一、阻尼振动

阻力系数

阻尼力： $F_r = -Cv$

$$-kx - Cv = ma$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + C\frac{dx}{dt} + kx = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\delta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$

$$\begin{cases} \omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}} & \text{固有角频率} \\ \delta = C/2m & \text{阻尼系数} \end{cases}$$

$$x = Ae^{-\delta t}\cos(\omega t + \varphi)$$

振幅 角频率

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \qquad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \Big/ \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

$$m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}+C\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}+kx=0$$

$$x=\boxed{Ae^{-\delta t}}\cos(\omega t+\varphi)$$

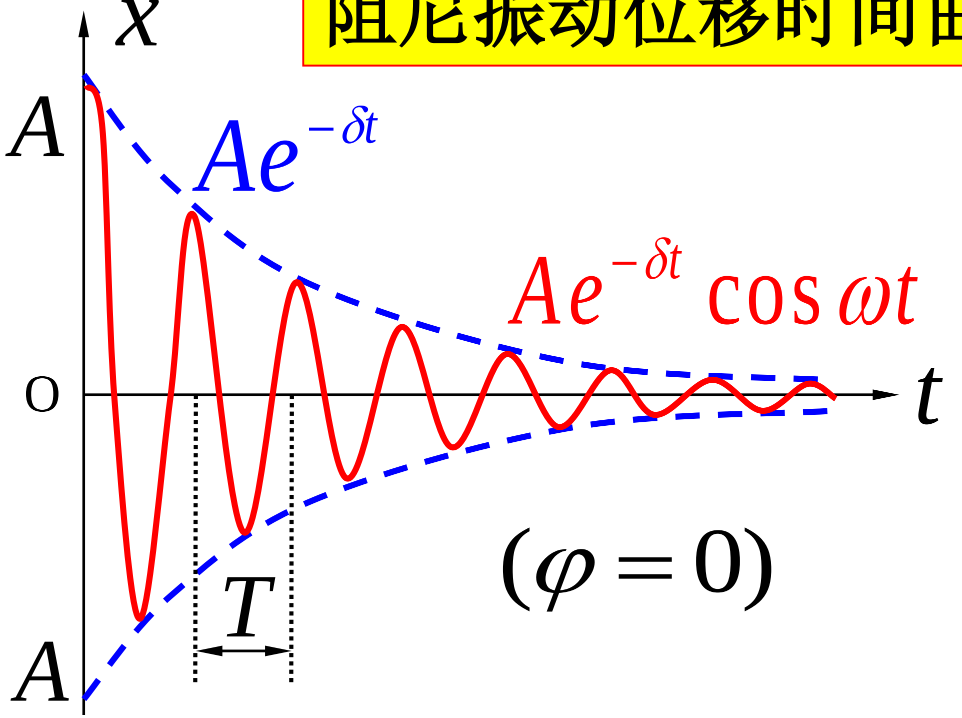
$$\omega=\sqrt{\omega_0^2-\delta^2}$$

（a）欠阻尼 $\omega_0^2>\delta^2$

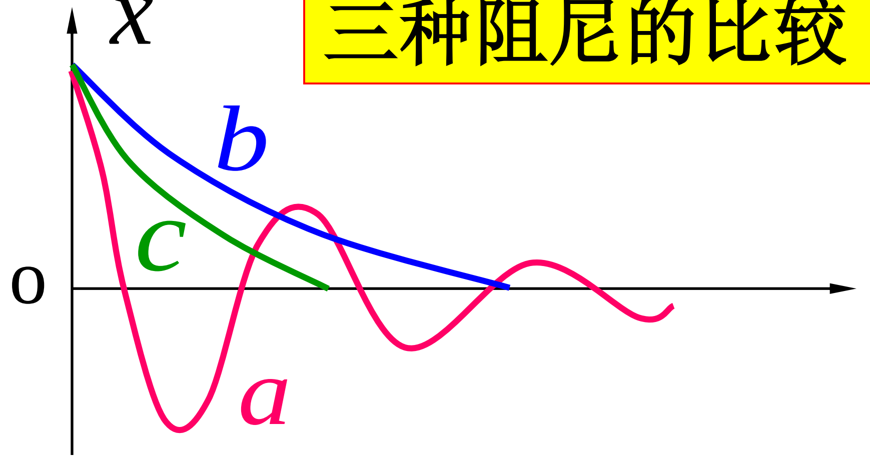
（b）过阻尼 $\omega_0^2<\delta^2$

（c）临界阻尼 $\omega_0^2=\delta^2$

阻尼振动位移时间曲线



三种阻尼的比较



二、受迫振动

$$m\frac{d^2x}{dt^2}+C\frac{dx}{dt}+kx=\boxed{F\cos\omega_p t}$$

驱动力

$$\left\{\begin{aligned}\omega_0&=\sqrt{\frac{k}{m}}\\2\delta&=C/m\\f&=F/m\end{aligned}\right.$$

$$\frac{d^2x}{dt^2}+2\delta\frac{dx}{dt}+\omega_0^2x=f\cos\omega_p t$$

驱动力的角频率

$$x=\cancel{A_0e^{-\delta t}\cos(\omega t+\varphi)}+A\cos(\omega_p t+\psi)$$

$$A=\frac{f}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega_p^2)+4\delta^2\omega_p^2}}\qquad tg\psi=\frac{-2\delta\omega_p}{\omega_0^2-\omega_p^2}$$

三、共振

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}+2\delta\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}+\omega_0^2x=f\cos\omega_\mathrm{p}t$$

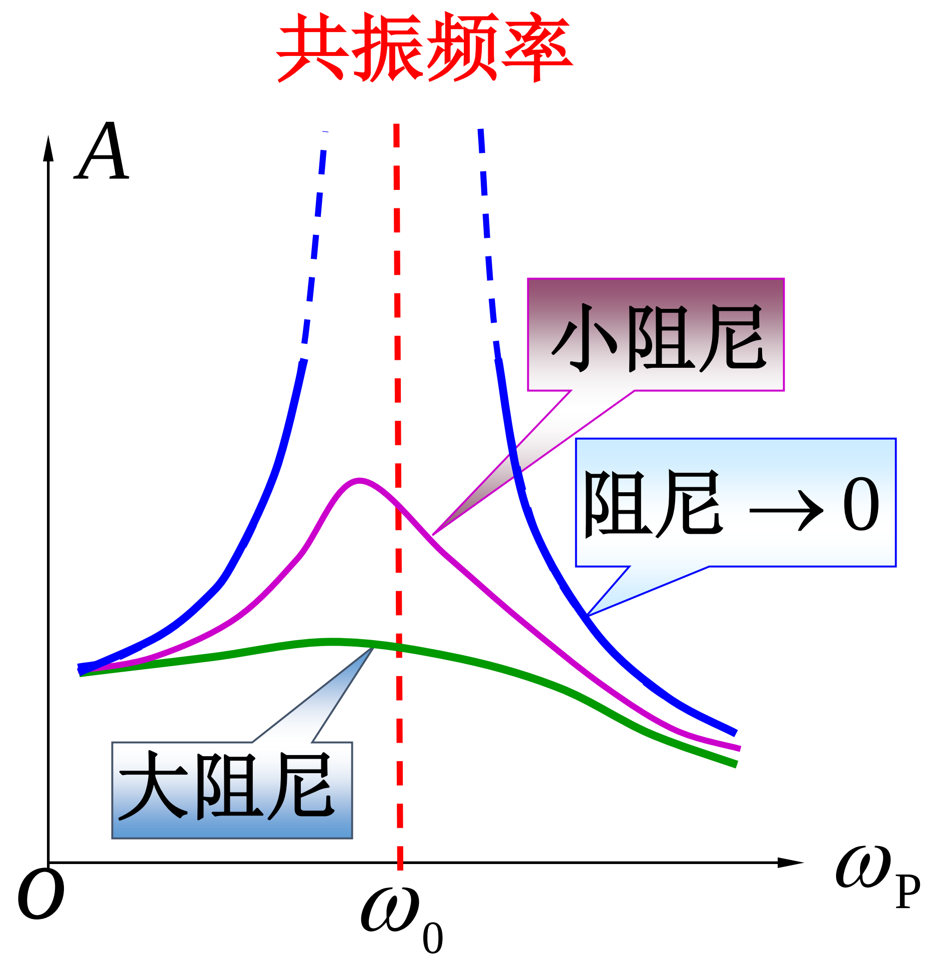
$$x=A\cos(\omega_\mathrm{p}t+\psi)$$

$$A=\frac{f}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega_\mathrm{p}^2)+4\delta^2\omega_\mathrm{p}^2}}$$

$$\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}\omega_\mathrm{p}}=0$$

共振频率：$\omega_\mathrm{r}=\sqrt{\omega_0^2-2\delta^2}$

共振振幅：$A_\mathrm{r}=\dfrac{f}{2\delta\sqrt{\omega_0^2-\delta^2}}$



- 共振频率

$$\omega_{\mathrm{r}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}$$

- 共振振幅

$$A_{\mathrm{r}} = \frac{f}{2\delta\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}$$

- 共振现象在实际中的应用

乐器、收音机 ……

- 共振现象的危害

1940 年7月1日美国 Tocama 悬索桥因共振而坍塌