

5.3 平面四杆机构的基本特性

5.3.1 平面四杆机构存在曲柄的条件

杆1为曲柄，作整周回转，必有两次与连杆共线

- 当曲柄1处于 AB' 位置时，形成三角形 $AC'D$ 。根据三角形任意两边之和必大于（等于）第三边的定理可得

$$l_4 \leq (l_2 - l_1) + l_3 \rightarrow l_1 + l_4 \leq l_2 + l_3$$

$$l_3 \leq (l_2 - l_1) + l_4 \rightarrow l_1 + l_3 \leq l_2 + l_4$$

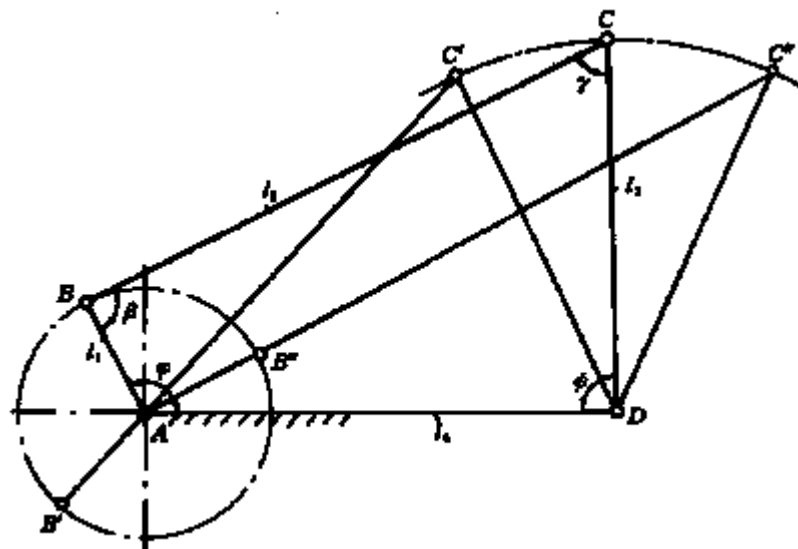
- 当曲柄1处于 AB'' 位置时，形成三角形 $AC''D$ 。可写出如下关系式：

$$l_1 + l_2 \leq l_3 + l_4$$

将以上三式两两相加得：

$$l_1 \leq l_2, \quad l_1 \leq l_3, \quad l_1 \leq l_4$$

AB为最短杆



转动副A成为整转副的条件:

1. 机构中最长杆与最短杆的长度之和小于或等于其他两杆长度之和;
2. 整转副是由最短杆与其邻边组成的。

曲柄存在的条件:

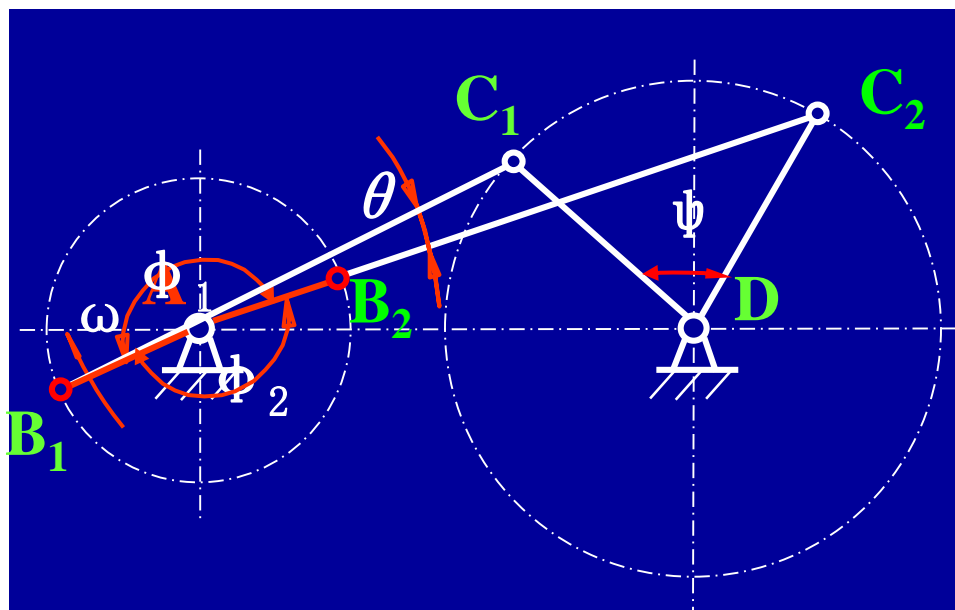
1. 最长杆与最短杆的长度之和小于或等于其他两杆长度之和;
2. 连架杆和机架中, 必有一个是最短杆。

注意: 由此条件, 再按取机架不同而得不同机构:

1. 取最短杆的邻边为机架时, 机架上只有一个整转副, 故得到曲柄摇杆机构。
2. 取最短杆为机架时, 机架上两个整转副, 故得到双曲柄机构。
3. 取最短杆的对边为机架时, 机架上没有整转副, 故得到双摇杆机构。

5.3.2 急回特性与行程速比系数

在曲柄摇杆机构中，当曲柄与连杆两次共线时，摇杆位于两个极限位置 C_1D 与 C_2D 所夹的锐角 ψ 称为摇杆的**摆角**，此两处曲柄之间的夹角 θ 称为**极位夹角**。



当曲柄以 ω 顺时针转过 ϕ_1 时，摇杆从 C_1D 位置摆到 C_2D ，为**工作行程**，所花时间为 t_1 ，平均角速度为 ω_1

当曲柄以 ω 继续转过 ϕ_2 时，摇杆从 C_2D 置摆到 C_1D ，为**空回行程**，所花时间为 t_2 ，平均角速度为 ω_2

因为： $\phi_1 > \phi_2$

所以： $t_1 > t_2$ ， $\omega_2 > \omega_1$

急回特性----主动件匀速转动时，作往复运动的从动件在空回行程中的平均速度大于工作行程平均速度的特性。

行程速比系数---- 衡量急回特性的相对程度。

$$K = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{t_1}{t_2} = \frac{\phi_1}{\phi_2} = \frac{180^\circ + \theta}{180^\circ - \theta}$$

极位夹角计算公式：

$$\theta = 180^\circ \frac{K - 1}{K + 1}$$

5.3.3 压力角和传动角

压力角：

从动件驱动力 F 与力作用点绝对速度之间所夹锐角。

切向分力： $F' = F \cos \alpha = F \sin \gamma$

法向分力： $F'' = F \sin \alpha = F \cos \gamma$ $\gamma \uparrow \rightarrow F' \uparrow \rightarrow$ 对传动有利。

用压力角的余角 γ 的大小来表示机构传动力性能的好坏，
称 γ 为**传动角**。

对于一般机械：

要求 $\gamma_{\min} \geq 40^\circ$

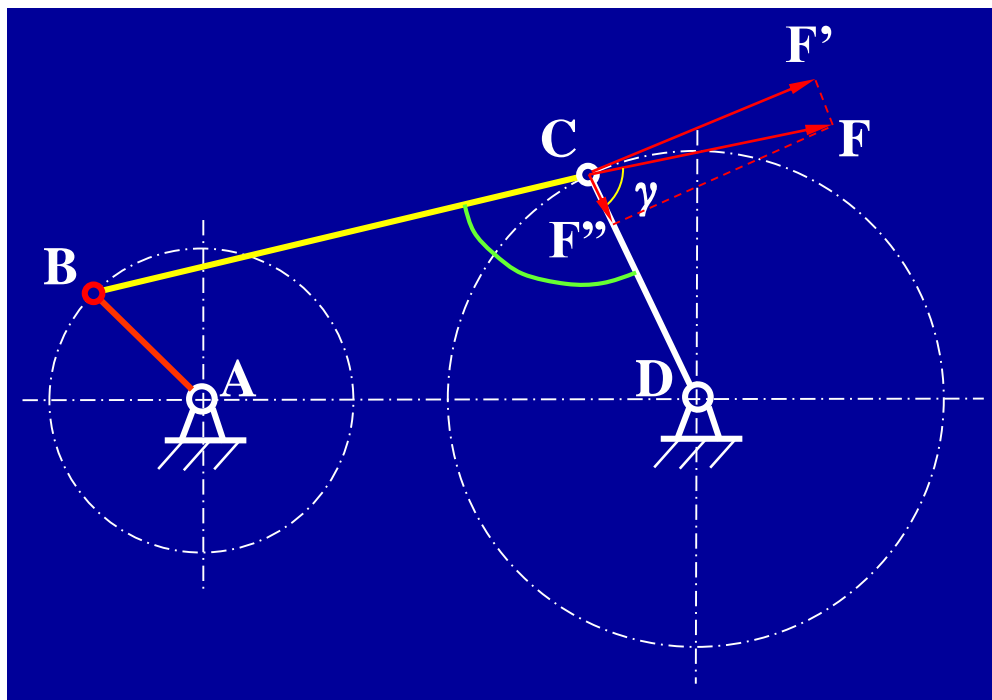
γ_{\min} 出现的位置：

当 $\angle BCD \leq 90^\circ$ 时，

$$\gamma = \angle BCD$$

当 $\angle BCD > 90^\circ$ 时，

$$\gamma = 180^\circ - \angle BCD$$



在以曲柄为原动件的曲柄摇杆机构中，最小传动角 γ_{min} 出现在曲柄与机架共线的两位置之一。

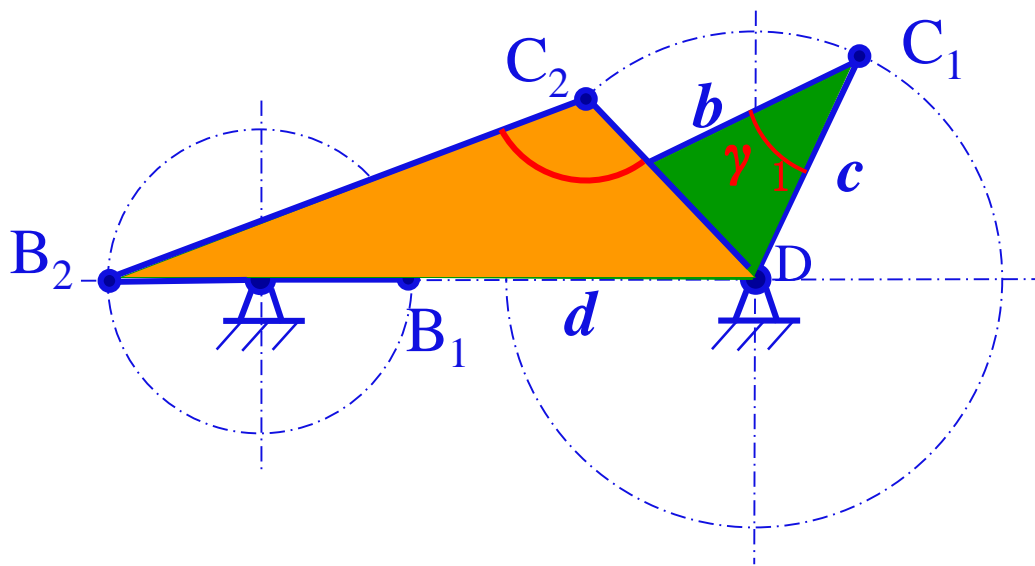
由余弦定律有：

$$\gamma_1 = \angle B_1 C_1 D = \arccos [b^2 + c^2 - (d-a)^2] / 2bc$$

若 $\angle B_2 C_2 D < 90^\circ$ ，则 $\gamma_2 = \angle B_2 C_2 D = \arccos [b^2 + c^2 - (d-a)^2] / 2bc$

若 $\angle B_2 C_2 D > 90^\circ$ ，则 $\gamma_2 = 180^\circ - \arccos [b^2 + c^2 - (d+a)^2] / 2bc$

$$\gamma_{min} = [\gamma_1, \gamma_2]_{min}$$



5.3.4 死点位置

摇杆为主动件，且连杆与曲柄两次共线时，有：

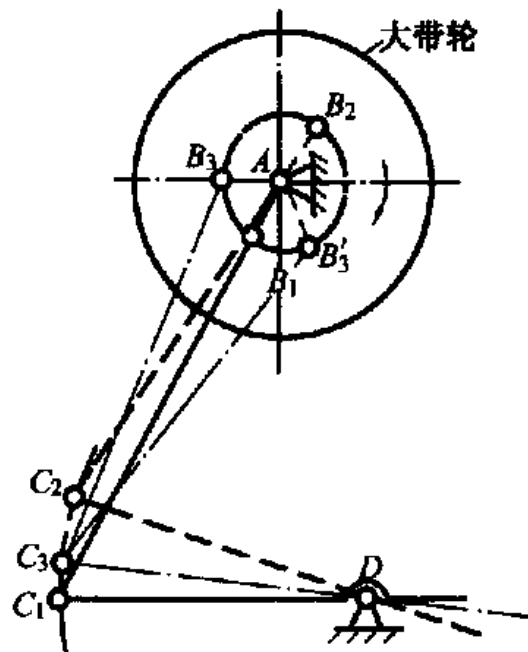
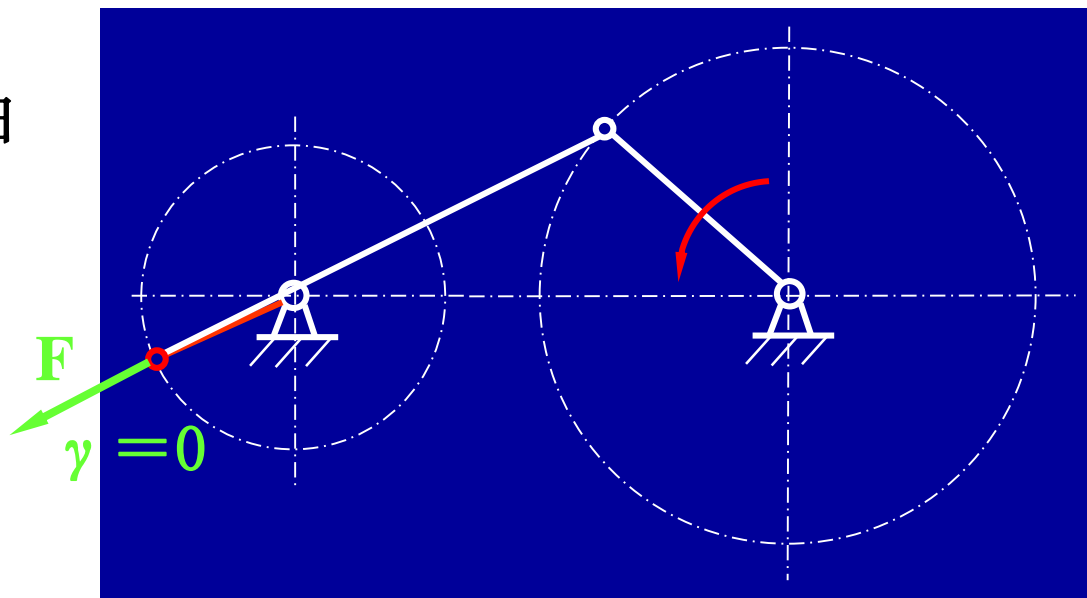
$$\gamma = 0$$

此时机构不能运动。

称此位置为：“死点”

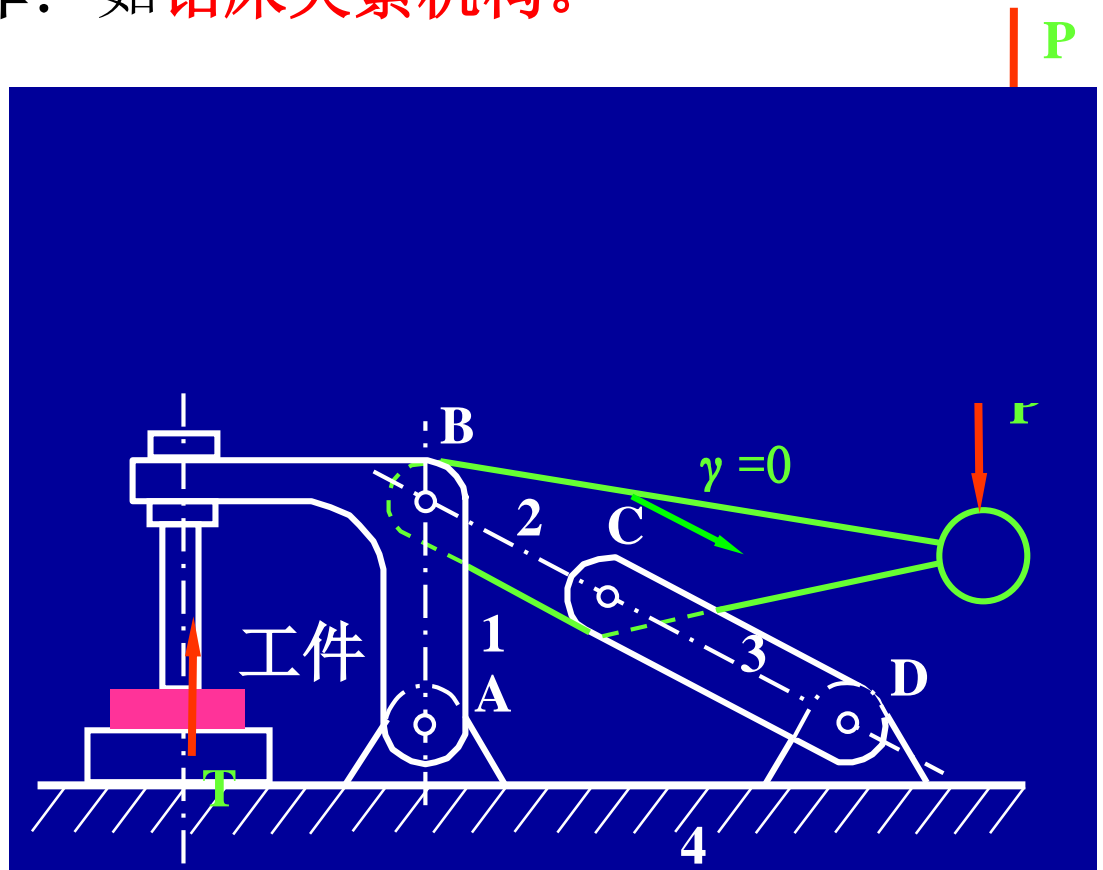
避免措施：

靠飞轮的惯性（如缝纫机）。



缝纫机驱动机构

也可以利用死点进行工作：如**钻床夹紧机构**。



5.4 平面四杆机构的设计

平面四杆机构设计的类型：

- 1、实现给定从动件的运动规律；
- 2、实现给定的运动轨迹。

3.4.1 图解法设计四杆机构

1. 按给定的行程速比系数设计四杆机构

实例：设计曲柄摇杆机构

已知：**CD**杆长，摆角 φ 及**K**，设计此机构。

设计步骤:

(1) 计算 $\theta = 180^\circ (K-1)/(K+1)$;

2) 任取一点D, 作等腰三角形 C_1DC_2 , 夹角为 φ ;

(3) 作 $C_1P \perp C_1C_2$, 作 C_2P 使
 $\angle C_1C_2P = 90^\circ - \theta$, 交于P;

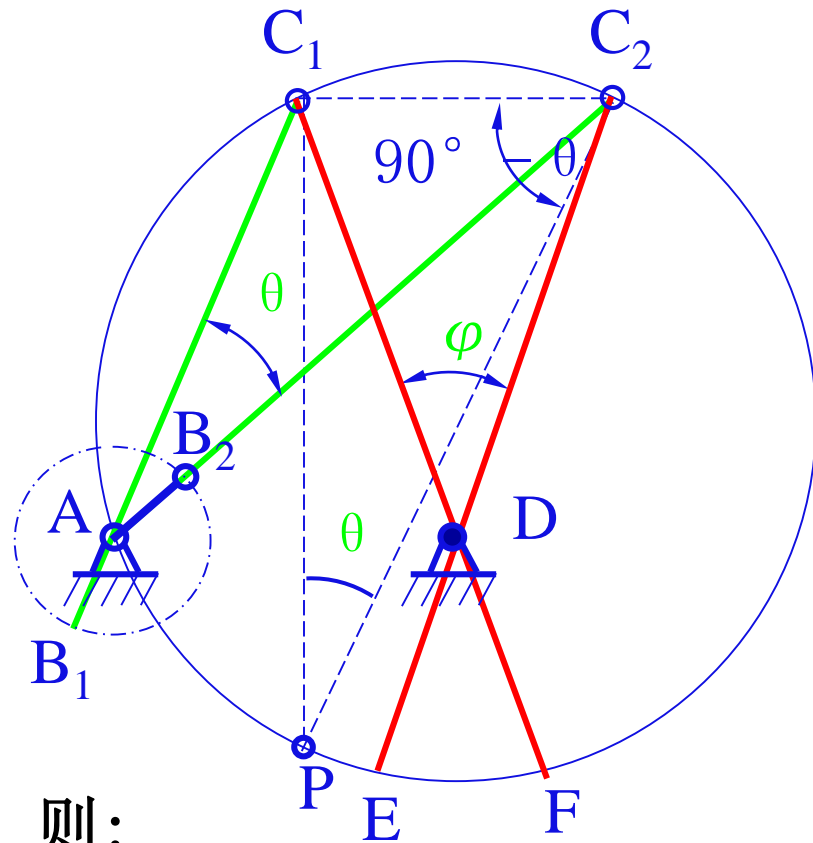
(4) 作 $\triangle PC_1C_2$ 的外接圆, 则A点必在此圆上。

5) 选定A, 设曲柄为 l_1 , 连杆为 l_2 , 则:

$$AC_1 = l_2 - l_1, \quad AC_2 = l_1 + l_2$$

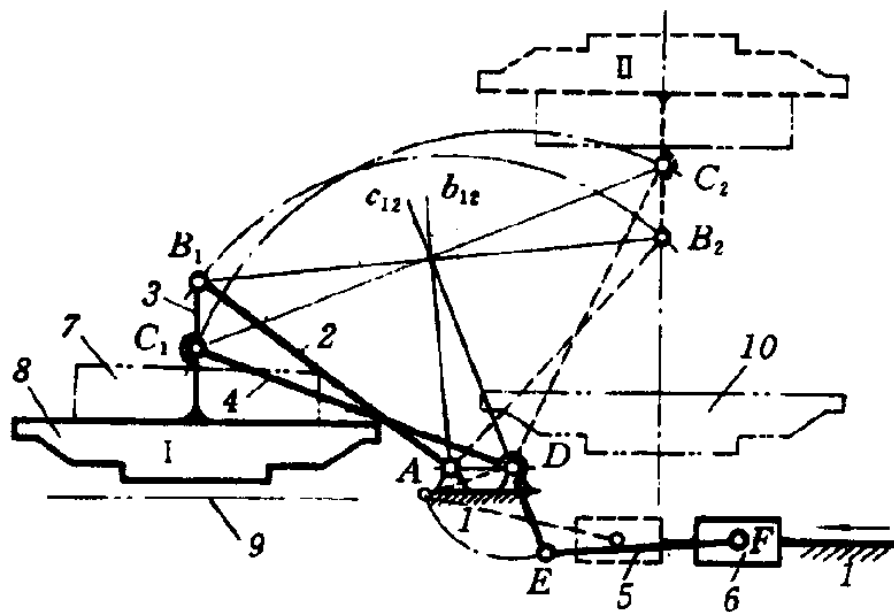
$$\Rightarrow l_1 = (AC_2 - AC_1)/2, \quad l_2 = (AC_2 + AC_1)/2$$

A点有无穷解。



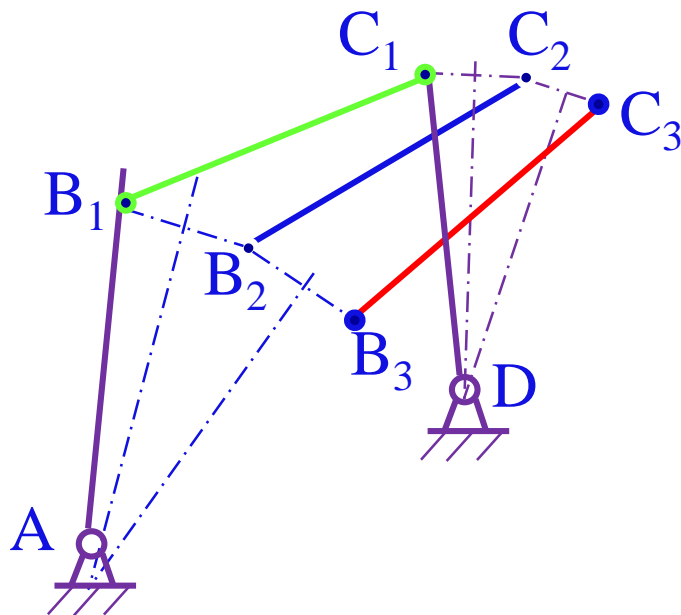
2. 按给定连杆位置设计四杆机构

下图所示为铸造车间翻台振实式造型机的翻转机构。如给定与翻台固联的连杆3的长度 $l_3=BC$ 及其两个位置 B_1C_1 和 B_2C_2 ，要求确定连架杆与机架组成的固定铰链中心 A 和 D 的位置，并求出其余三杆的长度 l_1 、 l_2 和 l_4 。此设计问题的关键为确定固定铰链 A 、 D 的位置。由于连杆3上 B 、 C 两点的轨迹分别为以 A 、 D 为圆心的圆弧，所以 A 、 D 必分别位于 B_1B_2 和 C_1C_2 的垂直平分线上。



设计步骤:

- (1)根据给定条件，绘出连杆3的两个位置 B_1C_1 和 B_2C_2 。
- (2)分别连接 B_1 和 B_2 、 C_1 和 C_2 ，并作 B_1B_2 和 C_1C_2 的垂直平分线 b_{12} 和 c_{12} 。
- (3)由于A和D两点可在 b_{12} 和 c_{12} 两直线上任意选取，故有无穷多解。
若给定连杆三个位置，要求设计四杆机构，其解是唯一的。



本章重要知识点

◆ 铰链四杆机构的基本形式：曲柄摇杆、双曲柄、双摇杆机构；

◆ 铰链四杆机构的演化形式

◆ 平面四杆机构的基本特性

◆ 平面四杆机构存在曲柄的条件及基本性能

(1) 有曲柄条件

(2) 基本特性：急回运动和行程速度变化系数；压力角和传动角；死点位置。

◆ 图解法设计平面四杆机构