

4-5 一般稳定球面腔的模式特征

典型的激光器谐振腔

模体积

激光模式在腔内所能扩展的空间范围。

模体积大，对该模式的振荡有贡献的激发态粒子数就多，就可能获得大的输出功率；

谐振腔的选择：

衍射损耗

模体积

腔体镜面的安装

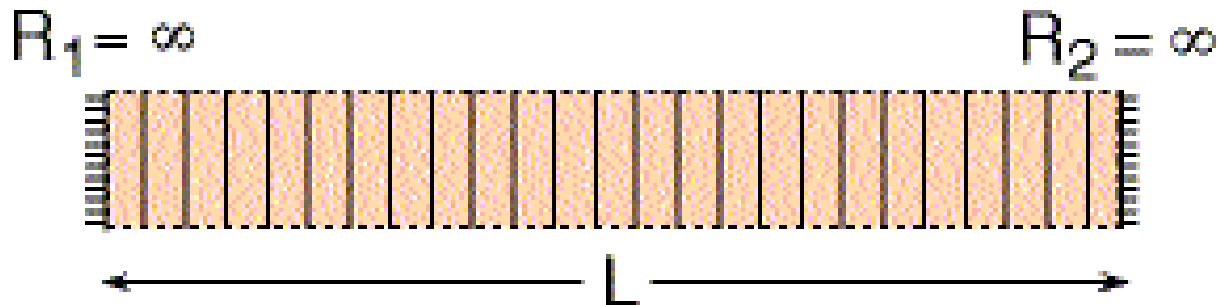
平行平面腔

平行平面腔的优势

- 1) 模体积大、
 - 2) 腔内激光辐射没有聚焦现象
- ## 平行平面腔的劣势

- 1) 衍射损耗高
- 2) 镜面调整难度高

平行平面腔主要应用于高功率脉冲激光器



平行平面腔结构示意图

同心球面腔

同心球面腔的优势：

1) 衍射损耗低 2) 易于安装调试

同心球面腔的劣势：

1) 模体积小 2) 腔内产生光辐射聚焦现象

同心球面腔主要应用于连续工作的染料激光器泵浦激光器



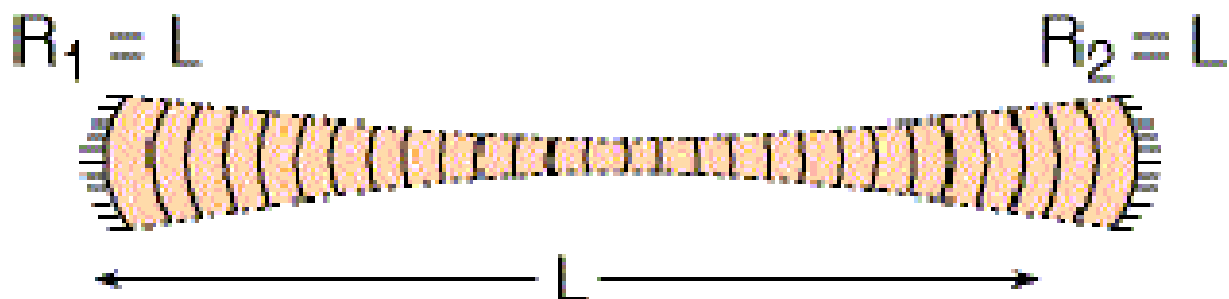
同心球面腔结构示意图

共焦谐振腔

共焦谐振腔的性能介于平行平面腔与球面腔之间，其特点如下：

- 1) 镜面较易安装、调整；
- 2) 较低的衍射损耗；
- 3) 腔内没有过高的辐射聚焦现象；
- 4) 模体积适度；

共焦谐振腔一般应用于连续工作的激光器



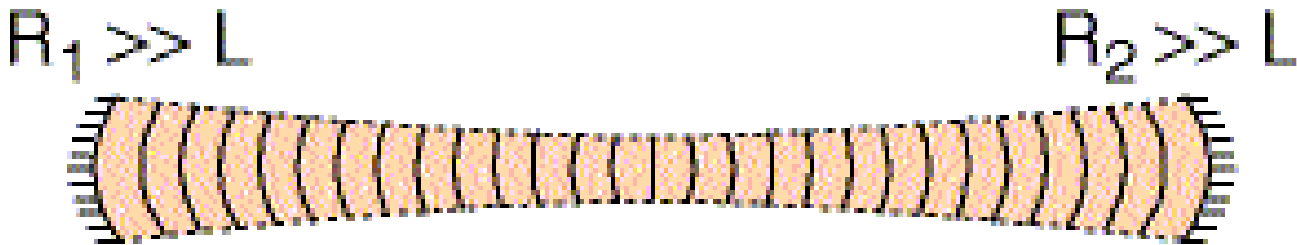
共焦谐振腔示意图

长半径球面腔

长半径球面谐振腔的性能介于共焦腔与球面腔之间，它的特点如下：

- 1) 中等的衍射损耗；
- 2) 较易安装调整；
- 3) 模体积很大；
- 4) 腔内没有很高的光辐射聚焦现象；

长半径球面谐振腔适于连续工作的激光器



长半径球面腔示意图

半球型谐振腔

半球型谐振腔的特点：

易于安装调整、衍射损耗低、成本低

半球型谐振腔主要应用于低功率氦氖激光器



半球型谐振腔

平凹稳定腔

平凹稳定腔的特点：

模体积较大 且具有价格优势

平凹稳定腔一般应用与连续激光器；大多数情况下

$$R_1 \geq 2L$$



平凹稳定腔示意图

3.4 稳定球面腔的光束传播特性

一般的稳定球面腔指曲率半径不同的球面镜、腔长按任意间距构成但腔的 g 参数满足稳定条件 $0 < g_1 g_2 < 1$ 的谐振腔。

一般的稳定球面腔指的模式理论可以根据光腔的衍射积分方程严格建立起来,但更为简明的研究方法是以共焦腔模式理论为基础的等价共焦腔法。

思路： 共焦腔 \Rightarrow 等价的稳定球面腔

共焦腔的模式理论 \Rightarrow 等价的稳定球面腔的模式理论

处理原则：稳定球面腔与共焦腔的等价性。

4.5.1 稳定球面腔的等价共焦腔

1. 将共焦腔的模式理论推广到一般稳定球面镜腔的理由？

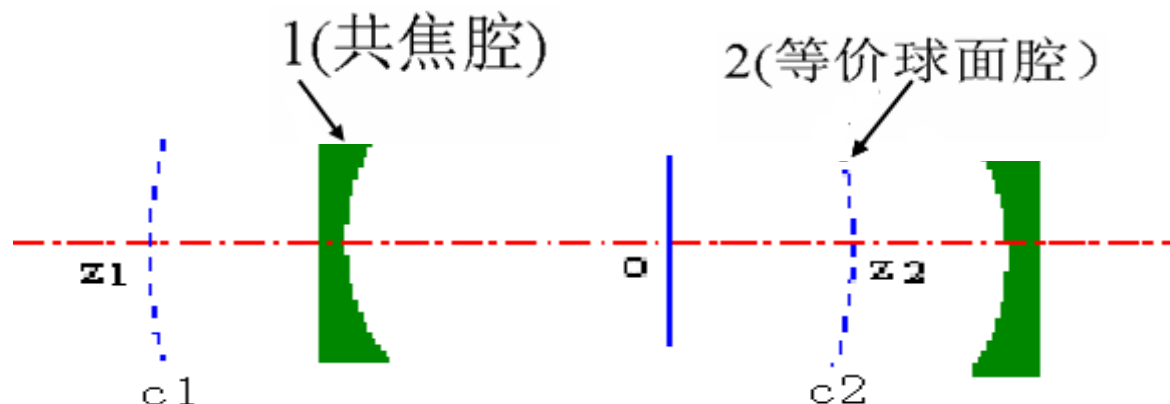
① 在共焦场的任意两等相面处放上相应曲率半径的球面反射镜，原共焦场分布不受影响。

② 由于任一共焦腔有无穷多个等相位面，因此可以用这种方法逻辑地建立起无穷多个新的谐振腔——稳定腔。

2. 任何一个共焦腔可以与无穷多个稳定球面镜腔等价。

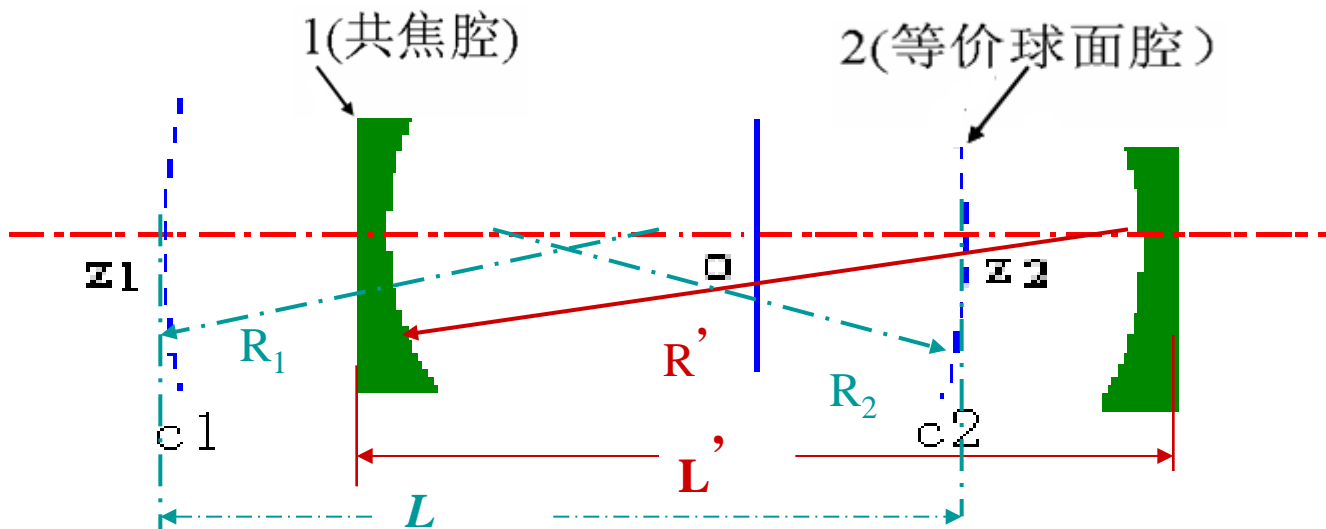
① 等价的含义：二者有相同的行波场。

理解：若有焦距为 f 的共焦腔，则其任意两等相面可构成稳定腔。



共焦腔与稳定球面腔的等价性

求证:任一对称共焦腔(f)等价于无穷多个稳定球面腔



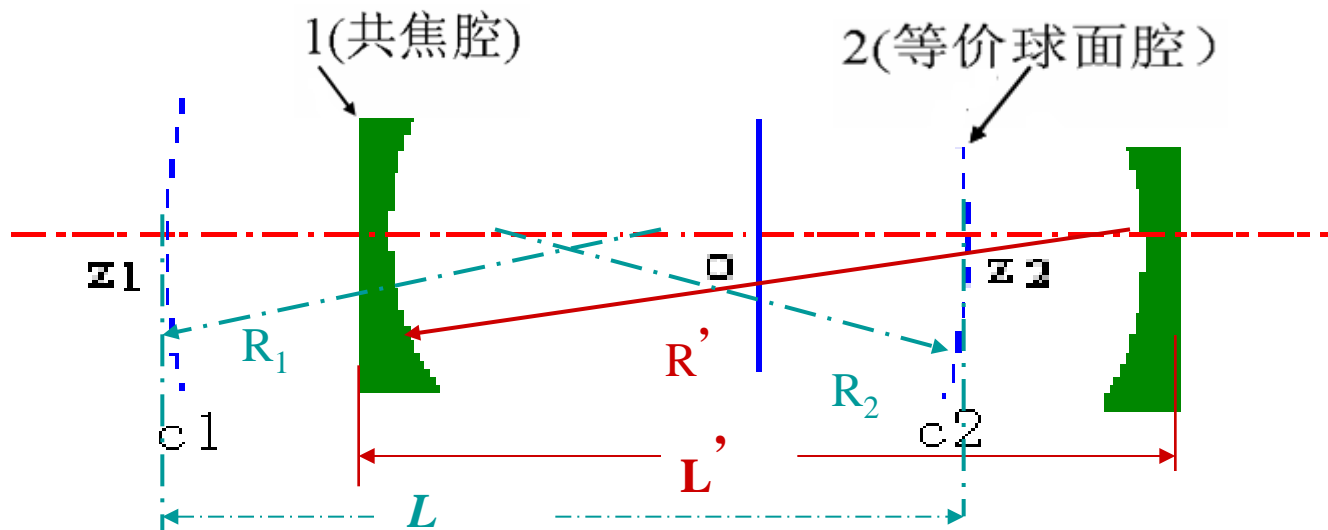
共焦腔与稳定球面腔的等价性

焦距 f 、中心在 $z=0$ 的对称共焦腔(R' , R' , L')

则 (z_1, z_2)处等价稳定球面腔参数(R_1, R_2, L)为

$$\begin{cases} R_1 = R(z_1) = -(z_1 + \frac{f^2}{z_1}) \\ R_2 = R(z_2) = +(z_2 + \frac{f^2}{z_2}) \\ L = z_2 - z_1 \end{cases}$$

f ——对称共焦腔焦距(唯一参数)
(因 $L' = R_1' = R_2' = 2f$)
 R_1, R_2, L ——等价稳定球面腔参数,
 z_1, z_2 ——等价稳定球面腔二镜至 z 原点
(对称共焦腔中心)距离(含符号).

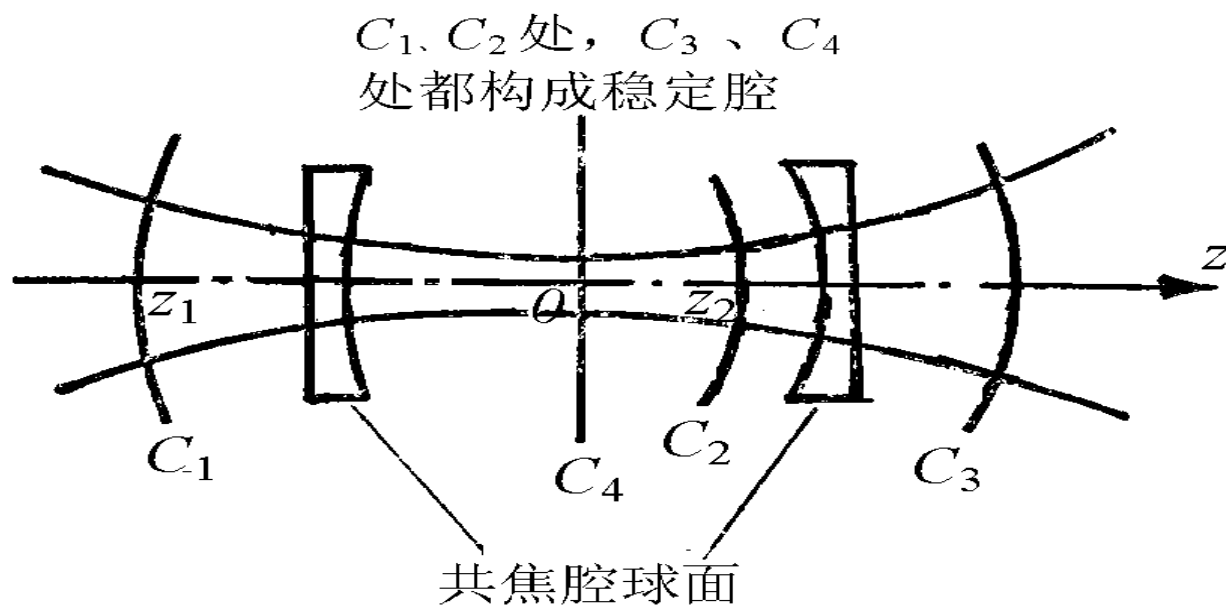


共焦腔与稳定球面腔的等价性

$$\left\{ \begin{array}{l} R_1 = R(z_1) = -(z_1 + \frac{f^2}{z_1}) \\ R_2 = R(z_2) = +(z_2 + \frac{f^2}{z_2}) \\ L = z_2 - z_1 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} g_1 = 1 - \frac{L}{R_1} = \frac{f^2 + z_1 z_2}{z_1^2 + f^2} \\ g_2 = 1 - \frac{L}{R_2} = \frac{f^2 + z_1 z_2}{z_2^2 + f^2} \end{array} \right. \Rightarrow 0 < g_1 g_2 < 1$$

即证明了放置在 z_1 、 z_2 处的反射镜构成稳定腔

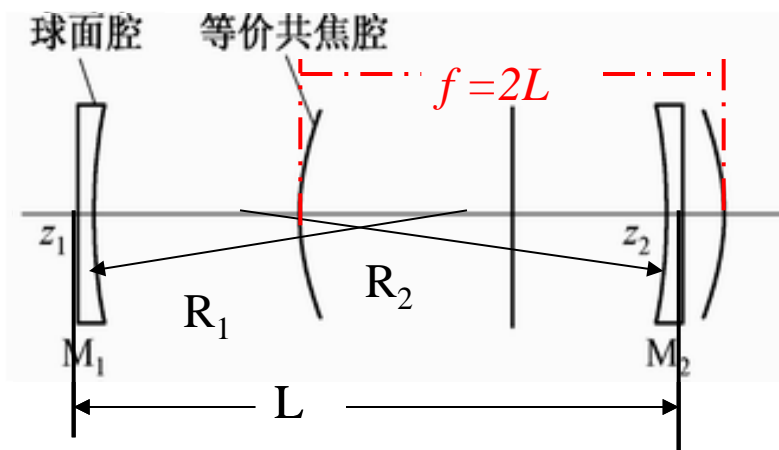
利用类似的方法可以证明，放置在图中 C_1, C_3 处或 C_2, C_4 处的反射镜都将构成稳定腔。即不同的 z_1 对应着不同的 $R(z_1)$ ，不同的 z_2 对应着不同的 $R(z_2)$ ；曲率半径和腔长可变，但作用不变。



2、 由任一稳定球面腔求等价对称共焦腔：

如果一个球面满足稳定条件, 则可以找到一个, 而且也只能找到一个共焦腔, 其行波场的某两个等相位面与给定球面腔的两个镜面相重合, 从而, 这两个腔的模式完全相同

(1) 任一稳定球面腔 (R_1, R_2, L)



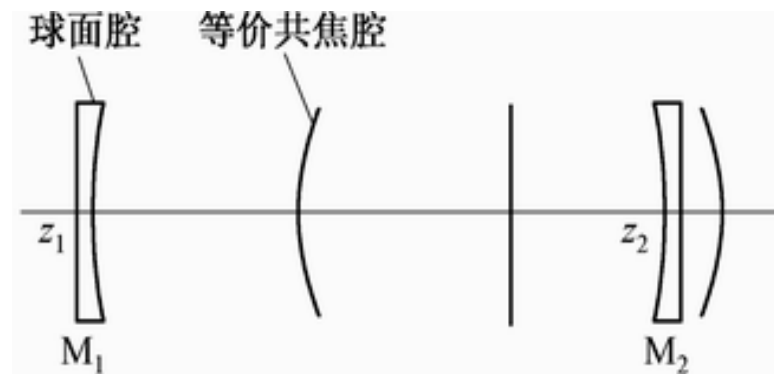
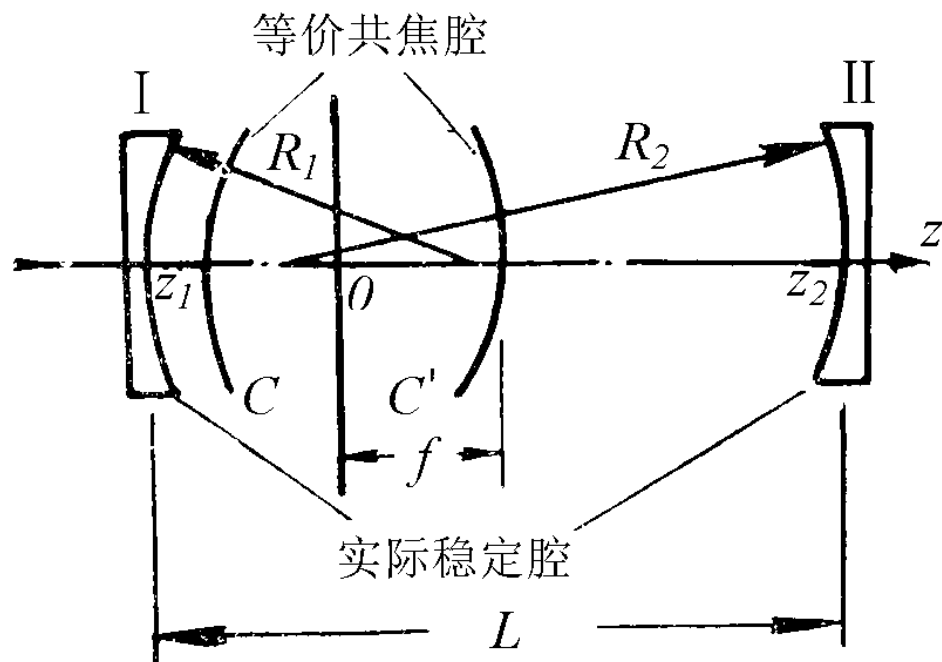
等价于唯一的一个对称共焦腔 f .

(2) 由稳定球面腔的 (R_1, R_2, L),

求出 (z_1, z_2) 及等价对称共焦腔参数 (f) 为

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= |z_1| \left[1 + \left(\frac{f}{z_1} \right)^2 \right] \\ R_2 &= |z_2| \left[1 + \left(\frac{f}{z_2} \right)^2 \right] \\ |z_1| + |z_2| &= L \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} z_1 &= -\frac{L(R_2 - L)}{R_1 + R_2 - 2L} & z_2 &= \frac{L(R_1 - L)}{R_1 + R_2 - 2L} \\ f &= \frac{\sqrt{L(R_1 - L)(R_2 - L)(R_1 + R_2 - L)}}{R_1 + R_2 - 2L} \end{aligned}$$

(3-48)



可以证明，当 R_1, R_2, L 满足稳定腔条件 $0 < g_1 g_2 < 1$ 时，

则有 $f^2 \geq 0, z_1 \geq 0, z_2 \geq 0$

有了上述的等价性，对于任意的稳定球面腔，我们可以通过研究与它对应的共焦腔的特征模来研究它的模的性质。

3、对称稳定球面腔所等价的共焦腔参数

稳定条件 $R_1 = R_2 = R > \frac{L}{2}$ (3-48) 变成

$$\left\{ \begin{array}{l} z_1 = \frac{L(R-L)}{2(L-R)} = -\frac{L}{2} \\ z_2 = \frac{-L(R-L)}{2(L-R)} = \frac{L}{2} \\ f^2 = \frac{L(2R-L)(R-L)^2}{4(L-R)^2} = \frac{L(2R-L)}{4} \\ f = \frac{\sqrt{L(2R-L)}}{2} \end{array} \right.$$

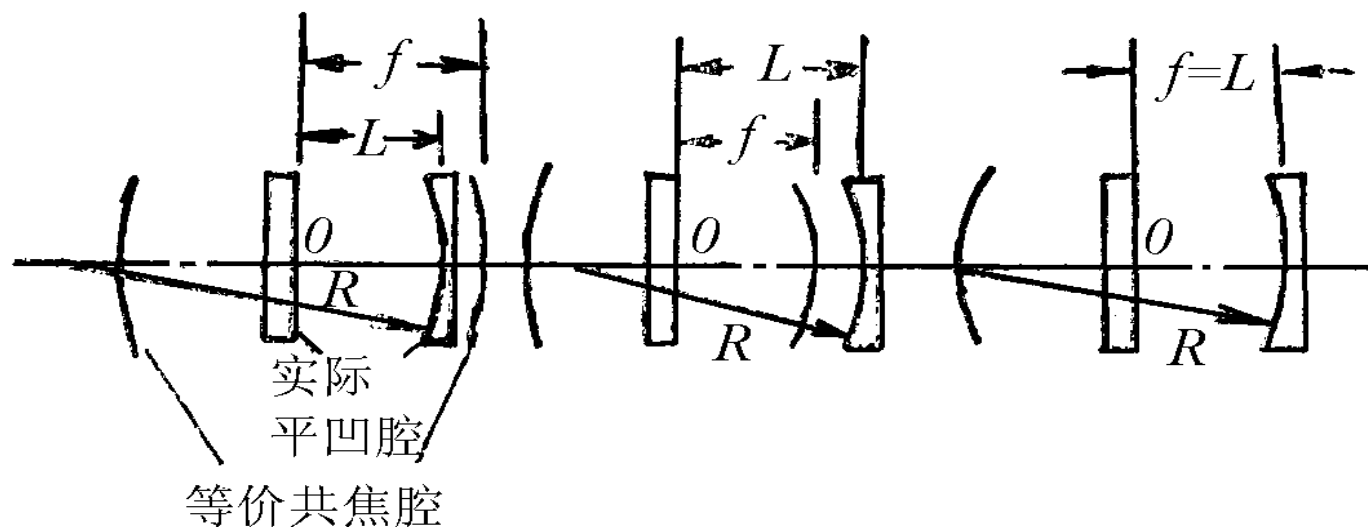
对其它各种稳定球面腔, 都可以用类似的方法来证明其等价共焦腔的存在. 当 z_1 、 z_2 和 f 求出后, 等价共焦腔就唯一地确定下来了。

4、平—凹稳定腔等价的共焦腔参数

以 $R_1 \rightarrow \infty$, $R_2=R$ 代入 (3-48), 可得

$$\begin{cases} z_1 = 0 \\ z_2 = L \\ f = \sqrt{L(R-L)} \end{cases}$$

说明平—凹稳定腔等价的共焦腔的中心就在平面镜上，当 $R=2L$ 时，其等价的共焦腔的一个反射面与凹面镜重合。



4.5.2 稳定球面腔的光束传播特性

一、等效共焦腔的束腰半径和原球面腔镜面的基横模光束有效截面半径

1、思路：由 $R_1, R_2, L \Rightarrow z_1, z_2, f$ (从而知道 ω_0)

$$\Rightarrow \omega(z) = \omega_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{f}\right)^2} \Rightarrow \omega_{s_1}, \omega_{s_2} \quad \text{非对称} \quad \omega_{s_1} \neq \omega_{s_2}$$

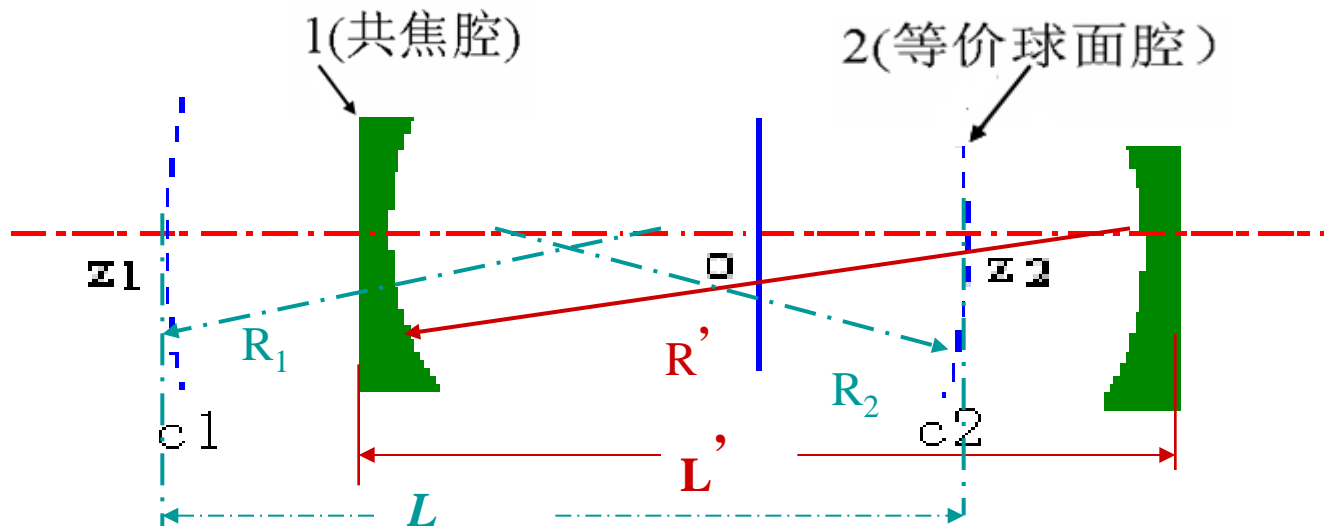
(1) 等效共焦腔的束腰半径

$$\left. \begin{aligned} f &= \frac{\sqrt{L(R_1 - L)(R_2 - L)(R_1 + R_2 - L)}}{R_1 + R_2 - 2L} \\ \omega_0 &= \sqrt{\frac{\lambda L'}{2\pi}} \text{ 并且 } L' = 2f \end{aligned} \right\} \Rightarrow \omega_0 = \left[\left(\frac{\lambda}{\pi}\right)^2 \frac{L(R_1 - L)(R_2 - L)(R_1 + R_2 - L)}{(R_1 + R_2 - 2L)^2} \right]^{\frac{1}{4}}$$

(2) 原球面腔镜面的基横模光束有效截面半径

$$\left. \begin{aligned} f &= \frac{\sqrt{L(R_1 - L)(R_2 - L)(R_1 + R_2 - L)}}{R_1 + R_2 - 2L} \\ |z_1| &= \frac{L(R_2 - L)}{R_1 + R_2 - 2L} \\ |z_2| &= \frac{L(R_1 - L)}{R_1 + R_2 - 2L} \\ \omega(z) &= \omega_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi \omega_0^2}\right)^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} \omega_{s1} = \sqrt{\frac{\lambda L}{\pi}} \left[\frac{R_1^2 (R_2 - L)}{L(R_1 - L)(R_1 + R_2 - L)} \right]^{1/4} \\ \omega_{s2} = \sqrt{\frac{\lambda L}{\pi}} \left[\frac{R_2^2 (R_1 - L)}{L(R_2 - L)(R_1 + R_2 - L)} \right]^{1/4} \end{cases}$$

$\omega_{s1} \neq \omega_{s2}$ 非对称



共焦腔与稳定球面腔的等价性

二、 谐振频率

思路： 将 z_1 、 z_2 、 f 代入等价共焦腔的单程相移函数 \rightarrow 谐振条件 \rightarrow 谐振频率 ν_{mnq}

(1) 方形镜一般稳定球面腔的两个反射镜面顶点处的位相因子分别为：

$$\phi(x, y, z) = k\left[\frac{L}{2}(1+\zeta) + \frac{\zeta}{1+\zeta^2} \frac{x^2 + y^2}{L}\right] - (m+n+1)\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)$$

$$\phi(0,0,z_1) = kf\left(1 + \frac{z_1}{f}\right) - (m+n+1)\left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{f-z_1}{f+z_1}\right)$$

$$\phi(0,0,z_2) = kf\left(1 + \frac{z_2}{f}\right) - (m+n+1)\left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{f-z_2}{f+z_2}\right)$$

(2) 按谐振条件，单程总相移必须满足 $\phi(0,0,z_2) - \phi(0,0,z_1) = q\pi$ ，则有：

$$k(z_1 - z_2) + (m+n+1)\left(\operatorname{tg}^{-1} \frac{f-z_1}{f+z_1} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{f-z_2}{f+z_2}\right) = q\pi \Rightarrow$$
$$\frac{2\pi}{\lambda}L + (m+n+1)\operatorname{tg}^{-1} \frac{fL}{f^2 - z_1z_2} = q\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}L - (m+n+1)\cos^{-1} \sqrt{g_1g_2} = q\pi \Rightarrow$$

$$\nu_{mnq} = \frac{c}{\mu\lambda} = \frac{c}{2\mu L} \left[q + \frac{1}{\pi} (m+n+1) \cos^{-1} \sqrt{g_1g_2} \right]$$

(3) 圆形镜一般稳定腔的谐振频率

$$\nu_{mnq} = \frac{c}{2\mu L} \left[q + \frac{1}{\pi} (m+n+1) \cos^{-1} \sqrt{g_1 g_2} \right]$$

令 $g_1 = g_2 = 0$ 则 $\cos^{-1} \sqrt{g_1 g_2} = \pi/2$ 于是

$$\nu_{mnq} = \frac{c}{4\mu L} [2q + (m+n+1)]$$

由此可见,共焦腔是一般稳定球面腔的一种特例.

5.例: 平凹腔 $R_1 \rightarrow \infty$, $R_2 = 5m$, $L=1m$.

(1)证明此腔稳定, 指出它在稳定图中位置;

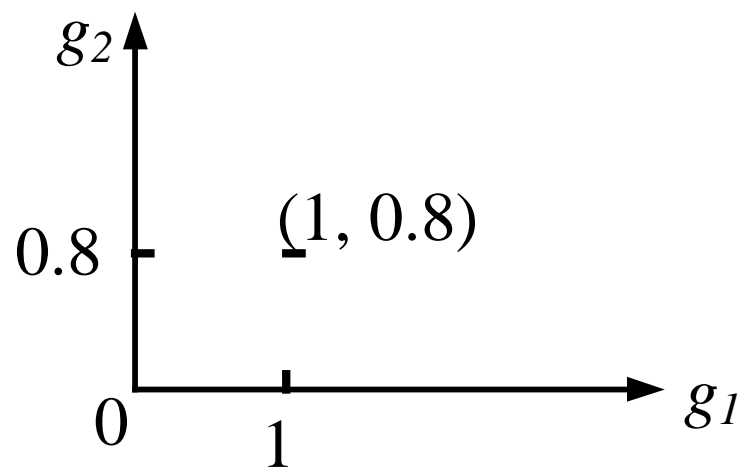
(2)求等价对称共焦腔参数(R_1' , R_2' , L');

(3)作平凹腔与等价对称共焦腔相对位置图.

解:(1) $\because g_1 = 1 - \frac{L}{R_1} = 1, \quad g_2 = 1 - \frac{L}{R_2} = 0.8$

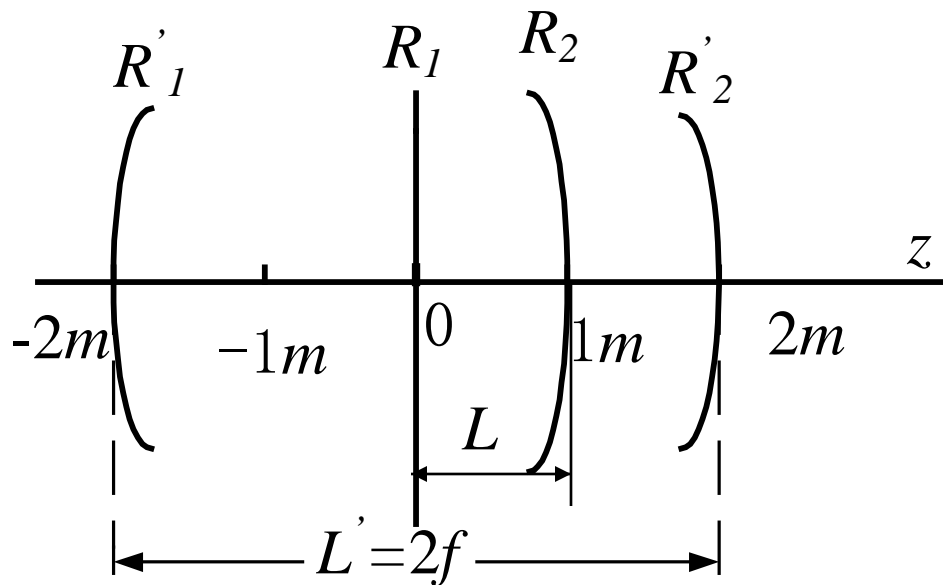
$\therefore 0 < g_1 g_2 = 0.8 < 1, \quad \text{稳定}$

所求位置为(1,0.8)



(2)由(3-48)得 $z_1 = 0, z_2 = 1m, f = 2m$,

故 $R_1' = R_2' = L' = 2f = 4m$



(3) $z_1 = 0$ 由可知, 平凹腔平面镜 R_1 位于等价共焦腔中心.

例. 有一凹凸腔, 腔长 $L=30\text{cm}$, 两个反射镜的曲率半径大小分别为 $R_1=50\text{cm}$, $R_2=30\text{cm}$, 见下图。使用He-Ne做激光工作物质。

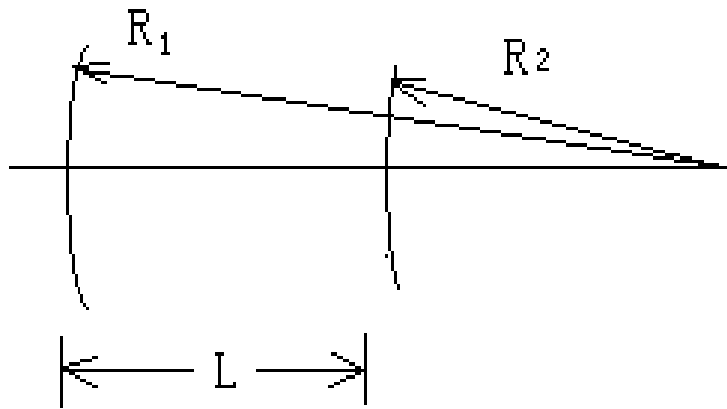


图 7-4-1

求: ①利用稳定性条件证明此腔为稳定腔;

②此腔产生的高斯光束焦参数;

(3)此腔产生的高斯光束的腰斑半径及腰位置

④此腔产生的高斯光束的远场发散角。

解: ①共轴球面谐振腔的稳定性条件为: $0 < g_1 \cdot g_2 < 1$

对于凹凸腔, 由已知条件有: $R_1=50\text{cm}$, $R_2=-30\text{cm}$

$$g_1 = 1 - \frac{L}{R_1} = 1 - \frac{30}{50} = \frac{2}{5}$$

$$g_2 = 1 - \frac{L}{R_2} = 1 - \frac{30}{(-30)} = 2$$

故 $0 < g_1 \cdot g_2 = \frac{4}{5} < 1$

可见此腔为稳定腔

②此腔产生的高斯光束焦参数；

其等价共焦腔的焦参数为：

$$f = \frac{\sqrt{L(R_1 - L)(R_2 - L)(R_1 + R_2 - L)}}{R_1 + R_2 - 2L}$$

代入各数值得 $f = 15\text{cm}$

(3)此腔产生的高斯光束的腰斑半径及腰位置

He-Ne激光器的波长 $\lambda = 0.6328 \times 10^{-4} \text{ cm}$

腰斑半径

$$w_0 = \sqrt{\frac{\lambda f}{\pi}} = \sqrt{\frac{0.6328 \times 10^{-4} \times 15}{3.14}} = 1.74 \times 10^{-2} \text{ cm}$$

以其等价共焦腔的中点为原点，腰位置即 $z=0$ 处，设凹镜 z 坐标为 z_1 ，凸镜 z 坐标为 z_2 ，有：

$$\begin{cases} z_1 = \frac{L(R_2 - L)}{(L - R_1) + (L - R_2)} \\ z_2 = \frac{-L(R_1 - L)}{(L - R_1) + (L - R_2)} \end{cases}$$

代入各数值有 $z_1 = -45 \text{ cm}$,

$z_2 = -15 \text{ cm}$

故腰斑在凹凸腔的右边，
距凹腔45 cm，距凸腔15cm
处。

④此腔产生的高斯光束的远场发散角。

远场发散角

$$2\theta = 2\sqrt{\frac{\lambda}{\pi f}} = 2 \times \sqrt{\frac{0.6328 \times 10^{-4}}{3.14 \times 15}} = 2.32 \times 10^{-3} \text{ rad}$$