II - 概率

1-一般

1.一个）的经验和随机宇宙德音响nition 12。 一 随机试验 是一种体验 *可再生能源* 包括 *可能的结果*

已知 *而不能确定* 预先将进行（果实 *机会）。*

- 所有的随机试验被称为 **宇宙** 人们普遍注意到Ω（希腊字母 *欧米茄）。*
- 他们呼吁 **事件** 一组随机试验的结果可行的。事件 一 是Ω的一部分。
- 他们呼吁 **基本évèenement** 只包含从事件，也就是说一个 *独生子* 的Ω。

注13。 从理论上讲，宇宙Ω没有特别的限制。然而，今年我们将研究随机实验，其宇宙是 **无限集。**

实施例5。 如果你把一个6面的骰子，这是一个随机实验（结果取决于机会的，但所有可能的结果是预先知道的和经验是重复的）。宇宙是：

$$\Omega = \{1，2\ 3\ 4\ 5，6\}$$

事件的Ω是例如：{2， 4,6}，{1,2}，{5}。基本事件Ω是：{1}，{2}，{3}，{4}，{5}，{6}。

定义13。 Ω是随机实验的宇宙中，并且或者 一 ⊂ Ω事件。他们呼吁 $\overline{}$ **否则事件** 的 一事件说明 一 该 *另外* 的 一 在Ω。

实施例6。 在发射6面骰子的情况下，如果事件 $A = \{1\ 3,5\}$（“获取奇数”），而相对的事件是：

$$\overline{A} = \{2\ 4，6\}$$

定义14。 让 一 和 *乙* Ω宇宙的两个事件。它定义了事件：

- “ 一 和 *乙* “; 它的所有事件 一 ∩ *B.*
- “ 一 或 *乙* “; 它的所有事件 一 ∪ *B.*

提示1.德·摩根定律

$$\forall (A, B) \in P(\Omega)\ \overline{一 \cup B} = \overline{A} \cap \overline{乙} 和 \overline{一 \cap B} = \overline{A} \cup \overline{乙}$$

实施例7。 令Ω= {1， 2 3 4 5，6}，并让 $A = \{1\ 2，3\}$和 $B = \{2\ 4,6\}$。则：

- 事件 一 或 *乙* 是事件{1， 2 3 4,6}。
- 事件 一 和 *乙* 是事件（元素）{2}。

定义15。

- 他们呼吁 ∅ 该 **事件是不可能的。**
- 两个事件 一 和 *乙* 被告知 **不相容** 一旦事件 一 和 *乙* 可能的事件： 一 ∩ $B = \emptyset$。

实施例8。 令Ω= {1， 2 3 4 5，6}，并让 $A = \{1，2\}$和 $B = \{4\ 6\}$。这是两个不兼容事件。

定义16。 Ω是宇宙，并且或者（ 一我）我∈�1; p一个家庭Ω事件。他们说，（ 一我）我∈�1; p形式 **一个完整的事件系统** 只要：

1-事件是两两不兼容：∀（ I，J）∈�1; p�2 我 = Ĵ⇒ 一我∩ 一J =∅。

2他们的结合是整个宇宙：�

我∈�1; p� 一I = Ω。

实施例9。 • 如果Ω= {1， 2 3 4 五 6}，则事件 A = {1，2}， B = {4，6}，并 = C {3，5} 形成事件Ω的完整体系。

• 如果 一∈P（ Ω），则（ A，A）形成事件Ω的完整体系。

• 基本事件的家庭总是形成事件的完整体系。

1b）的概率空间网络NED注14。 如果您遇到随机转载很多次，我们就可以做出对整个经验的统计数据，其中包括释放 **频率** 每次我们考虑事件（即，经验在那里举行的活动的比例）。事实上，使得越来越多的实验的重复力，频率将趋于给定数量，根据不同的事件，是"实现这一事件对一些在无限的比例数体验"。道义上，这就是我们称之为一个事件的概率。然而，对于较大的通用性和数学的严谨性，我们将采取概率的更具有操作性的定义（从他的财产）。因为随着频率的联系，我们将看到大量的频率（统计）和概率之间的相似性。

定义17。 Ω是一个宇宙。他们呼吁 **可能性** Ω上的任何应用程序：

病人：P（ Ω）→[0; 1]

其中VERI音响ES以下属性：

1- ∀（ A，B）∈P（ Ω）2 一∩ B =∅= ⇒ P（ 一∪ B）= P（ A） + P（ B）。

2- P（ Ω）= 1。

定义18。 他们呼吁 **概率空间科幻定义** 任何一对（Ω， P） 其中Ω是一个音响宇宙和既不 P 概率上Ω。也就是说，在实验一组可能的结果，每个事件发生的概率。

命题14。 设（Ω， P） 概率空间网络定义。可能性 P 完全由基本事件的图像来确定。

样品7。

实施例10。 就拿拉1和4（含）之间的数字随机经验。宇宙是Ω= {1 , 2 3 4}。举个例子如下可能性：

$X \in \Omega$1 2 3	4			
P ({ X})	13-16	1 —	— 38月	—

的概率可以计算任何事件：

定义19。 设（Ω , P） 概率空间网络定义。事件 一⊂Ω说 **微不足道** 就
P（ A ）= 0据说 **一些** 如果 P（ A ）= 1。

注15。 警告： 概念 *微不足道* 或 *一些* 依赖于概率的选择 P.
像许多概率在同一个宇宙Ω是可能的，我们可以有一个事件是显著的概率 P_1 但不是概率 P_2。但是，事件 ∅ 仍然是可以忽略不计，而该事件总是有些Ω。

定义20。 设（Ω , P） 的概率空间音响定义，与Ω= # *ñ*。 我们说，我们现在的情况
以相同的概率， 或 P 是 **制服** 就 *所有的基本事件有* **相同的概率：**

$$\forall X \in \Omega,\ P(X) = 1 \quad \frac{}{\tilde{n}}$$

命题15。 设（Ω , P） 的概率空间音响定义，与Ω= # *N*， 和 P 统一的概率。则：

$$\forall\ 一 \subset \Omega,\ P(A) = \#A \quad \frac{}{\#\,\Omega}$$

样品8。

注16。 请注意，上述属性为true 那 在相等的概率的情况。

注17。 在一年内，它往往是使用的措辞和内容，会告诉我们，如果我们在等概率的情况是与否。它的特点往往是：

- 骰子的绘图 *非伪造的;*
- 本次推出的一个或多个房间 *平衡;*
- 球平局 *区分* 以触摸;
- 选择一个卡 *不作弊;*
- 。。。

定理12。 *让（Ω，P）概率空间网络定义。可能性P VERI音响ES中的以下属性：*

1-∀（A，B）∈P（Ω）₂P（一∪B）=P（A）+P（B）- P（一∩B）。

2-∀（A，B）∈P（Ω）₂一⊂B=⇒P（A）P（B）（增长）。3-∀一∈P（Ω）P（A）=1 - P（

A）。

如果4-（一我）我∈�1;p是两个事件的家庭在两种互不兼容，则：

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{p} A_i\right) = \sum_{i=1}^{p} P(A_i)$$ *（可加无限）。*

样品9。

1c）的条件概率。注意18。 **在实践中，我们可以实现很多次的经验，不仅确定事件的频率 一 而且事件的频率 一 在所有次事件 乙 实现了。这将揭**
示这些事件之间有任何联系。

定义21。 设（Ω，P）一个概率空间。是否 乙 显著Ω的事件（也就是说，
乙∈P（Ω）P（*B*）>0.令 一一个事件时，它定义了 **概率（** **有条件）** **的** **一会心** 乙
如：

$$P(A/B) = P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

命题16。 设（Ω，P）一个概率空间，乙 一个显著的事件，那么应用程序：

$$P_B : P(\Omega) \to [0; 1]$$

$$A \mapsto P(A/B)$$

是Ω的概率。

样品10。

定理13。 ***复合概率设的公式*（Ω，P）*的概率空间，或*（A_i）$_{i\in[1;p]}$*家庭活动，例如：***

$$P\left(\bigcap_{i=1}^{p} A_i\right) > 0$$

然后，我们有化合物概率的公式：

$$P\left(\bigcap_{i=1}^{p} A_i\right) = \prod_{i=1}^{p} P\left(A_i \,\middle|\, \bigcap_{j=1}^{i-1} A_j\right)$$

这是写为：

$$P(A_1\cap A_2\cap\cdots\cap A_p)=P(A_1)\,P(A_2|A_1)\,P(A_3|A_1\cap A_2)\ldots P(A_p/A_1\cap A_2\cap\cdots\cap A_{p-1})$$

样品11。

注19。 •要 $p=2$，有条件概率的公式：

$$P(A_1\cap A_2)=P(A_1)\,P(A_1|A_2)$$

- 为 $p=3$，我们有：

$$P(A_1\cap A_2\cap A_3)=P(A_1)\,P(A_2|A_1)\,P(A_3|A_1\cap A_2)$$

命题17。 *全概率公式* 设（Ω，P）的概率空间，或（A_i）$_{i\in[1;p]}$事件的一个完整的系统，所有显著。则：

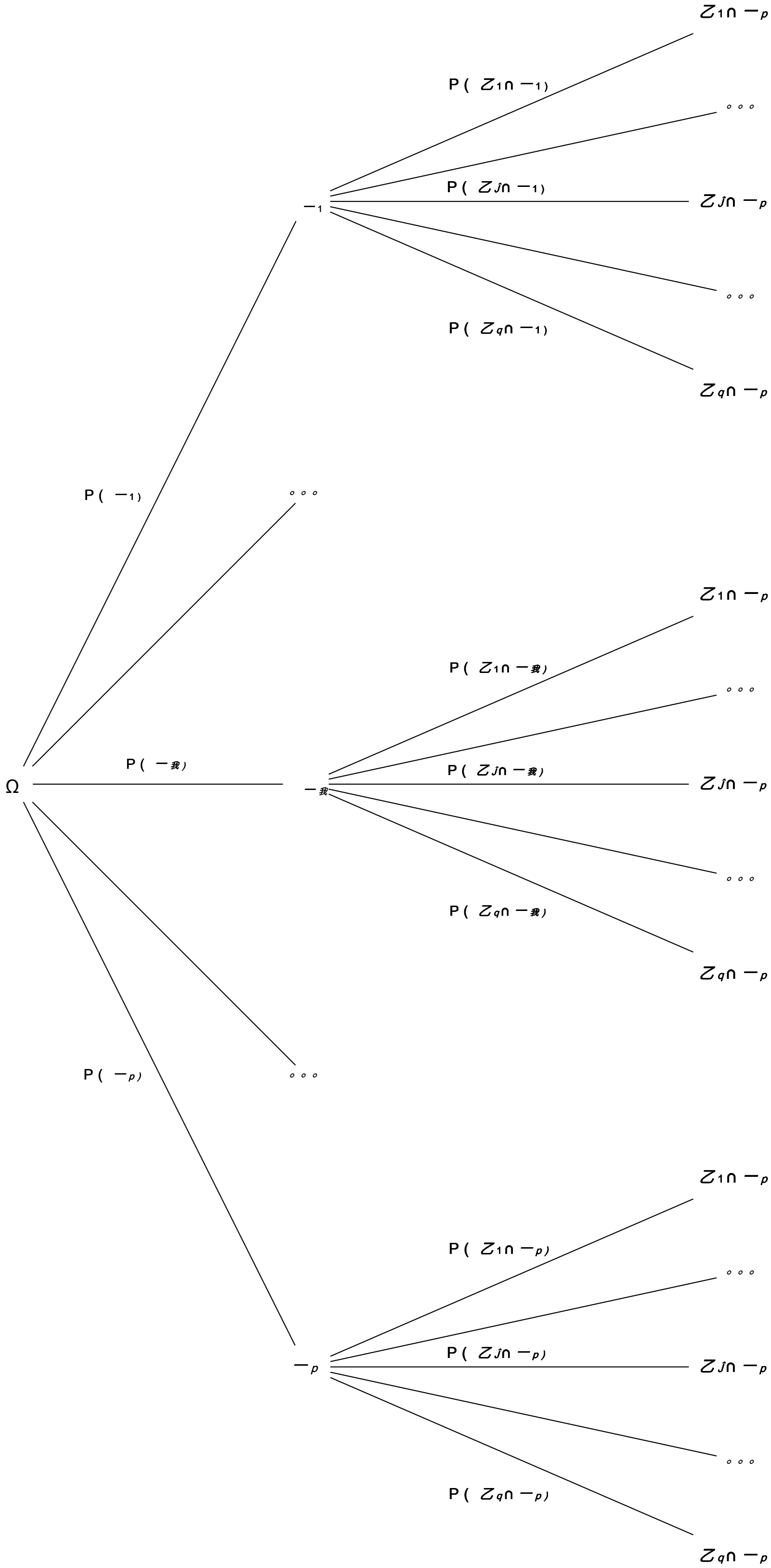
$$\forall B\in P(\Omega)\ P(B)=\sum_{i=1}^{p} P(B\cap A_i)=\sum_{i=1}^{p} P(A_i)\,P(B/A_i)$$

样品12。

注20。 在一个概率的问题往往可以代表一发而动 *树可能。* 假设我们有完整系统的两个机会：（ 一*我）我*∈� 1; *p*和（ 乙*j）的ĵ*∈� 1; *q*。然后，我们可以得出与
以下原则一棵树：

- **从起始点Ω，画 *p* 对应的分支事件 一*我*。我们标注的概率每个肢体 P（ 一*我*）并且每个节点抵用 一*我*。**
- **每个节点 一*我* 我们画 *q* 相应的分支事件 乙*学家* 我们标注的概率每个肢体 P（ 乙*Ĵ*| 一*我*）并且每个节点抵用 一*我*∩ 乙*学家***

根据全概率的规律找到事件的公式 乙*ĵ* 它スFFI吨使产物的存在在每个分支的概率发生的节点 ···∩ 乙*ĵ* 并添加所有这些产品



Ω
P (一1)
P (一我)
P (一p)
一1
一我
一p
。。。
。。。
P (乙1∩ 一1)
P (乙j∩ 一1)
P (乙q∩ 一1)
P (乙1∩ 一我)
P (乙j∩ 一我)
P (乙q∩ 一我)
P (乙1∩ 一p)
P (乙j∩ 一p)
P (乙q∩ 一p)
乙1∩ 一p
乙j∩ 一p
乙q∩ 一p

实施例11。 它有两个瓮，$ü_1$ 和 $ü_2$ 各含有7米不可区分的球接触。瓮 $ü_1$ 包含4个绿球和3个红球，和瓮 $ü_2$ 包含2个绿球和5个红球。我们运行一个骰子，如果我们1或6，我们来球在框中 $ü_1$。否则，你拿一个球在框中 $ü_2$。注 A =“使1或6与骰子” R =“画一个红球”和 V =“画一个绿球。

1对局势的图2-

a）计算 P（A）和演绎 P（$\bar{A}$）

b）中拍摄一个球进入箱 $ü_1$ 怎么可能是它是红色的？绿色？

c）与同样的问题 $ü_2$

3- a）构造一个可能性的代表游戏中的树。

b）计算下列事件的概率：E =“球来自于票箱 $ü_1$ 它是红“和 F =“球来自于票箱 $ü_2$ 是它是红色的。“

C）什么是红球的总概率？一个绿色的球吗？

建议18。 *反转的条件*

设（Ω，P）概率空间是 一 和 乙 2个显著事件，则：

$$P(A/B)=\frac{P(A)}{P(B)}P(B/A)$$

样品13。

定理14。 *贝叶斯公式设（Ω，P）的概率空间，或（一我）我∈�1;p显著事件的一个完整的系统，无论是 乙 一个显著的事件。则：*

$$P(一_j B)=P(一_j)_{的}P(B|A_j)_{的} \Big/ \sum_{i=1} P(一_{我})P(B|A_{我})$$

样品14。

实施例12。 考虑0，人口5%的疾病的考验。

- 该试验为阳性的病例中99%如果病人生病。
- **该测试是在0阳性， 病例1%，如果病人是不是生病了（这就是我们所说的 *假阳性*）。**

计算，在人口随机选择一个人，生病知道该试验为阳性的概率。

样品15。