ü P 我robabilités ü

目录

介绍

概率论是这样的吸引力，因为它不是对埃尔存在。。。

数学是研究现实世界中非常有用，许多数学概念在物理和化学中。然而，物理和化学系统等，往往过于复杂，被理解为这样的。然后我们可以使用的赔率为自己的行为“逼近”。

此外，一些系统显示caracétistiques纯粹随机的，并再次，概率的研究可以使这些系统上的预测和评论。概率也是统计的组成部分，它的使用是任何科学理论，现代和严谨的基础。

最后，概率等的研究中，没有考虑现实世界中，也得到了和遗骸，进步在现代数学的发动机。使用直觉和严谨性，概率的研究，而科学的必要的行李，无论纪律的一部分。

Dans ce chapitre, nous allons nous concentrer sur les bases des probabilités : les cas d’univers finis, où les résultats de nos expériences ne peuvent prendre qu’un certain nombre, fini, de valeurs. Cependant, apporter à ces concepts une définition rigoureuse et un cadre d’étude bien défini nous permettra, d’une part, de développer des outils efficaces, et d’autre part, de généraliser ensuite nos résultats à des théories plus générales.

I - Entiers naturels et dénombrement

Faire des probabilités dans des ensembles finis nécessitera de savoir compter, de plusieurs manières souvent, les objets dont on parle. Pour cela, un peu de rappel de dénombrement, et donc d'arithmétique, sont d'usage.

1- Arithmétique élémentaire des entiers

1.a) Divisibilité dans Z

Définition 1. Soient *a, b* ∈ Z2, on dit que *a* **divise** *b (* ou que *b* est *un multiple* de *a),* que l'on note *a* � *b*
只要：

∃ *ñ* ∈ Z / *B = A* × *ñ*

否则，如果 *有* **不分** *b* **一个音符** *有* **ffl第** *湾*

注1。 •当 *A / B*，我们也说 *有* 是 *分频器* 的 *湾*

- **该组的倍数** *有* **注意** *有* **Z = {** *b* ∈ **Z /** *有* ***B} = {上午，米*** ∈ ***Z}***

实施例1。 •7 14 - 6 24，2 ffl第 5。。。

- **1 - 1把所有的整数：∀** *米* ∈ **ž - 1** *米* **和1** *米*
- 0是所有整数的倍数。
- **18的因数有：± 1 ± 2 ± 3 ± 6 ± 9 ± 18**

建议1。 一些基本的结果：

- *有* *b* **和** *b* *A =* ⇒**|** *A* **/ =** *|B /* **(** 平等，如果我们把（ *A，B）* ∈ N.
- *d* *有* **和** *d* *b =* ⇒∀（ *U，V）* ∈ ž2 *d AU + BV。*
- *有* *b* **和** *b* *C =* ⇒ *有* *ç*
- *有* *b =* ⇒∀ *k* ∈ ž · *AK BK*

定理1。 ***让欧几里德司*** *有* ∈ ž *b* ∈ ñ·。***有一个*** **单** ***扭矩（ Q，R）*** ∈ ž × ñ ***这样的：***

A = BQ + R 0 *[R b* - 1

定义2。 **应用这一定理对整个扭矩（** *A，B）* **被称为** ***做整数除法*** **的** *有* **由** *湾*

- **他们呼吁** *q* **该** **商** **的欧几里得除法的;**
- **他们呼吁** *[R* **该** **休息** **欧几里德师。**

定义3。 一致性模 *ñ。*
是否 *ñ* ∈ **ñ· 并且是（** *X，Y）* ∈ **Z. 他们说，** *X* **是** **要一致** ***那里*** **模** *N*，**其被表示** *X* ≡ *Y [N]*，**只要：**

ñ（ *X- Y）*

建议2。 **的关系"是一致的模** *ñ* **"是个** *等价关系* **上 Z（** 自反，对称的，传递的），**并且是** ***兼容*** **用+和 ×：**

有 ≡ *B [n]的*

ç ≡ *d [n]的=* ⇒ *A + C* ≡ *B + d [n]的* ≡ *BD* [*N]*

（此关系的一组等价类的注意 Z / ñ ž 数学对象，其研究是根本，但外面这门课程的框架。

实施例2。 *ñ* ∈ **ž 即使是 ⇔** *ñ* ≡ **0 [2]，和奇 ⇔** *ñ* ≡ **1 [2]。**

1.B) PCGD，LCM的音响nishing 4。 让（ *有* *我）我*∈�1; *ñ*∈（ ñ*）*ñ* *ñ* **整数。他是一个** ***最大整数*** *d* **这是所有这些数字在时间的约数。他们说，这是** **最大公约数** **的（** *有* *我）我*∈�1; *ñ*。

这是在以下几个方面注意：

$$d = \mathrm{GCD}\left(\left(有_{我}\right)_{我\in�1;ñ}\right) = \mathrm{GCD}(有_1\text{。。。}, 有_N) = 有_1 \wedge 有_2 \wedge \cdots \wedge 有_N = N \; � \; 有_{我} \; I=1$$

注2。 •当 *有*1 ∧ *有*2 = 1，据说 *有*1 和 *有*2 是 **首先在他们之中。**

- 当 *有*1 ∧ *有*2 ∧···∧ *有N* = 1，我们说 *有* *我* 是 *coprimes* **一个整体。**
- 当 ∀（ *I*，*J*）∈�1; *ñ*， *我* = *J* =⇒ *有* *我*∧ *有J* = 1，我们说 *有* *我* 是 *coprimes* **两个两个地。**

实施例3。

4 ∧ 14 = 2　　　　13 ∧ 25 = 1　　　　6 ∧ 24 = 6

建议3。 如果一个自然全家人首先成对出现，那么他们是第一顺位。（反过来是不正确的）。

建议4。 让（ *有* *我）我*∈�1; *ñ*∈（ ñ*）*ñ* *ñ* 整数和 *d* = GCD（（ *有* *我）我*∈�1; *ñ*）。

- *米* *d* ⇔∀ *我*∈�1; *ñ*， *米* *有* *我*
- ∀ *米*∈ ž GCD（（ *米*× *有* *我）我*∈�1; *ñ*）= | *M* / *d*
- **如果** *有*1 = *有*2 *Q* + *[R* **是的欧几里德除法** *有*2 **由** *有*1 **然后** *有*1 ∧ *有*2 = *有*2 ∧ *河*

方法1。 *计算通过Euclid算法两个整数的最大公约数。*
它使用先前提议的最后一点，直到连续 *R* = 0。GCD是，则最后的非零余数。

定理2。 *的Bezout。让（* *有* *我）我*∈�1; *ñ*∈（ ñ*）*ñ* *ñ* *整数。然后*

$$\mathrm{GCD}\left(\left(有_{我}\right)_{我\in�1;ñ}\right) = 1 \Leftrightarrow \exists\left(ü_{我}\right)_{我\in�1;ñ} \in ž^{N} / ü_1 有_1 + \cdots + ü_ñ 有_N = 1$$

注3。 当两个整数 *有* 和 *b* 是素数，我们可以发现COE FFI cient *U*，*V*
比如 *AU* + *BV* = 1欧几里得算法的手段：

定理3。 *高斯。让 A，B，和 $ç \in$ ñ*

$$有\ BC 和\ 有 \wedge b = 1 = \Rightarrow 有\ ç$$

建议5。 让 *有* $\in$ N（ $b_{我) 我\in�1;ñ}\in$（ ñ*） ñ$N+1$点的整数。

- $\forall$ *我* $\in$ � 1; *ñ* ，*有* $\wedge b_{I} = 1 = \Rightarrow$ *有* $\wedge$（ $b_1 \times \cdots \times b_{N)} = 1$
- 如果（ $b_{我)}$ 在对相对素数，则：

$$\forall 我 \in � 1; ñ ，b_{我}\ 有 \Leftrightarrow b_1 \times \cdots \times b_{ñ}\ 有$$

定义5。 让（ *有* $_{我) 我\in�1;ñ}\in$（ ñ*） ñ*ñ*整数。他是一个 ***最小整数*** ***米*** 这是在同一时间，这些数字的倍数。他们说，这是 **公倍数** 的（ *有* $_{我) 我\in�1;ñ}$。

这是在以下几个方面注意：

$$米= \mathrm{LCM}（（ 有_{我) 我\in�1;ñ)} = \mathrm{LCM}（ 有_1 。。。，有_{N)} = 有_1 \vee 有_2 \vee \cdots \vee 有_{N=N} \quad � \ 有_{我} \quad I=1$$

建议6。 让（ *有* $_{我) 我\in�1;ñ}\in$（ ñ*） ñ*ñ*整数和 *米*= LCM（（ *有* $_{我) 我\in�1;ñ}$）。

- *ķ* *米* $\Leftrightarrow \forall$ *我* $\in$ � 1; *ñ* ，*ķ* *有* $_{我}$
- $\forall$ *米* $\in$ ž LCM（（ *米* $\times$ *有* $_{我) 我\in�1;ñ)} = |$ M/d
- 如果GCD（（ *有* $_{我) 我\in�1;ñ)} = 1$，则LCM（（ *有* $_{我) 我\in�1;ñ)} =$ *有* $_1 \times \cdots \times$ *有* $_{ñ}$。

定理4。 *让（ A，B ） $\in$ ñ2。则：*

$$\mathrm{GCD}（ A，B ）\times \mathrm{LCM}（ A，B ）= A \times b$$

1.C）素数音响nition 6。 是否 p 的整数大于或等于2。p 说 **第一** 只要：

$$\forall ñ \in ñ\ ñ\ p = \Rightarrow N = 1 或 N = P$$

注4。

- 1是不是质数。
- 完全 *ñ* 2是一个素数整除。
- 如果 p 是素数，p ffl第 *有* 然后 $p \wedge A = 1$

定理5。 *这组素数是无限。*

定理6。 ***算术基本定理。是否 ñ 2 的整数，或 P 所有的素数。再就是整数（*** $\alpha_{P) p\in P}$

如：

$$N = � \quad _{p\in P} p^{\alpha_p}$$

此 整数分解 *是唯一的（到的接近的因素的顺序）。*

建议7。 让 *有* 和 b 两个整数 2，并且是其分解产物的第一个因素：

$$A = � \quad _{p\in P} p^{\alpha_p} 和\ b = � \quad _{p\in P} p^{\beta_p}$$

则：

$$有 \wedge b = � \quad _{p\in P} p^{分钟（ \alpha_p, \beta_p)} 和\ 有 \vee b = � \quad _{p\in P} p^{\mathrm{MAX}（ \alpha_p, \beta_p)}$$

练习I-1。 是否 p 第一号和 $k \in$ � 0; p。 表明 p $\frac{p!k!(第-}{K)!。}$

练习I-2。 确定整数三元组（ A , B , C ）如：

- 有 $\vee$ $b = 42$
- 有 $\wedge$ $C = 3$
- $A + B + C = 29$

练习I-3。 表明 $\forall$ $\tilde{n} \in$ ñ 为5（ $2^{3N+5} + 3^{N+1}$）

练习I-4。 证明如果 有 是整数，并且 有 $_{\tilde{n}}$- 1是素数，则 $A = 2$ $\tilde{n}$ 是一个素数。