Ecole d'Ingénieur de Chimie Pékin — Année 2019-2020

Développements Limités Usuels

Formule de Taylor–Young : Si $f \in \mathcal{C}^n(I, \mathbb{R})$, alors : $$f(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(0)}{k!} x^k + \underset{x\to 0}{o}(x^n)$$

Fonction	développement limité au au voisinage de 0	Méthode
e^x	$1 + x + \frac{x^2}{2} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \underset{x\to 0}{o}(x^n)$	Taylor–Young
$(1+x)^\alpha$	$1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2} x^2 + \cdots + \frac{\alpha(\alpha-1)\ldots(\alpha-n+1)}{n!} x^n + \underset{x\to 0}{o}(x^n)$	Taylor–Young
$\frac{1}{1+x}$	$1 - x + x^2 - \cdots + (-1)^n x^n + \underset{x\to 0}{o}(x^n)$	$\alpha = -1$
$\frac{1}{1-x}$	$1 + x + x^2 + \cdots + x^n + \underset{x\to 0}{o}(x^n)$	$\alpha = -1,\ x \to -x$
$\sqrt{1+x}$	$1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \cdots + (-1)^{n+1} \frac{(2n)!}{2^{2n}(n!)^2(2n-1)} x^n + \underset{x\to 0}{o}(x^n)$	$\alpha = \frac{1}{2}$
$\frac{1}{\sqrt{1+x}}$	$1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \cdots + (-1)^n \frac{(2n)!}{2^{2n}(n!)^2} x^n + \underset{x\to 0}{o}(x^n)$	$\alpha = -\frac{1}{2}$
$\frac{1}{(1-x)^2}$	$1 + 2x + 3x^2 + \cdots + (n+1)x^n + \underset{x\to 0}{o}(x^n)$	dérivation de $\frac{1}{1-x}$
$\ln(1+x)$	$x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \cdots + (-1)^n \frac{x^{n+1}}{n+1} + \underset{x\to 0}{o}(x^{n+1})$	primitivation de $\frac{1}{1+x}$
$\ln(1-x)$	$-x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \cdots - \frac{x^{n+1}}{n+1} + \underset{x\to 0}{o}(x^{n+1})$	primitivation de $\frac{1}{1-x}$
$\cos x$	$1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} - \cdots + (-1)^p \frac{x^{2p}}{(2p)!} + \underset{x\to 0}{o}(x^{2p})$	Taylor–Young
$\sin x$	$x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} - \cdots + (-1)^p \frac{x^{2p+1}}{(2p+1)!} + \underset{x\to 0}{o}(x^{2p+1})$	Taylor–Young
$\tan x$	$x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + \frac{17x^7}{315} + \underset{x\to 0}{o}(x^8)$	$\frac{\sin}{\cos}$
$\operatorname{Arctan} x$	$x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + \underset{x\to 0}{o}(x^{2n+1})$	primitivation de $\frac{1}{1+x^2}$
$\operatorname{Arcsin} x$	$x + \frac{x^3}{6} + \frac{3x^5}{40} + \cdots + \frac{(2n)!}{2^{2n}(n!)^2} \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + \underset{x\to 0}{o}(x^{2n+1})$	primitivation de $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\operatorname{ch} x$	$1 + \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} + \cdots + \frac{x^{2p}}{(2p)!} + \underset{x\to 0}{o}(x^{2p})$	CL d'exponentielle
$\operatorname{sh} x$	$x + \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} + \cdots + \frac{x^{2p+1}}{(2p+1)!} + \underset{x\to 0}{o}(x^{2p+1})$	CL d'exponentielle
$\operatorname{th} x$	$x - \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} - \frac{17x^7}{315} + \underset{x\to 0}{o}(x^8)$	$\frac{\operatorname{sh}}{\operatorname{ch}}$
$\operatorname{Argth} x$	$x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + \underset{x\to 0}{o}(x^{2n+1})$	primitivation de $\frac{1}{1-x^2}$
$\operatorname{Argsh} x$	$x - \frac{x^3}{6} + \frac{3x^5}{40} - \cdots + (-1)^n \frac{(2n)!}{2^{2n}(n!)^2} \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + \underset{x\to 0}{o}(x^{2n+1})$	primitivation de $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$