机械优化设计

任课教师：周炜

联系电话：021-64252074

email:wzhou@ecust.edu.cn

教材：

孙靖民：《机械优化设计》第4版

机械工业出版社

学习参考书

（1）范鸣玉《最优化技术基础》

（2）周济 ： 《机械设计优化方法及应用》

考试方式及成绩评定：

平时成绩：占20%（包括点名和平时作业）

考试成绩：占80%（开卷）

考试时间：10周周五

本课程的主要内容：

- 优化设计概述
- 优化设计的数学基础
- 一维搜索
- 无约束方法
- 约束优化方法
- 多目标优化问题
- 机械优化设计实例

（1）来源：优化一语来自英文***Optimization***，其本意是寻优的过程

（2）优化过程：是寻找给定函数取极大值（以max表示)或极小(以min表示)的过程。优化方法也称数学规划，是用科学方法和手段进行决策及确定最优解的数学。

（3）优化设计：根据给定的设计要求和现有的技术条件，应用专业理论和优化方法，在电子计算机上从满足给定的设计要求的许多可行方案中，按照给定的指标自动地选出最优的设计方案。

（4）应用

化学工程、机械工程、建筑工程、运输工程、生产控制、经济规划和经济管理等

具体到机械领域有：电路优化，最优控制，零件参数优化，空间布局优化，生产流程优化，生产调度等等

第一章 机械优化设计的基本概念

1-1 概述

1. 优化设计的思想：

它是一门将*最优化的数学理论*和*现代计算技术*相结合的一门学科

*现代计算技术*为我们提供了一种崭新的求解模式，它是广泛利用*数值迭代*，*数值计算*的方法寻求最优解

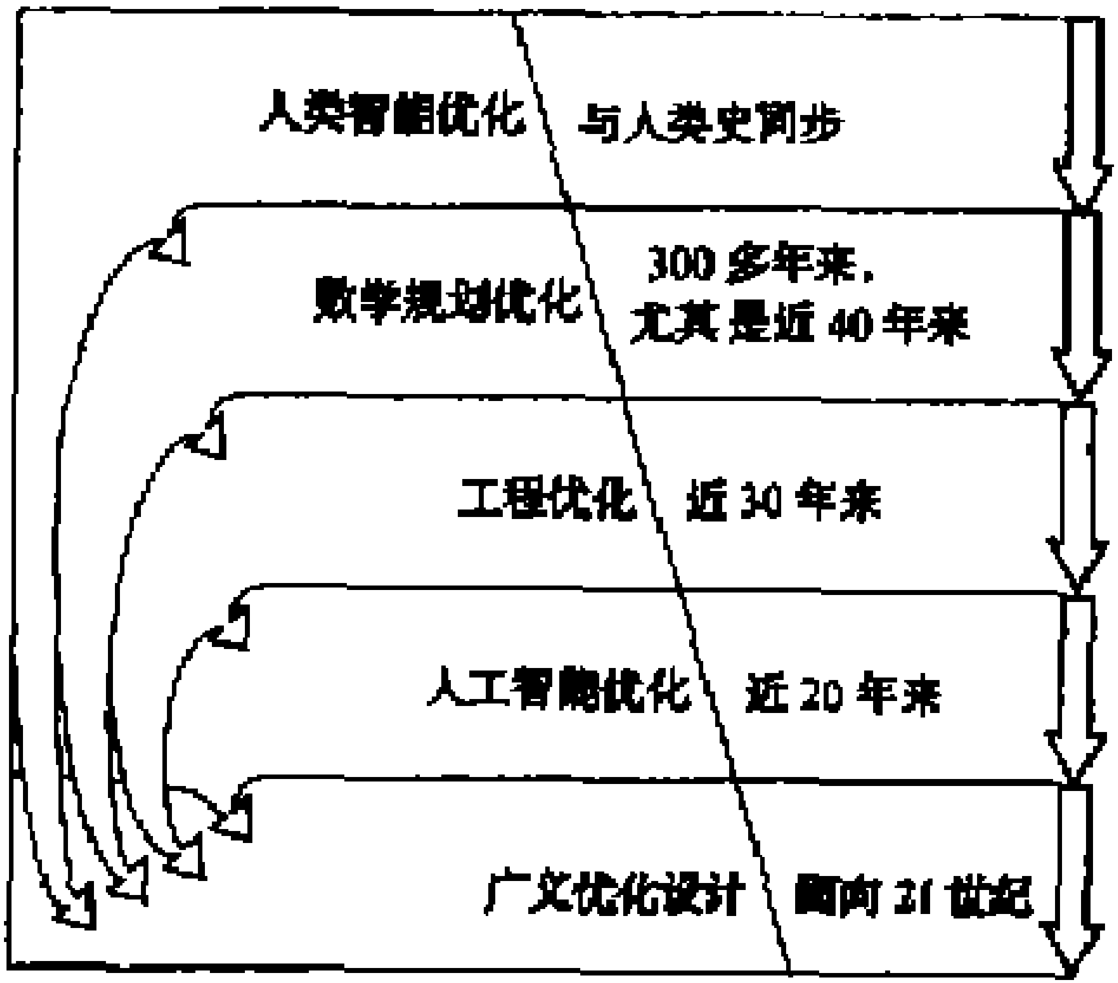
2. 发展概况

50年代数学规划理论为优化设计奠定了基础

60年代计算机技术的发展为优化设计提供了强有力的手段

60年代后期优化设计方法成功地应用到了机械设计领域：机构优化，主体优化，主机优化等

3. 优化设计的方法及发展趋势：



3.1数学规划法：（较成熟的研究方法）

一维搜索

无约束优化

线性规划

约束优化

它的核心是根据实际问题建立数学模型，通过数学求解，迭代快速找到最优的设计方案

3.2智能优化 (现代启发式算法)

包括神经网络、遗传算法、模拟退火算法和神经网络混合优化学习策略，广义优化等等

4. 经典优化和现代优化的比较：

	现代优化	传统优化
	现代优化	传统优化
1	等式，不等式约束	等式约束
2	数值叠代方法	解析方法
3	n元函数的极值	只能解决一，二元极值
4	多约束	少量等式约束
5	非线性问题	非线性问题次数不能高
6	近似解	精确解

1-2优化设计问题的数学模型

1．**设计变量：**

它是一个或一组可供设计者改变的量

a) 通常一个设计方案可以用一组基本参数的数值来表示，包括：

几何参数：零件外形尺寸　截面尺寸

机构运动　尺寸

物理参数：重量，力，力矩，惯性矩，频率

导出量：　应力　效率

选择设计变量需注意的两点：

我们在优化模型中，这些都可以作为设计变量。在具体的实际问题当中，我们要根据数学模型合理地选择设计变量，将其中的一些做为变量，一些作为常量

设计变量同时也分为连续变量和离散变量，对于齿轮齿数和模数这样的情况，就是离散的

b) 设计变量的表示

设计变量的个数称为优化问题的维数

若有n个设计变量，则称为n维优化设计问题，通常用列向量来表示设计变量：

$$\mathbf{X}=\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}=[\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2\ldots\mathbf{x}_n]^T$$

C)合理选择设计变量

在数学模型中，是不是设计变量的个数越多越好呢？是不是设计变量的个数越多，结果越精确呢 ？

设计变量

设计的自由度大 → 可供选择的方案多 → 易于得到最优结果

（同时）设计问题复杂化 → 解题困难

2．约束条件：

可行方案必须满足某些限制条件，这些限制条件称为约束条件，简称约束。

a) 约束条件的分类：

根据约束的形式分：　　等式约束，不等式约束

根据约束的性质分：　　性能约束，边界约束

b) 约束条件的表示形式：

一般形式为：　$C_i(X) \leqslant 0$　　$i=1, 2, \ldots q$

$C_j(X)=0$　　$j=1, 2, \ldots p$

3. **目标函数：**

目标函数又称为评价函数，是用来评价设计方案的好坏标准，记作F(x)

目标函数 — **单目标函数**

目标函数 — **多目标函数**

目标函数　设计评价　综合效果　易于得到最优结果

越多　全面　越好　加大

4. 优化设计问题的数学模型：

$$\text{实际问题} \xrightarrow{\text{抽象}} \text{数学模型}$$

a）标准形式：

$$\min f(\underline{X}),\quad \underline{X}=[x_1,x_2,\ldots x_n]^T$$

$$\text{st.}\quad h_k(\underline{X})=0 \quad (k=1,2,\ldots.l)$$

$$g_j(\underline{X})\leqslant 0 \quad (j=1,2,\ldots.m)$$

b) 讨论

无约束优化：k=j=0

约束优化：k, j至少有一个不为零

非线性规划：$f(\underline{x})$，$h_k(\underline{x})$，$g_i(\underline{x})$ 至少有一个不是线性函数

线性规划：$f(\underline{x})$，$h_k(\underline{x})$，$g_i(\underline{x})$ 都是线性函数

c) 注意：

① 当目标函数为求极大值时，

令 $f(x) = -G(x)$

则 $\max G(x) = \min f(\underline{x})$

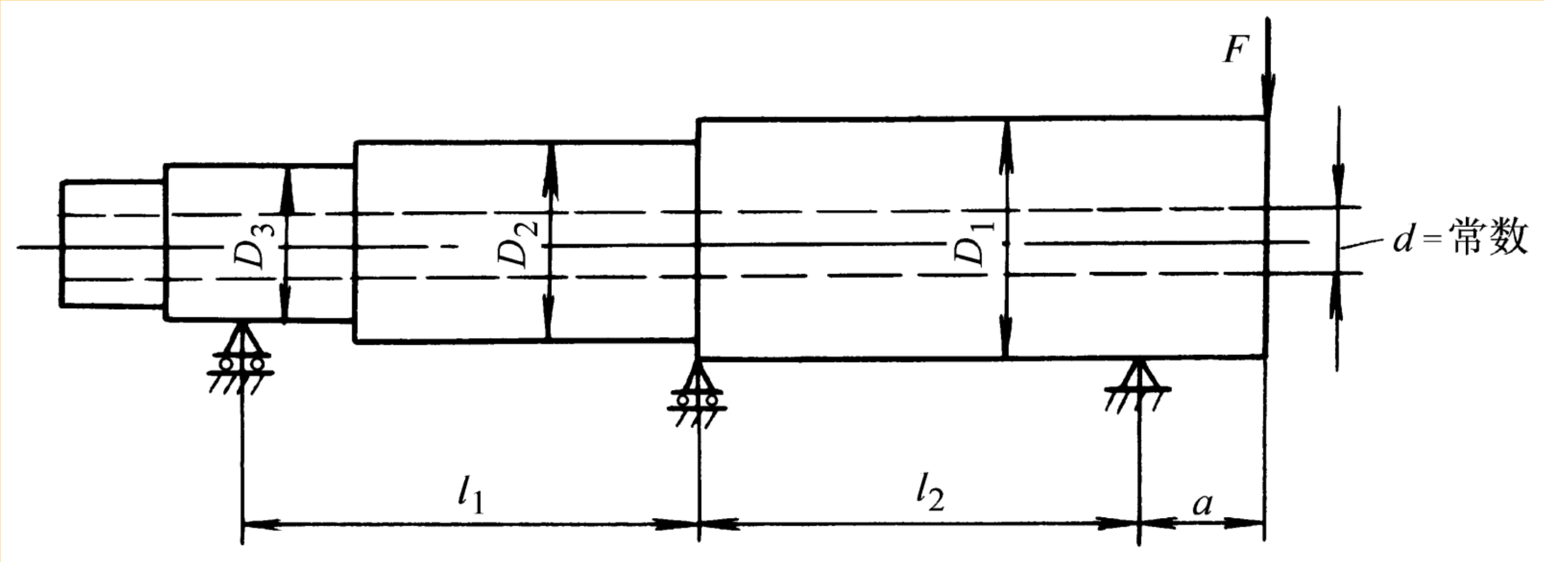
② 当约束条件 ≥0 时，

令 $C_i(\underline{X}) = -h_i(\underline{X})$

则 $C_i(\underline{X}) \leqslant 0$

例1　机床主轴结构的优化设计

优化设计任务：确定D_i、l_i 和a，保证轴端变形和固有频率在允许限内，并使结构的质量最轻 。



机床主轴内孔**d**用于通过待加工的棒料，其大小由机床型号决定，不能作为设计变量

求： D*i*、***li*** 和a

使 min $f(D_i,l_i)=\rho\pi[\sum(D_i^2-d^2)l_i+(D_n^2-d^2)a]$

满足:轴端变形 y 和固有频率ω 限制条件，尺寸限制条件：

$$y\le[y]$$

$$\omega^2\ge\omega_0^2$$

$$D_{i\min}\le D_i\le D_{i\max}(i=1,2,\ldots,n)$$

$$l_{i\min}\le l_i\le l_{i\max}$$

$$a_{\min}\le a\le a_{\max}$$

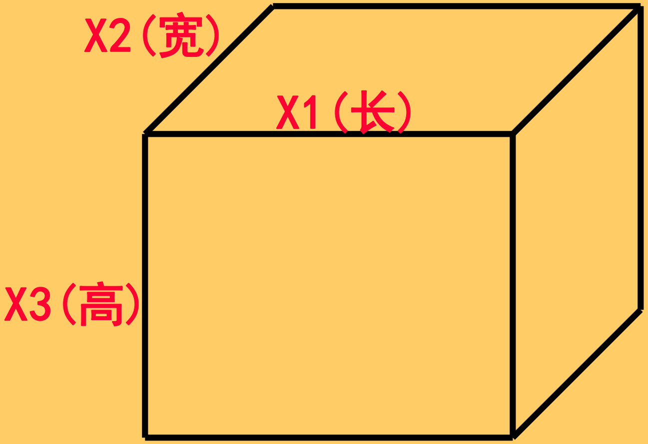
$$N_{\min}\le\frac{l_1}{a}\le N_{\max}$$

式中ρ－材料密度

D_i,l_i一阶梯轴的外径和对应 的长度

D_n——与a对应的外径

例2 体积为5立方米，长度不小于4m的不带盖货箱，要求该货箱的钢板耗费量最小，试确定x1, x2, x3



解：设计目标是钢板的耗费量最小，即货箱的表面积最小：

$S=x1 \cdot x2+2(x2 \cdot x3+x1 \cdot x3) \rightarrow min$

同时满足 $x1 \cdot x2 \cdot x3=5$

$x1 \geqslant 4, x2 \geqslant 0, x3 \geqslant 0$

用优化数学模型来表示：

$Minf(x1, x2, x3)= x1 \cdot x2+2(x2 \cdot x3+x1 \cdot x3)$ 目标函数

设计变量

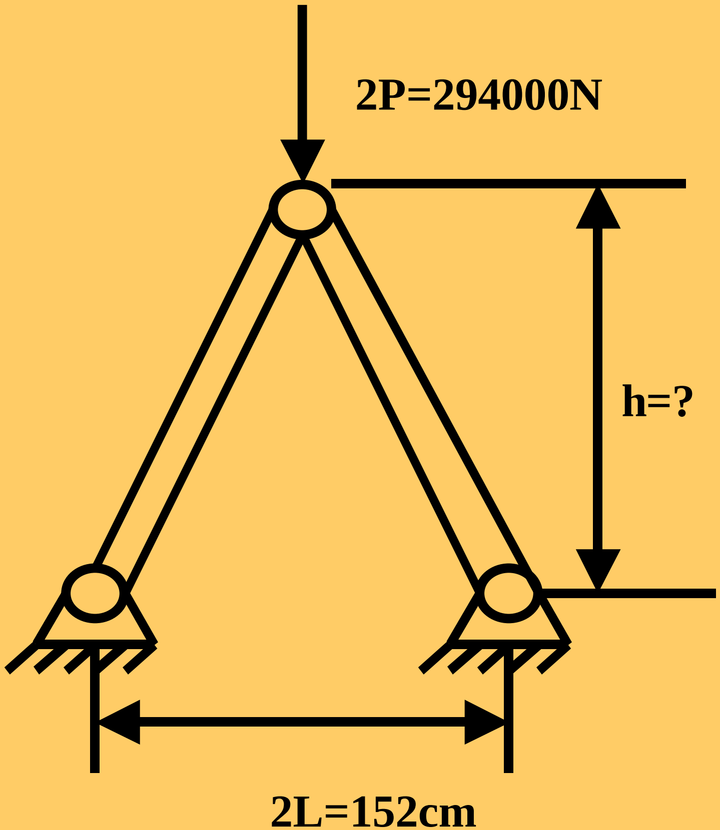
st $x1 \cdot x2 \cdot x3=5$ 约束条件

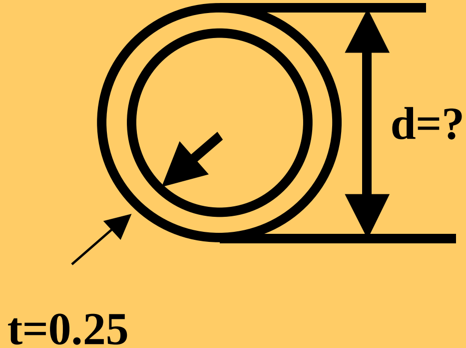
$-x1 \leqslant 4$

$-x2 \leqslant 0$

$-x3 \leqslant 0$

例3 如图所示的珩架由两根钢管构成，横截面积为空心圆管，求在钢管压力不超过许用压力和失稳临界压力的条件下，珩架的高h=?钢管直径d=?钢管的总重量最轻?





桁架　　空心圆管　　最轻

弹性模量E　　　材料密度 ρ　　　许用应力 σ

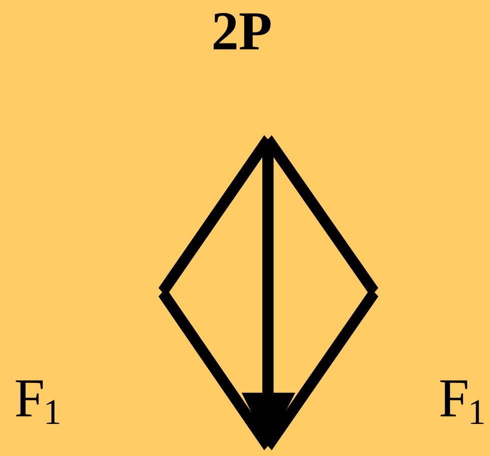
1）定义一列向量　$X=\begin{bmatrix} x1 \\ x2 \end{bmatrix}$　, x_1, x_2分别为直径d和高h

$$f(\underline{X}) = \rho \cdot A \cdot 2\sqrt{L^2 + x_2^2}$$

$$= 2 \cdot \rho \cdot \pi \cdot t(x_1 - t)\sqrt{L^2 + x_2^2}$$

重量　　　截面积

2）. 将外力2P沿径向分解为F_1



3）满足强度条件：

$$\sigma = F1/A = \frac{p\sqrt{L^2 + x_2^2}}{\pi t(x_1 - t)x_2} \leqslant [\sigma]$$

4）满足刚度条件：

$$\sigma = \frac{p\sqrt{L^2 + x_2^2}}{\pi t(x_1 - t)x_2} < \sigma_c$$（失稳临界应力）

1.3若干基本概念

1 设计空间

设计空间：以n个设计变量为坐标轴组成的空间，用R^n来表示

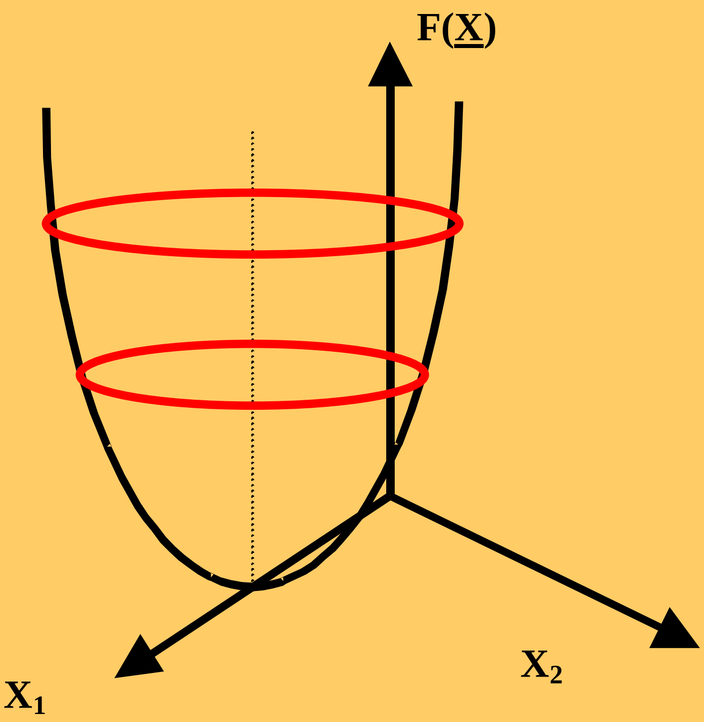
当设计变量$\underline{X}=[x_1, x_2]^T$时，设计空间是二维的

当设计变量$\underline{X}=[x_1, x_2, x_3]^T$时，设计空间是三维的

当$n>3$时，则空间R^n称为超设计空间

2 目标函数的等值线（面，超面）

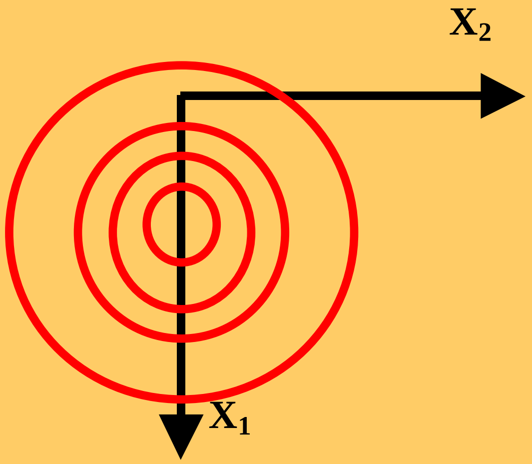
顾名思义，目标函数的等值线（面）就是当目标函数为定值时无穷个点组成的线或面



例如函数

$$f(X)=x_1^2+x_2^2-4x_1+4$$

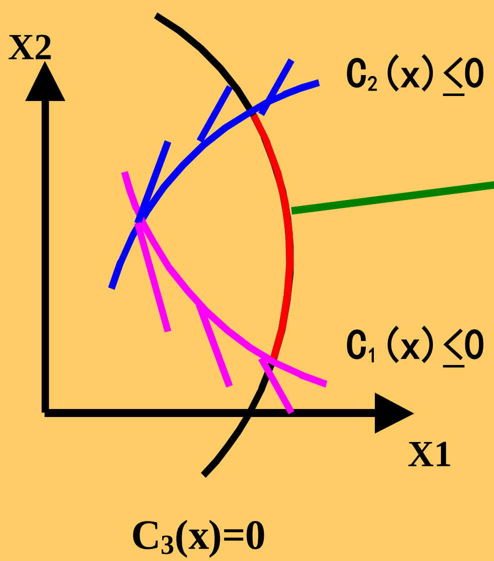
此时等值线为一系列的圆

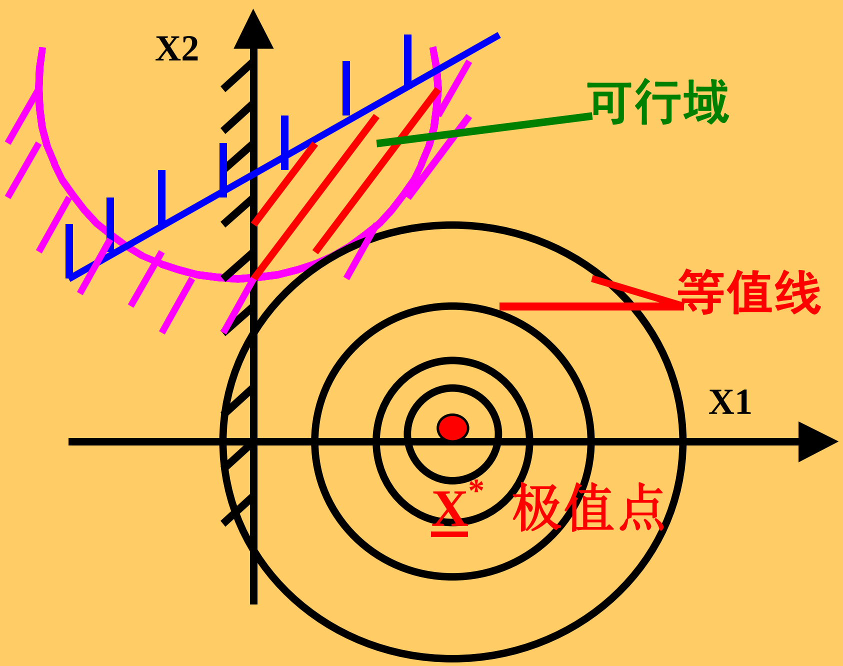


3 可行域及可行点

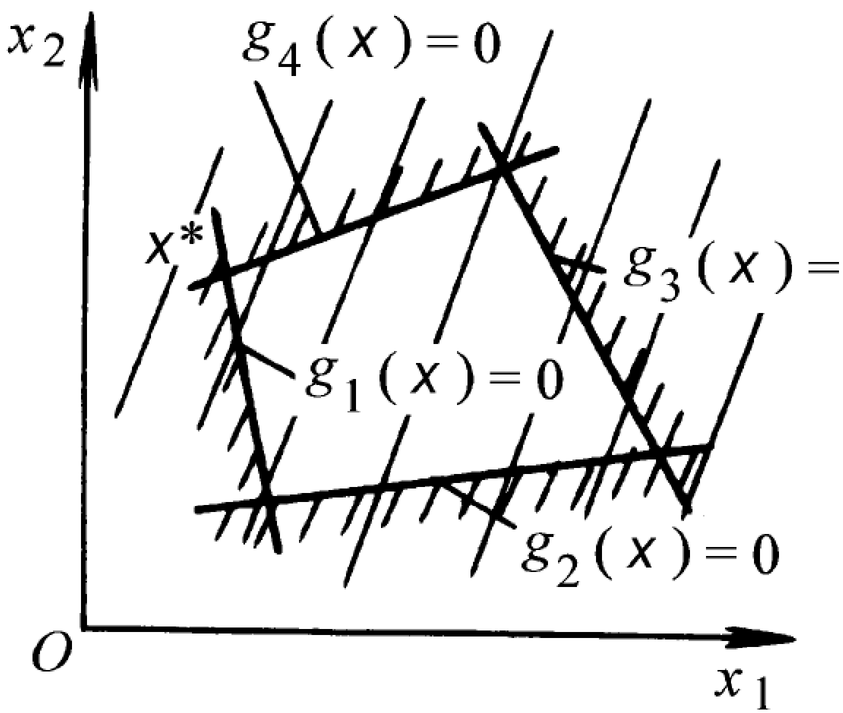
可行域：满足所有约束条件的设计点的集合称为可行域

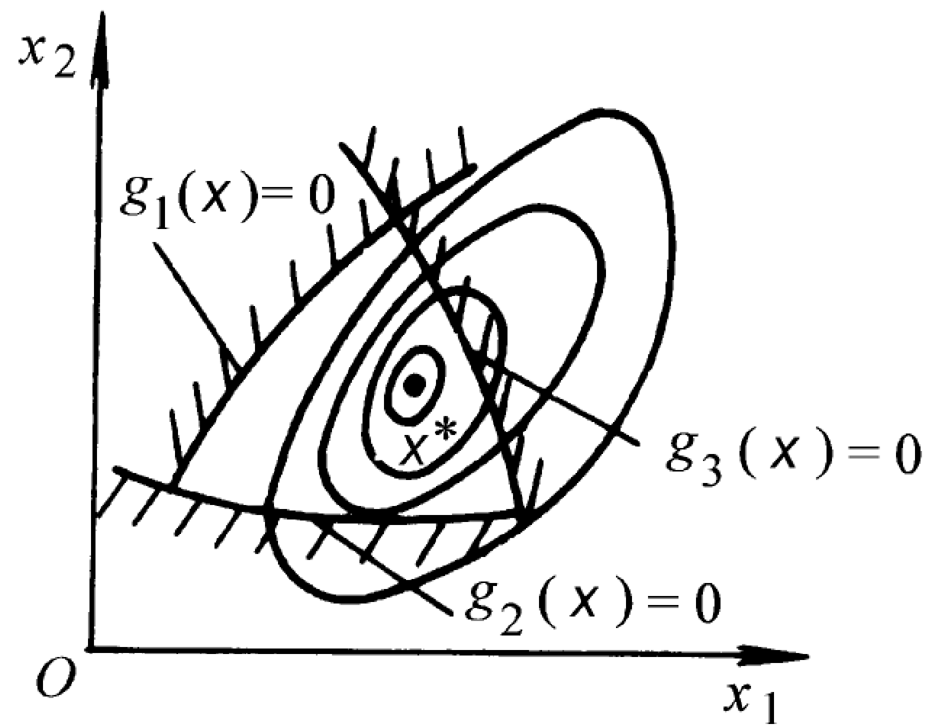
可行点：可行域内的点称为可行点





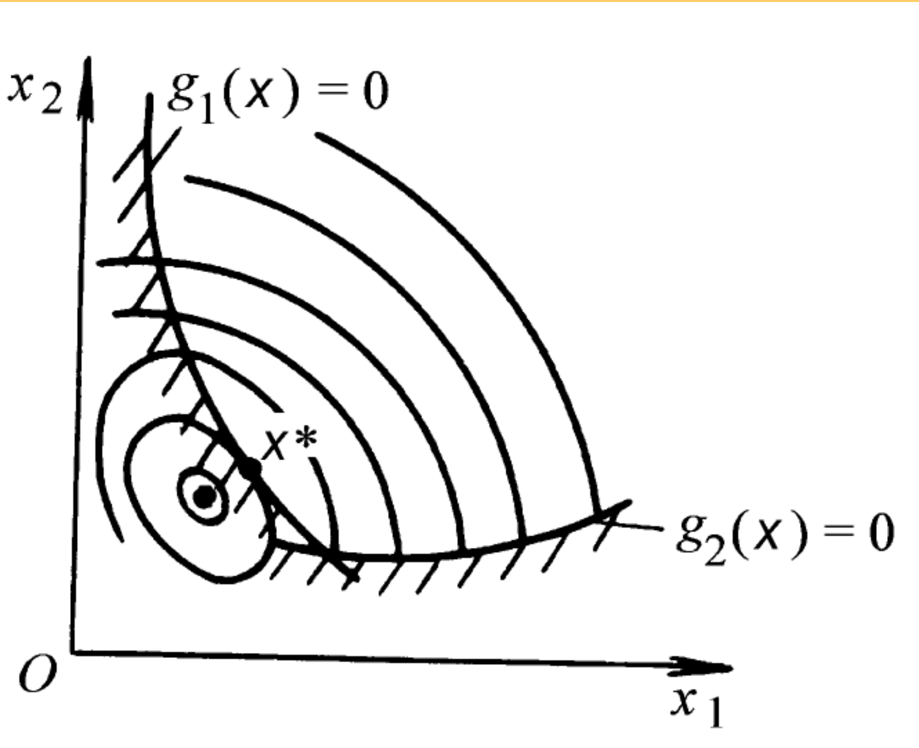
1.4优化问题的几何描述



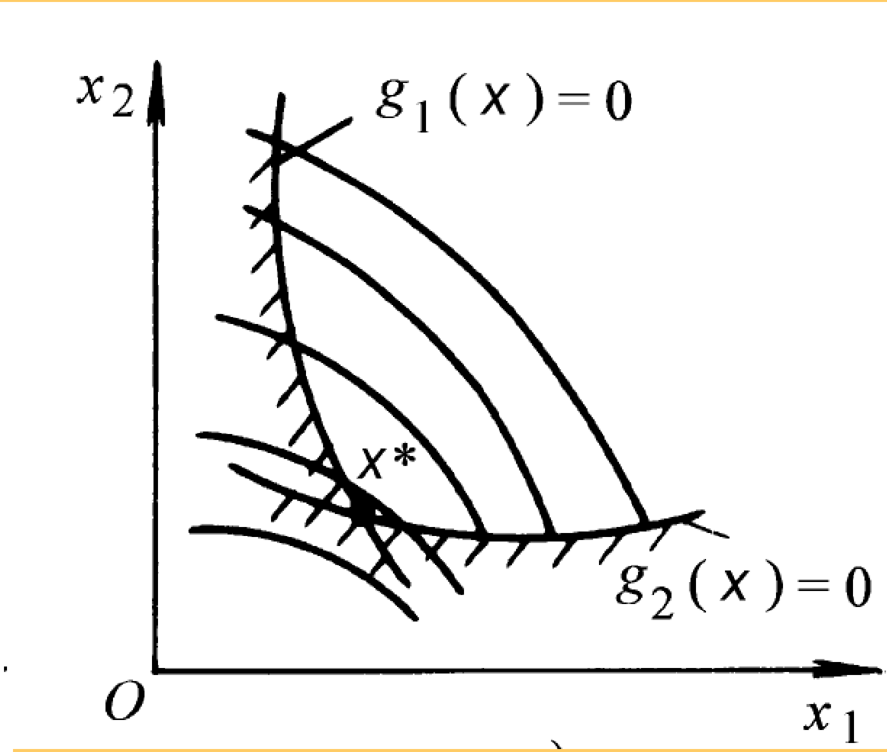


a) 极值点处于多角形的某一顶点上

b) 极值点处于等值线的中心



c) 极值点处于约束曲线与等值线的切点上



d) 极值点处于两个约束曲线的交点上

1-3 对工程技术人员的要求

1. 数学模型：

前面已经谈到了数学模型的三要素：

设计变量

约束条件

目标函数

通过这门课的学习要知道针对具体的实际问题建立数学模型，设计变量的选择，目标函数的建立

2． 针对数学模型选择优化方法

　　必须了解各种优化问题的特点，并针对实际问题进行选择

3．常用算法原理

　　各种优化方法和算法原理是本门课程的主要学习内容，必须认真掌握

1-4 优化问题的基本解法

1.解优化问题：

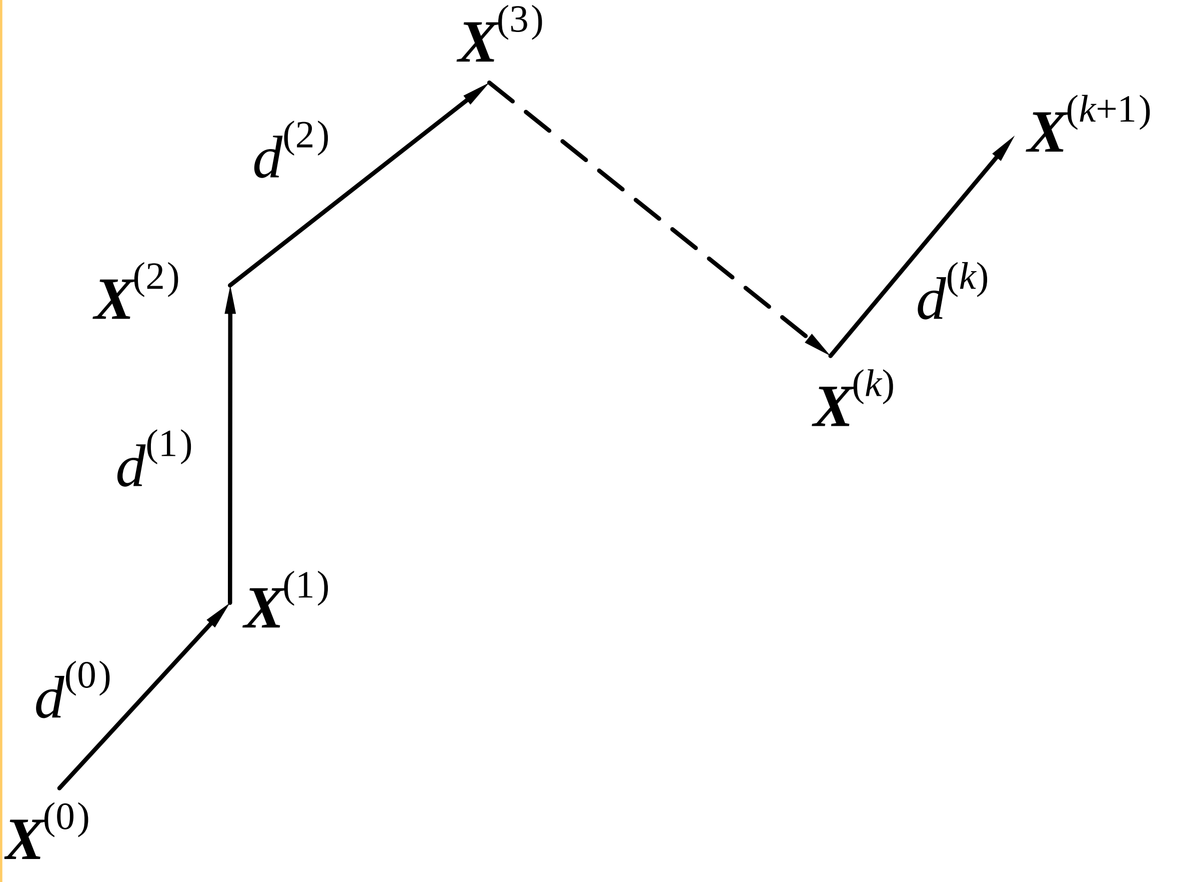
解析解法：用微分方程进行求解

数值解法：数值迭代的方法

工程优化问题的目标函数和约束条件比较复杂，有时还无法用数学方程描述。

数值解法（迭代法）是优化设计问题的基本解法。

数值迭代法的基本思路是进行反复的数值计算，寻求函数值不断下降的可行计算点，直到最后获得足够精度的近似解。



沿某个搜索方向 **d k**以适当的步长 ***αk***进行搜索。

$$\boldsymbol{x}^{k+1} = \boldsymbol{x}^{k} + \alpha_k \boldsymbol{d}^{k}$$

$$f(\boldsymbol{x}^{k+1}) < f(\boldsymbol{x}^{k})$$

收敛条件： $$\lim_{k \to \infty} \boldsymbol{x}^{k} = \boldsymbol{x}^{*}$$

迭代公式： $$\boldsymbol{x}^{k+1} = \boldsymbol{x}^{k} + \alpha_k \boldsymbol{d}^{k}$$

数值迭代需要解决的问题：

（1）选择搜索方向

（2）确定步长因子

（3）给定收敛准则

计算终止准则：

计算的终止准则常用有以下几种方法：

1）相邻两迭代点的距离充分小：

$$\left\| X^{k+1} - X^{k} \right\| \leqslant ε$$

2）相邻两迭代点的函数下降量充分小

$$\left| f(X^{k+1}) - f(X^{k}) \right| \leqslant ε$$

或相对下降量充分小

$$\left| \frac{f(X^{k+1}) - f(X^{k})}{f(X^{k})} \right| \leqslant ε$$

3）迭代点的目标函数梯度已充分小

$$\left\|\nabla f(X^k)\right\| \leqslant \varepsilon$$

采用哪种收敛准则，可视具体问题而定。一般取

$$\varepsilon_i \leq 10^{-2} \sim 10^{-5} (i = 1, \cdots, 5)$$

上述准则都在一定程度上反映了逼近最优点的程度，但都有一定的局限性。在实际应用中，可取其中一种或多种同时满足来进行判定。

作业：

1.书中13页例1－5，指出约束条件中哪些是性能约束，哪些是边界约束?

2.画出满足下列约束条件的可行域

$g1(\underline{X})=3x1+2x2-48\leq 0$

$g2(\underline{X})=x1+x2-18\leq 0$

$g3(\underline{X})=-x1\leq 0$

$g4(\underline{X})=-x2\leq 0$

$g5(\underline{X})=-x1^2-x2^2+9\leq 0$