

第10章 功率和能量

● 重点:

1. 有功功率，无功功率，表观功率，复功率；
2. 掌握正弦稳态电路的有功功率；
3. 掌握三相电路的有功功率；

第十章 功率和能量

10.1 瞬时功率和能量

(1) 瞬时功率

对一端口电路，如端口电压 u 、端口电流 i 取一致参考方向，则该电路吸收的功率为 $p = ui$
 p 是一个随时间变化的量，因此称为瞬时功率。

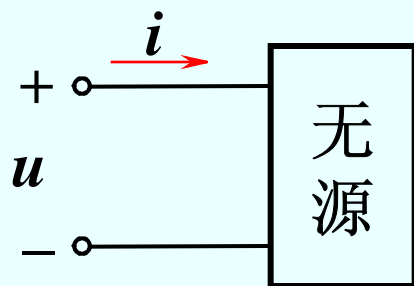
(2) 能量

在 $[t_0, t]$ 内，电路吸收的能量为

$$w(t) = \int_{t_0}^t p(u) d(\cdot)()$$

10.1.2 正弦稳态电路的功率

无源一端口网络吸收的功率 $p = u i$ (u, i 关联)



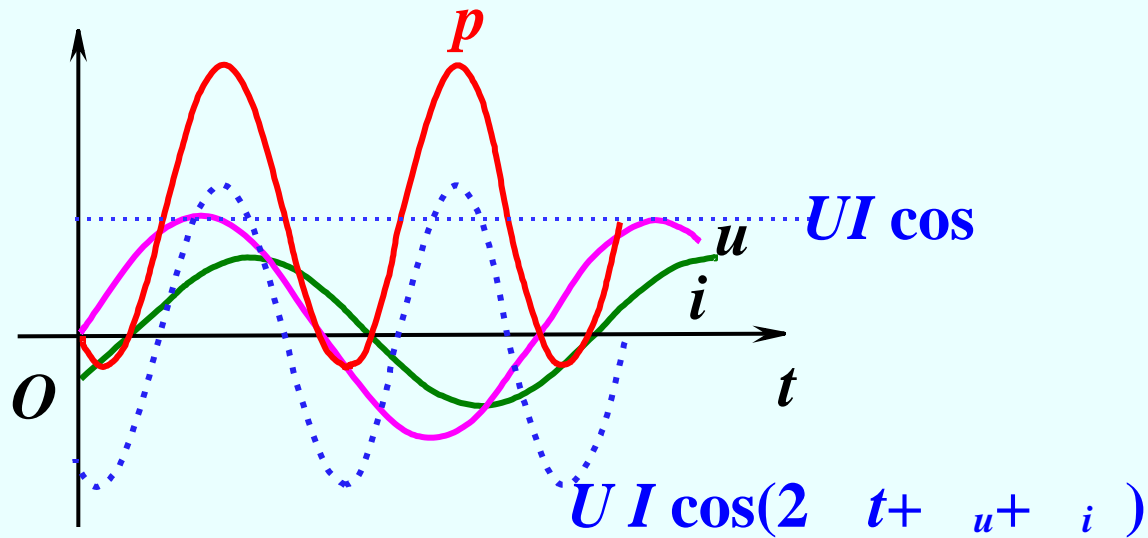
$$u(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \varphi_u)$$

$$i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \varphi_i)$$

1. 瞬时功率 p (instantaneous power)

$$\begin{aligned}
 p &= ui = \sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi_u) \sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi_i) \\
 &= 2\cos(\omega t + \varphi_u)\cos(\omega t + \varphi_i) \\
 &= UI\cos(\varphi_u - \varphi_i) + UI\cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i) \\
 &= UI\cos\varphi + UI\cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i)
 \end{aligned}$$

$$p(t) = UI \cos \phi + UI \cos(2\omega t + \phi_u - \phi_i)$$



特点:

➤ 瞬时功率分为两部分;

➤ 瞬时功率有正有负 $\begin{cases} p > 0, \text{无源一端口网络从电源吸收功率;} \\ p < 0, \text{无源一端口网络供出功率给电源。} \end{cases}$

2 平均功率 P (average power)

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{T} \int_0^T [U I \cos \theta + U I \cos(2\omega t + \theta_u - \theta_i)] dt$$

$$U I \cos \theta$$

$$P = U I \cos \theta$$

P 的单位: W (瓦)

$\cos \theta$: 功率因数。

$\theta = \theta_u - \theta_i$: 功率因数角。对无源网络, 为其等效阻抗的阻抗角。

平均功率又称**有功功率**, 表示一端口实际消耗的功率。
R,L,C构成的一端口电路的有功功率恒为正。
含受控源的一端口电路有可能为负。

对于纯电阻R: $= 0$ $P_R = UI = I^2 R = U^2 G$

对于纯电感L: $= 90^\circ$ $P_L = 0$

对于纯电容C: $= -90^\circ$ $P_C = 0$

计算方法1: $P = UI \cos$

计算方法2: $P = I^2 R$

物理意义: 是电路中等效耗能元件R (G) 所消耗的功率。

功率因数：

$$\cos \varphi \begin{cases} 1, & \text{纯电阻} \\ 0, & \text{纯电抗} \end{cases}$$

一般地，有 $0 < \cos \varphi < 1$

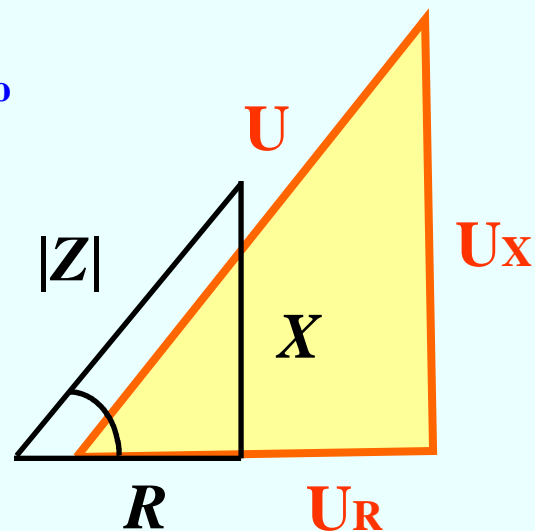
$X > 0, \varphi > 0$ ，感性，滞后功率因数

$X < 0, \varphi < 0$ ，容性，超前功率因数

例： $\cos \varphi = 0.5$ (滞后)，则 $\varphi = 60^\circ$

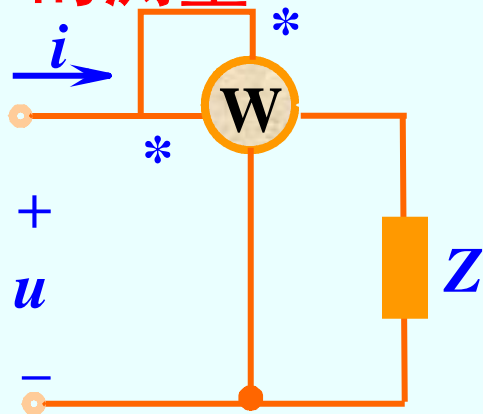
计算方法1： $\cos \varphi = \cos (\varphi_u - \varphi_i)$

计算方法2： $\cos \varphi = P/UI = \frac{R}{|Z|} = \frac{U_R}{U}$

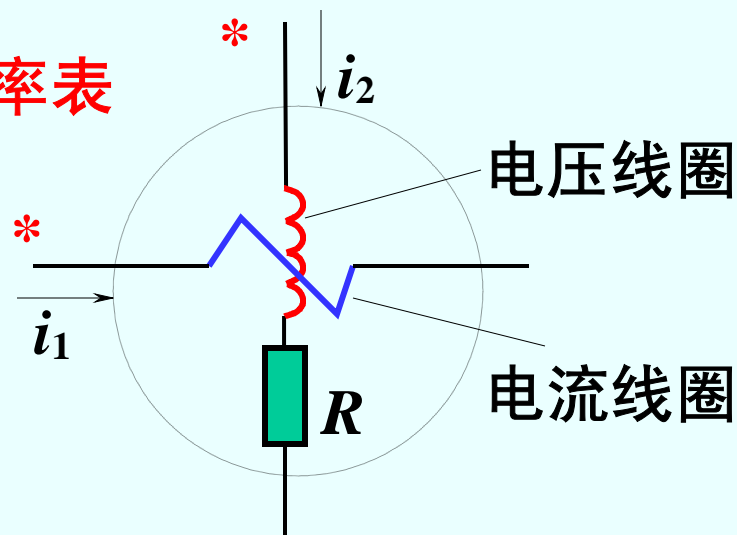


The wattmeter responds to average power.

功率的测量



功率表

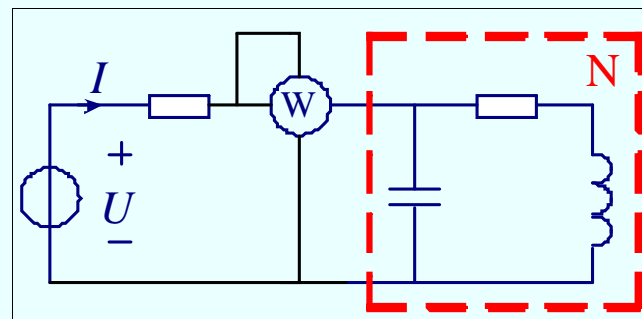


(1) 接法：电流 i 从电流线圈 “*” 号端流入，电压 u 正端接电压线圈 “*” 号端，此时 P 表示负载吸收的功率。

(2) 功率表读数为： $P = UI \cos$

例 图所示电路，设
试求功率表的读数。

$$\dot{U} = 400\text{V}$$



解：功率表的读数实际上
为一端口电路**N**消耗的平均功率。

一端口电路**N**的等效阻抗为

$$Z_N = \frac{(10j10)(j10)}{10j10j10} = (10j10)14.1445$$

输入电流为：

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{10 + Z_N} = \frac{400}{10 + j10} = 1.7926.57\text{A}$$

一端口电路N的端口电压为

U_N

14.14451.7926.57V

25.3118.43V

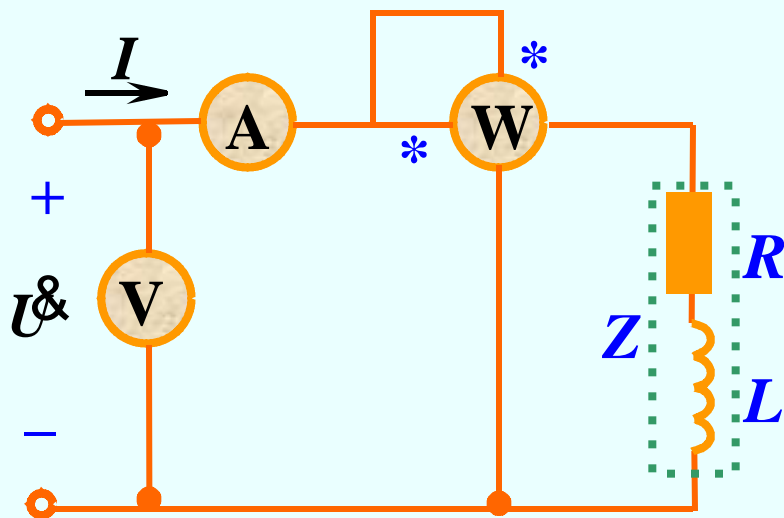
因此功率表的读数为

$P = U_N \cos(\theta_{ui})$

25.311.79cos(18.4326.57)W32.0W

例 三表法测线圈参数。

已知 $f=50\text{Hz}$ ，且测得 $U=50\text{V}$ ， $I=1\text{A}$ ， $P=30\text{W}$ 。
求 R ， L 。



解法2: $R = P / I^2 = 30 / 1^2 = 30 \quad \Omega$

$L = \frac{\sqrt{|Z|^2 - R^2}}{2\pi f} = \frac{\sqrt{50^2 - 30^2}}{2\pi \cdot 50} = 40$

解法1:

$\arccos \frac{P}{UI} = \arccos \frac{30}{50 \cdot 1} = 53.13$

$Z = |Z| = \frac{U}{I} = 50$ 53.13 30 $j40$

$R = 30$, $L = \frac{40}{2\pi \cdot 50} = 127\text{mH}$

3. 无功功率Q (reactive power)

$Q \stackrel{\text{def}}{=} UI \sin \varphi$ Q 的单位: **VAR (乏)**

$$p(t) = UI \cos \varphi = UI \cos(2\pi f t + \varphi_u - \varphi_i)$$

$$UI \cos \varphi = UI \cos(2\pi f t + 2\varphi_u)$$

$$UI \cos \varphi = UI \cos \varphi \cos(2\pi f t + 2\varphi_u) + UI \sin \varphi \sin(2\pi f t + 2\varphi_u)$$

$$UI \cos \varphi = \frac{1}{2} UI \cos 2(\pi f t + \varphi_u)$$

$$UI \sin \varphi \sin 2\pi f t$$

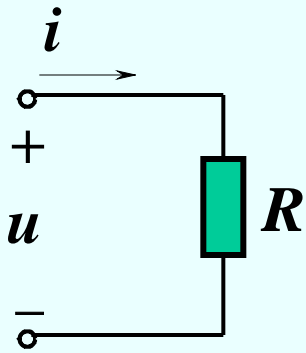
恒 ≥ 0 , 消耗功率, 不可逆。

正负交替, 充放功率, 可逆。

Q ^{逆。}物理意义: 是交流电路与外接电源之间所进行的功率交换的最大程度 (最大规模)。

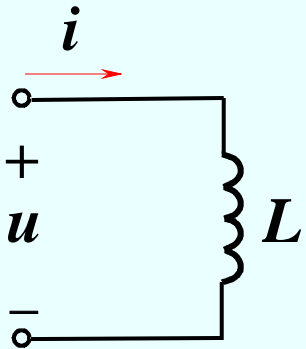
特点: 无功功率有正有负, 感性电路, $\varphi > 0$, $Q > 0$;
容性电路, $\varphi < 0$, $Q < 0$ 。

R 、 L 、 C 元件的有功功率和无功功率



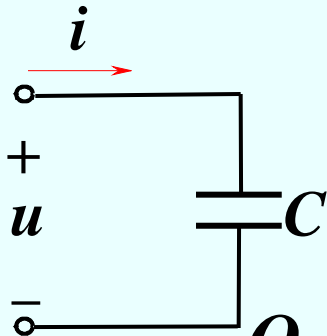
$$P_R = UI \cos \theta = UI \cos 0 = UI = I^2 R = U^2 / R$$

$$Q_R = UI \sin \theta = UI \sin 0 = 0$$



$$P_L = UI \cos \theta = UI \cos 90 = 0$$

$$Q_L = UI \sin \theta = UI \sin 90 = UI = U^2 / \omega L > 0$$

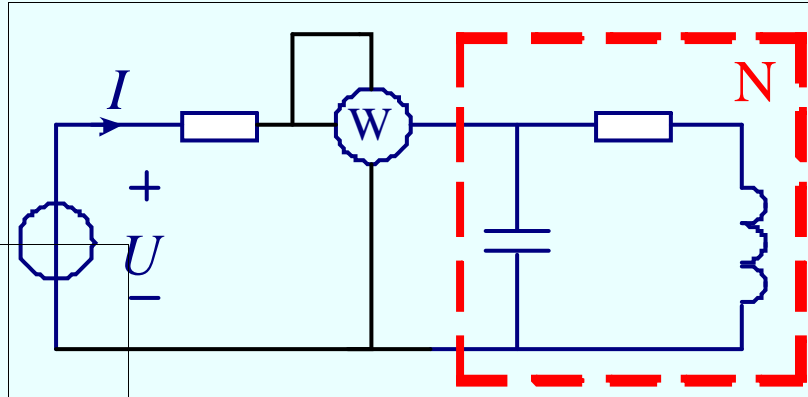


$$P_C = UI \cos \theta = UI \cos (-90) = 0$$

$$Q_C = UI \sin \theta = UI \sin (-90) = -UI = -U^2 / \omega C < 0$$

例 试求一端口电路N的无功功率以及电感、电容元件的无功功率。

解：一端口电路N的无功功率为



$$Q_N = UI_N \sin(\theta_u) = 25.311.79 \sin(18.4326.57) \text{ var} = 32.03 \text{ var}$$

电容元件的无功功率为
电感的电流为：

$$Q_C = U^2 \frac{1}{\omega C} = \frac{25.31^2}{10} \text{ var} = 64.06 \text{ var}$$

$$I_L = \frac{U_N}{10j10} = \frac{25.31 \angle 18.43^\circ}{10j10} = 1.79 \angle -71.57^\circ \text{ A}$$

则电感元件的无功功率为

$$Q_L = UI_L \sin(\theta_u) = 10 \times 1.79 \sin(90^\circ) = 17.9 \text{ var}$$

由上面计算结果可验证

$$Q_C = Q_L + Q_N$$

4. 表观功率 S (apparent power)

$$S \stackrel{\text{def}}{=} UI \quad \text{单位: VA (伏安)}$$

物理意义：反映电气设备的容量。

额定视在功率： $S_N = U_N I_N$

对用电设备来说， S_N 表示它所能允许使用的最大电源容量；

对供电设备来说， S_N 表示它所能供出的最大电源容量。

对于正弦稳态电路：

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

计算方法1： $S = UI$

计算方法2： $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

有功功率、无功功率、视在功率之间的关系：

$$P = UI \cos \varphi \quad (\text{W})$$

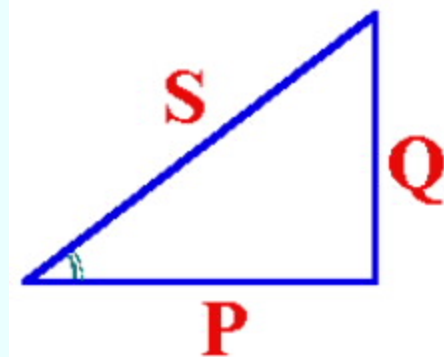
$$Q = UI \sin \varphi \quad (\text{Var})$$

$$S \cos \varphi$$

$$S \sin \varphi$$

$$\frac{Q}{P} = \tan \varphi$$

$$P \tan \varphi$$



功率三角形

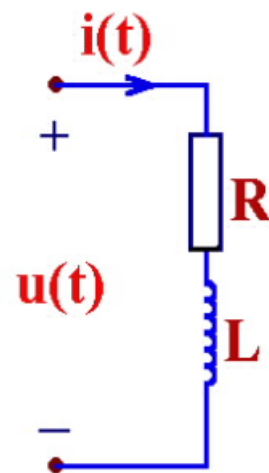
$$S = UI \quad (\text{VA}) \quad \sqrt{P^2 + Q^2}$$

例1：图示电路， $u=707\cos 10$

$t(\text{V})$ ， $i=1.41\cos(t-53.1)(\text{A})$ 。

求解： P 、 Q 、 S 。
 $S = UI = 500 \quad (\text{VA})$ $Q = S \sin \varphi = 400 \quad (\text{Var})$

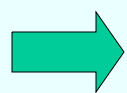
$$P = S \cos \varphi = 300 \quad (\text{W})$$



例 图中的3个负载 Z_1 、 Z_2 和 Z_3 并联接到220V正弦电源上，已知负载 Z_1 吸收的功率为4.4kW，功率因数为0.5（容性）；负载 Z_2 的表观功率为11kVA，功率因数为0.8（感性），负载 Z_3 的有功功率为6.6kW，表观功率为13.2kVA（容性）。试求电源供给的总电流和电路的功率因数。

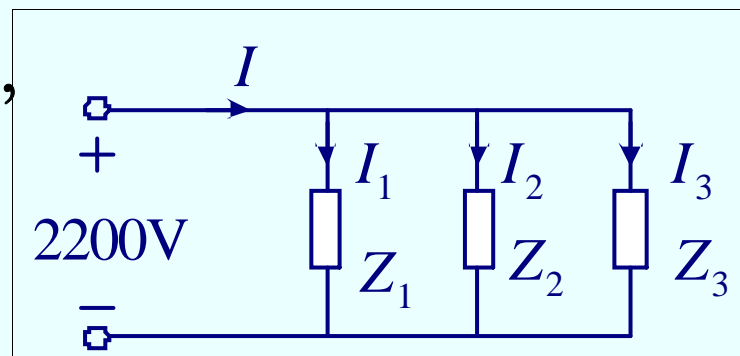
解：已知： $\cos\varphi_1$ （容性），

$\cos\varphi_2$ （感性）



1 60°

2 36.87°



又由功率三角形可得

$\cos\varphi = 6.6 / 13.2$ （容性）

$$\rightarrow \begin{matrix} 60^\circ \\ 3 \end{matrix}$$

由 $P = UI \cos \phi$, 可得负载1的电流有效值为

$$I_1 = \frac{P_1}{U_{11} \cos \phi_1} = \frac{4400}{220 \times 0.5} = 40 \text{ A}$$

$$\rightarrow \begin{matrix} I_2 = 5036.87 \text{ A} \\ I_3 = 6060 \text{ A} \end{matrix}$$

$$\rightarrow \begin{matrix} I_{123} = 106.3232.17 \text{ A} \end{matrix}$$

电路的功率因数为

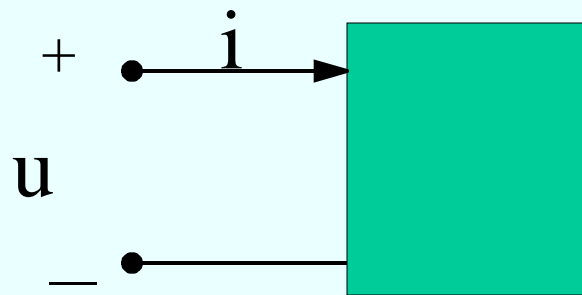
$$\cos \phi = \cos(32.17^\circ) = 0.847$$

10.2.4 非正弦周期稳态电路的功率

1. 平均功率: 非正弦周期电流电路中的平均功率为其瞬时功率在一周期内的平均值。

即:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p \, dt = \frac{1}{T} \int_0^T u i \, dt$$



$$P = \frac{1}{T} \int_0^T [U_0 + \sum_{k=1}^K U_{km} \cos(k\omega t + \varphi_{uk})] [I_0 + \sum_{k=1}^K I_{km} \cos(k\omega t + \varphi_{ik})] \, dt$$

$$P = U_0 I_0 + \sum_{k=1}^K U_k I_k \cos \varphi_k \quad (\text{三角函数的正交性})$$

$$U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_2 I_2 \cos \varphi_2 + \dots + U_k I_k \cos \varphi_k$$

$$\text{式中: } U_k = \frac{U_m}{\sqrt{2}}, \quad I_k = \frac{I_m}{\sqrt{2}}, \quad \varphi_k = \varphi_{uk} - \varphi_{ik}, \quad k = 1, 2, \dots$$

$$P = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_2 I_2 \cos \varphi_2 + \dots + U_k I_k \cos \varphi_k$$

结论: 非正弦周期电流电路中的平均功率为直流分量构成的功率与各次谐波构成的平均功率之和。

Notes: 谐波次数不同的电压电流在电路中不构成平均功率;

eg. 若 $u = u_1 + u_2$, $i = I_0 + i_1 + i_3$ 则 $P = U_1 I_1 \cos \varphi_1$

2. 视在功率

$$S = UI = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots + U_k^2} \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots + I_k^2}$$

$$S = U_0 I_0 + U_1 I_1 + U_2 I_2 + \dots + U_k I_k$$

电压

$$Q = \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \sin \varphi_k$$

功率因数

$$\cos \varphi = \frac{P}{S}$$

例 已知一端口电路的电压和电流分别为

$$i(t) = [11.94 \cos(1014t) + 1.7 \sin(5032t)] \text{ A}$$

$$u(t) = [1010 \cos 1010t + 3010 \cos 50] \text{ V}$$

试求平均功率、无功功率、表观功率。

解： 一端口电路吸收的平均功率为

$$P = 101 \cos 14^\circ \frac{11.94}{\sqrt{2}} \frac{1.7}{\sqrt{2}} \cos(32^\circ) = 109.4127.2086.62 \text{ W}$$

无功功率为

$$Q = \frac{101.94}{\sqrt{2}} \frac{1.7}{\sqrt{2}} \sin 14^\circ \sin(32^\circ) = 2.3474.5042.158 \text{ var}$$

表观功率为

[illegible]

10.2.5 功率因数的提高

$$\cos \frac{P}{S}$$

在电力系统中发电机的容量为（额定电压与额定电流之积 UI ）。发电机在额定电压和额定电流下运行时输出的平均功率 P 与所接负载的功率因数 \cos 密切相关。

（1）当所接负载是电阻性负载时， $\cos = 1$

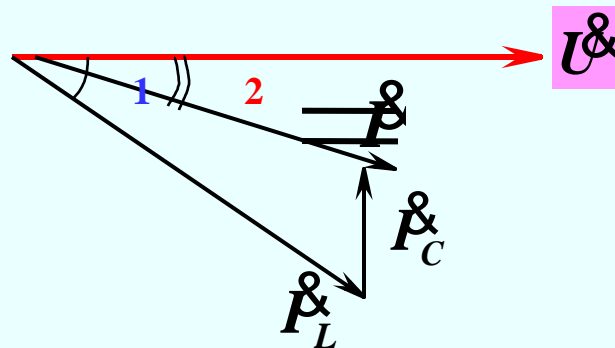
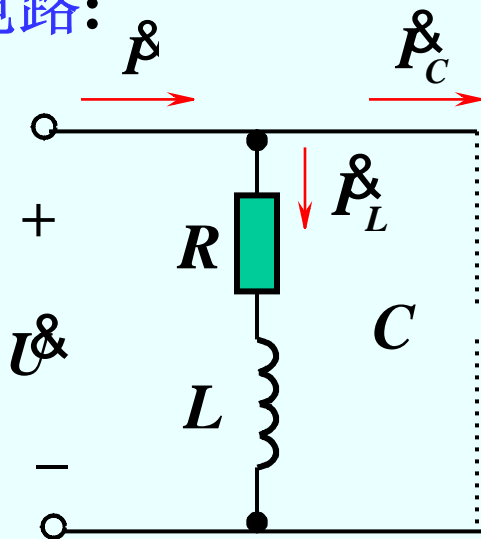
发电机输出的平均功率为 $UI\cos = UI$ ，恰好等于发电机的容量；

（2）当负载是感性（或容性）负载时，因 $\cos < 1$ ，

发电机输出的平均功率要小于该机的容量；

由于电力系统和工业负载多数是感性负载。为了提高功率因数，一般采用在感性负载上并联电容的办法。

分析负载电路：



❖从负载(**R**, **L**)取用功率这个角度来看：

$P_R = UI_L \cos \phi_1$ 和 $Q_L = UI_L \sin \phi_1$ 均保持不变

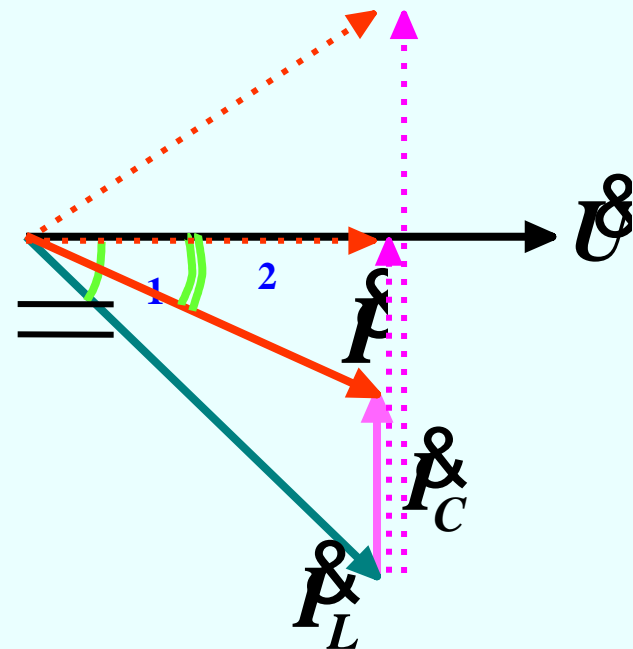
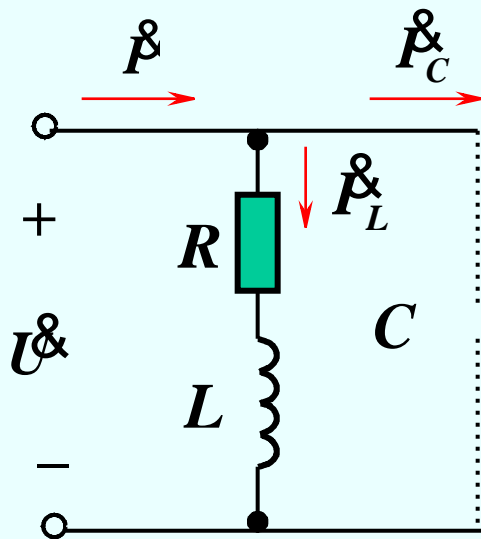
❖从整体负载(**R**, **L**, **C**)取用功率这个角度来看：

有功功率： $UI_L \cos \phi_1 = UI \cos \phi_2$

无功功率： $UI_L \sin \phi_1 > UI \sin \phi_2$

并C后

并联电容后，电源向负载输送的有功 $UI_L \cos \phi_1 = UI \cos \phi_2$ 不变，但是电源向负载输送的无功 $UI \sin \phi_2 < UI_L \sin \phi_1$ 减少了，减少的这部分无功就由电容“产生”来补偿，使感性负载吸收的无功不变，而功率因数得到改善。



并联电容不同 { 欠补偿——功率因数提高，性质不变
全补偿——电路呈纯电阻性
过补偿——使功率因数又由高变低(性质不同)

显然功率因数提高后，线路上总电流减少，但继续提高功率因数所需电容很大，增加成本，总电流减小却不明显。因此一般将功率因数提高到0.9即可。

例1

已知：电动机 $P_D=1000\text{W}$ ， $U=220\text{V}$ ， $f=50\text{Hz}$ ， $C=30\text{F}$ ，

$\cos \varphi_D=0.8$ (感性)。求负载电路的功率因数。

解：

用计算方法：

$$\cos \varphi = \cos (\varphi_u - \varphi_i)$$

$$I_D = \frac{P_D}{U \cos \varphi_D} = \frac{1000}{220 \times 0.8}$$

$$\cos \varphi_D = 0.8 \quad \text{感性}$$

$$5.68\text{A}$$

D

$$36.9^\circ$$

$$\text{设 } \dot{U} = 220 \angle 0^\circ$$

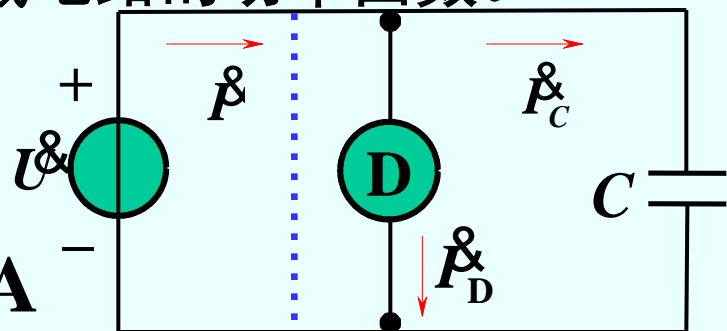
$$\dot{I}_D = 5.68 \angle 36.9^\circ$$

$$\dot{I}_C = j C 220 \angle 0^\circ = j 2.08$$

$$\dot{I} = \dot{I}_D + \dot{I}_C = 4.54 + j 1.33 = 4.73 \angle 16.3^\circ$$

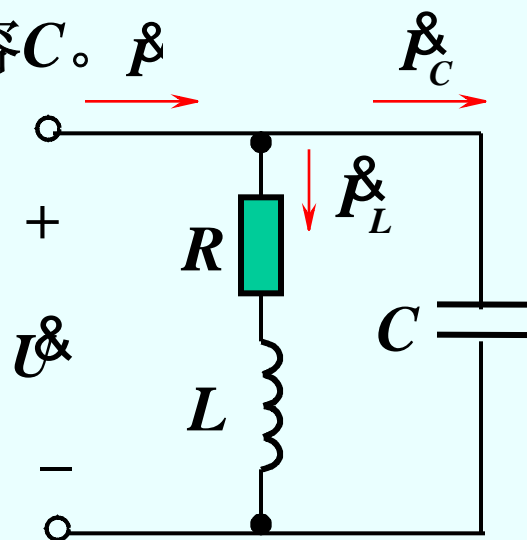
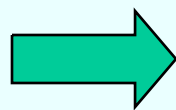
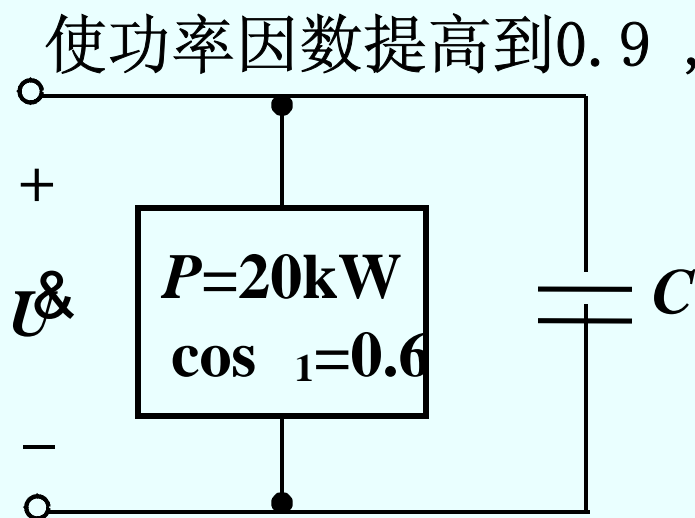
$$\cos \varphi = \cos [0^\circ - (16.3^\circ)] = 0.96 \quad (\text{滞后})$$

#10.8, 10.14



例

已知: $f=50\text{Hz}$, $U=380\text{V}$, $P=20\text{kW}$, $\cos \varphi_1=0.6$ (滞后)。要使功率因数提高到0.9, 求并联电容 C 。



解: 由 $\cos \varphi_1 = 0.6$ 得 $\varphi_1 = 53.13^\circ$

由 $\cos \varphi_2 = 0.9$ 得 $\varphi_2 = 25.84^\circ$

$$I_C = I_L \sin \varphi_1 = I \sin \varphi_2$$

将 $I = \frac{P}{U \cos \varphi_2}$, $I_L = \frac{P}{U \cos \varphi_1}$ 代入得

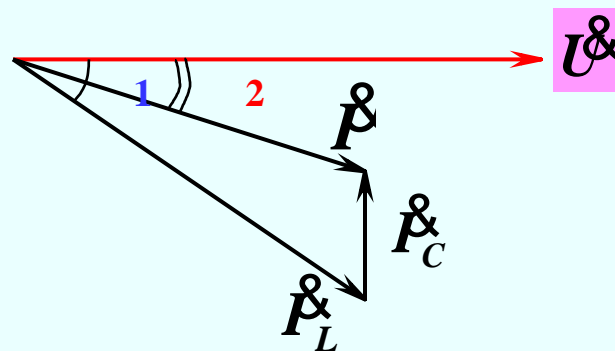
$$\frac{P}{U \cos \varphi_2} \sin \varphi_2$$

12

又



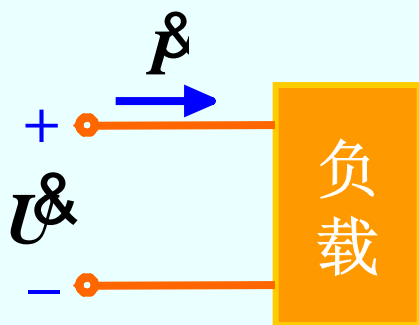
$$C = \frac{P}{U^2} (\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2)$$



10.3 复功率

1. 复功率

为了用相量 \dot{U} 和 \dot{I} 来计算功率，引入“复功率”



定义：

$$\bar{S} = \dot{U} \dot{I}^* \quad \text{单位 VA}$$

$$\bar{S} = UI (\cos \varphi_u - \varphi_i) = UI \cos \varphi = P + jQ$$

$$= UI \cos \varphi = P + jQ$$

$$P = \operatorname{Re}[\dot{U} \dot{I}^*]$$

$$Q = \operatorname{Im}[\dot{U} \dot{I}^*]$$

$$S = |\dot{U} \dot{I}|$$

➤ 复功率无物理意义，只是一个计算量。

$$\text{计算方法1: } \bar{S} = \dot{U} \dot{I}^*$$

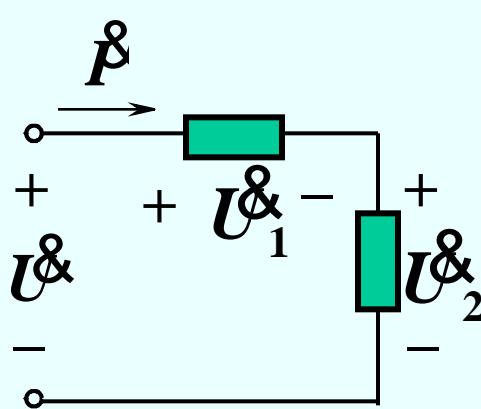
$$\text{计算方法2: } \bar{S} = S$$

复功率满足守恒定理：在正弦稳态下，任一电路的所有支路吸收的复功率之和为零。即

$$\sum_{k=1}^b \bar{S}_k = 0 \quad (j)0$$

$$\begin{matrix} \bar{P}_k & 0 \\ \bar{Q}_k & 0 \end{matrix}$$

* 复功率守恒，不等于视在功率守恒。



$$\bar{S} = \bar{U} \bar{I}^* = (\bar{U}_1 + \bar{U}_2) \bar{I}^*$$

$$\bar{S} = \bar{U}_1 \bar{I}^* + \bar{U}_2 \bar{I}^* = \bar{S}_1 + \bar{S}_2$$

$$S = UI \quad S_1 = U_1 I \quad S_2 = U_2 I$$

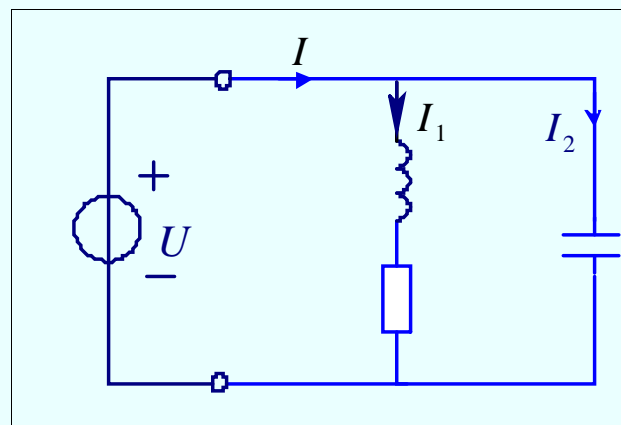
$$S = S_1 + S_2$$

$$S_k$$

一般情况下：

例 图所示电路中，已知
试计算电压源提供的复功率。

$$\dot{U} = 1000\text{V}^\circ$$



解1： 利用复功率的定义计算。从电压源两端看去的等效阻抗为

$$Z = (3j4) // (j5)(7.5j2.5) = 7.9118.43^\circ$$



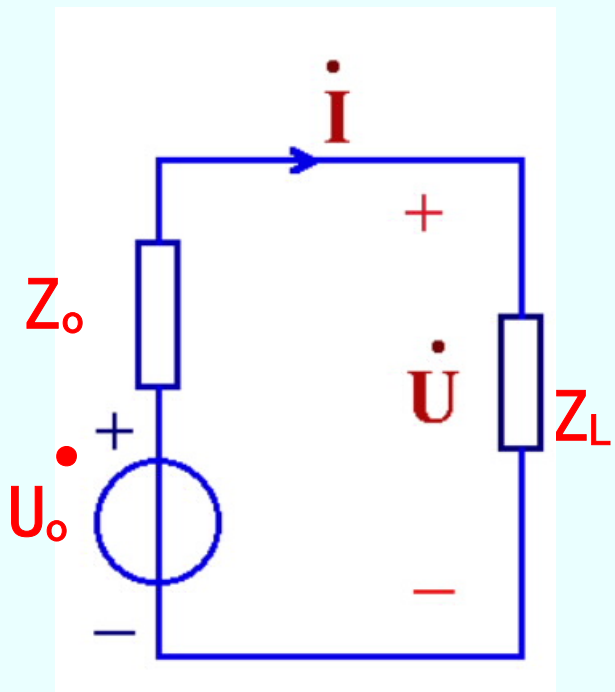
$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{1000^\circ}{7.5j2.5} \text{A} = (12j4) \text{A}$$

电压源提供的复功率为

$$S_{\text{UI}} = \dot{U} \dot{I}^* = 1000(12j4) \text{VA} = (1200j400) \text{VA}$$

10-4 极大功率传输

一、功率传输（共轭匹配）电阻和电抗都可独立变化条件下



$$Z_L = R_o + jX_o$$

(共轭匹配)

$$Z_L = R_L + jX_L$$

$$Z_o = R_o + jX_o$$

$$I = \frac{U_o}{Z_o + Z_L}$$

$$I = \frac{U_o}{(R_o + R_L) + j(X_o + X_L)}$$

$$P = I^2 R_L$$

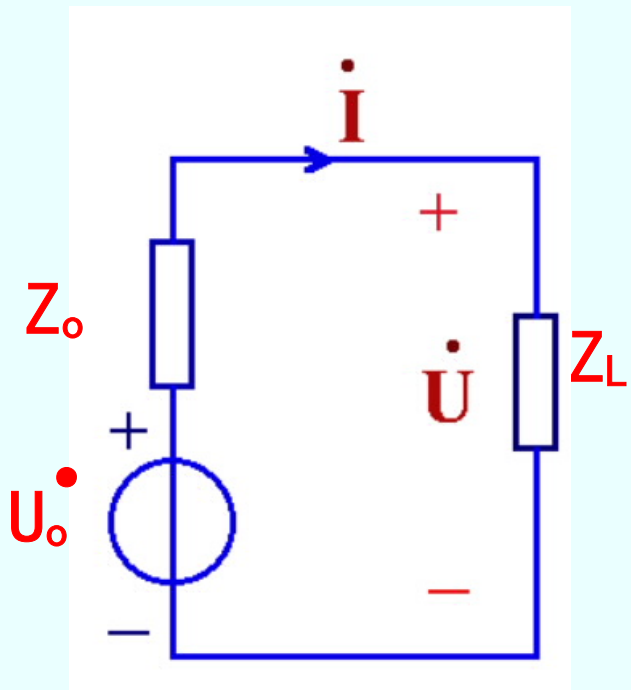
$$= \frac{U_o^2 R_L}{(R_o + R_L)^2 + (X_o + X_L)^2}$$

并且

$$P_{\max} = \frac{U_o^2}{4R_o}$$

二、功率传输（等模匹配）

阻抗角不变，模可变的条件下



$$Z_o = R_o + jX_o$$

$$Z_o = R_o + jX_o$$

$$I = \frac{U_o}{Z_o + Z_L}$$

$$P = I^2 R_L = \frac{U_o^2 R_L}{(R_o + R_L)^2 + (X_o + X_L)^2}$$

$$\left| \frac{Z_L}{Z_o} \right| = 1 \quad \text{且} \quad P_m = \frac{U_o^2 |Z_o|}{(R_o + |Z_o|)^2 + X_o^2}$$

例：图示电路已知 $U = 0.1 \angle 0^\circ \text{ V}$, $f = 100 \text{ MHz}$.

求：1) 负载 R 获最大功率时，电路中 $R=?$ $C=?$ $P_{\max}=?$

$$Z_o = 50 + j62.8 \quad Z_L = \frac{R + j\omega CR^2}{1 + (\omega CR)^2}$$

由最大功率传输条件： $Z_L = Z_o^*$

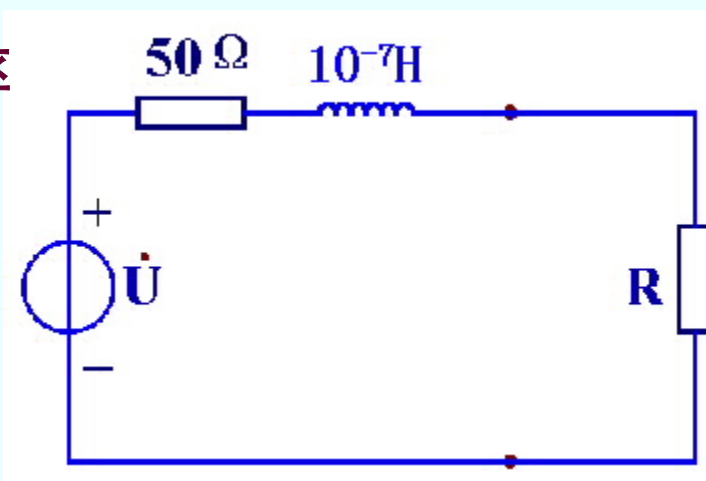
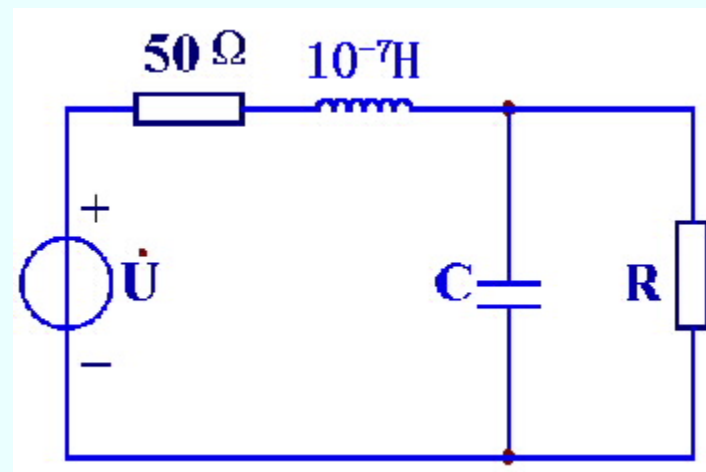
有 $\frac{R}{1 + (\omega CR)^2} = 50 \quad \frac{\omega^2 CR^2}{1 + (\omega CR)^2} = 62.8$

$$\omega CR = 1.256 \quad R = 128.8768 \quad C = 15.5 \text{ pF} \quad P_m = \frac{U^2}{4R_o} = 50 \text{ W}$$

2) 移去 C 时， $R=?$ 时可获最大功率

$$Z_o = 50 + j62.8 \quad R = |Z_o| = 80.2735$$

$$P_m = \frac{U_o^2 |Z_o|}{(R_o + |Z_o|)^2} = 38.38 \text{ W}$$



10-5 三相电路的功率

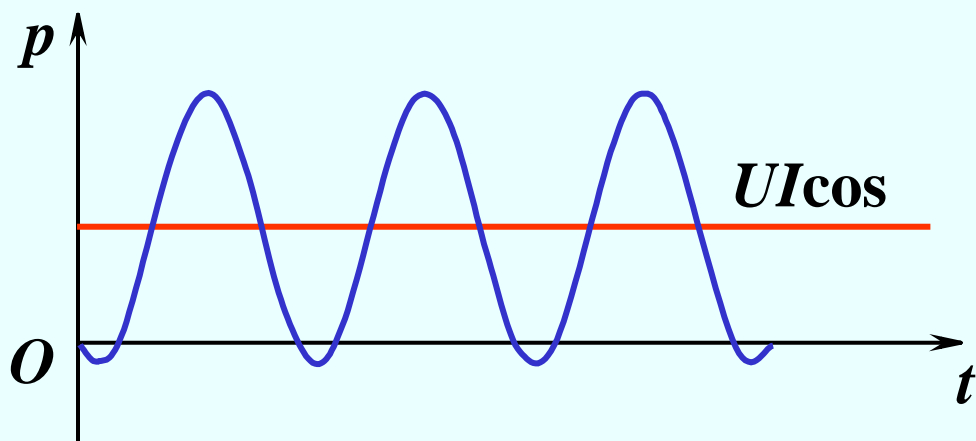
1. 瞬时功率 P

$$p_{UU} = u_U i_U = UI \cos \varphi \cos(2\omega t)$$

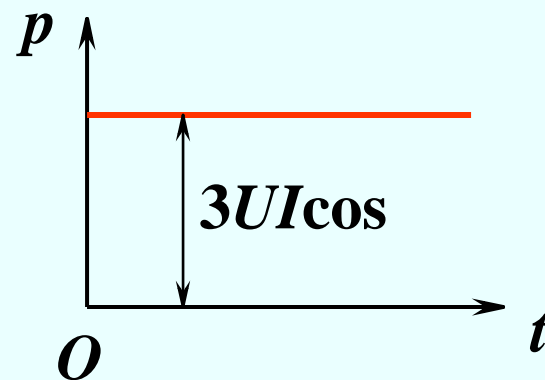
$$p_{VV} = u_V i_V = UI \cos \varphi \cos[(2\omega t - 120^\circ)]$$

$$p_{WW} = u_W i_W = UI \cos \varphi \cos[(2\omega t + 120^\circ)]$$

$$p_{UVW} = p_{UU} + p_{VV} + p_{WW} = 3UI \cos \varphi$$



单相：瞬时功率脉动



三相：瞬时功率平稳

2. 对称三相电路的平均功率 P

对称三相负载 $|Z|$

单相平均功率 $P_p = U_p I_p \cos \phi$

三相总功率 $P = 3P_p = 3U_p I_p \cos \phi$

Y接: $U_l = \sqrt{3}U_p, I_l = I_p$

$$P = 3 \frac{1}{\sqrt{3}} U_l I_l \cos \phi = \sqrt{3} U_l I_l \cos \phi$$

Δ接: $U_l = U_p, I_l = \sqrt{3}I_p$

$$P = 3U_l \frac{1}{\sqrt{3}} I_l \cos \phi = \sqrt{3} U_l I_l \cos \phi$$

注意:

(1) 为相电压与相电流的相位差角(相阻抗角), 不要误以为是线电压与线电流的相位差。

(2) \cos 为每相的功率因数, 在对称三相制中即三相功率因数:

$$\cos \varphi_U = \cos \varphi_V = \cos \varphi_W = \cos \varphi。$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{\sqrt{3}U_l I_l} = \frac{P}{3U_p I_p}$$

(3) P 亦为电源发出的有功功率。

2. 无功功率 Q

$$Q = Q_U + Q_V + Q_W = 3Q_p$$

$$Q = 3U_p I_p \sin \varphi = \sqrt{3}U_l I_l \sin \varphi$$

3. 复功率

$$\bar{S} = \bar{S}_P + j\bar{Q} = 3\bar{S}_p$$

$$\bar{S} = \bar{S}_U + j\bar{S}_I = \sum_{k=1}^3 \bar{S}_{U_k I_k}$$

4. 视在功率S

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3U_p I_p = \sqrt{3}U_l I_l$$

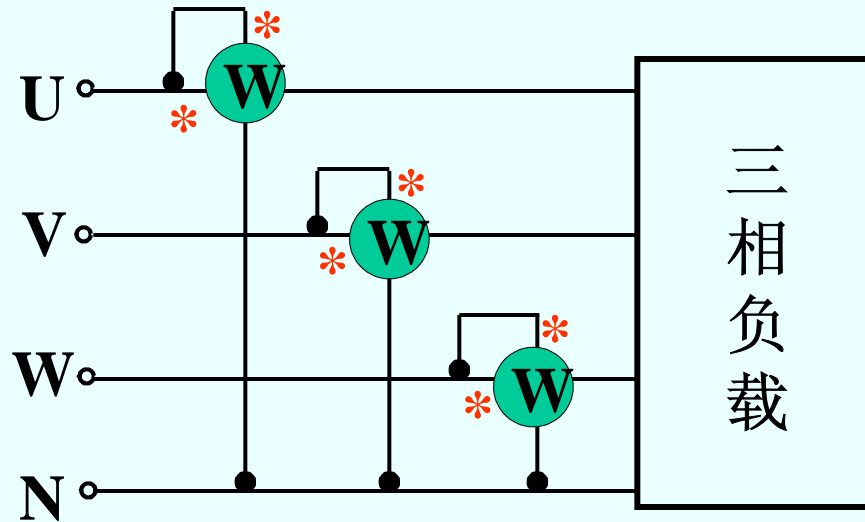
功率因数也可定义为：

$$\cos \varphi = P/S \quad (\text{不对称时 无意义})$$

一般来讲， P 、 Q 、 S 都是指三相总和。

5. 三相功率的测量(对称, 不对称)

(1) 三表法:

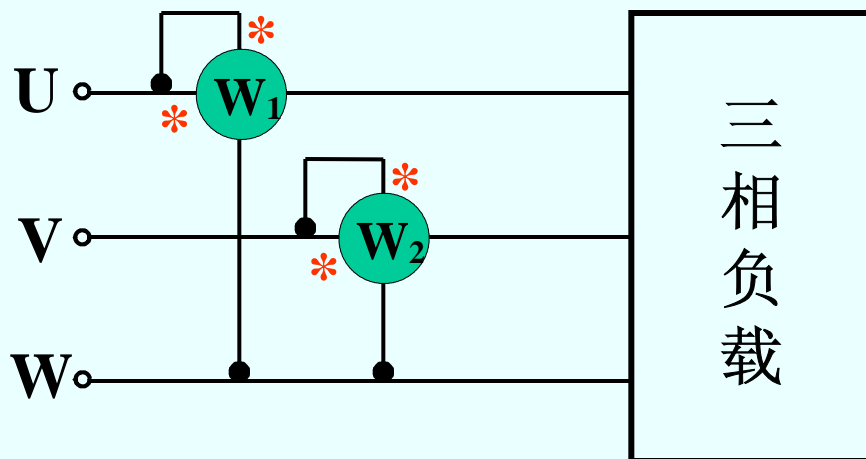


$$p_{UUN} + p_{UVN} + p_{WVN}$$

$$P + P + P_{UVW}$$

若负载对称, 则需一块表, 读数乘以 **3**。

(2) 二表法:



这种量测线路的接法是将两个功率表的电流线圈接到任意两相中，而将其电压线圈的公共点接到另一相没有功率表的线上。

若 W_1 的读数为 P_1 ， W_2 的读数为 P_2 ，则 $P=P_1+P_2$
即为三相总功率。

证明：（设负载为Y接）

$$p = u_{UN} i_U + u_{VN} i_V + u_{WN} i_W$$

$$i_U + i_V + i_W = 0 \quad (\text{KCL})$$

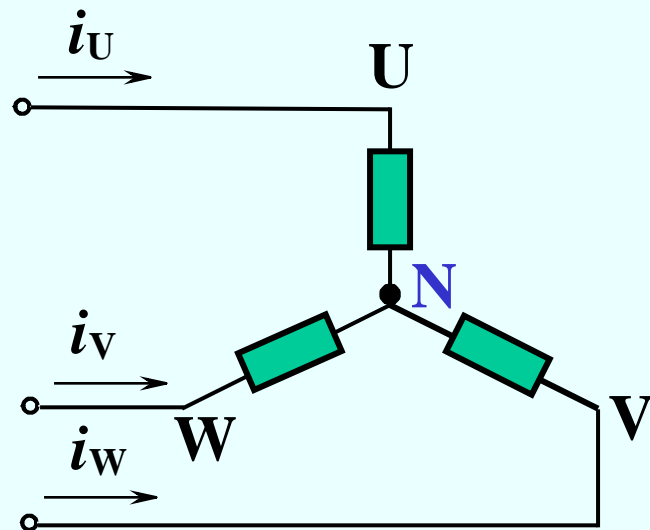
$$i_W = -(i_U + i_V)$$

$$p = (u_{UN} - u_{WN}) i_U + (u_{VN} - u_{WN}) i_V$$

$$= u_{UW} i_U + u_{VW} i_V$$

$$P = U_{UW} I_U \cos \varphi_1 + U_{VW} I_V \cos \varphi_2$$

φ_1 : u_{UW} 与 i_U 的相位差； φ_2 : u_{VW} 与 i_V 的相位差。



上面两块表的接法正好满足了这个式子的要求，所以两个功率表的读数的代数和就是三相总功率。

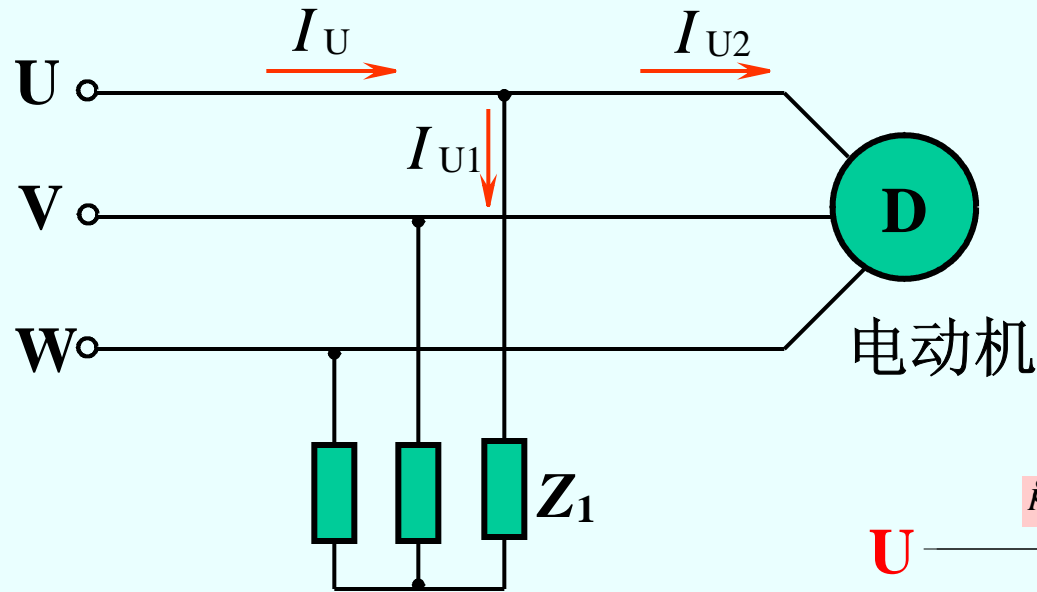
最后表达式仅与线电压有关，所以**也适用** **接**。

注意:

1. 只有在 $i_U+i_V+i_W=0$ 这个条件下, 才能用二表法(即Y接, 接)。不能用于不对称三相四线制。
2. 两块表读数的代数和为三相总功率, 每块表的单独读数无意义。
3. 按正确极性接线时, 二表中可能有一个表的读数为负, 此时读数应记为负值。
4. 两表法测三相功率的接线方式有三种, 注意功率表的同名端。

例: $U_l = 380V$, $Z_1 = 30 + j40$, 电动机 $P = 1700W$, $\cos\phi = 0.8$ (感性)。

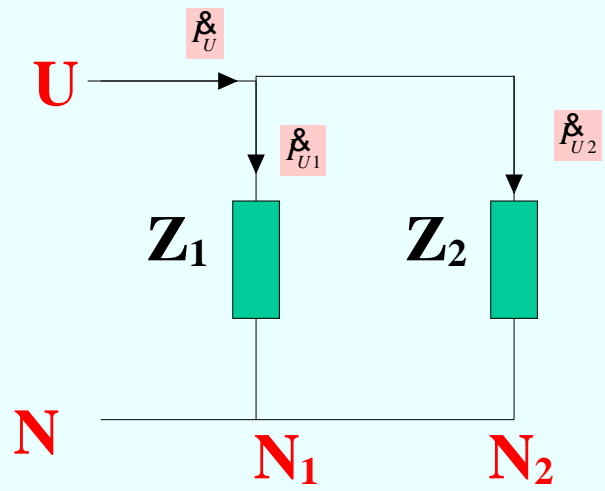
求: 线电流和电源发出总平均功率;



解:

(1) $U_{UN} = 220V$

$$I_{U1} = \frac{U_{UN}}{Z_1} = \frac{220}{30 + j40} = 4.4153.1A$$



电动机负载:

$$P_{U2} = 1700 \text{ W}$$

$$I_{U2} = \frac{P_{U2}}{\sqrt{3} U \cos \phi} = \frac{1700}{\sqrt{3} \times 220 \times 0.8} = 3.23 \text{ A}$$

$$\cos \phi = 0.8, \quad \phi = 36.9^\circ$$

$$I_{U2} = 3.23 \text{ A}$$

$$I_{V2} = 3.23 \text{ A}$$

总电流:

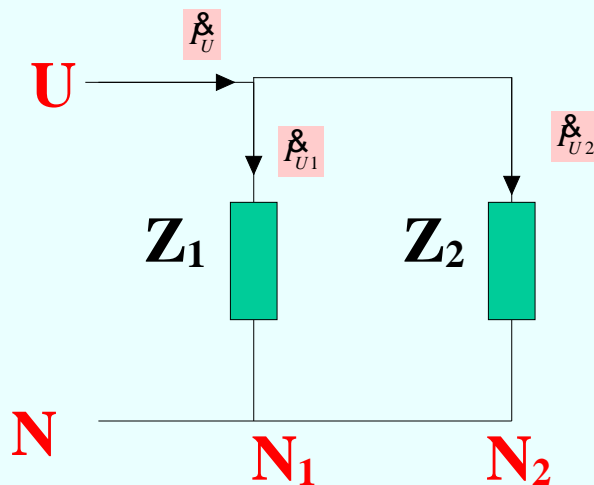
$$I_{U1U2}$$

$$4.41 \text{ A}$$

$$P_{\text{总}}$$

$$U_N \quad U$$

$$32207.56 \cos 46.23^\circ = 23.44 \text{ kW}$$



本章小结：

1、 正弦稳态电路功率：

1) $p(t)$ 、 P 、 Q 、 S 、 \cos ； 功率因数提高；

2) 最大功率传输：共轭匹配；等模匹配。

2 三相电路的功率

	$p(t)$	$p_A(t)$	$p_B(t)$	$p_C(t)$	$P(W)$
--	--------	----------	----------	----------	--------

$$P = 3U_p I_p \cos$$

$$Q = 3U_p I_p \sin$$

$$S = 3U_p I_p$$

功率测量 1) 三相四线供电系统：

单相测量，三相相

加。三相三线供电系统：

二瓦计法。

#10. 32