北京化工大学 2018——2019 学年第一学期

《概率论与数理统计》期末考试试卷

课程代码	M	A	T	2	5	4	0	0	T

阅卷教师：______________

复核教师：______________

班级：________姓名：________学号：________任课教师：________分数：________

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

装　订　线

一、填空（24 分）

1．三次独立的试验中，每次成功的概率相同，已知至少成功一次的概率是 37/64，则每次试验成功的概率是____________.

2．设随机变量 X 服从泊松分布，且 $P(X=3)=\frac{4}{3}e^{-2}$，则 $E(X)$=_____________.

3．若 $X \sim U(0,5)$,方程 $x^2+2Xx+5X-4=0$ 有实根的概率为______________.

4. 设 X 表示 10 次独立重复试验中命中目标的次数,每次命中目标的概率是 0.6,则 $E(X)$=_______.

5．设 $3X+5 \sim N(11,\sigma^2)$，且 $P(2<X<4)=0.15$，则 $P(X<0)=$__________.

6．某电子元件的寿命服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，抽样检查 10 个元件，得样本均值 $\bar{x}=1200$，样本标准差 $s=14$，则 μ 的置信度为 99%的置信区间是__________.（$t_{0.005}(9)=3.25$）

二、(12 分) 甲、乙、丙三个工厂生产同一种零件，设甲、乙、丙的次品率为 0.2,0.1,0.3，先从三个厂的产品占比分别为 15%，80%，5%的一批产品中随机抽取一件，求

（1）抽取的零件是次品的概率；

（2）发现抽取的零件是次品，求该次品是甲厂生产的概率。

三、(12 分) 设随机变量 X 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases}\frac{a}{x^2}, & 2\le x<+\infty \\ 0, & 其它\end{cases}$，

（1）求常数 a；(2)求 $P(0.5 < X < 4)$；（3）求 X 的分布函数 $F(x)$.

四、(10 分) 某人寿保险公司每年有 10000 人投保，每人每年付 120 元保费，如果该年内投保人死亡，保险公司赔付 10000 元。已知一个人一年内死亡的概率为 0.0064。用中心极限定理近似计算该保险公司一年内的利润不少于 480000 元的概率。已知 $\Phi(1) = 0.8413, \Phi(2) = 0.9772$ 。

五、(12 分) 设二维随机变量(X, Y)的联合密度函数为 $f(x) = \begin{cases} 6x, & 0 < x < y < 1 \\ 0, & 其它 \end{cases}$，

（1）求 X，Y 的边缘密度函数；（2）求协方差 $Cov(X, Y)$。

六、(12 分) 设二维随机变量(X, Y)的联合密度函数为 $f(x) = \begin{cases} 2e^{-2x-y}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & 其它 \end{cases}$，

（1）判断 X、Y 是否独立；（2）求 $Z = \max(X, Y)$的密度函数。

七、(6 分) 设 X_1，⋯，X_n 是来自总体 $N(\mu_1, \sigma^2)$ 的样本，Y_1，⋯，Y_m 是来自总体 $N(\mu_2, \sigma^2)$ 的样本，c、d 是任意两个不为 0 的常数，证明

$$t = \frac{c(\overline{X} - \mu_1) - d(\overline{Y} - \mu_2)}{S_w \sqrt{\frac{c^2}{n} + \frac{d^2}{m}}} \sim t(m + n - 2),$$

其中 $S_w = \dfrac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{m + n - 2}$ 。

八、(12 分) 设 X_1，⋯，X_n 是来自总体 X 的样本，X 的密度函数为 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{\frac{-(x-\mu)}{\theta}}, & x \ge \mu \\ 0, & 其它 \end{cases}$，

其中 θ, μ 为未知参数，$\theta > 0$，求 θ, μ 的矩估计和极大似然估计。