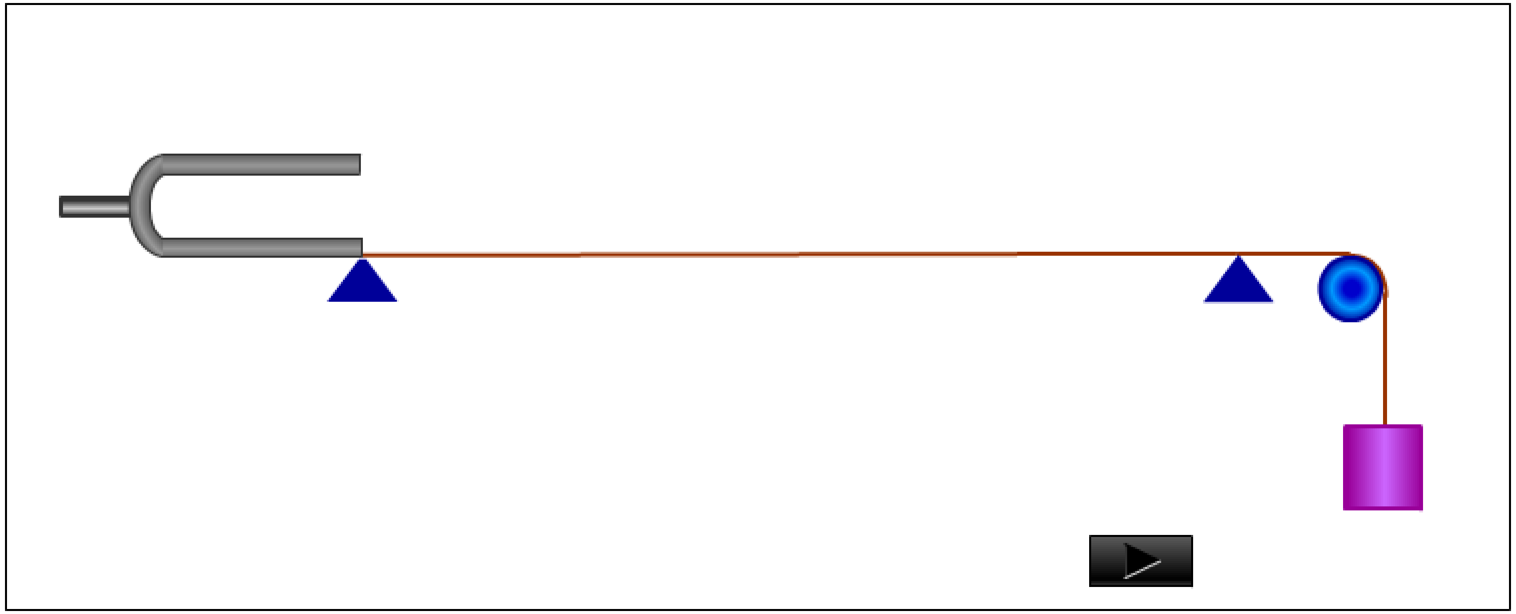
一、驻波的产生

振幅、频率、振动方向都相同的两列相干波，在同一直线上沿相反方向传播时叠加而形成的一种特殊的干涉现象。（图例：入射波是由音叉振动引起的，反射波是入射波在固定端反射引起的，如果固定端位置合适，即可产生驻波）。



驻波的特点

（1）从弦线的固定端开始被分成几段，每段两端点固定不动，而每段中的各质点则作振幅不同，相位相同的独立振动，中间的点振幅最大，越靠近两端振幅越小。

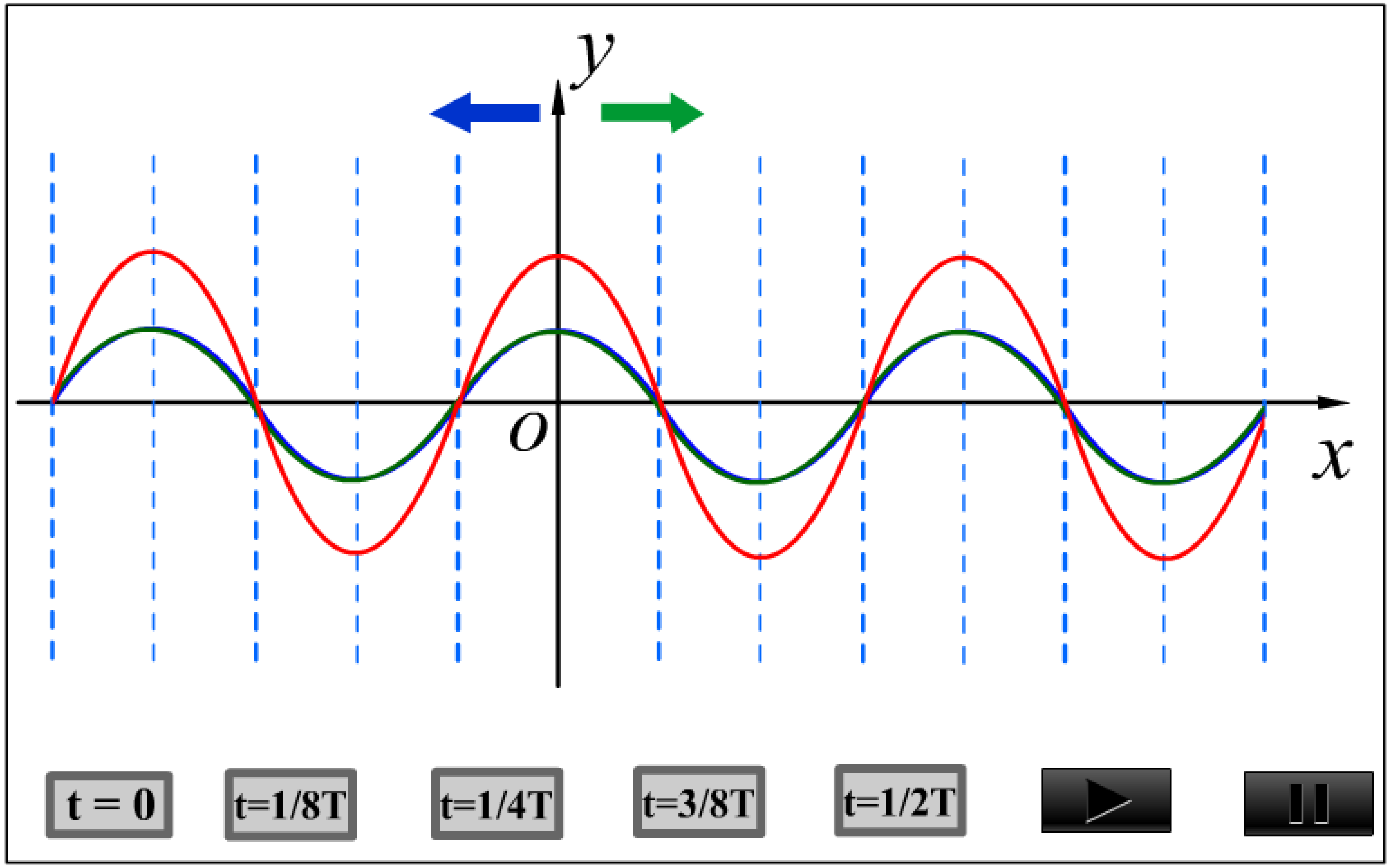
（2）相邻两段的振动方向相反，弦上各点只有段与段之间的相位突变。

（3）驻波中始终静止不动的那些点叫波节，振幅最大的各点称为波幅，无论是波节还是波幅都固定在一些位置上，不随时间变化。

（4）驻波中相邻两波节之间各质点同时达到各自的最大位移，同时经过各自的平衡位置，因此我们称驻波各质点作同步振动。

（5）没有振动状态或相位的逐点传播，即没有“跑动”的波形，也没有能量的传播。

驻波的形成



二、驻波方程

正向平面简谐波的波函数：$y_1 = A\cos 2\pi(\nu t - \frac{x}{\lambda})$

负向平面简谐波的波函数：$y_2 = A\cos 2\pi(\nu t + \frac{x}{\lambda})$

驻波：$y = y_1 + y_2$

$$= A\cos 2\pi(\nu t - \frac{x}{\lambda}) + A\cos 2\pi(\nu t + \frac{x}{\lambda})$$

$$= \boxed{2A\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}}\,\underline{\cos 2\pi\nu t}$$

驻波的振幅与位置有关

各质点都在作同频率的简谐运动

讨论

➢ 驻波方程 $y = 2A\cos 2\pi \dfrac{x}{\lambda} \cos 2\pi \nu t$

（1）驻波振幅 $\left|2A\cos 2\pi \dfrac{x}{\lambda}\right|$ 随 x 而变，与时间无关。

$$\left|\cos 2\pi \frac{x}{\lambda}\right| = \begin{cases} 1 & 2\pi \dfrac{x}{\lambda} = \pm 2k \dfrac{\pi}{2} \quad k = 0,1,2,\cdots \\ 0 & 2\pi \dfrac{x}{\lambda} = \pm(2k+1)\dfrac{\pi}{2} \quad k = 0,1,2,\cdots \end{cases}$$

$$x = \begin{cases} \pm k\dfrac{\lambda}{2} & k = 0,1,\cdots \quad A_{\max} = 2A \\ \pm\left(k+\dfrac{1}{2}\right)\dfrac{\lambda}{2} & k = 0,1\cdots \quad A_{\min} = 0 \end{cases}$$

波腹

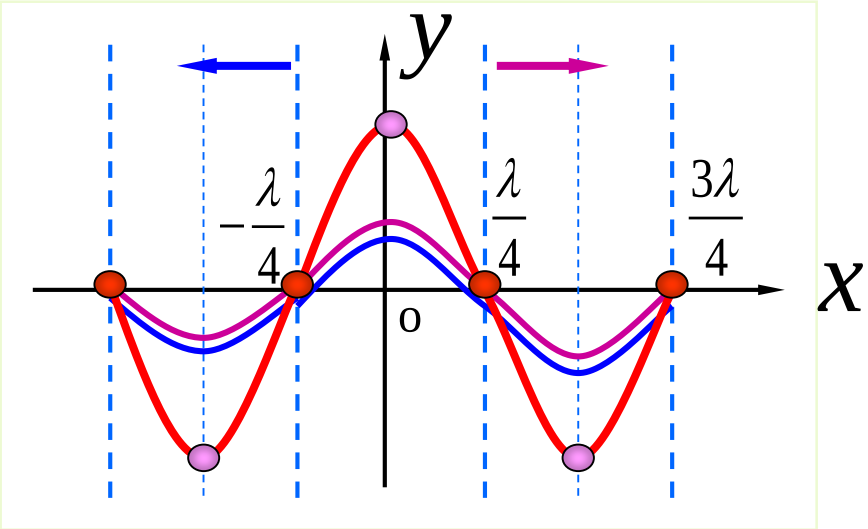
波节

相邻波腹（节）间距 $= \lambda/2$　　　相邻波腹和波节间距 $= \lambda/4$

（2）驻波的相位：相邻两波节之间质点振动同相位，任一波节两侧振动相位相反，在波节处产生 π 的相位跃变 。（与行波不同，无相位的传播）。

$$y = 2A\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}\cos 2\pi\nu t$$

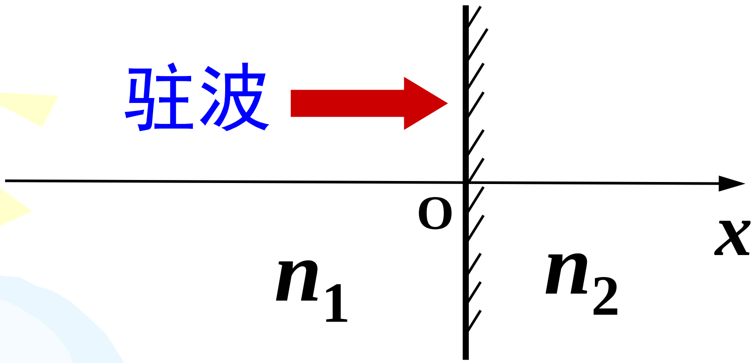
例 $x = \pm\frac{\lambda}{4}$ 为波节



$$\boxed{\cos 2\pi\frac{x}{\lambda} > 0,}\ -\frac{\lambda}{4} < x < \frac{\lambda}{4},\qquad y = 2A\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}\cos 2\pi\nu t$$

$$\boxed{\cos 2\pi\frac{x}{\lambda} < 0,}\ \frac{\lambda}{4} < x < \frac{3\lambda}{4},\qquad y = \left|2A\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}\right|\cos(2\pi\nu t + \pi)$$

（3）驻波的界面情况



$n_1 < n_2$：波疏→波密介质

界面上总是波节

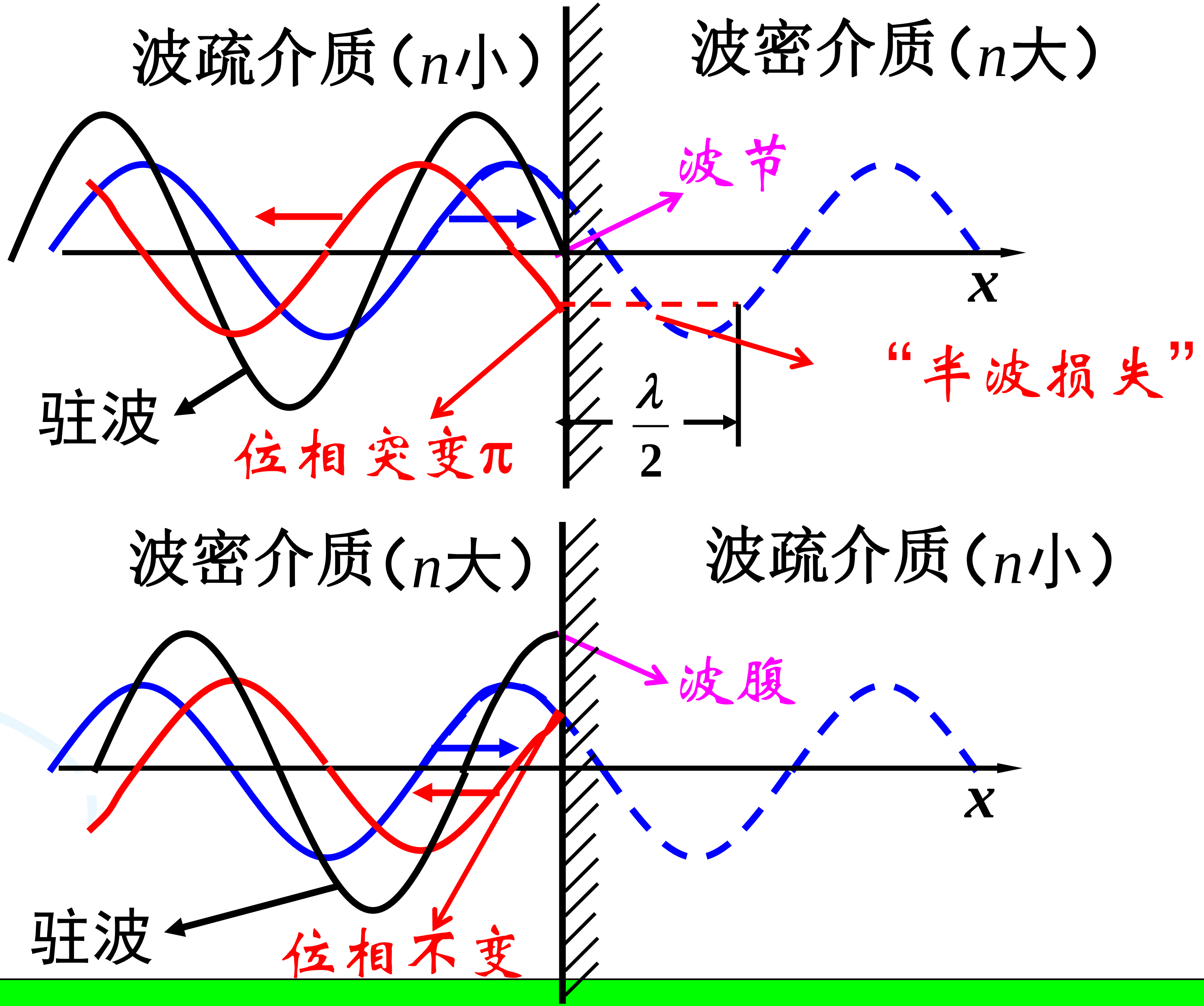
$n_1 > n_2$：波密→波疏介质

界面上总是波腹

❖相位跃变（半波损失）

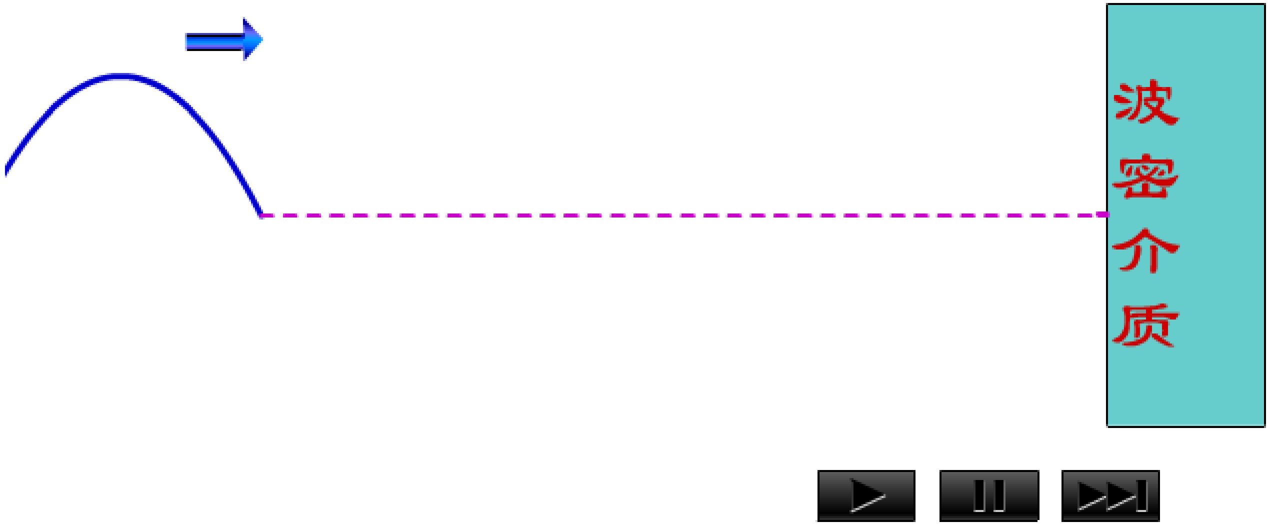
当波从波疏介质垂直入射到波密介质， 被反射到波疏介质时形成波节。入射波与反射波在此处的相位时时相反，即反射波在分界处产生π 的相位跃变，相当于出现了半个波长的波程差，称半波损失。

两种不同介质分界面上入射波和反射波的波形



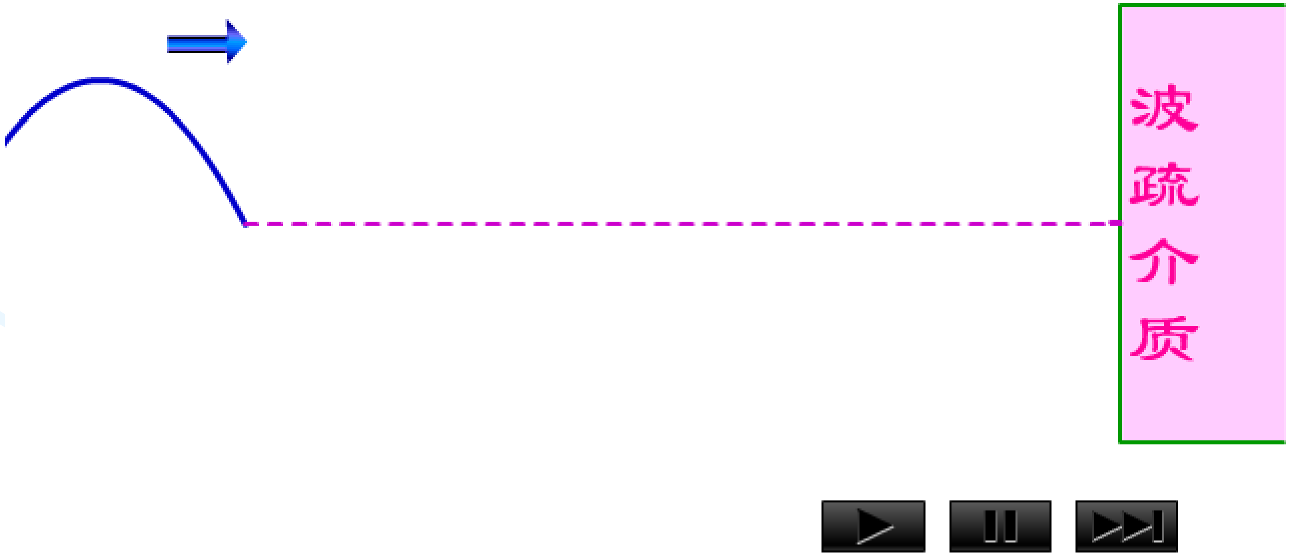
波疏 → 波密

（有相位突变）

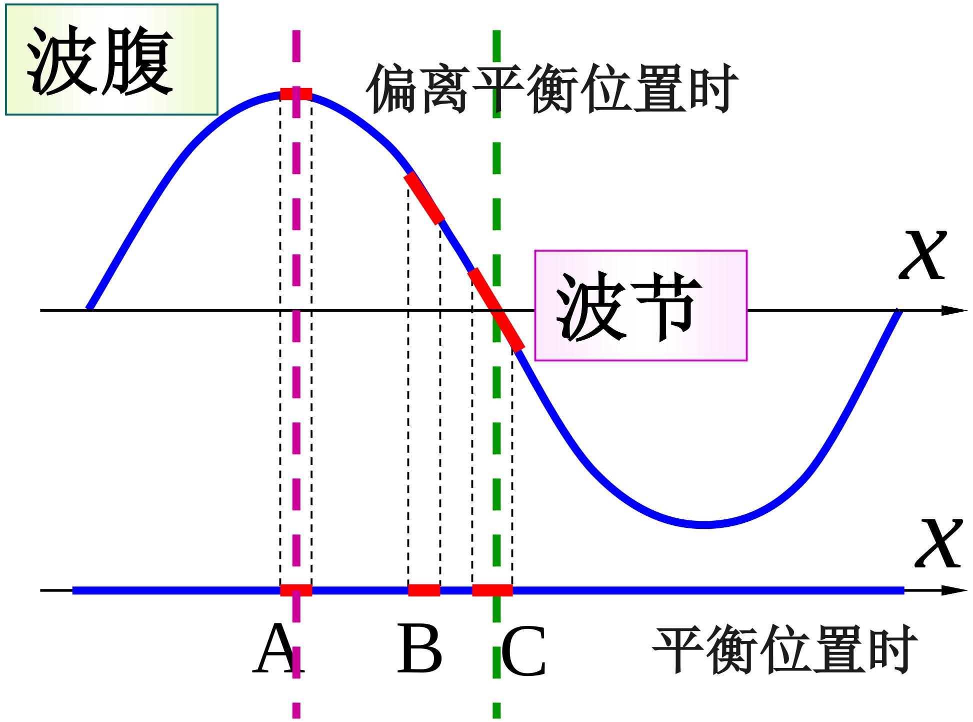


波密 → 波疏

（无相位突变）



三、驻波的能量



$$\mathrm{d}W_{\mathrm{p}} \propto \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2$$

$$\mathrm{d}W_{\mathrm{k}} \propto \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2$$

驻波的能量在相邻的波腹和波节间来回转移，动能主要集中在波腹（波腹的质元不形变，没有势能），势能主要集中在波节（波节的质元都不运动，没有动能），但无长距离的能量传播。

四、驻波与行波的不同点

（1）驻波有波幅，行波无波幅。行波也有波峰位置，但行波的波峰不断向前移动，不像驻波波幅固定在一些位置上，因此行波无波幅。

（2）驻波有波节，行波无波节。驻波中有些质点不发生振动，任何时刻他都静止在自己的平衡位置，这些点称为驻波的波节。行波也有$y = 0$的位置，但行波中$y = 0$的位置不断向前移动，不像驻波固定在一些位置上，因此行波无波节。

（3）驻波中相邻两波节之间各质点作同步振动，行波中各质点作波浪式的振动。驻波中相邻两波节之间各质点同时达到各自的最大位移，同时经过各自的平衡位置，因此我们称驻波各质点作同步振动。

（4）驻波能量与行波能量的差异

- 在行波传播的介质中，任一体积元的动能、 势能、总机械能均随x,t作周期性变化，且变化是同相位的。体积元在平衡位置时，动能、势能和总机械能均最大。体积元的位移最大时，三者均为零。
- 在行波中，任一体积元都在不断地接收和放出能量，即不断地传播能量 。 任一体积元的机械能不守恒，波动是能量传递的一种方式 。

驻波的能量在相邻的波腹和波节间来回转移，动能主要集中在波腹（波腹的质元不形变，没有势能 ），势能主要集中在波节（波节的质元都不运动，没有动能 ），但无长距离的能量传播。