

文章编号:1007-2934(2014)02-0075-03

液体粘滞系数实验实际问题的探讨

吴 晓,许建梅

(海南医学院 海南 海口 571101)

摘 要: 对落球法测液体粘滞系数实验实际情况 $v_0 > v_T$ 进行探讨,得到相关数据和结论,更好的对该实验进行指导。

关 键 词: 落球法;粘滞系数;沉降速度

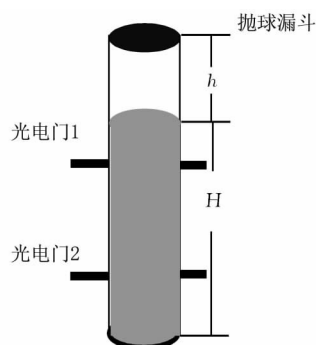
中图分类号: O4-34

文献标志码: A

液体粘滞系数是液体的重要属性,在流体力学中有重要作用。用落球法和光电计时器两者结合来测液体(蓖麻油)粘滞系数的实验被广泛的采用,理想情况下($v_0 = 0$)加速下落的相关讨论也较多^[1],但和操作实验的实际情况有一定区别,由此我们对该实验的实际情况进行分析,使该实验的操作更科学,更有效,实验的结果更准确。

1 实际小球的运动情况

实验情况: 小钢球是从抛球漏斗静止下落的,玻璃圆筒(高度约为 50 cm)内蓖麻油的高度 H 和抛球漏斗之间有一段空气,空气高度为 h , h 约 0.5 cm~5 cm,如下图所示。



在讲授实验时,认为 $G > (f + F)$, $G = mg$ 是小球重力, $f = 3\pi\eta dv$ 是粘滞阻力^[2], $F = \frac{4}{3}\pi(\frac{d}{2})^3\rho_0 g$ 是浮力,小球是加速下落,直到三力平衡 $G = f + F$ 后的匀速运动。

然而我们从结果来反推小钢球的运动过程:

小球匀速运动的速度(沉降速度):

$$v_T = \frac{1}{18\eta} d^2 (\rho - \rho_0) g$$

相关物理量取标准值:

$$t = 25\text{ }^\circ\text{C}, d = 2\text{ mm},$$

$$\rho = 7.86 \times 10^3\text{ kg/m}^3, \rho_0 = 958\text{ kg/m}^3,$$

$$g = 9.8\text{ m/s}^2, \eta = 0.62\text{ Pa}\cdot\text{s},$$

求得 $v_T = 0.0242\text{ m/s}$,忽略空气阻力,小球最开始是自由落体运动,如果假设空气的高度为 $h = 0.5\text{ cm}$,依据自由落体公式 $v_0 = \sqrt{2gh}$,小球和液面接触时速度, $v_0 = 0.313\text{ m/s}$,远大于最终的沉降速度。所以我们认为小球实际运动是减速运动, $G < f + F$,直到最后的匀速运动。

若小球和液面接触的速度就是沉降速度,即 $v_0 = v_T$,按自由落体公式 $h = \frac{v_0^2}{2g}$,得 $h = 3 \times 10^{-5}\text{ m}$,实验中很难去处理这样的高度(见表1),如果油倒入玻璃圆筒太满和抛球漏斗接触,有可能小球会粘在抛球漏斗上,不容易下落,学生会用镊子去戳小球,无端的给小球一定的初速度,给实验带来不稳定性,偶然误差会增大。同时油太满也不利于实验工作人员取出小球和该实验器材的转运。

表1 不同直径不同温度时 $v_0 = v_T$ 要的空气高度 h

t	d		
	1 mm	2 mm	3 mm
0 °C ($\eta = 5.3\text{ Pa}\cdot\text{s}$)	$2.56 \times 10^{-8}\text{ m}$	$4.1 \times 10^{-7}\text{ m}$	$2.1 \times 10^{-5}\text{ m}$
25 °C ($\eta = 0.62\text{ Pa}\cdot\text{s}$)	$1.87 \times 10^{-6}\text{ m}$	$3 \times 10^{-5}\text{ m}$	$1.5 \times 10^{-4}\text{ m}$
40 °C ($\eta = 0.23\text{ Pa}\cdot\text{s}$)	$1.35 \times 10^{-5}\text{ m}$	$2.1 \times 10^{-4}\text{ m}$	$1 \times 10^{-3}\text{ m}$

收稿日期:2013-11-25

2 计时起点的选择(光电门 1 位置的选择)

光电门是记录小钢球运动时间的关键仪器,光电门 1 位置的选择决定实验进行的正确与否。只有当小钢球保持接近匀速运动下落时,记录的时间才算有效。

表 2 不同温度不同直径和液面接触时的雷诺数

温度 $d \backslash h$	$t = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$		$t = 25\text{ }^{\circ}\text{C}$		$t = 40\text{ }^{\circ}\text{C}$	
	0.005 m	0.05 m	0.005 m	0.05 m	0.005 m	0.05 m
1 mm	0.05	0.18	0.48	1.53	1.30	4.12
2 mm	0.11	0.36	0.97	3.06	2.61	8.24
3 mm	0.17	0.53	1.45	4.59	3.91	12.37

如表 2 所示, $t = 25\text{ }^{\circ}\text{C}$, $d = 2\text{ mm}$, 实验中 $0.97 < \text{Re} < 3.06$, 公式(1)中一级修正占 20% ~ 56%, 二级修正占 1.76% ~ 15.8%, 可见雷诺数对粘滞阻力的影响不能忽略。

取竖直向下为坐标正方向, 液面为坐标原点: 小钢球在蓖麻油的运动是减速运动:

$$mg - f' - F = ma' \quad (2)$$

不考虑雷诺数影响:

$$mg - f - F = ma \quad (3)$$

为了计算处理方便, 因 $f' > f$, F, mg 是常量, 所以 $|a'| > |a|$, 实际小钢球在蓖麻油中达到匀速运动之前所走的长度 $s' < s$, 实验中, 我们以离液面的距离 $l \geq s$ 为计时起点最为恰当。

$$\begin{aligned} & \frac{4}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^3\rho g - 3\pi\eta vd - \frac{4}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^3\rho_0 g \\ &= \frac{4}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^3\rho \frac{dv}{dt} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} = \frac{dv}{ds} \cdot v \quad (5)$$

$$\text{令(4)中: } e = 3\pi\eta d, b = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^3\rho_0, c =$$

那么计时起点的选择十分重要。

考虑雷诺数对斯托克斯公式的修正^[2,3]:

$$f' = 3\pi\eta dv \left(1 + \frac{3}{16}\text{Re} - \frac{19}{1080}\text{Re}^2 + \dots\right) \quad (1)$$

式中 $\frac{3}{16}\text{Re}$ 为一级修正, $\frac{19}{1080}\text{Re}^2$ 为二级修正

$$\text{雷诺数: } \text{Re} = \frac{d\rho_0 v}{\eta}$$

$$\frac{4}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^3\rho, k = (c-b)g, v_T = \frac{k}{e}$$

联立(4)、(5)为:

$$(c-b)g - ev = c \frac{dv}{dt}, ds = \frac{cv dv}{k - ev}$$

不定积分为:

$$\begin{aligned} s &= -\frac{c}{e} \left[v - \frac{k}{e} + \frac{k}{e} \ln(k - ev) \right] + C \\ &= -\frac{c}{e} \left[v - v_T + v_T \ln(ev_T - ev) \right] + C \end{aligned}$$

代入边界条件:

$$s = 0, v = v_0 = \sqrt{2gh},$$

$$\text{位移: } s = \frac{cv_T}{e} \left[\ln \frac{v_0 - v_T}{v - v_T} + \frac{v_0 - v}{v_T} \right] \quad (6)$$

h 在 0.5 cm ~ 10 cm 之间, $v_0 > v_T$, 从计算的精确度考虑, 实验用的尺子最小刻度为毫米记录长度有效是 (0.01 厘米), 记录时间的光电计时器精确是 (0.01 秒), 计算处理中应取 $v = 1.0001v_T$, 认为小球达到匀速运动。

表 3 小球从液面到近似匀速运动时的位移大小 单位: cm

温度 $d \backslash h$	$t = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$			$t = 25\text{ }^{\circ}\text{C}$			$t = 40\text{ }^{\circ}\text{C}$		
	0.5 cm	5 cm	10 cm	0.5 cm	5 cm	10 cm	0.5 cm	5 cm	10 cm
1 mm	2.66×10^{-3}	8.24×10^{-3}	0.011	0.027	0.07	0.10	0.09	0.23	0.31
2 mm	0.011	0.034	0.047	0.16	0.30	0.47	0.71	1.29	1.62
3 mm	0.029	0.080	0.11	0.54	1.00	1.30	2.62	4.19	4.99

由表 3 可见, 常温条件下 $t = 25\text{ }^{\circ}\text{C}$, 小球 ($d = 3\text{ mm}$) 接触液面后很快就能达到近似匀速运

动, 位移不超过 1.3 cm, 即使空气柱的高度接近玻璃圆筒长度的一半 ($h \approx 20\text{ cm}$), 计算出位移也

仅仅只有 1.7 cm。实验室温度条件允许的情况下,最大位移在 $t = 40\text{ }^{\circ}\text{C}$, $d = 3\text{ mm}$, 空气高度 $h = 10\text{ cm}$, 位移 $s = 4.99\text{ cm}$ 。当然实验中如果考虑小球下落和液面碰撞接触所带来的动能损失,那实际位移比计算的结果还会更小,所以当空气柱的高度 $h < 10\text{ cm}$ 时,光电门 I 的位置只要离液面距离大概 5 cm,就能保证所测时间是有效的、正确的。

3 粘度公式修正

本实验最理想的条件是一定尺度,一定温度的小钢球以初速度 $v_0 = 0$,在盛满蓖麻油的无限大容器内释放,小球周围流体整个过程都是层流,雷诺数非常小,小球加速运动到匀速。

由于实验容器的局限性,考虑密立根修正因

子^[4]

$$\beta = (1 + 2.4d/D)(1 + 1.6d/H),$$

粘度公式变为:

$$\eta = \frac{(\sigma\rho_0)gd^2}{18v_T(1 + 2.4d/D)(1 + 1.6d/H)}$$

$$\text{如果, } d \ll H, \eta = \frac{(\sigma\rho_0)gd^2}{18v_T(1 + 2.4d/D)}$$

还有一部分修正是来自于雷诺数对斯托克斯公式的修正,在实验室温度允许的条件下 $Re < 0.4$,可以不考虑修正问题, $0.1 < Re \leq 1$,可以不考虑二级修正问题,如果小球直径较大,温度较高,就必须考虑二级修正带来的影响。

从表 4 可以看出选用直径较小 $d \leq 2\text{ mm}$ 的钢球,温度控制在 $t < 30\text{ }^{\circ}\text{C}$ 进行实验,带来的误差会很小,粘度公式也不用考虑公式(1)中引入的修正问题。

表 4 沉降速度和相应雷诺数

直径	1 mm			2 mm			3 mm		
温度	0 $^{\circ}\text{C}$	25 $^{\circ}\text{C}$	40 $^{\circ}\text{C}$	0 $^{\circ}\text{C}$	25 $^{\circ}\text{C}$	40 $^{\circ}\text{C}$	0 $^{\circ}\text{C}$	25 $^{\circ}\text{C}$	40 $^{\circ}\text{C}$
$v_T/\text{m/s}$	0.0007	0.006	0.016	0.0028	0.024	0.065	0.006	0.05	0.14
Re	0.0001	0.009	0.068	0.001	0.075	0.54	0.003	0.25	1.83

4 结 论

实际情况:小球减速运动,直到最后匀速运动,运动中雷诺数是个逐渐减小的过程,都必须加以考虑,以便很好的掌控实验操作和结果都正确。本文考虑到实际仪器条件和学生实际操作过程,认真分析整个实验过程三个重要方面,得到了一些有价值的的数据,为顺利较好的完成该实验提供参考,最后同样也能得到粘度较为精确的实验结果。

参考文献:

- [1] 武瑞兰. 对落球法测液体粘度的研讨[J]. 大学物理实验, 1996, 9(3): 18-23.
- [2] 沈元华, 陆申龙. 基础物理实验[M]. 北京: 高等教育出版社, 2003: 199-122.
- [3] 杨述武. 普通物理实验[M]. 北京: 高等教育出版社, 1982: 78-79.
- [4] 密立根. 电子及其他质点[M]. 钟间, 译. 上海: 商务印书馆, 1955: 61-67.
- [5] 密立根油滴实验中运动速度的分析[J]. 大学物理实验, 2014(1): 23-27.

Study the Practical Problems in the Experiment of Measuring Liquid Viscosity Coefficient

WU Xiao, XU Jian-mei

(Hainan Medical University, Hainan Haikou 571101)

Abstract: The practical situation $v_0 > v_T$ in the experiment of measuring liquid viscosity coefficient is analyzed. Some data and results are useful for guiding the experiment.

Key words: falling ball; viscosity coefficient; terminal velocity