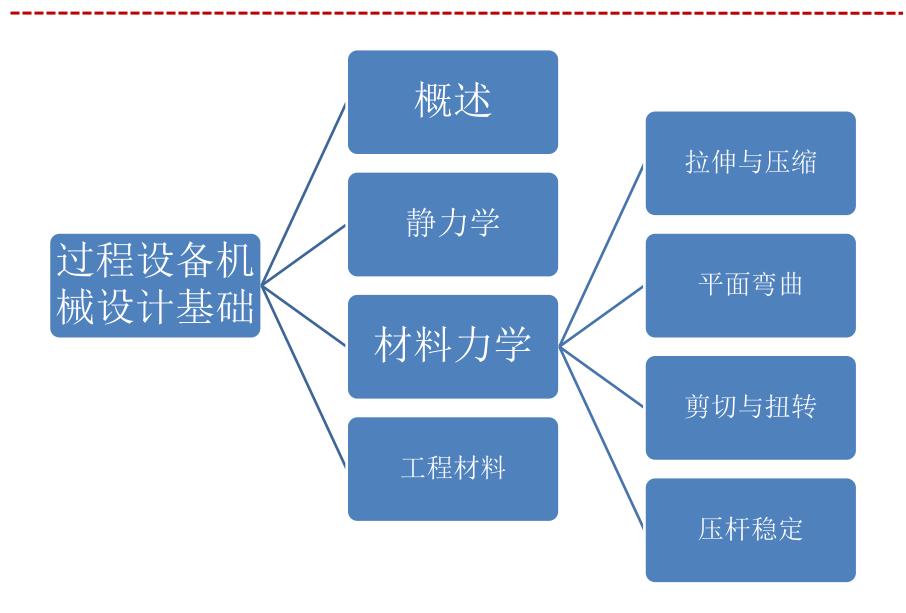


习题讲解+复习

黄毓晖 华东理工大学 机械与动力工程学院 过程装备与科学研究室

E-mail: yhhuang@ecust.edu.cn

总览



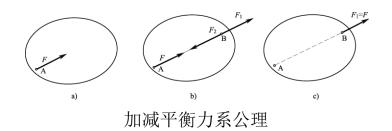
第二章 静力学

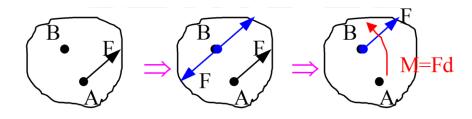
- 力的基本概念
- 静力学公理
- 约束的类型及特点

柔性约束	光滑约束	固定铰链	辊轴支座	固定约束
Cable	Smooth support	External/inter nal pin	Roller support	Fixed support
只能承 受拉力	只承受压力, 约束反力沿 接触点公法 线	约束反力 可分解为 R _x 、R _y	约束反力 垂直于支 撑面	存在3个约 束反力R _x 、 R _y 、M

- 1. 二力平衡公理:两个力大小相等,方向相反,作用在同一直线上。(作用力与反作用力?)
- 2. 加减平衡力系公理: 在一刚体上任意加上或减去一个平衡力系,而不改变原力系对该刚体的效应。
- 3. 平行四边形法则
- 4. 当刚体在三力作用下处于平衡时,若其中<mark>两力的作用线相交于一点</mark>,则**第三力的作用线必通过该点**,且 三力共面。

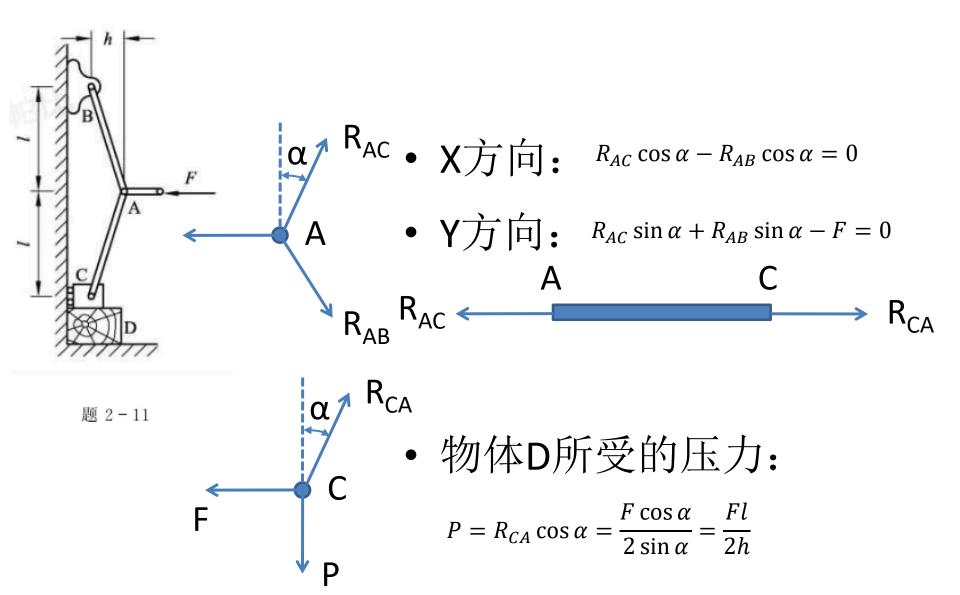
- 平面力偶的合成及平衡-力偶正负的规定
- 受力分析-明确研究对象



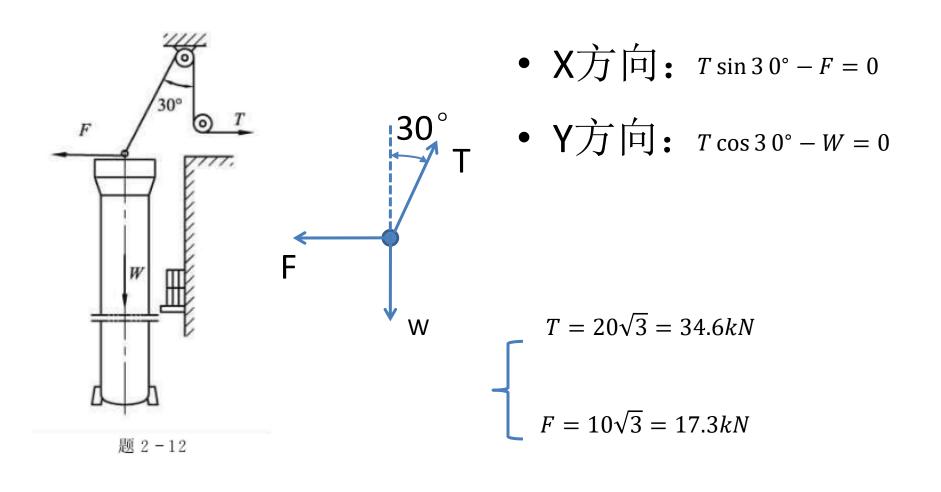


力线的平移定理

2-11 压榨机 ABC 的 B 点为固定铰链,在 A 点铰链处作用着水平力 F 使 C 块压紧物体 D。如果 C 块与墙壁为光滑面接触,求物体 D 所受的压力,压榨机的尺寸如图所示。



2-12 化肥厂起吊高压反应塔时为了避免碰坏平台栏杆,在反应塔顶端施加水平力 F,使反应塔与栏杆保持一定距离。已知反应塔重 W=30 kN,反应塔的吊索与铅垂线的夹角为 30° ,试求水平拉力 F 和吊索拉力 T 。



第三章 拉伸与压缩

• 材料在力学角度需满足的基本要求

强度要求

• 构件抵抗破坏的能力。

刚度要求

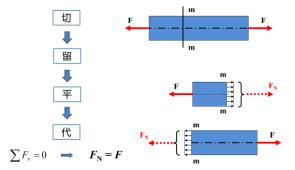
• 构件抵抗变形的能力。

稳定性要求

• 构件保持其原有平衡状态的能力。

关于轴力图的求解

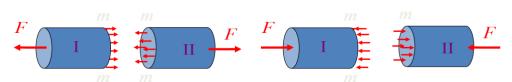
• 内力总是成对出现的!



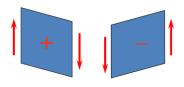
● 拉伸与压缩:

平面弯曲:

● 扭转:



拉伸为正(+)



左上右下<mark>为正</mark>;反之为负



压缩为负(-)

左顺右逆为正; 反之为负



右手螺旋法则 右手拇指指向外法线方向为 正(+), 反之为 负(-)

- A. 1/4
- B, 1/2
- C.
- D. 4

正确答案: D

● 拉伸与压缩

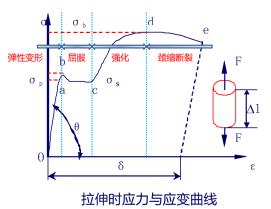
应力
$$\sigma = \frac{N}{A}$$

应变
$$\varepsilon = \frac{\Delta I}{I} = \frac{I_1 - I}{I}$$

广义虎克定律 $\sigma = E\varepsilon$

强度

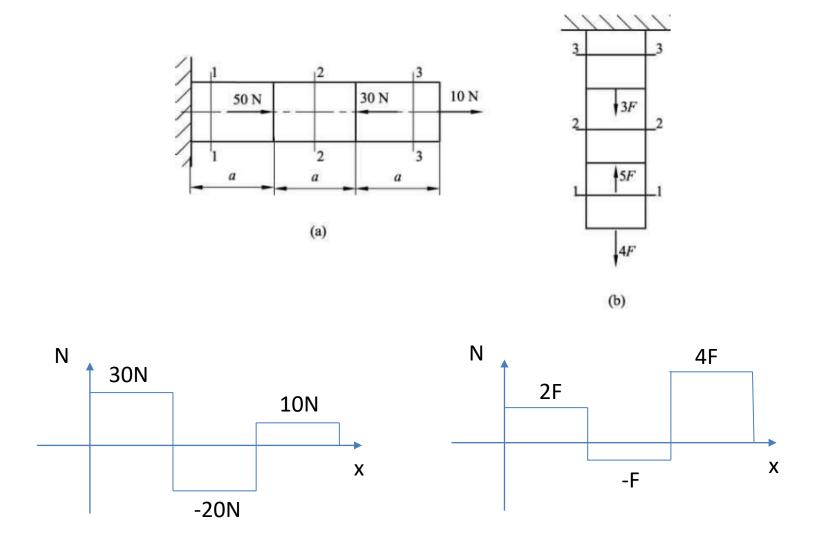
拉伸曲线的示意图和各阶段命名、特点



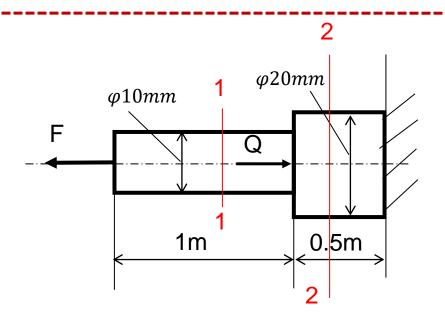
- 1) 强度校核: σ_{max}<[σ]
- 2) 截面设计: A>N/[σ]
- 3) 确定许可工作载荷: N<[σ] A

3-1

3-1 试求图示各杆 1-1,2-2,3-3 截面上的轴力,并作轴力图。



3-2 试求图示钢杆各段内横截面上的应力,及杆的总伸长。钢的弹性模量 $E=2\times 10^5$ MPa。F=12 kN,Q=3 kN。



第一步: 求内力

$$N_1=12KN$$

 $N_2=9KN$

3-2



第二步:求应力
$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{12 \times 10^3}{\frac{\pi}{4} \times 10^2} = 152.86MPa$$

第三步: 求变形
$$\Delta L_1 = \frac{\sigma_1}{E} = \frac{152.86}{2 \times 10^5} = 0.764mm$$

$$\Delta L_2 = \frac{\sigma_2}{E} = \frac{28.66}{2 \times 10^5} = 0.072mm$$

$$\Delta L = \Delta L_1 + \Delta L_2 = 0.764 + 0.072$$

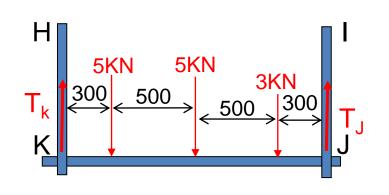
$$= 0.836mm$$

3-4 有一管道吊杆如图所示,吊有 A、B、C 三根管道。已知 A、B 管道重 $G_A = G_B = 5$ kN,C 管道重 $G_C = 3$ kN,吊架横梁 KJ 是由吊杆 HK、IJ 支承,吊杆材料为 A3 圆钢,许用应力[σ]=100 MPa。吊杆和横梁自重不计,试设计吊杆 HK、IJ 的截面尺寸。

第一步: 求所受载荷

$$\sum M_J = 0 \quad \text{\nota$} \quad T_K = 7125N$$

$$\sum F_y = 0 \quad \text{\nota$} \quad T_J = 5875N$$



第二步:算最小面积

$$A_{HK} \ge \frac{T_K}{[\sigma]} = \frac{7125}{100} = 71.25mm^2 \Rightarrow d_{HK} \ge 9.5mm$$
 $A_{IJ} \ge \frac{T_J}{[\sigma]} = \frac{5875}{100} = 58.75mm^2 \Rightarrow d_{IJ} \ge 8.7mm$
 $\Re d_{Hk} = d_{IJ} = 10mm$

第四章 平面弯曲

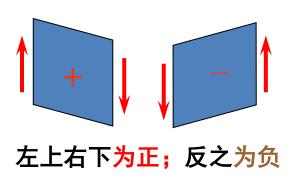
● 平面弯曲

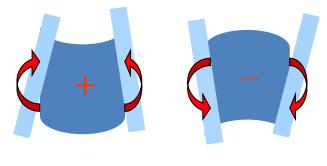
剪力图和弯矩图 (剪力与弯矩方程)

弯曲正应力

平面弯曲时梁的变形

剪力和弯矩的符号规定

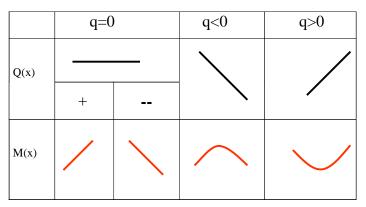


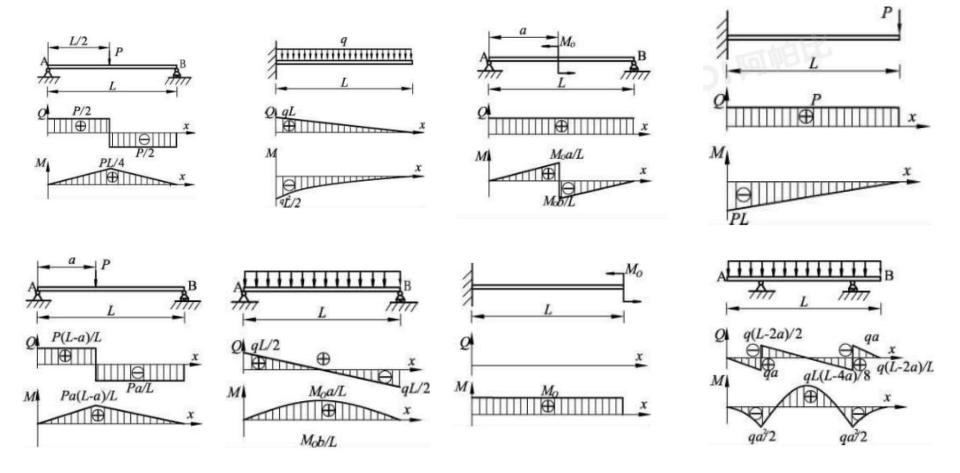


左顺右逆为正; 反之为负

Q-M图的规律

- 1. 梁上某段无分布力, Q为水平线, M为斜直线
- 有向下的分布力,Q图递减(↘),M为上凸(△)有向上的分布力,Q图递增(↗),M为下凹(∪)如分布力均匀,Q为斜直线,M为二次抛物线
- 3. 在集中力作用处, Q图有突变, M图有折角 在集中力偶处, 弯矩图有突变
- 4. 某截面Q=0,则弯矩为极值。



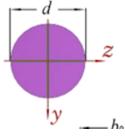


平面弯曲时梁的正应力

截面的抗弯截面模量

$$\sigma = \frac{M}{I_z} y$$

$$W_{\rm Z} = \frac{I_{\rm Z}}{y_{\rm max}}$$





$$I_{\rm Z} = \frac{\pi d^4}{64}$$

$$I_{\rm Z} = \frac{bh^3}{12}$$

$$h = \frac{z}{y}$$

$$W_{\rm Z} = \frac{\pi d^3}{32}$$

$$W_{\rm Z} = \frac{bh^2}{6}$$

- A、 2倍
- B. 4
- C、6倍
- D. 8

• 梁弯曲时正应力强度条件

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_Z} \leq [\sigma]$$

根据这一确定条件可进行三项工作:

- 1设计截面
- 2 强度校核
- 3 计算许可载荷

关于T型梁-注意铸铁这种材料,抗拉强度和抗压强度不一样,抗拉强度远小于抗压强度,所以有应采用不对称于中性轴的截面,并使中性轴离受拉一侧较近。

$$\frac{\sigma_{\mathbb{H}\max}}{\sigma_{\frac{1}{2}\max}} = \frac{\frac{My_1}{I_z}}{\frac{My_2}{I_z}} = \frac{\llbracket \sigma_{\mathbb{H}} \rrbracket}{\llbracket \sigma_{\frac{1}{2}} \rrbracket}$$

$$rac{y_1}{y_2} = rac{\left[\sigma_{\mathbb{H}}
ight]}{\left[\sigma_{t\dot{u}}
ight]}$$

即

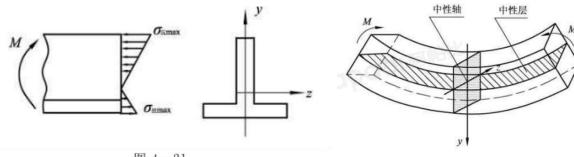
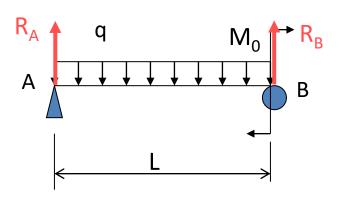


图 4-21

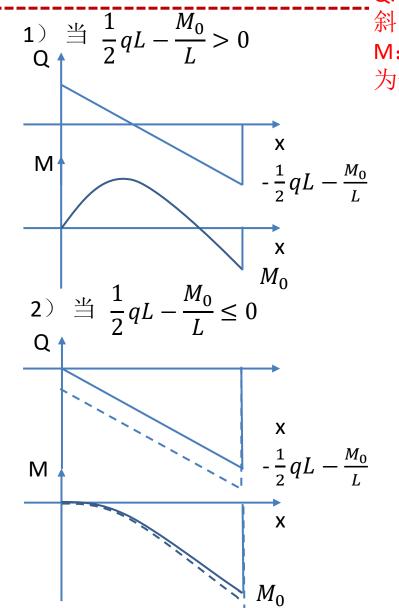
4-1 (b)



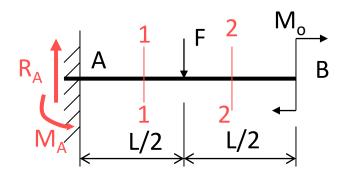
1. 求平衡

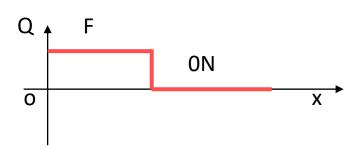
$$\begin{cases} \sum F_y = 0 \Rightarrow R_A + R_B - ql = 0 \\ \sum M = 0 \Rightarrow -\frac{1}{2}ql + R_B \cdot L - M_0 = 0 \end{cases}$$

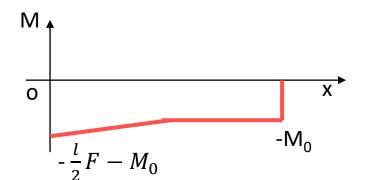
$$\begin{cases} R_A = \frac{1}{2}qL - \frac{M_0}{L} \\ R_B = \frac{1}{2}qL + \frac{M_0}{L} \end{cases}$$



4-1 (c)







$$\sum_{i} F_{y} = 0 \Rightarrow R_{A} - F = 0$$

$$\sum_{i} M = 0 \Rightarrow M_{A} - \frac{l}{2}F - M_{0} = 0$$

$$\begin{cases}
R_A = F \\
M_A = \frac{l}{2}F + M_0
\end{cases}$$

向下集中力: Q, 水平线, M斜线。

1-1:
$$Q = R_A = F$$

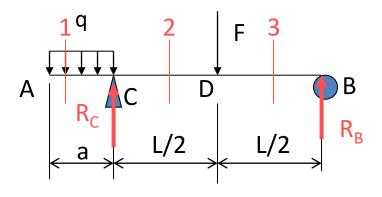
2-2:
$$Q = R_A - F = 0N$$

Q大于零, M斜向上。Q等于零, M直线

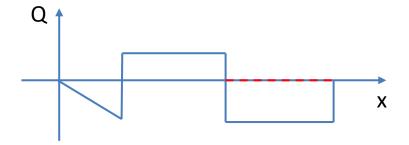
A点:
$$M = -M_A = -\frac{l}{2}F - M_0$$

L/2好:
$$M = -M_A + F \cdot \frac{1}{2} = -M_0$$

4-1 (f)



$$\frac{F}{2} - \frac{1}{2l}qa^2 > 0$$



$$\begin{cases} \sum F_y = 0 \Rightarrow R_C + R_B - qa - F = 0 \\ \sum M = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}qa^2 - F \cdot \frac{L}{2} + R_B \cdot l = 0 \end{cases}$$

$$R_{B} = \frac{F}{2} - \frac{1}{2l}qa^{2}$$

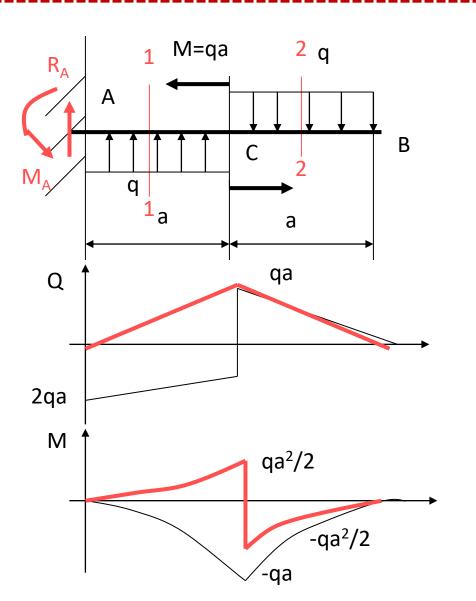
$$R_{C} = qa + \frac{F}{2} + \frac{qa^{2}}{2l}$$

$$2) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{F}{2} - \frac{1}{2l} q a^2 < 0$$



Χ

4-2(a)

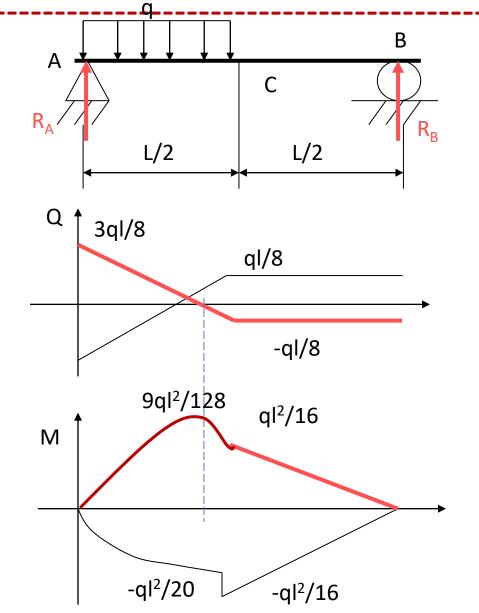


解:
$$R_A=0$$
 $M_A=0$

$$\begin{cases} Q_1 = qx \\ M_1 = qx^2/2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q_2'=qx \\ M_2'=-qx^2/2 \end{cases}$$

4-2 (b)



$$R_A = 3qI/8$$

 $R_B = qI/8$

$$x = 0$$
时, $Q = \frac{3}{8}ql$, $M = 0$
 $x = \frac{3}{8}L$ 时, $Q = 0$, $M \frac{9}{128}^2_{\text{max}}$
 $x = \frac{1}{2}L$ 时, $Q = -\frac{1}{8}ql$, $M = \frac{1}{16}ql^2$
 $x = L$ 时, $Q = -\frac{1}{8}ql$, $M = 0$

- 4-7 矩形截面简支梁 CD 的尺寸和所受的载荷如图所示。求:
- (1) 危险截面的最大正应力 σ_{max} ;
- (2) 在 A、B 两点的正应力 σ_A、σ_B。

(1) 危险截面的最大正应力:

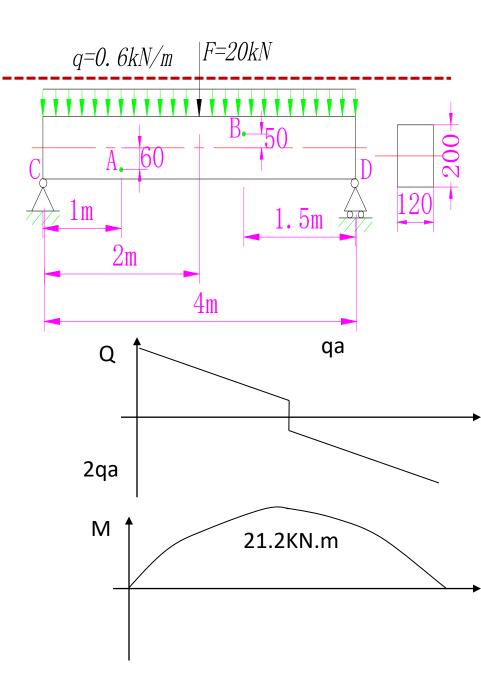
$$R_A = B_B = \frac{20 + 0.6 \times 4}{2} = 11.2 \ KN$$

$$MA_{\text{max}}$$

= 11.2 × 2 - 0.6 × 2 = 21.2 $KN \cdot m$

$$W_z = \frac{120 \times 200^2}{6} = 800 \times 10^3 mm^3$$

$$\therefore \sigma \frac{M_{\rm max}}{W_z \frac{21.2 \times 10^3}{800 \times 10^3}_{\rm max}}$$



4-7

(2) 两点正应力

$$M_A = 11.2 \times 1 - 0.6 \times \frac{1^2}{2} = 10.9 \ KN \cdot m$$

$$\therefore \sigma_A = \frac{M_A y_A}{I_Z} = \frac{10.9 \times 10^6 \times 60}{\frac{120 \times 200^3}{12}} = 8.175 MPa$$

$$M_B = 11.2 \times 1.5 - 0.3 \times 1.5^2 = 16.125 \ KN \cdot m$$

$$\therefore \sigma_B = \frac{M_B y_B}{I_Z} = \frac{16.125 \times 10^6 \times 50}{\frac{120 \times 200^3}{12}} = \boxed{-10.08 \text{ MPa}}$$

4-8 单梁式吊车的结构和尺寸如图所示,跨度 l=8 m,最大起吊重量 G=28 kN(包括电动葫芦重)。此吊车梁拟选用工字钢,此钢材的许用应力[σ]=125 MPa,试按照强度条件确定工字钢的截面型号(需考虑工字钢自重 q)。

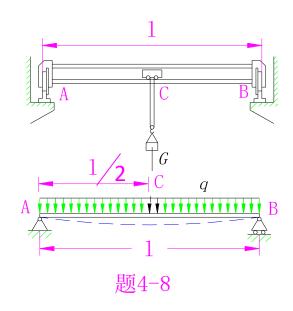
提示:本题虽然要同时考虑集中力G、均布载荷q,但由于均布载荷的数值较小,故在初步确定工字钢型号时,可以只考虑集中力引起的弯曲强度,当工字梁选定后,再考虑自重进行校核。

解:初定型号可忽略自重,最后再校核

$$M_G = \frac{Gl}{4} = \frac{28 \times 8}{4} = 56 \ KN \cdot m$$

$$W_z = \frac{M_G}{[\sigma]} = \frac{56 \times 10^6}{125} = 448 \ cm^3$$

查表选28a工字钢: W_z=508 cm³、q = 43.492Kg/m

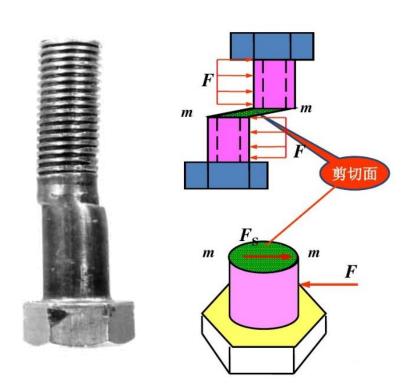


$$\therefore M_{\text{max}} = M_G + M_q = 56 \times 10^3 + \frac{1}{8} 43.492 \times 9.8 \times 8^2 = 59410 \, N \cdot m$$

校核:
$$\sigma_{\text{max}} = \frac{M_{\text{max}}}{[W_{z}]} = \frac{59410 \times 10^{3}}{508 \times 10^{3}} = 116.95 \, MPa < [\sigma] = 125 MPa$$

:强度满足。

第五章 剪切与扭转



破坏形式:

- ▶ 剪切破坏:沿剪切面的破坏, m-m面。
- 挤压破坏:与钢板在相互接触面上因挤压而产生变形。

●剪切与扭转

♦ 剪应力的计算及强度条件:
$$\tau = \frac{Q}{A} \leq [\tau]$$

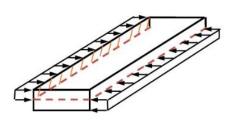
挤压面积的计算

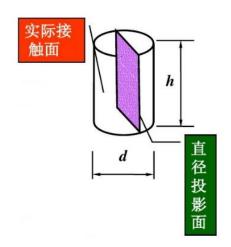
◆ 挤压面的面积计算

(1) 当接触面为圆柱面时,挤压面积*A_{jy}*为<u>实际接</u> <u>触面在直径平面上的投</u>影面积。

$$A_{jy}$$
=dh

(2) 当接触面为平面时, *A_{jy}*为<u>实际</u>接触面积。

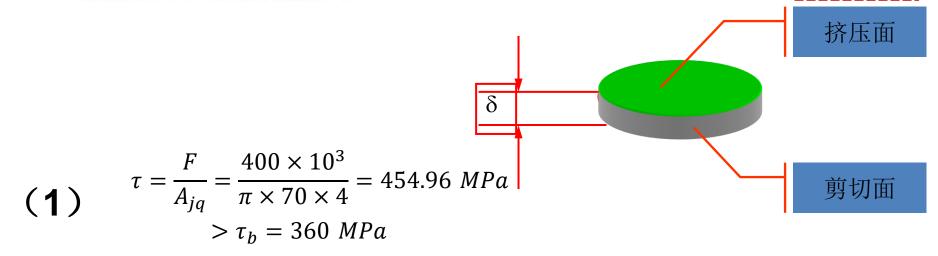




● 剪切与扭转

♦ 剪应力的计算及强度条件: $\tau = \frac{Q}{A} \leq [\tau]$

- 5-2 冲床的最大冲压力为 F=400 kN,需要在厚 4 mm 的钢板上冲出 d=70 mm 的圆孔,钢板的剪切强度极限 $\tau_b=360$ MPa,被冲剪钢板的挤压许用应力[σ_{iv}]=180 MPa。
 - (1) 试问冲床的冲压力是否够用?
 - (2) 钢板冲压同时,是否会被挤压坏?

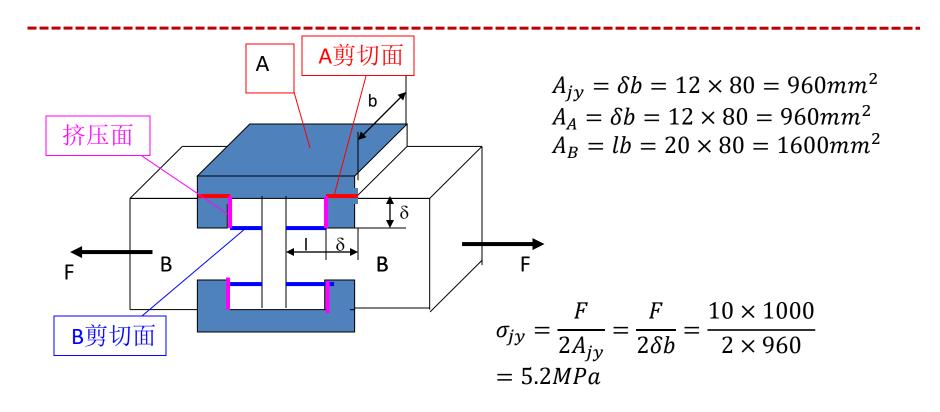


所以该冲床压力够用。

(2)
$$\sigma_{jy} = \frac{F}{A_{jy}} = \frac{400 \times 10^3}{\pi \cdot \frac{d^2}{A}} = 104 MPa < [\sigma_{jy}]$$

所以,钢板冲压同时,不会被挤压坏。

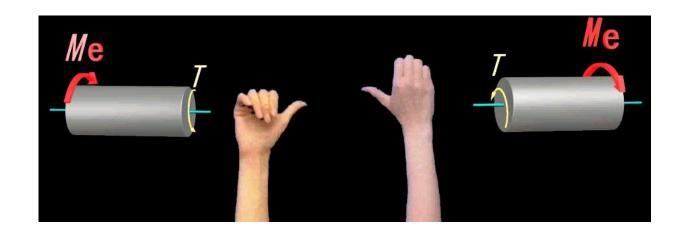
5-5 试指出图中各构件的剪切面、挤压面,写出受剪面积、挤压面积的数值,计算剪应力、挤压应力的大小。b=80 mm, $\delta=12 \text{ mm}$,L=20 mm,F=10 kN。



$$\tau_A = \frac{Q}{A_A} = \frac{F}{2\delta b} = \frac{10 \times 1000}{2 \times 960}$$
= 5.2MPa

$$\tau_B = \frac{Q}{A_B} = \frac{F}{2lb} = \frac{10 \times 1000}{2 \times 1600}$$
= 3.125MPa

扭转时的内力——扭矩T



右手螺旋法则

右手拇指指向外法线方向为 正(+), 反之为 负(-)

圆轴的扭转 剪应力 $\tau_{\rho} = \frac{I_{n}\rho}{I_{\rho}}$

转轴的扭矩:
$$m = 9.55 \times \frac{P}{n}$$

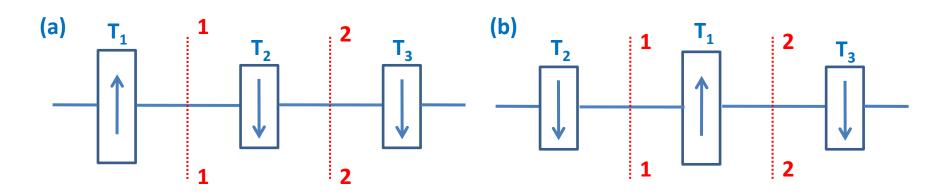
• 强度条件:
$$au_{\max} = \frac{T_n}{W_{\rho}} \leq [\tau]$$

对于圆轴:
$$W_{\rho} = \frac{\pi D^3}{16} \Rightarrow D \ge \sqrt[3]{\frac{16T_n}{\pi[\tau]}}$$

5-8 试分析和比较图中两种齿轮的布局已

知: $T_1 = T_2 + T_3$, 哪一种布局对提高传动轴强度

有利?



• (a)图:

1-1:
$$T_{1-1} = |T_1| = |T_2| + |T_3|$$
 (+)

2-2:
$$T_{2-2} = T_3 + (+)$$

• (b)图:

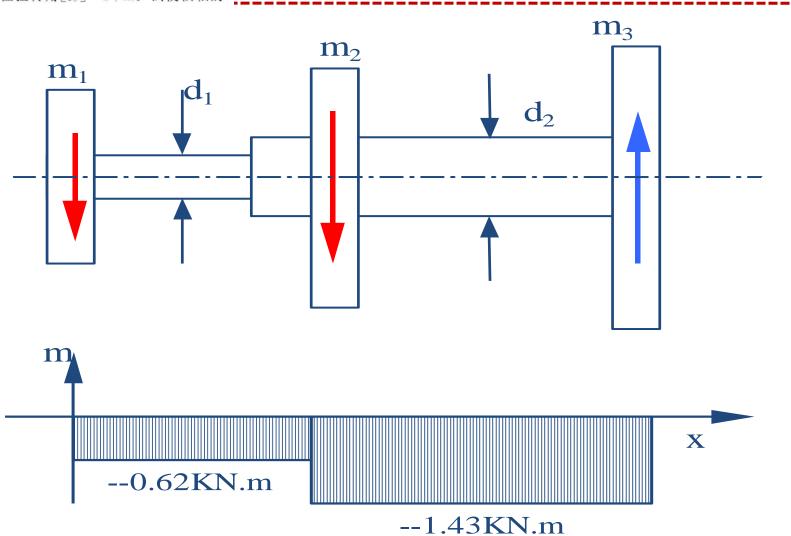
1-1:
$$T_{1-1} = |T_2| = |T_1| - |T_3|$$
 (+)

2-2:
$$T_{2-2} = T_3 + (+)$$



B布局有利

5-12 阶梯形圆轴如图所示, $d_1=40 \text{ mm}$, $d_2=70 \text{ mm}$ 。已知由轮 3 输入的功率 $P_3=30 \text{ kW}$,轮 1 输出的功率 $P_1=13 \text{ kW}$,轴作匀速转动,转速 n=200 r/min,材料的许用剪应力 $[\tau]=60 \text{ MPa}$, $G=8 \times 10^4 \text{ MPa}$,许用单位扭转角 $[\theta_0]=2^\circ/\text{m}$ 。试校核轴的强度和刚度。



5-12

$$\tau_1 = \frac{m_1}{W_{\rho 1}} = \frac{620}{0.2 \times 0.04^3} = 49.3 MPa$$

$$\tau_2 = \frac{m_2}{W_{\rho 2}} = \frac{1430}{0.2 \times 0.07^3} = 21.2 MPa$$

经校核:该轴所有截面的剪应力均小于许用剪应力,因此该轴的强度满足使用要求。

第六章压杆稳定

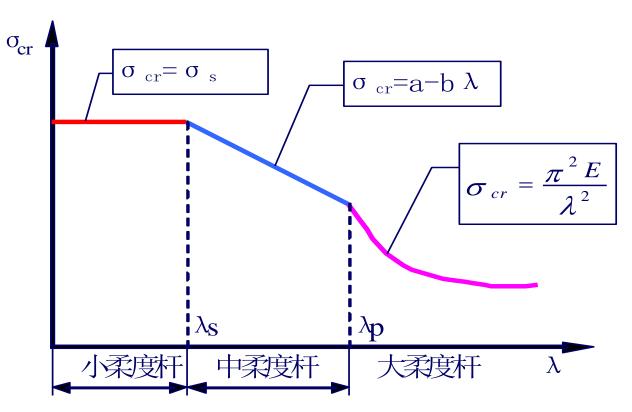
压杆稳定

临界压力的确定

$$F_{cr} = rac{\pi^2 EI}{\left(\mu l\right)^2}^{$$
 截面面积 形状都有 关 $--$ 欧拉公式

压杆柔度
$$\lambda = \frac{\mu l}{i}$$
 $i = \sqrt{\frac{I}{A}}$ $I_z = \frac{bh^3}{12}$

简化后的欧拉公式:
$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$



细长杆 (大柔度杆): $\lambda \geq \lambda p$

小柔度杆(粗短杆): λ<λs

稳定条件:

$$\sigma = \frac{F}{A} < [\sigma_{cr}]$$

$$[\sigma_{cr}] = \frac{\sigma_{cr}}{n_{cr}} \approx \varphi[\sigma]$$

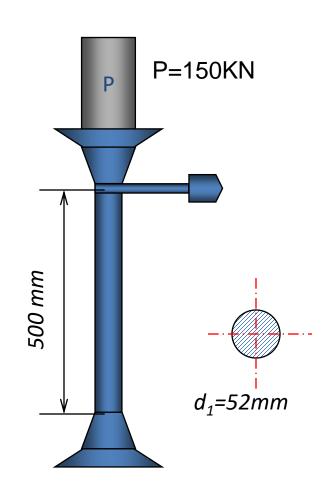
6-4 千斤顶的螺杆承受轴向压力作用,已知其最大承载重 G=150 kN,螺杆根径 d_1 =52 mm,长度 L=500 mm,材料为 Q235 - A 钢,螺杆下端可简化为固定端,上端可简化为自由端。稳定安全系数[n_w]=4,试校核螺杆的稳定性。若螺杆的稳定性不足,应该如何解决?

- 6-4 (1) [n_w]=4, 校核螺杆的稳定性;
 - (2) 稳定性不够时的解决办法。

解(1):

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \frac{d}{4} = 13mm$$

一端固定,一端自由,μ=2



6 - 4

$$\lambda = \frac{\mu l}{i} = \frac{2 \times 500}{13} = 76.9$$

表
$$6-2$$
: $\lambda_s=61.4$ $\lambda_p=100$ 满足: $\lambda_s<\lambda<\lambda_p$ (中长杆)

表6 - 2:

$$a = 304MPa$$
 $b = 1.12MPa$
 $\therefore \sigma_{cr} = a - b\lambda = 304 - 1.12 \times 76.9 = 217.8MPa$

$$P_{cr} = \sigma_{cr} \cdot A = 217.8 \times \pi \times 26^2 = 462.31kN$$

6-4

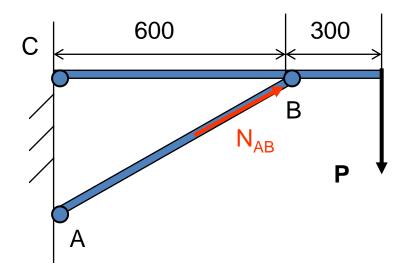
$$n = \frac{P_{cr}}{P} = \frac{462}{150} = 3.08 < [n_w] = 4$$

结论:该干斤顶螺杆的稳定性不够。

解(2)稳定性不足解决办法:

- 1.增加直径;
- 2.制成空心;
- 3.用高强钢。

- 6-6 图示托架中的 AB 杆为压杆,其直径 d=40 mm,长度 L=800 mm,两端可视为铰支,材料为 Q235 A 钢。试求:
- (1) 以 AB 杆的稳定性考虑, 托架所能承受的最大载荷 P_{\max} , AB 杆的稳定安全系数 $[n_{w}]=2$ 。
 - (2) 若已知工作载荷 P=70×103 N,试问此托架是否安全?



取BC杆分析

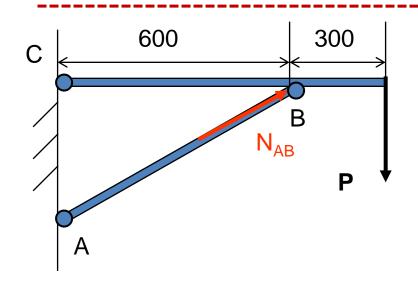
$$\sum M_C = 0$$

$$N_{AB} \sin B \times 600 - P \times 900 = 0$$

$$\sin B = \frac{\sqrt{800^2 - 600^2}}{800} = 0.66$$

$$\therefore P \frac{N_{AB} \times 0.66 \times 600}{900}_{AB_{\text{max}}}$$

6-6



以AB杆考虑:

$$\lambda = \frac{4\mu l}{d} = \frac{4 \times 1 \times 800}{40} = 80 < \lambda_p = 100$$

::AB杆为中长杆。

$$\sigma_{cr} = a - b\lambda = 304 - 1.12 \times 80 = 214.4 MPa$$

$$[N_{AB}] = \frac{\sigma_{cr}A}{[n_w]} = \frac{214.4 \times \pi \times 40^2/4}{2} = 134.64 KN$$

$$\therefore P_{\text{max}}$$

解(2): ∵P =70 KN > P_{max}= 59.24 KN ∴此托架不稳定。

第七章 工程材料

- 过程材料的基本要求
- 常用钢、合金钢(不锈钢)的特点,命名方式,命名中数字的含义,腐蚀的原因和预防方法
- 各种热处理的目的,工艺和区别等(四把火、调制、表面热处理)