7. Mouvement à force centrale

On utilisera, pour l'intégralité de ces exercices, les données suivantes :

— Masse de la Terre : $M_T = 6,0.10^{24}$ kg
— Masse du Soleil $M_S = 2,0.10^{30}$ kg
— Rayon de la Terre : $R_T = 6,4.10^6$ m
— Constante universelle de gravitation : $G = 6,67.10^{-11}$ U.S.I
— Pesanteur terrestre : $g = 9,81$ m.s^{-2}
— Distance moyenne Terre-Soleil : 1 u.a$= 1,5.10^{11}$ m
— Permittivité diélectrique du vide $\varepsilon_0 = 8,85.10^{-12}$ F.m^{-1}.

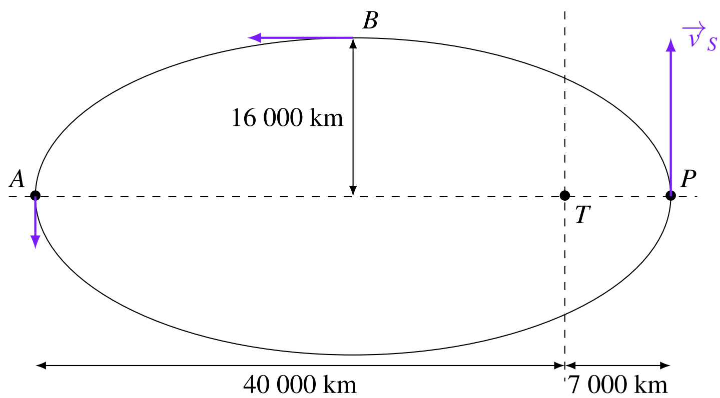
7.1 Exercices d'application

7.1.1 Période de révolution de Mars

La planète Mars est environ 1,5 fois plus éloignée du Soleil que la Terre. En déduire sa période de révolution autour du Soleil.

7.1.2 Satellite terrestre

Un satellite S de masse $m = 1$ tonne décrit une orbite elliptique autour de la Terre T. Le satellite n'est soumis qu'à la force de gravité, constamment dirigée vers le point T.

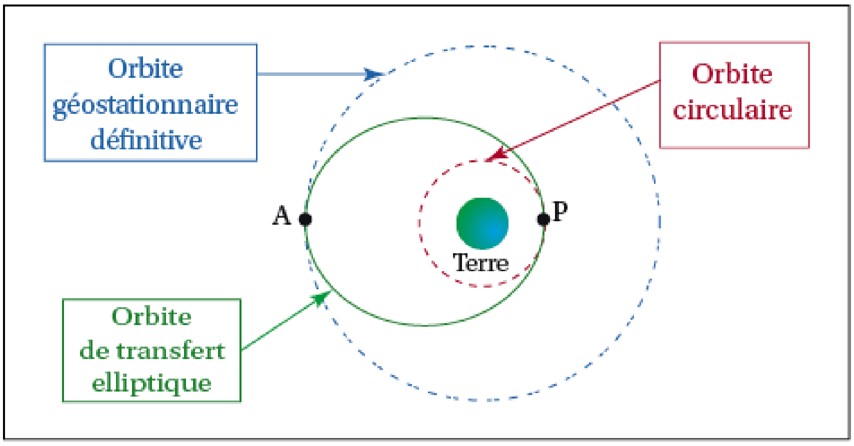


1. Montrer que le moment cinétique par rapport à T est conservé au cours du mouvement.
2. En B, la vitesse du satellite est de 16000 km.h^{-1}. Calculer numériquement le moment cinétique du satellite par rapport à T, lorsque le satellite est en B.
3. Déterminer alors la norme de la vitesse du satellite aux points A et P. Faire l'application numérique.

7.1.3 Énergie nécessaire pour mettre un satellite en orbite

1. Dans quel référentiel se place-t-on pour étudier le mouvement d'un satellite terrestre ?

2. **Énergie d'un satellite artificiel en orbite**
On étudie le mouvement d'un satellite de masse m en orbite circulaire à une altitude z au-dessus de la surface de la Terre.
   (a) Déterminer l'expression de l'énergie potentielle gravitationnelle du satellite en orbite à une distance r du centre de la Terre. En déduire son expression en fonction de h.
   (b) Retrouver l'expression de la vitesse en orbite à une altitude h.
   (c) En déduire l'expression de l'énergie cinétique et de l'énergie mécanique $\mathscr{E}_m$ du satellite à l'altitude z.
   (d) Faire l'application de l'énergie mécanique pour $h = 1,0.10^3$ km et $m = 6,0$ tonnes.
3. **Énergie nécessaire au lancement d'un satellite**
On étudie maintenant le lancement du satellite artificiel à partir du point O de la surface terrestre. Pour lancer un satellite, il faut lui communiquer l'énergie $\Delta\mathscr{E}_m = \mathscr{E}_m - \mathscr{E}_{m,0}$ où $\mathscr{E}_{m,0}$ est l'énergie qu'il a au point O et $\mathscr{E}_m$ l'énergie qu'il a à l'altitude h.
   (a) Dans le référentiel géocentrique, la Terre peut être assimilée à un solide en rotation autour d'un axe à la vitesse angulaire Ω. Préciser l'axe de rotation. Est-il fixe ? Calculer numériquement Ω.
   (b) En déduire l'expression de la vitesse du point O dans le référentiel géocentrique $\mathscr{R}_G$ supposé galiléen en fonction de Ω, du rayon terrestre R_T et de la latitude λ. On rappelle que λ est l'angle entre le plan de l'équateur et la direction TO où T est le centre de la Terre et O le point de la surface considéré.
   (c) Exprimer alors l'énergie initiale $\mathscr{E}_{m,0}$ du satellite posé au sol au point O.
   (d) En déduire les conditions les plus favorables pour le lancement du satellite. Parmi les trois champs de tirs suivants, lequel choisir de préférence ?
      — Baïkonour au Kazakhstan : $\lambda = 46°$,
      — Cap Canaveral aux USA : $\lambda = 28,5°$,
      — Kourou en Guyane française : $\lambda = 5,23°$.
   (e) Calculer l'énergie nécessaire $\Delta\mathscr{E}_m$ pour mettre le satellite en orbite basse ($h = 1,0.10^3$ km) depuis Kourou.
   (f) Calculer numériquement l'énergie gagnée entre Baïkonour et Kourou.
4. **Changement d'orbite : ellipse de transfert.**



Une fois le satellite placé sur une orbite basse, on souhaite le transférer vers l'orbite géostationnaire. Pour cela, on lui communique une impulsion au point P, de telle sorte qu'il décrive une ellipse dont l'apogée se trouve en A sur l'orbite géostationnaire (cf figure). Une seconde impulsion permet alors de le stabiliser sur cette orbite.
   (a) Quel nom donne-t-on à P ?
   (b) Déterminer l'énergie mécanique $\mathscr{E}_{m,T}$ du satellite sur l'ellipse de transfert. En déduire l'énergie qu'il faut fournir en P pour que le satellite parcourt l'ellipse de transfert.
   (c) Déterminer l'énergie mécanique $\mathscr{E}_{m,2}$ du satellite sur l'orbite géostationnaire. En déduire l'énergie qu'il faut fournir en A pour que le satellite passe de l'ellipse de transfert à l'orbite géostationnaire.
   (d) Que vaut la période de l'orbite elliptique de transfert ? En déduire la durée τ du transfert.

7.2 Exercices de réflexion

7.2.1 Modèle atomique de Bohr

A la base du modèle de Bohr se trouve le modèle planétaire de l'atome d'hydrogène : un électron M de masse $m_e = 9,11.10^{-31}$ kg et de charge $-e = -1,6.10^{-19}$ C est en orbite circulaire autour d'un proton immobile en O de charge $+e$.

1. Déterminer l'expression de la vitesse angulaire ω et de la vitesse v de l'électron en fonction du rayon r de sa trajectoire.
2. Exprimer l'énergie mécanique de l'orbite circulaire de rayon r en fonction de r, e et ε_0.
3. Exprimer le moment cinétique de l'atome $\overrightarrow{\mathscr{L}_O}(M)$ en fonction des mêmes quantités, ainsi que de la masse m.
4. L'expérience montre que l'atome d'hydrogène ne peut émettre ou absorber des photons ne possédant que certaines longueurs d'onde bien précises. Afin de retrouver ces résultats, Niels Bohr a proposé de quantifier la norme du moment cinétique par $||\overrightarrow{\mathscr{L}_O}(M)|| = n\hbar$ où $\hbar = 1{,}05.10^{-34}$ J.s est la constante de Planck réduite et $n \in \mathbb{N}^*$ un entier. En déduire que les orbites ne sont que suivant les rayons tels que $r_n = n^2 r_1$ avec l'énergie $E_n = E_1/n^2$.
5. Faire les applications numériques pour r_1 et E_1. En déduire les énergies des trois premiers niveaux de l'atome d'hydrogène pour le modèle de Bohr.

7.2.2 Freinage dans l'atmosphère

Un satellite de masse m décrit une trajectoire circulaire autour de la Terre, à l'altitude h_0.

1. Donner la norme de sa vitesse, son énergie mécanique $\mathscr{E}_m$ et sa période T.
2. Les hautes couches de l'atmosphère freinent très lentement le mouvement, de sorte que la trajectoire sur un tour reste quasi-circulaire. Quelle sera la forme globale de la trajectoire ?
3. On suppose que l'altitude décroît linéairement en fonction du temps : $\mathrm{dh} = -\alpha \mathrm{dt}$, où α est une constante positive. Calculer la variation d'altitude Δh pendant un tour. En déduire la variation de vitesse Δv en fonction de α. Commenter le signe de variation de vitesse.