北京化工大学
Beijing University of Chemical Technology

信号与系统

第一章 信号与系统基本概念

主讲教师：袁洪芳

主要内容 CONTENTS

3

典型信号之奇异信号

-- 单位斜变信号

-- 阶跃信号和矩形脉冲信号

-- 单位冲激信号

-- 单位样值序列

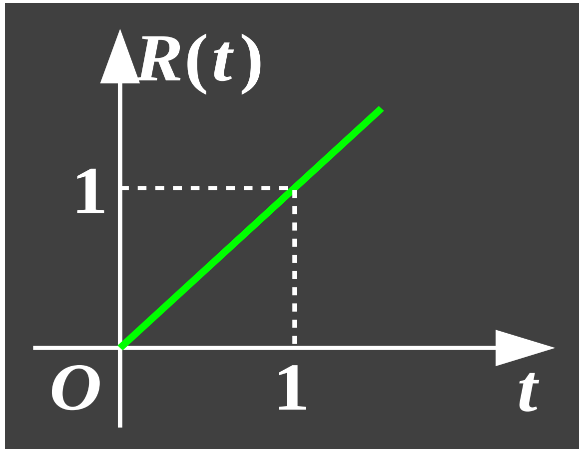
-- 阶跃序列和矩形脉冲序列

-- 单位斜变序列

3.1 单位斜变信号

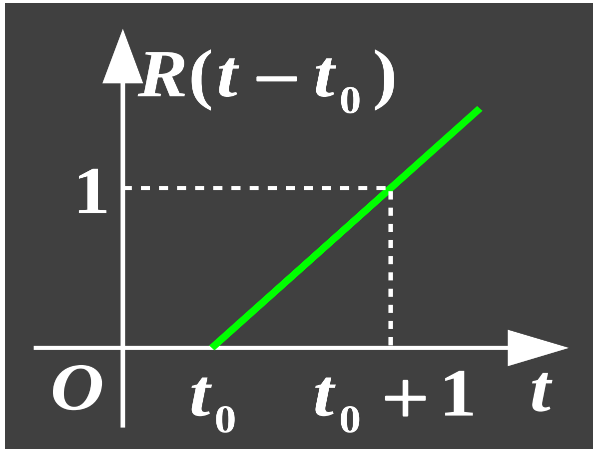
1、定义

$$R(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ t & t\geq 0\end{cases}$$



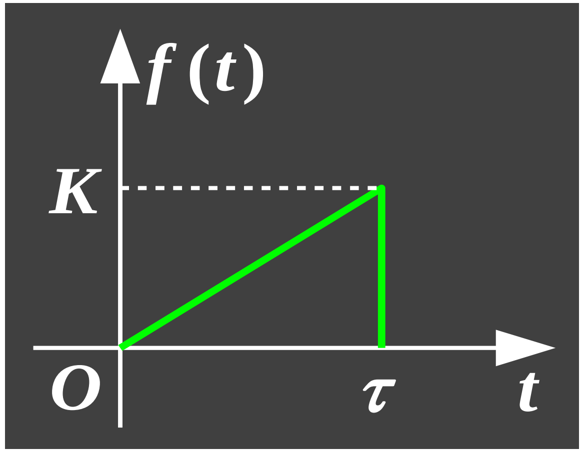
2、有延迟的单位斜变信号

$$R(t-t_0)=\begin{cases}0 & t<t_0\\ t-t_0 & t\geq t_0\end{cases}$$



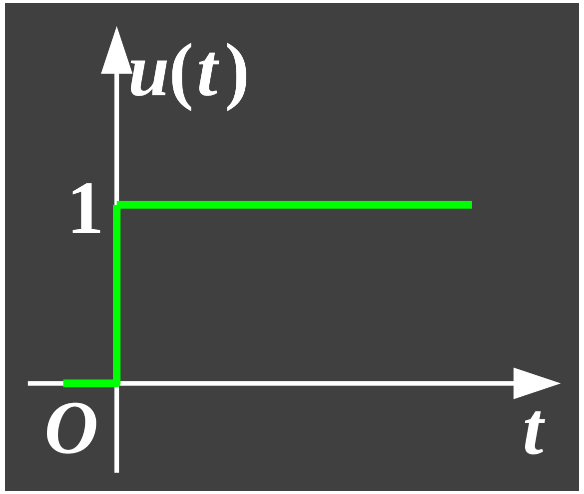
3、三角脉冲

$$f(t)=\begin{cases}\dfrac{K}{\tau}R(t) & 0\leq t\leq \tau\\ 0 & 其\ 它\end{cases}$$



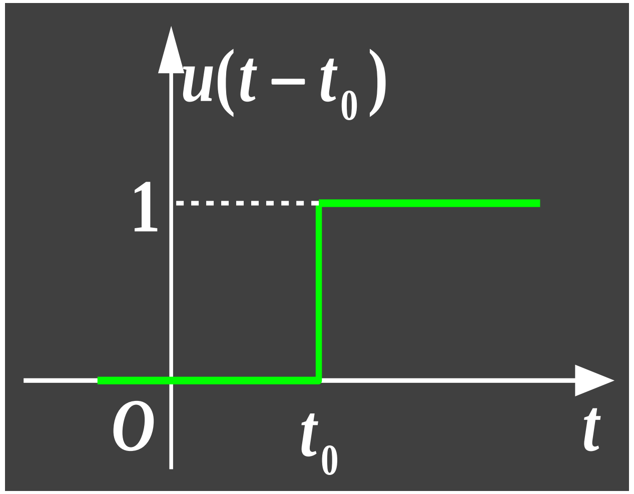
1、定义

$$u(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ 1 & t>0\end{cases}\quad 0\text{点无定义或}1/2$$



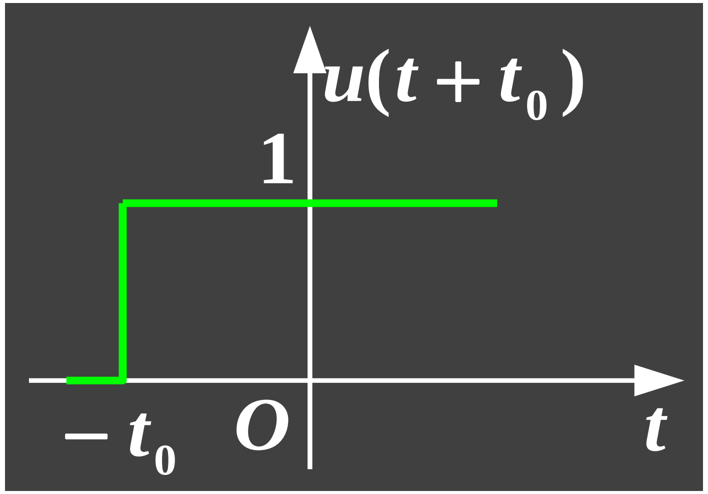
2、右移的阶跃信号

$$u(t-t_0)=\begin{cases}0 & t<t_0\\ 1 & t>t_0\end{cases},t_0>0$$



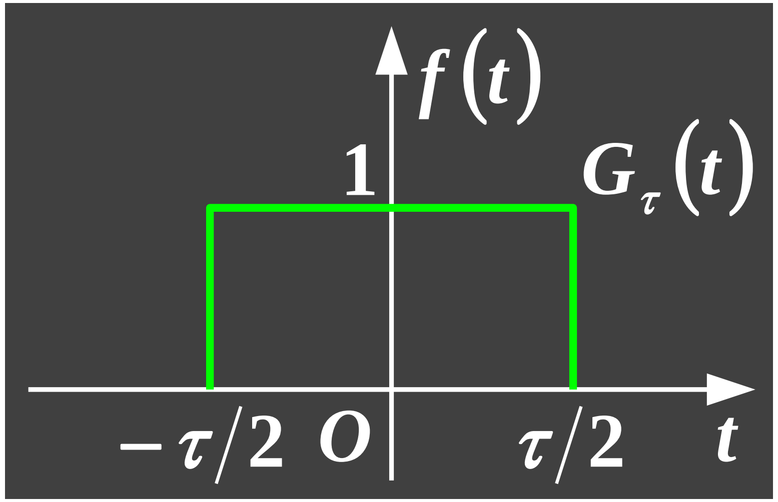
3、左移的阶跃信号

$$u(t+t_0)=\begin{cases}0 & t<-t_0\\ 1 & t>-t_0\end{cases},t_0>0$$



1、矩形脉冲

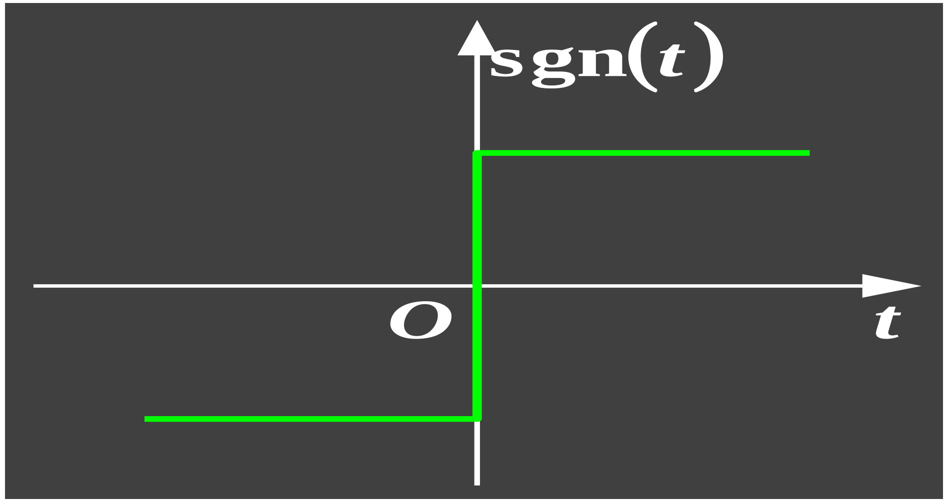
$$f(t) = u\left(t+\frac{\tau}{2}\right) - u\left(t-\frac{\tau}{2}\right)$$



2、符号函数（Signum）

$$\mathrm{sgn}(t) = \begin{cases} 1 & ,t > 0 \\ -1 & ,t < 0 \end{cases}$$

$$\mathrm{sgn}(t) = -u(-t) + u(t) = 2u(t) - 1$$



定义一：狄拉克（Dirac）函数定义

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)dt = 1$$

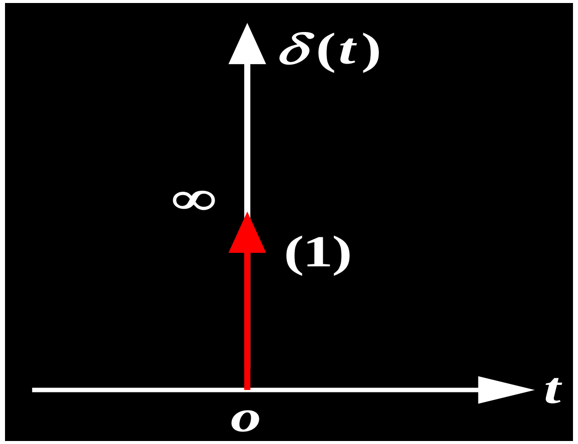
$$\delta(t) = 0 \quad ,t \neq 0$$

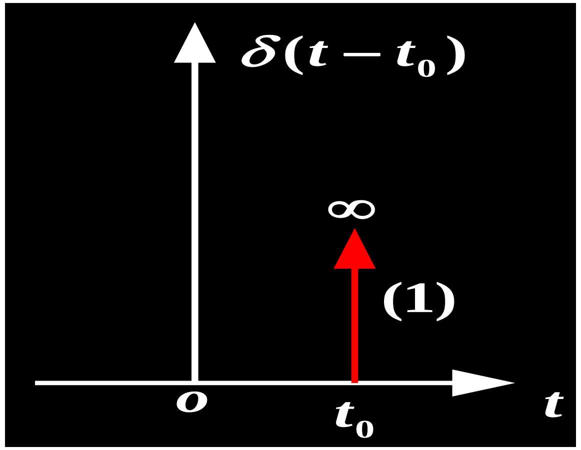
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)dt = \int_{0_-}^{0_+} \delta(t)dt$$

（1）函数值只在t=0时不为零；

（2）积分面积为1

（3）t=0时为无界函数



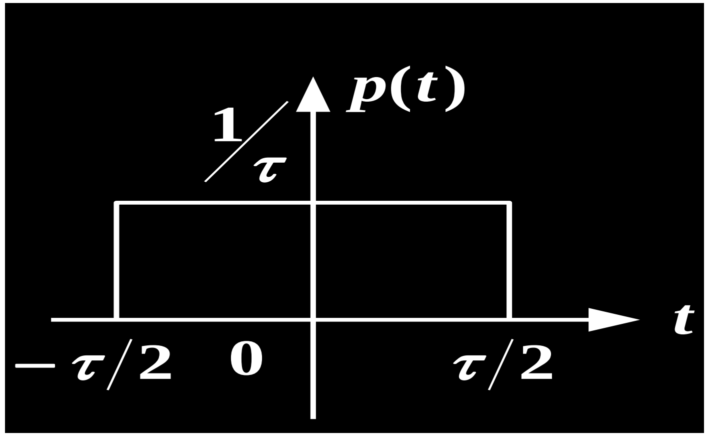


定义二：极限定义

$$p(t)=\frac{1}{\tau}\left[u\left(t+\frac{\tau}{2}\right)-u\left(t-\frac{\tau}{2}\right)\right]$$

$\tau\to 0$ 面积1；脉宽↓；**脉冲高度↑**

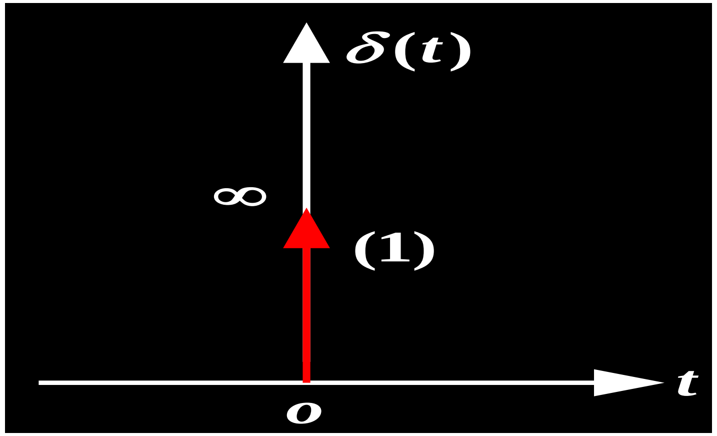
窄脉冲集中在t=0处



(1) 积分面积为1；

(2) 信号宽度为0；

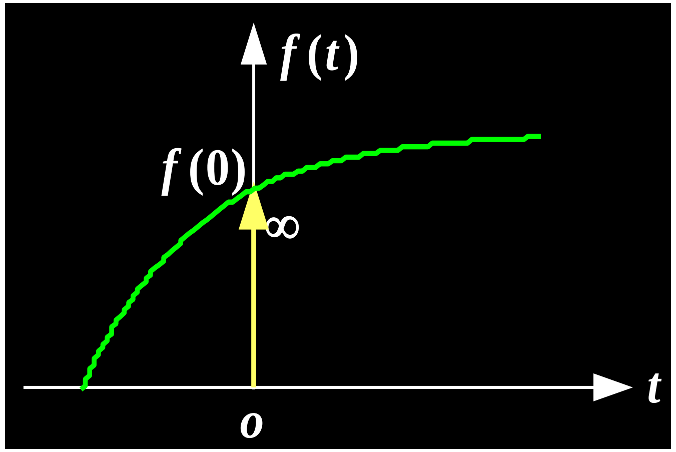
(3) t=0时幅度为无穷大，$t\neq 0$幅度为0



为了信号分析的需要，人们构造了冲激函数，它是一个广义函数，可以作为时域连续信号处理，它复合时域连续信号的某些规则，但也有一些特殊性质

性质1：抽样性 $\delta(t)f(t)=f(0)\delta(t)$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t)f(t)dt=f(0)$$



$$\delta(t-t_0)f(t)=f(t_0)\delta(t-t_0)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t-t_0)f(t)dt=f(t_0)$$

性质2：冲激信号是偶函数$\boldsymbol{\delta(t)=\delta(-t)}$

性质3：标度变换 $\delta(at)=\dfrac{1}{|a|}\delta(t)$

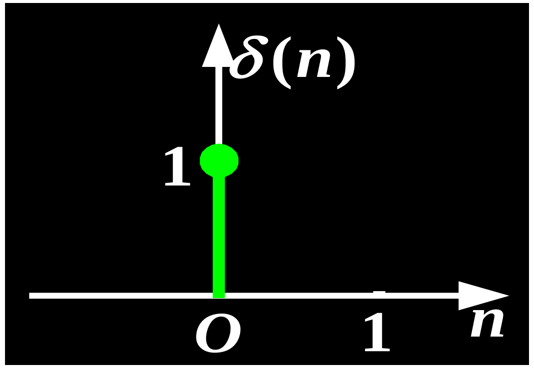
性质4：与$\boldsymbol{u(t)}$的关系 $\delta(t)=\dfrac{du(t)}{dt}$ $\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)d\tau=u(t)$

性质5：卷积性质 $f(t)\otimes\delta(t)=f(t)$

3.4 单位样值序列

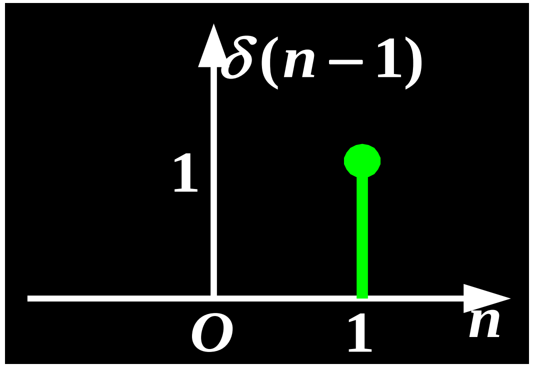
1、单位样值序列的定义

$$\delta(n)=\begin{cases}0, n\neq 0\\ 1, n=0\end{cases}$$



2、单位样值信号的移位

$$\delta(n-j)=\begin{cases}0, n\neq j\\ 1, n=j\end{cases}$$



3、样值信号的比例性

$$c\delta(n), c\delta(n-j)$$

4、样值信号的抽样性

$$f(n)\delta(n)=f(0)\delta(n)$$

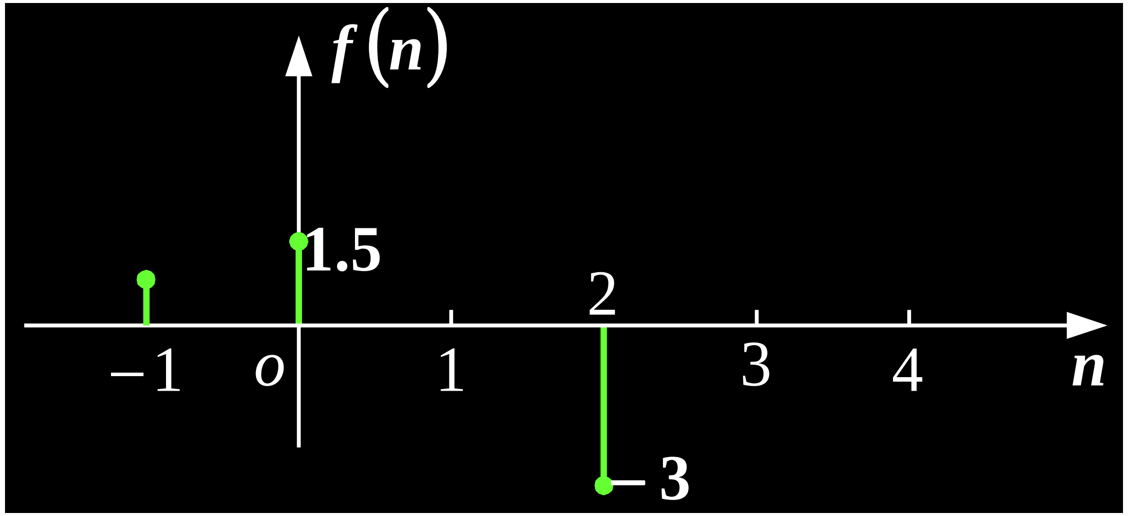
注意事项：

$\delta(t)$用面积(强度)表示($t\to 0$，幅度为∞)。

$\delta(n)$的值就是$n=0$时的瞬时值(不是面积)

利用单位样值信号表示任意序列

$$x(n)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(m)\delta(n-m)$$

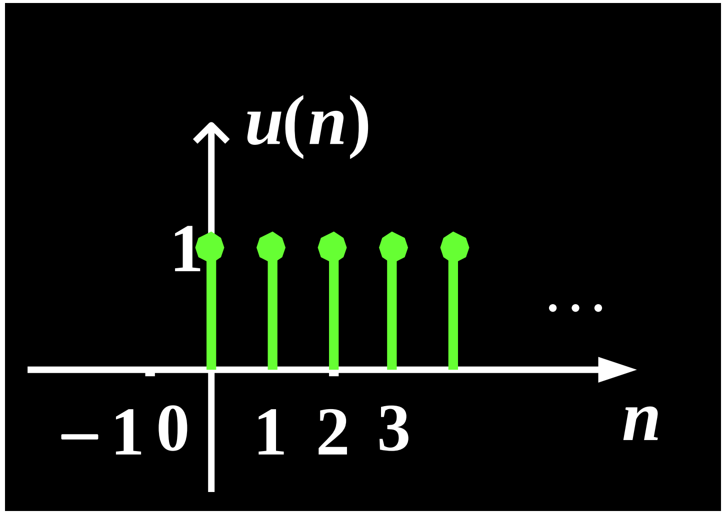


$$f(n)=\left\{1,\underset{\underset{n=0}{\uparrow}}{1.5},0,-3,0,0,\right\}=\delta(n+1)+1.5\delta(n)-3\delta(n-2)$$

3.5 单位阶跃序列

1、阶跃序列的定义

$$u(n) = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$$



u(n)可以看作是无数个单位样值信号的和

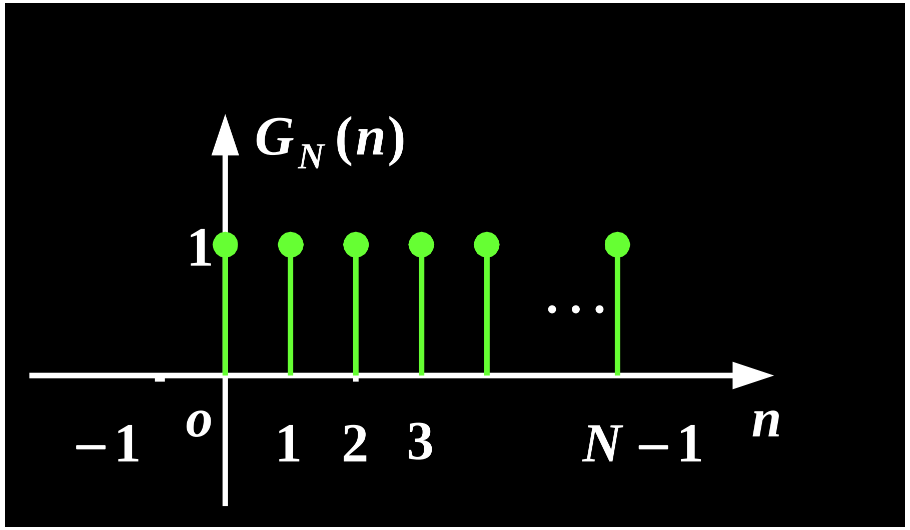
$$u(n) = \delta(n) + \delta(n-1) + \delta(n-2) + \delta(n-3) + \cdots$$
$$= \sum_{k=0}^{\infty} \delta(n-k)$$

δ(n)与**u(n)**是差和关系，不再是微分关系。

$$\delta(n) = u(n) - u(n-1)$$

1、矩形脉冲

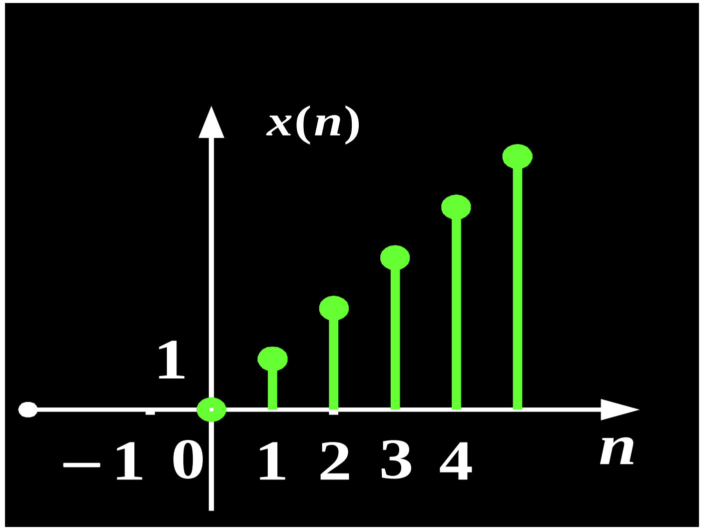
$$G_N(n)=\begin{cases}1 & 0\le n\le N-1\\ 0 & n<0, n\ge N\end{cases}$$



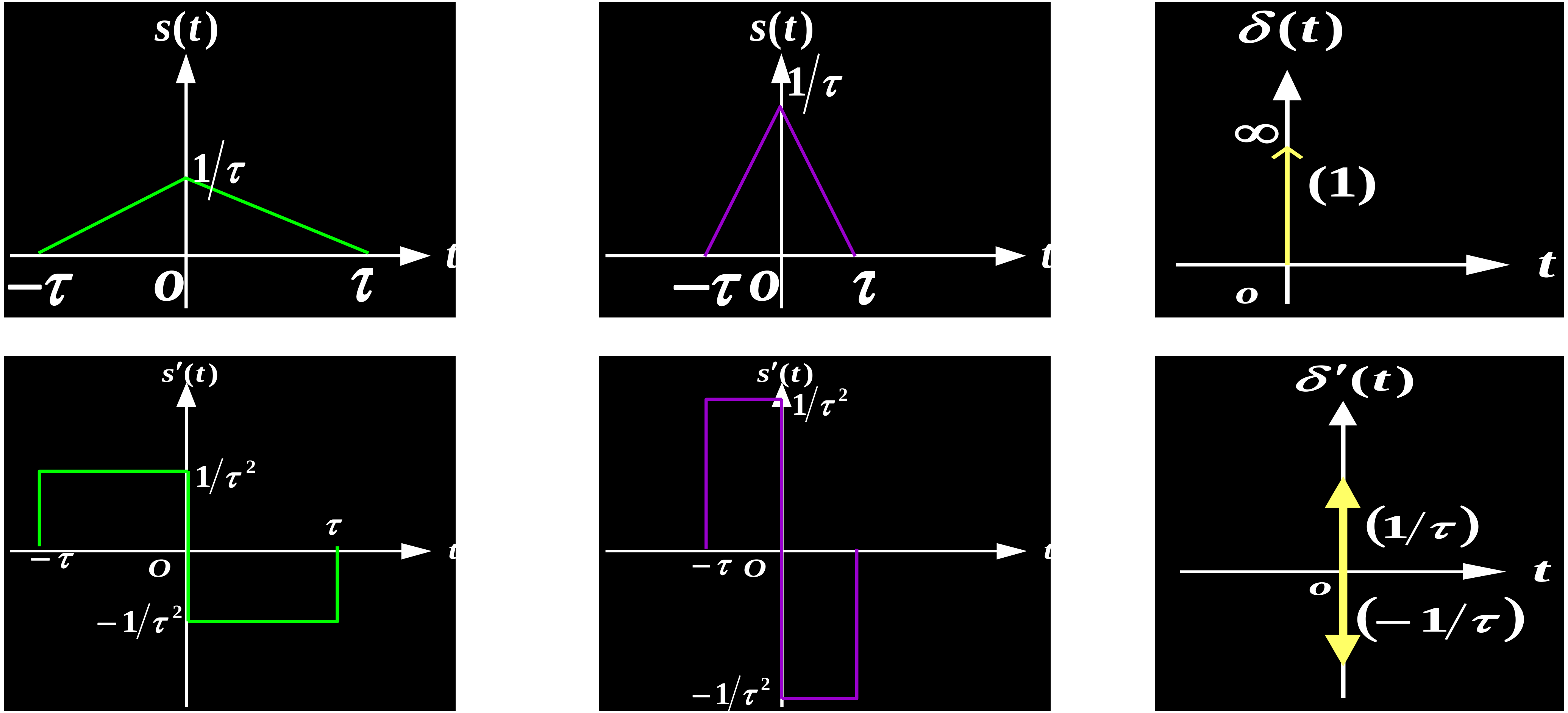
$u(n)$的关系：$G_N(n)=u(n)-u(n-N)$

2、单位斜变序列

$$x(n)=nu(n)$$



τ为有限值　　τ逐渐减小　　$\tau \to 0$



3.8 本讲小结

典型信号

连续信号（从上往下微分）

- 单位斜变信号
- 单位阶跃信号
  表示矩形脉冲和符号函数
- 单位冲激信号
  抽样特性、筛选特性、奇偶性

离散信号（从下往上差分）

- 单位样值序列
- 单位阶跃序列
- 单位斜变序列