II - 矩阵计算

在上一节中，我们看到了如何使用矩阵求解线性方程组。事实上，模具是工具相比更为强大，并参与数学，物理和化学的许多领域。为了能够使用我们的产品多的电子FFI ciently，我们将在这一部分开发了一些工具和大约矩阵数学技术。

1-一般

定义14。 **对于身体 ķ 和两个整数 *ñ* 和 *p* ED 如图1所示，它定义了 以下组矩阵：**

- **中号 *N, P* p ķ q 所有矩阵 *ñ 线和 p 列* 所述管芯中 *ñ 页。***
- **中号 *1 p* p ķ q 在一行中，该组矩阵的和 *p* 列，说 *矩阵线 p 元素。***
- **中号 *N,* 1 p ķ q 所有矩阵 *ñ* 行1列，告诉 *列矩阵 ñ 元素。***
- **中号 *ñ* p ķ q" 中号 *N, N-* p ķ q 矩阵 *ñ* 线和 *ñ* 列，说 *方阵大小的 ñ。***

注

中号 P 中号 *N, P* p ķ q"P *米 I, J* q *I, J*P � 1; *ñ* � ˆ � 1; *p*"

米 1.1 ...... 米 1 J ...... 米 1 p

米 我 1 ...... 米 I, J ...... 米 I, P

米 N, 1 ...... 米 ñ, J ...... 米 N, P

<<<<####/.//////- ñ 线

p 列

定义15。 它给出了以下具体矩阵的符号：

- **0** *N, P, (* 有时一 **0 或 0** 中号 *N, P* p ķ q **或0），所述基质 无效 元素 中号 *N, P* p ķ q：P** *有 I, J* q *I, J*P � 1; *ñ* � ˆ � 1; *p* **这样**

  如@ *我* P � 1; *ñ* @ *Ĵ*P � 1; *p* ， *有 I, J*" 0它也指出：

  0 ...... 0 ， 或 0 0

  0 ...... 0 0 0

- *我 N*, **矩阵 身份（ 大小 *N*）的元件的元件 中号 *ñ* p ķ q：P** *有 I, J* q *I, J*P � 1; *ñ* � ˆ � 1; *p* **比如**

  @ *我* P � 1; *ñ* ， *有 我, 我*" 1 @ *Ĵ*P � 1; *ñ* ， *我 ‰ Ĵ 一 有 I, J*" 0它也指出：

  1 0

  0 1

注10。 零矩阵不一定是正方形。对于利弊，单位矩阵是必然！

实施例12。

- **0** 3.2 " 0 0 0 0 0 0
- *我* 4 " 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1
- **0** 21,30 " 0 ...... 0 0 ...... 0 loooooooomoooooooon 30列 //.//- 21线
- *我* 746 " 1 0 0 1 loooooooomoooooooon 746列 //.//- 746线

定义16。 是否 *ñ* 大于1的整数。它定义了下一个方阵的子集（将在必要时，矩阵 一"P. *有 I, J* **q 在这一集）：**

• d ñ p ķ q 该组矩阵 **对角：** 外对角线的所有项为零。在数学上，这是@ *I*，*J* P � 1; *ñ* � 1; *ñ* ， *我* ‰ *Ĵ* 一 *有* *I*, *J*" 0。

¨˚˚˚˚" λ1 0 ...... 0 <<<<˛ , ¨˚˚˚˚" λ1 <<<˛ ,

可以注意到 一" 诊断 p λ1。。。，λñ q"

0 λ2 0 λ2 0

0 ˚˚˚ 0 0 ˚˚˚

0 ...... 0 λñ λñ

• `T ñ p ķ q 该组矩阵 **上三角：** 下面的对角线（除外）的所有术语都为零。在数学上，这是@ *I*，*J* P � 1; *ñ* � 1; *ñ* ， *我* ED *Ĵ* 一 *有* *I*, *J*" 0。

¨˚˚˚˚" 有1.1 有1.2 ...... 有1 ñ <<<˛ , ¨˚˚˚˚" 有1.1 有1 ñ <<<˛ ,

可以注意到 一"

0 有2.2 ...... 有2 ñ 有2.2

0 ˚˚˚ 有I, N 0 ˚˚˚

0 ...... 0 有N, N- 有N, N-

• Ť ñ p ķ q 该组矩阵 **下三角：** 上面的对角线（除外）的所有术语都为零。在数学上，这是@ *I*，*J* P � 1; *ñ* � 1; *ñ* ， *我* d *Ĵ* 一 *有* *I*, *J*" 0。

¨˚˚˚˚" 有1.1 0 ...... 0 <<<<˛ , ¨˚˚˚˚" 有1.1 <<<˛ ,

可以注意到 一"

有2.1 有2.2 ...... 有2.2 0

0 ˚˚˚ 0 ˚˚˚

有N, 1 有N, 2 有ñ, J 有N, N- 有N, 1 有N, N-

建议5。 这是 `T ñ p ķ q X Ť ˙ ñ p ķ q" d ñ p ķ q

实施例13。

2-换位

定义17。 是否 *中号*“P. *米* *I*, *J* q *I*, *J*P◆1; *ñ*◆ˆ◆1; *p*P 中号 *N*, *P* p ķ Q值。 他们呼吁 换位 矩阵 *中号* 记 † *中号* 并拥有 中号 *P*, *N* p ķ q 如

† *中号*“P. *米* *J*, *I* q *J*, *I*P◆1; *p*◆ˆ◆1; *ñ*

。

注11。 一个更直观的方法是考虑一个矩阵的转

"°°" *米* 1.1 ...... *米* 1 *Ĵ* ...... *米* 1 *p* <<、,

中号“ ⋮ ...... *米* *I*, *J* ...... ⋮

米 *N*, 1 ...... *米* *ñ*, *J* ...... *米* *N*, *P*

作为基质“倒相对于对角线”：

...°°°°°°°°" ˛<<<≤*####k/////////- p* 线

米 1.1 ...... *米* *N*, 1

⋮ ⋮ ⋮

† *中号*“

米 1 *J* *米* *I*, *J* *米* *ñ*, *J*

⋮ ⋮ ⋮

米 1 *p* ...... *米* *N*, *P*
looooooooooooomoooooooooooooon

ñ 列

要小心的是，写入，我们必须认识到，安科FFI cient *米* *I*, *J* **是** *Ĵ*“ 日线
我“ 列！

注12。 在英语国家的作品，你会发现写的： *中号*† **而很少** *中号* *T.* **应注意不要混淆：** 一† *乙*“ 一p† *乙* q **而** 一† *乙*“P. 一† q *B (* **我们将清除感觉，当我们经过话语权矩阵的产品）。在历史上，法国换位是算谁的笔记** *前* **基质中，由于与线性应用和二次型这些链接。**

建议6。 是否 一P 中号 *N*, *P* p ķ Q值。 **然后** † p† 一q“ *A.*

建议7。 我们有：

- 一P `T *ñ* p ķ q DN† 一P Ť· *ñ* p ķ q
- 一P d *ñ* p ķ q 一“† 一

实施例14。

实例14以下

定义18。 是否 $\tilde{n}$ 大于1的整数。它定义了下一个方阵的子集（将在必要时，矩阵 一“P. 有 $_{I,J}$q 在这一集）：

- 小号 $_{\tilde{n}}$p ķ q 该组矩阵 对称的： 矩阵 一比如 ᵀ 一“ *A.* 在数学上，这是@ *I* , *J* P � 1; $\tilde{n}$ � 1; $\tilde{n}$ ， 有 $_{J,I}$“ 有 $_{I,J}$。

  可以注意到 一“

  ˆ˚˚˚˚˚“ 有 $_{1.1}$ 有 $_{1.2}$ ...... 有 $_{1\tilde{n}}$ ˛˛˛˛¸ , ¨˚˚˚˝ 有 $_{1.1}$ 有 b ˛˛˛¸ ,

  有 $_{1.2}$ 有 $_{2.2}$ ...... ˚˚˚ AA $_{2.2}$ *d* *d* ˚˚˚ ç

  ˚˚˚ ˚˚˚ 有 $_{J,N}$ b CA $_{N,N}$‚

  有 $_{1\tilde{n}}$ ...... 有 $_{J,N}$ 有 $_{N,N}$‚

- 小号 $_{\tilde{n}}$p ķ q 该组矩阵 反对称： 矩阵 一如“ ᵀ 一“‘ 一”。在数学上，这是@ *I* , *J* P � 1; $\tilde{n}$ � 1; $\tilde{n}$ ， 有 $_{J,I}$“‘ 有 $_{I,J}$。

  可以注意到 一“

  ˆ˚˚˚˚˚“ 有 $_{1.1}$ 有 $_{1.2}$ ...... 有 $_{1\tilde{n}}$ ˛˛˛˛¸ , ¨˚˚˚˝ 0 有 b ˛˛˛¸ ,

  “ 有 $_{1.2}$ 有 $_{2.2}$ ...... ˚˚˚ “ 有0 *d*

  ˚˚˚ ˚˚˚ 有 $_{J,N}$ “ *d*˚ ˚ ˚ ç

  “ 有 $_{1\tilde{n}}$ ......“ 有 $_{J,N}$ 有 $_{N,N}$‚ “ b “ ç0

8号提案。 是否 一P 一 $_{\tilde{n}}$p ķ q 然后@ *我* P � 1; $\tilde{n}$ ， 有 $_{我,我}$“ 0反对称矩阵对零的COE FFI cients对角线。

建议9。 小号 $_{\tilde{n}}$p ķ q X 一 $_{\tilde{n}}$p ķ Q“Ť 0 $_{N,N}$‚ ü

示例2。

实施例15。

在矩阵3-操作

3.A) 加入音响nishing 19。 一个可以定义 **加法** 上 中号 N, P p ķ 问：@ *M* , *N* P 中号 N, P p ķ q2 *中号* “P. *米* I, J q *ñ* “P. *ñ* I, J q

我们要问：

p *M*`*ñ* q“P *米* $I, J$` *ñ* I, J q I, J P ◆ 1; *ñ* ◆ ˆ ◆ 1; *p* P 中号 N, P p ķ q

注13。 两个矩阵具有相同的形状，并简单地增加一个与共享中的其他基质的相同位置的COE FFI cient的每个COE FFI cient。所以我们先从大小的两个矩阵 *ñ p* 对于大小的矩阵 *ñ 页*。

命题10。 添加和定义 中号 N, P p ķ 问：

- **是 联想：**@ *A* , *B* , *C* P 中号 N, P p ķ q3 : p *A*`*B* q` *ç*“ *TO* p *乙*`*C* q
- **是 可交换：**@ *A* , *B* P 中号 N, P p ķ q2 : *A*`*B*“ *乙*`一
- 有 **中性元素：**@ 一 P 中号 N, P p ķ 问： *TO* **0** N, P“ 一
- 每个元件具有通过将画了逆 **相反的：**@ 一 P 中号 N, P p ķ qD的 *乙* P 中号 N, P p ķ q { *TO B*“ **0** N, P。注 *乙* “' 一

注14。 关联性使我们无需abiguïté写 *A*`*B*`*C*，或 ÿ 一 *我* 对于金额 *我*

网络定义为例子。每个从添加属性的自然这些属性的 [R 或 C.

实施例16。

3.B) 外部产品音响nishing 20。 一个可以定义 **外积** 上 中号 N, P p ķ q 由 K : @ λ P 沃顿知识 *中号* P 中号 N, P p ķ q *中号* "P. *米* I, J q 我们要问：

λM "P. $\lambda.m_{I, J}$ q I, JP ◆ 1; ñ ◆ ˆ ◆ 1; p P 中号 N, P p ķ q

注15。 简单地说，通过乘以每个COE FFI cient λ P ķ 和基体的大小保持不变。请注意，我们采取的产品不属于同一组的两个元素！说起 *可交换* 将没有任何意义。谈起 *中性元素* 需要一些更精确！

命题11。 外部产品和上定义 ķ ˆ 中号 N, P p ķ 问：

- **是 联想左：@** λ , μ P ķ 2 @ *中号* P 中号 N, P p ķ 问： λ p *微摩尔* q"P $\lambda\mu$ q *中号*
- 有 **中性元素左：@** *中号* P 中号 N, P p ķ 问： 1 *中号* " *中号*
- 有 **吸收元件左：@** *中号* P 中号 N, P p ķ 问： 0 *中号* " **0** N, P

建议12。 加 中号 N, P p ķ q 和外产物是 **共分配：**

- @ λ , μ P ķ 2 @ 一 P 中号 N, P p ķ q : P *`Mλ* q 一 " *λA`微安*
- @ λ P 沃顿知识 *A* , *B* P 中号 N, P p ķ q 2 : λ p *A`B* q" *λA`λB*

实施例17。

定理4。 *该套* d ñ p ķ q `T ñ p ķ q Ť · ñ p ķ q 小号 ñ p ķ q 一 ñ p ķ q *是稳定的加成产物与外部。*

定理5。 *换位是线性的：@* λ P 沃顿知识 *A* , *B* P 中号 N, P p ķ q 2 , T p *λA`B* q" *λ* ť *TO* ť *B.*

定理6。 *任何方阵可唯一地以对称的矩阵和一个斜对称矩阵的总和被分解。*

@ *中号* P 中号 ñ p ķ q d。P个！ *S* , *A* q P构成 小号 ñ p ķ q 一 ñ p ķ q { *中号* " （ *idm习语* ）一

进而 小号 " 12 p *M`* ť *中号* q *和* 一 " 12 p *中号* " ť *中号* q

示例3。

4-乘法

定义21。 一个可以定义 **矩阵乘法：** 是否 一P 中号 $_{N,P}$ p ķ q 和 乙P 中号 $_{P,Q}$ p ķ q
它定义了产品，以便 一ˆ *B*（ 经常注意 *AB*） 通过：

$$一ˆ 乙“ ç“P. ç_{I,J} q_{I,J P} ◆ 1; ñ ◆ ˆ ◆ 1; q P 中号_{N,Q} p ķ q$$

同

$$ÿ$$

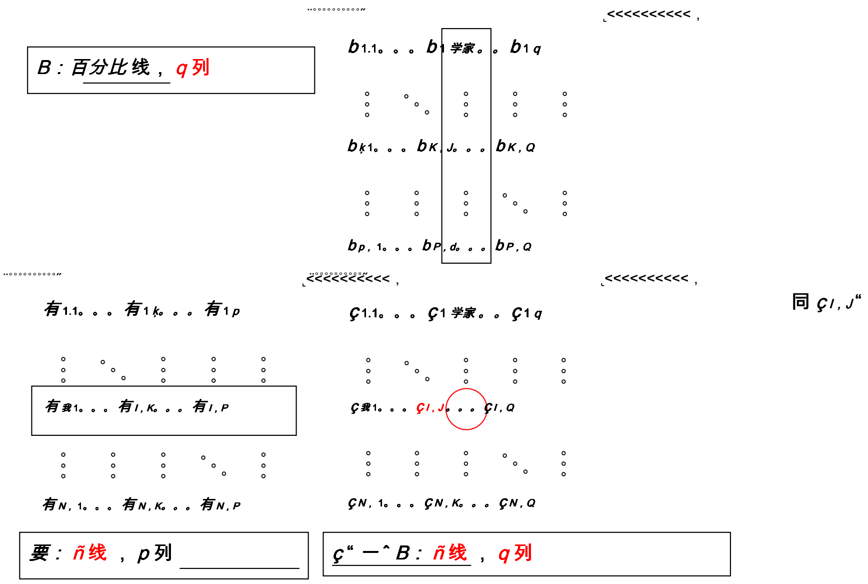
$$ç_{I,J}“ ñ \quad 有_{I,K} b_{K,J。}$$

$$ķ“ 1$$

注16。 平时注意产品的两个矩阵属于双FF erent套。这不是一个内部产品。此外，我们可以不采取任何一对矩阵的所述产品需要左侧线的数量等于右列的数量。

人们可以通过两个两个的COE FFI cients相乘，定义一个内部产物被用于添加完成。事实证明，这几乎是无用的，没有有趣的特性。。。

注17。 为了记得该产品的配方，并计算ËFFI ciently矩阵乘积，它可能有助于放置在模具中之后的音响古尔：



注18。 注意通常，矩阵产品是不可交换的（即使在两组方矩阵相同大小的的！）更多的时候 *AB* ‰ *BA*。

13号提案。 当所定义的，矩阵产品是：

- **联想：**@ *A*，*B*，*C*P 中号 $_{N,P}$ p ķ q 中号 $_{P,Q}$ p ķ q 中号 $_{Q,R}$ p ķ q 一p *BC* q“P *AB* q *C*.
- **双线性：**@ 一$_1$ 一$_2$P 中号 $_{N,P}$ p ķ q因子@ 乙P 中号 $_{P,Q}$ p ķ q因子@ λP K：
  - p λ*A*$_1$` 一$_2$ q 乙“ λ*A*$_1$ 乙`λ*A*$_2$ 乙
  - 乙p λ*A*$_1$` 一$_2$ q“ λ*BA*$_1$` λ*BA*$_2$

注19。 是否 一P 中号 $_{N,P}$ p ķ q 则：

我$_ñ$ 一“ 一   0 $_{P,N}$ 一“ 0 $_{Q,2P}$@ q P ñ·   *A*I$_p$“ 一   一0 $_{P,Q}$“ 0 $_{N,Q因子}$@ q P ñ·

实施例18。

注20。 对角矩阵，三角形（上和下），并对称稳定的基质产物。然而，没有反对称矩阵当心！

定理7. @ λ P 沃顿知识 *A*，*B* P 中号 *N*, *P* p ķ q 中号 *P*, *Q* p ķ q ｔ p λ*AB* q“ λｔ 乙ｔ 一

定义22。 这自然定义 *权力 ķ 日* 矩阵 *中号* P 中号 *ñ* p ķ 问：

- 一0“ 我 *ñ*
- @ ñ P ñ 一 *N*´1“ 一ˆ 一 *ñ*

定理8。 *让 一 和 乙 两个方形矩阵，开关（即 AB“ BA）。 则：*

- p *A*`*B* q *ñ*“ *ñ* ÿ ˆ *NK* 一 *ñ*“ *ķ* 乙 *ķ*。（牛顿式） *ķ*“ 1
- 一 *ñ*“ 乙 *ñ*“P. 一“ 乙 q ´ *ñ* ÿ 一 *ñ*“ *ķ* 乙 *ķ* ¸。 *ķ*“ 1

样品4。 在完全相同的方式为真正复杂的地方：通过感应与指数的变化来继承示范，这让 p *在B点* q *N*´1“P. *A*`*B* q *ñ* p *A*`*B* Q值。 它必须是JUSTI网络版的利弊，何时何地，我们使用可交换的假设。同样的分解 一 *ñ*“ 乙 *ñ*。

¨˝ 1 2 3 0 1 2 0˛. 它还试图矩阵 乙这样

应用1。 我们要计算 一 *N*，同 一“ 0 1

那 *AB*“ *BA*“ 我 3。

1-令 *ñ*“ 一“ 我 3。计算 *ñ* 2 *ñ* 3 和 *ñ* 4。

2派生 *ñ* *ķ* 为 *ķ* ED 4。

3-随着牛顿公式，推导出一个简单的形式 一 *ñ*。

4-与式因式分解推导出矩阵 *B.*

矩阵乘积，式定义，例子强调碱和到达集。物业icelui：在+联想双线性。没有系统地交换/中性/由多组反向，和方阵的连的情况。稳定性定理
对角线，三角形，