# 北京化工大学 2018——2019 学年第 2 学期

# 《高等数学 A（下）》期末考试试卷

## 一、填空（3 分×8=24 分）

1、已知向量 $\vec{a}=(1,1,0)$，$\vec{b}=(\lambda,1,0)$ 垂直，则 $\lambda=$____________.

2、设 $u=x+y^2+z^3$，则梯度 grad $u=$ ____________.

3、设 $z=xy+cos\,x$，则 $\mathbf{dz=}$ ____________.

4、设 $f$ 一阶连续可微，$u=f(x,xy)$，则 $\dfrac{\partial u}{\partial x}=$____________.

5、交换积分次序 $\int_0^1 dx\int_0^x f(x,y)dy$ 为 ___________________________.

6、已知正项级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ 收敛，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{a_n}{1+a_n}$ 是收敛还是发散？____________.

7、设 $\Sigma$ 为平面 $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$ 在第一卦限的部分， 则曲面积分 $I=\iint\limits_{\Sigma}\left(6x+3y+2\mathrm{z}\right)dS=$

____________.

8、已知 $f(x)=1+x,\ x\in[-\pi,\pi)$ 的傅里叶级数在 $x=\pi$ 处收敛于____________.

## 二、解答题（6 分×6=36 分）

1、求过点 $(0,2,4)$ 且与平面 $x+2z=1$ 和 $y-3z=2$ 平行的直线方程。

2、求由方程 $xyz+\sqrt{x^2+y^2+z^2}=\sqrt{2}$ 所确定的函数 $z=f(x,y)$ 在点 $(1,0,-1)$ 处的切平面方程。

3、设函数 $z=f(x,y)$ 满足方程 $y\dfrac{\partial z}{\partial x}-x\dfrac{\partial z}{\partial y}=0$, 且 $\begin{cases}u=x\\ v=x^2+y^2\end{cases}$，验证 $\dfrac{\partial z}{\partial u}=0.$

4、求 $f(x,y)=x^2(2+y^2)+y\ln y$ 的极值。

5、求曲线积分$\int_L (x^2-y)dx-(x+\sin^2 y)dy$，其中$L: y=\sqrt{2x-x^2}$从$(0,0)$到$(1,1)$的一段弧。

6、求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^n}{n^p}$ 的收敛域，其中$p>0.$

**三、解答题（7 分×5=35 分）**

1、计算积分$\iint_D (x^2+\sin(x^2y))dxdy$，其中$D$为圆$x^2+y^2=1$和$y$轴围成的右半闭区域。

2、设$f(x,y)=\sqrt{1-x^2-y^2}-\dfrac{8}{\pi}\iint_D f(x,y)dxdy$，$D: y=\sqrt{x-x^2}$与$x$轴所围区域，求$f(x,y)$的表达式。

3、验证$e^x(x\sin y+y\cos y)dx+e^x(x\cos y-y\sin y)dy$ 为某个二元函数$u(x,y)$的全微分，并求出这样一个二元函数$u(x,y)$。

4、计算$I=\iint_\Sigma x\, dydz+y\, dzdx+(z^2-2z)\, dxdy,$ 其中$\Sigma: z=\sqrt{x^2+y^2}$ 介于$z=0$至$z=1$ 之间部分的下侧。

5、将函数$f(x)=\begin{cases}1, & 0\le x\le \dfrac{\pi}{2}\\ 0, & \dfrac{\pi}{2}<x\le \pi\end{cases}$展开为正弦函数。

**四、解答题（5 分）**

形状为椭球$4x^2+y^2+4z^2\le 16$ 的空间探测器进入地球大气层，其表面开始受热，1 小时后在探测器的点$(x,y,z)$ 处的温度$T=8x^2+4yz-16z+600$，求探测器表面最热的点。

**五、附加题（7 分）**

设函数$Q(x,y)$在$xOy$平面上具有连续一阶偏导数，曲线积分$\int_L 2xydx+Q(x,y)dy$与路径无关，并且对任意的 $t$ 恒有$\int_{(0,0)}^{(t,1)} 2xydx+Q(x,y)dy=\int_{(0,0)}^{(1,t)} 2xydx+Q(x,y)dy$，求$Q(x,y)$。