

## 《高等数学 A (下)》期末考试试卷

课程代码	M	A	T	1	3	9	0	5	T
------	---	---	---	---	---	---	---	---	---

阅卷教师: \_\_\_\_\_

复核教师: \_\_\_\_\_

班级: \_\_\_\_\_ 姓名: \_\_\_\_\_ 学号: \_\_\_\_\_ 任课教师: \_\_\_\_\_ 分数: \_\_\_\_\_

题号	一	二							三					四	总分
		1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5		
得分															

## 一、填空 (3 分×6=18 分)

1. 向量  $\vec{a} = (1, 2, 3)$  在向量  $\vec{b} = (1, -2, 2)$  上的投影  $\text{Prj}_{\vec{b}} \vec{a}$  为\_\_\_\_\_。2. 极限  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} \frac{\sqrt{2-e^{xy}} - 1}{xy^2} =$ \_\_\_\_\_。3. 函数  $u = xy + yz + zx$  在点  $P(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  处的全微分  $du|_{(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})} =$ \_\_\_\_\_。4. 已知对于  $xoy$  面内任意闭曲线  $L$  上都有  $\oint_L (x+2y)dx + (ax+y)dy = 0$  则 $a =$ \_\_\_\_\_。5. 设  $\Sigma$  为平面  $x + y + z = 1$  位于第一卦限内部分上侧, 则对坐标的曲面积分 $\iint_{\Sigma} P(x, y, z)dydz + Q(x, y, z)dzdx + R(x, y, z)dxdy$  化为对面积的曲面积分

为\_\_\_\_\_。

6. 函数  $f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi \leq x < 0 \\ 1+x^2, & 0 \leq x < \pi \end{cases}$  的傅里叶级数在  $x = 0$  处收敛于\_\_\_\_\_。

二、解答题（6分×7=42分）

1. 求过点  $P(1,1,1)$  且与直线  $e: \begin{cases} x+y+z-2=0 \\ x-y+z+2=0 \end{cases}$  平行的直线方程。

2. 计算积分  $\int_0^\pi dx \int_0^x \frac{\sin y}{\pi-y} dy$ .

3. 设函数  $z = z(x, y)$  存在连续偏导数, 利用变换  $\begin{cases} u = 2x + 3y \\ v = x - y \end{cases}$

将方程  $3\frac{\partial z}{\partial x} - 2\frac{\partial z}{\partial y} = 0$  化为关于变量  $u, v$  的方程。

4. 计算积分  $\oint_L \frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2}$ , 其中  $L: x^2 + y^2 = 1$ , 取逆时针方向。

5. 求曲线  $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 6 \\ x^2 + y^2 - z^2 = 4 \end{cases}$  在点  $P(2, 1, 1)$  处的切线方程。

6. 验证微分形式  $\frac{x+y}{x^2+y^2}dx - \frac{x-y}{x^2+y^2}dy$  在右半平面 ( $x > 0$ ) 内为某函数的全微分, 并求出这样一个函数。

7. 求函数  $f(x, y) = 3axy - x^3 - y^3$  的极值, 其中  $a$  为非零常数。

装

订

线

### 三、解答题 (7 分×5=35 分)

1. 求函数  $u = e^{-z} + \int_0^{xy} e^{-t^2} dt$  在点  $P(1, 1, 1)$  处沿着曲面  $2x^2 + 3y^2 + z^2 = 6$  上点  $P$  的外法线方向的方向导数。

2. 计算积分  $\iint_{\Sigma} xyz \, dS$  , 其中  $\Sigma$  为曲面  $x + y + z = 1$  在第一卦限的部分。

3. 判断级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$  的收敛性, 若收敛请指明是绝对收敛还是条件收敛。

4. 计算积分  $\iint_{\Sigma} y^2 z^2 dydz + x^2 z^2 dzdx + x^2 y^2 \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dxdy$  , 其中  $\Sigma$  为曲面  $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$  的上侧。

装

订

线

5. 求幂级数  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+2)n!} x^{n+2}$  的收敛域及和函数。

#### 四、解答题（5 分）

设函数  $z = f(x, y)$  满足  $dz = 2x dx - 2y dy$ ，且  $f(1, 1) = 2$ ，求函数  $f(x, y)$  在

$D = \left\{ (x, y) \mid x^2 + \frac{y^2}{4} \leq 1 \right\}$  上的最大值与最小值。