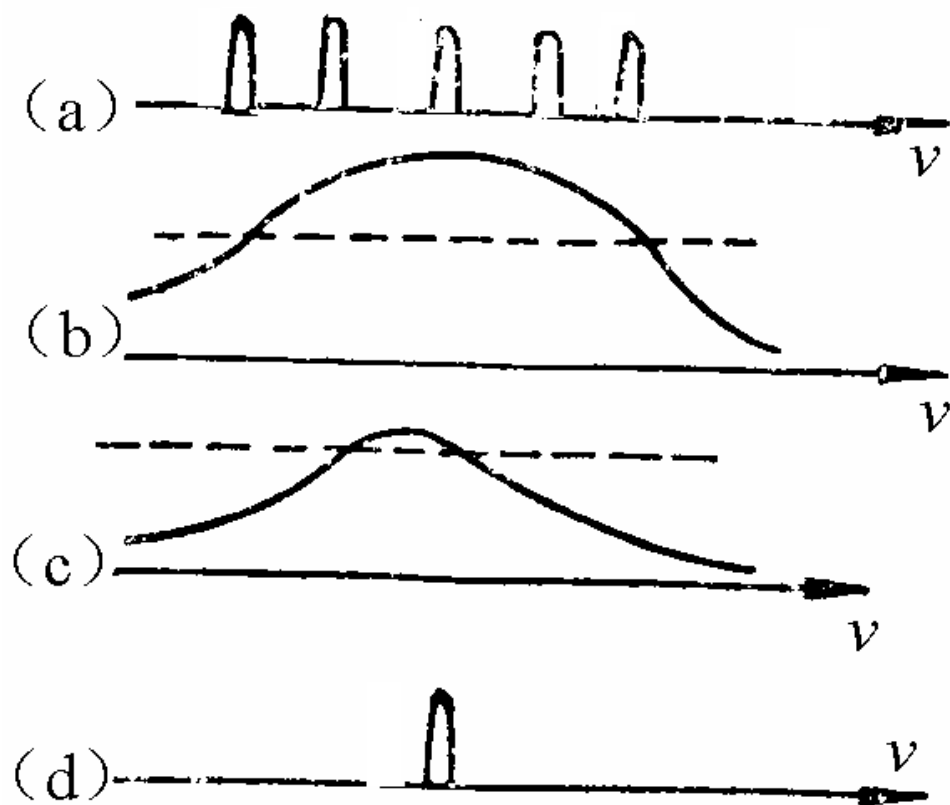
结论

◆形成激光振荡的条件:

1. 满足谐振条件 $\nu_q = q \cdot \frac{c}{2\mu L}$
2. 满足阈值条件 $G \geq a_{\text{总}}$
3. 落在工作物质原子荧光 linewidth 范围内的频率成分

六. 工作物质饱和效应的影响

1. 均匀增宽工作物质



(a) 腔中的频率梳

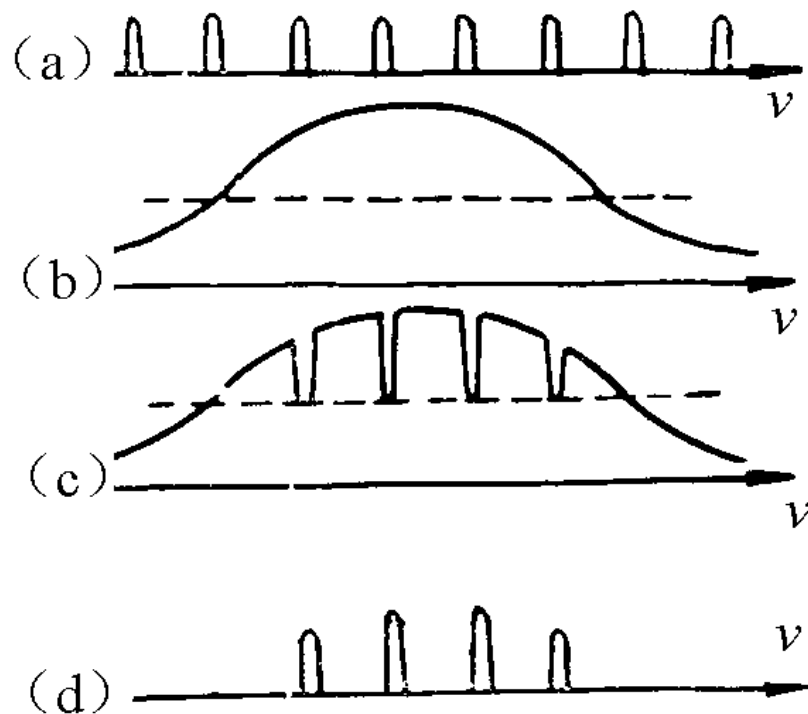
(b) 均匀展宽谱线 ν_0 附近

达到振荡阈值

(c) 随着振荡加强, 发生增益饱和现象, 整个增益曲线下降

(d) 单纵模形式运转

2. 非均匀增宽介质



(a) 腔中的频率梳

(b) 非均匀展宽谱线

(c) 满足 $\nu_q = q \cdot \frac{c}{2\mu L}$

及阈值条件的纵模

在增益曲线上“烧孔”

(d) 频率振荡

四、均匀加宽谱线的模式竞争

(1) 单纵模振荡

当 L 足够小， $\Delta\nu_q$ 足够大，使得只有一个纵模频率 ν_q 落在 $\Delta\nu_H$ 范围内，并且增益 $G > G_t$ 。当 ν_q 的光强不断增加时，导致增益曲线不断下压，最终使得 ν_q 的增益 G 正好等于 G_t ，就建立了一个稳定状态，实现单纵模输出，激光的单色性好。

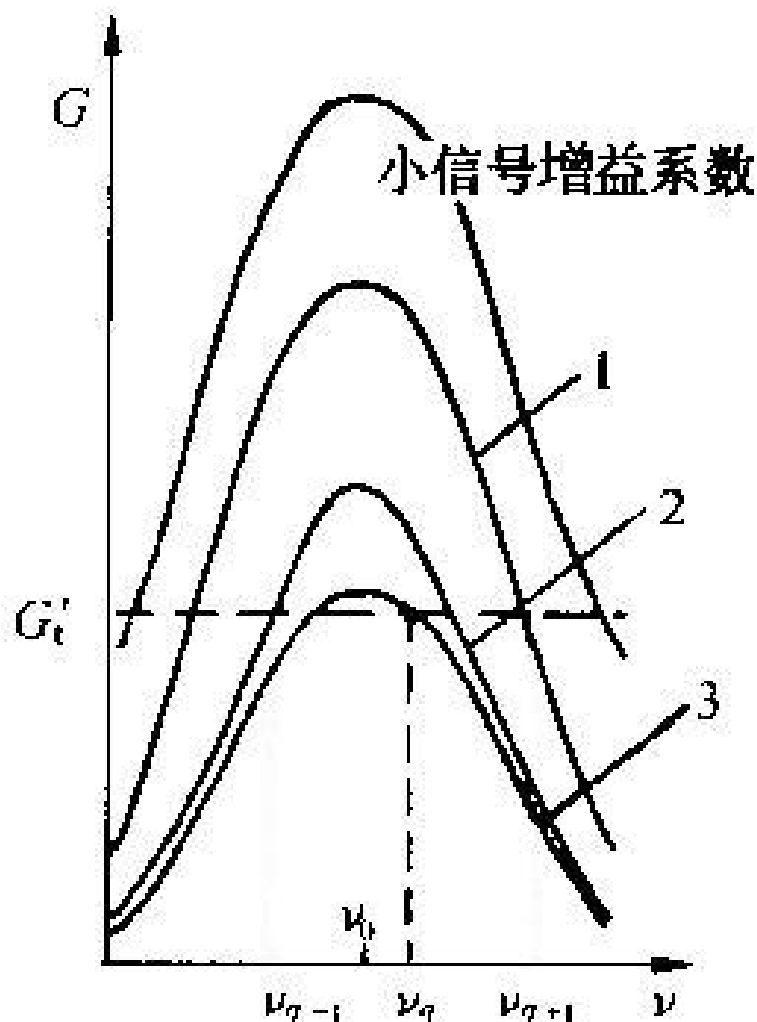


图 3-4-5 模式竞争

(2) 多纵模的模式竞争

在小信号情况下， ν_{q-1} 、 ν_q 、 ν_{q+1} 均有增益。由于光强 I 增大，出现增益饱和现象，增益曲线下降。谱线 ν_{q-1} 、 ν_q 、 ν_{q+1} 的增益也随之下降。当光强增大到 $I \geq I_1$ 时，增益 $G(\nu_{q+1}) \leq G_t$ ，谱线 ν_{q+1} 消失。此时谱线 ν_{q-1} 和 ν_q 仍有增益。光强继续增大，当光强增大到 $I \geq I_2$ 时， $G(\nu_{q-1}) \leq G_t$ ，谱线 ν_{q-1} 消失。最后，光强稳定在 $I = I_3$ ， $G(\nu_q) = G_t$ ，最后仅存 ν_q 模。

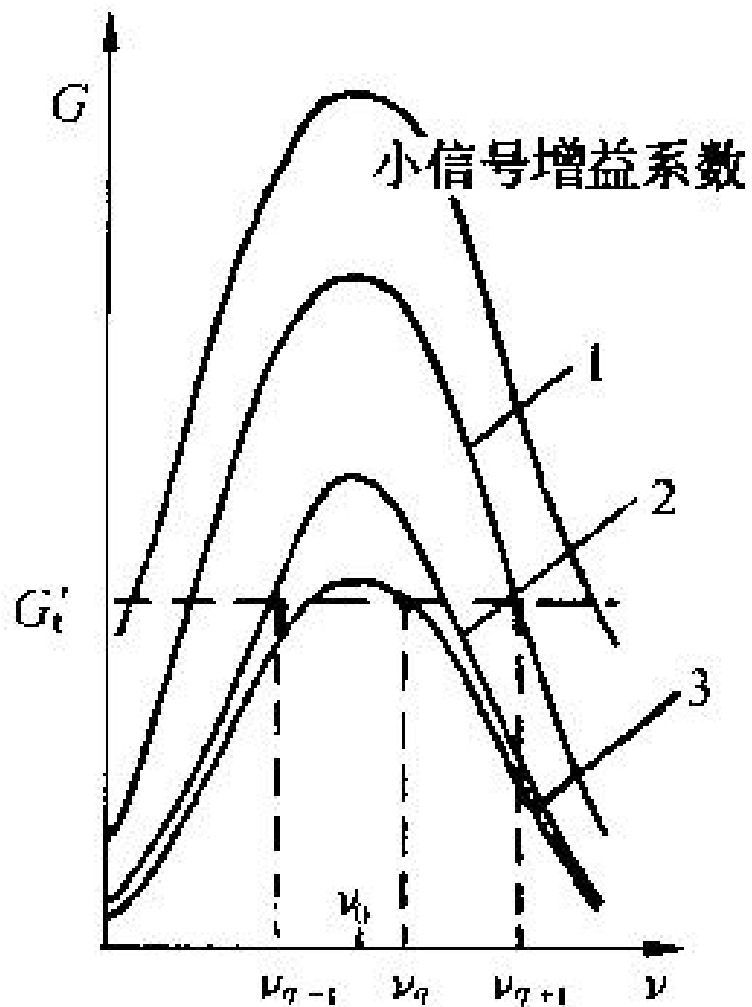


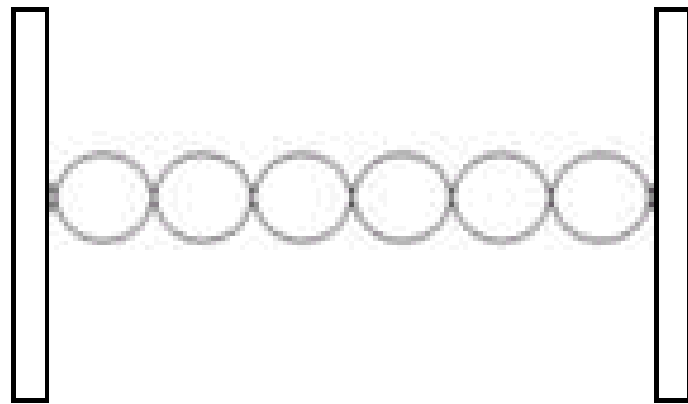
图 3-4-5 模式竞争

模式竞争：通过饱和效应，使某一模式逐渐把其他模式抑制下去，最后只剩下一个纵模维持振荡的现象，称之为模式竞争。

空间烧孔效应：由于驻波场而造成的增益在空间分布不均匀的现象。

原因：由于模式竞争而产生的单纵模 ν_0 是以驻波的形式沿轴向分布，驻波的波腹表示光强最大值，而波节表示光强的最小值。光强最大值所在的空间位置，有较多的光子参与受激辐射过程，使得该处的反转粒子数浓度以及增益系数变小。

相反，在波节处反转粒子数浓度及增益系数是腔中最大值。如果腔内除单纵模 ν_0 以外，还有其他一些频率的光波在反射镜之间来回传播，形成驻波，**且** ν_0 的波节点恰与某个频率 ν_0' 驻波的波腹点重合，则 ν_0' 的光波可能获得较大增益，形成激光。这种振荡一般较弱，且可能形成多个。



二、激光频率的漂移

根据谐振条件纵模序数为 q 的频率

$$\nu_q = \frac{qc}{2nL}$$

当温度升高时，激光器腔长变长，频率 ν_q 降低。在 T_1 温度时，线型函数 $g(\nu)$ 的中心频率为 ν_q ，当温度上升到 T_2 时，腔长变长，频率 ν_q 降低，但仍在谱线宽度内。当温度升为 T_3 时， ν_q 移到谱线宽度之外，而 ν_{q+1} 降到谱线宽度以内，并与温度 T_1 时 ν_q 相同。

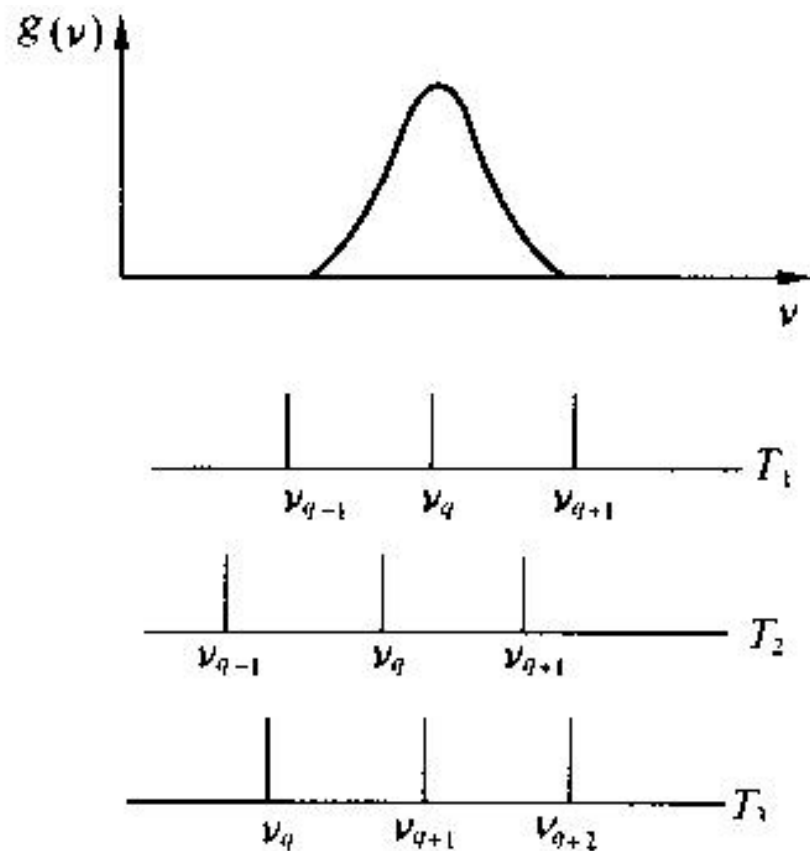


图 3-4-3 频率漂移($T_3 > T_2 > T_1$)