

第二章 流体静力学

流体静力学 (hydrostatics)是流体力学的一个部分，它主要研究下列基本问题：

- **静止液体内的压力(压强)分布，**
- **压力对器壁的作用，**
- **分布在平面、曲面上的压力的合力及其作用点，**
- **物体受到的浮力和浮力的作用点等。**

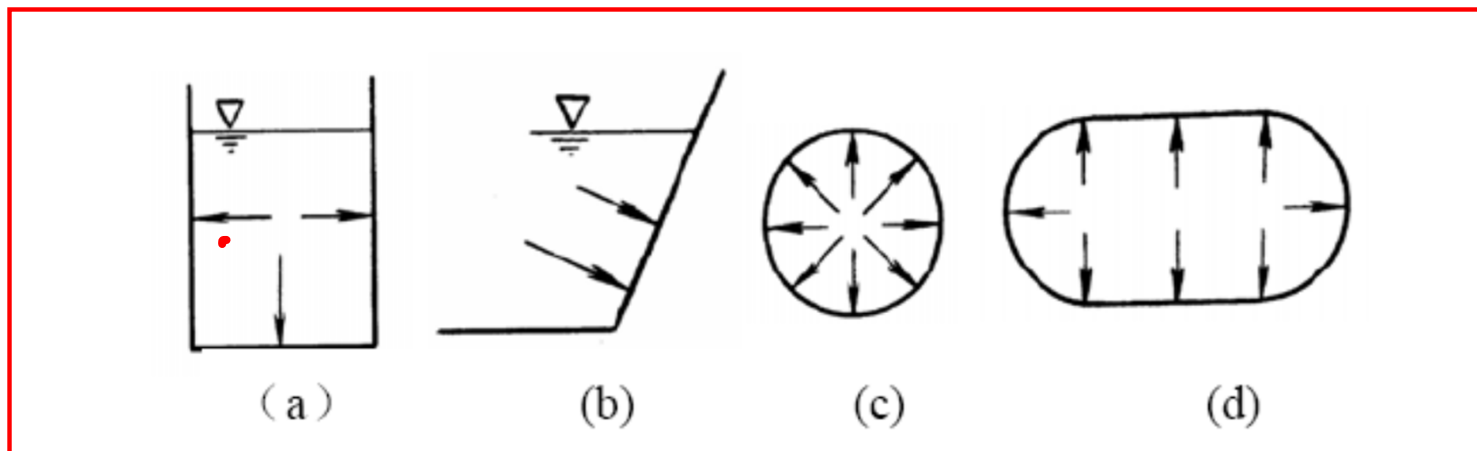
2.1 压强及其性质

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta P}{\Delta A} \right) = \frac{dP}{dA}$$

称为点上的**流体静压强**。由于流体静止时不能承受拉力和切力，所以流体静压强的方向必然沿着作用面的**内法线方向**，这是流体压强的一个重要特征。

$$p_x = p_y = p_z = p_s$$

可见压强的大小与作用面的方位无关，**静止流体内部任一点上的压强沿各个方向相等**，这是流体静压强第二个重要特征。



2.2 压强的单位和计算

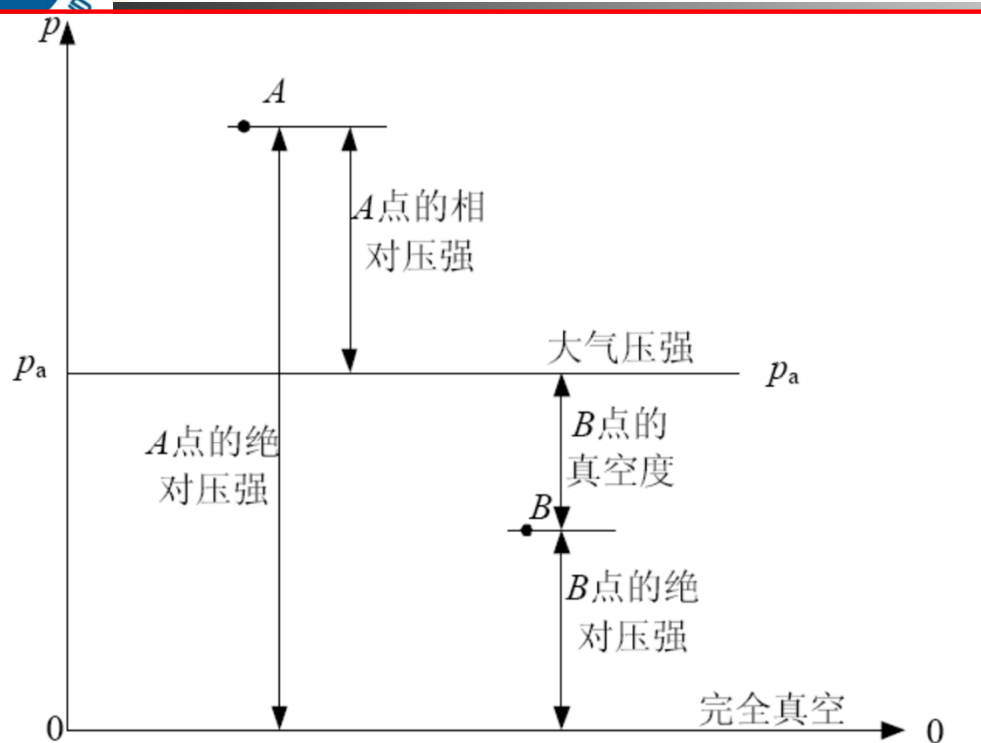


图 2-2 绝对压强、表压强和真空度之间的关系

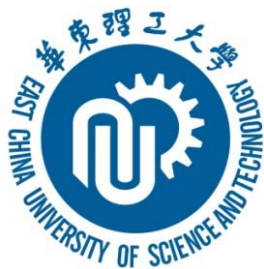


综上所述，如果以 p' 表示绝对压强， p 表示表压， p_v 表示真空度，则它们之间的关系可以用下列公式表示，即

$$p = p' - p_a \quad (p' > p_a)$$

$$p_v = p_a - p' \quad (p' < p_a)$$

式中， p_a 为当地的大气压强。



2.2.2 压强的单位

1. 用一般应力单位表示

国际单位为 N/m^2 ，简称Pa

工程单位为 Kgf/m^2 或 Kgf/cm^2

换算 $1\text{Kgf}/\text{m}^2=9.807\text{N}/\text{m}^2 (\text{Pa})$

2. 用大气压的倍数表示 (Atmospheric Pressure)

单位是大气压，有两种量度单位

①标准大气压，用 atm 表示， $1\text{atm}=101.325\text{KPa}$

(温度为 0°C 时海平面上的压强)

②工程大气压，用 at 表示， $1\text{at}=1\text{Kgf}/\text{cm}^2=98.07\text{KPa}$

(相当于海拔 200m 处正常大气压)

3. 用液柱高度表示

常用常用水柱高度或汞柱高度，单位为 mH_2O 、 mmH_2O 或 mmHg

$1\text{mmH}_2\text{O}=9.807\text{Pa}$

$1\text{mH}_2\text{O}=9.807\text{KPa}$

$1\text{mmHg}=133.332\text{Pa}$

同样真空值也可以用液柱高度表示，称为真空度，用 h_v 表示

$$h_v = \frac{p_v}{\gamma} = \frac{p_a - p'}{\gamma}$$



2.2.3 液体静压强的计算

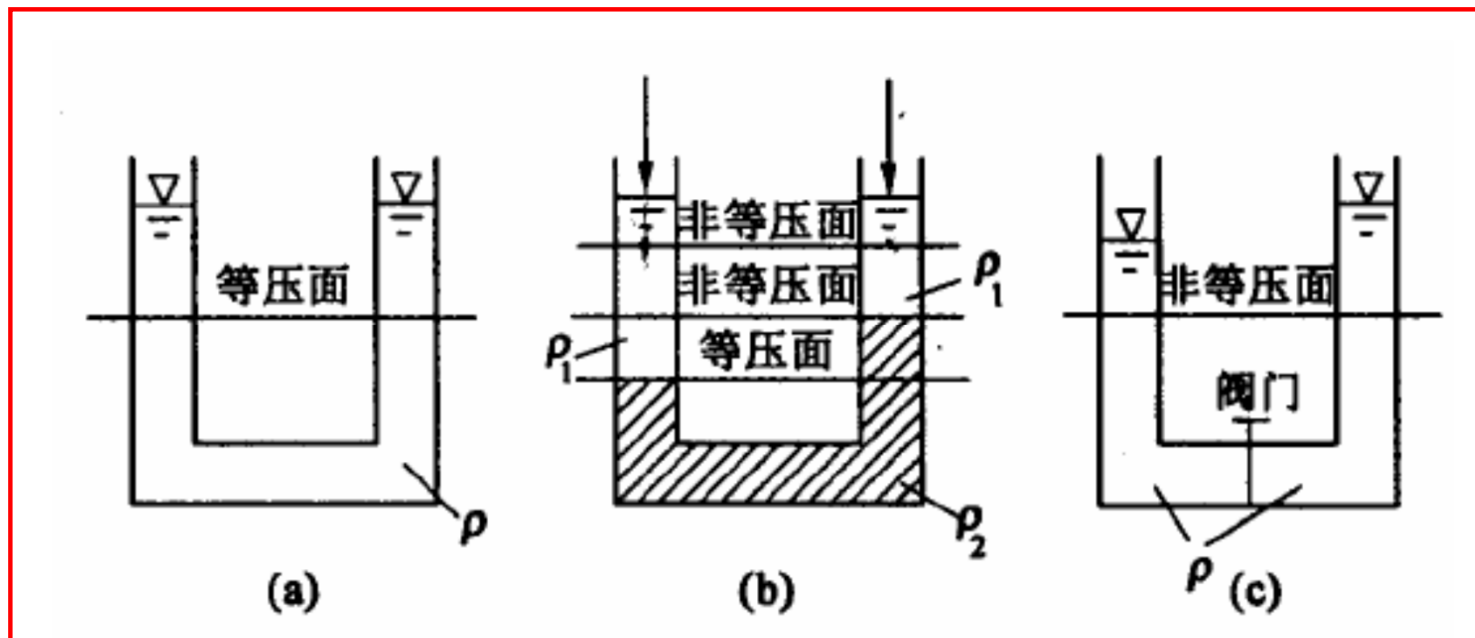
$$p_2 - p_1 = \gamma h \quad (2-6)$$

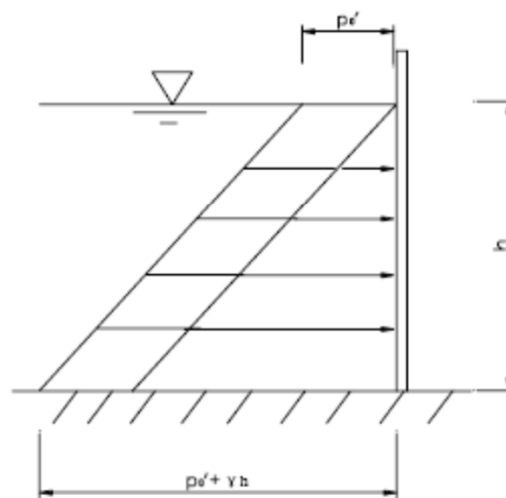
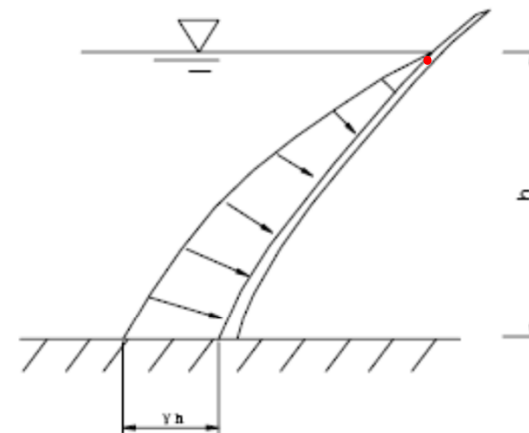
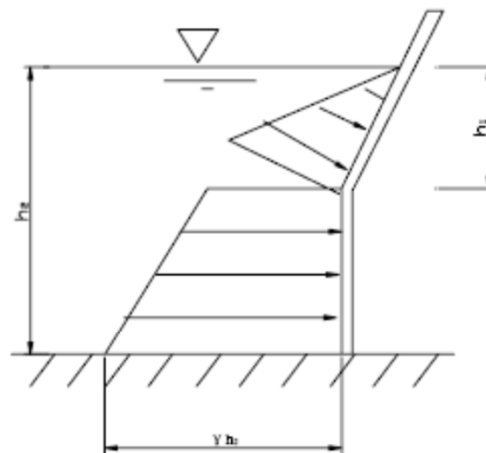
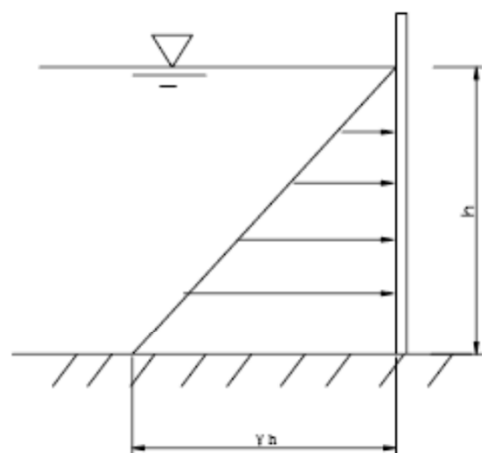
式(2-6)表示对液体密度均一的静止液体压强随深度按线性规律变化。容器中任意一点压强的大小只与深度 h 有关，与容器的形状无关，深度相同的各点，压强也相同，这些深度相同的点所组成的平面是一个水平面，因此水平面是等压面，静压强的作用方向总是垂直于作用面的切平面且指向受力物质系统表面的内法向。

二、液体静压强分布的基本规律

1. 液体静压强等值传递规律（Pascal 定律）
2. 重力作用下，静止液体中等压面是一个水平面。
3. 两种液体的分界面既是水平面，又是等压面。
4. 静止的非均质液体，水平面既是等压面，又是等密度面和等温面。

三、液体静压强分布规律应用条件： 静止、连续、同种液体





绝对压强分布图

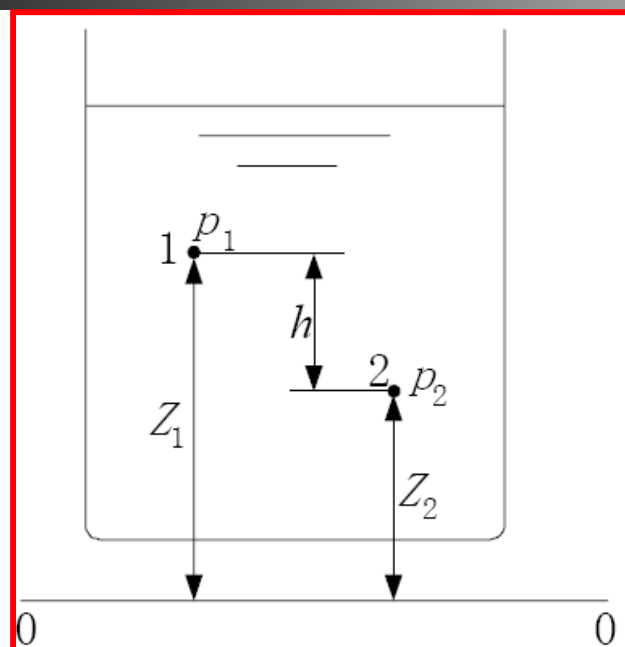


图2-4 液体所受静压强示意图

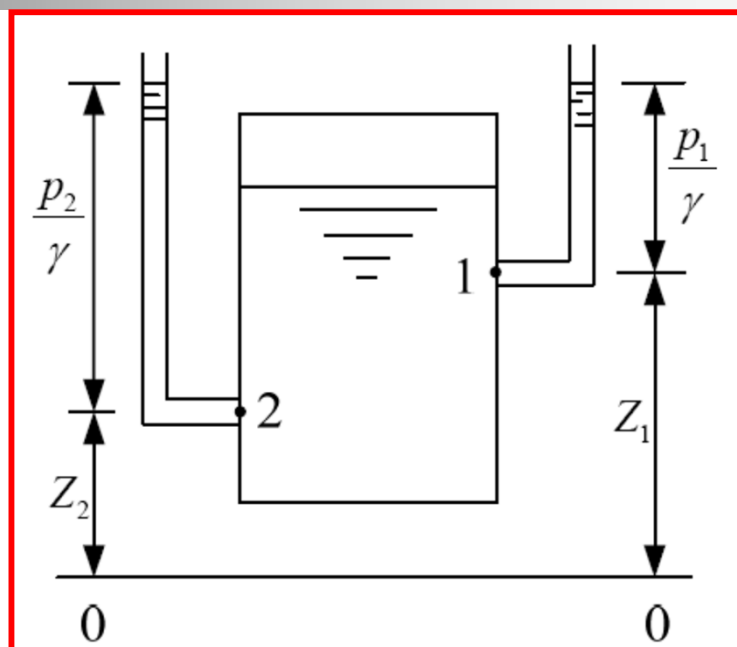


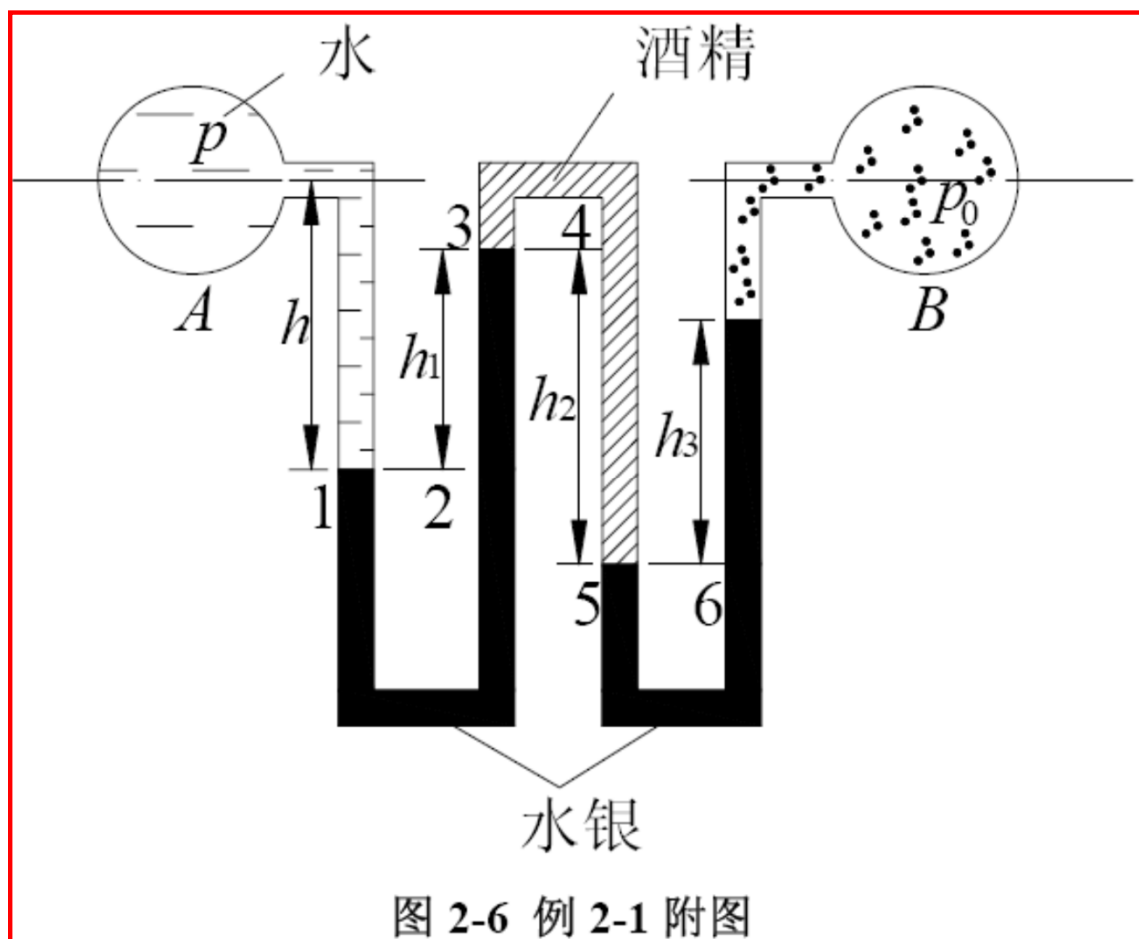
图2-5 测压管水头

$$Z + p/\gamma = C \text{ (常数)} \quad (2-7)$$

式(2-7)就是液体静力学基本方程式，它表示在同一种静止液体中，不论哪一点的 $(Z + p/\gamma)$ 总是一个常数，反映了静止流体中的一种最简单的能量守恒关系。式中：

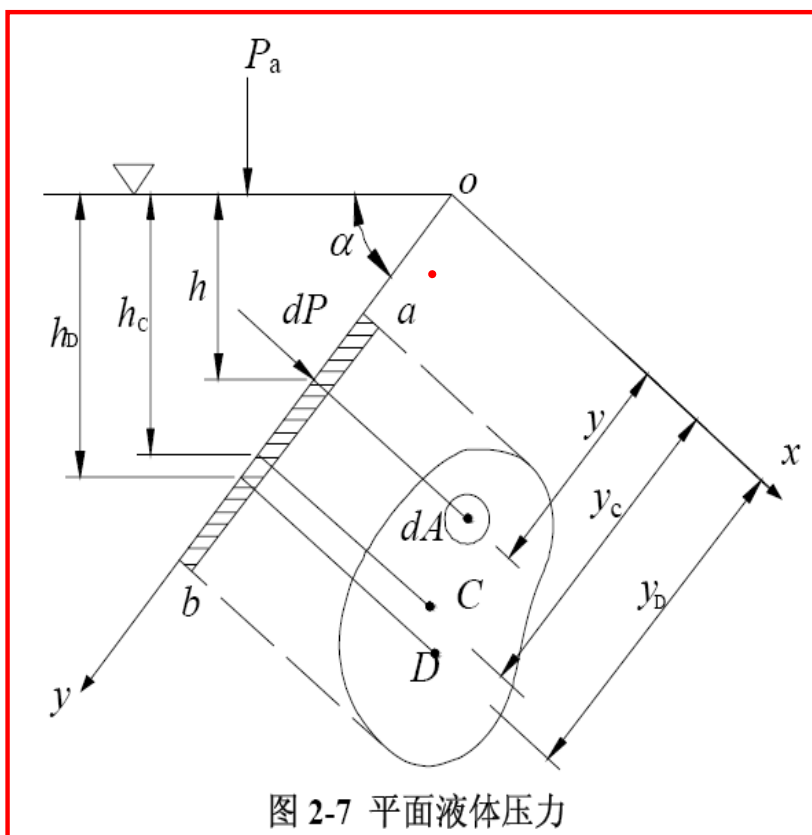
- ① Z 为该点的位置相对于基准面的高度，称位置水头。
- ② p/γ 是该点在压强作用下沿测压管所能上升的高度，称压强水头。
- ③ $(Z + p/\gamma)$ 称测压管水头，它表示测压管水面相对于基准面的高度。

例2-1 用如图所示测压计测量容器A中水的压强为 p ，已知 $h=0.5\text{m}$ ， $h_1=0.2\text{m}$ ， $h_2=0.25\text{m}$ ， $h_3=0.22\text{m}$ ，酒精相对密度 $d_{a1}=0.8$ ，水银相对密度 $d_{me}=13.6$ ，真空计读数 $p_0=0.25\times 10^5\text{Pa}$ 。求 p 的大小。



2.3 作用于平面和曲面的液体压力

2.3.1 作用于平面的液体压力



$$dP = p dA = \gamma h dA$$

$$P = \int dP = \int_A p dA = \int_A \gamma h dA = \gamma \sin \alpha \int_A y dA$$

$$P = \gamma \sin \alpha y_c A$$

$$h_c = \sin \alpha y_c$$

$$P = \gamma h_c A = p_c A \quad (2-8)$$

式中 h_c ——受压面形心在水面下的淹没深度；

p_c ——受压面形心的静压强；

A ——受压面积。

从式(2-8)知，作用在任意位置、任意形状平面上的水静压力值等于受压面面积与其形心点所受水静压强的乘积，它只与受压面积 A 、液体容重 γ 及形心的淹没深度 h_c 有关，而与容器的形状无关。

2.3.1 作用于平面的液体压力

【例 2-4】 如图 2-28 所示，底面积均为 A 形状不同的四个容器，若装入同一种液体，且水深 h 和外部大气压均相同，分析容器底面上的静水总压力是否相等？对地面上的总压力是否相等？

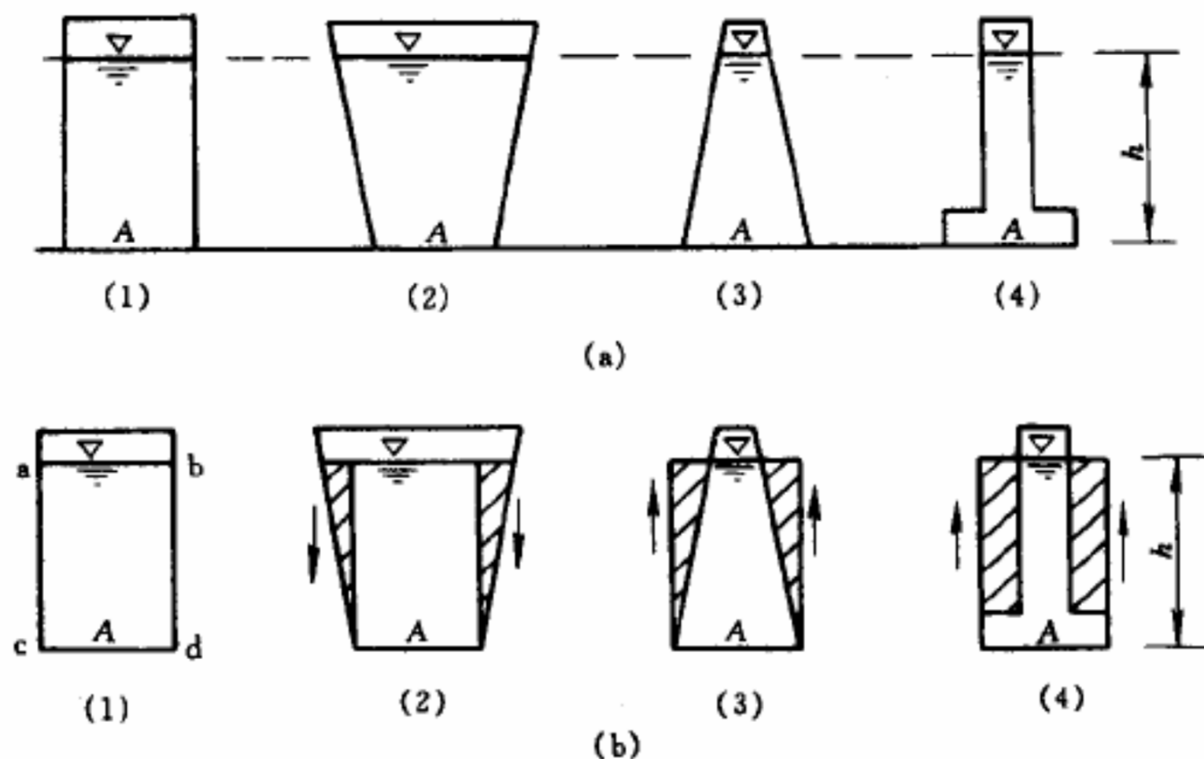
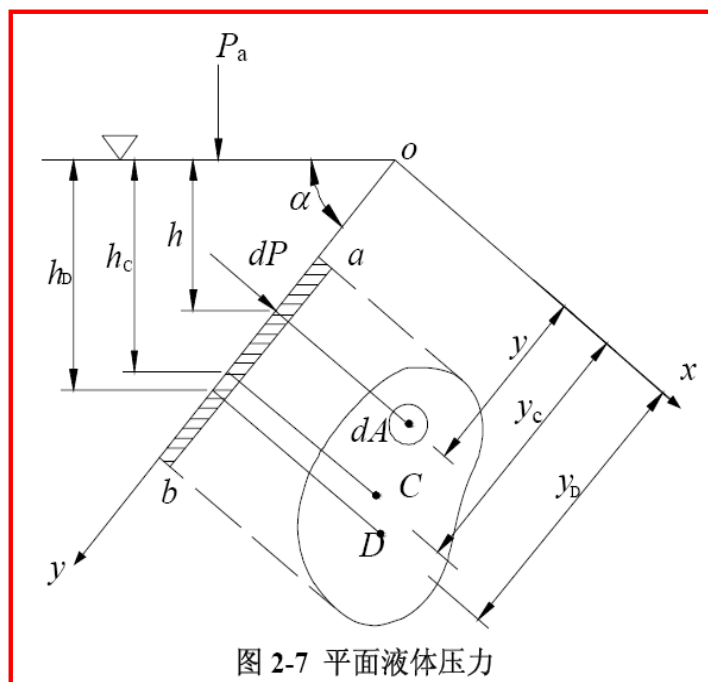


图 2-28 形状不同的容器

水静压力的作用点

由于压强与水深成直线变化，深度较大的地方压强较大，所以，水静压力的作用点（也称压力中心） D 在 y 轴上的位置必然低于形心 C 。 D 点的位置可以利用各微小面积 dA 上的水静压力 dP 对 x 轴的力矩之总和等于整个受压面上的水静压力 P 对 x 轴的力矩这一原理求得。



$$y_D = \frac{J_x}{y_c \cdot A}$$

式中 $J_x = \int_A y^2 dA$ 为受压面的面积 A 对 x 轴的惯性矩。

y_D —压力中心沿 y 轴方向至液面交线的距离；

y_c —受压面形心沿 y 轴方向至液面交线的距离；

例 2-2 一铅直矩形闸门, 如图 2-8 所示, 顶边水平, 所在水深 $h_1 = 1\text{m}$, 闸门高 $h = 2\text{m}$, 宽 $b = 1.5\text{m}$, 试用求水静压力 P 的大小及作用点。

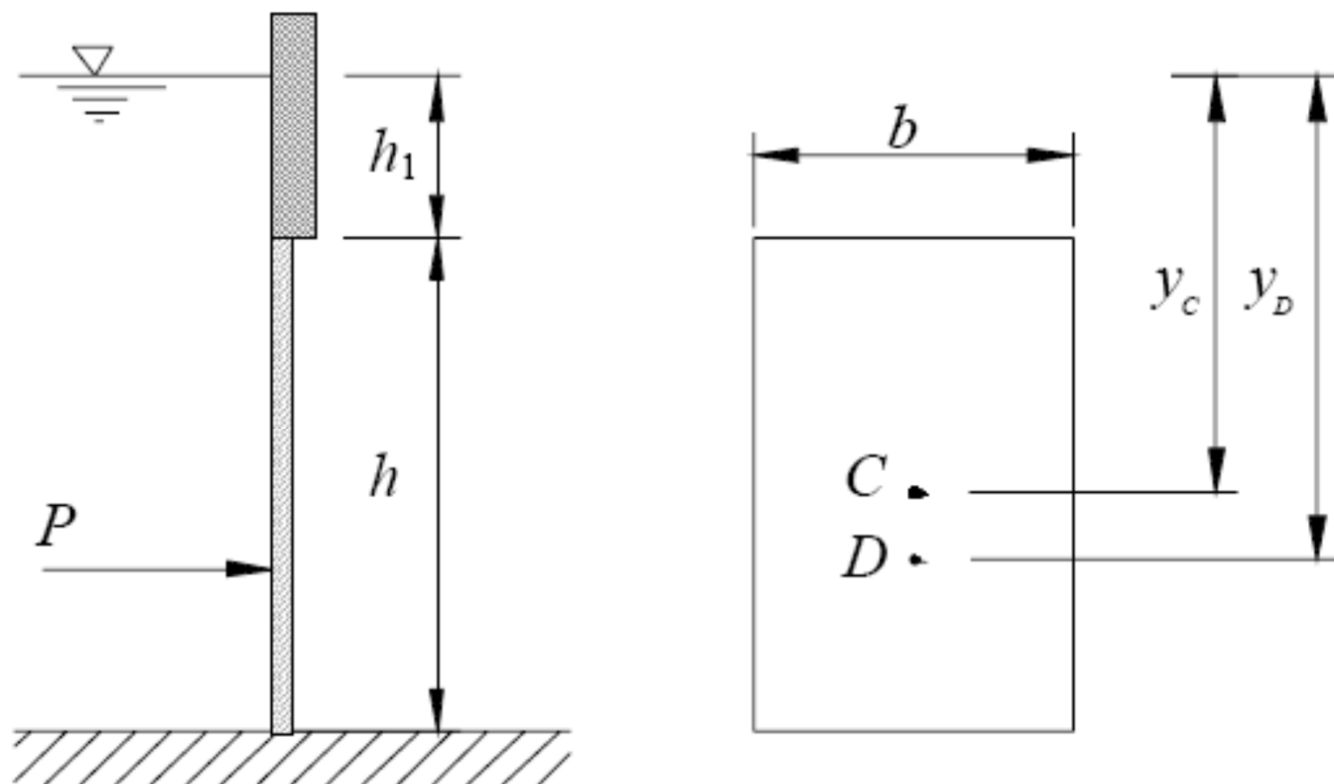


图 2-8 作用于铅直平面闸门的压力

2.3.2 作用于曲面的液体压力

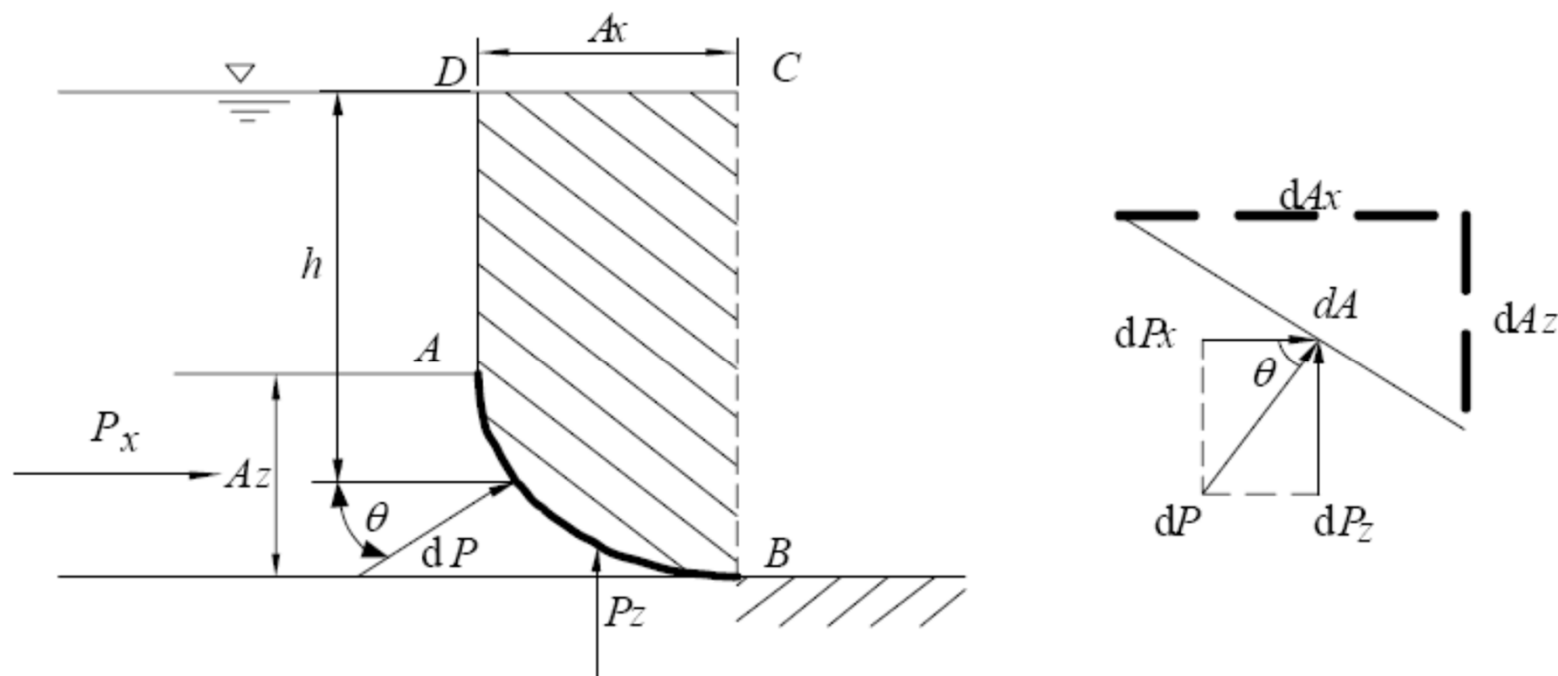


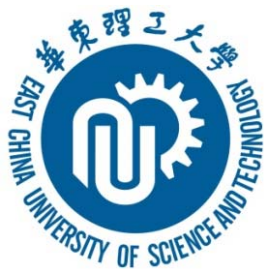
图 2-9 作用于柱体曲面的压力

$$dP_x = dP \cos \theta = \gamma h dA \cos \theta$$

$$dP_x = \gamma h dA_z$$

$$dP_z = dP \sin \theta = \gamma h dA \sin \theta$$

$$dP_z = \gamma h dA_x$$



2.3.2 作用于曲面的液体压力

$$P_x = \int dP_x = \int_{A_z} \gamma h dA_z = \gamma \int_{A_z} h dA_z \quad 2-11$$

$$P_z = \int dP_z = \int_{A_x} \gamma h dA_x = \gamma \int_{A_x} h dA_x \quad 2-12$$

式(2-11)右边的积分等于曲面 AB 在铅直平面上的投影面积 A_z 对水面的水平轴 y 的静矩(截面对某个轴的静矩等于截面内各微面积乘以微面积至该轴的距离在整个截面上的积分)。设 h_c 为 A_z 的形心在水面下的淹没深度, 则 $\int_{A_z} h dA_z = h_c A_z$ 。因此

$$P_x = \gamma h_c A_z \quad (2-13)$$

可见, 作用于曲面上的水静压力 P 的水平分力 P_x 等于该曲面的铅直投影面上的水静压力。因此, 可以引用平面水静压力的方法求解曲面上水静压力的水平分力。

2.3.2 作用于曲面的液体压力

式(2-12)右边的 hdA_x ，是以 dA_x 为底面积，水深 h 为高的柱体体积。所以， $\int_{A_x} hdA_x$ 即为受压曲面 AB 与其在自由面上的投影面积 CD 这两个面之间的柱体 $ABCD$ 的体积，称为压力体，以 V 表示。压力体一般是三种面所封闭的体积：即底面是受压曲面，顶面是受压曲面边界线封闭的面积在自由面或者其延长面上的投影面，中间是通过受压曲面边界线所作的铅直投射面。所以

$$P_z = \gamma \int_{A_x} hdA_x = \gamma V \quad (2-14)$$

这就是说，作用于曲面上的水静压力 P 的铅直分力 P_z 等于其压力体内的水重。

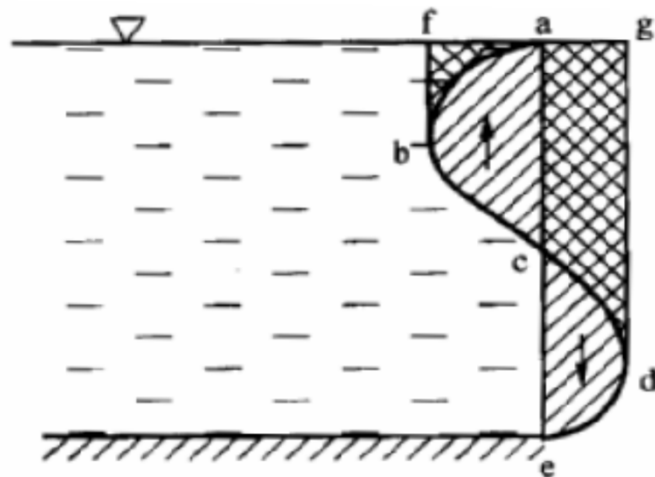


图 2-33 曲面的压力体

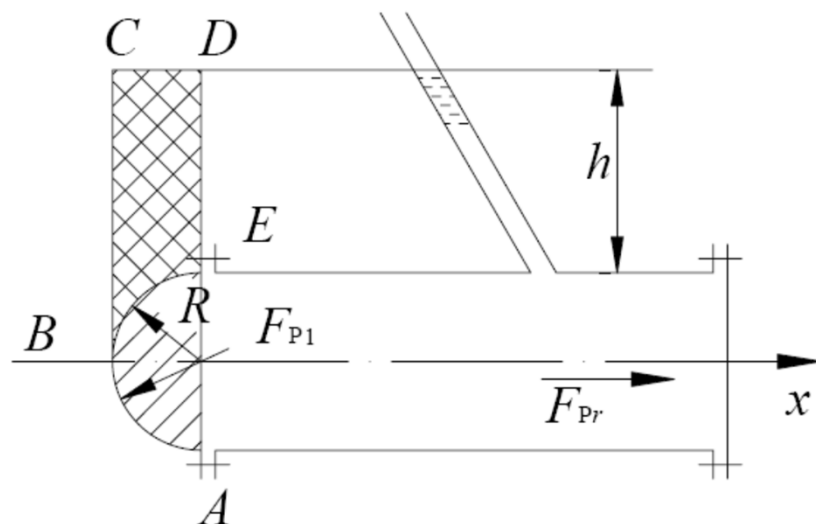
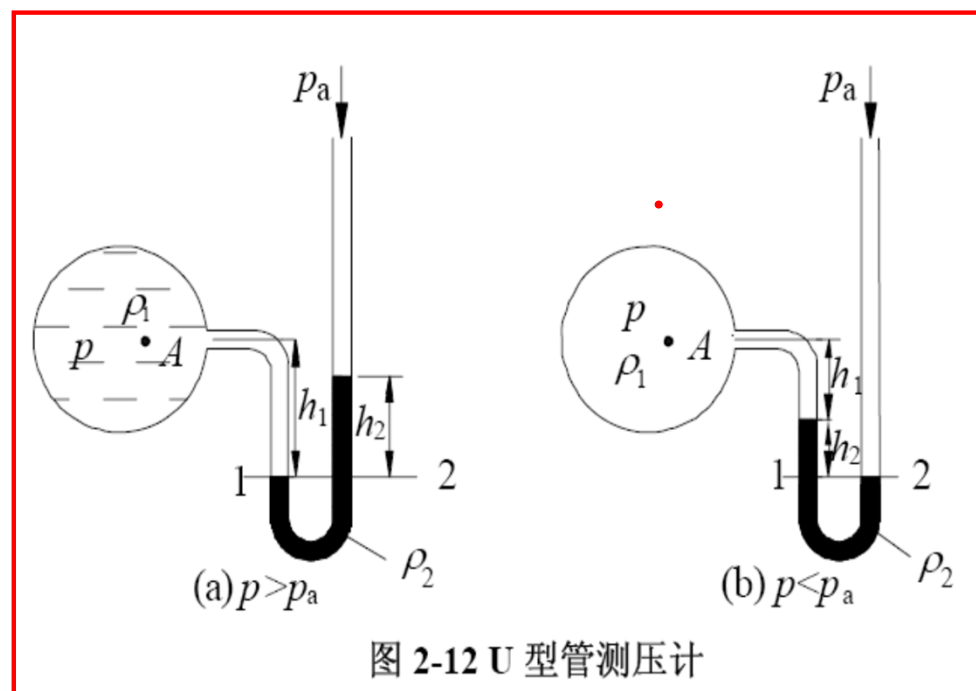
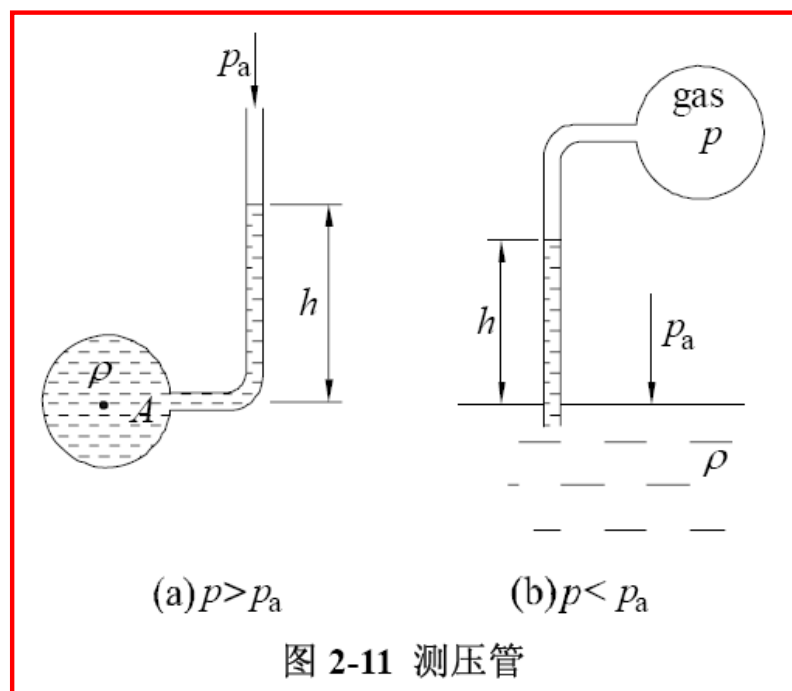


图 2-10 例 2-3 附图

2.4 压强的测量

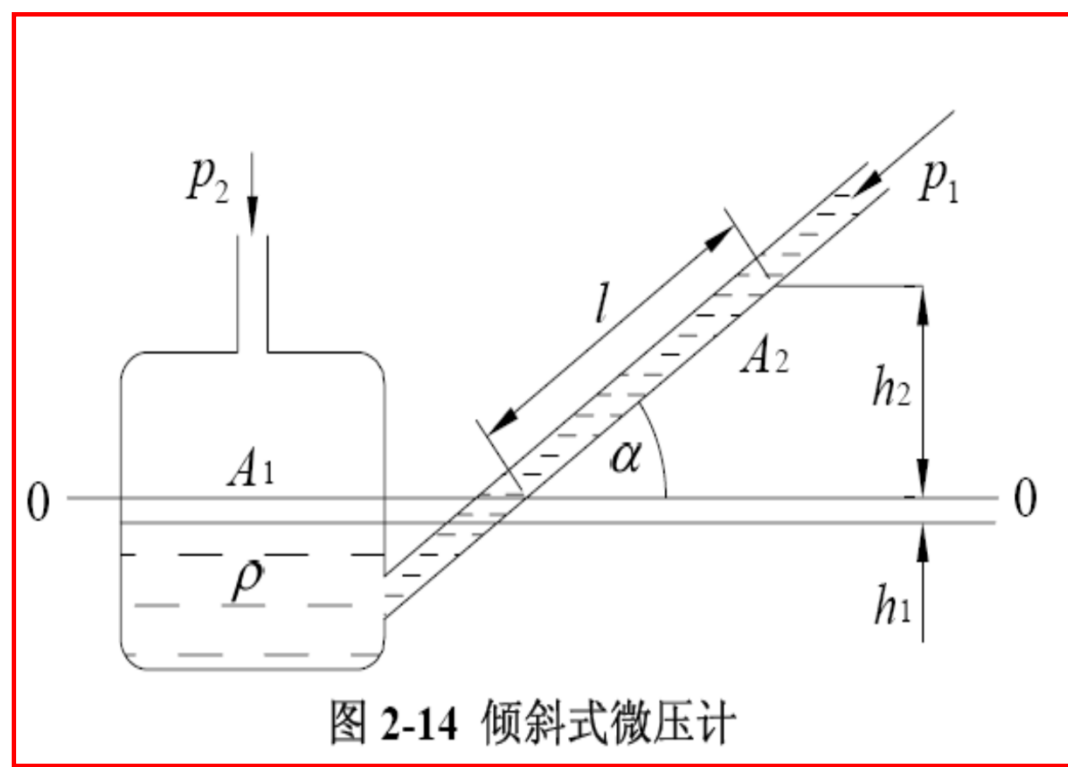
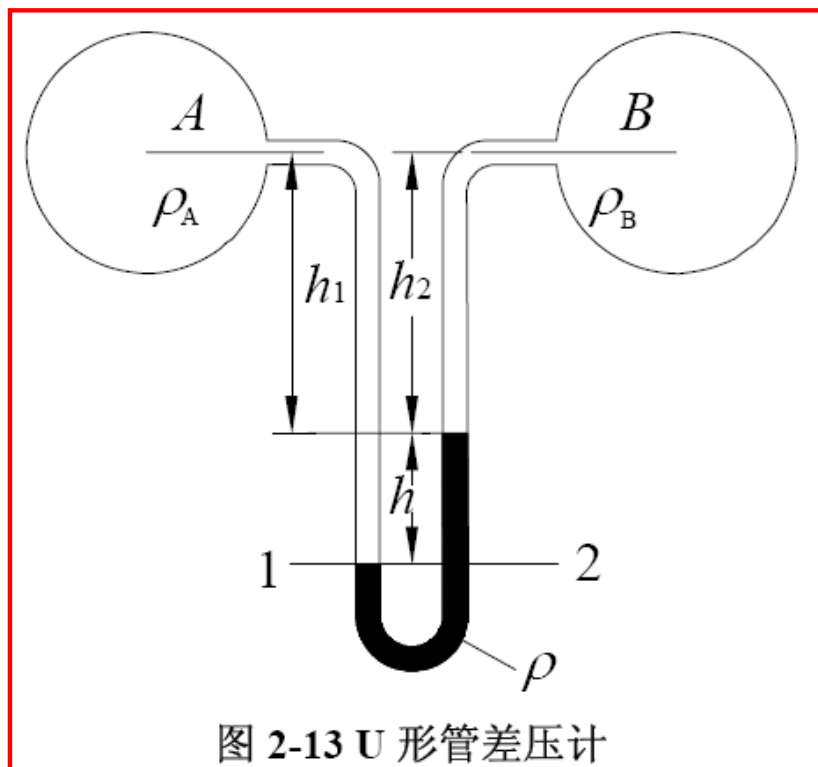
常见的测量压力的仪器有液柱式测压计、金属弹簧压力表和压力传感器等。

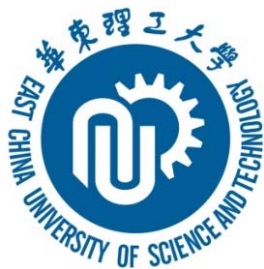
1. 液柱式测压计



2.4 压强的测量

1. 液柱式测压计





2.4 压强的测量

2. 金属弹簧压力表



2.4 压强的测量

3. 压力传感器

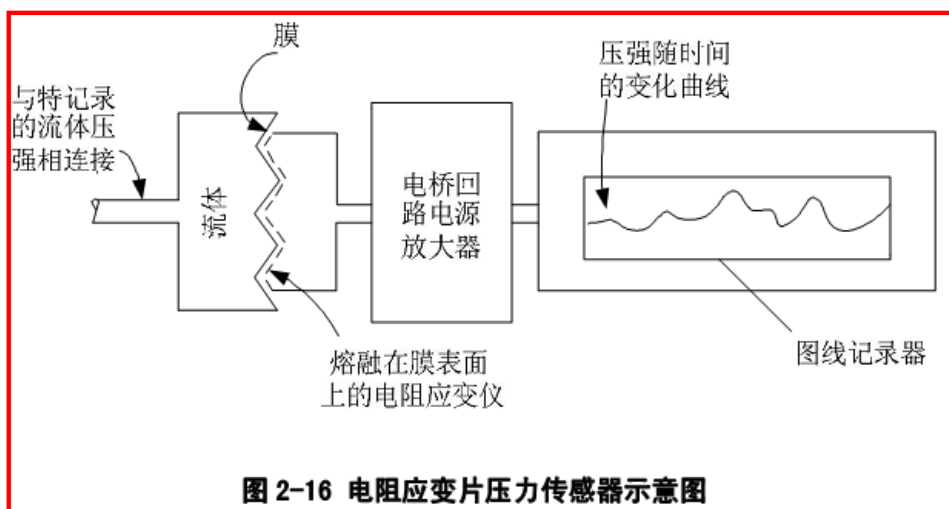
- 压力传感器是使用最为广泛的一种传感器。
- 传统的平膜压变压力传感器以机械结构型的器件为主，以弹性元件的形变指示压力，尺寸大、质量重，不能提供电学输出。
- 随着半导体技术的发展，半导体压力传感器也应运而生。其特点是体积小、质量轻、准确度高、温度特性好。

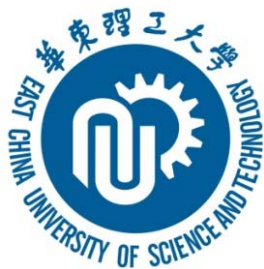


2.4 压强的测量

4. 差压变送器

差压变送器用于防止管道中的介质直接进入变送器里，感压膜片与变送器之间靠注满流体的毛细管连接起来。它用于测量液体、气体或蒸汽的液位、流量和压力，然后将其转变成4~20mA DC信号输出。





思考题和作业

一、思考阅读补充材料

深海鱼如何战胜压力？

二、概念理解辨析

等压面，压力体，压力中心

三、课后作业

2-1~2-10