

《高等数学（下）》（经管类）期末考试试卷

课程代码	M	A	T	1	3	9	0	3	T
------	---	---	---	---	---	---	---	---	---

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____ 分数：_____

题号	一	二	三	四	总分
得分					

一、填空（3 分×6）

1. $\int_0^{+\infty} \frac{1}{t^2+9} dt =$ _____。

2. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x+\cos x}{1+\sin^2 x} dx =$ _____。

3. $z^2 = 2y$ 绕 y 轴旋转而成的旋转曲面方程为 _____。

4. 母线平行于 ox 轴且通过曲线 $\begin{cases} 2x^2 + y^2 + z^2 = 16 \\ x^2 - y^2 + z^2 = 0 \end{cases}$ 的柱面方程为 _____。

5. 设一收益流的收益流量为 10 万元/年，若以连续复利 $r=0.04$ 计息，该收益流的现值为 _____。

6. 已知 $y_x = c_1 + c_2(-2)^x$ 为某二阶常系数齐次线性差分方程的通解，则此差分方程为 _____。

二、计算题（7 分×6）

1. 设函数 $f(x, y) = xy - x^2 - y^2 - 2x - 2y + 4$ ，求 $f(x, y)$ 的极值，并指出是极大值还是极小值。

2. 设 $z = f(x^2 - y^2, \cos(xy))$ ，其中 f 有二阶连续偏导数，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 。

3. 设 $z = f(x, y)$ 由方程 $z - y - x + xe^{z-y-x} = 0$ 所确定，求 $z = f(x, y)$ 的全微分。

4. 改变积分次序并计算积分 $\int_0^1 dx \int_{x^2}^1 \frac{xy}{\sqrt{1+y^3}} dy$ 。

5. 求 $\iint_D \ln(1+x^2+y^2)d\sigma$ ，其中 D 是由 $x^2+y^2=1$ 及坐标轴所围成的在第一象限内的闭区域。

6. 设某工厂生产 A 和 B 两种产品，产量分别为 x 和 y （单位：千件），利润函数为：

$$L(x, y) = 6x - x^2 + 16y - 4y^2 - 2 \quad (\text{单位：万元})$$

已知生产这两种产品时，每千件产品均需消耗某种原料 2000 公斤，现该原料 12000 公斤，问两种产品各生产多少千件时，总利润最大？最大利润为多少？

三、解答题（7 分×4）

1. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{2n}$ 的收敛域、和函数，并计算数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2 \cdot 3^n \cdot n}$ 的和数。

2. 将 $f(x) = \frac{1}{5-x}$ 展开成 $x-2$ 的幂级数，并指出其收敛域。

3. 求微分方程 $y'' - 2y' = e^{2x}$ 满足条件 $y(0) = 1, y'(0) = 1$ 的解。

4. 求差分方程 $y_{x+2} + 3y_{x+1} - 4y_x = 5x + 1$ 的通解。

四、(6分×2)

1. 设有曲线 $y = \sqrt{x-1}$ ，过原点做其切线，求此曲线、切线及 x 轴围成的平面图形绕 x 轴旋转一周所得的旋转体的体积。

2. 设 $f(u, v)$ 具有连续偏导数，且满足 $f'_u(u, v) + f'_v(u, v) = uv$ ，求 $y(x) = e^{-2x} f(x, x)$ 所满足的一阶微分方程，并求其通解。

《高等数学》(下)(经管类)期末考试试卷

课程代码	M	A	T	1	3	9	0	3	T
------	---	---	---	---	---	---	---	---	---

班级: _____ 姓名: _____ 学号: _____ 任课教师: _____ 分数: _____

题号	一	二	三	四	总分
得分					

一、填空题 (3 分×6=18 分)

1. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\arctan x}{1+x^2} dx$ _____。

2. 空间曲线 $\Gamma: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = R^2 \\ x^2 + y^2 = 2Ry \end{cases}$ 在 yoz 面上的投影曲线为_____。

3. 改变积分次序 $\int_0^1 dy \int_{-y}^{\sqrt{y}} f(x, y) dx =$ _____。

4. 已知级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^{2-\alpha}}$ 条件收敛, 则 α 的取值范围为_____。

5. 差分方程 $y_{x+1} - 3y_x = -2$ 的通解是 _____。

6. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} (x-1)^n$ 的收敛域为 _____。

二、计算题 (6 分×7=42 分)

1. 求 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2 - \sqrt{xy+4}}{\sin xy} =$

2. 计算定积分 $\int_1^4 \frac{1}{1+\sqrt{x}} dx$ 。

3. 求由曲线 $y = \ln x, y = 0, x = 1, x = e$ 所围成的图形绕 y 轴旋转一周所形成的旋转体的体积。

4. 交换积分次序，然后计算二重积分值 $\int_0^1 dx \int_x^{\sqrt{x}} \frac{\sin y}{y} dy$ 。

5. 计算二重积分 $\iint_D |\cos(x^2 + y^2)| d\sigma$ ， $D: x^2 + y^2 \leq \pi$ 。

6. 设 $z = f\left(x - 2y, \frac{x}{y}\right)$, f 具有连续的二阶偏导数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 。

7. 求二元函数 $f(x, y) = x^2(2 + y^2) + y \ln y$ 的极值, 并指出是极大值还是极小值。

三、解答题（6 分×5=30 分）

1. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n n}$ 的收敛域及其在收敛域上的和函数。

2. 将函数 $f(x) = \frac{1}{2-x-x^2}$ 展开成 x 的幂级数，并指出展开式成立的区间。

3. 求微分方程 $y'' - y' - 2y = -4xe^x$ 的通解。

4. 求差分方程 $y_{x+2} + 3y_{x+1} - 4y_x = 5$ 的通解。

5. 设有 3 种产品的年产量分别为 x, y, z , 给公司每年带来的收益为 $u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, 又已知这 3 种产品的产量满足约束关系: $z = x^2 + y^2$ 和 $x + y + z = 1$, 试求该公司年收益的最大值和最小值。

四、(10 分)

1. 设 $y(x)$ 可导且满足关系式 $\int_0^x [2y(t) - 1] dt = y(x) - 1$, 求 $y(x)$.

2. 设级数 $\frac{x^4}{2 \cdot 4} + \frac{x^6}{2 \cdot 4 \cdot 6} + \frac{x^8}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} + \dots$ ($-\infty < x < +\infty$) 的和函数为 $S(x)$.

求：(1) $S(x)$ 所满足的一阶微分方程；

(2) $S(x)$ 的表达式.