

第二章 压力容器应力分析

CHAPTER II STRESS ANALYSIS OF PRESSURE VESSELS

第五节 壳体屈曲分析

2.5 壳体屈曲分析

教学重点:

- (1) 屈曲概念;
- (2) 周向受外压圆筒的临界压力计算。
- (3) 长圆筒、短圆筒、临界长度

教学难点:

屈曲概念

主要内容

2.5.1 概述

2.5.2 均布轴压圆筒的临界应力

2.5.3 周向受外压圆筒的临界压力

2.5.4 其他回转薄壳的临界压力

2.5.5 壳体许用临界载荷

2.5.6 壳体屈曲数值模拟方法

屈曲现象

2.5.1 概述

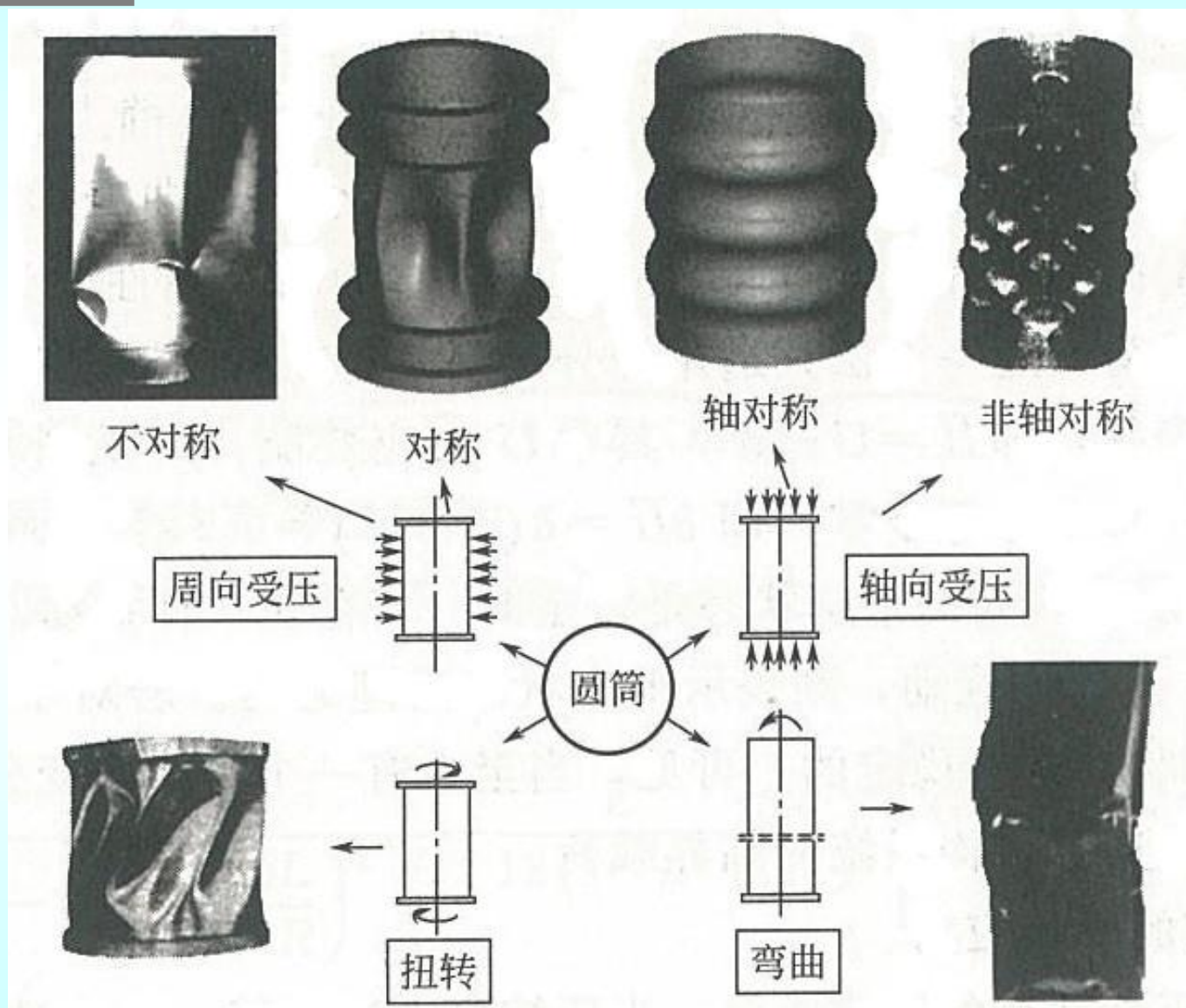


图 2—38 典型圆筒屈曲后的形状

2.5.1 概述

屈曲现象

承受外压载荷的壳体，当外压载荷增大到某一值时，壳体会突然失去原来的形状，出现被压扁或出现波折，此时壳体发生了屈曲，它是外压壳体破坏的常见形式之一。

影响
因素

结构尺寸
材料力学性能
载荷条件
边界条件

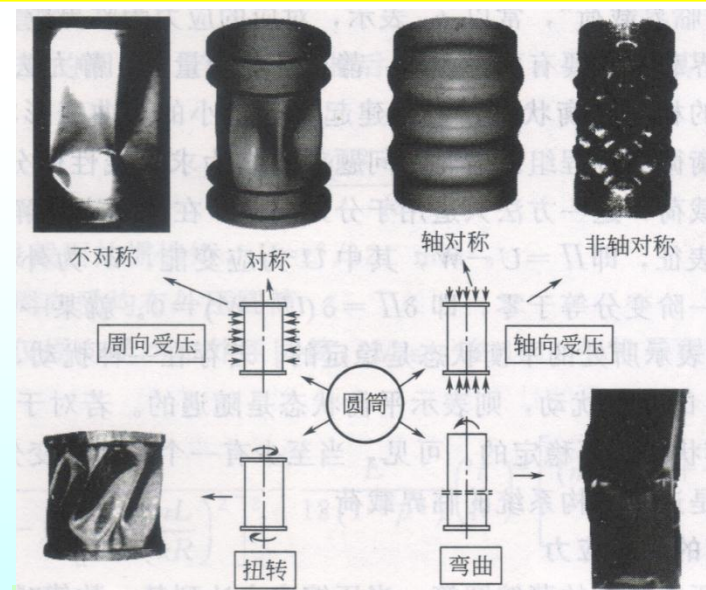


图 2—38
典型圆筒屈曲后的形状

2.5.1 概述（续）

屈曲类型

极值屈曲

在载荷与位移曲线最高点（极值点）处发生的垮塌。

分叉屈曲

结构从一种平衡状态向另一种平衡状态转变，结构的位形将突然发生很大的改变。

一个受轴向压缩的薄壁圆筒，其轴向载荷与端部轴向位移的关系如图2-39所示。

- 实线：几何形状理想的圆筒轴向载荷与位移的关系曲线；
- 虚线：存在一定形状缺陷的实际圆筒

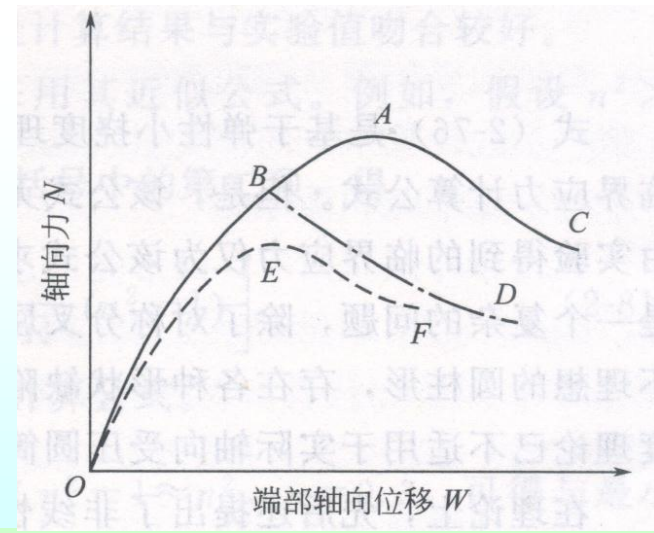
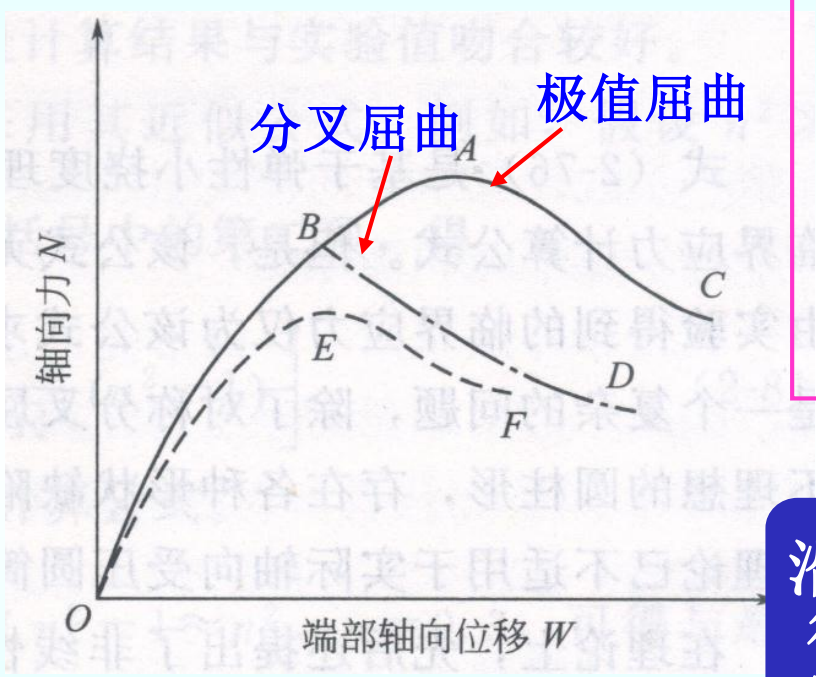


图 2-39
载荷与位移关系曲线

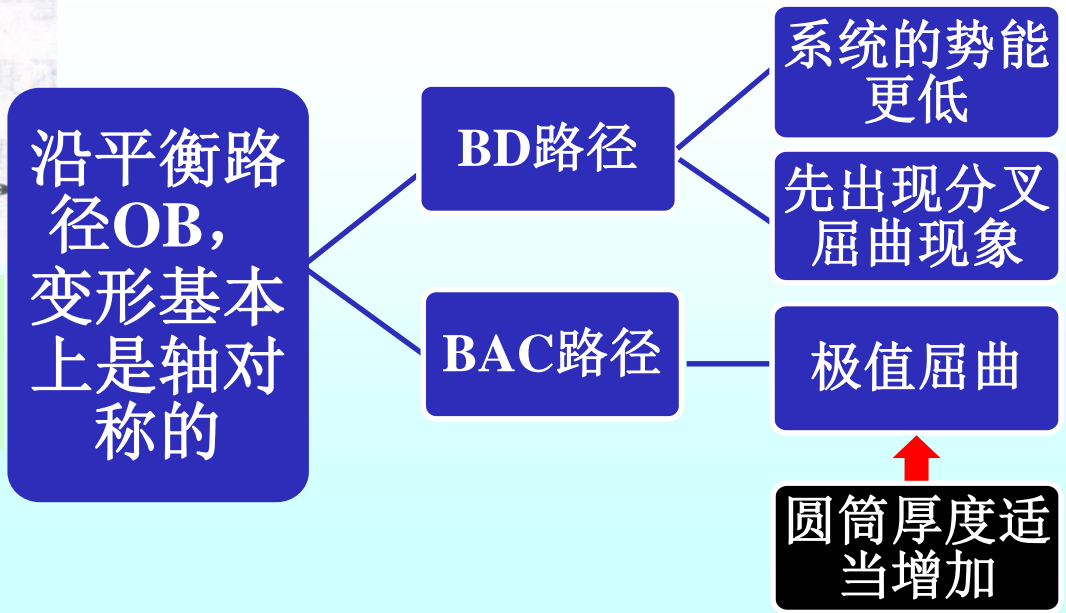
2.5.1 概述（续）

屈曲类型



- A点：载荷与位移曲线最高点，它表示几何形状理想的圆筒轴向压缩时的**极限载荷**
- B点：几何形状非常理想的薄壁圆筒从一种平衡状态向另一种平衡状态转变时的**分叉点**
- E点：实际圆筒中，圆筒轴向承载时的**最大载荷**

图 2—39
载荷与位移关系曲线



2.5.1 概述（续）

稳定性观点

1.失稳现象

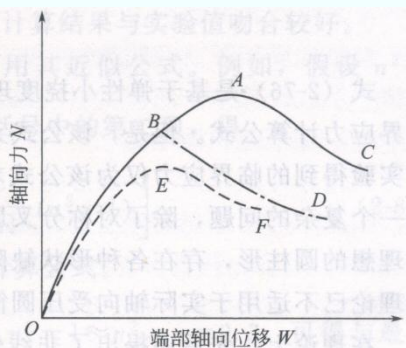


图 2-39
载荷与位移关系曲线

系统在外界的干扰作用下，离开了原来平衡状态，当外界干扰作用撤销时，系统无法恢复至原来平衡状态，这一现象称为**失稳**（相对于原来平衡状态而言），该系统失稳时对应的载荷称为**临界载荷**。

- A点：理想结构的极限载荷，极值屈曲的临界载荷
- B点：理想结构分叉屈曲时的临界载荷
- E点：非理想结构发生屈曲时临界载荷

最小值

2.临界压力

就壳体而言，若给定的载荷为压力载荷时，则通常采用“临界压力”来代替“临界载荷”，常以 P_{cr} 表示。对应的应力为临界应力，以 σ_{cr} 表示。

2.5.1 概述（续）

理论求解壳体临界载荷的主要方法

静力法

壳体在临界状态附近存在一种无限小的相邻平衡状态，重新建起在极微小的弯曲变形状态下的稳定平衡状态，然后写出它的平衡微分方程组

归结为求解线性微分方程的特征值问题

只适用于分叉屈曲

能量法

势能 Π 表征保守力系统的能量
 $\Pi=U-W$ ，
其中 U 为应变能， W 为外力功

对于一切扰动，
 $\delta^2\Pi>0$ ，平衡状态是稳定的

$\delta^2\Pi<0$ ，平衡状态是不稳定的

$\delta^2\Pi=0$ ，且系统不存在任何使 $\delta^2\Pi<0$ 的其他扰动，平衡状态是随遇的

当至少有一个可能的变分使 $\delta^2\Pi$ 为非正值时，所得的最小载荷就是连续结构系统的临界载荷

2.5.2 均布轴压圆筒的临界应力

对于受轴向均布压缩载荷的薄壁圆筒，当压缩应力达到某一数值时，就会出现轴向分叉屈曲。

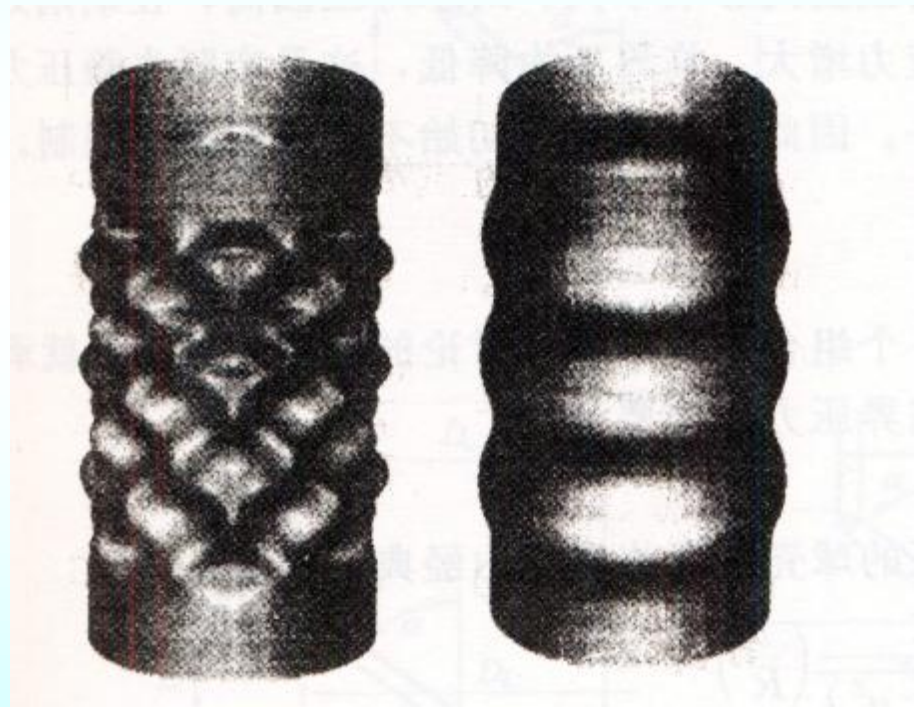
非对称屈曲：图（a）
对称屈曲：图（b）

Timoshenko按弹性小挠度理论，得到轴对称分叉屈曲时临界应力：

$$\sigma_{cr} = \frac{E}{\sqrt{3(1-\mu^2)}} \frac{t}{R} \quad (2-75)$$

对于钢材， $\mu=0.3$ ，则

$$\sigma_{cr} = 0.605 \frac{Et}{R} \quad (2-76)$$



(a) 非轴对称形式 (b) 轴对称形式

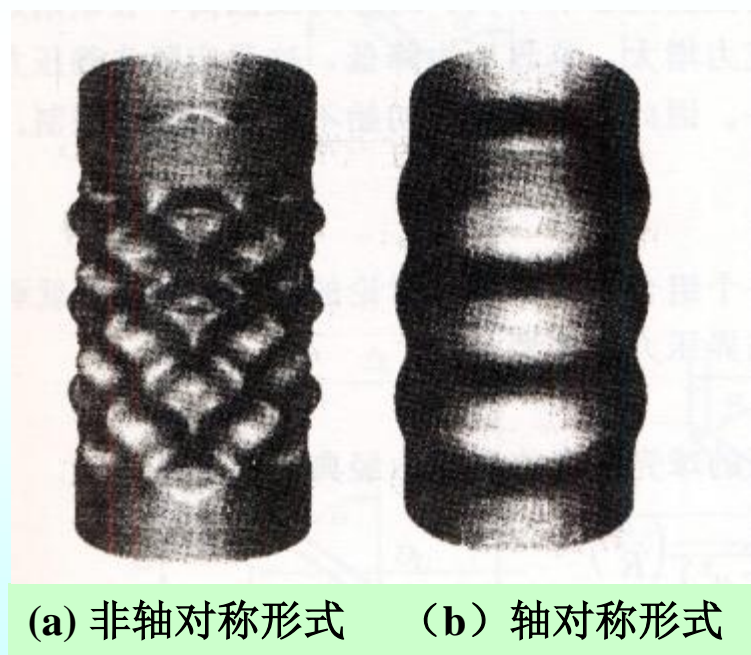
2.5.2 均布轴压圆筒的临界应力（续）

轴向受压圆筒屈曲问题的理论分析是一个复杂的问题

- 1. 除了对称分叉屈曲可能外，还存在非对称屈曲的可能
- 2. 实际圆筒是不理想的圆柱形，存在各种形状缺陷
- 3. 实际圆筒屈曲后变形量较大

可见，线弹性小挠度理论已不适用于实际轴向受压圆筒屈曲问题！

在工程设计中，通常由公式计算得到理论的临界应力，再引入经验修正系数进行修正，来求得设计的临界应力。



2.5.3 周向受外压圆筒的临界压力

- (1) 周向受外压的无限长圆筒
- (2) 两端简支的周向受均布外压圆筒
- (3) 临界长度

2.5.3 周向受外压圆筒的临界压力

(1) 周向受外压的无限长圆筒

周向受均布外压的无限长圆筒屈曲时出现两个波纹。

Bresse临界压力
计算公式

$$p_{cr} = \frac{2E}{1 - \mu^2} \left(\frac{t}{D} \right)^3 \quad (2-77)$$

对于单位轴向长度的圆环，若假设屈曲后，圆环成n波。

分叉屈曲临界压力
计算公式

$$p_{cr} = \frac{(n^2 - 1)EI}{R^3} \quad (2-78)$$

2.5.3 周向受外压圆筒的临界压力（续）

（2）两端简支的周向受均布外压圆筒

短圆筒的最小临界压力近似计算公式：

$$p_{cr} = \frac{2.59Et^2}{LD\sqrt{D/t}} \quad (2-83)$$

拉姆公式，仅适合弹性屈曲

值得说明的是，以上公式是基于薄壳理论，以中面的直径作为特性尺寸，而实际圆筒，外压受力面是在圆筒外径 D_0 。工程计算中，考虑到外压壳体壁厚比较薄，故直接用外径 D_0 代替以上公式中的 D 进行计算。

2.5.3 周向受外压圆筒的临界压力（续）

（3）临界长度


$$p_{cr} = \frac{2E}{1 - \mu^2} \left(\frac{t}{D} \right)^3 \quad (2-77)$$

仅适用于长圆筒！

$$p_{cr} = \frac{2.59Et^2}{LD\sqrt{D/t}} \quad (2-83)$$

仅适用于短圆筒！

区分长、短圆筒用特征长度 L_{cr}

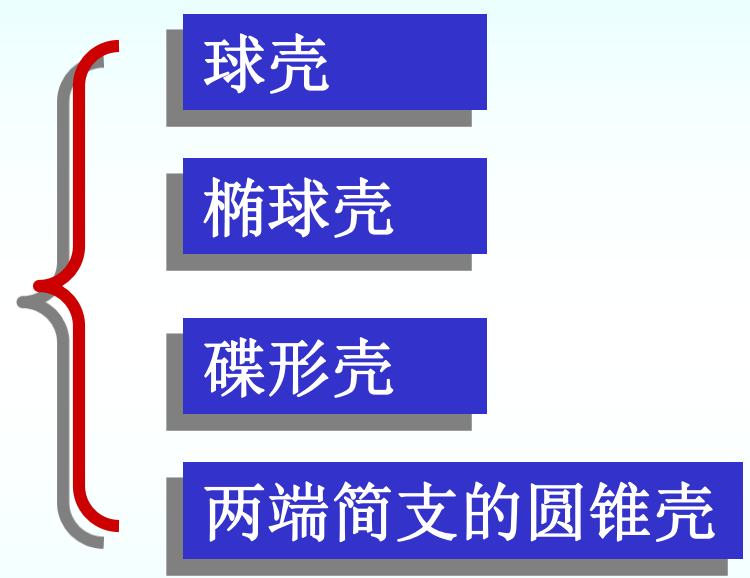
- $L > L_{cr}$ —— 长圆筒
- $L < L_{cr}$ —— 短圆筒
- $L = L_{cr}$ 

(2-77) = (2-83) 压力相等



$$L_{cr} = 1.17D_o\sqrt{\frac{D_o}{t}} \quad (2-84)$$

2.5.4 其他回转薄壳的临界压力



2.5.4 其他回转薄壳的临界压力（续）

球壳

临界压力经典公式

$$p_{cr} = \frac{2E}{\sqrt{3(1-\mu^2)}} \left(\frac{t}{R} \right)^2 \quad (2-86)$$

与轴向受压圆筒问题类似，这一由小挠度理论得出的公式计算所得的临界压力远高于实际值，工程计算中，同样要引入修正系数进行修正，具体可见相关的标准。

2.5.4 其他回转薄壳的临界压力（续）

碟形壳

$$p_{cr} = \frac{2E}{\sqrt{3(1-\mu^2)}} \left(\frac{t}{R} \right)^2$$

钢 材:

$$p_{cr} = 1.21E \left(\frac{t}{R} \right)^2$$

同球壳计算，但 R 用碟形壳中央部分的外半径 R_o 代替

椭球壳

同碟形壳计算， $R_o = K_1 D_o$

K_1 见第四章

2.5.4 其他回转薄壳的的临界压力（续）

两端简支圆锥壳

圆锥壳屈曲与等效圆筒屈曲相类似

临界压力：

$$p_{cr} = \bar{p} \rho$$

注意： \bar{p} ——等效圆筒的临界压力

ρ ——关联系数

适用于： $\alpha \leq 60^\circ$

若 $\alpha > 60^\circ$ 按圆平板计算，平板直径取锥壳最大直径

2.5.5 壳体许用临界载荷

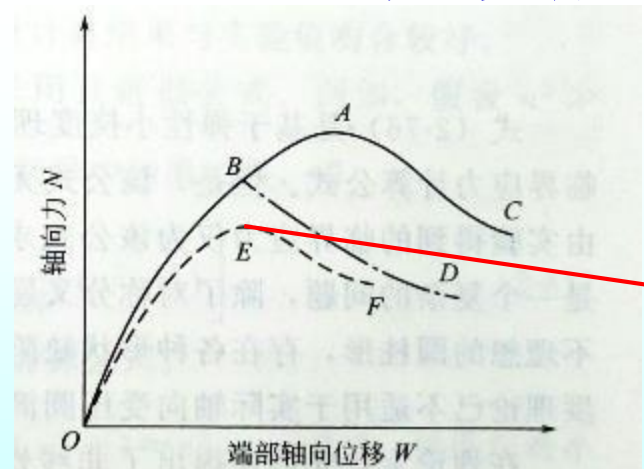
实际壳体往往存在形状缺陷，如整体不圆和局部区域中的折皱、鼓胀或凹陷等。

内压作用圆筒

- 存在消除筒体不圆等形状缺陷的趋势
- 这些形状缺陷对内压圆筒的强度影响不大

外压壳体

- 在缺陷处会产生附加的弯矩
- 进一步使形状缺陷增大，同时产生更大的附加应力
- 对临界压力的影响较大



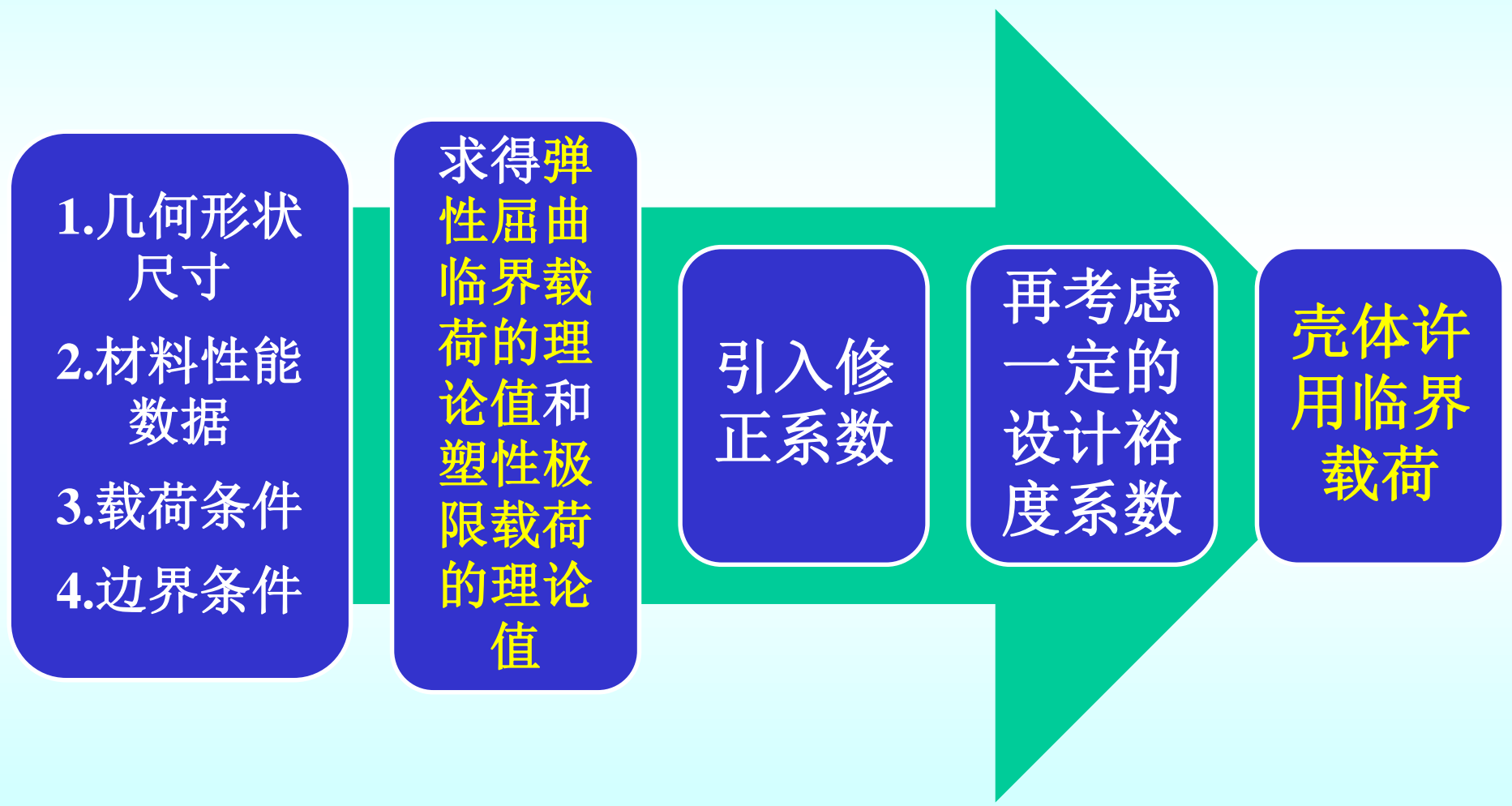
形状缺陷 导致临界压力下降

- 影响大：受轴压的薄壁圆筒、受外压的薄壁球壳
- 影响小：受周向外压的圆筒

图 2-39
载荷与位移关系曲线

2.5.5 壳体许用临界载荷（续）

采用理论方法确定许用临界载荷的计算流程



2.5.6 壳体屈曲数值模拟方法

两种数值模拟方法 { 1.特征值屈曲分析
2.非线性屈曲分析

1.特征值屈曲分析

可以预测理想线弹性结构的分叉屈曲的理论临界载荷
得到的是非保守解，不能直接应用于实际工程分析，须相关修正。

2.非线性屈曲分析

通常用于实际结构的抗屈曲能力评估

该方法应用逐步增加载荷的非线性静力分析来寻找极值点的载荷。

作 业: P72:

13,14,15,16