

北京化工大学

2019-2020-2 学期期末考试试卷

课程名称 (Nom de Matière): 力学 (I)

课程代码: (Code de Matière): PHY11700E

共 5 道题 Nombre des exercices

试题总分 Note Totale 100

答题时间 Durée: 3 小时 Heure

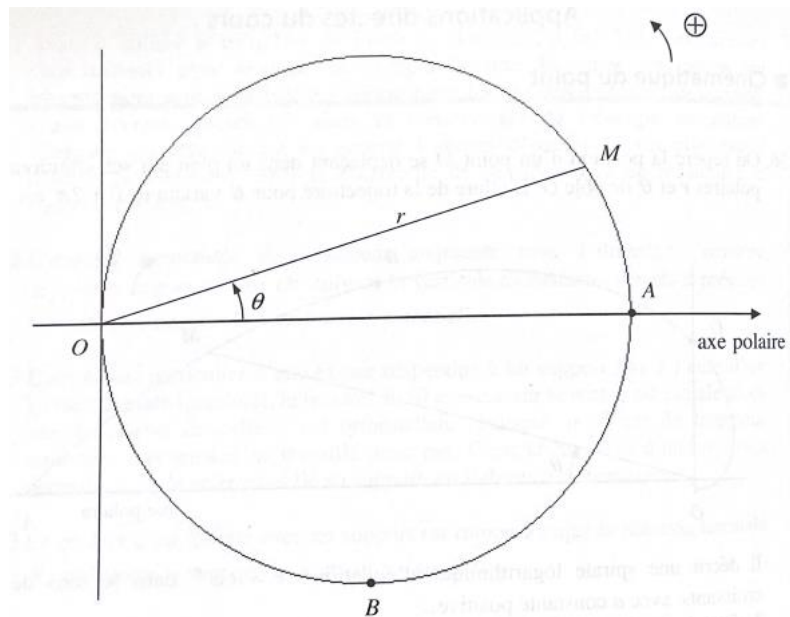
闭卷 Examen à livre fermé ☒

答题要求 Exigences de réponses

写清题号，写清答题过程，最后结果请用方框标注出来！

以下为试题内容 Contenu de sujet

1. On repère la position d'un point M se déplaçant dans un plan par ses coordonnées polaires de pôle O. Le point décrit une trajectoire d'équation  $r = d \cos \theta$  avec d constante positive et  $\theta \in [-\pi/2, \pi/2]$ , son allure est donnée ci-dessous.

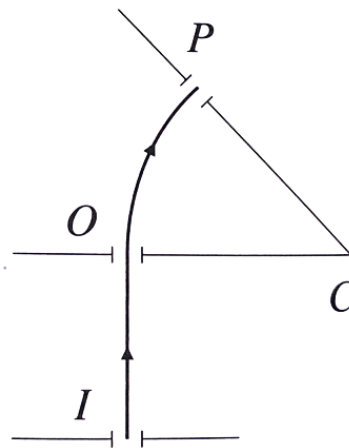


La loi horaire est  $\theta = \omega t$  où la vitesse angulaire  $\omega$  est une constante positive.

- 1.1 Dessiner aux points A et B les vecteurs de base locale  $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ .
- 1.2 Exprimer dans cette base locale les vecteurs vitesse et accélération du point matériel.
- 1.3 Donner les composantes du vecteur vitesse aux points A ( $\theta = 0$ ) et B ( $\theta = -\pi/4$ ) en fonction de d et  $\omega$  et celle du vecteur accélération aux mêmes points en fonction de d et  $\omega^2$ .
- 1.4 Calculer la norme du vecteur vitesse. Le mouvement est-il uniforme ?
- 1.5 Calculer la norme du vecteur accélération et déterminer le rayon

de courbure de cette trajectoire en un point quelconque. Interpréter ce résultat.

2. Des ions or  $\text{Au}^+$  sont produits juste avant le point I avec une vitesse négligeable ; ils sont d'abord accélérés par un champ électrique uniforme  $\vec{E}$  dans la zone entre I et O, puis déviés par un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$  dans le secteur de centre O et P.



- 2.1 Quel doit être le sens du champ  $\vec{E}$  ? Donner la valeur numérique de la vitesse  $v_0$  des ions au passage par O. sachant que les plans équipotentiels perpendiculaires à IO sont aux potentiels  $V_I=0$  et  $V_O=-46,3\text{kV}$ , et que la masse molaire de l'or est  $M_{\text{Au}}=197\text{g.mol}^{-1}$ .
- 2.2 Quel doit être le sens du champ  $\vec{B}$  pour que les ions déviés comme sur la figure ? Quel doit être la valeur de sa norme B pour que C soit le centre de la trajectoire sachant que  $r_0 = CO = 0,5\text{m}$  ?

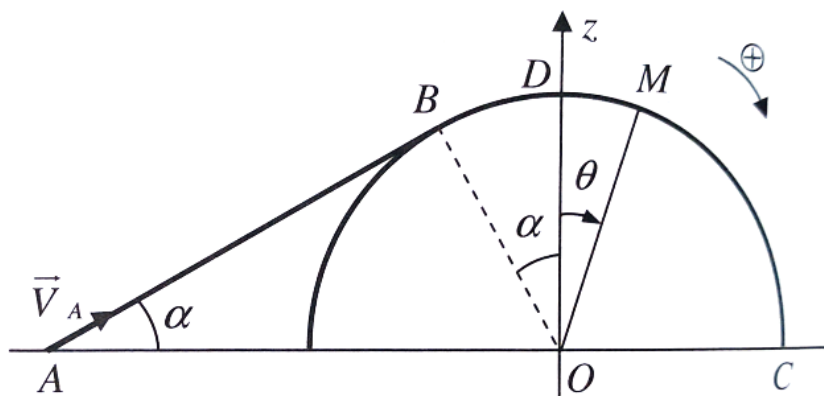
Il peut exister dans le jet initial, des ions de même charge que les ions

$\text{Au}^+$ , mais de masse voisine, extraites et accélérées en même temps que ces derniers. Le tableau périodique donne  $^{195}_{78}\text{Pt}$   $^{197}_{79}\text{Au}$   $^{200}_{80}\text{Hg}$ .

2.3 Expliquer en quoi ce système d'accélération et de réflexion joue le rôle de sélecteur de masse. Comment  $r_0$  dépend-il de  $m$  ? Faire une figure avec  $m_1$  passant en P et  $m_2 < m_1$ .

2.4 En P est placée une fente symétrique de largeur totale D. Estimer la plus grande valeur de D qui permet de ne sélectionner que les ions de  $\text{Au}^+$ .

3. Un palet M de masse  $m$ , assimilé à un point matériel, est lancé sur une piste contenue dans un plan vertical. Elle est composée d'une portion rectiligne AB, inclinée d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontale, et d'une portion circulaire BC, tracée sur une sphère, de rayon R et d'angle  $\text{BOC} = \pi/2 + \alpha$ .  $\alpha$  est un angle arithmétique, non orienté. Le palet initialement lancé depuis A avec une vitesse de norme  $V_A$  et glisse sans frottement sur la piste. On désigne par  $g$  la norme du champ de pesanteur.



3.1 Montrer que le palet ne peut pas décoller entre A et B.

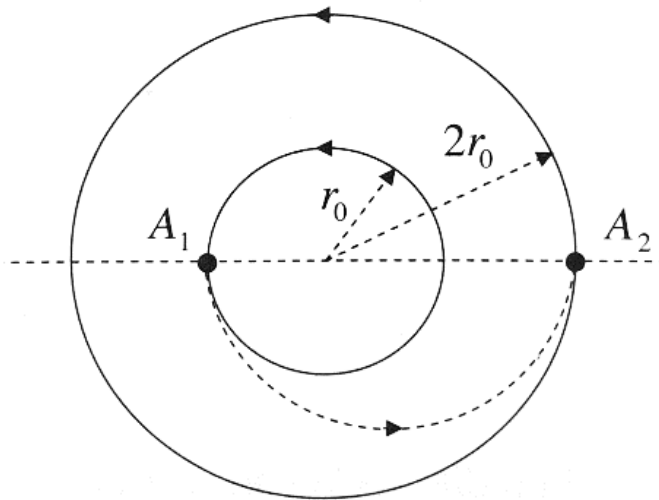
3.2 A quelle condition sur  $V_A$  le point B est-il atteint ?

3.3 A quelle condition sur  $V_A$  n'y aura-t-il pas de décollage avant le sommet de la sphère ?

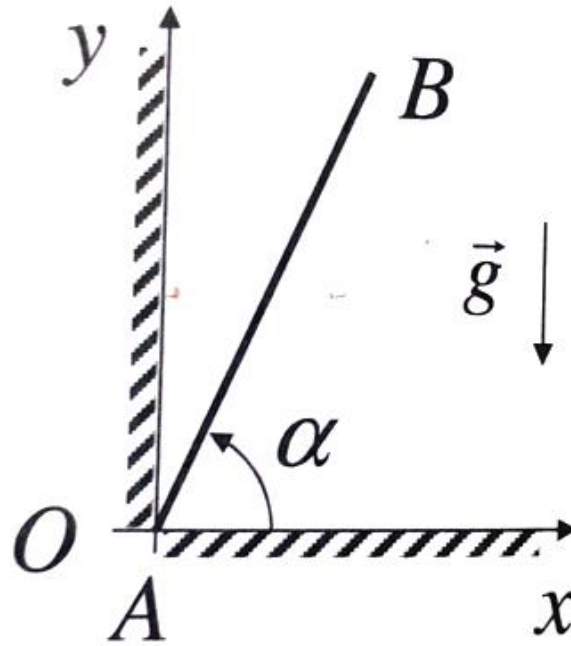
3.4 Le palet ayant franchi le sommet sans décoller, pour quelle valeur  $\theta_d$  de  $\theta$  quittera-t-il la piste après le sommet ?

3.5 Comparer  $\theta_d$  et  $\alpha$ .

4. On veut porter un satellite de la trajectoire circulaire  $r_1 = r_0$  où sa vitesse est  $v_0$  à la trajectoire circulaire  $r_2 = 2r_0$  grâce à un râteau (on suppose que la masse  $m$  du satellite reste constante). En un point A1, cela revient à lui communiquer une vitesse  $v'_1 > v_0$  de telle façon qu'il décrive une ellipse (orbite de transfert) de grand axe A1A2. La variation de vitesse se produit sur une durée suffisamment brève pour pouvoir considérer que pendant cette variation la vitesse garde la même direction et que l'altitude ne change pas. Il arrive en A2 avec une vitesse  $v'_2$ . On lui communique une vitesse  $v_2$  instantanément pour qu'il décrive une trajectoire circulaire de rayon  $r_2$ .



- 4.1 Déterminer les énergies sur les 3 trajectoires en fonction de  $k = GM_T m$  et de  $r_0$ .
- 4.2 Comment l'énergie du satellite a pu varier que la force gravitationnelle est conservative ?
- 4.3 Calculer les vitesses  $v'_1$ ,  $v'_2$  et  $v_2$  en fonction de  $v_0$ .
- 4.4 Le satellite étant sur la trajectoire circulaire de rayon  $r_2$ , quelle variation de vitesse dans les conditions décrites au sujet permet d'obtenir une trajectoire parabolique ?
5. Ox est un sol horizontal et Oy un mur vertical. Un tige AB de masse  $m$ , de longueur  $2L$  évolue dans le plan de la figure. Initialement, elle est verticale et cet équilibre est détruit de façon infinitésimale, ce qui signifie que sa vitesse initiale est quasi nulle. L'extrémité A peut tourner librement en O dans frottement.



- 5.1 Calculer le moment d'inertie par rapport à l'axe  $Oz$   $J_\Delta$
- 5.2 Déterminer par le théorème du moment cinétique les expressions de  $\dot{\alpha}$  et  $\ddot{\alpha}$  en fonction de  $g$ ,  $l$  et  $\alpha$ .
- 5.3 Déterminer par une approche énergétique les expressions de  $\dot{\alpha}$  et  $\ddot{\alpha}$  en fonction de  $g$ ,  $l$  et  $\alpha$ .
- 5.4 Calculer, tant que  $A$  est en  $O$ , les composantes  $R_x$  et  $R_y$  de la force de contact s'exerçant en  $A$  sur la tige. Vérifier les valeurs de  $R_x$  et  $R_y$  en position verticale.