（2）求 $f(\boldsymbol{A})$ 的特征值和特征向量.

10. 设 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1 & 2 & -3\\ -1 & 4 & -3\\ 1 & a & 5\end{pmatrix}$ 有二重特征值.（1）求 a；（2）判断 $\boldsymbol{A}$ 是否能对角化？

11. 已知实二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2-2x_2^2+bx_3^2-4x_1x_2+2ax_2x_3+4x_1x_3$，$(a>0)$ 经过正交变换化为标准形

$f(x_1,x_2,x_3)=2y_1^2+2y_2^2-7y_3^2$.

(1) 求 a,b 的值及所用的正交变换 $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{Q}\boldsymbol{y}$.

(2)*（注：仅 3.0 学分的专业做此题）确定该二次型的正定性.

四. 证明题（12 分）

12. （注：仅 3.0 学分的专业做此题）设向量组 $B:\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_t$ 能由向量组 $A:\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 线性表示为

$$(\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_t)=(\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s)K,$$

其中 K 为 $s\times t$ 矩阵，且 A 组线性无关. 证明 B 组线性无关的充分必要条件是矩阵 K 的秩 $r(K)=t$.

12*. （注：仅 3.5 学分的专业做此题）设 A、B 是两个 n 阶非零矩阵，满足 $AB=\mathbf{0}, A^*\neq\mathbf{0}$. 若 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k$ 是齐次线性方程组 $BX=\mathbf{0}$ 的一个基础解系，α 是任意一个 n 维列向量. 证明 $B\alpha$ 可由 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k,\alpha$ 线性表示，并问何时线性表示是惟一的.