通知

- 下周一课程内容为上机实践
- 上机地点：信息楼215(5-6节）222（7-8节）/线上
- 上课时交第6次作业

第2章矩阵操作与线性方程组求解

- 线性方程组求解方法
- MATLAB求解线性方程组方法

作业典型错误

- 语法细节
  - 拼写：else if；Function；变量名
- 当题目中出现“试编写一个MATLAB函数……”时，这明确要求编写一个函数文件，即程序以function 关键字引导的函数声明语句开头
- 在作业中较为常用的函数声明语句格式为：
  - function FcnName %无输入和输出
  - function y=FcnName(x)%有输入和输出，有输出变量时，函数内部一定有y的赋值语句

上讲内容

- A([])　A([],[])
- A([逻辑矩阵])
- 矩阵操作：矩阵元素值更改，增减行列，删除行列，行列顺序调整，矩阵元素排序
- 矩阵性质：size，length
- 矩阵分析函数：rank，det，sum，inv

MATLAB函数学习三部曲：函数名称与作用；输入变量要求，输出变量的意义。

课堂练习A

1. 将200行200列全1矩阵赋值给变量A的语句为：A=ones(200)。

2. 写出判断矩阵A和B的秩是否相等的语句：rank(A)==rank(B)。

3. 已知A=ceil(rand(4,4)*100)生成一4行4列的整数矩阵，写将A的第4,8,10个元素排成列向量赋值给B的语句：B=A([1;4;8])。

4. 已知A=ceil(rand(4,4)*100)生成一4行4列的整数矩阵，试写出求A中大于50的元素个数的语句 length(A(A>50))或 sum(sum(A>50))或 sum(A(:)>50)等；将A中所有大于50的元素值更改为0的语句 A(A>50)=0。

5. 已知A=rand(4,4)为一4行4列的矩阵，试写出将A扩展为5行4列的矩阵B，其第一行全为0，其余同原矩阵的语句 B=[zeros(1,4);A]；矩阵A的第2行第2个与第4个元素互换后赋值给C矩阵的语句：C=[A(1,:);A(2,[1,4,3,2]);A(3:4,:)]或（A(2,[2,4]=A(2,[4,2]),C=A)。

线性方程组

- 在化学工程中需要求解线性方程组的场合很多，如多组分体系的物料衡算、计算各种化合物的物理化学性质以及稳态CSTR反应器模型等。
- 线性代数计算是数值计算的重要基础。
- 近年来，线性方程组在微分方程数值解、线性规划、网络分析、有限元分析等领域获得广泛的应用，求解大型高阶（几万甚至几十万阶）稀疏方程组以及病态方程组的要求大大增加。
- 这些问题都需要求解线性方程组的算法稳定、高效。

算法稳定

病态方程组

I) II)

（a）

$$\begin{cases}2x+6y=8\\2x+6.00001y=8.00001\end{cases}$$

$$\begin{cases}2x+6y=8\\2x+5.99999y=8.00002\end{cases}$$

第一组方程组的系数矩阵和右端向量各有一个元素有微量之别，但是可以很容易求得其解分别为x=1, y=1和x=10, y=-2，有很大差别。

（b）

$$\begin{cases}0.2161x+0.1441y=0.1440\\1.2969x+0.8648y=0.8642\end{cases}$$

$$\begin{cases}0.2161x+0.1441y=0.14400001\\1.2969x+0.8648y=0.86419999\end{cases}$$

第二组方程的系数矩阵完全相同，只是右端项有微小摄动，可是他们的解（分别为x=2, y=-2和x=0.991, y=-0.487）则完全不同。

算法高效

- 克莱姆法则： $X_i = \dfrac{A_i}{\Delta A}$
  - 对于n阶方程组，采用克莱姆法则直接求解需要（n-1）×n！次乘法和加法。如果n=20，则需计算4.62×10^{19}，如果计算机每秒计算10亿次，需计算146年！
  - 通常采用其他方法，如高斯法等
- 线性方程组的直接解法
  - 高斯消去法
  - 高斯主元素消元法
  - 高斯—约当消去法
- 线性方程组的迭代解法
  - 雅可比迭代
  - 高斯-赛德尔迭代
  - SOR迭代

高斯消元法

$$\begin{cases} 10x-7y=0 \\ -3x+2y+6z=4 \\ 5x-y+5z=6 \end{cases} \longrightarrow \begin{bmatrix} 10 & -7 & 0 \\ -3 & 2 & 6 \\ 5 & -1 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

I*0.3+II   I*(-0.5)+III

$$\begin{bmatrix} 10 & -7 & 0 \\ 0 & -0.1 & 6 \\ 0 & 2.5 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 7 \\ 6.1 \\ 2.5 \end{bmatrix}$$

II*25+III

$$\begin{bmatrix} 10 & -7 & 0 \\ 0 & -0.1 & 6 \\ 0 & 0 & 155 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 7 \\ 6.1 \\ 155 \end{bmatrix}$$

$$z=1, y=-0.1, x=0$$

高斯消元法

5位有效数字

$$\begin{bmatrix} 10 & -7 & 0 \\ -3 & 2.099 & 6 \\ 5 & -1 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 7 \\ 3.901 \\ 6 \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{I*(-0.5)+III}]{\text{I*0.3+II}} \begin{bmatrix} 10 & -7 & 0 \\ 0 & -0.001 & 6 \\ 0 & 2.5 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 7 \\ 6.001 \\ 2.5 \end{bmatrix}$$

II*2500+III

$$x=0, y=-1, z=1$$

$$\left.\begin{aligned} x&=-0.35 \\ y&=-1.5 \\ z&=0.99993 \end{aligned}\right\} \longleftarrow \begin{bmatrix} 10 & -7 & 0 \\ 0 & -0.001 & 6 \\ 0 & 0 & 1.5005\times10^4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 7 \\ 6.001 \\ 1.5004\times10^4 \end{bmatrix}$$

高斯主元素消元法

5位有效数字

$$\begin{bmatrix}10 & -7 & 0\\ -3 & 2.099 & 6\\ 5 & -1 & 5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}7\\ 3.901\\ 6\end{bmatrix}\xrightarrow[\text{I*(-0.5)+III}]{\text{I*0.3+II}}\begin{bmatrix}10 & -7 & 0\\ 0 & -0.001 & 6\\ 0 & 2.5 & 5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}7\\ 6.001\\ 2.5\end{bmatrix}$$

II⇔III

$$\begin{bmatrix}10 & -7 & 0\\ 0 & 2.5 & 5\\ 0 & -0.001 & 6\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}7\\ 2.5\\ 6.001\end{bmatrix}$$

II*0.0004+III

$$\begin{bmatrix}10 & -7 & 0\\ 0 & 2.5 & 5\\ 0 & 0 & 6.002\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}7\\ 2.5\\ 6.002\end{bmatrix}$$

$$x=0,\ y=-1,\ z=1$$

高斯消去法总计算量

消元过程：

乘除法：$M_2=\sum_{k=1}^{n-1}(n-k)^2+2\sum_{k=1}^{n-1}(n-k)=\frac{n^3}{3}+\frac{n^2}{2}-\frac{5n}{6}$

加减法：$S_2=\sum_{k=1}^{n-1}(n-k)^2+\sum_{k=1}^{n-1}(n-k)=\frac{n^3}{3}-\frac{n}{3}$

总运算量：

乘除法：$M=M_1+M_2=\frac{n^3}{3}+n^2-\frac{n}{3}$

加减法：$S=S_1+S_2=\frac{n^3}{3}+\frac{n^2}{2}-\frac{5n}{6}$

如果n=20, M=3060,远远小于克莱姆法

MATLAB求解线性方程组方法

- 在MATLAB中，求解线性方程组归结为一条简单的命令，即：“\”（矩阵左除）和“/”（矩阵右除），通常“\”使用更多。
- 对于线性方程组AX=b，它的解可以用以下命令表示：

>>X=A\b

- 如果方程组表示为XA=b，则它的解可以用以下命令表示：

>>X=b/A（不推荐）

MATLAB矩阵左除命令的算法

1. 若A为对角阵，则直接除以对角元素；
2. 若A为三角阵，则直接进行回代；
3. 若A为正定阵，则进行 Cholesky分解；
4. 若A为Hessenberg阵，则将其简化为上三角阵，再进行回代；
5. 若A为方阵，则进行LU分解；
6. 若A不是方阵，则进行QR分解

例题11

采用矩阵左除命令求解方程 $\begin{cases} 10x - 7y = 0 \\ -3x + 2.099y + 6z = 3.901 \\ 5x - y + 5z = 6 \end{cases}$

1. 将方程可以表示矩阵乘法的形式

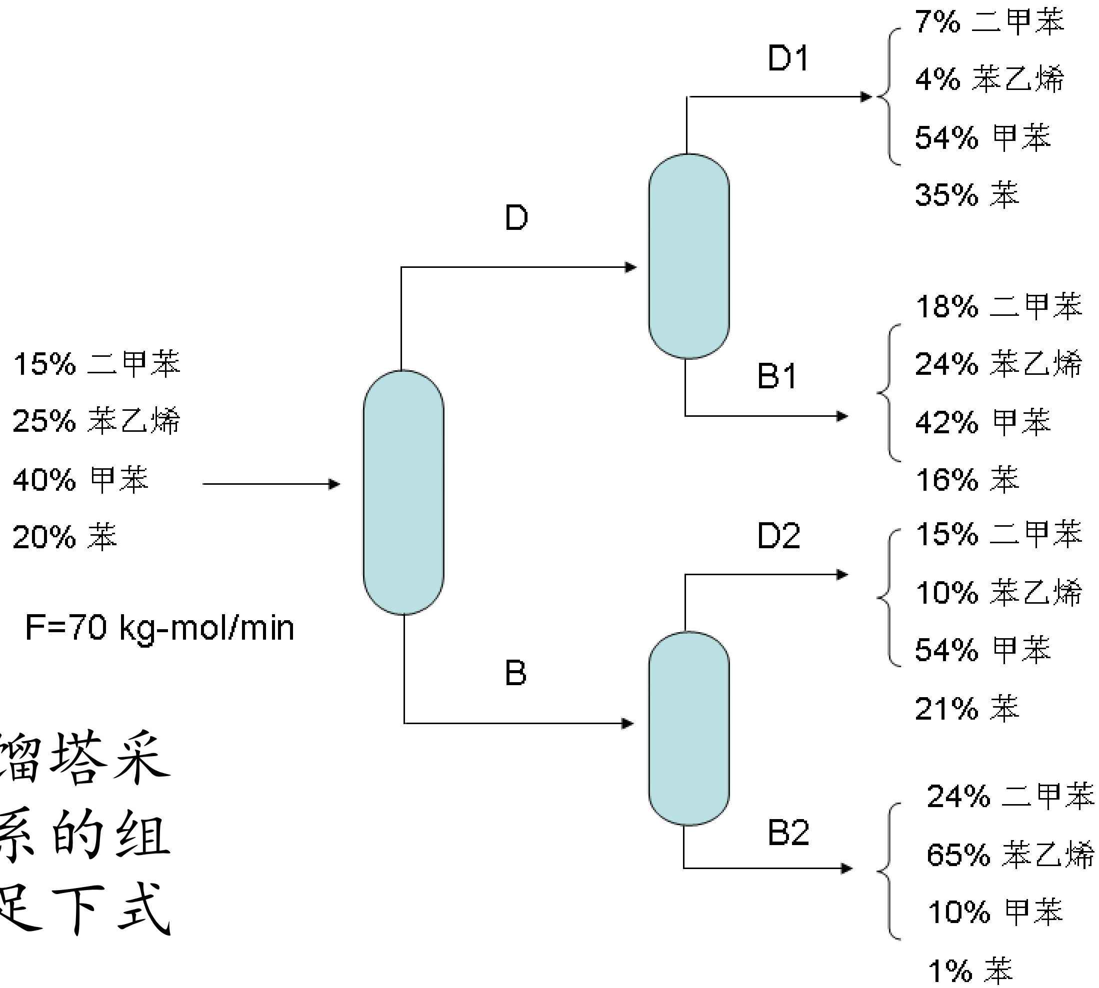
$$\underbrace{\begin{bmatrix} 10 & -7 & 0 \\ -3 & 2.099 & 6 \\ 5 & -1 & 5 \end{bmatrix}}_{A} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 7 \\ 3.901 \\ 6 \end{bmatrix}}_{B}$$

2. 在命令窗口输入：

```
>>A=[10 -7 0; -3 2.099 6; 5 -1 5];
>>B=[7; 3.901; 6];
>>x=A\B
```

例题12

采用精馏塔进行分离如下图所示的苯、甲苯、对二甲苯、苯乙烯混合物，当达到稳态操作时，各股物流的组成已知；试计算D1，B1，D2和B2的摩尔流量。



数学模型：在本例中，精馏塔采用稳态操作，因此整个体系的组成受物料衡算限制，即满足下式

$$\sum(F(in)\cdot x_i(in))=\sum(F(out)\cdot x_i(out))$$

例题12

体系的物料衡算方程式如下：

$$\begin{cases} 0.07D1+0.18B1+0.15D2+0.24B2=0.15\times 70 \\ 0.04D1+0.24B1+0.10D2+0.65B2=0.25\times 70 \\ 0.054D1+0.42B1+0.54D2+0.10B2=0.40\times 70 \\ 0.035D1+0.16B1+0.21D2+0.01B2=0.20\times 70 \end{cases}$$

这是一线性方程组，可由如下程序求解。

```
A=[0.07 0.18 0.15 0.24;
      0.04 0.24 0.10 0.65;
      0.54 0.42 0.54 0.10;
     0.35 0.16 0.21 0.01];
B=[0.15; 0.25; 0.40; 0.20]*70;
x=A\B
```

```
x=[26.2500
17.5000
8.7500
17.5000]
```

例题12

- 在数值计算中，计算获得结果不等于计算结果正确
  - 仔细检查程序是否存在错误，特别是输入错误；
  - 不要过多的手动输入或手算；
  - 采用其它手段验证程序结果
    - 绘制图形，观察结果是否异常；
    - 选择手算或程序验证结果是否正确，例如检验物料（能量）衡算是否正确。

例如：对于上例，可以检验A的每列和是否为1，以避免输入错误；计算所得出口物料是否等于进口。

```
>> all(abs(sum(A)-1)<1e-8)
>> abs(sum(x)-70)<sqrt(eps)
```

MATLAB求解线性方程组方法

线性方程组AX=b，含有n个未知向量

恰定方程

系数矩阵A与增广矩阵B=[A|b]的秩相等，且等于n时，方程仅有一个解

定解

欠定方程

系数矩阵A与增广矩阵B=[A|b]的秩相等，但小于n时，方程有无穷多解

一个特解，最多含有m（方程数）个非零解

超定方程

系数矩阵A与增广矩阵B=[A|b]的秩不相等时，方程组没有解

最小二乘解，它带入方程左端得到的值与方程右端项差值的平方和是所有解中最小的

MATLAB求解线性方程组方法

欠定方程组

$$\begin{cases} x+y-3z-w=1 \\ 3x-y-3z+4w=4 \\ x+5y-9z-8w=0 \end{cases}$$

超定方程组

$$\begin{cases} x-2y+3z-w=1 \\ 3x-y+5z-3w=2 \\ 2x+y+2z-2w=3 \end{cases}$$

1.解的判断

```
>>A=[1 1 -3 -1;3 -1 -3 4;1 5 -9 8];
>> b=[1 4 0]';
>> Ar=rank(A),br=rank([A b])
```

结果为：Ar=2 br=2

```
>>A=[1 -2 3 -1;3 -1 5 -3;2 1 2 -2];
>> b=[1 2 3]';
>> Ar=rank(A),br=rank([A b])
```

结果为：Ar=2 br=3

2.求出一个解

```
>>A\b
```

在求解之前求秩判断方程类型不是求解线性方程组的必须过程，但对结果判断十分有帮助。

大型方程组系数矩阵的输入

$$\begin{cases} 0.1x_1 + 0.3x_2 + 1.5x_6 = 9.7 \\ 0.02x_2 + 0.4x_4 + 0.5x_5 + 0.3x_6 = 5.94 \\ 0.13x_3 + 0.1x_5 = 0.89 \\ 0.02x_1 + 0.3x_3 + 0.2x_6 = 2.12 \\ 1.2x_2 + x_3 + 0.5x_4 = 7.4 \\ 0.01x_1 + 0.7x_3 + 0.9x_5 = 6.61 \end{cases}$$

一般大型线性方程组的系数矩阵中均含有大量的0，因此在输入时通常采用zeros函数定维，然后采用合适的方法输入非零元素。

```
A=zeros(6);
A(1,[1,2,6])=[0.1 0.3 1.5];
A(2,[2,4,5,6])=[0.02 0.4 0.5 0.3];
A(3,[3,5])=[0.13 0.1];
A(4,[1,3,6])=[0.02 0.3 0.2];
A(5,[2,3,4])=[1.2 1 0.5];
A(6,[1,3,5])=[0.01 0.7 0.9];
```

大型方程组系数矩阵的输入

已知两点边值问题 $\begin{cases} \varepsilon \dfrac{d^2y}{dx^2} + \dfrac{dy}{dx} = a, (0 < a < 1) \\ y(0) = 1, y(1) = 1 \end{cases}$

精确解为： $y = \dfrac{1-a}{1-e^{-1/\varepsilon}}(1 - e^{-x/\varepsilon}) + ax$

现以步长划分区间[0,1]为100等份，用差分近似代替微分，将微分方程离散化线性方程组，代入初始条件后，得到如下方程组：其中ε＝1，a=1/2，h=1/100。试求解以上方程组，并与精确解相比较；如果ε＝0.1，ε＝0.001，再求解该问题。

$$\begin{bmatrix} -(2\varepsilon+h) & \varepsilon+h & & & \\ \varepsilon & -(2\varepsilon+h) & \varepsilon+h & & \\ & \varepsilon & -(2\varepsilon+h) & \ddots & \\ & & \ddots & \ddots & \varepsilon+h \\ & & & \varepsilon & -(2\varepsilon+h) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_{99} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ah^2 \\ ah^2 \\ \vdots \\ ah^2 \\ ah^2 - \varepsilon - h \end{bmatrix}$$

大型方程组系数矩阵的输入

```
function Excercise2_2
epsilon=1;a=0.5;h=0.01;A=zeros(1/h-1);dim=size(A);
for i=1:dim(1)
    A(i,i)=-(2*epsilon+h);
end
for i=1:dim(1)-1
    A(i+1,i)=epsilon;
    A(i,i+1)=epsilon+h;
end
b=a*h^2*ones(dim(1),1);
b(end)=a*h^2-epsilon-h;
y=A\b;
x=(linspace(0+1/dim(1),1-1/dim(1),dim(1)))';
yprecise=(1-a).*(1-exp(-x/epsilon))/(1-exp(-
1/epsilon))+a*x
delty=norm(y-yprecise)
```

不用循环语句如何实现？

大型方程组系数矩阵的输入

不用循环语句

$$
\begin{bmatrix}
-(2\varepsilon+h) & \varepsilon+h & & & \\
\varepsilon & -(2\varepsilon+h) & \varepsilon+h & & \\
 & \varepsilon & -(2\varepsilon+h) & \ddots & \\
 & & \ddots & \ddots & \varepsilon+h \\
 & & & \varepsilon & -(2\varepsilon+h)
\end{bmatrix}
$$

这是一个三对角矩阵，可以写成三个对角阵的加和

```
A1=diag((-2*epsilon+h)*ones(99,1));
A2=diag((epsilon+h)*ones(98,1),1);
A3=diag(epsilon*ones(98,1),-1)
A=A1+A2+A3;
```

线性方程组的迭代解法

对于超大型线性方程组的求解常采用迭代法求解

It is important to understand that space considerations, not processor speeds, are what bound the ability to tackle such large systems. Memory is the bottleneck in solving these large dense systems.

请注意教材2.7中矩阵分块的方法

第3章 非线性方程(组)求解(1)

- 非线性方程（组）数值求解基本原理

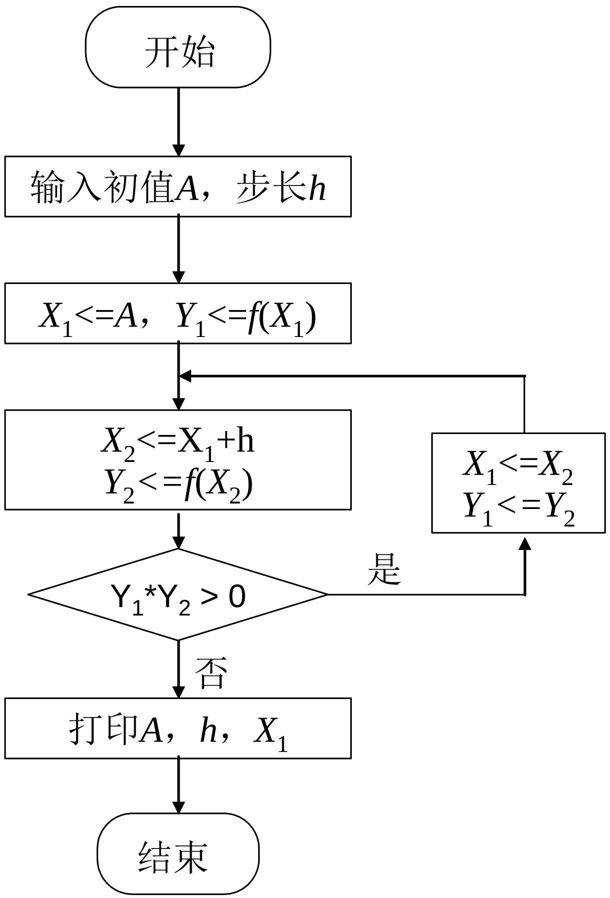
非线性方程（组）在化工计算中的作用

- 多组分混合溶液的沸点、饱和蒸气压计算
- 流体在管道中阻力计算
- 多组分多平衡级分离操作模拟计算
- 平衡常数法求解化学平衡问题
- 定态操作的全混流反应器的操作分析

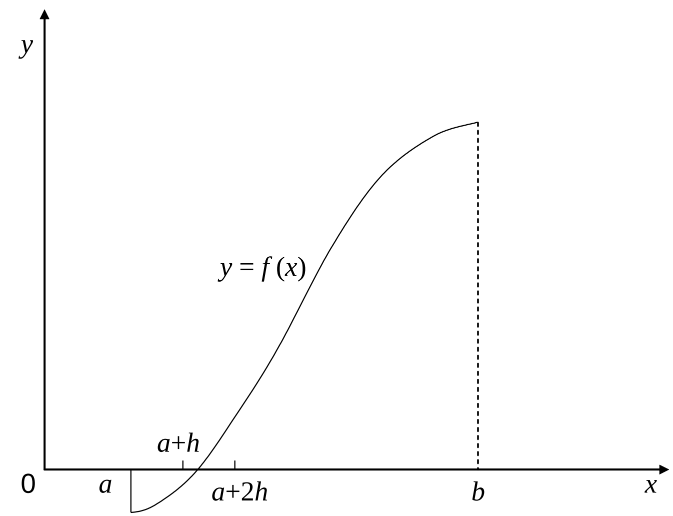
非线性方程

- 非线性方程包括：高次代数方程、超越方程及其它们的组合
- 对于高次代数方程，当次数>4时，则没有通解公式可用，对于超越方程既不知有几个根，也没有同样的求解方式。实际上，对于n≥3代数方程以及超越方程都采用数值方法求近似根。
- 常用的数值解法包括：逐步扫描法，二分法，牛顿法，割线法，逆二次插值等
- 这些算法通常采用迭代法：$x_{k+1} = x_k + \alpha_k p_k$ ，其中 p_k 表示搜索方向，α_k 表示搜索步长。

逐步扫描法



当方程在区间两端异号时，
区间内至少存在一个根。



逐步扫描法效率较低，常用于求根的初始近似值

逐步扫描法计算示例

编写一个函数采用逐步扫描法求以下方程在区间[1,2]内的实根，使其绝对误差不超过10^{-6}。

$$f(x)=x^2+3.2x-9=0$$

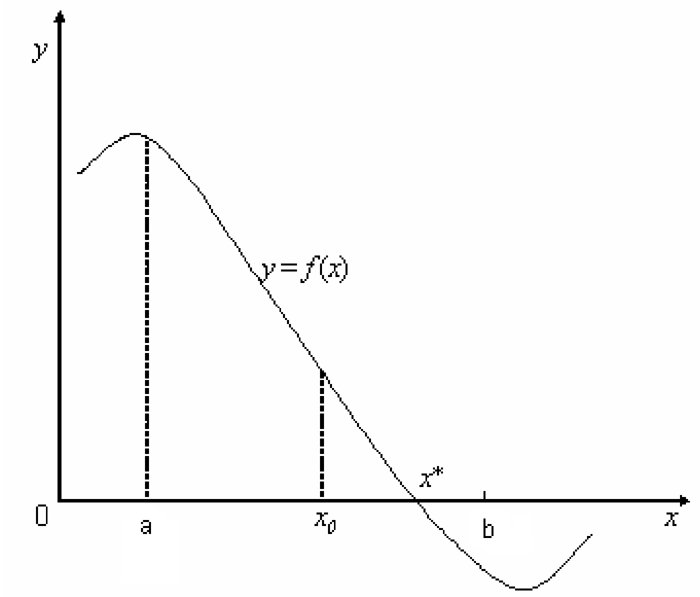
```
function Cha2Step
xa=1;step=1e-6;xb=2;n=0;
f=@(x) x^2+3.2*x-9;
for x=xa:step:xb
   xn=x+step;
   fa=f(x); fb=f(xn);n=n+1;
   if fa*fb<=0
      xsol=xn;
      fprintf('\t%s\t%f\n','The solution is',xsol)
     fprintf('\t%s\t%d\n','The number of step is',n)
         break
   end
end
```

```
The solution is      1.800000
The number of step is       800000
```

二分法

二分法的图形解释

若函数f(x)在区间[a,b]内单调连续，且f(a)f(b)<0，则在闭区间[a,b]内必然存在方程f(x)=0的根x*。二分法将区间中点作为新的区间端点。



二分法是一种可靠的算法，但计算速度较慢

二分法的计算步骤

1. 若对于a<b，有$f(a)\cdot f(b)<0$，则在(a,b)内$f(x)=0$至少有一个根；
2. 取(a,b)的中点，计算$f(x_1)$；
3. 若$f(x_1)=0$，则x_1是$f(x)=0$的根，停止计算，输出结果$x^* = x_1$；
4. 若$f(a)\cdot f(x_1)<0$，则在(a,x_1)内$f(x)=0$至少有一个根；取$a_1=a$，$b_1=x_1$；若$f(a)\cdot f(x_1)>0$，则取$a_1= x_1$，$b_1=b$。
5. 若 $\frac{1}{2}|b_k-a_k|\le\varepsilon$ 则退出计算，输出结果；反之返回步骤2，重复步骤2~5。

二分法计算示例

编写一个函数采用二分法求以下方程在区间[1,2]内的实根，使其绝对误差不超过10^{-6}。

$$f(x) = x^2 + 3.2x - 9 = 0$$

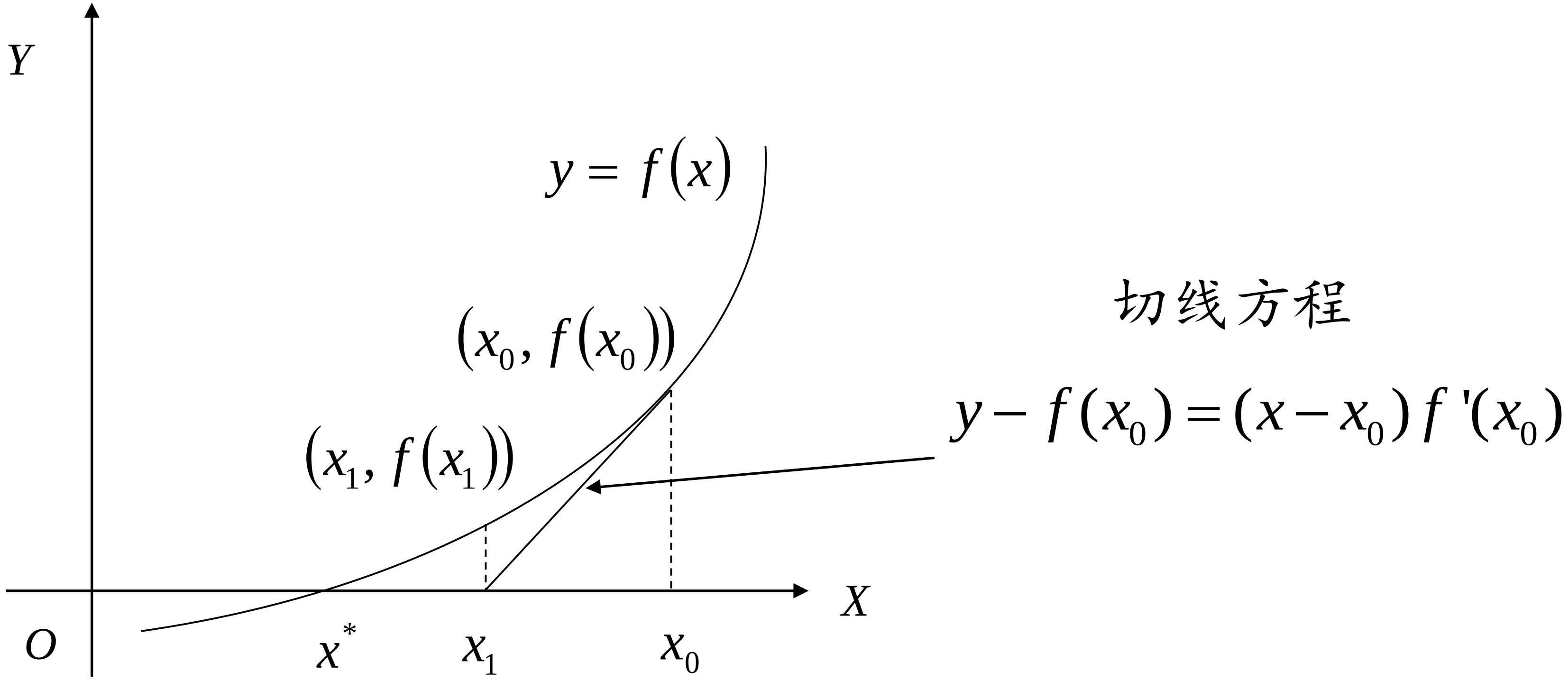
二分法计算示例

```
function Cha2Demo1
a=1;b=2;epsilon=1e-6; k=0;
f=@(x) x^2+3.2*x-9;
while abs(b-a)/2>epsilon
    x=(b+a)/2;
    if f(x)==0
        a=x;b=x;
    elseif f(a)*f(x)>0
        a=x;
    elseif f(a)*f(x)<0
        b=x;
    end
   k=k+1;
end
x=(b+a)/2, k
```

```
x =    1.8000
k =    19
```

牛顿法

- 牛顿法也称为牛顿-拉普森法或者切线法。由于这个方法的计算结果颇佳，而计算过程也比较简单，所以被普遍采用。
- 牛顿法的核心内容是通过泰勒级数将非线性方程式转化为线性方程式，然后用迭代法求解。



牛顿法原理

设方程式 $f(x)=0$ 的近似根为 x_0

则 $f(x)$ 对 $x=x_0$ 的泰勒级数展开式为

$$f(x)=f(x_0)+(x-x_0)f'(x_0)+\frac{(x-x_0)^2}{2!}f''(x_0)+\cdots$$

$$\Downarrow$$

$$f(x)\approx f(x_0)+(x-x_0)f'(x_0)=0$$

$$\Downarrow$$

$$x=x_0-\frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \Rightarrow x_{k+1}=x_k-\frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

牛顿法计算示例

编写一个函数采用牛顿法求以下方程在x=1附近的实根，使其绝对误差不超过10^{-6}。

$$f(x)=x^2+3.2x-9=0$$

```
function Cha2Demo2
x(1)=1;
epsilon=1e-6;
f=@(x) x^2+3.2*x-9;
df=@(x) 2*x+3.2;
k=1;
x(2)=x(1)-f(x(1))/df(x(1));
while abs(x(k+1)-x(k))>epsilon
      x(k+2)=x(k+1)-f(x(k+1))/df(x(k+1));
      k=k+1;
end
disp(['The solution is: ',num2str(x(end-1))])
disp(['The number of step is: ',num2str(k)])
```

```
The solution is: 1.8
The number of step is: 4
```

牛顿法注意事项

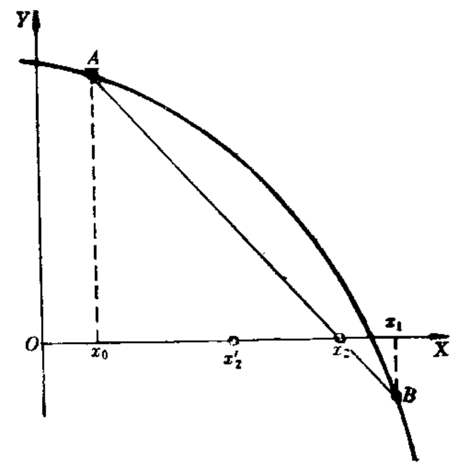
- 在有根区间[a,b]上，$f'(x)\neq 0, f''(x)$ 连续且不变号，则只要选取的初始近似根x_0满足 $f(x_0)f''(x_0)>0$ ，牛顿法必定收敛。
- 在单根附近，牛顿公式恒收敛，而且收敛速度很快。但是需要注意如果初始值不在根的附近，牛顿公式不一定收敛
- 在实际使用中，牛顿法最好与逐步扫描法结合起来，先通过逐步扫描法求出根的近似值，然后用牛顿公式求其精确值，以发挥牛顿法收敛速度快的优点

牛顿迭代法收敛速度快，但它要求计算函数导数的值

弦截法

- 弦截法的基本思想与牛顿法相似，即将非线性函数线性化后求解。
- 弦截法实现函数线性化的手段采用的是两点间的弦线（用差商代替导数），而不是某点的切线
- 弦截法需要给出两个迭代初值。可将逐步扫描法最后搜索的区间的两个端点值常可作为初值
- 弦截法比牛顿法收敛速度慢，但在每次迭代中只需计算一次函数值，又不必求函数的导数

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f(x_k) - f(x_{k-1})}(x_k - x_{k-1})$$



弦截法示意图

弦截法计算示例

编写一个函数采用弦截法求以下方程的实根，初始值取1和2，使其绝对误差不超过10^{-6}。

$$f(x) = x^2 + 3.2x - 9 = 0$$

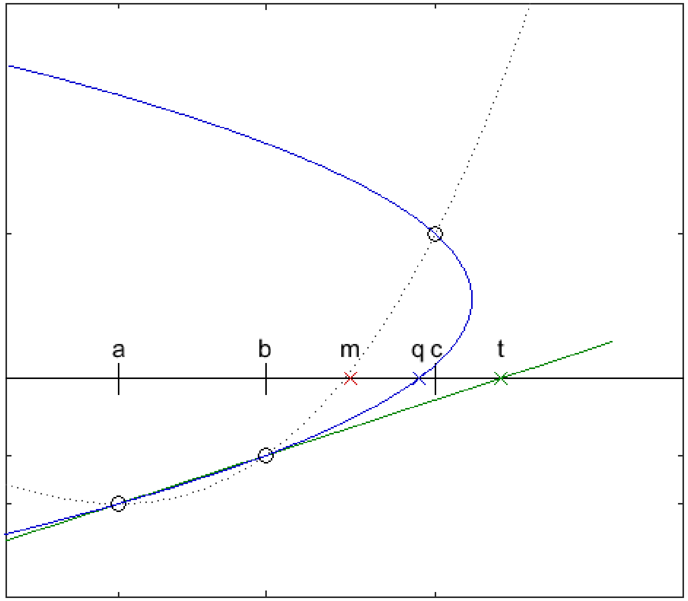
```
function Cha2Demo3
x(1)=1;x(2)=2;epsilon=1e-6; k=1;
f=@(x) x^2+3.2*x-9;
while abs(x(k+1)-x(k))>epsilon
    s=(f(x(k+1))-f(x(k)))/(x(k+1)-x(k));
    x(k+2)=x(k+1)-f(x(k+1))/s;
    k=k+1;
end
disp(['The solution is ',num2str(x(end))])
disp(['The step number is ',num2str(k-1)])
```

The solution is 1.8
The step number is 5

逆二次插值(IQI)

若已知三个点a,b,c，及其函数值f(a),f(b),f(c)，可以将这三点插值为关于y的二次函数。此抛物型一定与x轴有交点，在交点处y=0，对应点x=P(0)为下一步迭代解。

$$x_{n+1} = \frac{f_{n-1}f_n}{(f_{n-2}-f_{n-1})(f_{n-2}-f_n)}x_{n-2} + \frac{f_{n-2}f_n}{(f_{n-1}-f_{n-2})(f_{n-1}-f_n)}x_{n-1} + \frac{f_{n-2}f_{n-1}}{(f_n-f_{n-2})(f_n-f_{n-1})}x_n$$



IQI法在迭代终点时收敛速度很快，但整个过程中速度不稳定

本讲小结

1) \求解线性方程组的方法
2) 熟练使用MATLAB矩阵操作函数输入大型线性方程组的系数矩阵
3) 了解不同非线性方程数值解法的基本思路和特点

课堂练习B

1. 写出用MATLAB求解以下方程组解的命令

$$\begin{cases} 3x-4y+6z-8w=12 \\ 7y-8z+3w=3 \\ 5x-9y+19z=5 \\ 9x+17z=14 \end{cases}$$

2. 把以上方程系数矩阵的第3至第6个元素，赋值给变量c
3. 求以上方程系数矩阵中大于5小于10的元素位置

作业

公共邮箱下载文档：work06.pdf，直接打印、完成后上交