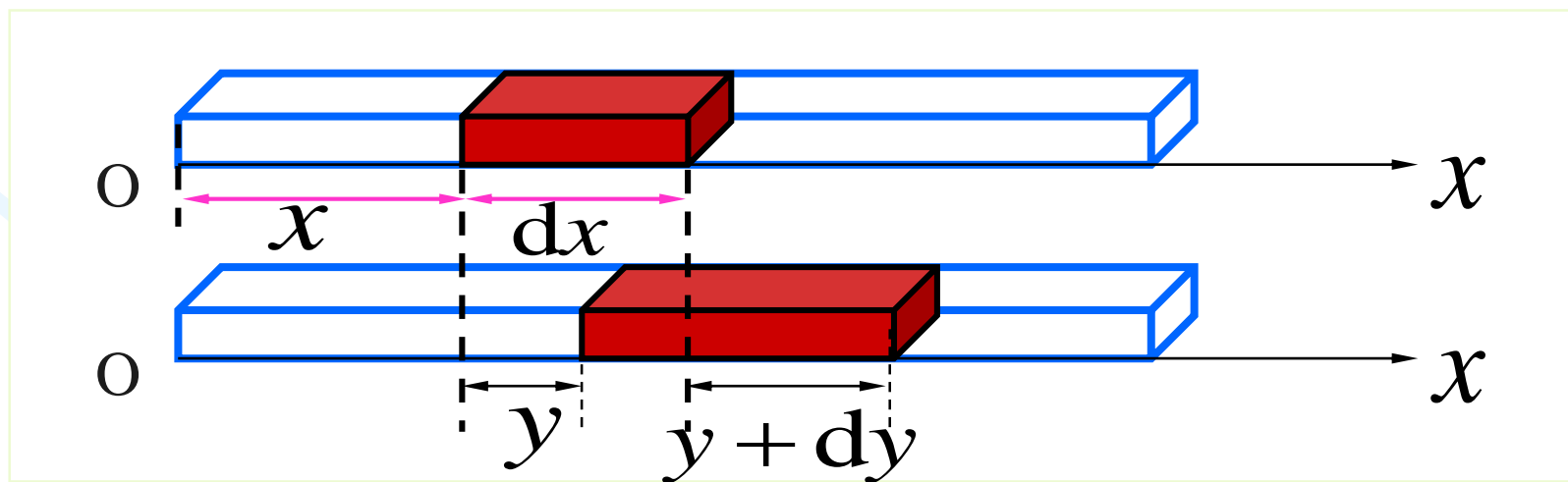
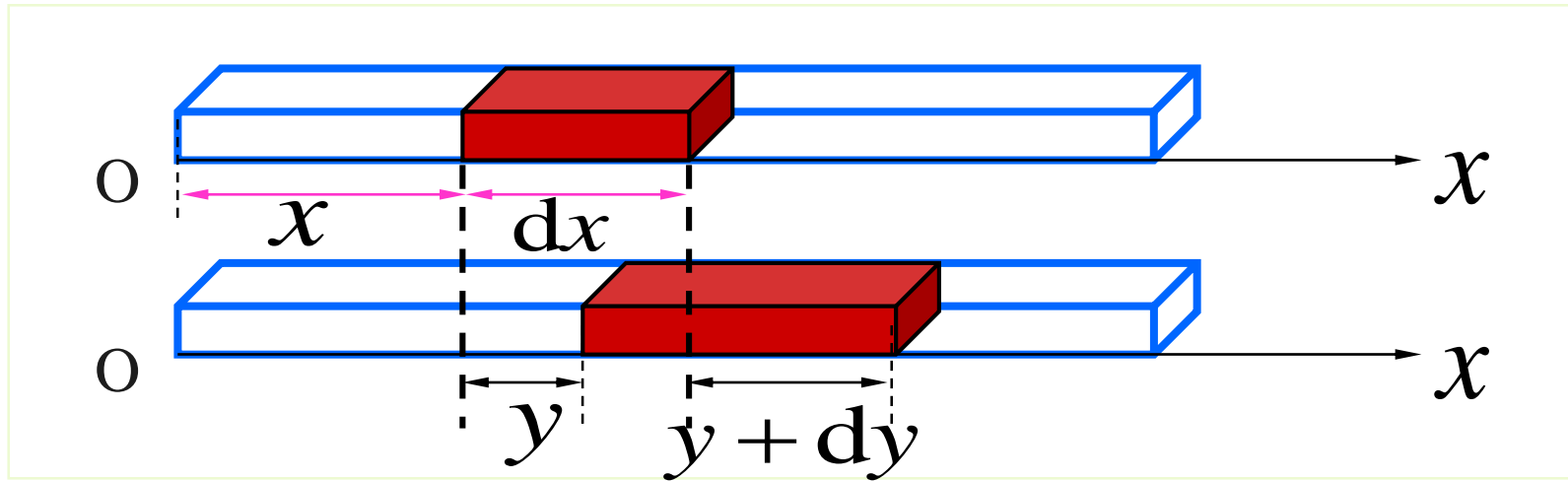


一、波动能量的传播

当机械波在媒质中传播时，媒质中各质点均在其平衡位置附近振动，因而具有**振动动能**。同时，介质发生弹性形变，因而具有**弹性势能**。

以固体棒中传播的纵波为例分析波动能量的传播。





$$dW_k = \frac{1}{2} (dm) v^2 = \frac{1}{2} (\rho dV) v^2$$

$$y = A \cos \omega \left(t - \frac{x}{u} \right) \quad \therefore v = \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega A \sin \omega \left(t - \frac{x}{u} \right)$$

☞ 振动动能

$$dW_k = \frac{1}{2} \rho dV A^2 \omega^2 \sin^2 \omega \left(t - \frac{x}{u} \right)$$

弹性势能

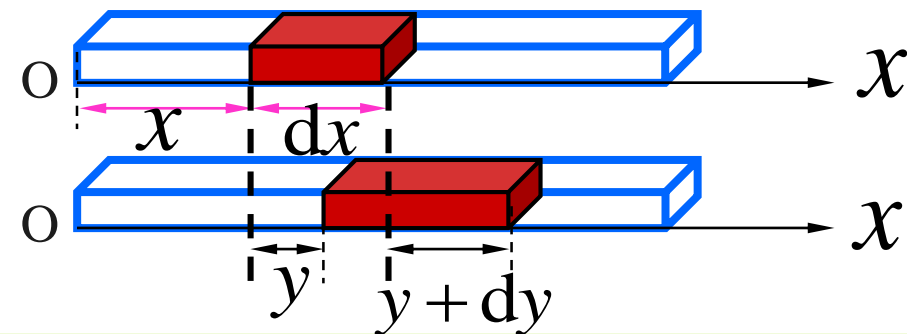
$$dW_P = \frac{1}{2} k (dy)^2$$

杨氏模量: $\frac{F}{S} = E \frac{\Delta l}{l} \quad F = \frac{ES}{l} \Delta l \quad k = \frac{SE}{dx}$

$$dW_P = \frac{1}{2} k (dy)^2 = \frac{1}{2} ES dx \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \quad u = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

$$= \frac{1}{2} \rho u^2 dV \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \quad \frac{\partial y}{\partial x} = -\frac{\omega}{u} A \sin \omega \left(t - \frac{x}{u} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \rho dV A^2 \omega^2 \sin^2 \omega \left(t - \frac{x}{u} \right)$$



$$\boxed{dW_k} = \boxed{dW_p} = \frac{1}{2} \rho dV A^2 \omega^2 \sin^2 \omega(t - \frac{x}{u})$$

➤ 体积元 dV 的总机械能

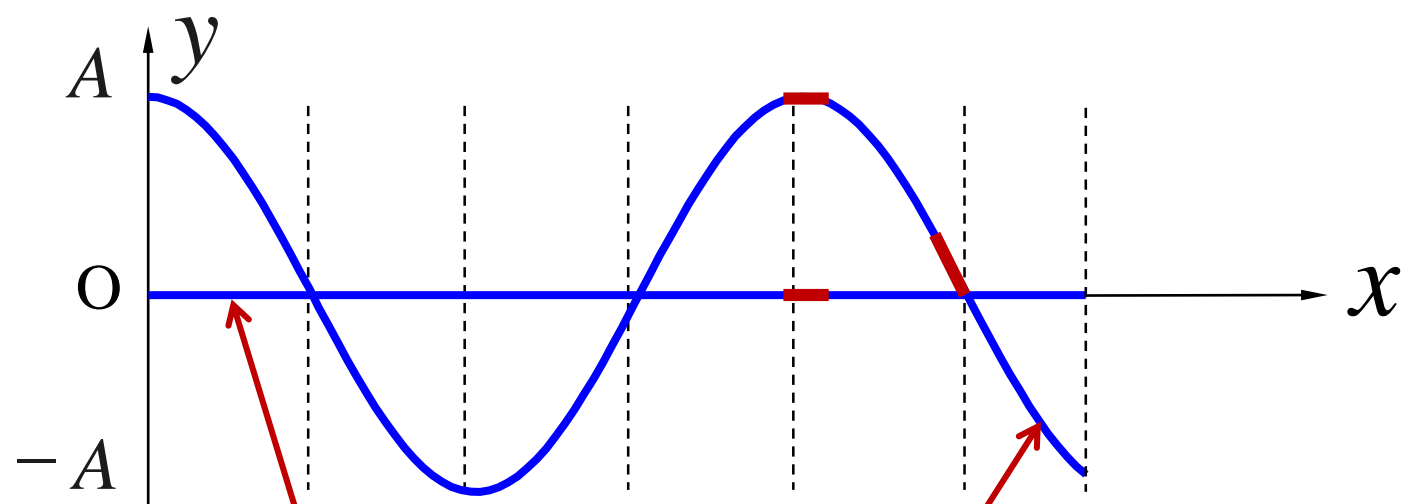
$$dW = dW_k + dW_p = \rho dV A^2 \omega^2 \sin^2 \omega(t - \frac{x}{u})$$

讨论

(1) 在波动传播的媒质中，任一体积元的动能、势能、总机械能均随 x, t 作周期性变化，且变化是**同相位**的。

☞ 体积元在平衡位置时，动能、势能和总机械能均最大。

☞ 体积元的位移最大时，三者均为零。



平衡位置时质元分布

任意时刻质元分布

图为某一时刻的波形图。在平衡位置时相同的质元：相当于波形上各个部分在 x 轴上的投影值相同。从图中可以看出，平衡位置处质元变形最大，**势能最大**（**此时，动能也最大**）；在最大位移处，质元没有发生形变，所以**势能为零**（**此时动能也为零**）。

(2) 任一体积元都在不断地**接收**和**放出**能量，即不断地传播能量。任一体积元的机械能不守恒，波动是能量传递的一种方式。

➤ **能量密度**：单位体积介质中的波动能量。

$$w = \frac{dW}{dV} = \rho A^2 \omega^2 \sin^2 \omega \left(t - \frac{x}{u} \right)$$

平均能量密度：能量密度在一个周期内的平均值。

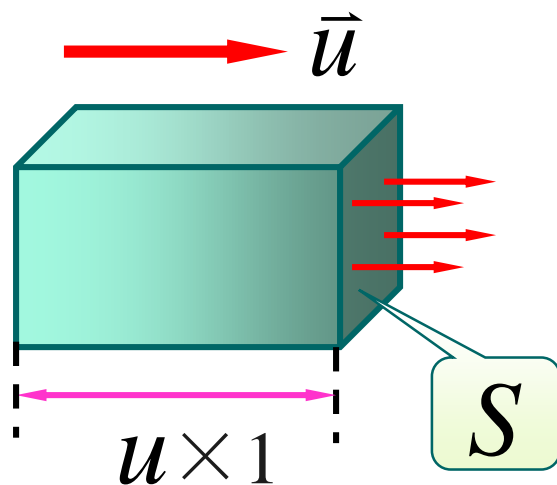
$$\bar{w} = \frac{1}{T} \int_0^T w dt = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2$$

二、 波的能量和能流密度

➤ **能流**：单位时间内垂直通过某一面积的能量。

$$P = wuS$$

➤ **平均能流**： $\bar{P} = \bar{w}uS$



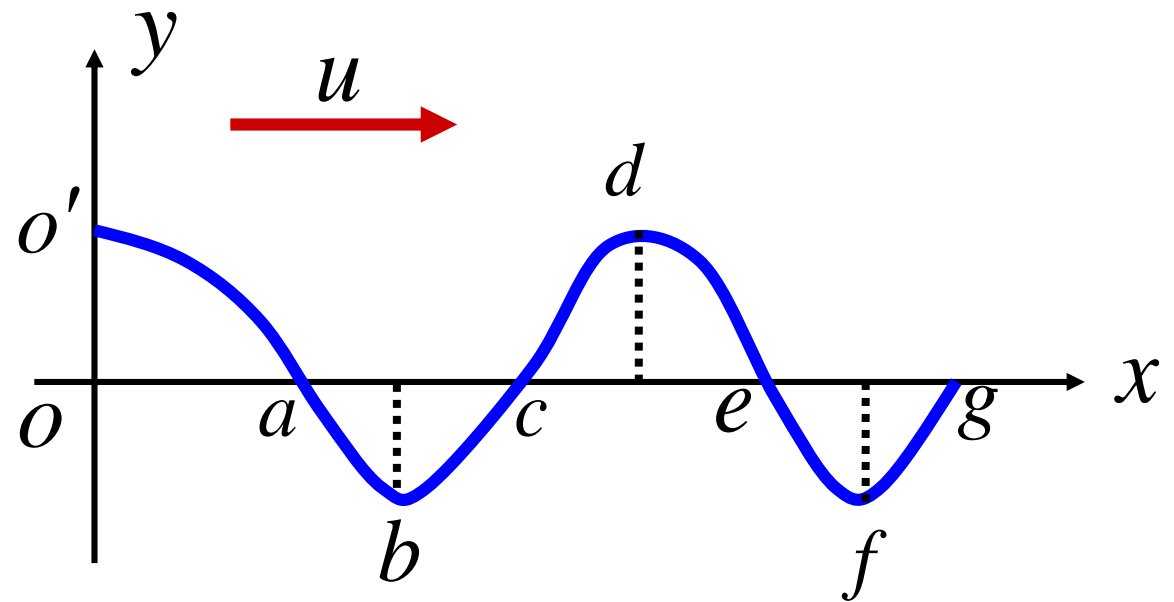
➤ **能流密度**（波的强度） I ：通过垂直于波传播方向的单位面积的平均能流。

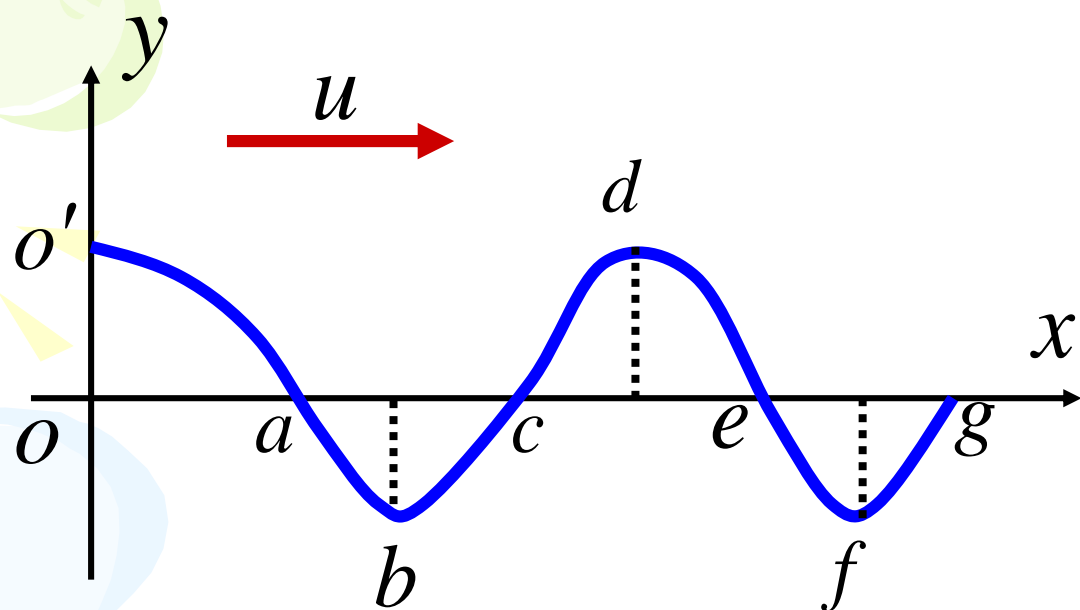
$$I = \frac{\bar{P}}{S} = \bar{w}u$$

$$I = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 u$$

例1: 一列机械横波在 t 时刻的波形曲线如图所示, 则该时刻能量为最大值的媒质质元的位置是:

- (1) o', b, d, f
- (2) a, c, e, g
- (3) o', d
- (4) b, f





解：在波动传播的媒质中，任一体积元的动能、势能、总机械能均随作周期性变化，且变化是**同相位**的。

结论：在平衡位置处动能、势能和总能量都是最大。
所以 a, c, e, g 能量为最大值。

例2: 一平面简谐波在弹性媒质中传播，在某一瞬时，媒质中某一质元正处于平衡位置，此时它的能量是：

(1) 动能为零，势能最大。

(2) 动能为零，势能为零。

(3) 动能最大，势能最大。

(4) 动能最大，势能为零。



例3：一平面简谐波在弹性媒质中传播，在媒质质元从平衡位置运动到最大位移处过程中：

- (1) 它的动能转化成势能。
- (2) 它的势能转化成动能。
- (3) 它从邻近的一段质元获得能量逐渐增大。
- (4) 它把自己的能量传给相邻的一段质元，其能量逐渐减小。

解：动能、势能、总能量同相变化。质元从平衡位置运动到最大位移处的过程中，动能在减小、势能在减小，总能量也在减小，而不是增加。

例4：图示为一平面简谐机械波在 t 时刻的波形曲线。若此时A 点处媒质质元的振动动能在**增大**，则：

- (1) A点处质元的弹性势能在**减小**； \rightarrow **增加**
- (2) 波沿 x 轴负方向传播； \checkmark
- (3) B 点处质元的振动动能在**减小**； \rightarrow **增加**
- (4) 各点的波的能量密度都**不**随时间变化。

由A点处媒质质元的振动动能在增大，可知向平衡位置运动才能保证动能增加，可知下一时刻波形图为：

