中金所何时倒闭???

NP_123
np123greatest@gmail.com

2023 年 5 月 23 日

目录

一些需要记的数值：

- N(0,1) 在 95% 置信水平下为 1.96
- S&P500 指数期货每点指数点代表 250 美元；
- 沪深 300 指数期货（IF）每点指数点代表 300 元；
- 上证 50 指数期货（IH）每点指数点代表 300 元；
- 中证 500 指数期货（IC）每点指数点代表 200 元。

1 中国国债期货

默认 t 为现在的时间，国债券每年计息一次，所有公式按月计算。

1.1 已知信息

目前日期 t =2020 年 1 月。

表 1: 债券和国债期货信息

类别	债券到期日	息票率	报价
国债券 $\mathcal{A}$	2024 年 10 月	2.94%	100.864 元
国债券 $\mathcal{B}$	2025 年 03 月	3.77%	104.688 元
国债期货	2020 年 06 月	-	100.360 元

1.2 计算步骤

1. 计算国债券在特定期货合约中的转换因子

   (将国债券的现金流贴现到期货合约到期时间-(国债券上一付息日-> 期货合约到期时间) 的应计利息。两者时间跨度互为相反)

   $\mathcal{A}$ 的转换因子为

   $$\sum_{i=0}^{4}\frac{2.94\%}{(1+3\%)^{i+\frac{4}{12}}}+\frac{1}{(1+3\%)^{4\frac{4}{12}}}-2.94\%\times\frac{8}{12}=0.9975$$

   其中4=2020 年 10 月-6 月 (第一次贴现)，8=2020 年 6 月-2019 年 10 月 (应计利息)。

   类似的，设 $\mathcal{B}$ 国债票息率为 3.77%，2025 年 3 月到期。$\mathcal{B}$ 的转换因子 $=1.0335$

   *** 转换因子计算与 t 无关**

2. 计算国债券 $\mathcal{A},\mathcal{B}$ **现货**交割全价

   (净价 +(国债券上一付息日-> 现在) 到的应计利息)

   $\mathcal{A}$ 的交割全价 $=100.864+2.94\times\frac{(1+12)-10}{12}=101.599$

   $\mathcal{B}$ 的交割全价 $=104.688+3.77\times\frac{(1+12)-3}{12}=107.830$

3. 计算国债券 $\mathcal{A},\mathcal{B}$ **期货**交割全价

   (国债期货报价 * 转换因子 +(国债券上一付息日-> 配对缴款日 (期货合约到期时间) 的应计利息))

   转换因子的公式，所有可交割券之间建立起了一致的转换体系:

   $$\textbf{国债期货}\text{标准券报价}=\frac{\text{可交割券 j 的}\textbf{期货净价}}{\text{可交割券 j 的}\textbf{转换因子}}$$

   国债券 $\mathcal{A}$ 的期货交割全价 $=100.360\times0.9975+2.94\times\frac{(6+12)-10}{12}=102.0691$

   国债券 $\mathcal{B}$ 的期货交割全价 $=100.360\times1.0335+3.77\times\frac{6-3}{12}=104.66456$

4. 计算可交割券的 IRR，判断准 CTD 券

(a) 若没有遇到债券付息日，在本例中为国债券 $\mathcal{A}$：

$$IRR_{j,t} = \frac{t\text{ 时刻锁定的债券}j\text{ 期货交割全价} - t\text{ 时刻债券}j\text{ 现货全价}}{t\text{ 时刻债券}j\text{ 现货全价}} \times \frac{12}{T-t}$$

简记：

$$IRR_{j,t} = \frac{\text{债券}\textbf{期货}\text{全价} - \text{债券}\textbf{现货}\text{全价}}{\text{债券}\textbf{现货}\text{全价}} \times \frac{12}{\text{期货交割日} - t}$$

$$IRR_{\mathcal{A},t} = \frac{102.0691 - 101.599}{101.599} \times \frac{12}{6-1} = 1.1104\%$$

(b) 若遇到债券付息日

$$IRR_{j,t} = \frac{t\text{ 时刻锁定的债券}j\text{ 期货交割全价} - t\text{ 时刻债券}j\text{ 现货全价} + \sum_i \text{ 期货剩余期限内债券的票息}}{t\text{ 时刻债券}j\text{ 现货全价} \times \frac{T-t}{365\text{ 或}366} - \sum_i \text{ 期货剩余期限内债券}j\text{ 的票息}i \times \frac{T-\tau_i}{365\text{ 或}366}}$$

简记：

$$IRR_{j,t} = \frac{\text{债券}\textbf{期货}\text{全价} - \text{债券}\textbf{现货}\text{全价} + \sum_i \textbf{期货}\text{剩余期限内债券的票息}}{\text{债券}\textbf{现货}\text{全价} \times \frac{\text{期货交割日}-t}{12} - \sum_i \textbf{期货}\text{剩余期限内债券的票息} \times \frac{\text{期货交割日}-\tau_i}{12}}$$

$$IRR_{\mathcal{B},t} = \frac{104.6646 - 107.830 + 3.77}{107.830 \times \frac{6-1}{12} - 3.77 \times \frac{6-3}{12}} = 1.375\%$$

因为 $IRR_{\mathcal{A}} < IRR_{\mathcal{B}}$，因此，选债券 $\mathcal{B}$ 进行交割的可能性更大。

5. 计算 CTD 券全价（2. 中已经计算）

   债券 $\mathcal{B}$ 的全价为 107.830 元。

6. 计算 CTD 券期货全价

   （支付已知红利的期货定价公式 $F = (S - I)^{(T-t)}$）

$$F = (107.830 - 3.77e^{-3.5\%\times(3-1)/12})e^{3.5\%(6-1)/12} = 105.6109$$

7. 计算 CTD 券期货净价

   （全价-(国债券上一付息日-> 配对缴款日 (期货合约到期时间) 的应计利息)）

$$105.6109 - 3.77 \times \frac{6-3}{12} = 104.6684$$

8. 计算国债期货理论报价

   （CTD 券净价/转换因子）

$$\text{国债期货的理论报价} = \frac{104.6684}{1.0335} = 101.2757$$

1.3 总结

1.3.1 时间锚点

1. 现在 t—时间点
2. 配对缴款日 (期货合约到期时间)—时间点
3. 国债券上一付息日—每年一次，穿过 1,2 的时间跨度
4. τ_i 债券付息日 == 国债券上一付息日—每年一次，此时默认为时间点 ($i = 1$)

1.3.2 时间跨度

1. 转换因子：

   贴现：期货合约到期时间—>国债券上一付息日

   应计利息：国债券上一付息日—>期货合约到期时间

2. 国债券**现货**交割全价：应计利息：国债券上一付息日—>现在 t
3. 国债券**期货**交割全价：应计利息：国债券上一付息日—>配对缴款日 (期货合约到期时间)
4. IRR_j, t 的时间跨度：现在 t—>期货合约到期时间
5. IRR_j, t 中付息日时间跨度：国债券上一付息日 τ_i—>期货合约到期时间
6. 计算 CTD 券期货全价：

   付息贴现：现在 t—>国债券上一付息日

   贴现：现在 t—>期货合约到期时间

7. 计算 CTD 券期货净价：应计利息：国债券上一付息日—>配对缴款日 (期货合约到期时间)

2 期权定价

2.1 美式期权提前行权可能性

表 2: 美式期权提前行权的可能性

红利	期权类型	可能性	条件
无	看涨期权	不可能	-
	看跌期权	有可能	实值程度较高[1]，利率较高
有	看涨期权	有可能	$D_i \leq X[1-e^{-r(t_{t+1}-t_i)}]$
			$D_n \leq X[1-e^{-r(T-t_n)}]$
	看跌期权	有可能	过于复杂，不做阐述

2.2 看跌期权与看涨期权之间的平价关系 (PCP)

2.2.1 欧式看涨期权和看跌期权之间的 PCP

$$c = p + (F-K)e^{-r(T-t)}$$

完美市场中，不知道远期价格时，用远期价格和现货的关系计算：

$$\begin{aligned} c + Ke^{-r(T-t)} &= p + S \\ c + Ke^{-r(T-t)} &= p + S - I \\ c + Ke^{-r(T-t)} &= p + Se^{-q(T-t)} \end{aligned}$$

2.2.2 美式看涨期权和看跌期权之间的 PCP

$$\begin{aligned} S - K \leq C - P &\leq S - Ke^{-r(T-t)} \\ Fe^{-r(T-t)} - K \leq C - P &\leq (F-K)e^{-r(T-t)} \end{aligned}$$

2.3 BSM 定价模型

2.3.1 几何布朗运动

$$\ln S_T \sim \varphi\left\{\ln S_t + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\cdot(T-t), \sigma\sqrt{T-t}\right\}$$

根据对数正态分布的基本性质，S_T 的条件均值与条件方差分别为：

$$\begin{aligned} E_t(S_T) &= S_t e^{\mu(T-t)} \\ var_t(S_T) &= S_t^2 e^{2\mu(T-t)}[e^{\sigma^2(T-t)}-1] \end{aligned}$$

[1]时间价值趋于 0

当置信度为 95% 时，下限：$\mu - 2\sigma$，上限：$\mu + 2\sigma$。

2.3.2 BSM 定价

布莱克-舒尔斯-默顿期权定价公式中的 d_1, d_2

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$
$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

无红利资产欧式看涨期权

$$c_t = S_t N(d_1) - K e^{-r(T-t)} N(d_2)$$

无红利资产欧式看跌期权

$$p_t = K e^{-r(T-t)} N(-d_2) - S_t N(-d_1)$$

对于无红利美式期权的提前行权不做考虑，但是有红利美式期权的提前行权做考虑。对于有红利美式看涨期权是否提前行权，参考表 2。

3 套期保值

3.1 对于价格变动进行回归

$$N = b \times \frac{Q_H}{Q_G}$$

3.2 对于收益率变动进行回归

$$N = b^{'} \times \frac{V_H}{V_G}$$

其中，$b = b^{'}\frac{H_0}{G_0}$。H=holding,G=gearing。以 β 系数作为最优套期保值比率的近似值创建一个合成的短期国库券，大致表示为：

股票多头 + 股指期货空头 = 短期国库券多头，或

股指期货多头 + 短期国库券多头 = 股票多头

$$N = (\beta^* - \beta)\frac{V_H}{V_G}$$

- 当 $\beta^* > \beta$ 时，意味着投资者希望提高所承担的系统性风险，获取更高的风险收益，应进入股指期货多头，这时 $(\beta^* - \beta)V_H/V_G$ 大于零
- 当 $\beta^* < \beta$ 时,意味着投资者希望降低所承担的系统性风险,应进入股指期货空头,这时 $(\beta^* - \beta)V_H/V_G$ 小于零。
- 最小方差套期保值比率 β 是目标 $\beta^* = 0$ 的特例。

特别的，当 β 系数不是最小方差套期保值比率 $b^{'}$ 的一个良好近似时：

$$N = \frac{\beta^* - \beta}{\beta/b'} \times \frac{V_H}{V_G}$$

3.3 基于久期的利率风险管理

$$\begin{aligned} N &= \frac{D_H \times V_H}{D_G \times V_G} \\ &= \frac{D_H^* - D_H}{D_G} \times \frac{V_H}{V_G} \end{aligned}$$

3.4 最优套期保值数量 (OLS)

$$n = b = \frac{\sum x_i y_i - n\overline{xy}}{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}$$