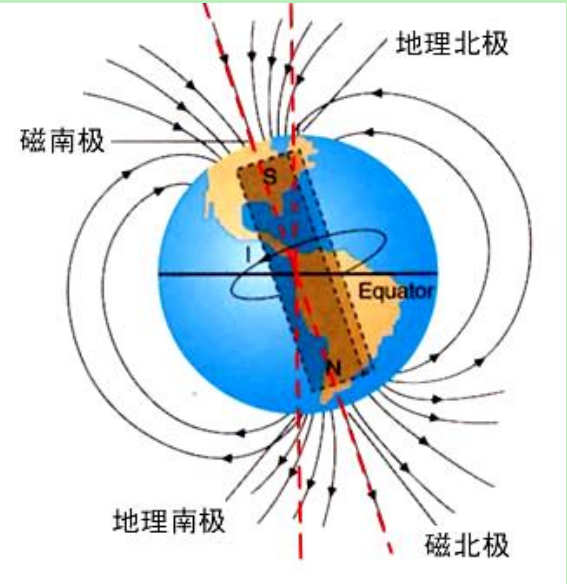
第 7 章

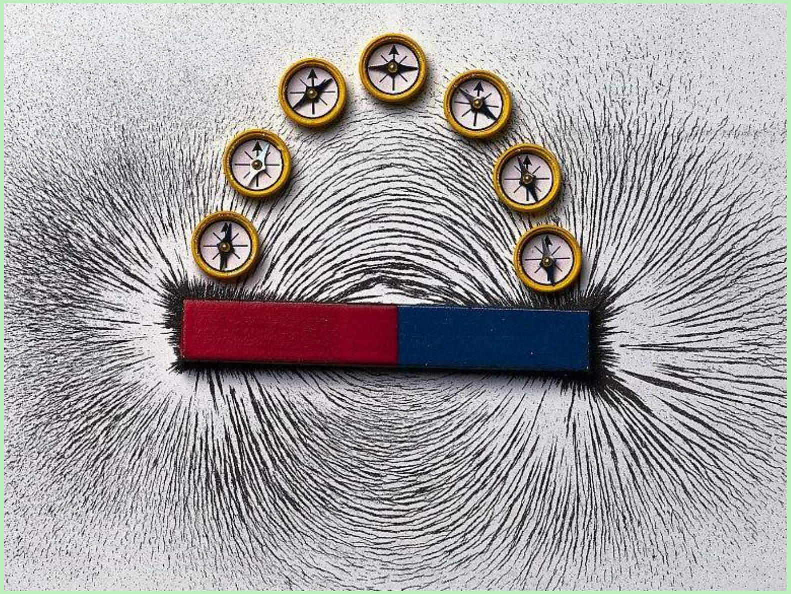
稳 恒 磁 场

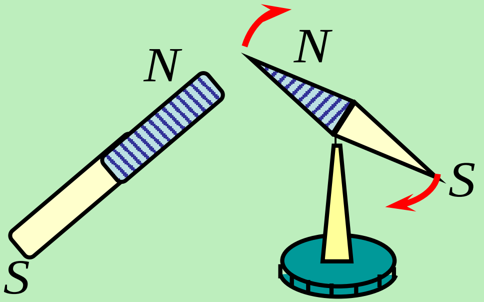
§ 7.2 基本磁现象



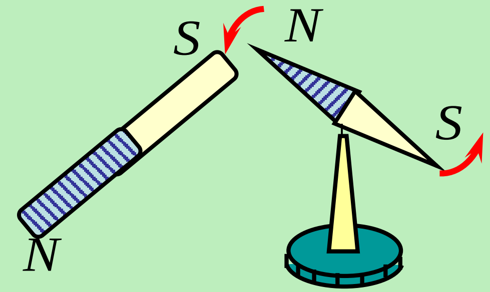
一、永磁体

➢ 天然磁石、人造磁体、地磁等





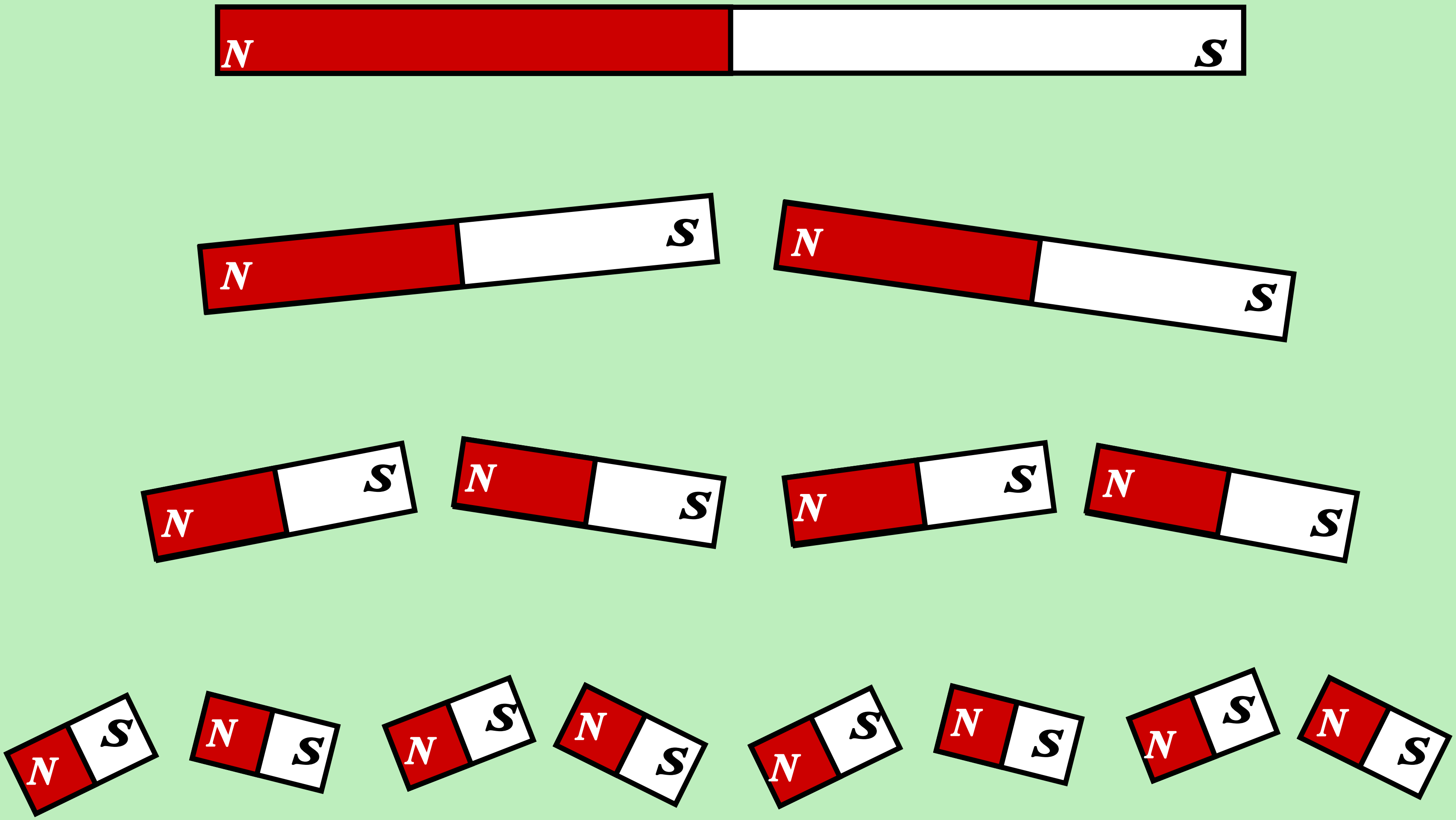
同极相斥



异极相吸

➢ 磁极：磁性特别强的区域。北极（**N**极）和南极（**S**极），同极相斥，异极相吸。

有磁单极子存在吗？



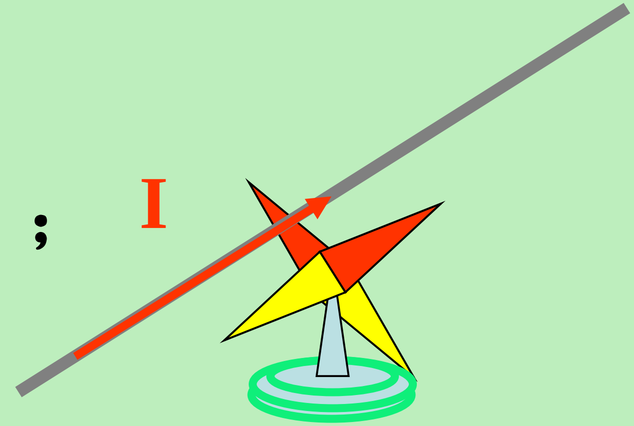
实验中没有发现磁单极子（磁荷）（单独的*N*极或*S*极）存在

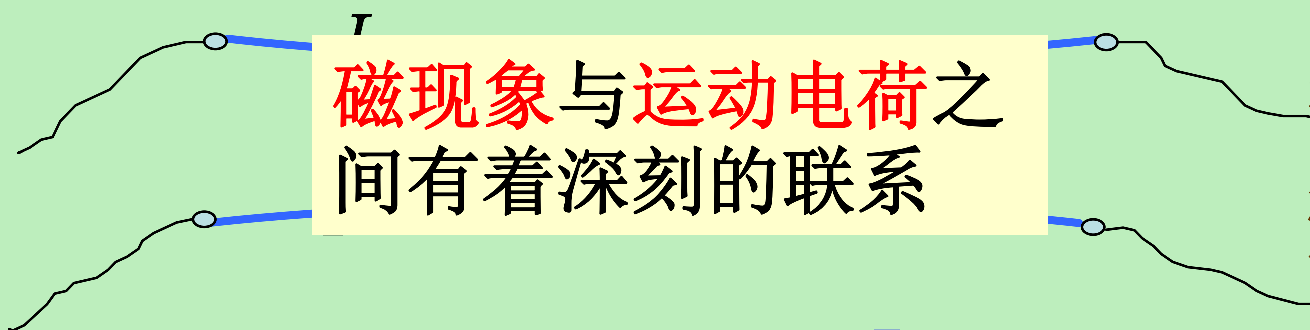
二、磁现象的起源---运动电荷

- 电流的磁效应(1820年奥斯特)
- 磁体对载流导线的作用（安培）；

  载流导线彼此间有磁相互作用；

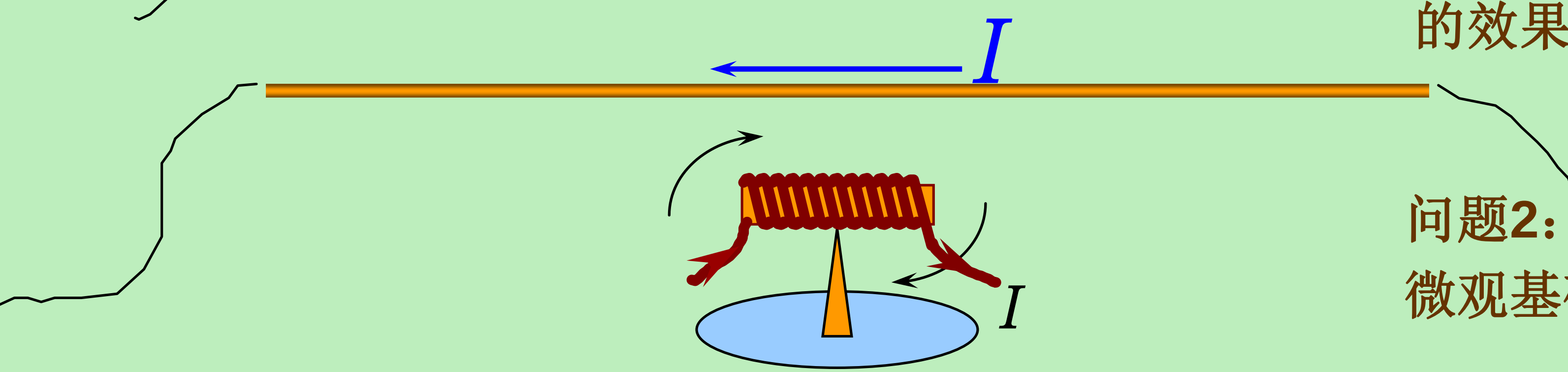
  载流导线对通电螺线管的作用……





磁现象与运动电荷之间有着深刻的联系

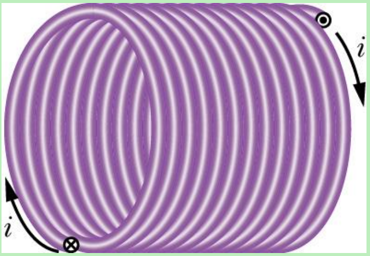
问题1：如果磁场是由电荷运动激发的，那么来自一块磁铁的磁场是否也可能是由于电流的效果呢？

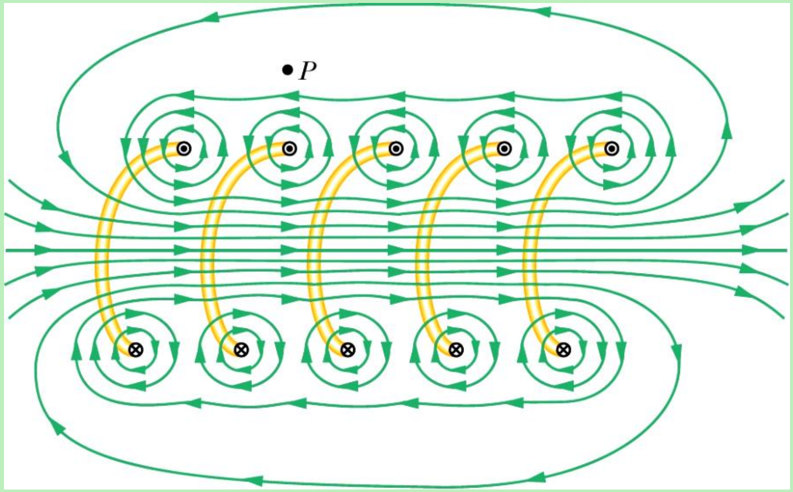


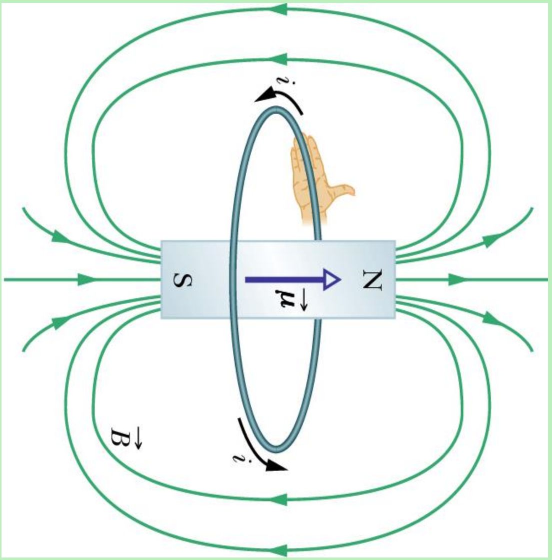
问题2：磁现象的微观基础是什么？

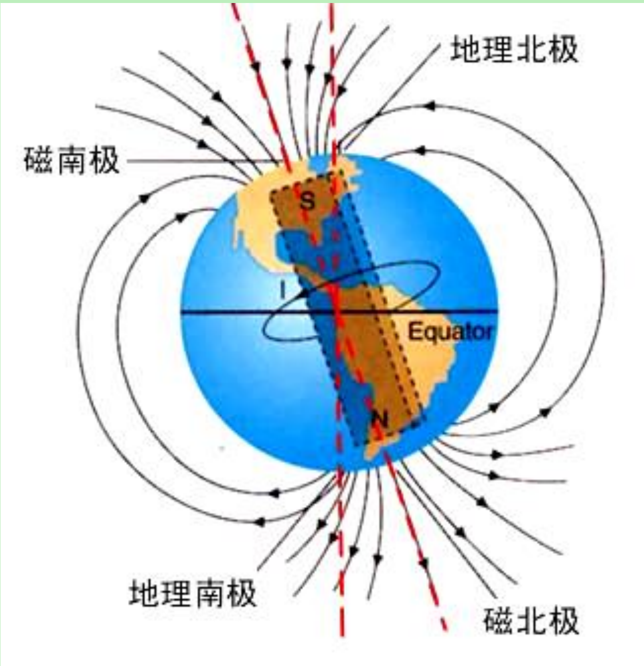
安培注意到:一块磁铁如同一个永恒的环形电流。

一块磁铁如同一个永恒的环形电流









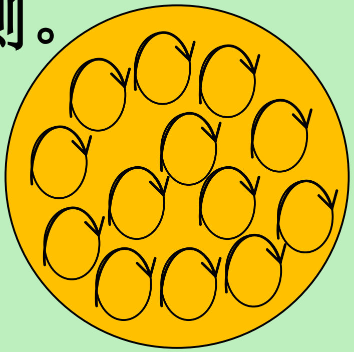
理论解释？

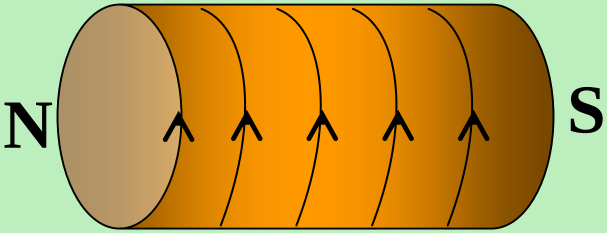
安培还注意到，地球也如同一个大磁铁，它的南北极指向就如同地球上有自东向西绕行的电流。

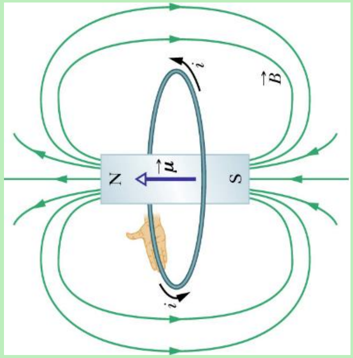
➢ 安培提出著名的“分子电流”假说

物质中的每个分子都存在一个环形电流，称为分子电流。每个分子电流就相当于一个基元磁体，当这些分子电流作规则排列时，宏观上便显示出磁性。N极和S极分布在环形电流的两侧。

从安培的假说能够解释为什么不存在磁单极子







现代理论表明，原子、分子内电子的运动形成了分子电流，这便是物质磁性的根源。

结论：一切磁现象都起源于<u>电荷的运动</u>

➢ 磁力是运动电荷之间相互作用的表现。

磁铁之间、磁铁与载流导线之间的相互作用力，都可看作是运动电荷之间的相互作用力。

静止电荷 → 电场 → 电荷

电场 ↔ 电场强度　$\vec{E} = \vec{F} / q_0$

运动电荷 → 磁场 → 运动电荷

磁场 ↔ 磁感应强度　$\vec{B} = ?$

§ 7.3 磁场与磁感应强度

一、磁场

运动电荷 ⇄ **磁 场** ⇄ 运动电荷

二、磁感应强度 $\vec{B}$

1.运动电荷在电磁场中受力：

$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m$$

电场力，与电荷的运动状态无关

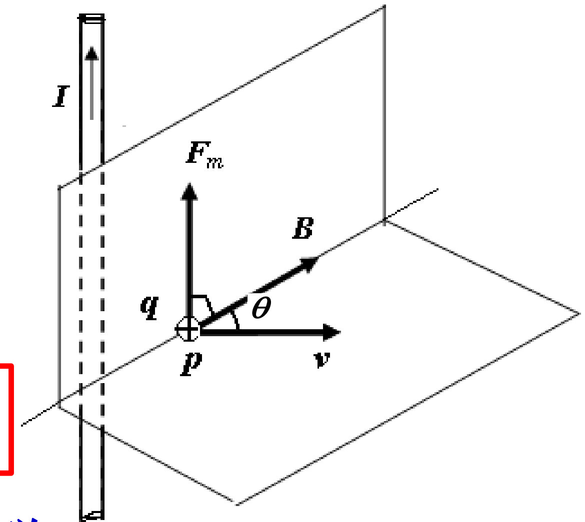
磁场力，运动电荷才受磁力

2.磁感应强度的大小与方向的确定：

（1）确定磁力 $\vec{F}_m = \vec{F} - \vec{F}_e$

q以v通过P,测得

q静止于P ,测得



发现：q以同一速率沿不同方向通过p点时，所受磁力大小不同，但磁力方向总是与其运动方向相垂直.

（2）确定 $\vec{B}$ 的方向:

$F_m = 0$ 对应的速度方向（或反向）为 $\vec{B}$ 的方向

$$\vec{F}_m \perp (\vec{v}, \vec{B})$$

（3）确定 $\vec{B}$ 的大小:

$$B = \frac{F_{m\max}}{qv}$$

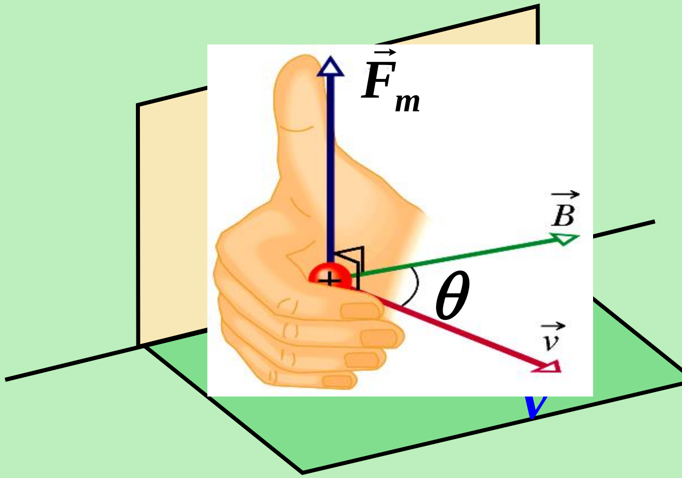
反映磁场性质的物理量，不同点有不同的值。

或：$B = \dfrac{F_m}{qv\sin\theta}$

$$F_m = Bqv\sin\theta$$

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$$

x轴（正或负向）为 $\vec{B}$ 的方向



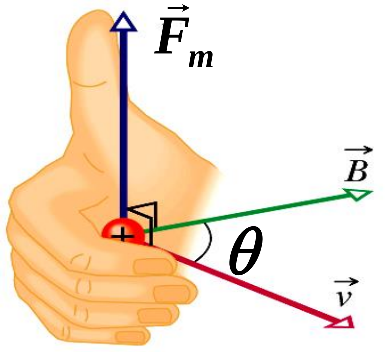
小结：运动电荷受到的磁场力

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$$

（洛仑兹力）

大小：$F_m = Bqv\sin\theta$

方向：右手螺旋定则



- 磁感应强度 $\vec{B}$ 的定义

大小：$B = \dfrac{F_m}{|q| v\sin\theta}$

方向：带电粒子在磁场中不受力的运动方向或反向（用小磁针确定）

右手螺旋法则 $\vec{F}_m \times \vec{v}$

单位：T（特斯拉） $1(\mathrm{T}) = 1\mathrm{N/A\cdot m}$

常用单位：高斯（G） $1\mathrm{T} = 10^4\mathrm{G}$

B的SI单位：特斯拉 $1(\mathrm{T}) = 1\mathrm{N/A \cdot m}$

原子核表面	$\sim 10^{12}\mathrm{T}$
中子星表面	$\sim 10^{6}\mathrm{T}$
目前最强人工磁场	$\sim 7\times 10^{4}\mathrm{T}$
太阳黑子内部	$\sim 0.3\mathrm{T}$
太阳表面	$\sim 10^{-2}\mathrm{T}$
地球表面	$\sim 5\times 10^{-5}\mathrm{T}$
人体	$\sim 3\times 10^{-10}\mathrm{T}$

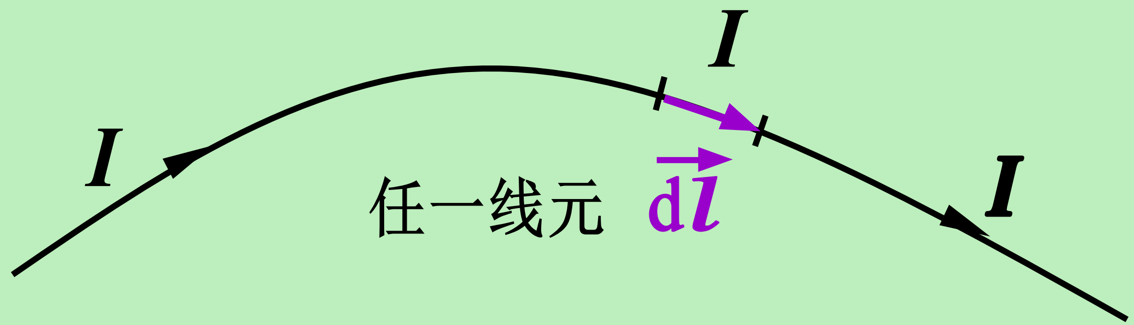
问题： 任意电流分布的磁感应强度的计算?

磁场的计算：

静电场： 取 $\mathrm{d}q \longrightarrow \mathrm{d}\vec{E} \longrightarrow \vec{E} = \int \mathrm{d}\vec{E}$

磁　场： 取 $I\mathrm{d}\vec{l} \xrightarrow{?} \mathrm{d}\vec{B} \longrightarrow \vec{B} = \int \mathrm{d}\vec{B}$

电流元： $I\,\mathrm{d}\vec{l}$



任意形状线电流

毕奥—萨伐尔根据电流磁作用的实验以及拉普拉斯的理论分析得出，电流元产生磁场的规律称为：

毕奥—萨伐尔-拉普拉斯定律

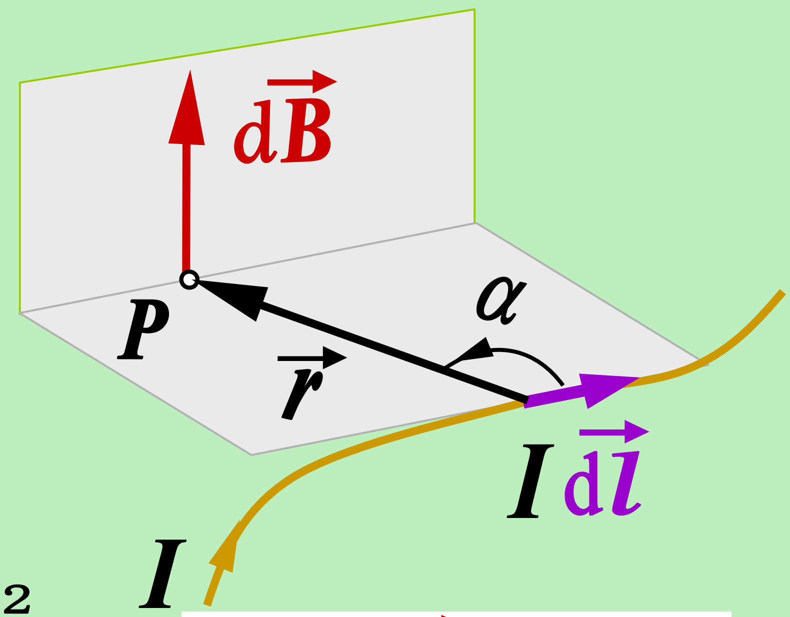
§ 7.4 毕奥—萨伐尔定律及应用

一、表述：

真空中电流元 $Id\vec{l}$ 在场点 P 产生的磁感应强度为：

大小：$dB=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{I\,dl\sin\alpha}{r^2}$

方向：$Id\vec{l}\times\vec{r}$

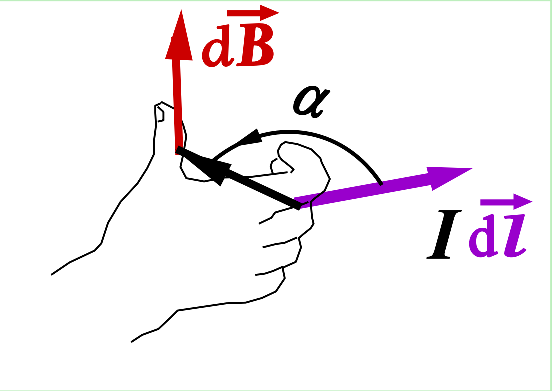


$$\boxed{d\vec{B}=\frac{\mu_o}{4\pi}\cdot\frac{Id\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}}$$

真空磁导率：$\mu_0=4\pi\times10^{-7}\,\mathrm{N\cdot A^{-2}}$

◈整个载流导线L在P点的磁感应强度：

$$\vec{B}=\int_L d\vec{B}=\int_L\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}$$



二、毕-萨定律的应用

计算一段载流导体的磁场:

1.任取电流元;

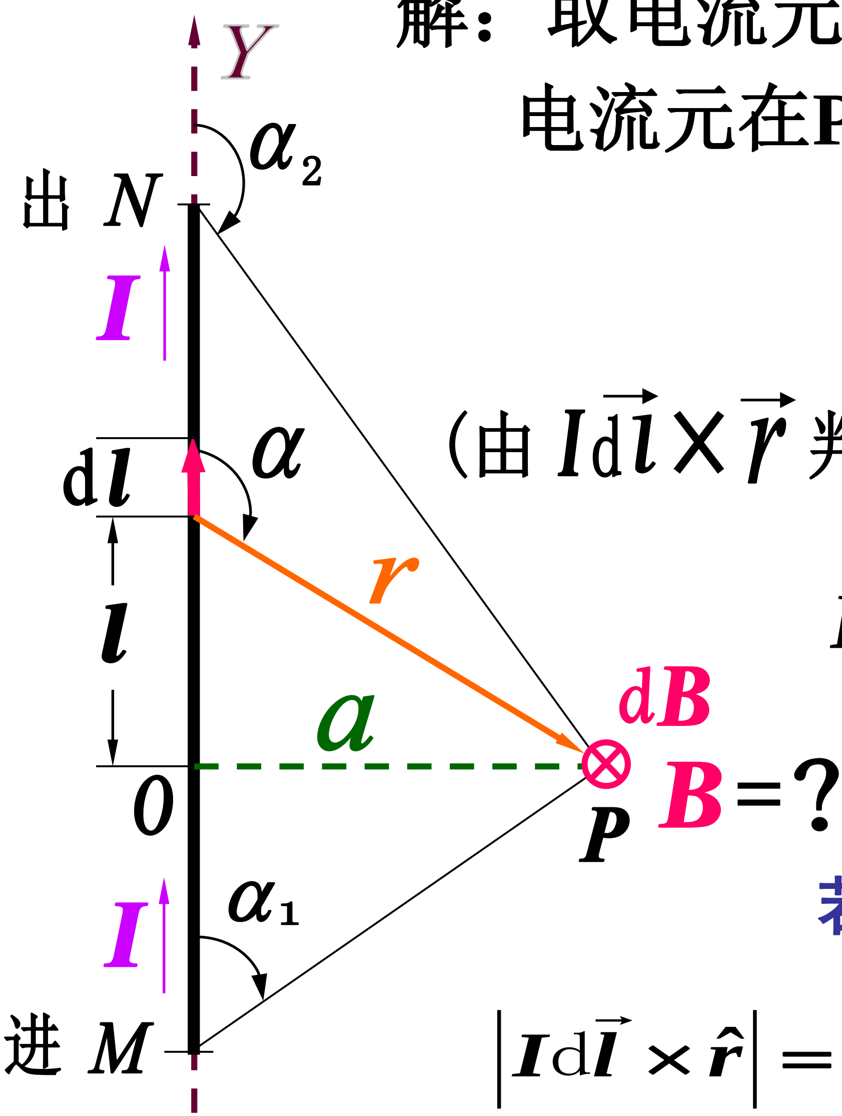
2.写出电流元的磁场 $\mathrm{d}\vec{B}=\dfrac{\mu_o}{4\pi}\cdot\dfrac{I\mathrm{d}\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}$

3.分析磁场的对称性，建立坐标系，将 $\mathrm{d}\vec{B}$向选定的坐标轴投影，然后积分分别求出

$B_x=\int\mathrm{d}B_x$、$B_y=\int\mathrm{d}B_y$、$B_z=\int\mathrm{d}B_z$；

4.由 $B=\sqrt{B_x^2+B_y^2+B_z^2}$ 求总磁场。

1. 载流直导线的磁场



解：取电流元 $Id\vec{l}$，P点对电流元的位矢为$\vec{r}$，电流元在P点产生的磁感应强度大小为

$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}l\sin\alpha}{r^2}$$

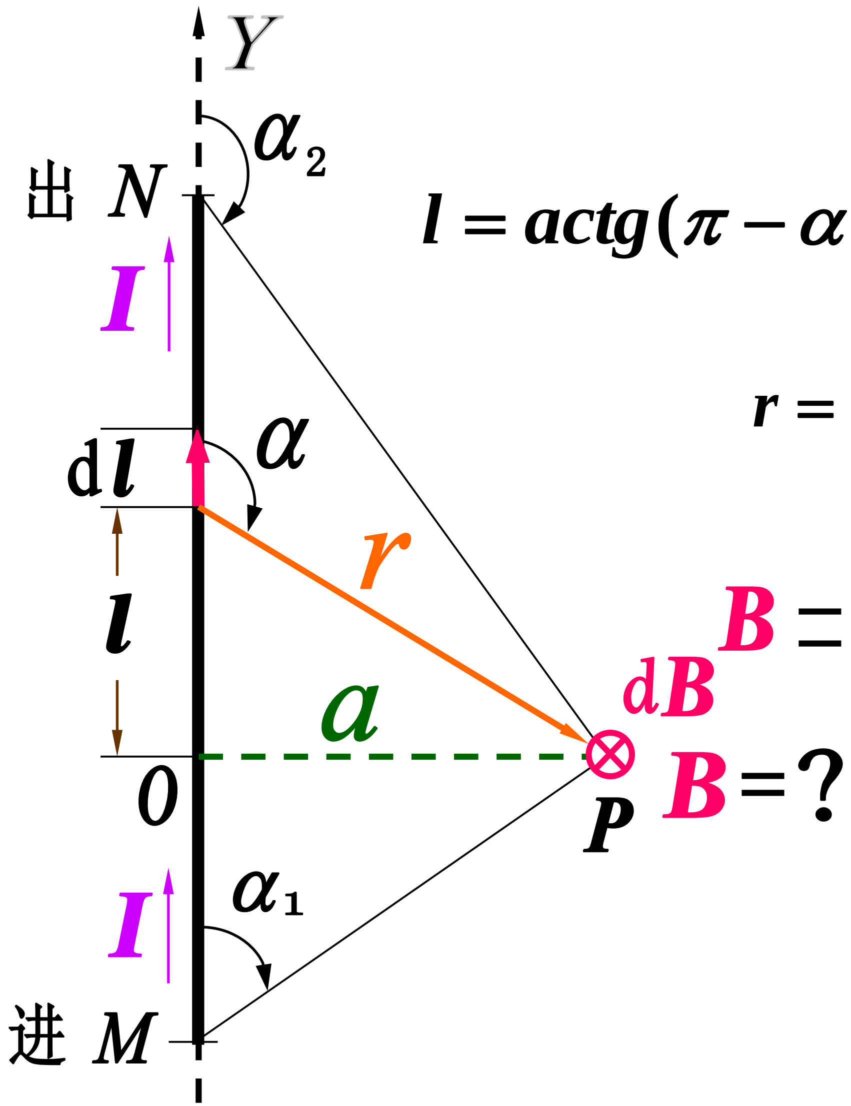
（由 $I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r}$ 判定 ）P点：各$\mathrm{d}\vec{B}$ 方向相同(⊗)

$$B=\int_L \mathrm{d}B=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_L\frac{I\mathrm{d}l\sin\alpha}{r^2}$$

若场点在载流直导线延长线上

$$\left|I\mathrm{d}\vec{l}\times\hat{r}\right|=0 \Rightarrow B=0$$

1. 载流直导线的磁场



$$B=\int_L \mathrm{d}B=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_L \frac{I\mathrm{d}l\sin\alpha}{r^2}$$

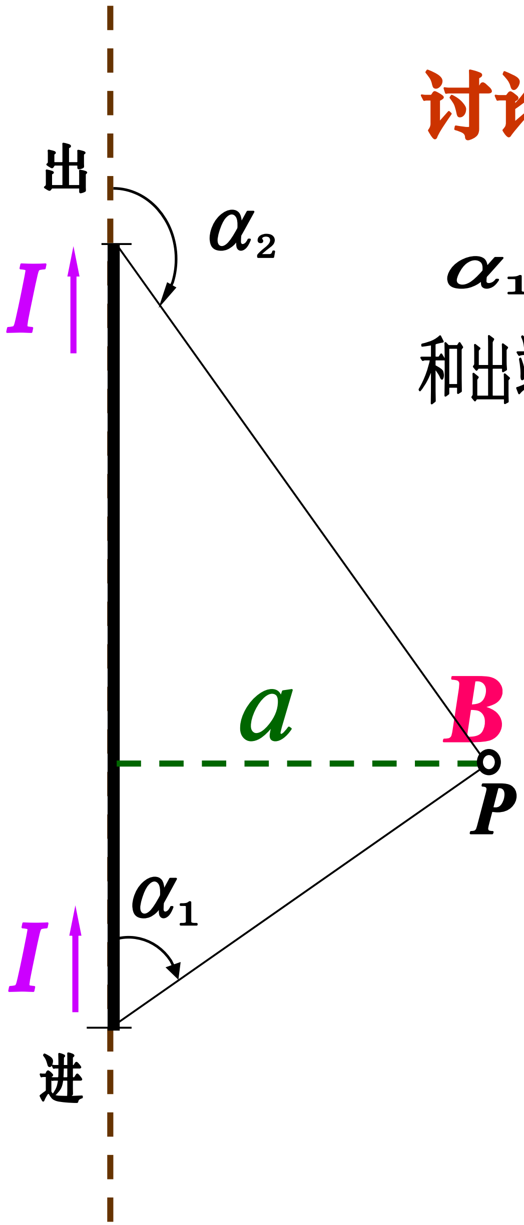
$$l=actg(\pi-\alpha)=-actg\,\alpha \Rightarrow \mathrm{d}l=\frac{a\mathrm{d}\alpha}{\sin^2\alpha}$$

$$r=\frac{a}{\sin(\pi-\alpha)} \Rightarrow r=\frac{a}{\sin\alpha}$$

$$B=\int \mathrm{d}B=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\frac{a\sin\alpha/\sin^2\alpha}{a^2/\sin^2\alpha}\mathrm{d}\alpha$$

$$=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\sin\alpha\,\mathrm{d}\alpha$$

$$=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2)$$



讨论： $B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2)$

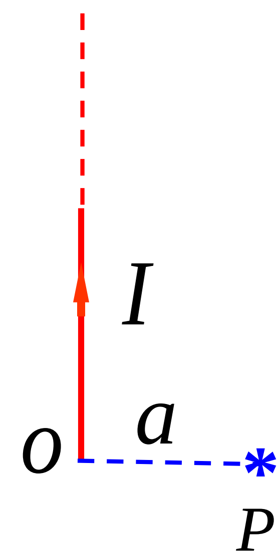
α_1、α_2 都是沿电流方向分别由进端和出端转向P点，都恒用正值代入。

1）无限长 $\alpha_1\to 0,\alpha_2\to\pi$

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

2）半无限长 $\alpha_1=\frac{\pi}{2},\alpha_2\to\pi$

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}$$

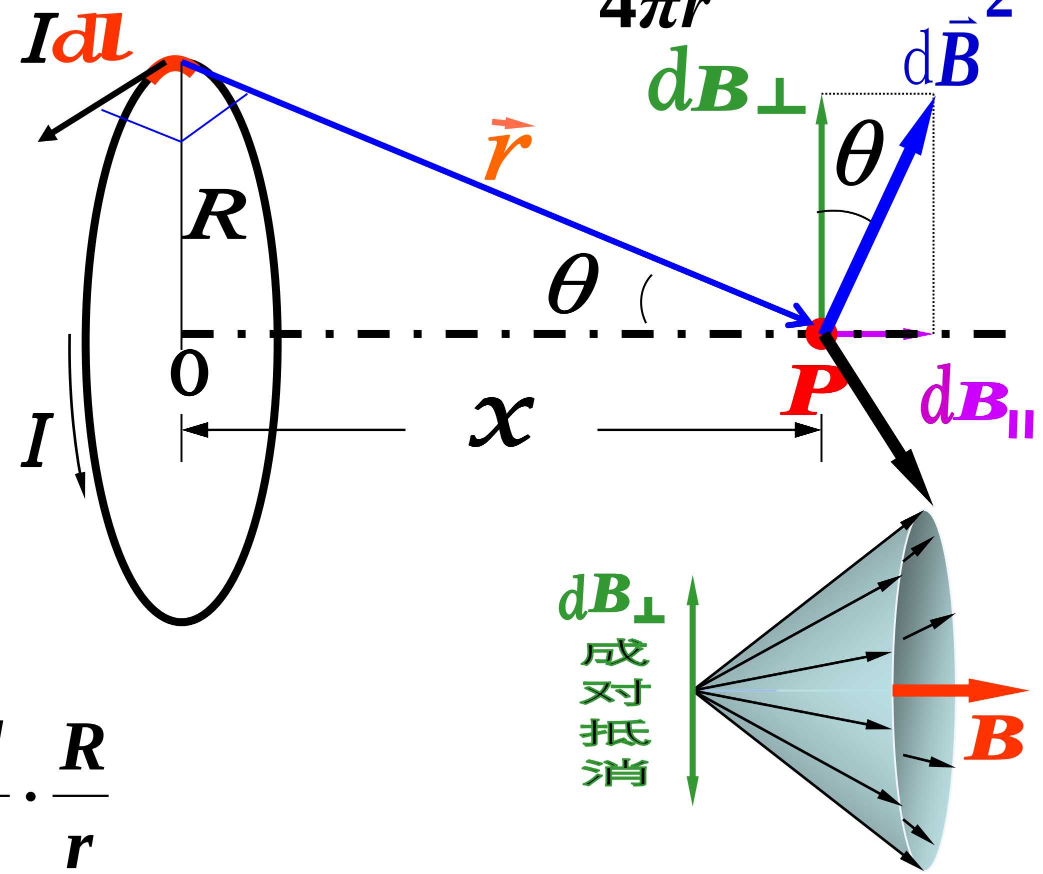


$$\boxed{B_{半无限}=\frac{1}{2}B_{无限}}$$

2. 圆电流的轴线上的磁场

$$\mathrm{d}\vec{B}=\frac{\mu_0 I\mathrm{d}\vec{l}\times\hat{r}}{4\pi r^2}\quad(\alpha=\frac{\pi}{2})$$

解：任取电流元 $I\mathrm{d}\vec{l}$，



$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0 I\mathrm{d}l\sin\alpha}{4\pi r^2}$$

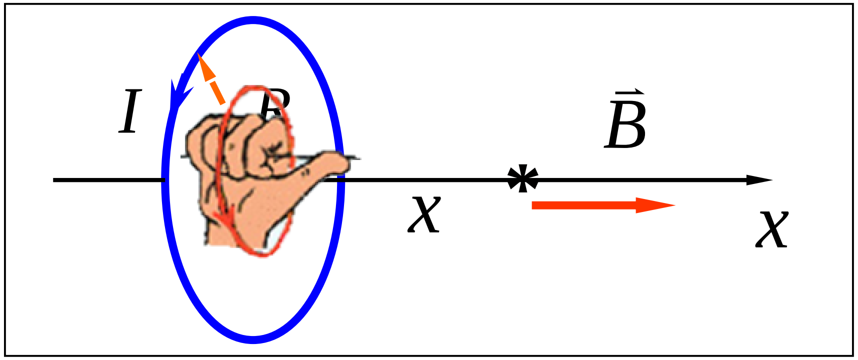
$$=\frac{\mu_0 I\mathrm{d}l}{4\pi r^2}$$

$$\mathrm{d}B_{\perp}=\mathrm{d}B\cos\theta$$

$$\mathrm{d}B_{//}=\mathrm{d}B\sin\theta=\frac{\mu_0 I\mathrm{d}l}{4\pi r^2}\cdot\frac{R}{r}$$

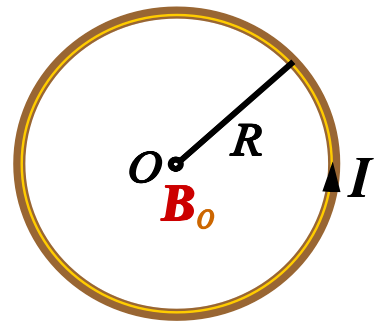
$$B_{\perp}=\int\mathrm{d}B_{\perp}=0$$

$$B=B_{//}=\int_{2\pi R}\frac{\mu_0 IR}{4\pi r^3}\mathrm{d}l=\frac{\mu_0 IR^2}{2r^3}=\frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}$$



$$B=\frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}$$

讨论：

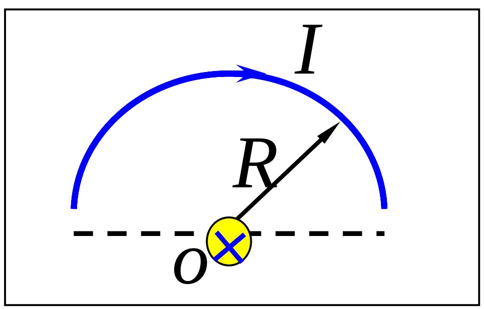


（1）环心处：$x=0$

$$B_O=\frac{\mu_0 I}{2R}$$

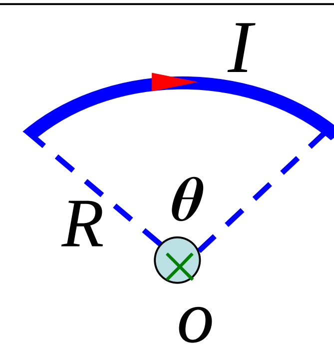
（2）半圆环电流的圆心处：

$$B_0=\frac{\mu_0 I}{4R}$$



（3）张角为θ的任意圆弧的圆心处：

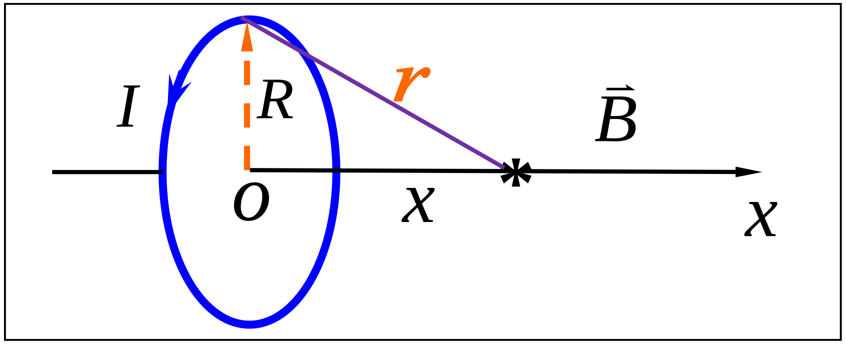
$$B=\frac{\mu_0 I}{2R}\frac{\theta}{2\pi}$$



（4）N匝载流圆线圈

$$B=\frac{N\mu_0 IR^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}$$

载流圆线圈轴线上的磁场



$$B=\frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}$$

线圈面积$S=\pi R^2$

$$B=\frac{\mu_0 IS}{2\pi\,(R^2+x^2)^{3/2}}$$

（5）远离线圈处，即 $x>>R$,则轴线上各点的**B**值近似为:

$$B=\frac{\mu_0 IS}{2\pi x^3}$$

$$\vec{B}=\frac{\mu_0\vec{p}_m}{2\pi x^3}$$

$$\vec{E}=\frac{\vec{p}_e}{2\pi\varepsilon_0 x^3}$$

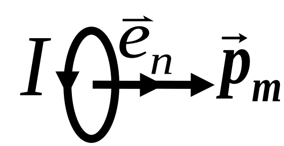
电偶极子中垂线上的场强

❖磁偶极矩（磁矩）

$$\vec{p}_m=IS\vec{e}_n$$

电偶极子 电矩 $\vec{p}_e=q\vec{l}$

磁偶极子 磁矩 $\vec{p}_m$

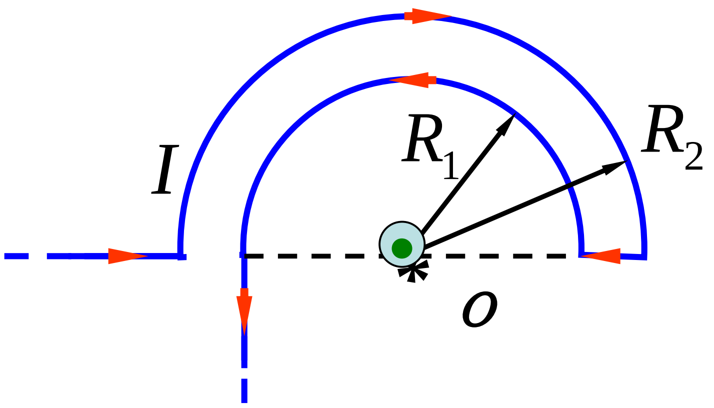


$\vec{e}_n$：线圈平面的法线方向，与I方向满足右手螺旋。

❖N匝线圈的磁矩

$$\vec{p}_m=NI\vec{S}=NIS\vec{e}_n$$

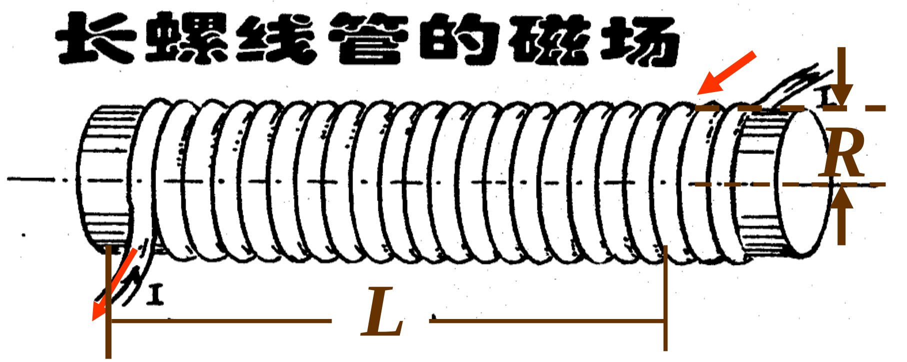
练习 如图所示导线，求0点的磁感强度。



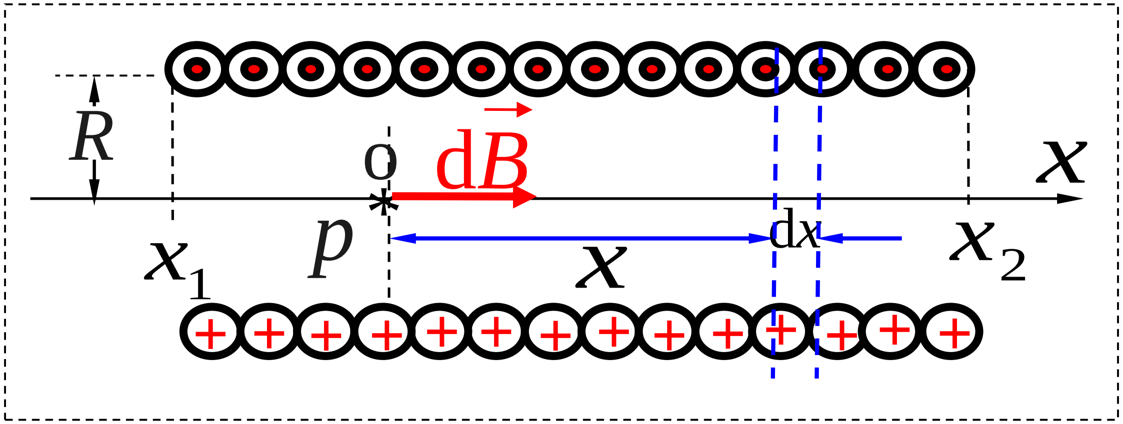
$$B_0=\frac{\mu_0 I}{4R_2}-\frac{\mu_0 I}{4R_1}-\frac{\mu_0 I}{4\pi R_1}$$

3．载流密绕直螺线管轴线上的磁场

长 L, 半径R，单位长度绕有n匝线圈，通有电流I。



解：可把螺线管看成多匝圆形电流线圈紧密排列而成。



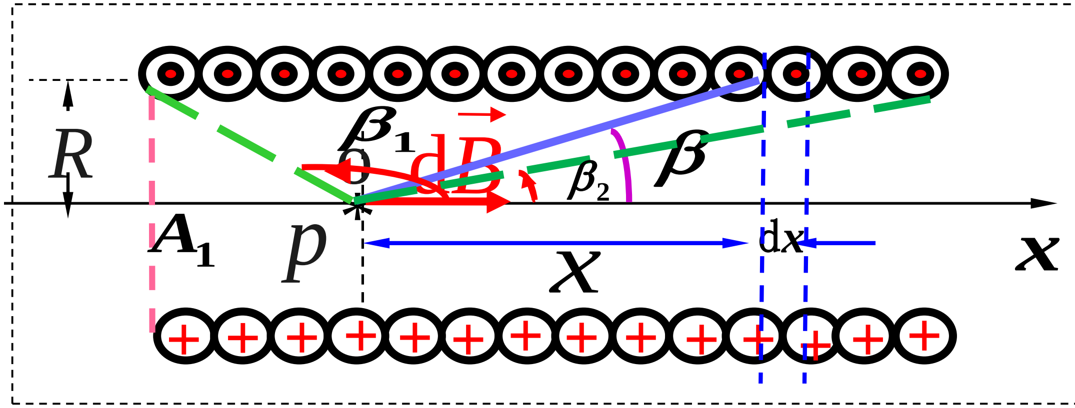
长为dx 的一段看成圆电流，其电流强度：

$$dI = Indx$$

$$dB = \frac{\mu_0}{2}\frac{R^2 \boxed{Indx}}{\left(R^2 + x^2\right)^{3/2}}$$

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 nI}{2}\int_{x_1}^{x_2}\frac{R^2 dx}{\left(R^2 + x^2\right)^{3/2}}$$

轴线上p点的磁场强度：

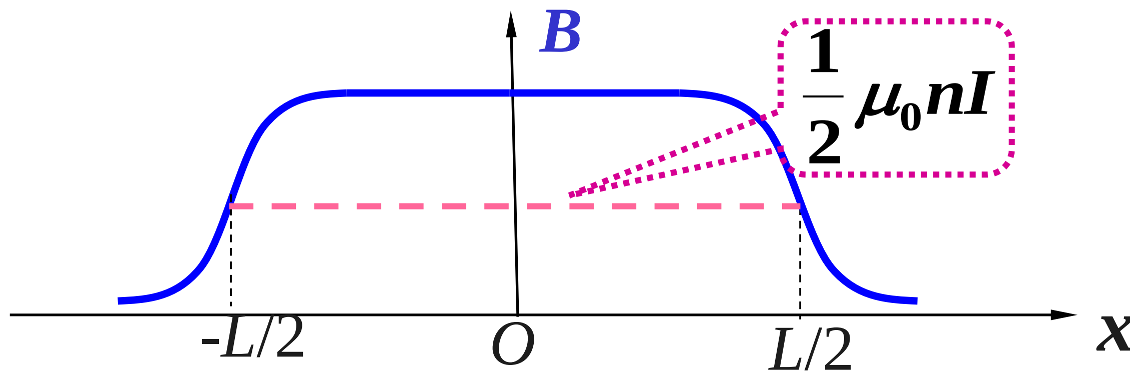


$$B=\frac{\mu_0 nI}{2}\int_{x_1}^{x_2}\frac{R^2\mathrm{d}x}{\left(R^2+x^2\right)^{3/2}}$$

$$x=R\operatorname{ctg}\beta \quad \mathrm{d}x=\frac{R}{\sin^2\beta}\mathrm{d}\beta$$

$$\therefore B=\frac{\mu_0 nI}{2}\int_{\beta_1}^{\beta_2}\sin\beta\cdot\mathrm{d}\beta$$

$$\boxed{B=\frac{\mu_0 nI}{2}\left(\cos\beta_2-\cos\beta_1\right)}$$



管内是均匀磁场，管外B=0

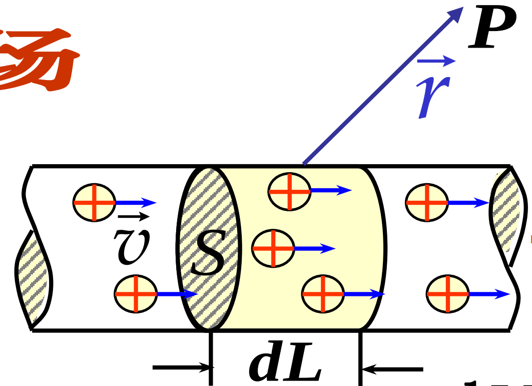
讨论：无限长（ $L>>R$ ） 的密绕载流螺线管

（1）管内某处 $\beta_1=\pi,\beta_2=0$ $\boxed{B=\mu_0 nI}$

（2）管端口中心处 $\beta_1=\frac{\pi}{2},\beta_2=0$ $\boxed{B=\frac{1}{2}\mu_0 nI}$

三、运动电荷的磁场

$$\mathrm{d}\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{L}\times\hat{r}}{r^2}$$



$I=nq\upsilon S$

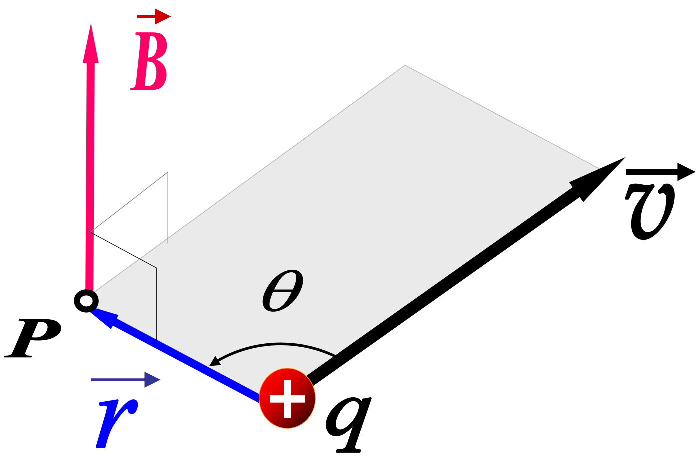
$\mathrm{d}N=nS\mathrm{d}L$

电流元内的载流子数

• 单个运动（$\vec{\upsilon}$）电荷所产生的磁场：

$$\vec{B}=\frac{\mathrm{d}\vec{B}}{\mathrm{d}N}=\frac{\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{(\cancel{n}q\upsilon\cancel{S})\,\mathrm{d}\cancel{\vec{L}}\times\hat{r}}{r^2}}{\cancel{n}\cancel{S}\mathrm{d}\cancel{L}}$$

$$\boxed{\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{\upsilon}\times\hat{r}}{r^2}}$$

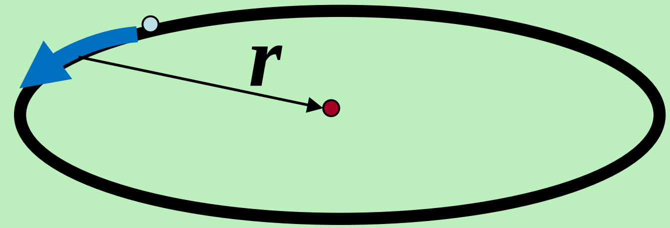


大小：$B=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{q\upsilon\sin\theta}{r^2}$

方向：$\vec{\upsilon}\times\vec{r}$ 的方向

（正电荷）

习1. 氢原子中电子质量m，电量e，它沿圆轨道绕原子核以速率υ运动，求其在圆心处的磁感应强度及其磁矩。



解：法1 •等效圆电流:

$$I = e\frac{\upsilon}{2\pi r}$$

$$B_o = \frac{\mu_0 I}{2r} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{e\upsilon}{r^2}$$

•磁矩: $p_m = IS = \dfrac{e\upsilon r}{2}$

法2：运动电荷的磁场

$$\vec{B}_o = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{e\vec{\upsilon}\times\hat{r}}{r^2} \qquad B_o = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{e\upsilon}{r^2}$$

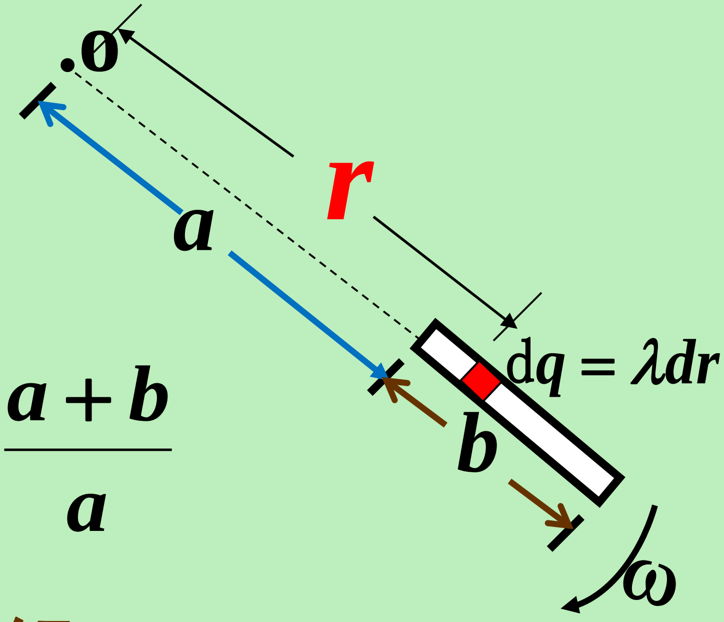
习2.电荷线密度为λ的带电棒，以角速度ω绕o点旋转，求：O点的磁感应强度

解：棒的每段线元对应一个圆电流。取线元dr，其所带电量为$\mathrm{d}q=\lambda \mathrm{d}r$

$$\mathrm{d}I=\frac{\omega}{2\pi}\lambda \mathrm{d}r$$

$$\mathrm{d}B_O=\frac{\mu_0 \mathrm{d}I}{2r}=\frac{\mu_0\omega\lambda}{4\pi}\frac{\mathrm{d}r}{r}$$

$$B_0=\frac{\mu_0\omega\lambda}{4\pi}\int_a^{a+b}\frac{\mathrm{d}r}{r}=\frac{\mu_0\omega\lambda}{4\pi}\ln\frac{a+b}{a}$$



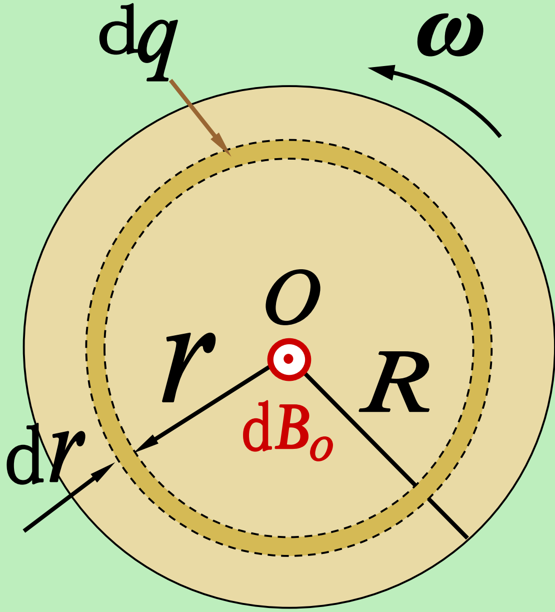
用运动带电粒子的磁场求解?

习3. 均匀带电圆盘，半径为R,电荷面密度为σ, 以ω旋转时, 求中心处的磁场及圆盘的磁矩.

解: 取一半径为 r ，宽度为dr的圆环,其所带的电量 $\mathrm{d}q=\sigma 2\pi r\mathrm{d}r$ ，对应圆电流：

应用圆电流公式 $B_0=\dfrac{\mu_0 I}{2R}$

$$\mathrm{d}I=\frac{\omega}{2\pi}\sigma 2\pi r\mathrm{d}r=\omega\sigma r\mathrm{d}r$$



$$\mathrm{d}B_o=\frac{\mu_0}{2r}\mathrm{d}I=\frac{1}{2}\mu_0\omega\sigma\mathrm{d}r$$

$$B_o=\int\mathrm{d}B_o=\frac{1}{2}\mu_0\omega\sigma\int_0^R\mathrm{d}r=\frac{1}{2}\mu_0\omega\sigma R$$

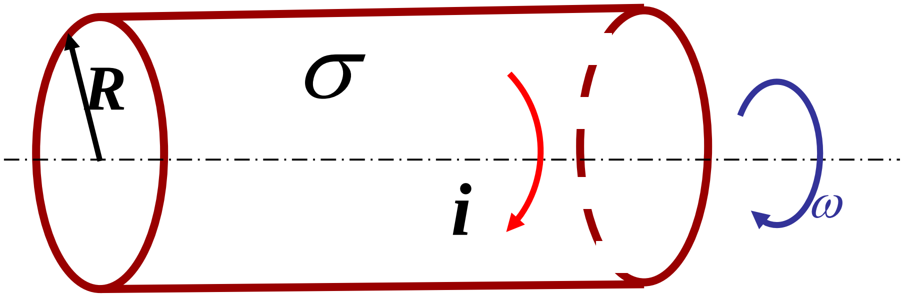
•圆环电流的磁矩：

$$\mathrm{d}p_m=s\mathrm{d}I=\pi r^2\omega\sigma r\mathrm{d}r=\pi\omega\sigma r^3\mathrm{d}r$$

$$p_m=\int\mathrm{d}p_m=\pi\omega\sigma\int_0^R r^3\mathrm{d}r=\frac{1}{4}\pi\omega\sigma R^4$$

习4：如图半径为R的均匀带电无限长直圆筒，电荷面密度σ，筒以速度ω绕其轴转动。求圆筒内部的B。

思路：
等效于长直密绕螺线管，
设螺线管总长度为L，则



$$I_{总} = 2\pi R \cdot L \cdot \sigma \cdot \frac{\omega}{2\pi} = \omega R \sigma L$$

方向：平行轴向右

$$B = \mu_0 n I = \mu_0 \frac{I_{总}}{L} = \mu_0 \omega R \sigma$$