

单缝衍射问题：  $\Delta x \propto \frac{\lambda}{a}$

缝宽小→条纹分得开（细），但条纹不够明亮；  
缝宽大→条纹明亮；但条纹间距小，不易分辨。

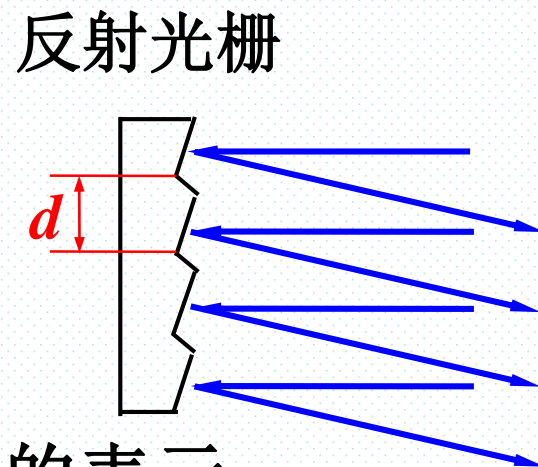
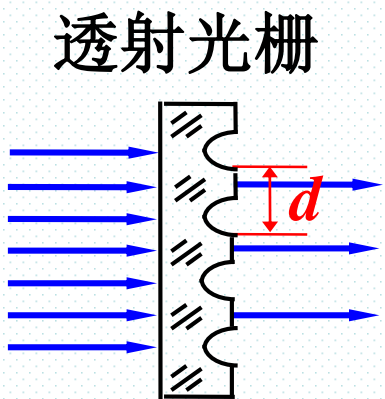
问：怎么获得既细（分得开）且亮的衍射条纹？

## § 4 光栅衍射

### 一、光栅 -----现代科技中常用的重要光学元件

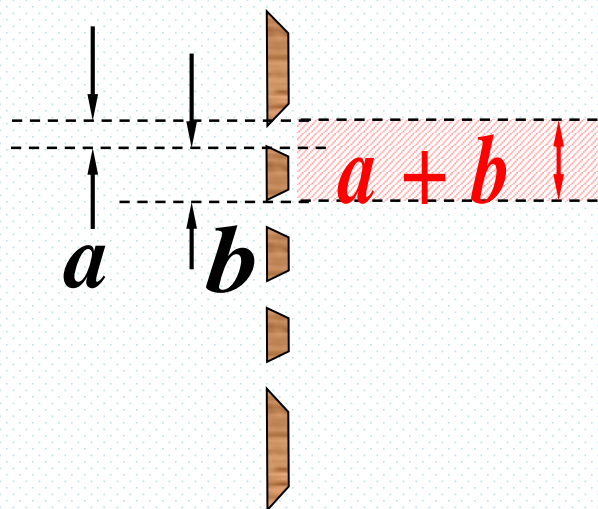
□ 光栅是由大量等宽等间距的平行狭缝(或反射面)构成的光学元件。

□ 广义: 任何具有空间周期性的衍射屏都可叫作光栅。  
如晶体点阵中的原子或离子



光栅常数  $d$ : 光栅空间周期性的表示

光栅常数  $d$ : 光栅空间周期性的表示



$a$  透光部分的宽度

$b$  不透光部分的宽度

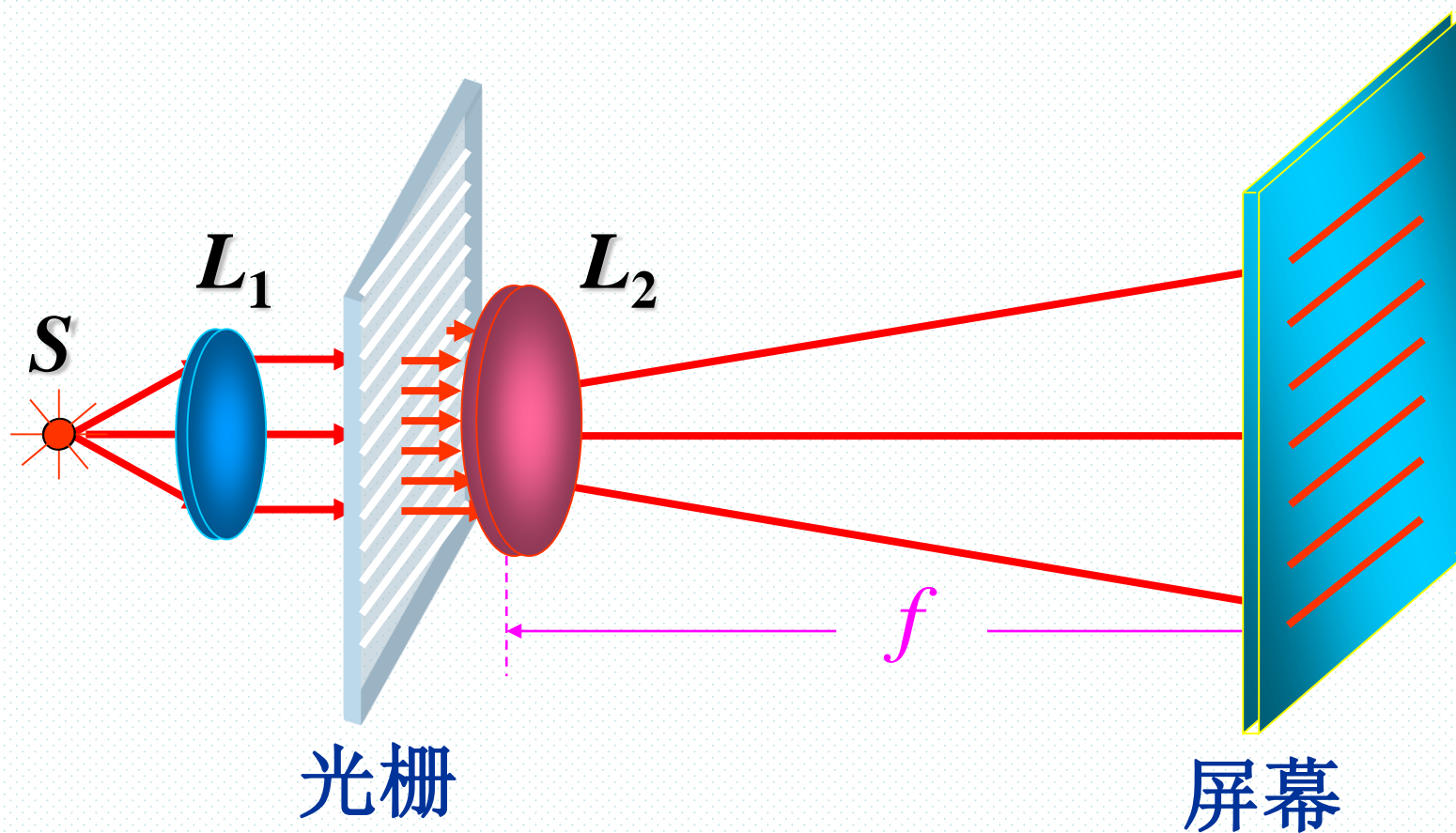
光栅常数  $d = a + b$

□ 普通光栅刻线为数十条/mm ~ 数千条/mm

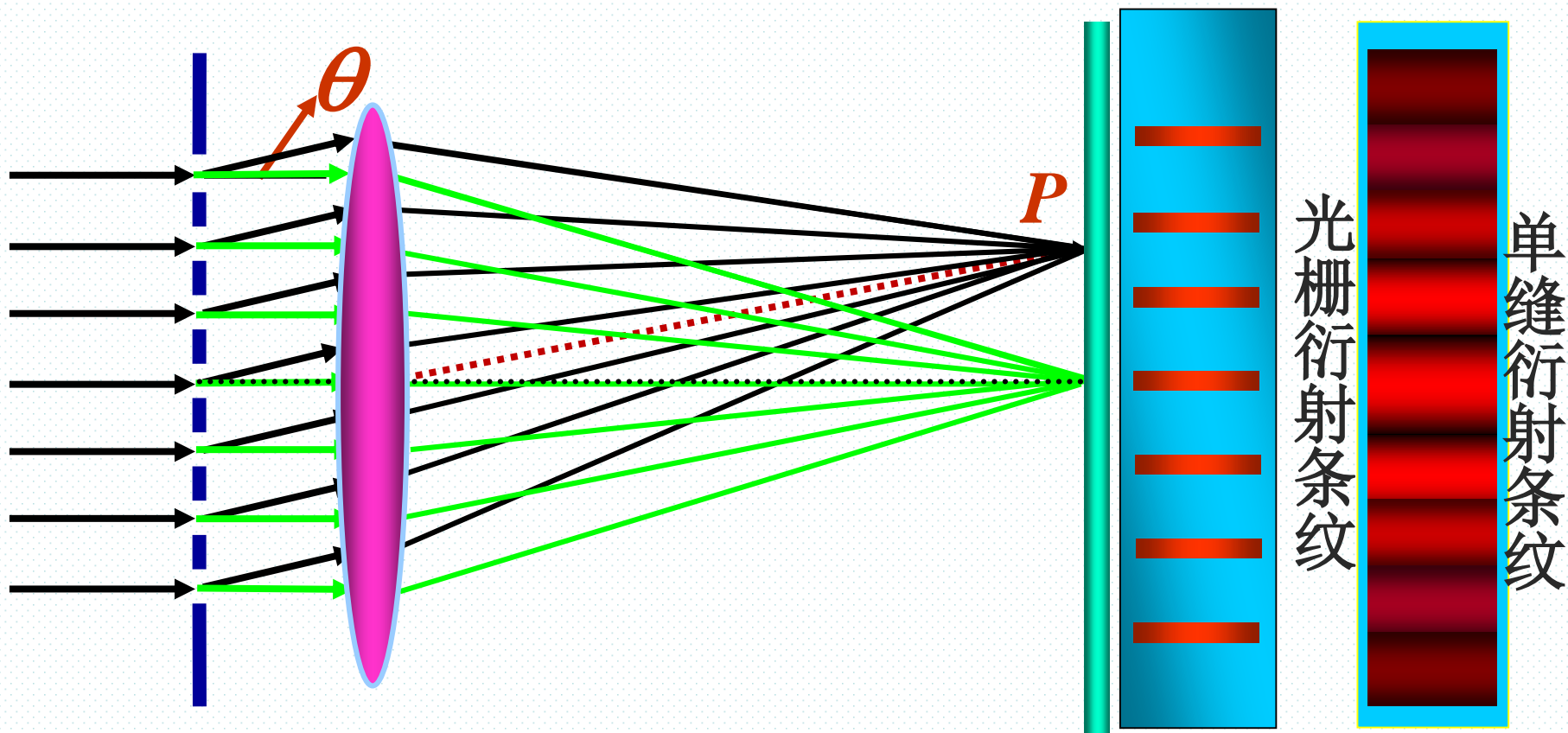
□ 设单位长度内的刻痕条数为  $n$ , 则光栅常数

$$d = \frac{1}{n}$$

## 二、光栅衍射装置与现象



条纹特点：明纹**细而亮**，明纹间暗区较宽



光栅衍射：单缝衍射 + 多缝干涉

### 三、光栅衍射强度分析

#### 透射光栅

平行单色光垂直入射

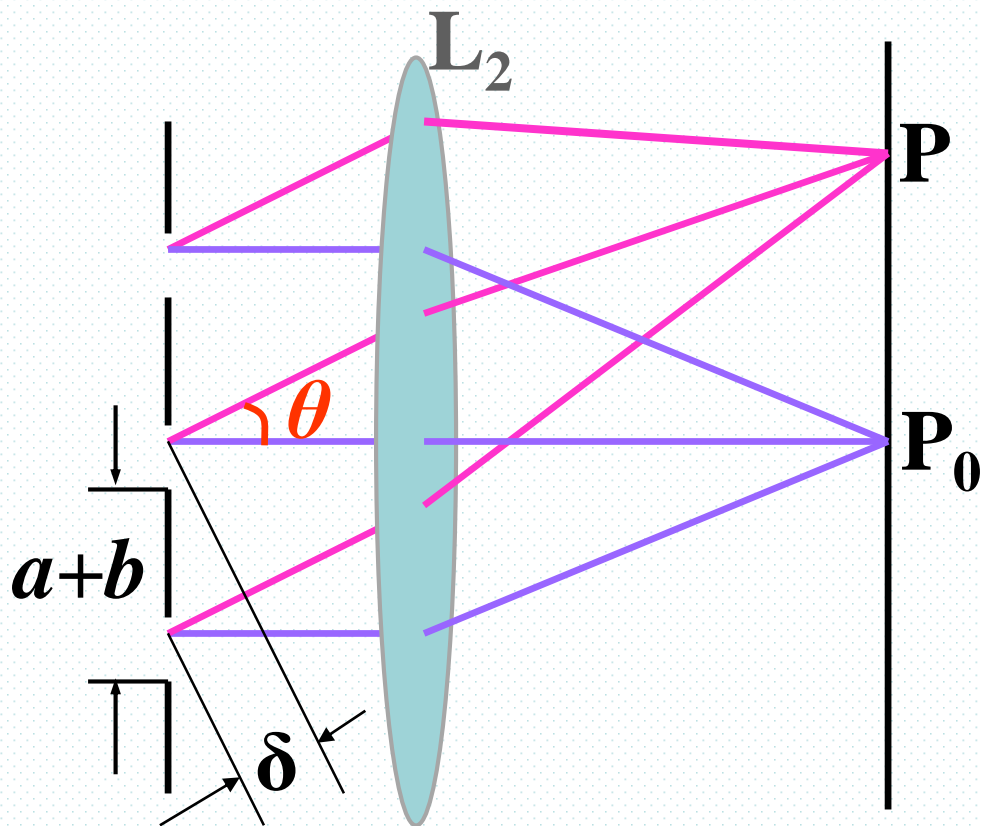
#### 1. 多缝干涉条件

每个缝(整体)作为一个相干光源

相邻两缝:  $\delta = d \sin \theta$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta$$

P点的合振动:  $N$ 个依次相位差为 $\Delta\varphi$ 的子波的相干叠加



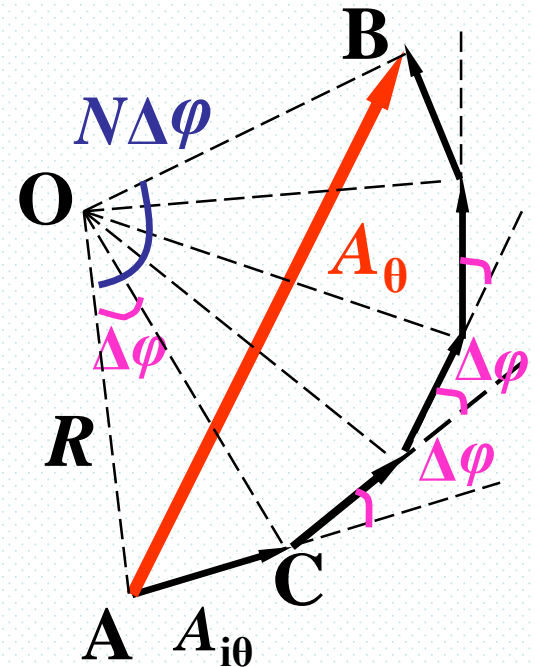
P点的合振动:  $N$ 个子波的相干叠加  $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta$

$$\triangle OAC: A_{i0} = 2R \sin \frac{\Delta\varphi}{2}$$

$$\triangle OAB: A_{\theta} = \overline{AB} = 2R \sin \frac{N\Delta\varphi}{2}$$

$$\frac{\Delta\varphi}{2} = \beta = \frac{\pi}{\lambda} d \sin\theta$$

$$\therefore A_{\theta} = A_{i0} \frac{\sin N\beta}{\sin \beta}$$

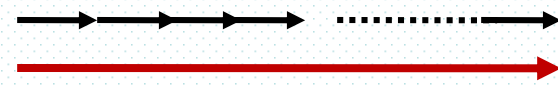


---第*i*个缝的  
光在*θ*的振幅

多缝干涉的光强分布:  $I_{\theta} = I_{i0} \frac{\sin^2 N\beta}{\sin^2 \beta}$  多缝干涉因子

当  $\Delta\varphi = 2k\pi$ , 或  $N\Delta\varphi = 2k'\pi$  ?

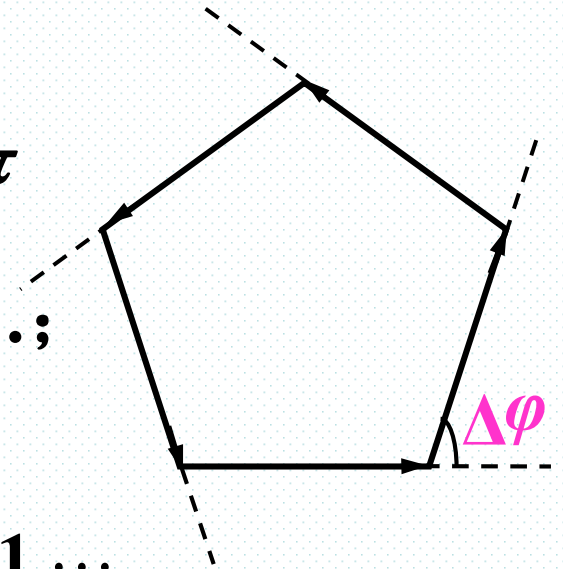
条纹位置:  $\Delta\varphi = 2\beta = 2\frac{\pi}{\lambda}d \sin\theta$

1) 主极大: 当  $\Delta\varphi = 2k\pi$ ,  $\beta = k\pi$    
 $A_\theta = NA_{i\theta}$

$d \sin\theta = k\lambda$  ( $k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) 光强是单条缝光强的  $N^2$  倍  
——光栅方程

2) 极小: 当  $N\Delta\varphi = 2k'\pi$ ,  $N\beta = k'\pi$

$d \sin\theta = \frac{k'}{N}\lambda$ , ( $k' = \pm 1, \pm 2, \dots$ ;  
 $k' \neq 0, Nk$ )



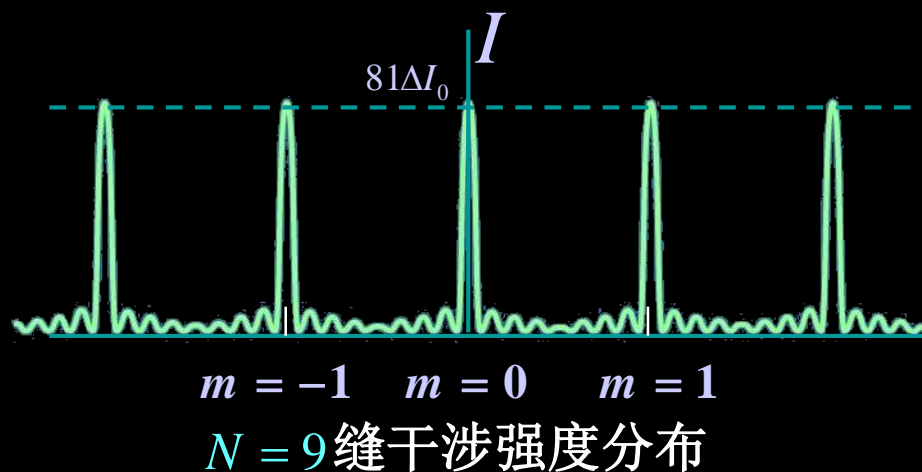
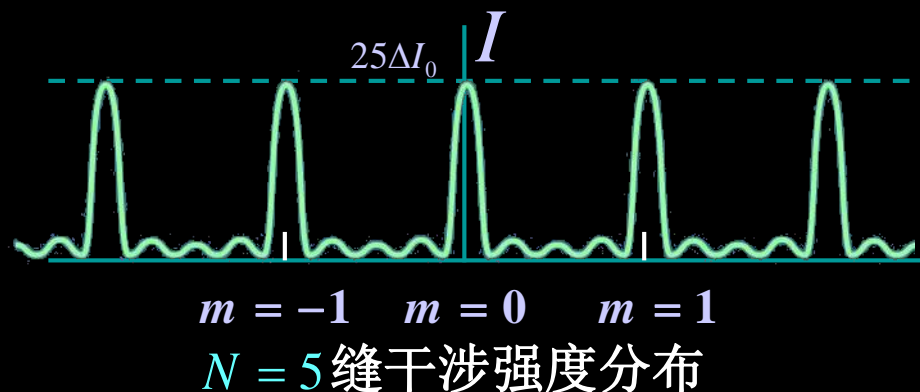
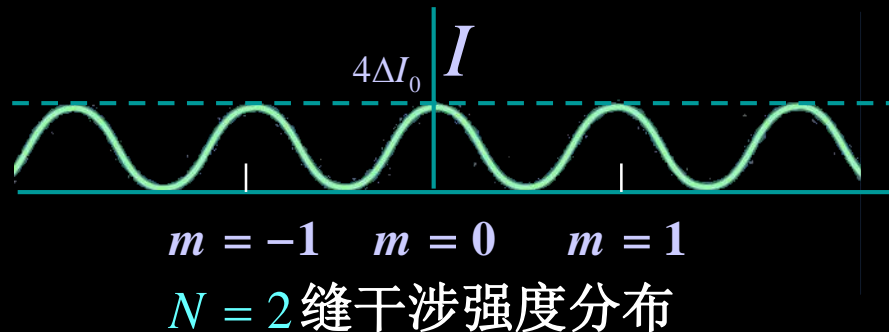
如  $N = 5$ ,  $k' =$   1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, ...

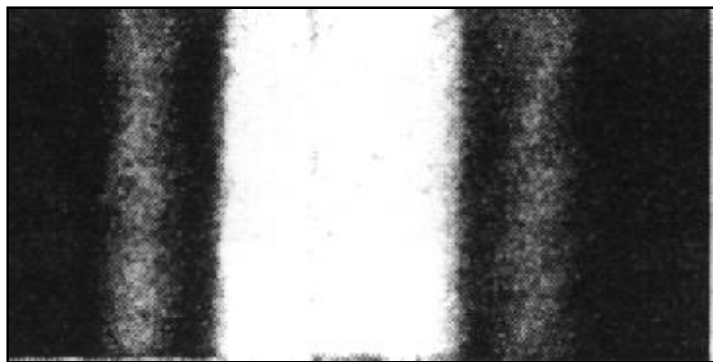
3) 次极大 相邻两个主极大间有  $(N-1)$  个极小,  
 $(N-2)$  个次极大



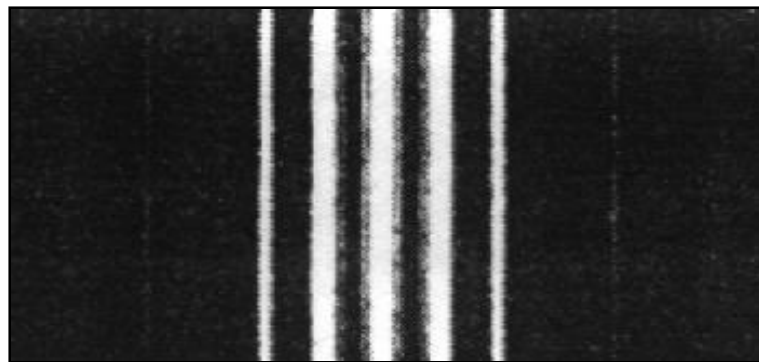
多缝干涉结果：

在几乎黑暗的背景  
上出现一系列**又细  
又亮**的明纹，**光栅  
缝数越多**形成的**明  
纹将越细越亮**

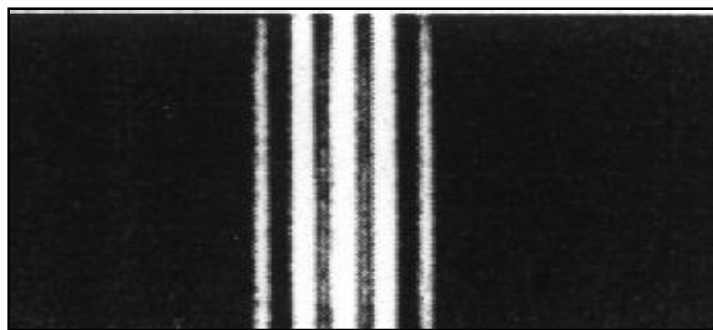




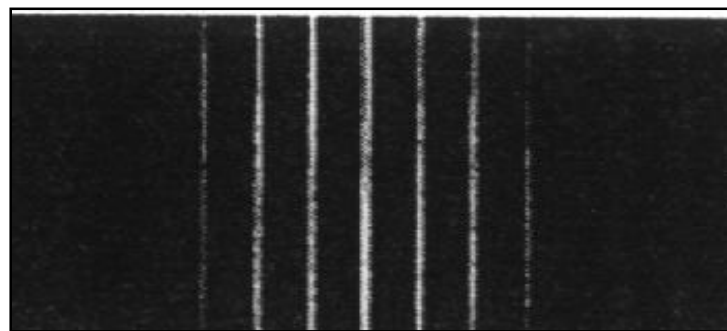
1 条 缝



5 条 缝



3 条 缝



20 条 缝

## 2. 单缝衍射对多光束干涉结果的修正

- 不考虑单缝衍射时  
多光束干涉的强度

$$A_{\theta} = \underbrace{(A_{i\theta})}_{\text{第}i\text{个缝的光在}\theta\text{的振幅}} \frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \quad \beta = \frac{\pi}{\lambda} d \sin \theta$$

- 考虑每个缝各自产生单缝衍射

$$\text{则 } A_{i\theta} = A_{i0} \frac{\sin \alpha}{\alpha} \quad \alpha = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \theta \quad \Rightarrow$$

$$A_{\theta} = \underbrace{A_0}_{/} \left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right) \left( \frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \right)$$

$A_0 = NA_{i0}$  :  $\theta=0$  的振幅

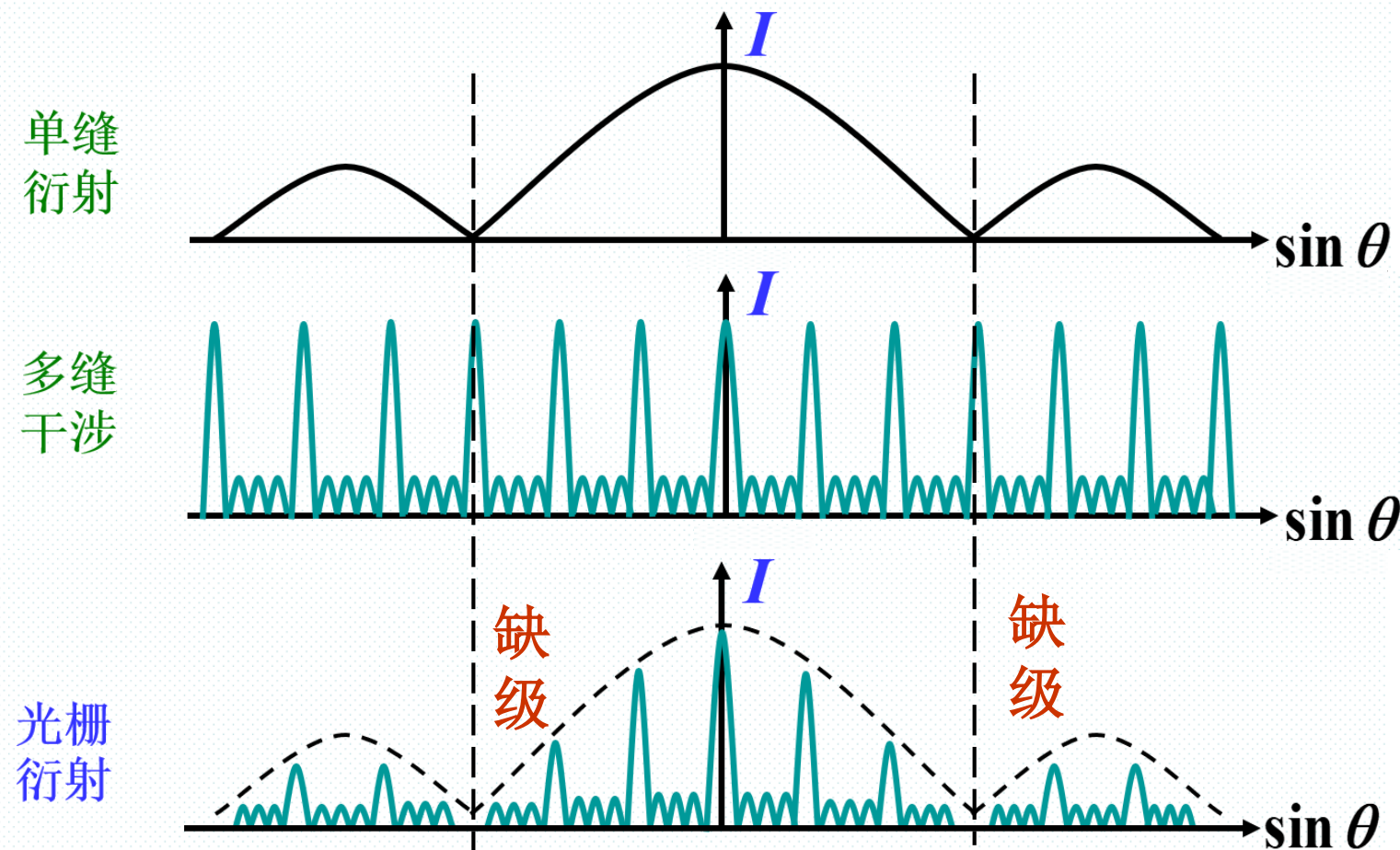
$$I = I_0 \left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \left( \frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \right)^2$$

光栅衍射的光强分布

+

|      |    |               |
|------|----|---------------|
| 单缝衍射 | —— | 每条缝“内部”多光束的干涉 |
| 多缝干涉 | —— | $N$ 个缝的多光束干涉  |

## 2. 单缝衍射的调制作用



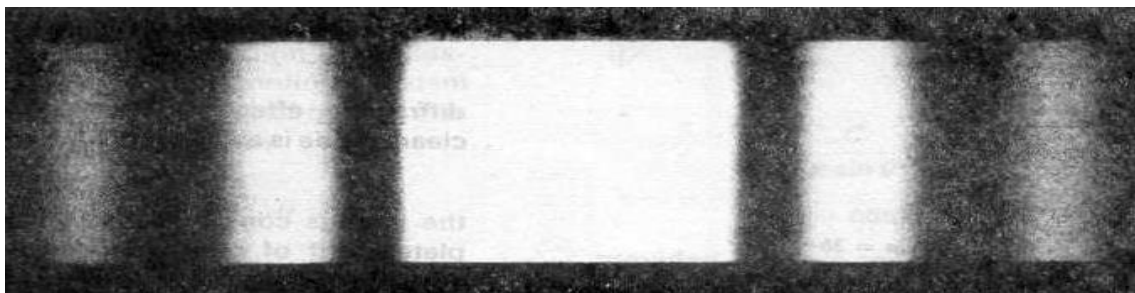
单缝衍射使各主极大的强度不同

★多缝干涉主极大受单缝衍射的调制

★缺级：主极大该有而实际上不出现的现象

# 单缝衍射和多缝衍射干涉的对比 ( $d=10a$ )

单缝



多缝



缺级

19个明条纹

缺级

缺级：主极大该有而实际上不出现的现象

$$d \sin \theta = k \lambda$$

$$a \sin \theta = k' \lambda$$

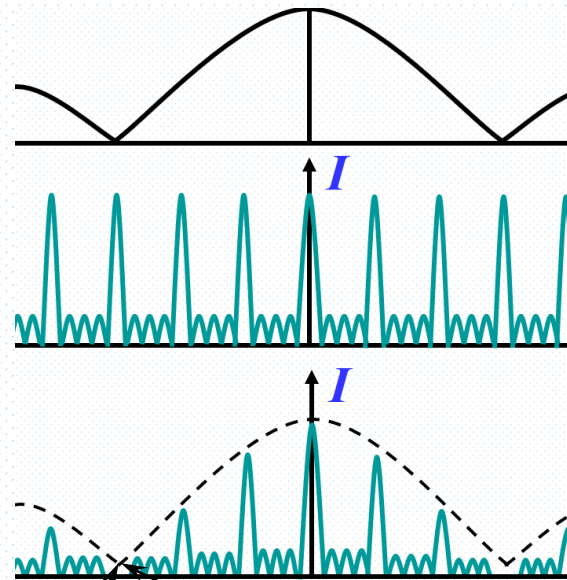
干涉明纹缺级级次：

$$k = \frac{d}{a} k' \quad k' = 1, 2, 3 \dots$$

例：  $\frac{d}{a} = \frac{3}{2} \quad k = \frac{3}{2} k'$

$$k' = 2, 4, 6 \dots \text{ 时} \quad k = 3, 6, 9 \dots$$

$\pm 3, \pm 6, \pm 9 \dots$  缺级



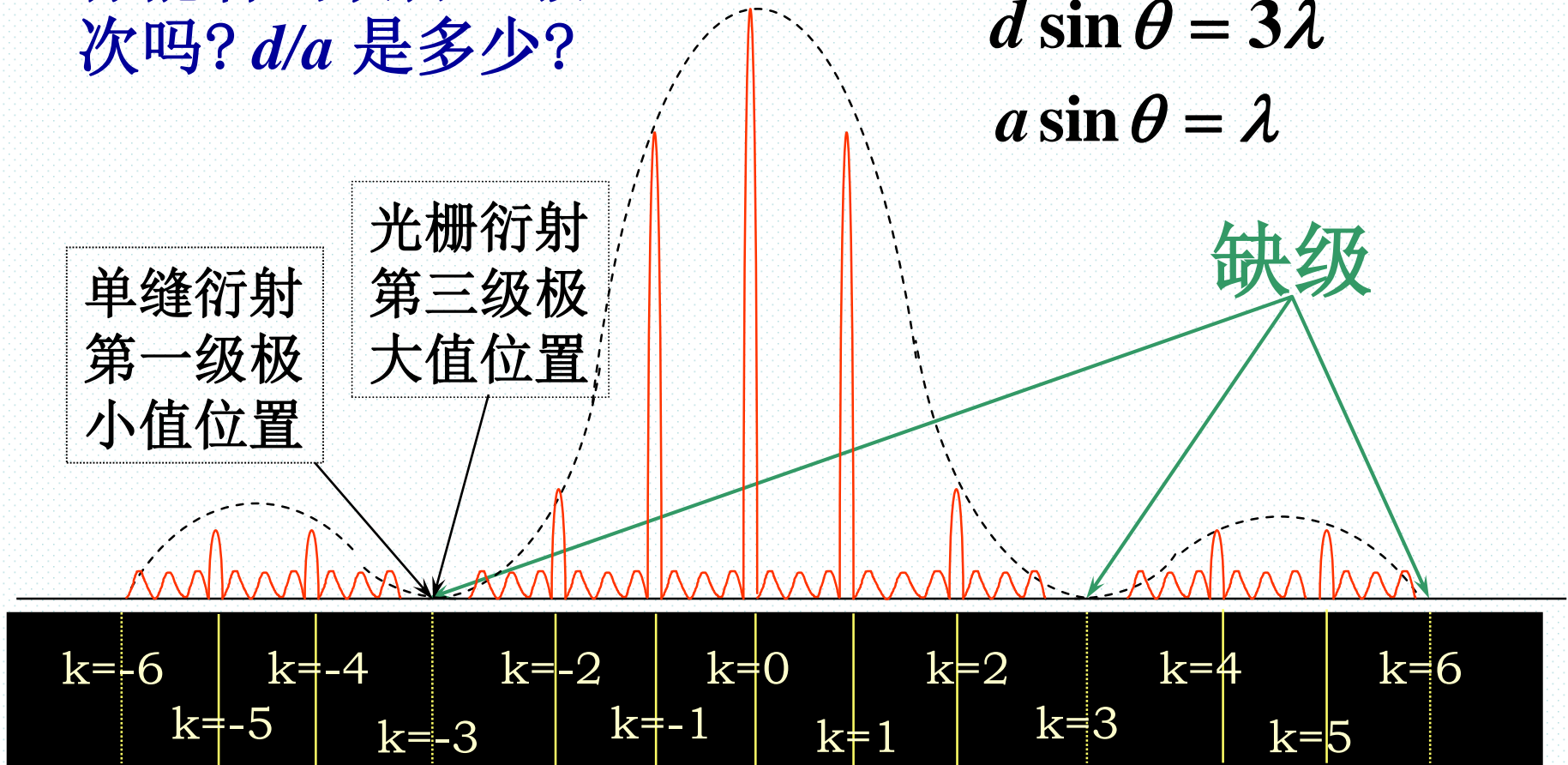
多缝干涉某  
极大值位置

单缝衍射某  
极小值位置

你能看出缺哪些级次吗?  $d/a$  是多少?

$$d \sin \theta = 3\lambda$$

$$a \sin \theta = \lambda$$



$\pm 3, \pm 6, \pm 9 \dots$  缺级

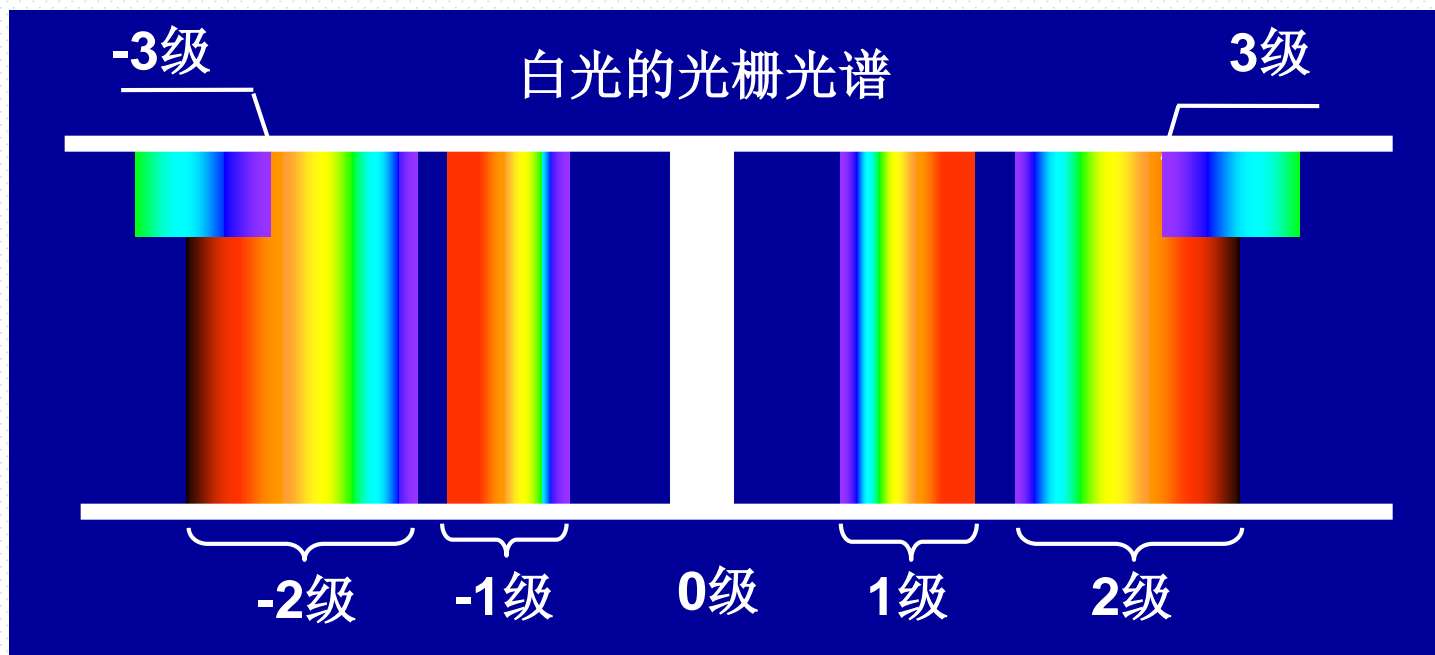
$$d / a = 3$$

## 四、光栅光谱

● 由  $d\sin\theta = k\lambda$   $\lambda$  不同, 同级次的  $\theta$  不同——色散现象。

光栅是一个很好的分光元件, 即色散元件

复色光入射 形成光谱



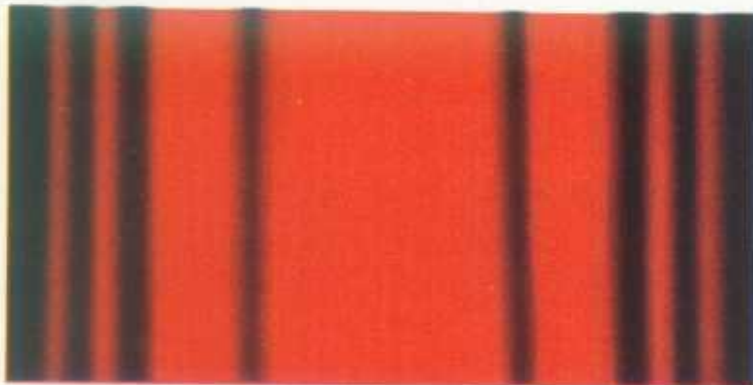
当  $k\lambda_l \geq (k+1)\lambda_s$  时 **重级**



## 单缝衍射

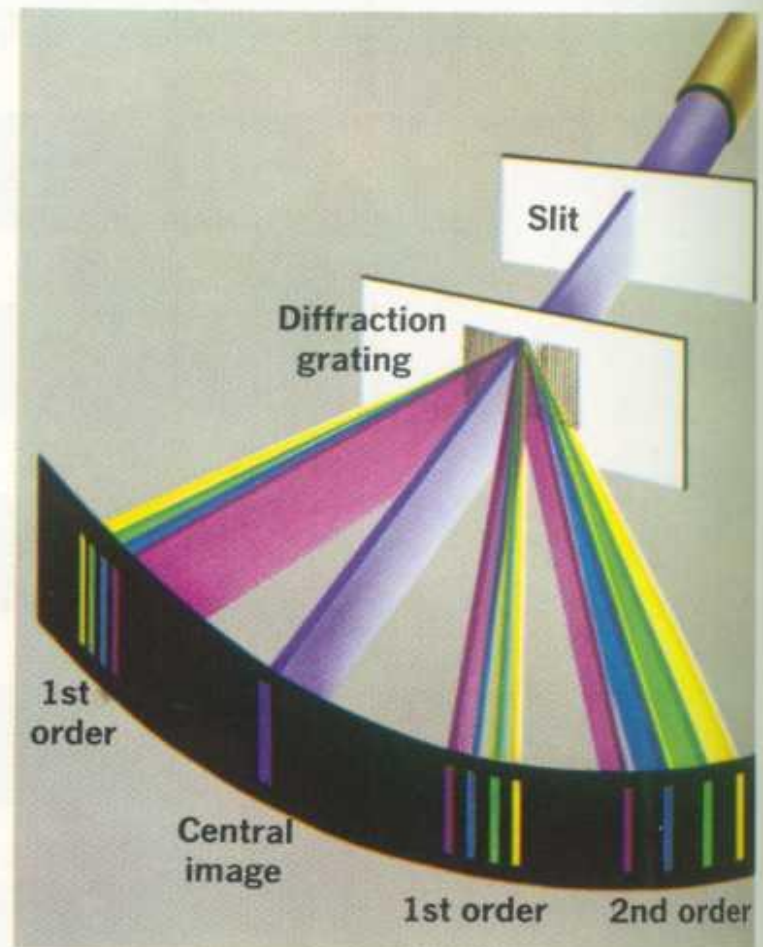


B. Passing white light through a single slit produces this diffraction pattern.



Red light passed through the same slit produces this pattern.

## 光栅光谱



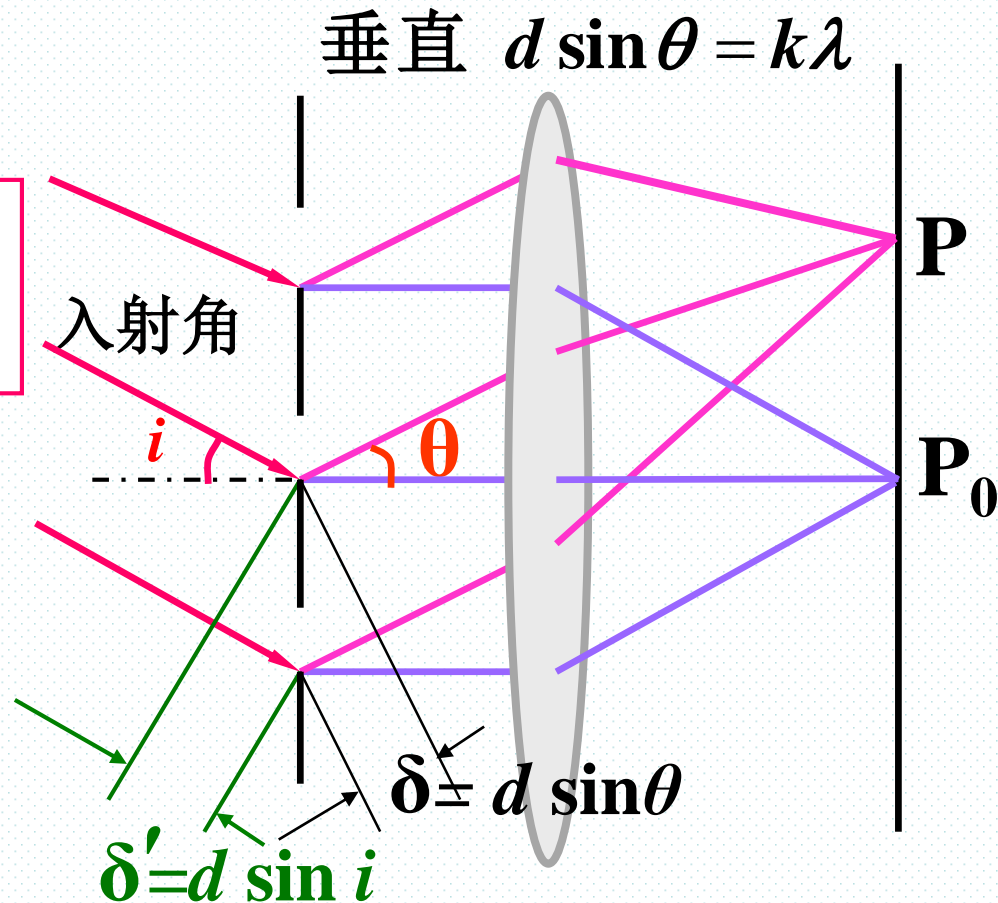
C. Mercury light through a diffraction grating.

## 五、斜入射的光栅

$$d (\sin i \pm \sin \theta) = k\lambda$$

$(k=0, \pm 1, \pm 2, \dots)$

入、衍射线在法线同  
(异)侧时取+(-)号



特点:

(1) 斜入射级次分布不对称

(2) 斜入射可得到更高级次的光谱, 但屏幕上的主极大总条数不变

例：一波长为 **589.3 nm** 的单色平行光，垂直照射在每毫米内有**500条**刻痕的平面透射光栅上。

求（1）第**2**级明纹衍射角正弦值的绝对值是多少？

（2）则用此光栅最多能看到几条明纹？

（3）平行光线以入射角**30°** 入射时，能看见第几级条纹？ 总共共有多少条条纹？

解：（1） $d \sin \theta = \pm k \lambda$        $d = \frac{1}{500 \times 10^3} = 2 \times 10^{-6} \text{ m}$

$$|\sin \theta_2| = \frac{2\lambda}{d} = \frac{2 \times 589.3 \times 10^{-9}}{2 \times 10^{-6}} = 0.5893$$

（2）能看到的最高级谱线对应的衍射角为**90°**

$$d \sin 90^\circ = \pm k_{\max} \lambda \quad k_{\max} = [d/\lambda] = \left[ \frac{2 \times 10^{-6}}{589.3 \times 10^{-9}} \right] = [3.39] = 3$$

共**7**条谱线：  $k = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$

### (3) 斜入射时

$$d(\sin \theta \pm \sin i) = k\lambda \quad k \text{ 的极值相应于 } \theta = \pm 90^\circ$$

$$k_{\max} = \left[ \frac{2 \times 10^{-6} (\sin 30^\circ + 1)}{589.3 \times 10^{-9}} \right] = [5.09] = 5$$

$$k_{\min} = \left[ \frac{2 \times 10^{-6} (\sin 30^\circ - 1)}{589.3 \times 10^{-9}} \right] = [-1.70] = -1$$

能看见最高级次为**第五级**条纹；

总共能看到：**-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5** **7** 条明纹

可见：斜入射可观察到**更高的级次**；屏幕上的主极大**总条数不变**，级次分布**不对称**

## § 5 X射线衍射

### 一、X射线的发现和产生

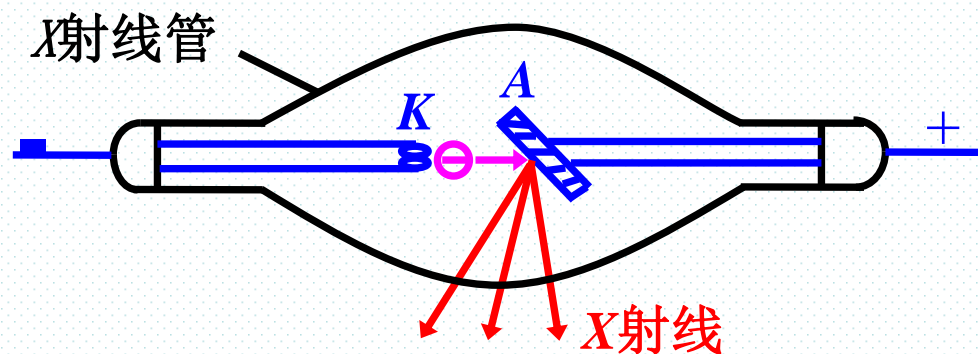
□1895年，德国物理学家伦琴发现受高速电子撞击的金属会发射一种能使胶片感光、空气电离、荧光质发光的穿透性很强的中性射线，称为X射线



$K$  — 阴极,  $A$  — 阳极

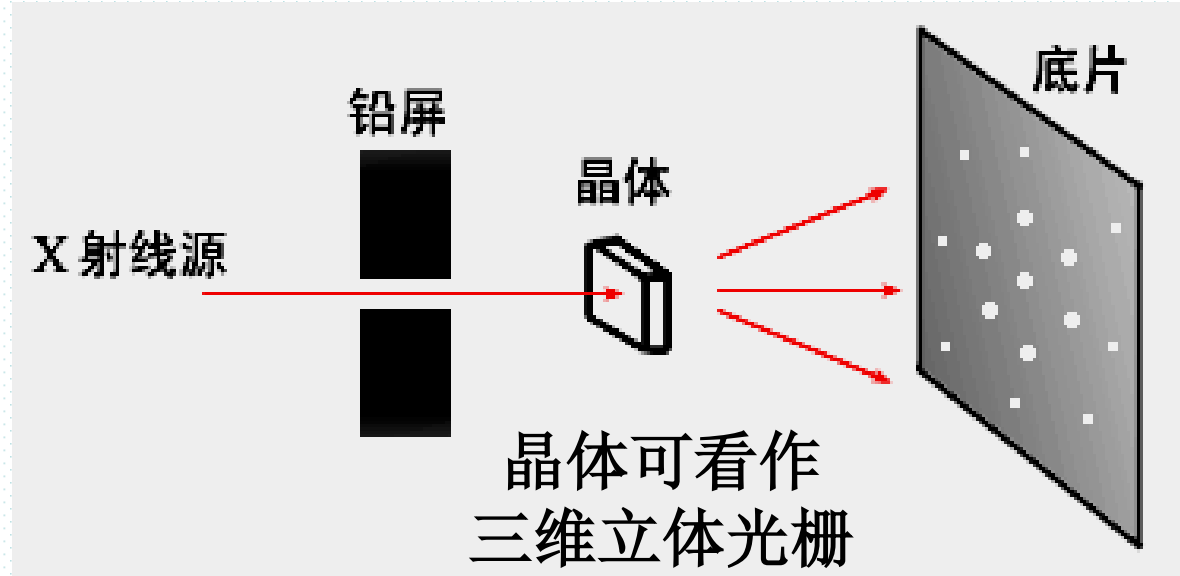
$A-K$ 间加几万伏高压,

加速阴极发射的热电子

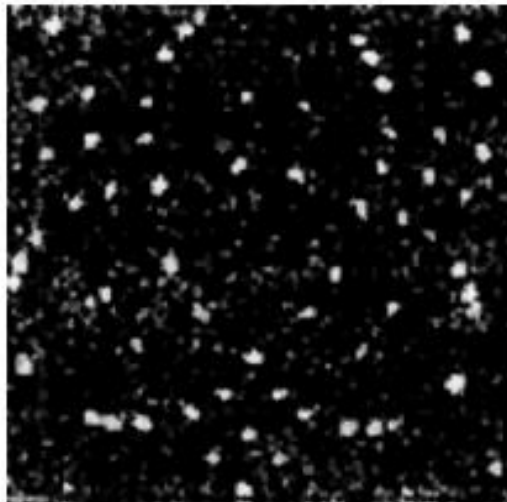
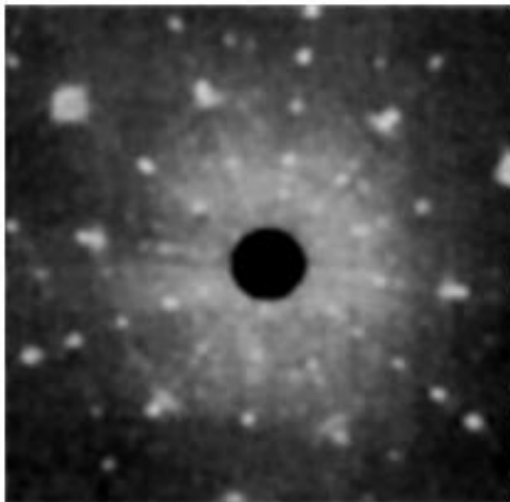


## 二、X射线在晶体上的衍射

□ 德国物理学家劳厄发现（1912）了X射线的晶体衍射现象



红  
宝  
石  
晶  
体

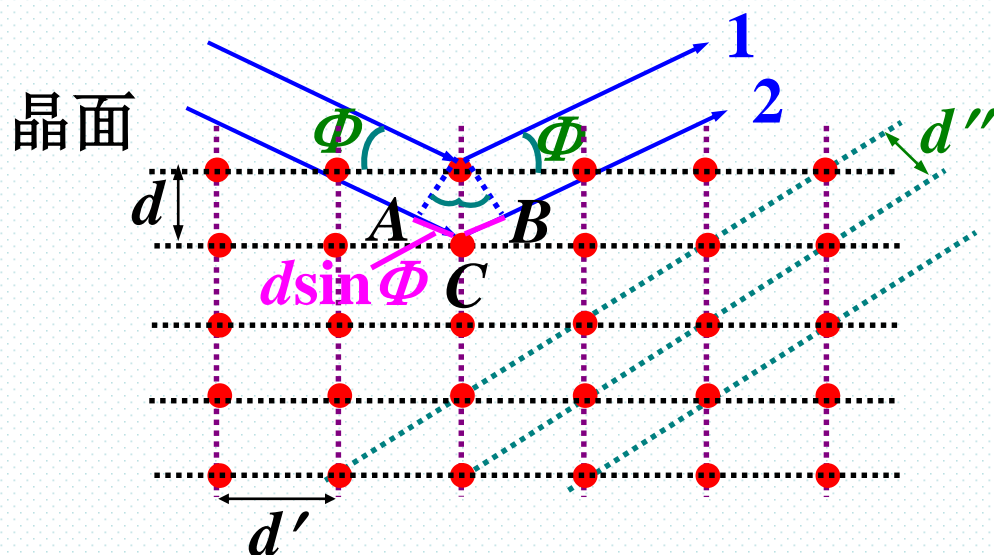


硅  
单  
晶  
体

X 射线是**波长较短的电磁波**

$\lambda : 10^{-2} \sim 10^1 \text{nm}$

1913年英国**布拉格父子**提出了一种解释X射线衍射的方法，给出了定量结果，并于**1915**年荣获物理学诺贝尔奖。



$d$  : 晶面间距  
(晶格常数)

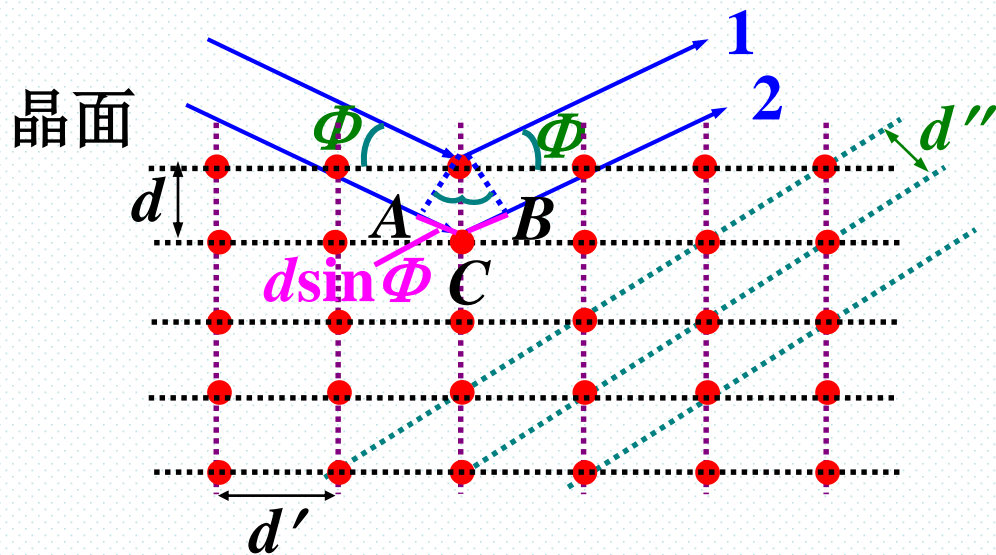
NaCl  $d = 0.28\text{nm}$

$\Phi$ : 掠射角

相邻两晶面反射的X射线干涉**加强**的条件:

$$2d \sin \Phi = k\lambda \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

-----**布拉格公式**

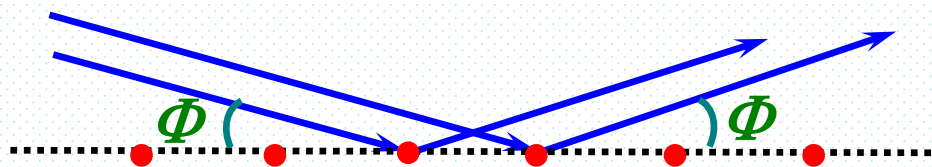


$d$  : 晶面间距  
(晶格常数)

NaCl  $d = 0.28\text{nm}$

$\Phi$ : 掠射角

- 1) 衍射中心: 每个原子都是散射子波的点波源。
- 2) 同一层晶面上点间散射光的干涉:



符合反射定律的  
散射光加强

- 3) 面间散射光的干涉: 散射光干涉加强条件:

$$2d \cdot \sin \Phi = k\lambda \quad (k = 1, 2, \dots)$$

——布拉格公式



$$2d \cdot \sin \Phi = k\lambda \quad (k = 1, 2, \dots)$$

### 三、X射线的应用

□ 已知 $\Phi$ 、 $\lambda$  可测 $d$  — X射线晶体结构分析。

□ 已知 $\Phi$ 、 $d$ 可测 $\lambda$  — X射线光谱分析。

布拉格父子由于利用X射线分析晶体结构的杰出工作，共同获得了1915年的诺贝尔物理学奖



威廉·亨利·布拉格（父）

1862 — 1942



威廉·劳伦斯·布拉格（子）

1890 — 1971

□ X射线在科学研究和工程技术上有着广泛的应用。

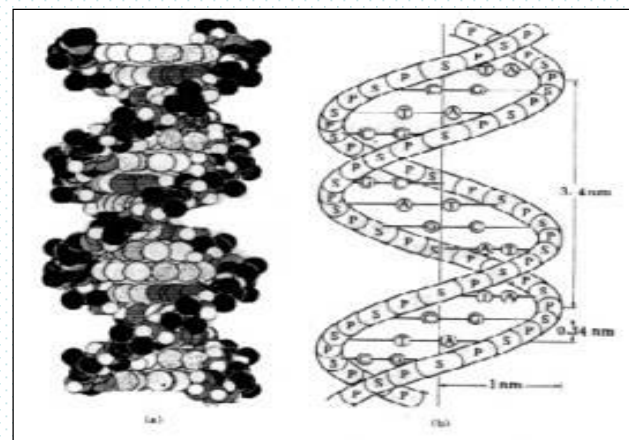


人类第一张X光片

X射线无法穿透金属，因为金属对其有强烈的吸收。骨骼含有大量的钙（一种金属），能吸收X射线



DNA 晶体 X 射线衍射照片



DNA 分子的双螺旋结构