北京化工大学

2019-2020-2 学期期末考试试卷

课程名称： 高等数学 A（II）　　**课程代码：** MAT13905T

共 四（20） **道题**　**试题总分** 100 分　　**答题时间：** 2 小时

开卷□

<table>
<tr><td rowspan="2">题号</td><td rowspan="2">一</td><td colspan="6">二</td><td colspan="5">三</td><td rowspan="2">四</td><td rowspan="2">总分</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr>
<tr><td>得分</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

答题要求：

1. 试卷共 3 页，四道大题，20 小题。使用答卷纸在指定位置答题。
2. 使用黑色签字笔或圆珠笔作答，字迹工整清晰，答卷独立完成；答题纸上第一行，写清课程名称；课程代码；姓名、学号、班级、答卷共几页第几页，不抄题，标清题号。每页中的姓名必须手写。
3. 本次考试为开卷考试， 可以看书、查阅纸质资料， 不得以任何形式与他人交流、 讨论、传阅等，答卷独立完成，雷同试卷均按零分处理。

一、填空题（3 分×8=24 分）

1. 已知向量 $\vec{a}=(1,-2,0)$, $\vec{b}=(\lambda,1,0)$ 平行，则 $\lambda=$____________.

2. 二元函数的极限 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 1}}\dfrac{1+xy}{x^2+y^2}=$____________.

3. 设 $u(x,y)$ 具有二阶连续的偏导数，且 $u(x,y)$ 的梯度向量为

$\vec{A}(x,y)=(2xy^4e^{x^2}+2)\vec{i}+4e^{x^2}y^{\mu}\vec{j}$，则 $\mu=$ __________.

4. 设 $f(x)$ 为连续函数，$F(t)=\int_1^t dy\int_y^t f(x)dx$，则 $F'(4)=$______________.

5. 设函数 $z=f(x,y)$ 连续，则将以下积分改写成先 x 后 y 的二次积分为

$\int_1^2 dx\int_x^2 f(x,y)dy+\int_1^2 dy\int_y^{4-y} f(x,y)dx=$______________.

6. 设 Σ 为介于 $z=h$ 与 $z=-h$ 之间的圆柱面 $x^2+y^2=9$，则 $\iint\limits_{\Sigma} y^2\mathrm{dS}=$______________.

7. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{n+1}}$ 是绝对收敛，条件收敛还是发散？______________.

8. 周期为 2π 的周期函数 $f(x)$ 在 $[-\pi,\ \pi)$ 上的表达式为 $f(x)=\begin{cases} x & -\pi\le x<0 \\ 0 & 0\le x<\pi \end{cases}$，$f(x)$ 的傅立叶级数的和函数是 $S(x)$，则 $S(3\pi)=$ __________.

二、计算题（6 分×6=36 分）

1. 求经过点 $(1,-2,3)$ 且与平面 Π：$2x+y-5z-1=0$ 垂直的直线方程，并求该直线与平面 Π 的交点坐标。

2. 已知 $z=f(\ln(xy),e^{x+y})$，其中 $f(u,v)$ 具有二阶连续偏导数，求 $\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

3. 求由曲线 $\begin{cases} 3x^2+2y^2=12, \\ z=0 \end{cases}$ 绕 y 轴旋转一周得到的旋转面在点 $(0,\sqrt{3},\sqrt{2})$ 处的切平面方程。

4. 求曲线 $\begin{cases} x^2+z^2=2 \\ y^2+z^2=2 \end{cases}$ 在点 $M_0(1,1,1)$ 处的切线方程及法平面方程.

5. 求函数 $f(x,y)=4(x-y)-x^2-y^2$ 的极值.

6. 求函数 $f(x)=\frac{1}{3+x}$ 展开为 $x-1$ 的幂级数并指出其收敛域.

三、解答题（7 分×5=35 分）

1. 计算曲线积分 $\oint_L (x+y)\,ds$，其中 L 为以 $O(0,0), A(1,0), B(0,1)$ 为顶点的三角形的边界。

2. 计算三重积分 $\iiint\limits_{\Omega} z+x\sin(x^2+y^2)dxdydz$，其中 Ω 是 $z=x^2+y^2$ 与平面 $z=4$ 所围成的闭区域。

3. 已知曲线积分 $\oint_L \dfrac{xdy-ydx}{\varphi(x)+y^2}=0$，其中 L 是任一条第一象限的光滑简单闭曲线，$\varphi(x)$ 有连续的一阶导数，且 $\varphi(1)=1$，求 $\varphi(x)$.

4. 计算曲面积分 $\oiint\limits_{\Sigma}(x-y)dxdy+(y-z)xdydz$， 其中 Σ 为柱面 $x^2+y^2=1$ 及平面 $z=0, z=3$ 所围成的空间闭区域的整个边界曲面的外侧.

5. 求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\dfrac{1}{3^n}+\dfrac{1}{n})x^n$ 的收敛域及其在收敛域上的和函数.

四、证明题（5 分）

求证：$\dfrac{3\pi}{2}<\iiint\limits_{\Omega}\sqrt[3]{x+2y-2z+5}\,dv<3\pi$，其中 Ω 为 $x^2+y^2+z^2\le 1$.