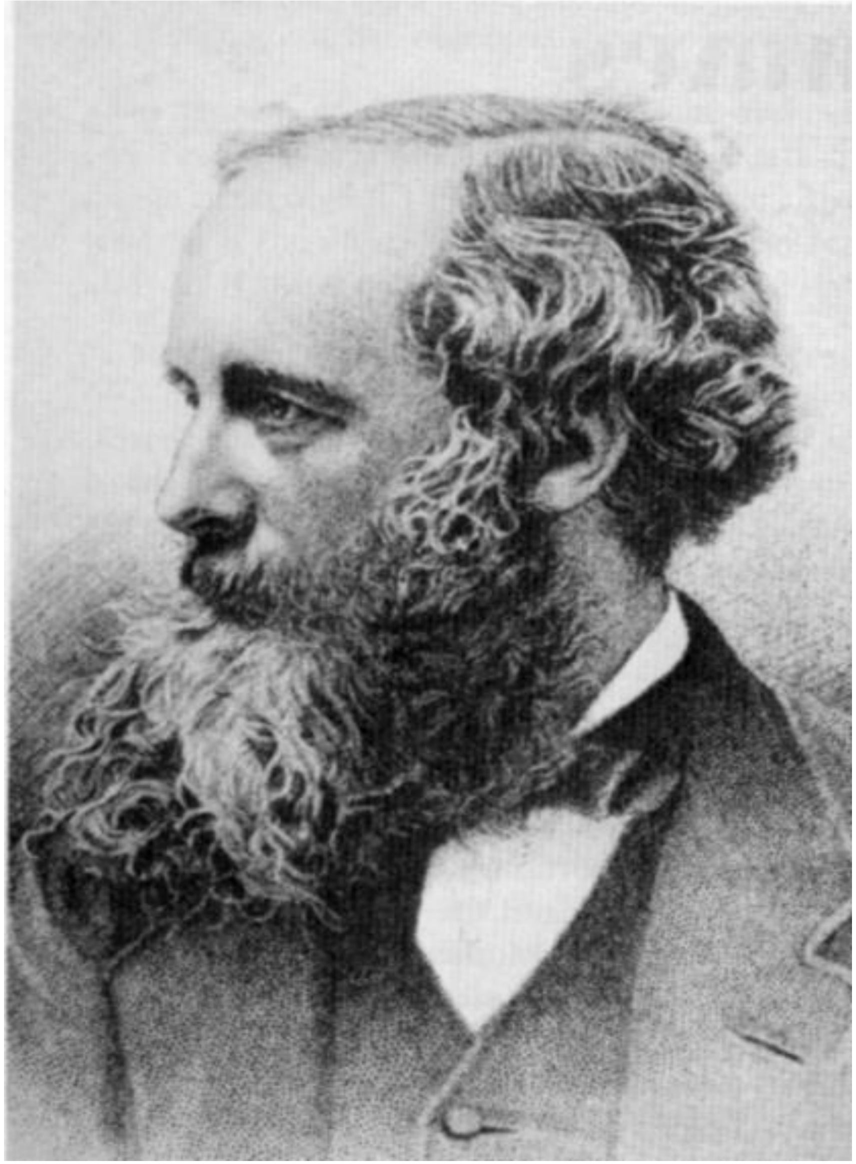


James ClerkMaxwell（1831-1879）

第13章

麦克斯韦方程组和电磁场

十九世纪四十年代，关于电磁现象的三个最基本的实验定律已经总结出来:

库仑定律（1785年）

毕奥－萨伐尔定律（1820年）

法拉第电磁感应定律（1831－1845年）

摆在物理学家面前的课题是把已发现的各个规律囊括起来，建立电磁现象的统一理论。

完整的电磁场理论完成于1860年， 其代表人物当属两位著名物理学家：法拉第，麦克斯韦

电磁学的对称性与完整性：

起因

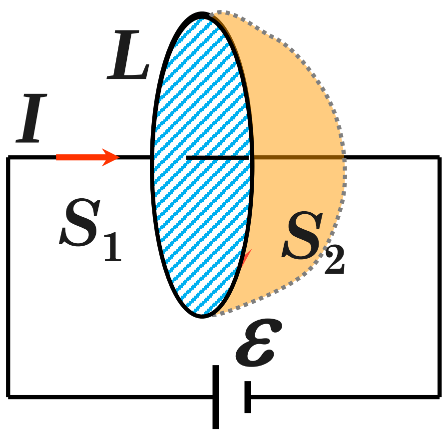
- 电场
  - 静电场 —— 静止电荷
  - 感生电场 —— $\dfrac{\mathrm{d}\vec{B}}{\mathrm{d}t}$
- 磁场
  - 稳恒磁场 —— 恒定电流
  - 感生磁场？ —— $\dfrac{\mathrm{d}\vec{E}}{\mathrm{d}t}$ ？

Maxwell 从电流的连续性入手得到了突破

§ 13-1 位移电流和全电流定律

一、问题的提出

➢稳恒电流



安培环路定理

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu I \rightarrow \oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = I$$

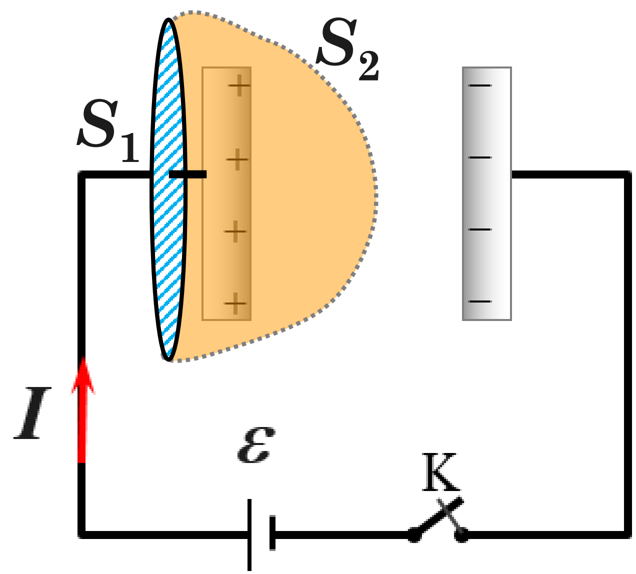
L所包围的电流I，可以理解为穿过以L为边界的任意曲面的电流。

➢非稳恒电流（如电容充放电过程）

S_1面：$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = I$

S_2面：$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = 0$

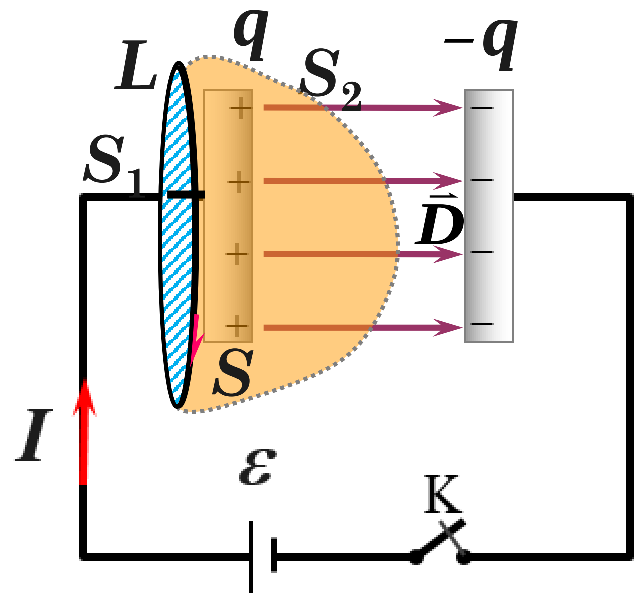
矛盾



稳恒磁场的安培环路定理不适用于非稳恒电流的电路

穿过S_1的电流：　　两极板间：

$$\boxed{I_{传}} = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\,(S\sigma)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\,(SD)}{\mathrm{d}t} = \boxed{\frac{\mathrm{d}\Phi_D}{\mathrm{d}t}}$$



电容器内：传导电流中断了，
但有随时间变化的电场.

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad \Rightarrow \quad D = \varepsilon E = \sigma$$

➢麦克斯韦假设：

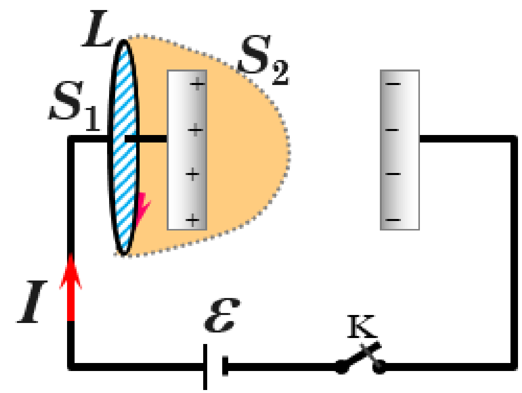
随时间变化的电场等效于一种电流：位移电流（I_d）；

位移电流可在周围激发磁场。

$$\boxed{I_d = \frac{\mathrm{d}\Phi_D}{\mathrm{d}t}} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\iint_{S_2} \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \iint_{S_2} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

二、位移电流

$$I_{传} = \iint_S \vec{j}_{传} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$



$$I_d = \frac{\mathrm{d}\Phi_D}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\iint_{S_2} \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \iint_{S_2} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

1. 位移电流密度

$$\boxed{\vec{j}_d = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}}$$

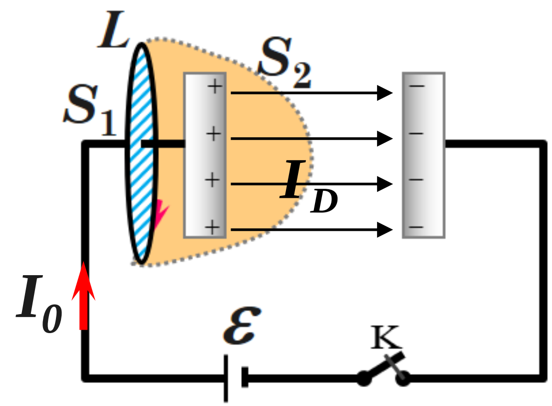
2. 位移电流强度：

$$\boxed{I_d = \iint_s \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\iint_s \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = \frac{\mathrm{d}\Phi_D}{\mathrm{d}t}}$$

通过电场中某一截面的位移电流等于通过该截面的电位移通量的时间变化率。

➢ 位移电流与传导电流连接起来构成连续的闭合电流

三、安培环路定理的普遍形式



1. 全电流

$$I_{全} = I_{传} + I_{位} = I_0 + I_D$$

全电流是连续不中断的，构成闭合回路；

2. 全电流安培环路定理

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = I_{传} + I_{位} = I_0 + \frac{d\Phi_D}{dt}$$

--磁场强度沿任意闭合回路的环流等于穿过此闭合回路所围曲面的全电流。

通式：$\boxed{\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \iint_S (\vec{j}_{传} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t})\cdot d\vec{S}}$

S_1: $\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \iint_{S_1} \vec{j}_{传}\cdot d\vec{S} = I_0$

S_2: $\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \iint_{S_2} \vec{j}_d\cdot d\vec{S} = I_d$

矛盾得到解决！

位移电流和传导电流的比较

相同点：

在周围空间激发磁场。
在激发磁场方面是完全等效的

不同点： I_0 I_d

	I_0	I_d
(1)	电荷激发	变化的电场激发
(2)	是电荷的运动	是电场的变化
(3)	产生焦耳热	无焦耳热
(4)	存在于导体	存在于真空、导体、电介质

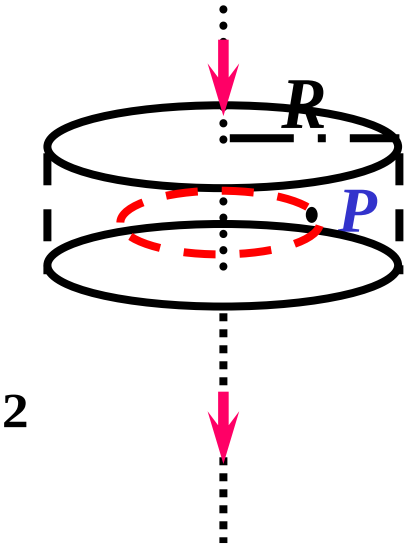
位移电流不伴有电荷的运动，无从谈起产生焦耳热

例　半径为R的平板电容器均匀充电，$\dfrac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}=c$，

内部充满均匀介质（ε、μ）。

求：1）I_d (忽略边缘效应)

2）$\vec{B}_P$（$r << R$）。



解　1）$I_d=\dfrac{\mathrm{d}\Phi_D}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(D\pi R^2\right)=\varepsilon\dfrac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}\pi R^2$

2） 过P点垂直轴线作一圆环。由全电流定理有

$$\left.\begin{array}{l}\oint_L \vec{H}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=H\,2\pi r=j_d\pi r^2\\ \text{按定义 } j_d=\dfrac{\partial D}{\partial t}=\dfrac{\partial}{\partial t}\varepsilon E=\varepsilon\dfrac{\partial E}{\partial t}\end{array}\right\}\quad \boxed{H=\dfrac{\varepsilon r}{2}\dfrac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}}$$

$$\boxed{B_P=\mu H=\dfrac{\mu\varepsilon r}{2}\dfrac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}}$$

例： 如图，平板电容器（忽略边缘效应）充电时，沿环路L_1、L_2磁场强度的环流中，必有：

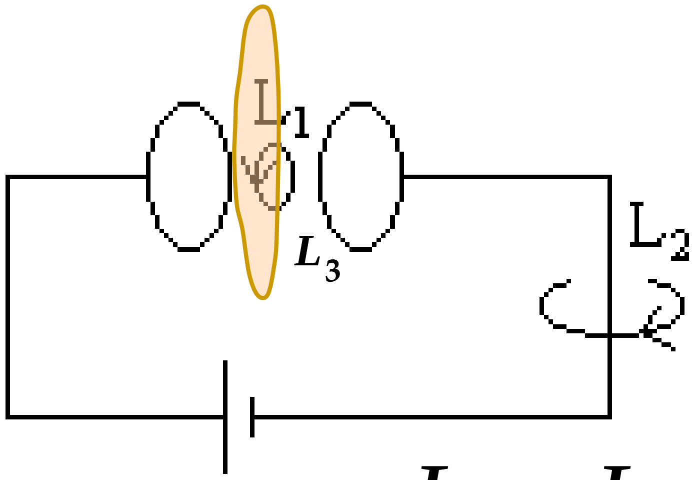
(A) $\oint_{L_1} \vec{H}\cdot d\vec{l} > \oint_{L_2} \vec{H}\cdot d\vec{l}$

(B) $\oint_{L_1} \vec{H}\cdot d\vec{l} = \oint_{L_2} \vec{H}\cdot d\vec{l}$

(C) $\oint_{L_1} \vec{H}\cdot d\vec{l} < \oint_{L_2} \vec{H}\cdot d\vec{l}$

(D) $\oint_{L_1} \vec{H}\cdot d\vec{l} = 0$

答案（C）



$$I_d = I_0$$

$$\oint_{L_2} \vec{H}\cdot d\vec{l} = I_0$$

$$\oint_{L_1} \vec{H}\cdot d\vec{l} < I_d$$

$$\oint_{L_3} \vec{H}\cdot d\vec{l} = I_d$$

$$\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \iint_S \left(\vec{j}_{传} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$$

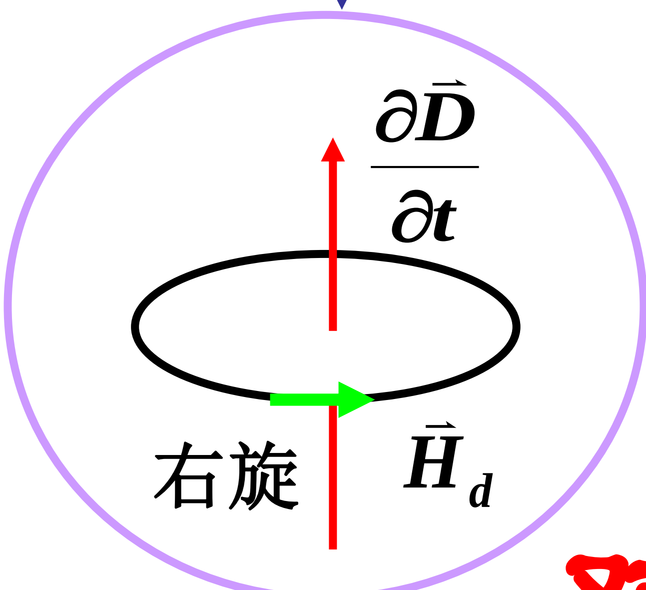
空间没有传导电流的情况下，有：

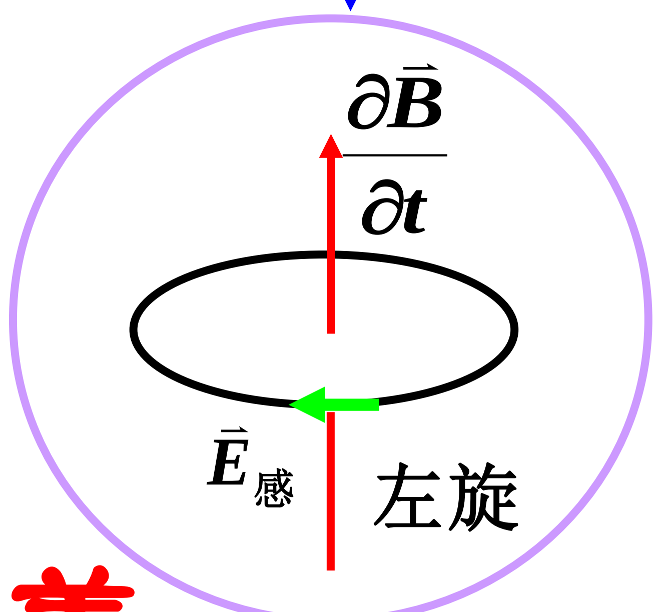
$$\oint_L \vec{H}_d \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

比较

$$\oint_l \vec{E}_{感} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

(H_d为I_d产生的涡旋磁场)

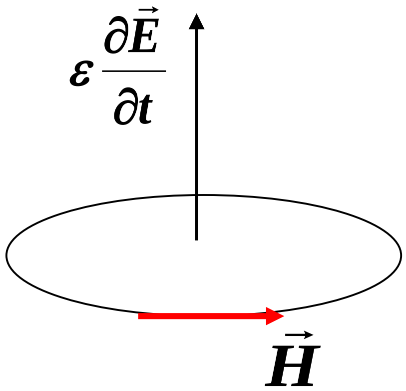


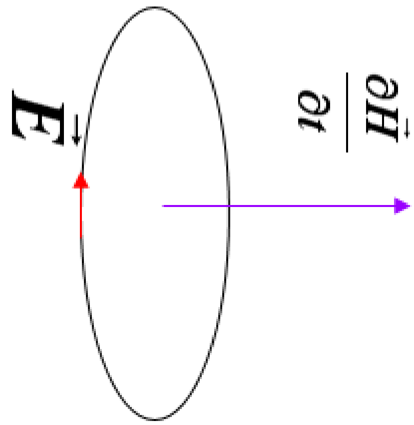


对称美

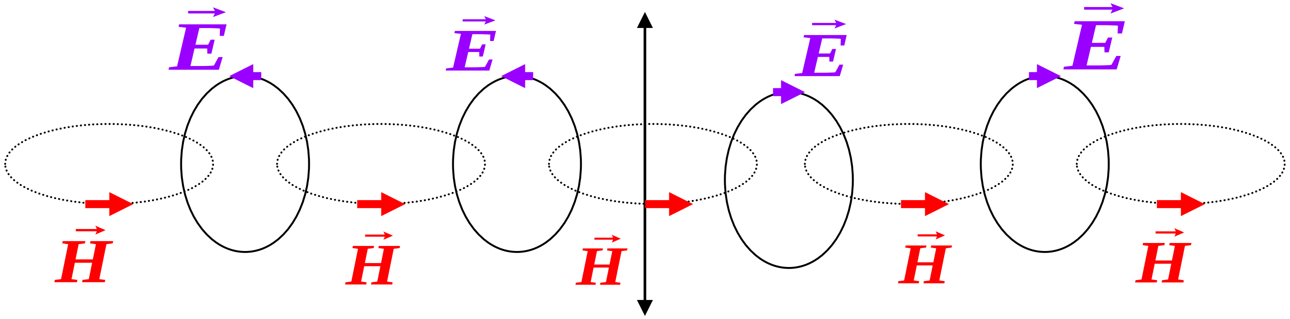
§ 13-2 电磁场 麦克斯韦方程组

一、电磁场





➢变化的电场激发磁场； ➢变化的磁场激发电场；



两种变化的场永远互相联系着，形成统一的电磁场

这种变化的电磁场在空间的传播就称为电磁波

麦克斯韦电磁场理论:

前人的经验:

静电场

$$\begin{cases} \oint_S \vec{D}_0 \cdot d\vec{S} = Q \\ \oint_L \vec{E}_0 \cdot d\vec{l} = 0 \end{cases}$$

稳恒磁场

$$\begin{cases} \oint_S \vec{B}_0 \cdot d\vec{S} = 0 \\ \oint_L \vec{H}_0 \cdot d\vec{l} = I \end{cases}$$

Maxwell 的新思想:

1、涡旋电场

——变化的磁场产生电场

2、位移电流

——变化的电场产生磁场

➢ 电磁场基本规律的归纳----Maxwell方程组

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_{感生} \qquad \vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_{位移}$$

$$\vec{D} = \vec{D}_0 + \vec{D}_{感生} \qquad \vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}_{位移}$$

二、麦克斯韦方程组

$$\vec{E}=\vec{E}_0+\vec{E}_{感生} \qquad \vec{B}=\vec{B}_0+\vec{B}_{位移}$$

$$\vec{D}=\vec{D}_0+\vec{D}_{感生} \qquad \vec{H}=\vec{H}_0+\vec{H}_{位移}$$

1. 电场高斯定理：

$$\left\{\begin{array}{l}\oiint_s \vec{D}_0\cdot d\vec{S}=\int_V \rho_0 dV \\ \oiint_s \vec{D}_{感生}\cdot d\vec{S}=0\end{array}\right. \rightarrow \boxed{\oiint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=\int_V \rho_0 dV=q_0} \quad （1）$$

2. 磁场高斯定理：

$$\left\{\begin{array}{l}\oiint_s \vec{B}_0\cdot d\vec{S}=0 \\ \oiint_s \vec{B}_{位移}\cdot d\vec{S}=0\end{array}\right. \rightarrow \boxed{\oiint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=0} \quad （2）$$

3. 电场环路定理：

$$\begin{cases} \oint_L \vec{E}_0 \cdot d\vec{l} = 0 \\ \oint_L \vec{E}_{感生} \cdot d\vec{l} = -\iint_S \dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \end{cases}$$

$$\rightarrow \boxed{\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = -\frac{d\Phi_m}{dt}} \quad (3)$$

4. 磁场环路定理：

$$\begin{cases} \oint_L \vec{H}_0 \cdot d\vec{l} = \iint_S \vec{j}_0 \cdot d\vec{S} \\ \oint_L \vec{H}_{位移} \cdot d\vec{l} = \iint_S \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \end{cases}$$

$$\rightarrow \boxed{\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint_S (\vec{j}_0 + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \cdot d\vec{S} = \sum I_0 + \frac{d\Phi_D}{dt}} \quad (4)$$

总结*Maxwell* 方程组:

1. $\boxed{\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \int_V \rho_0 dV}$ 静电场是有源场、感生电场是涡旋场

2. $\boxed{\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0}$ 磁场是无源场

3. $\boxed{\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}}$ 静电场是保守场，变化的磁场激发涡旋电场

4. $\boxed{\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_S (\vec{j}_0 + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t})\cdot d\vec{S}}$ 传导电流和变化的电场可以激发涡旋磁场

--简洁、全面、完整地反映了电磁场的基本规律和性质

"只有上帝才能创造出这样完美的诗句！"

James ClerkMaxwell
（1831-1879）

麦克斯韦

是经典电磁理论的奠基人。他在电磁理论方面的工作可以和牛顿在力学方面的工作相媲美。他提出了有旋场和位移电流的概念，建立了经典电磁场理论的完整体系，并预言了电磁波的存在。1873年他的«电磁学通论»问世，这是一本划时代的巨著。是人类探索电磁规律的里程碑。

麦克斯韦简介

英国物理学家、数学家麦克斯韦15岁就在“爱丁堡皇家学报”发表论文，1854年从剑桥大学毕业，1874年任卡文迪许实验室的首任主任。他是气体动理论的创始人之一，也是经典电磁理论的奠基人。麦克斯韦虽然只活了49岁，但他却写了100多篇有价值的论文。爱因斯坦在纪念麦克斯韦100周年的文集中对他作出了很高的评价“这是自牛顿奠定理论物理学的基础以来，物理学公理基础的最伟大的变革，…这样一次伟大的变革是同法拉第、麦克斯韦和赫兹的名字永远联在一起的。这次革命的最大部分出自麦克斯韦。”

麦克斯韦方程组：

积分形式

$$\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_V \rho_0 \mathrm{d}V$$

$$\oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$\oint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$$

$$\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_S (\vec{j}_0 + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t})\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

微分形式

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_0$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j}_0 + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

讨论 麦克斯韦方程组：

$$\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_V \rho_0 \mathrm{d}V \quad ①$$

$$\oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S} \quad ②$$

$$\oint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0 \quad ③$$

$$\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_S \left(\vec{j}_0 + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)\cdot \mathrm{d}\vec{S} \quad ④$$

判断下列结论包含于或等效于哪一个方程式

（A） 电荷总伴随有电场； （ ① ）

（B） 静电场是保守场； （ ② ）

（C） 磁感线是无头无尾的； （ ③ ）

（D） 变化的磁场一定伴随有电场； （ ② ）

（E） 感生电场是有旋场； （ ② ）

（F） 变化的电场总伴随有磁场； （ ④ ）

（G） 电场线的头尾在电荷上； （ ① ）

磁学学习结束！

写总结 ！