

§ 4 德布罗意波 实物粒子的二象性

光(波)具有粒子性。实物粒子具有波动性吗?

一、德布罗意波

从自然界的对称性出发，
认为既然光(波)具有粒子性，
那么实物粒子也应具有波动性。

1924. 11. 29 德布罗意把题为
“量子理论的研究”的博士论
文提交给了巴黎大学。

他在论文中指出：



路易·德布罗意

Louis.V.de Broglie
(1892 — 1986) 法国人

1929年获诺贝尔物理奖

提出电子的波动性

一个能量为 E 、动量为 p 的实物粒子，同时也具有波动性，它的波长 λ 、频率 ν 和 E 、 p 的关系与光子的一样：

$$\left. \begin{aligned} E &= h\nu \\ p &= \frac{h}{\lambda} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \nu &= \frac{E}{h} \\ \lambda &= \frac{h}{p} \end{aligned} \quad \text{德布罗意关系式}$$

与粒子相联系的波称为物质波 或德布罗意波，

λ — 德布罗意波长

论文获得了评委会高度评价。爱因斯坦称：

“揭开了自然界巨大帷幕的一角”

“看来疯狂，可真是站得住脚呢”

问：“这种波怎样用实验来证实呢？”

德布罗意答道：“用电子在晶体上的衍射实验。”

电子的波长： $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m_0 v} = \frac{h}{\sqrt{2m_0 E_k}}$ (电子 $v \ll c$ 非相对论)

设加速电压为 U
(单位为伏特) $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_0 e U}} \approx \frac{1.225}{\sqrt{U}} (\text{nm})$

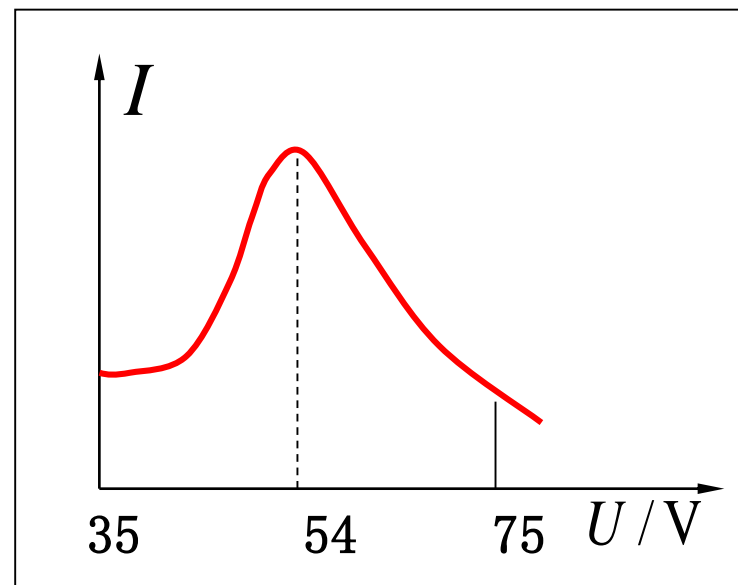
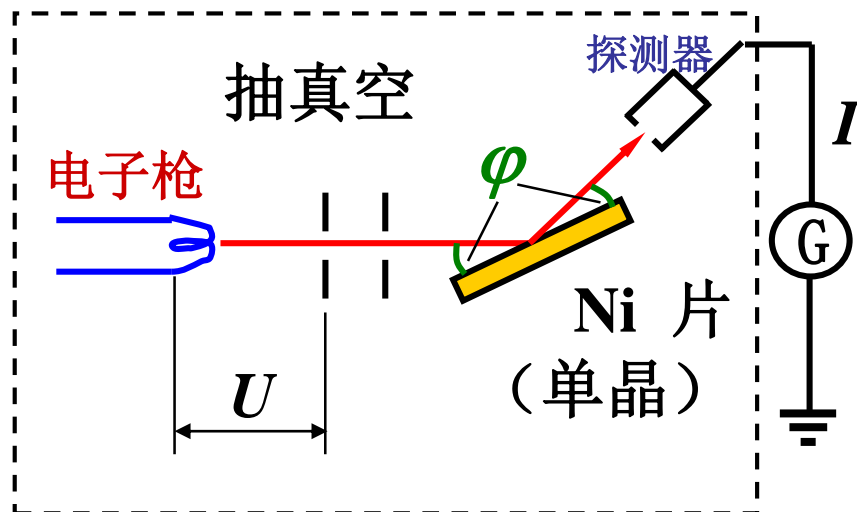
当 $U=100$ 伏 $\lambda=1.225\text{\AA}$

— X 射线波段

当 $U=10000$ 伏 $\lambda=0.1225\text{\AA}$

二、德布罗意波的实验验证

1、戴维逊-革末实验 —— 低速电子在Ni单晶上的衍射实验



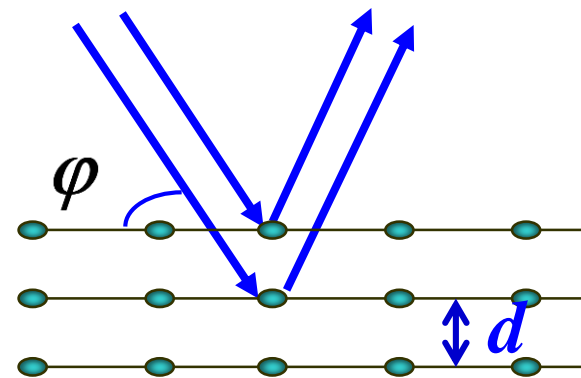
实验现象:

电流并不是随着加速电压的增大单调地增加的，而是出现明显的选择性。

当散射角 $\phi = 50^\circ$ 时
电流与加速电压
实验曲线

“物质波” 对实验的解释:

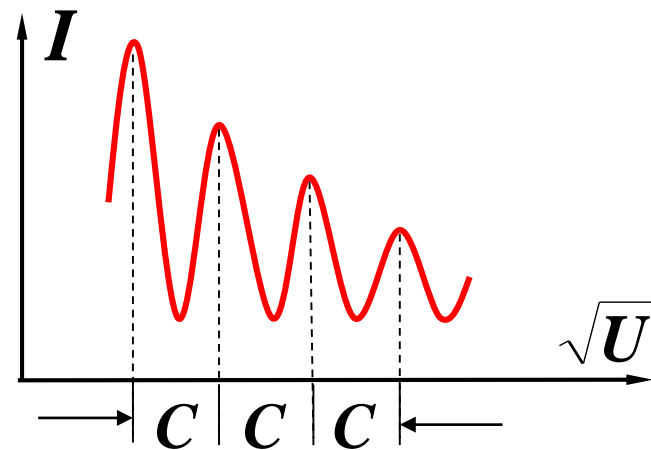
电子波的波长: $\lambda = \frac{h}{m_e v} = \frac{h}{\sqrt{2m_e eU}}$



当满足布拉格公式: $2d\sin\varphi = k\lambda$, $k=1,2,3,\dots$

观察到电流 I 为极大, 即:

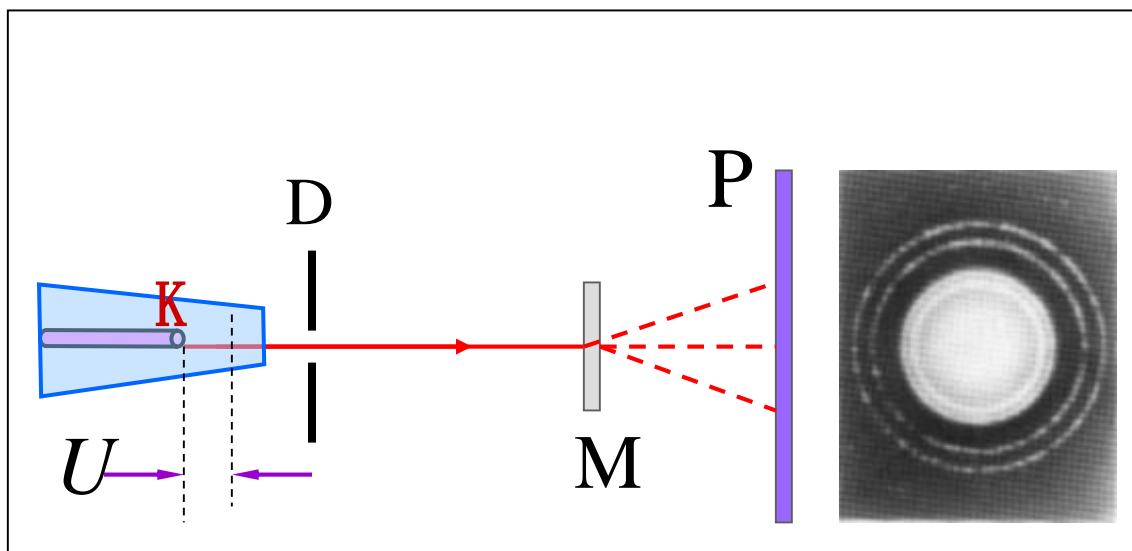
$$\Rightarrow \sqrt{U} = k \frac{h}{2d \sin \varphi \sqrt{2m_e e}} = kC$$



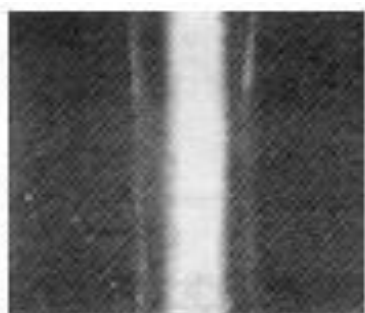
镍晶体 $d = 2.15 \times 10^{-10} \text{ m}$ 当 $U=54\text{V}$, $k=1$ 时,

$$\Rightarrow \varphi = \arcsin 0.777 = 51^\circ \text{ 与实验结果相近.}$$

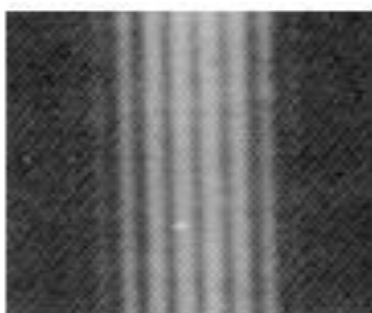
2、汤姆逊实验——电子束透过多晶铝箔的衍射



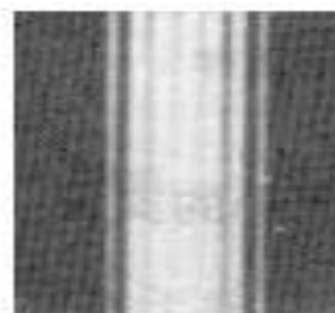
3、约恩孙实验——电子通过狭缝的衍射实验



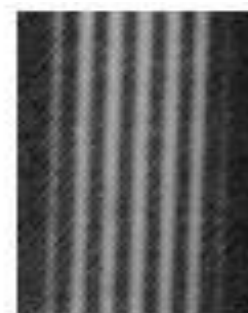
单 缝



双 缝



三 缝



四 缝

质子、中子、原子等实物粒子都有衍射现象

波粒二象性是普遍的结论

地球: $m_0 = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$ $v = 29.8 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$

$$\lambda = \frac{h}{P} = \frac{h}{m_0 v} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{5.98 \times 10^{24} \times 2.98 \times 10^4} = 3.72 \times 10^{-63} \text{ m}$$

子弹: $m_0 = 0.01 \text{ kg}$ $v = 300 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

$$\lambda = \frac{h}{P} = \frac{h}{m_0 v} = 2.21 \times 10^{-34} \text{ m}$$

宏观粒子也具有波动性，但其 m 大， $\lambda \rightarrow 0$ ，使得宏观物体的波长小得难以测量，**宏观物体**只表现出粒子性，**表现不出波动性**。

三、应用举例

仪器的分辨本领

$$R = \frac{D}{1.22 \lambda}$$

电子波波长

<<

光波波长

加速电子波长

1Å

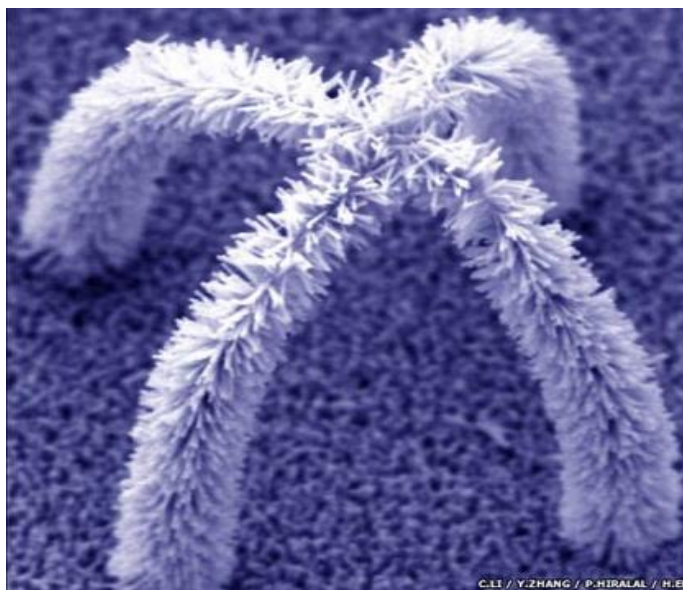
可见光波长

5000Å左右

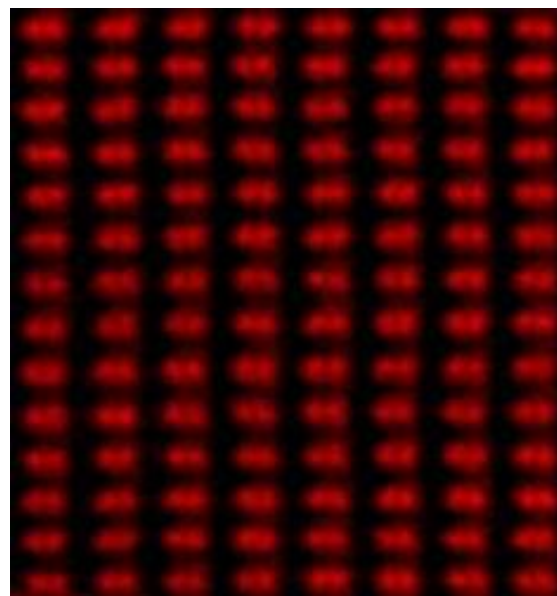
电子显微镜分辨率

远大于

光学显微镜分辨率



电子显微镜拍下由纳米管和氧化锌构成的精巧结构



电子显微镜下的原子世界

怎样理解波粒二象性？ 两种属性如何关联？



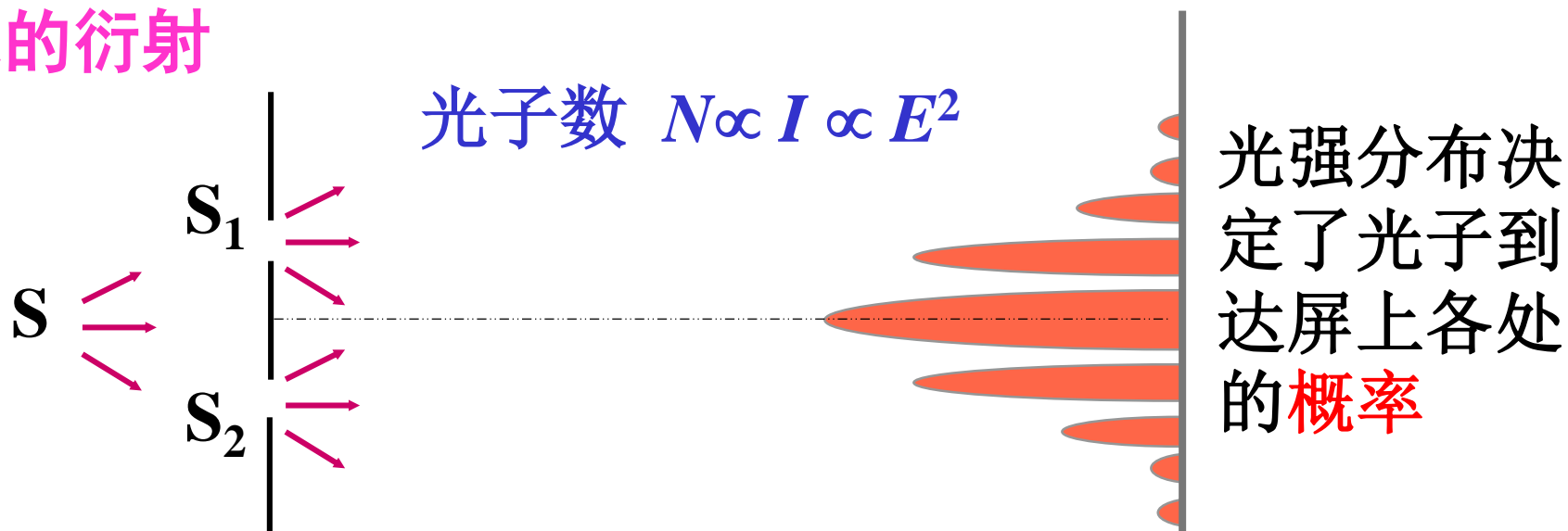
少女？老妇？

两种图象不会同时
出现在你的视觉中

此画可以用来“比喻”
微观粒子的“二象性”
在某些条件下表现出**粒子性**，在另一些条件下
表现出**波动性**，两种性
质虽寓于同一客体中，
却不能同时表现出来。

四、德布罗意波的统计解释

光的衍射



波动性：某处明亮则某处光强大, 且 $I \propto E^2$

粒子性：某处明亮则某处光子多 即 $N \propto I$

光子在某处出现的概率和该处光振幅的平方成正比

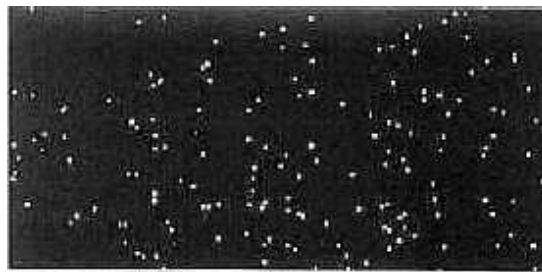
→ 光波是概率波

光波是刻画光子在空间的概率分布的概率波!

一个一个电子依次入射双缝的衍射实验：

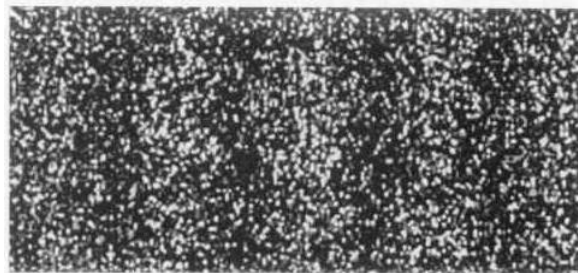


7个电子

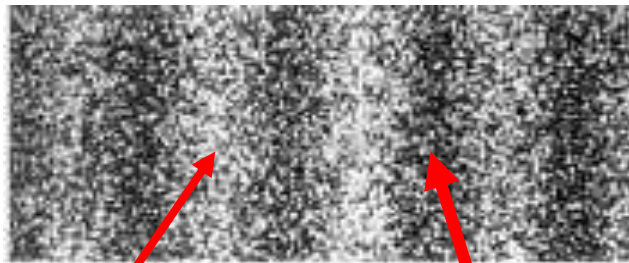


100个电子

一个个地出现说明了电子的**粒子性**



20000个



70000

随着数目的增多，逐渐形成了衍射图样，说明“一个电子”就具有的波动性

粒子出现的概率低

粒子出现的概率高

粒子保持完整的颗粒结构在空间的概率分布---**概率波**
——波粒二象性

粒子观点：衍射图样是由于电子射到各处的概率不同，**电子密集**的地方**概率大**，电子稀疏的地方概率小。

波动观点：**电子密集**的地方表示**波的强度**大，电子稀疏的地方表示波的强度小

德布罗意波统计解释：

粒子在某处附近出现的**概率**正比于德布罗意波在该处的**强度**（振幅的平方）

物质波是描述粒子在空间分布的概率的“**概率波**”

课堂练习

1. 下列说法正确的是 (**AB**)

A. 光波是一种概率波

B. 光波是一种电磁波

C. 单色光从光密进入光疏介质时, 光子的能量改变

D. 单色光从光密进入光疏介质时, 光的波长不变

2. 下列说法中正确的是 (**AD**)

A. 光的干涉和衍射现象说明光具有波动性

B. 光的频率越大, 波长越大

C. 光的波长越大, 光子的能量越大

D. 光在真空中的传播速度为 $3.00 \times 10^8 \text{m/s}$

4、在单缝衍射实验中，中央亮纹的光强占从单缝射入的整个光强的95%以上．假设现在只让一个光子通过单缝，那么该光子（ ）

☐ A 一定落在中央亮纹处

☐ B 一定落在亮纹处

☒ C 可能落在暗纹处

☒ D 落在中央亮纹处的可能性最大

提交

3、在验证光的波粒二象性实验中，下列说法正确的是（ **C D** ）

A. 单个光子通过狭缝后，底片上会出现完整的衍射图样
个别或少数光子表现出光的粒子性

B. 光子通过狭缝的运动路线是直线 路径是随机的

C. 光的波动性是大量光子运动的规律

D. 使光子一个一个地通过狭缝，如果时间足够长，底片上将会显示衍射图样
时间足够长，通过的光子数也就足够多，大量光子的分布遵从波动规律

4、在单缝衍射实验中，中央亮纹的光强占从单缝射入的整个光强的95%以上．假设现在只让一个光子通过单缝，那么该光子(**C D**)

A. 一定落在中央亮纹处

B. 一定落在亮纹处

C. 可能落在暗纹处

D. 落在中央亮纹处的可能性最大

概率波

光波是概率波

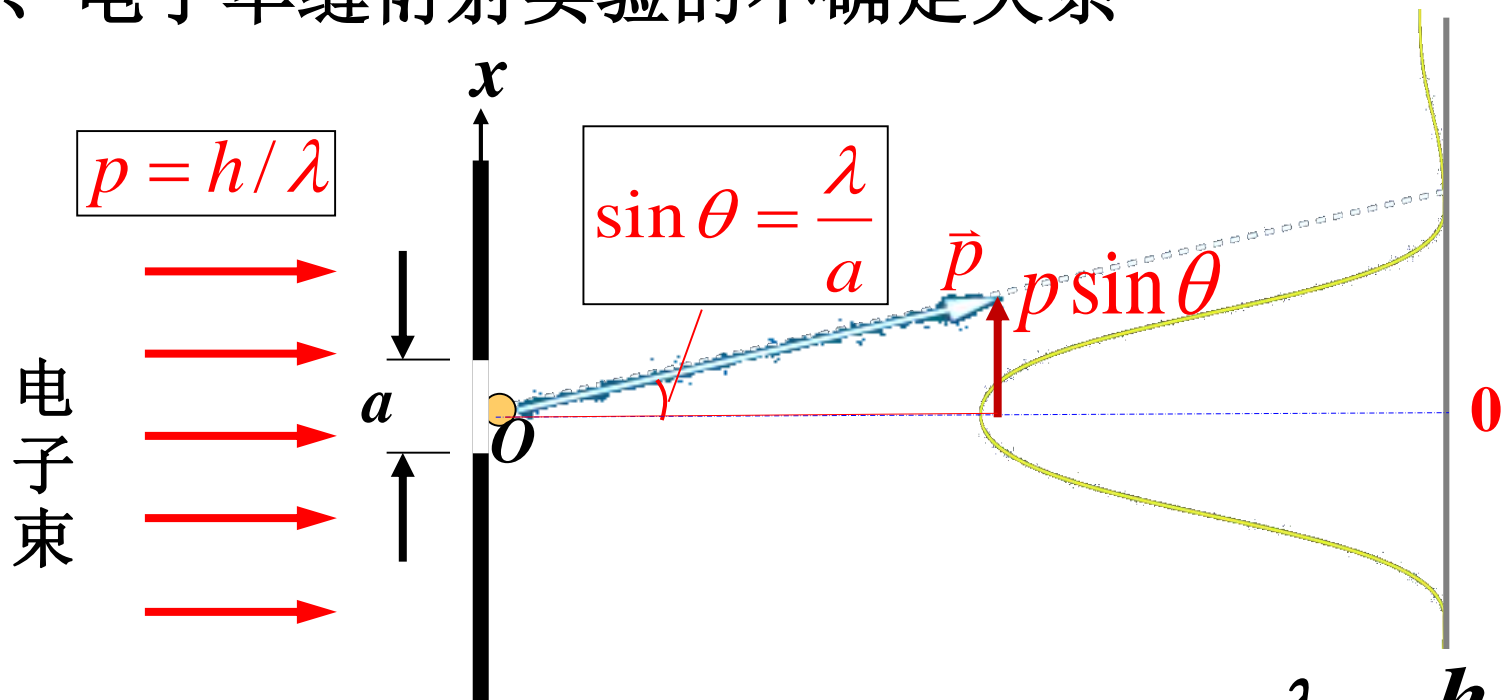
物质波也是概率波

- (1) 单个粒子的位置是**不确定的**，但在某点附近出现的概率的大小可以由波动规律确定。
- (2) 对大量粒子来说，**概率大**的位置达到的**粒子数多**，**概率小**的位置达到的粒子数少。

对具有波粒二象性的微观粒子，**1927年**，海森伯（Heisenberg）分析了一些理想实验并考虑到德布罗意关系，提出**粒子在同一方向上的坐标和动量不能同时确定**。

§ 5 不确定关系 (测不准关系)

一、电子单缝衍射实验的不确定关系



1、 x 向动量不确定范围 $\Delta p_x = p \sin \theta = p \frac{\lambda}{a} = \frac{h}{a}$

2、位置的不确定程度 $\Delta x = a \rightarrow \Delta x \cdot \Delta p_x = h$

考虑高级次, 有不确定关系: $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h$

二、海森伯不确定关系式与含义

粒子在同一方向的坐标和动量不能同时确定

如果用 Δx 代表位置测量的不确定度（不确定范围），用 Δp_x 代表 x 方向的动量的测量不确定度，那么

$$\Delta x \cdot \Delta P_x \geq \hbar / 2$$

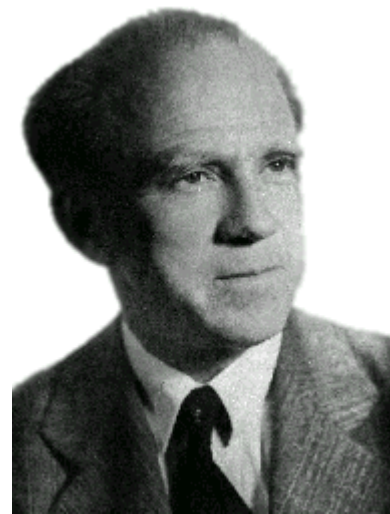
$$\Delta y \cdot \Delta P_y \geq \hbar / 2$$

$$\Delta z \cdot \Delta P_z \geq \hbar / 2$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

微观粒子运动的基本规律

- 不确定关系使粒子运动“轨道”的概念失去意义
- 不确定关系是微观体系具有波粒二象性的必然结果，与仪器精度和测量方法的缺陷无关



海森伯（1901-1976），德国
创立量子力学，1932年诺贝尔物理学奖

•存在不确定关系的物理量称为共轭物理量

能量和时间也是一对共轭物理量，有

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

Δt — 测量能量经历的时间范围
 ΔE — 测量能量的误差

孤立原子系统，能级并非只有单一数值，而是有一定的宽度（能级宽度 Γ ），原子处于激发态的时间也有一个范围（能级寿命 τ ）

$\tau \Gamma \geq \hbar / 2$ 估计能量的范围 估算不稳态的寿命

若一个粒子的能量状态是完全确定的，即 $\Delta E=0$ ，则粒子停留在该态的时间为无限长， $\Delta t=\infty$ 。

例：原子的线度按 10^{-10}m 估算，原子中电子的动能按 10eV 估算，论证原子中电子的运动不存在轨道。

解： 电子速率 $v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 10 \times 1.6 \times 10^{-19}}{9.11 \times 10^{-31}}} = 2 \times 10^6 (\text{m/s})$

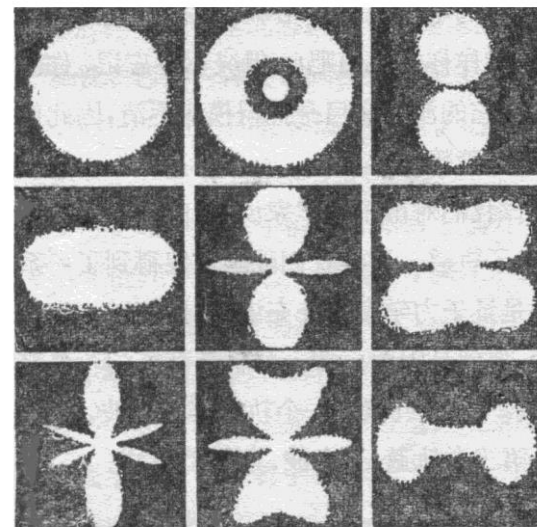
由不确定关系 $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar/2$

$$\Delta v = \frac{\Delta P}{m} \geq \frac{\hbar}{2m\Delta r} \approx 0.6 \times 10^6 \text{ m/s} \approx v$$

速度不确定度和速度本身数量级相同

电子速度完全不确定。从而下一时刻电子的位置完全不能确定，轨道的概念失去意义。

代之以电子云的概念



在宏观现象中，不确定度可以忽略。

例：设子弹质量为0.01kg，枪口直径为0.5cm，试求子弹射出枪口后的横向速度的不确定量。分析波粒二象性对射击瞄准的影响。

解：横向速度的不确定度为

$$\Delta v_x \geq \frac{\hbar}{2m\Delta x} = \frac{1.05 \times 10^{-34}}{2 \times 10^{-2} \times 0.5 \times 10^{-2}} = 1.1 \times 10^{-30} (\text{m/s})$$

这可以看成是横向速度的最大值，它远远小于子弹从枪口射出时每秒几百米的速度，因此对射击瞄准没有任何实际的影响。

子弹的运动几乎显现不出波粒二象性。

例：氦氖激光器发光波长 $\lambda = 632.8nm$ ，谱线宽度 $\Delta\lambda = 10^{-13}m$ ，求当这种光子沿 x 方向传播时，它的 x 坐标的不确定量多大？

解： $p = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow \Delta p_x = \frac{h}{\lambda^2} \Delta \lambda$

根据不确定关系 $\Delta x \Delta p_x \geq h$

$$\therefore \Delta x = \frac{h}{\Delta p_x} = \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda} = \frac{(632.8 \times 10^{-9})^2}{10^{-13}} \approx 4m$$

例： 动能 $E_k \sim 10^8 \text{ eV}$ 的电子射入威尔逊云室，
径迹的线度 $\sim 10^{-4} \text{ cm}$ ，问“轨道”概念适用否？

解： 电子横向位置的不确定度 $\Delta x \approx 10^{-4} \text{ cm}$ 。

横向动量的不确定度 $\Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2\Delta x} \approx 10^{-28} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

电子动量为 $p = \sqrt{2mE_k} \approx 1.8 \times 10^{-23} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

显然 $\Delta p_x \ll p$ ， Δp_x 对电子运动几乎没影响，轨道概念仍适用。

实验上正是通过粒子在云室中留下的径迹（轨道）来探测高能粒子。



威尔逊云室中宇宙线
（高能粒子）的径迹