

Électronique 4 - TD

Régime sinusoïdal forcé et résonance

1 Questions de cours

1. Expliquer pourquoi, lors de l'étude d'un circuit en régime sinusoïdal forcé, on peut ne s'intéresser qu'à la solution particulière de l'équation différentielle décrivant le comportement de celui-ci.
2. Définir valeurs moyenne et efficace d'un signal périodique de période T . Calculer la valeur moyenne et la valeur efficace d'un signal sinusoïdal du type $s(t) = S_m \cos(\omega t + \varphi)$.
3. Définir la puissance active et donner son expression pour un signal sinusoïdal. Démontrer ce résultat.
4. Définir le déphasage entre deux signaux sinusoïdaux. Donner le lien entre le déphasage $\Delta\varphi$ et décalage temporel Δt .
5. Définir ce qu'est la représentation de Fresnel d'un signal sinusoïdal.
6. Comment obtient-on graphiquement le vecteur de Fresnel de la dérivée d'un signal? De son intégrale (de valeur moyenne nulle)? Le démontrer.
7. Définir la représentation complexe d'un signal sinusoïdal.
8. Comment obtient la représentation complexe de la dérivée d'un signal? De son intégrale? Le démontrer.
9. Que vaut la puissance active en régime sinusoïdal avec la notation complexe? Le démontrer.
10. Quel est l'intérêt d'utiliser la représentation complexe.
11. Définir l'impédance complexe d'un dipôle linéaire passif. Même question pour l'admittance complexe.
12. Démontrer les expressions des impédances complexes des dipôles usuels (résistance, bobine, condensateur). Analyser leurs comportements à haute et basse fréquences.
13. Énoncer les lois de Kirchhoff en notation complexe.
14. On considère un circuit RLC série en régime sinusoïdal forcé, déterminer l'expression de l'amplitude complexe $\underline{I_m}$ de l'intensité dans le circuit et la mettre sous forme canonique en introduisant le facteur de qualité Q et la pulsation réduite $x = \omega/\omega_0$.
15. Donner les expressions du module et de l'argument de $\underline{I_m}$. Faire une étude aux limites et les représenter graphiquement en fonction de la pulsation réduite.
16. Définir le phénomène de résonance.
17. Définir la largeur de résonance et l'acuité de la résonance. Démontrer la relation liant facteur de qualité et acuité.
18. Exprimer l'amplitude complexe $\underline{U_{c,m}}$ de la tension aux bornes du condensateur.
19. Exprimer le module de $\underline{U_{c,m}}$. À quelle condition peut-on avoir résonance en tension? Le démontrer.
20. Exprimer l'argument de $\underline{U_{c,m}}$

2 Applications directes du cours

2.1 Manipuler les complexes (*)

Objectifs : Savoir calculer le module et l'argument d'un nombre complexe, savoir déterminer la solution particulière d'une équation différentielle à 2nd membre sinusoïdal.

1. Déterminer l'argument et le module des nombres complexes suivant :

$$\underline{Z}_1 = \frac{1}{1-j}, \quad \underline{Z}_2 = \frac{1-j}{1+j}$$

2. Calculer le module et l'argument des nombres complexes suivants :

$$\underline{H}_1 = \frac{H_0}{1+jx}; \quad \underline{H}_2 = \frac{H_0}{1+jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)}; \quad \underline{H}_3 = \frac{H_0}{1+j\frac{x}{Q} - x^2};$$

3. On donne l'équation différentielle de y en fonction de x suivante :

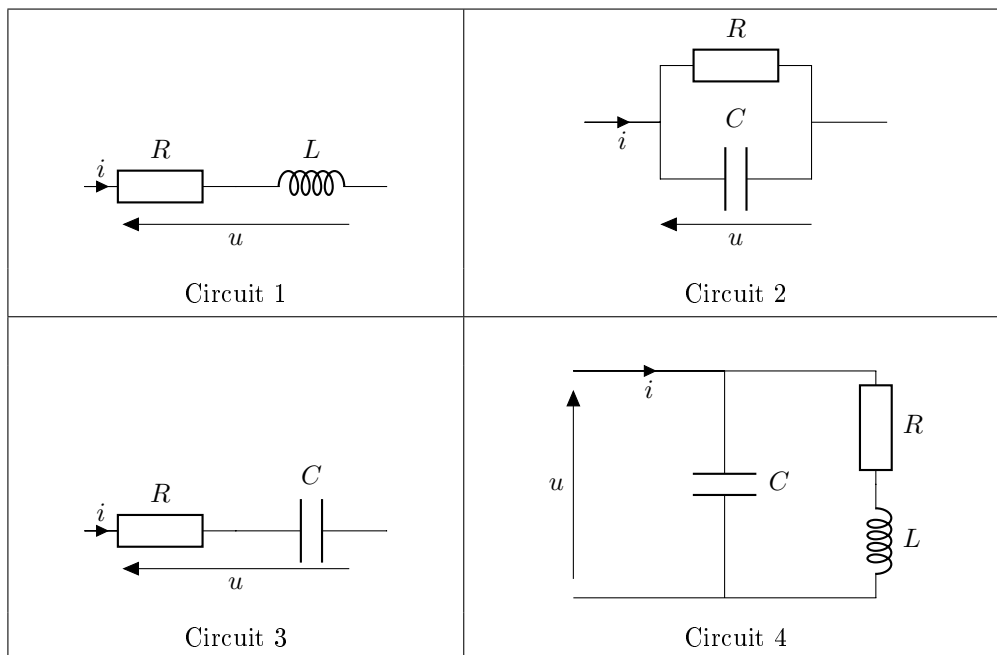
$$3y''(x) + 5y'(x) + y(x) = 5\cos(10x).$$

Déterminer la solution particulière de cette équation en utilisant la méthode des complexes.

2.2 Calculs d'impédances (*)

Objectifs : Savoir associer des impédances en série ou en dérivation, savoir calculer le module et l'argument d'un nombre complexe.

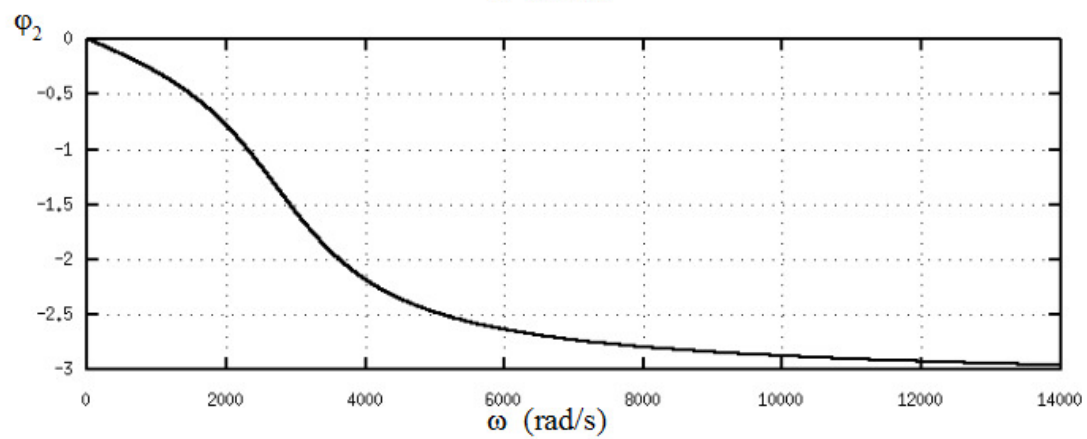
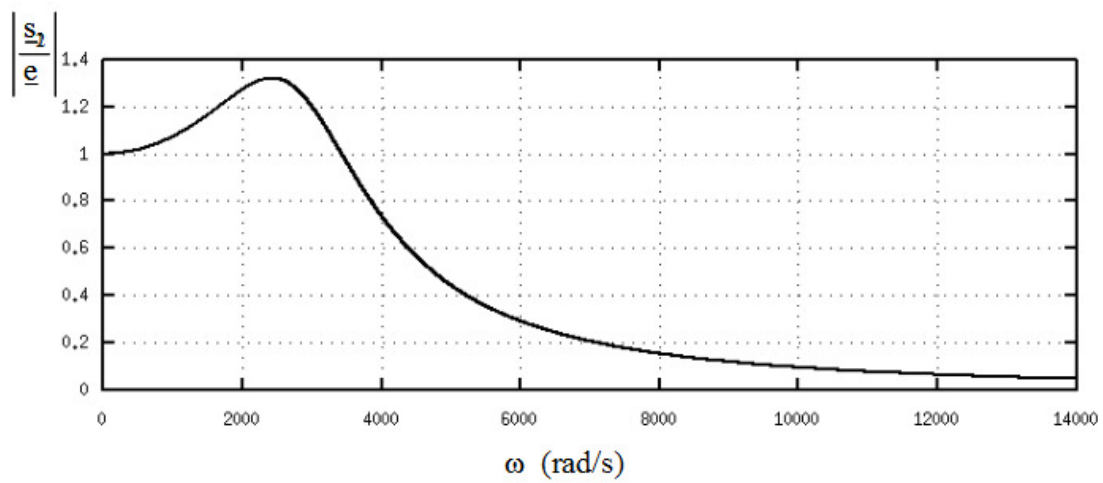
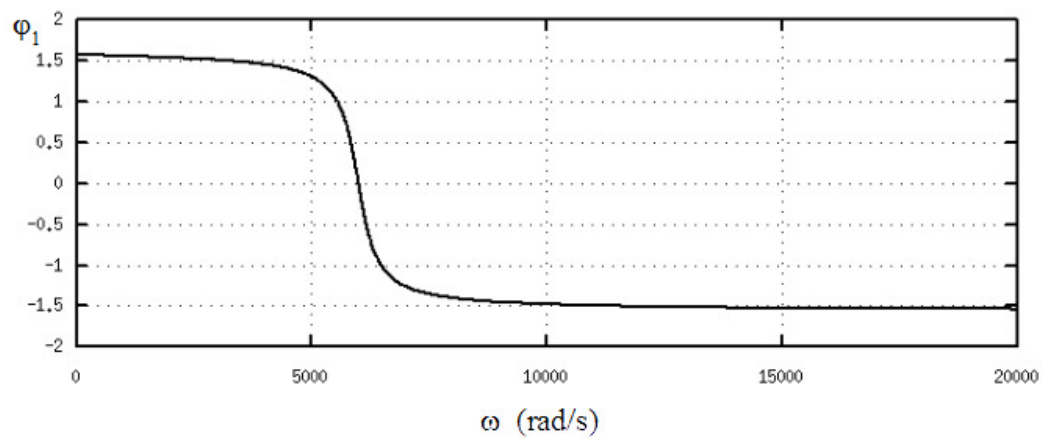
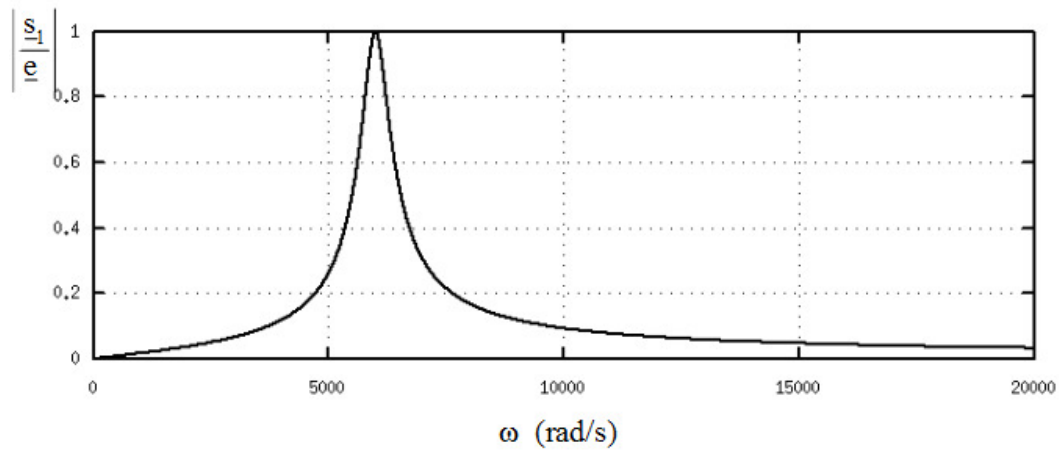
Déterminer l'impédance complexe \underline{Z} des montages ci-dessous. En déduire l'impédance réelle Z et le déphasage φ de la tension sur le courant en fonction de ω .



2.3 Étude graphique d'une résonance (*)

Objectifs : Savoir distinguer graphiquement une résonance en tension d'une résonance en intensité. Savoir déterminer graphiquement la pulsation propre et le facteur de qualité dans les deux cas.

On considère les graphes d'amplitudes et de phase pour deux systèmes oscillants s_1 et s_2 . Dans les deux cas, déterminer le type de résonance (intensité ou tension) et déterminer la pulsation de résonance et le facteur de qualité.



2.4 Étude d'un circuit du premier ordre avec les vecteurs de Fresnel

Objectifs : Savoir étudier un circuit avec les vecteurs de Fresnel associés aux tensions sinusoïdales ou avec la représentation complexe.

On considère un circuit RC en série alimenté par une tension sinusoïdale : $e(t) = E \cos(\omega t + \varphi_e)$. On s'intéresse à la tension aux bornes du condensateur C . On choisit la phase à l'origine nulle pour $u_C(t)$.

1. Quelle est alors la norme et le déphasage de la tension $u_R(t)$ par rapport à la tension $u_C(t)$?
2. En utilisant les vecteurs de Fresnel dans ce cas, déterminer la tension totale $\vec{U} = \vec{E}$ aux bornes des deux dipôles.
3. En déduire la norme U_C en fonction de E et le déphasage de $u_C(t)$ par rapport à $e(t)$.
4. On souhaite retrouver ce résultat par la méthode complexe. Exprimer $\underline{u}_C(t)$ en fonction de $\underline{e}(t)$.
5. En déduire le rapport des amplitudes : $\left| \frac{\underline{u}_C(t)}{\underline{e}(t)} \right| = \frac{U_{C0}}{E}$ et la différence de phase entre les deux signaux :

$$\varphi = \arg \left(\frac{\underline{u}_C(t)}{\underline{e}(t)} \right). \text{ Comparer les résultats.}$$

3 Exercices

3.1 RLC aux bornes de L (**)

Objectifs : Savoir étudier un circuit par la méthode des complexes, savoir tracer l'amplitude et la phase en fonction de ω en partant des comportements asymptotiques.

On considère le circuit RLC série soumis à une tension sinusoïdale $e(t) = E \cos(\omega t)$. On étudie la tension \underline{u}_L aux bornes de la bobine.

1. Déterminer l'expression de $\underline{u}_L(\omega)$. En déduire l'expression du module et de la phase en fonction de ω . On posera $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$ et $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.
2. Représenter le module et la phase pour différentes valeurs du facteur de qualité. On fera au préalable une étude à haute fréquence et basse fréquence.

3.2 Filtre de Wien (**)

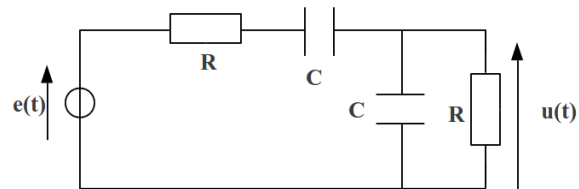
On considère le circuit suivant. Le générateur délivre une tension sinusoïdale $e(t)$ de pulsation ω .

1. Déterminer la tension \underline{u} en fonction de la tension d'entrée \underline{e} .
2. On cherche une solution sous la forme :

$$\underline{u} = \frac{A}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} \underline{e}.$$

Déterminer la valeur de Q et l'expression de ω_0 en fonction des données du problème.

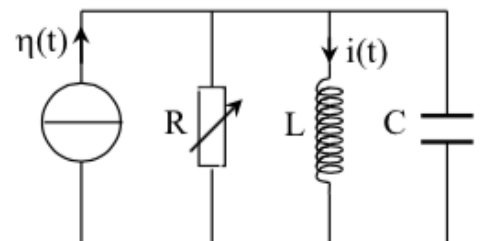
3. La résonance est-elle une résonance en tension ou en intensité ?
4. Avec deux condensateurs de capacité 100 nF, quelle valeur de résistance doit-on prendre pour que la réponse du système soit maximale à la fréquence de 1 kHz ?



3.3 Étude d'un circuit RLC en parallèle (**)

Objectifs : savoir utiliser le diviseur de courant avec des impédances complexes.

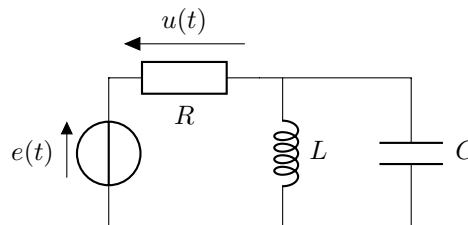
On considère le circuit RLC parallèle suivant alimenté par une source de courant délivrant un courant d'intensité sinusoïdale $\eta(t) = \eta_m \cos(\omega t)$. La résistance R est réglable. La bobine idéale est parcourue par un courant d'intensité $i(t) = i_m \cos(\omega t + \varphi)$.



1. Déterminer l'expression de i_m en fonction de ω .
2. Pour quelles valeurs de R y a-t-il résonance dans la bobine ?
3. Tracez le graphe i_m en fonction de ω pour différentes valeurs de R .

3.4 Antirésonance

On considère le circuit représenté ci-après, avec $e(t) = E \cos(\omega t)$.



1. Établir l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$ et la mettre sous forme canonique. On utilisera pour cela une pulsation propre ω_0 et un facteur de qualité Q dont on précisera l'expression.
2. En déduire l'expression de l'amplitude complexe $\underline{U}_m(x)$ où $x = \omega/\omega_0$ est la pulsation réduite.
3. Étudier et tracer le module de \underline{U}_m en fonction de x . Montrer qu'il existe une pulsation pour laquelle l'amplitude de $u(t)$ est nulle. On parle d'*antirésonance*.