

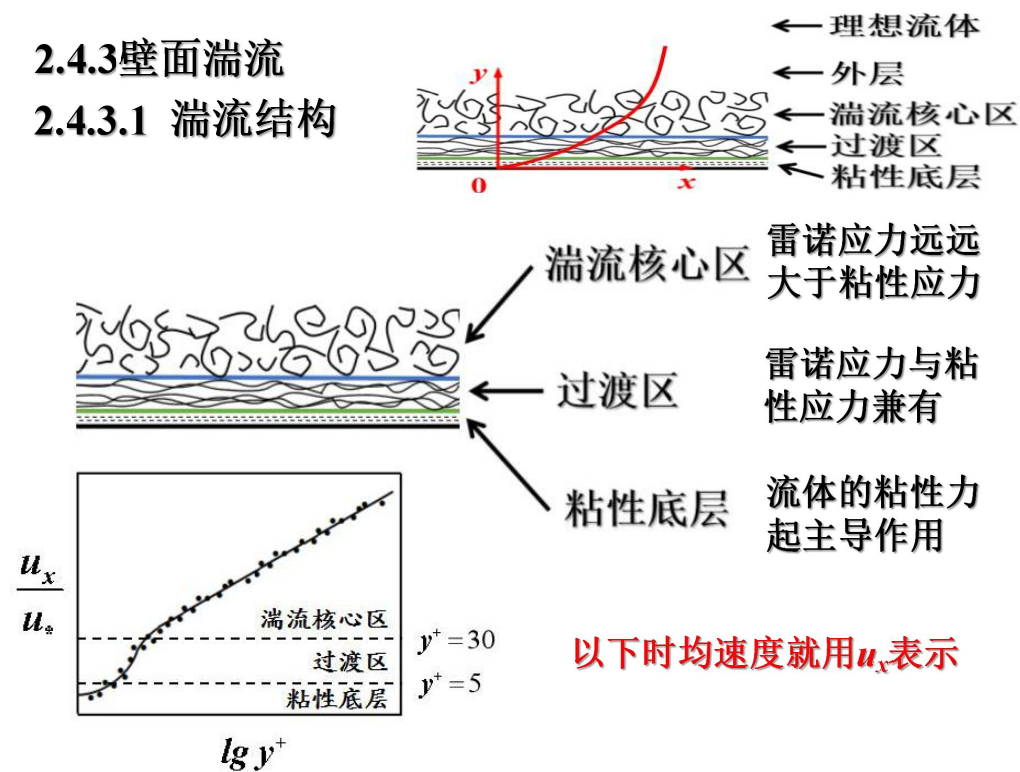
传递过程

鲍 博 副教授
华东理工大学 化工学院

2022年秋季

2.4.3 壁面湍流

2.4.3.1 湍流结构



2.4.3.2 湍流速度分布

简化雷诺方程得：

$$\frac{\partial}{\partial y}(\tau_{yx}^l + \tau_{yx}^t) = 0$$

积分： $\tau_{yx}^l + \tau_{yx}^t = C_1$

$\because y=0, \tau_{yx}^l|_{y=0} = \tau_w, \tau_{yx}^t|_{y=0} = 0 \therefore C_1 = \tau_w$

$$\tau_{yx}^l + \tau_{yx}^t = \tau_w$$

粘性底层区

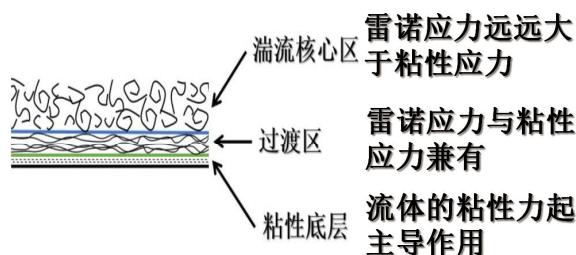
$$\tau_{yx}^l = \tau_w$$

过渡区

$$\tau_{yx}^l + \tau_{yx}^t = \tau_w$$

湍流核心区

$$\tau_{yx}^t = \tau_w$$



粘性底层

$$\tau_{yx}^l = \tau_w \quad \tau_{yx}^l = \mu \frac{d\bar{u}_x}{dy}$$

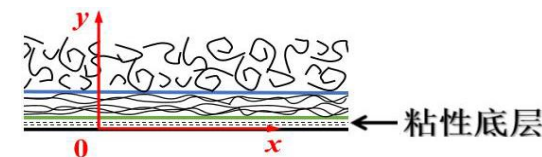
$$\mu \frac{d\bar{u}_x}{dy} = \tau_w$$

积分： $\bar{u}_x = \frac{\tau_w}{\mu} y + C_2$

$\because y=0, \bar{u}_x=0 \therefore C_2=0$

时均速度分布：

$$\bar{u}_x = \frac{\tau_w}{\mu} y$$



定义： $\tau_w = \rho u_*^2$ u_* 摩擦速度

$$\bar{u}_x = \frac{\rho u_*^2}{\mu} y = u_* \frac{u_* y}{\nu}$$

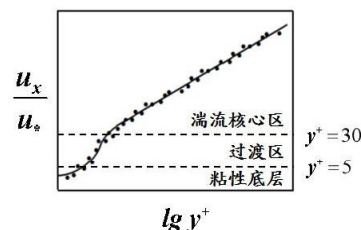
$$\frac{\bar{u}_x}{u_*} = \frac{u_* y}{\nu}$$

定义： $u^+ = \frac{\bar{u}_x}{u_*}, y^+ = \frac{u_* y}{\nu}$

通用速度分布： $u^+ = y^+$ u^+ 无量纲摩擦速度
 y^+ 无量纲摩擦距离

湍流核心区

$$\tau_{yx}^t = \tau_W \quad \tau_{yx}^t = \rho l^2 \left| \frac{d\bar{u}_x}{dy} \right| \frac{d\bar{u}_x}{dy}$$



普朗特假定： $l = ky$ 其中： k 实验测定系数。

$$\rho k^2 y^2 \left(\frac{d\bar{u}_x}{dy} \right)^2 = \tau_W$$

$$\frac{du^+}{dy^+} = \frac{1}{ky^+}$$

$$\frac{d\bar{u}_x}{dy} = \sqrt{\frac{\tau_W}{\rho}} \frac{1}{ky} = \frac{u_*}{ky}$$

$$\text{积分：} u^+ = \frac{1}{k} \ln y^+ + C$$

尼古拉兹
实验测定得： $\frac{1}{k} = 2.5, C = 5.5$

$$u^+ = \frac{\bar{u}_x}{u_*}, y^+ = \frac{u_* y}{\nu}$$

通用速度分布： $u^+ = 2.5 \ln y^+ + 5.5$

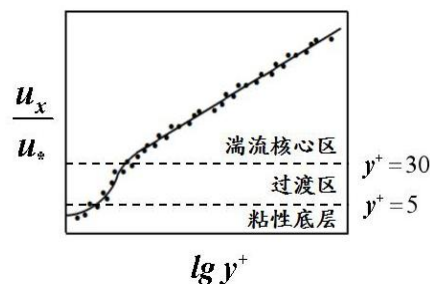
过渡区

$$\tau_{yx}^l + \tau_{yx}^t = \tau_W$$

类似湍流核心区规律，实验测定可得经验式：

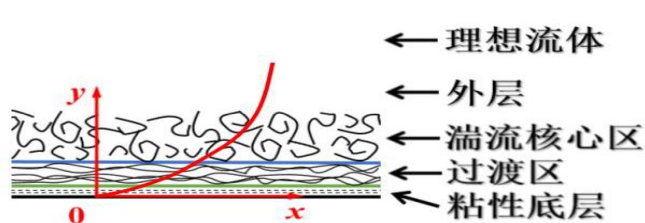
$$u^+ = 5.05 \ln y^+ - 3.05$$

湍流通用速度分布：（半理论半经验公式）



$$\begin{cases} y^+ < 5 & u^+ = y^+ \\ 5 < y^+ < 30 & \begin{aligned} u^+ &= 5.05 \ln y^+ - 3.05 \\ &= 11.5 \lg y^+ - 3.05 \end{aligned} \\ y^+ > 30 & \begin{aligned} u^+ &= 2.5 \ln y^+ + 5.5 \\ &= 5.75 \lg y^+ + 5.5 \end{aligned} \end{cases}$$

平板湍流与管内湍流均属壁面湍流



平板湍流边界层

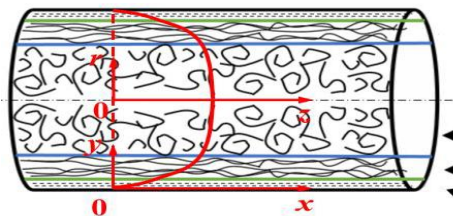
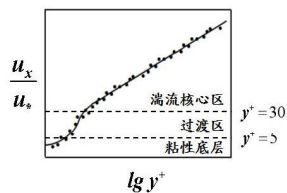
湍流1/7律速度分布

$$\frac{u_x}{U_0} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/7}$$

$$\frac{u_z}{u_{max}} = \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/7}$$

$$1.1 \times 10^5 < Re < 3.2 \times 10^6$$

管内湍流



← 湍流核心区
← 过渡区
← 粘性底层

湍流通用速度分布管内湍流同样适用

例2-9 管内流动截面上的速度

已知: U 、 D 、 ν

$$f = 0.079 Re^{-1/4}$$

$$Re = \frac{UD}{\nu}$$

$$u_x = 2U \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$$

$$\tau_w = \frac{1}{2} \rho U^2 f$$

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$$

$$u_x = u^+ u_*$$

$$y^+ = \frac{y u_*}{\nu}$$

$(0, 5]$	$u^+ = y^+$
$(5, 30]$	$u^+ = 5.05 \ln y^+ - 3.05$
$(30, \infty)$	$u^+ = 2.5 \ln y^+ + 5.5$

若水以平均流速0.21m/s，在直径为50mm的圆管中作湍流流动。已知： $\mu=1.005\times 10^{-3}\text{Pa}\cdot\text{s}$ ， $\rho=1000\text{kg/m}^3$

试求： $U/u_{\max}=?$

解： $Re = \frac{\rho U D}{\mu} = 10448 > 2100$ 湍流

$$f = 0.079 Re^{-1/4} = 7.80 \times 10^{-3}$$

$$y = 25\text{mm}, \quad u_x = u_{\max}$$

$$\tau_w = \frac{1}{2} \rho U^2 f = 0.17\text{N/m}^2$$

$$y^+ = \frac{y u_*}{\nu} = 323 > 30$$

$$u^+ = 2.5 \ln y^+ + 5.5 = 19.94$$

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = 0.013\text{m/s}$$

$$u_x = u_{\max} = u^+ u_* = 0.259\text{m/s}$$

$$U/u_{\max} = 0.21/0.259 \approx 0.81$$

2.4.3.3 湍流阻力

圆管阻力系数
布拉休斯公式

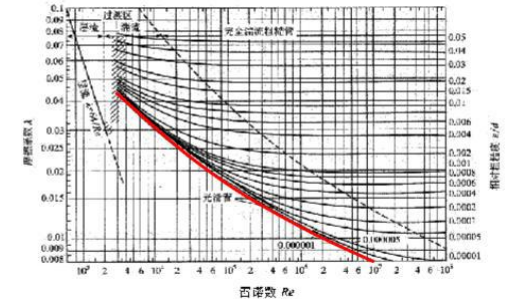
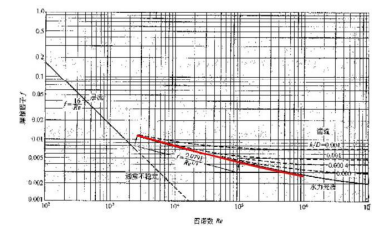
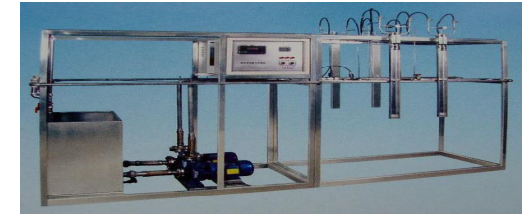
$$f = 0.079 Re^{-1/4} \quad 4000 < Re < 10^6$$

$$\tau_w = f \frac{1}{2} \rho U^2$$

$$\lambda = 0.3164 Re^{-1/4} \quad 4000 < Re < 10^6$$

$$-\Delta p = \lambda \frac{L}{D} \frac{1}{2} \rho U^2$$

对粗糙管 $\lambda = f\left(\frac{\rho D U}{\mu}, \frac{h_s}{D}\right)$



平板湍流的壁面剪切应力

既然湍流通用速度分布可以共用，那么平板湍流的壁面剪切应力也可以借用圆管阻力系数求得。

圆管阻力系数 $f = 0.079 Re^{-\frac{1}{4}}$

$$\tau_w = f \frac{1}{2} \rho U^2 = 0.079 \left(\frac{\rho U D}{\mu} \right)^{-\frac{1}{4}} \frac{1}{2} \rho U^2$$

管内流动边界层厚度： $\delta = \frac{1}{2} D$

管内平均速度与管中心最大速度关系： $U \approx 0.81 U_0$

$$\tau_w = 0.023 \rho U_0^{\frac{7}{4}} \left(\frac{\nu}{\delta} \right)^{\frac{1}{4}}$$

平板湍流阻力就是利用此式求得

课后思考

1.油轮卸油，油品密度 800kg/m^3 、粘度 0.75cP ，输油管道内径 0.3m 。若使流量达到 $3000\text{m}^3/\text{h}$ ，求长 400m 管道的压降？

