北京化工大学 2016——2017 学年第一学期

《高等数学（I）》期中考试试卷

课程代码	M	A	T	1	3	A	0	0	T

班级：_________姓名：__________学号：________任课教师：___________分数：_______

题号	一	二	三	四	总分
得分					

一、填空（每空 3 分，3 分×10=30 分）

1、设 $f(x)$ 的定义域是 $(1,2]$，则 $f\left(\dfrac{1}{x+1}\right)$ 的定义域是______________。

2、$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{e^x-e^{-x}}$ 的值等于 ______________ 。

3、设 $f(x)=x\sin^2(\dfrac{1}{x}),$ 则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处是___________类间断点。

4、设 $y=\sqrt{\sin\dfrac{x}{2}}$，则 $y'=$___________。

5、设 $y=\ln(x+\sqrt{1+x^2})$, 则 $dy=$________________。

6、设 $y=2^x$, 则 y 的 n 阶导数 $y^{(n)}=$___________________。

7、设 $\lim\limits_{x\to\infty}(\dfrac{x+2a}{x-a})^x=8$，则 $a=$ ______________.

8、设 $f(x)$ 可导，且 $f(1)=0,\ f'(1)=a$，则 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(1-3h)}{h}=$_______________。

9、设 $f(x)$ 有直至 $n+1$ 阶的导数, 则 $f(x)$ 的泰勒多项式

$P_n(x)=a_0+a_1(x-x_0)+a_2(x-x_0)^2+\cdots+a_n(x-x_0)^n$ 中系数 $a_n=$_____________ 。

10、$f(x)=x^3-3x^2+6$ 的极大值=_______________________。

二、填空（每空 4 分，4 分×13=52 分）

1、$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x-\sin 3x}{x^3}$的值等于________________ 。

2、$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(\cos x+\sin x)^{2x}-1}{x^2}=$____________ 。

3、设 $y=\sqrt{x^2-1}$, 则 $y''|_{x=2}=$____________。

4、设单调连续可导的函数 $y=f(x)$，有 $f(0)=1, f'(0)=2$，则其反函数的导数

$\left.\dfrac{dx}{dy}\right|_{y=1}=$______________________。

5、设 $f(x)$为可导函数，且 $f(0)=0, f'(0)=2, y=f[f(f(\sin f(x)))]$，则

$y'(0)=$__________。

6、设函数 $y=y(x)$ 由方程 $e^{x+y}+\cos(xy)=0$ 确定，则 $\dfrac{dy}{dx}=$________________。

7、设 $y=y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x=\ln(1+t^2)+1 \\ y=2\arctan t-(1+t)^2 \end{cases}$ 确定，则 $\dfrac{dy}{dx}=$_________

$\left.\dfrac{d^2y}{dx^2}\right|_{t=2}=$_____________

8、设 $f(x_0-\Delta x)-f(x_0)$ 与 $\sin 2\Delta x$ 为 $\Delta x\to 0$ 时的等价无穷小，则 $f'(x_0)=$________

9、曲线 $y=e^{-\frac{x^2}{8}}$ 的凸区间为_______________

10、曲线 $f(x)=1+\dfrac{36x}{(x+3)^2}$ 的一条水平渐近线方程为_____________

11、已知 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\ln\cos 3x}{x^2} & x\neq 0 \\ a & x=0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，则 $a=$______________

12、设 $f(x)=\ln x$ 按照 $x-2$ 的幂展开成 n 阶泰勒公式，则其拉格朗日余项

$R_n(x)=$____________，________________

三、解答题（8 分）

设 $f(x)=\begin{cases} x\arctan\dfrac{1}{x^2} & x\neq 0 \\ 0 & x=0 \end{cases}$，求 $f'(x)$，并讨论 $f'(x)$ 的连续性

四、证明题（10 分）

1、证明对任意自然数n，都有不等式：$\frac{1}{n+1} < \ln(1+\frac{1}{n}) < \frac{1}{n}$。

2、设$a_n = 1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n}-\ln n \ (n=1,2,\cdots\cdots)$， 试证明数列$\{a_n\}$是收敛的。