

第七章 互换的定价与风险分析

厦门大学财务系
郑振龙 陈蓉

<http://efinance.org.cn>
<http://aronge.net>



目录

- * 利率互换的定价
- * 货币互换的定价
- * 互换的风险

目录

利率互换的定价

货币互换的定价

互换的风险

假设

- * 忽略天数计算
- * 以国际市场上的互换为例，浮动利率使用 LIBOR
- * 贴现率也使用 LIBOR

举例

考虑一个 2011 年 9 月 1 日生效的两年期利率互换，名义本金为 1 亿美元。甲银行同意支付给乙公司年利率为 2.8% 的利息，同时乙公司同意支付给甲银行 3 个月期 LIBOR 的利息，利息每 3 个月交换一次。

事后可知利率互换中甲银行的现金流量，如下表所示。

表 7-1 利率互换中甲银行的现金流量表 (百万美元)

(a) 不考虑名义本金

日期	LIBOR (%)	浮动利息现金流	固定利息现金流	净现金流
	(1)	(2)	(3)	(4)
2011.9.1	2.13			
2011.12.1 (I)	2.47	+0.53	-0.7	-0.17
2012.3.1 (II)	2.67	+0.62	-0.7	-0.08
2012.6.1 (III)	2.94	+0.67	-0.7	-0.03
2012.9.1 (IV)	3.27	+0.74	-0.7	+0.04
2012.12.1 (V)	3.64	+0.82	-0.7	+0.12
2013.3.1 (VI)	3.86	+0.91	-0.7	+0.21
2013.6.1 (VII)	4.12	+0.97	-0.7	+0.27
2013.9.1 (VIII)	4.75	+1.03	-0.7	+0.33

表 7-1 利率互换中甲银行的现金流量表 (百万美元)

(b) 考虑名义本金				
日期	LIBOR (%) (5)	浮动利息和本金 现金流 (6)	固定利息和本金 现金流 (7)	净现金流 (8)
2011.9.1	2.13	-100	+100	0
2011.12.1 (I)	2.47	+0.53	-0.7	-0.17
2012.3.1 (II)	2.67	+0.62	-0.7	-0.08
2012.6.1 (III)	2.94	+0.67	-0.7	-0.03
2012.9.1 (IV)	3.27	+0.74	-0.7	+0.04
2012.12.1 (V)	3.64	+0.82	-0.7	+0.12
2013.3.1 (VI)	3.86	+0.91	-0.7	+0.21
2013.6.1 (VII)	4.12	+0.97	-0.7	+0.27
2013.9.1 (VIII)	4.75	+1.03	-0.7	+0.33
		+100	-100	0

理解利率互换

- * 该利率互换由列（4）的净现金流序列组成，这是互换的本质，即未来系列现金流的组合

$$\text{列（4）} = \text{列（2）} + \text{列（3）}$$

- * 在互换生效日与到期日增减1亿美元的本金现金流
 - * 列（2） \Rightarrow 列（6）
 - * 列（3） \Rightarrow 列（7）

* 头寸分解 (I)

- * 甲银行：浮动利率债券多头 + 固定利率债券空头

- * 乙公司：浮动利率债券空头 + 固定利率债券多头

- * 利率互换可以分解为一个债券的多头与另一个债券的空头的组合。

* 头寸分解 (II)

* 列 (4) = 行 (I) + ... + 行 (VIII)

* 除了行 (I) 的现金流在互换签订时就已确定, 其他各行现金流都类似远期利率协议 (FRA) 的现金流。

* 利率互换可以分解为一系列 FRA 的组合

理解利率互换的定价

- * 利率互换的定价，等价于计算债券组合的价值，也等价于计算 FRA 组合的价值。
- * 由于都是列（4）现金流的不同分解，这两种定价结果必然是等价的。
- * 注意这种等价未考虑信用风险和流动性风险的差异。

与远期合约相似，利率互换的定价有两种情形

1. 在协议签订后的互换定价，是根据协议内容与市场利率水平确定利率互换合约的价值，可能为正，也可能为负。

2. 在协议签订时，一个公平的利率互换协议应使得双方的互换价值相等。因此协议签订时的互换定价，就是选择一个使得互换的初始价值为零的互换利率。

计算利率互换价值：债券组合定价法

* 互换多头 $V_{\text{互换}} = B_{fl} - B_{fix}$

* 互换空头 $V_{\text{互换}} = B_{fix} - B_{fl}$

* 固定利率债券定价 $B_{fix} = \sum_{i=1}^n ke^{-r_i t_i} + Ae^{-r_n t_n}$

* 浮动利率债券定价 $B_{fl} = (A + k^*)e^{-r_1 t_1}$

案例 7.1

假设在一笔利率互换协议中，某一金融机构支付3个月期的LIBOR，同时收取4.8%的年利率（3个月计一次复利），名义本金为1亿美元。互换还有9个月的期限。目前3个月、6个月和9个月的LIBOR（连续复利）分别为4.8%、5%和5.1%。试计算此笔利率互换对该金融机构的价值。

在这个例子中 $k = 120$ 万美元，因此

$$B_{fix} = 120e^{-0.048 \times 0.25} + 120e^{-0.05 \times 0.5} + 10120e^{-0.051 \times 0.75} = 9975.825 \text{ 万美元}$$

$$B_{fl} = 10000 \text{ 万美元}$$

因此，对于该金融机构而言，此利率互换的价值为

$$9975.825 - 10000 = -24.175 \text{ 万美元}$$

对该金融机构的交易对手来说，此笔利率互换的价值为正，即 24.175 万美元。

计算利率互换价值：FRA 定价法

- * 运用 FRA 给利率互换定价

- * FRA 多头价值

$$\left(Ae^{r_F(T^*-T)} - Ae^{r_K(T^*-T)} \right) e^{-r^*(T^*-t)}$$

- * 从利率期限结构中估计出 FRA 对应的远期利率，即可得到每笔 FRA 的价值，加总即为利率互换多头的价值。

案例 7.2

假设在一笔利率互换协议中，某一金融机构支付3个月期的LIBOR，同时收取4.8%的年利率（3个月计一次复利），名义本金为1亿美元。互换还有9个月的期限。目前3个月、6个月和9个月的LIBOR（连续复利）分别为4.8%、5%和5.1%。试计算此笔利率互换对该金融机构的价值。

首先可得3个月计一次复利的4.8%对应的连续复利利率为

$$4 \times \ln \left(1 + \frac{4.8\%}{4} \right) = 4.7714\%$$

	贴现率	固定利率	远期利率	现金流或 FRA 价值
3 个月 后	4.8%	4.7714%		$10000 \times (e^{4.7714\% \times 0.25} - e^{4.80\% \times 0.25})$ $\times e^{-4.8\% \times 0.25} = -0.715$
6 个月 后	5%	4.7714%	$\frac{5\% \times 0.5 - 4.8\% \times 0.25}{0.25} = 5.2\%$	$10000 \times (e^{4.7714\% \times 0.25} - e^{5.2\% \times 0.25})$ $\times e^{-5\% \times 0.5} = -10.581$
9 个月 后	5.1%	4.7714%	$\frac{5.1\% \times 0.75 - 5\% \times 0.5}{0.25} = 5.3\%$	$10000 \times (e^{4.7714\% \times 0.25} - e^{5.3\% \times 0.25})$ $\times e^{-5.1\% \times 0.75} = -12.88$
互换 价值				-24.176

合理互换利率的确定

- * 合理的互换利率就是使得利率互换价值为零的固定利率，即

$$B_{fix} = B_{fl}$$

案例 7.3 ：合理互换利率的确定

假设在一笔 2 年期的利率互换协议中，某一金融机构支付 3 个月期的 LIBOR，同时每 3 个月收取固定利率（3 个月计一次复利），名义本金为 1 亿美元。

目前 3 个月、6 个月、9 个月、12 个月、15 个月、18 个月、21 个月与 2 年的贴现率（连续复利）分别为 4.8%、5%、5.1%、5.2%、5.15%、5.3%、5.3% 与 5.4%。第一次支付的浮动利率即为当前 3 个月期利率 4.8%（连续复利）。试确定此笔利率互换中合理的固定利率。

$$B_{fl} = 10000 \text{ 万美元}$$

$$\begin{aligned} \text{令 } B_{fix} &= \frac{k}{4} e^{-0.048 \times 0.25} + \frac{k}{4} e^{-0.05 \times 0.5} + \frac{k}{4} e^{-0.051 \times 0.75} \\ &\quad + \frac{k}{4} e^{-0.052 \times 1} + \frac{k}{4} e^{-0.0515 \times 1.25} + \frac{k}{4} e^{-0.053 \times 1.5} \\ &\quad + \frac{k}{4} e^{-0.053 \times 1.75} + \left(10000 + \frac{k}{4} \right) e^{-0.054 \times 2} \\ &= 10000 \text{ 万美元} \end{aligned}$$

$k = 543$ 美元，即固定利率水平应确定为 5.43%（3个月计一次复利）。

-
- * 根据案例7.3，我们可以推导出互换利率的确定公式。假设利率互换的互换周期为每半年一次，互换利率为 r_s ，在契约期间共互换 n 次。则契约到期日可视为 $n/2$ 年，固定利率债券的价值 B_{fix} 在 $t=0$ 时为

$$B_{fix} = 100 \left(\frac{r_s}{2} \right) (e^{-r_1 \times \frac{1}{2}} + e^{-r_2 \times \frac{2}{2}} + e^{-r_3 \times \frac{3}{2}} + \dots + e^{-r_n \times \frac{n}{2}}) + 100e^{-r_n \times \frac{n}{2}}$$

- * 而 $B_{flx} = 100$ 。令两者相等并整理可得

$$r_s = \frac{2 \left(1 - e^{-r_n \times \frac{n}{2}} \right)}{\sum_{t=1}^n e^{-r_t \times \frac{t}{2}}}$$

互换利率

- * 利率互换协议中合理的固定利率就是使得互换价值为零的利率水平，也就是我们通常所说的互换利率。
- * 现实中的互换利率是市场以一定的计息频率为基础、就特定期限形成的互换中间利率。以美元为例，市场通常将每半年支付固定利息对3个月 LIBOR 的互换中间利率作为美元互换利率。

目录

利率互换的定价

货币互换的定价

互换的风险

货币互换的分解

- * 货币互换也可以分解为债券的组合或远期协议的组合
 - * 一份外币债券和一份本币债券的组合
 - * 远期外汇协议的组合

举例

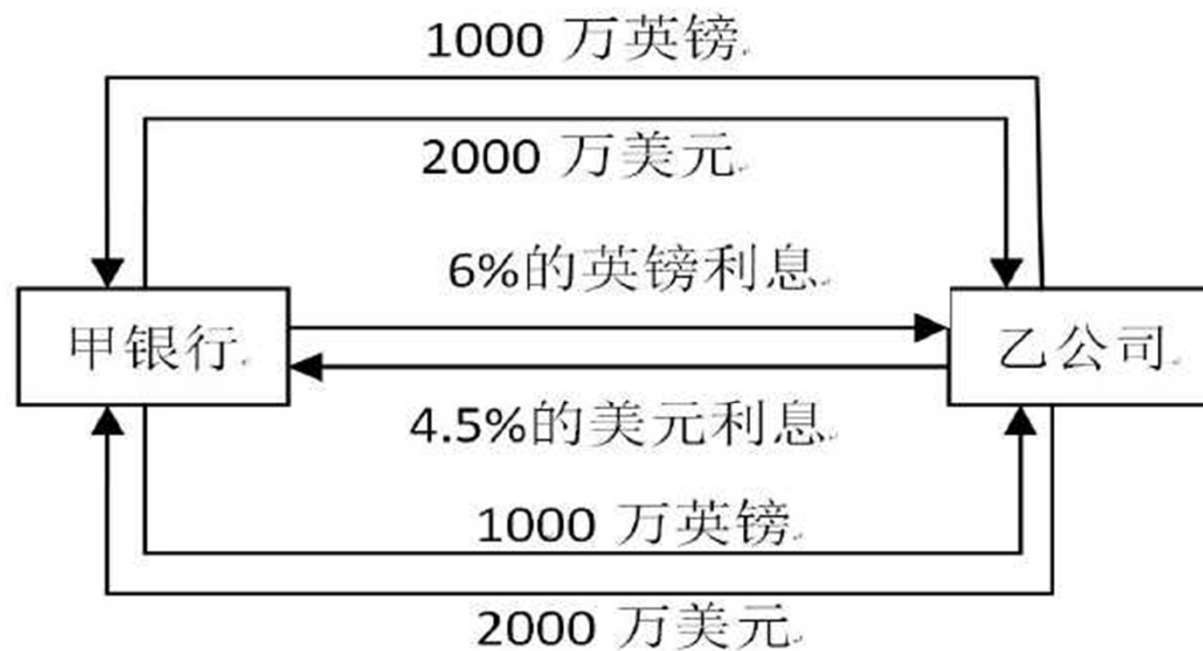


图 7.2 甲银行和乙公司的 5 年期货币互换

日期↵	美元现金流↵	英镑现金流↵
	(1) ↵	(2) ↵
2011.10.1↵	−20.00↵	+10.00↵
2012.10.1↵	+0.9↵	-0.6↵
2013.10.1↵	+0.9↵	-0.6↵
2014.10.1↵	+0.9↵	-0.6↵
2015.10.1↵	+0.9↵	-0.6↵
2016.10.1↵	+20.9↵	-10.6↵

* 对于甲银行

- * 美元固定利率债券多头与英镑固定利率债券空头组合
- * 一系列 FXA 的组合

运用债券组合为货币互换定价

* 定义

* $V_{\text{互换}}$: 货币互换的价值

* B_F : 用外币表示的从互换中分解出来的外币债券的价值

* B_D : 从互换中分解出来的本币债券的价值

* S_0 : 即期汇率（直接标价法）

* 对于收入本币利息、付出外币利息的一方：

$$V_{\text{互换}} = B_D - S_0 B_F$$

* 对付出本币利息、收入外币利息的一方：

$$V_{\text{互换}} = S_0 B_F - B_D$$

运用 FXA 组合为货币互换定价

- * 计算并加总货币互换中分解出来的每笔 FXA 的价值，就可得到相应货币互换的价值。

案例 7.4 & 7.5

假设美元和日元的 LIBOR 利率的期限结构是平的，在日本是 2% 而在美国是 6%（均为连续复利）。某一金融机构在一笔货币互换中每年收入日元，利率为 3%（每年计一次复利），同时付出美元，利率为 6.5%（每年计一次复利）。两种货币的本金分别为 1000 万美元和 120 000 万日元。这笔互换还有 3 年的期限，每年交换一次利息，即期汇率为 1 美元 = 110 日元。如何确定该笔货币互换的价值？

债券组合定价法

如果以美元为本币，那么

$$\begin{aligned} B_D &= 65e^{-0.06 \times 1} + 65e^{-0.06 \times 2} + 1065e^{-0.06 \times 3} \\ &= 1008.427 \text{ 万美元} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_F &= 3600e^{-0.02 \times 1} + 3600e^{-0.02 \times 2} + 123600e^{-0.02 \times 3} \\ &= 123389.7 \text{ 万日元} \end{aligned}$$

对该金融机构而言，货币互换的价值为

$$\frac{123389.7}{110} - 1008.427 \approx 113.30 \text{ 万美元}$$

对于支付日元收入美元的一方，货币互换的价值为
-113.30 万美元。

远期外汇协议定价法

即期汇率为 1 美元 = 110 日元，或 1 日元 = 0.009091 美元。根据 $F = Se^{(r-r_f)(T-t)}$ ，一年期、两年期和三年期的远期汇率分别为

$$0.009091e^{0.04 \times 1} = 0.009462$$

$$0.009091e^{0.04 \times 2} = 0.009848$$

$$0.009091e^{0.04 \times 3} = 0.01025$$

与利息交换等价的三份远期合约的价值分别为

$$(3600 \times 0.009462 - 65)e^{-0.06 \times 1} = -29.1355 \text{ 万美元}$$

$$(3600 \times 0.009848 - 65)e^{-0.06 \times 2} = -26.2058 \text{ 万美元}$$

$$(3600 \times 0.01025 - 65)e^{-0.06 \times 3} = -23.4712 \text{ 万美元}$$

与最终的本金交换等价的远期合约的价值为

$$(120000 \times 0.01025 - 1000)e^{-0.06 \times 3} = 192.1093 \text{ 万美元}$$

所以这笔互换的价值为

$$192.1093 - 29.135 - 26.205 - 23.4712 \approx 113.3 \text{ (万美元)}$$

这与运用债券组合定价的结果是一致的

目录

利率互换的定价

货币互换的定价

互换的风险（自学）

互换的风险

* 与互换相联系的风险主要包括：

* 信用风险

* 市场风险

* 两者相互影响，相互作用

互换的信用风险

- * OTC 交易的信用风险（对手方风险）

- * 当利率或汇率等市场价格的变动使得互换对交易者而言价值为正时存在

- * 利率互换

- * 交换的仅是利息差额，其交易双方真正面临的信用风险暴露远比互换的名义本金要少得多

- * 货币互换

- * 由于进行本金的交换，其交易双方面临的信用风险比利率互换要大一些

-
- * 互换交易中的信用风险是很难估计的，交易者通常通过信用增强（Credit Enhancement）来管理和消除信用风险。
 - * 净额结算
 - * 抵押和盯市
 - * 信用衍生产品

 - * 总的来看，由于国际市场上的互换协议通常涉及资本雄厚、信用等级高的大型机构，互换违约造成的总损失通常较低。

互换的市场风险

- * 与互换相联系的市场风险主要可分为利率风险和汇率风险：
 - * 对于利率互换来说主要的市场风险是利率风险
 - * 对于货币互换而言市场风险包括利率风险和汇率风险
- * 利率风险的管理：久期、凸性等分析工具，运用市场上的固定收益产品如欧洲美元期货等对冲
- * 汇率风险的管理：远期外汇协议等

案例 7.6 ：利率风险与汇率风险分解

- * 假设美元和日元 LIBOR 利率的期限结构是平的，在日本是 2.96%，而在美国是 6.3%（均为连续复利）。A 银行签订了一笔 4 年期的货币互换，每年交换一次利息，按 3% 年利率（每年计一次复利）收入日元，按 6.5% 年利率（每年计一次复利）付出美元。两种货币的本金分别为 1 000 万美元和 120 000 万日元。即期汇率为 1 美元 = 120 日元。
- * 1 年以后，日元与美元 LIBOR 分别变为 2% 和 6%（连续复利），即期汇率变为 110。试分析该货币互换的价值变化。

1 年前货币互换签订时的互换价值为：

$$\begin{aligned} V_{\text{互换}} &= S_0 B_F - B_D \\ &= \frac{1}{120} \times \left(\sum_{t=1}^3 3600 e^{-0.0296 \times t} + 120000 e^{-0.0269 \times 3} \right) \\ &\quad - \left(\sum_{t=1}^3 65 e^{-0.063 \times t} + 10000 e^{-0.063 \times 3} \right) \\ &= 0 \end{aligned}$$

根据案例 7.4，1 年后货币互换价值变为 113.296 8 万美元。也就是说，对于 A 银行来说，该货币互换头寸的价值增长了 113.296 8 万美元。该收益可分解为四个部分：

1.由于时间的推移与美元利率的下降, A 银行在美元债券上的空头遭受损失, 金额为

$$1000 - 1008.427 = -8.427 \text{ (万美元)}$$

2.由于时间的推移与日元利率的下降, A 银行在日元债券的多头上盈利了

$$123389.7 - 120000 = 3389.7 \text{ (万日元)}$$

根据初始汇率, 这相当于 28.2475 万美元的收益。

3. 由于日元的升值，外币债券头寸 120 000 万日元在 1 年后价值上升了

$$\frac{120000}{110} - \frac{120000}{120} = 90.909 \text{ 万美元}$$

4. 日元债券多头因利率变动带来的 3389.7 万日元收益，由于日元的升值，还带来了额外收益

$$\frac{3389.7}{110} - \frac{3389.7}{120} = 2.567 \text{ 万美元}$$

* 加总以上四个部分，可得

$$-8.427 + 28.2475 + 90.909 + 2.567 = 113.297 \text{ (万美元)}$$

显然与互换头寸价值的变化是一致的。

Any Questions ?

