3. Dynamique du point

3.1 Exercices d'application

3.1.1 Voyageur 2

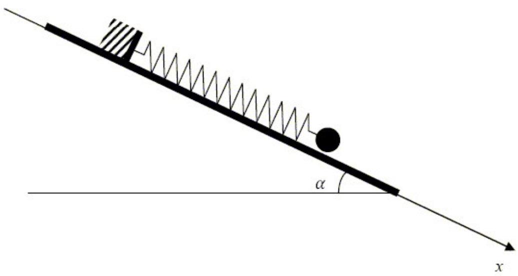
La sonde Voyageur 2 a été lancée le 20 août 1977, il y a 40 ans et 5 mois. Après avoir pris des mesures en se rapprochant d'Uranus et Neptune, elle est maintenant hors système solaire et loin de tout corps céleste.

1. Quel est son mouvement dans le référentiel héliocentrique ?
2. Déterminer un ordre de grandeur de sa distance par rapport à la Terre et de sa vitesse sachant qu'une communication (aller retour) entre la sonde et la Terre, dure en moyenne, 31 h 39 min et 26 s.

Données : vitesse de la lumière : $c = 3.10^8$ m.s^{-1}.

3.1.2 Oscillateur masse-ressort sur un plan incliné.

On considère un système masse-ressort relié à un support fixe sur un plan incliné faisant un angle α avec l'horizontale. On néglige les frottements fluides et solides. Le repère choisi est le repère $(\vec{u}_x, \vec{u}_y)$ comme indiqué sur la figure. L'origine du repère d'espace est prise au niveau du support fixe. Le mobile est décalé de 5 cm par rapport à sa position d'équilibre et lâché sans vitesse initiale.



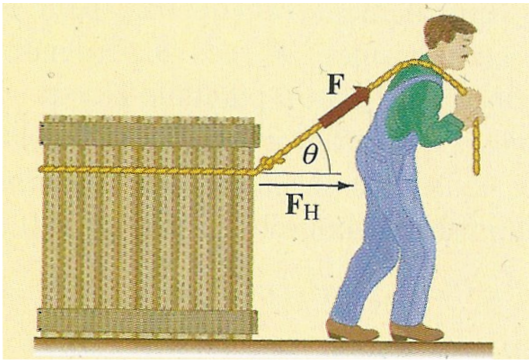
1. Que vaut la réaction du support ?
2. Quelle est la longueur du ressort à l'équilibre l_{eq} ?
3. Établir l'équation différentielle satisfaite par la position x de la masse. Que reconnaissez-vous ?
4. Résoudre l'équation différentielle en tenant compte des conditions initiales.

3.1.3 Partie immergée de l'iceberg

On considère un iceberg dont on peut voir un dessin sur la figure ci dessous. La ligne horizontale représente la surface de l'eau. On note V le volume total de l'iceberg, V_I son volume immergé, $\rho_G = 0,92.10^3$ kg.m^{-3} la masse volumique de la glace et $\rho_L = 1,02.10^3$ kg.m^{-3} celle de l'eau salée. Déterminer la proportion volumique de glace immergée.

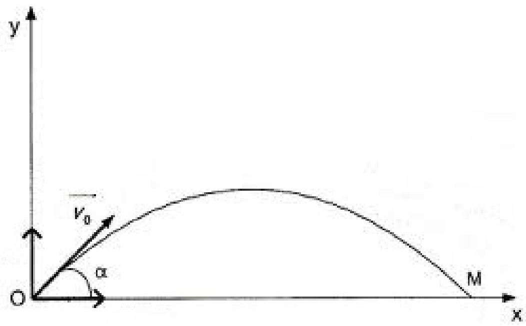
3.1.4 Livraison d'une machine à laver

Une caisse en bois, contenant une machine à laver, a une masse totale de 100 kg. Elle doit être déplacée sur un plancher de chêne en tirant sur une corde, faisant un angle $\theta = 30°$ avec le plan horizontal. Quelle doit-être la force minimum pour la déplacer ? Est-ce que cette force sera plus grande ou moins grande si $\theta = 0$?
<u>Données :</u> Coefficient de frottement bois sur bois : $f_S = 0,5$.



3.1.5 Tir d'un boulet de canon

On considère un canon enterré dans le sol. Le canon tire des boulets assimilés à des points matériels de masse m. Les boulets qui sont tirés par le canon ont une altitude nulle à l'instant initial et une vitesse initiale $\vec{v_0}$ faisant un angle α avec l'horizontale. On utilise les coordonnées cartésiennes (O,x,y) avec y la verticale dirigée vers le haut et x l'horizontale dirigée dans le sens du tir du boulet. L'origine O du repère d'espace est prise pour la position du boulet en sortie du canon.



1. Déterminer les équations horaires du mouvement ($x(t)$ et $y(t)$) et la trajectoire $y = f(x)$ du boulet.
2. La portée est la distance entre la position horizontale initiale et la position finale sur le sol. Que vaut-elle ? Pour quelle valeur de α_p est elle maximale ? La portée est-elle inférieure ou supérieure si on prend en compte la résistance de l'air ?
3. Déterminer la hauteur maximale h atteinte par le boulet en fonction de α. Faites l'application numérique pour α_p déterminé précédemment et $||\vec{v_0}|| = 82,0$ m/s.
4. Lorsque la portée est inférieure à la portée maximale, montrer qu'il existe deux angles α pour lesquels la portée est la même. Expliquer pourquoi on parle de tir tendu ou de tir en cloche.
5. Déterminer la durée du tir pour un tir tendu avec un angle initial $\alpha = \dfrac{\pi}{6}$ et un tir en cloche de même portée.

3.1.6 Mesure de la viscosité du glycérol

On souhaite mesurer la viscosité d'une solution de glycérol. Pour cela, on réalise une expérience de chute de la bille dans le glycérol. On donne la force de frottements (ou force de Stokes) : $\vec{F_S} = -6\pi\eta r\vec{v}$ où η est la viscosité du fluide et r le rayon de la bille.
On mesure le diamètre d'une bille au pied à coulisse, on trouve : $d = 5,0 \pm 0,1$ mm.

Données : $\rho_{acier} = 7830$ kg.m^{-3}, $\rho_{glycerol} = 1260$ kg.m^{-3}, $g = 9,81$ m.s^{-2}.

1. Établir l'équation du mouvement satisfaite par la vitesse de la bille.
2. Sans la résoudre, montrer que la vitesse atteint une vitesse limite v_{lim} et que cette vitesse s'écrit :
$$v_{lim} = \frac{2gr^2(\rho_{bille} - \rho_{gly})}{9\eta}.$$
3. Déterminer un temps caractéristique τ (toujours sans résoudre l'équation).
4. On utilise une éprouvette sur laquelle on trace deux traits au feutre. Le premier est à $5,0$ cm de la surface du glycérol et le second est à $h = 50,0$ cm plus bas. La durée que met la bille pour aller d'un trait à l'autre est de $\Delta t = 8.3 \pm 0,1$ s. Déterminer la viscosité du glycérol. Remarque : les traits ont une largeur d'environ 1 mm.
5. Vérifier que la vitesse limite est déjà atteinte au premier trait.

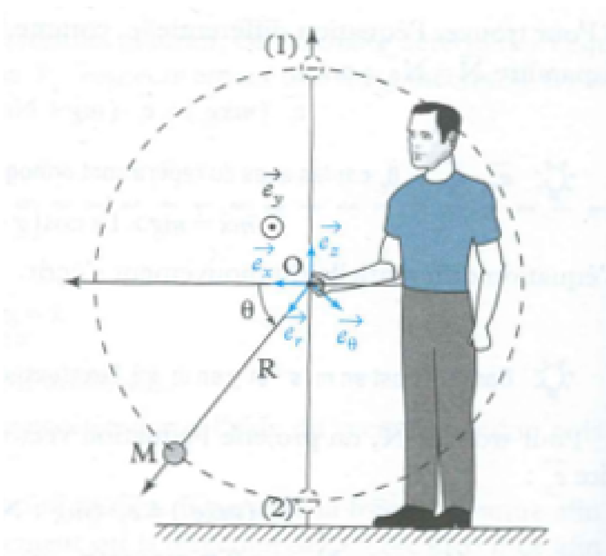
3.1.7 Pendule simple avec frottements

On considère un pendule simple constitué d'un fil sans masse de longueur ℓ fixée à une de ses extrémités O et auquel on adjoint à l'autre extrémité M une masse m ponctuelle. On note $\theta(t)$ l'angle entre la verticale et la tige du pendule. La masse est lancée depuis un angle θ_0 sans vitesse initiale. La masse est soumise à des frottements de force : $\overrightarrow{f} = -\alpha\overrightarrow{v}$.

1. Faire un schéma du dispositif.
2. Établir l'équation du mouvement du pendule.
3. On se place dans le cas où l'amplitude des oscillations est faible. Simplifier l'équation différentielle.
4. Donner la condition sur les différents paramètres du problème pour que le régime soit pseudo-périodique.
5. Résoudre cette équation compte tenu des conditions initiales dans le cas où le régime est pseudo-périodique.

3.1.8 Trajectoire circulaire

Un homme fait tourner une balle (assimilée à un point matériel M de masse $m = 100$ g), attachée à un fil de longueur $R = OM = 1$ m et de masse négligeable.
La trajectoire de la balle est un cercle de centre O et de rayon R qui se fait dans le plan vertical $(\overrightarrow{e}_x, \overrightarrow{e}_z)$ avec $\overrightarrow{e}_z$ vers le haut.
On néglige les éventuels petits mouvements de la main de l'homme, ainsi le référentiel $\mathscr{R}(O, \overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z})$ est supposé galiléen. On néglige tous les frottements.



1. Déterminer l'équation différentielle du mouvement de la balle.
2. Déterminer l'expression de la tension du fil.
3. Déterminer la vitesse minimum v_{min} que doit avoir la balle dans la position (1).
4. On suppose que la balle passe dans la position (1) avec la vitesse v_{min}. Indiquer dans quelle position la tension du fil est maximum.

3.2 Exercices de réflexion

3.2.1 Glissade sur un igloo

Un enfant, modélisé par un point matériel M, glisse sans frottements sur un igloo hémisphérique de rayon R. Sa position est repérée par son angle $\theta(t)$ par rapport à la verticale. L'enfant est initialement en θ_0 et sa vitesse est nulle.

1. Représenter la situation sur un schéma en faisant figurer le repère cartésien $\{Vu_x, \overrightarrow{u_y}, \overrightarrow{u_z}\}$, le repère polaire $\{\overrightarrow{u_r}, \overrightarrow{u_\theta}\}$ ainsi que les forces en présence. On choisira le repère cartésien de telle sorte que θ soit repéré par rapport à l'axe Ox.

2. Appliquer la loi fondamentale de la dynamique et la projeter sur la base polaire.
3. Intégrer l'une des deux équations obtenues pour en déduire une relation entre $\dot{\theta}(t)$ et $\theta(t)$. (*Indice : L'équation* $\ddot{\theta} = \sin\theta$ *s'intègre facilement en multipliant les deux membres par* $\dot{\theta}$.)
4. En déduire l'expression de la réaction normale de l'igloo en fonction de θ.
5. L'enfant décolle-t-il ? Si oui, pour quel angle ?

3.2.2 Résolution de problème : chaussette dans un sèche-linge

Dans le tambour d'un sèche-linge, on observe que le mouvement d'une chaussette s'effectue en deux temps :

— Dans une première phase, celle-ci est collée au tambour, entraînée par celui-ci dans un mouvement de rotation uniforme ;

— Dans une seconde phase, elle retombe en chute libre.

Évaluer l'angle pour lequel la chaussette décolle du tambour. En déduire la condition sur la vitesse de rotation ω_0 du tambour pour que la chaussette décolle.