

6、初值定理

若 $L[f(t)] = F(s)$, 且 $\lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$ 存在, 则 $f(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$

7、终值定理

若 $L[f(t)] = F(s)$, 且 $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$ 存在, 则 $f(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$

$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$ 存在 $\Leftrightarrow sF(s)$ 的所有极点均在 s 平面之左半平面。

例10: 已知 $F(s) = \frac{1}{s+a}$ ($a > 0$), 求 $f(0), f(\infty)$

解: 由初值定理, $f(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} s F(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{s}{s+a} = 1$

$sF(s) = \frac{s}{s+a}$ 的极点位于 s 平面之左半平面内。

由终值定理, $f(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s F(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{s+a} = 0$ ($f(t) = e^{-at}$)

例11: 已知 $F(s) = \frac{1}{s+a}$ ($a < 0$), 求 $f(0), f(\infty)$

解: 由初值定理, $f(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} s F(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{s}{s+a} = 1$

$sF(s) = \frac{s}{s+a}$ 的极点位于 s 平面之右半平面内。

由终值定理, $f(\infty)$ 不存在。