2b）的习惯法德网络nition 28。 *统一行动。*

设（Ω，P） 概率空间网络定义，和 $X: \Omega \to \{X_1。。。，X_p\}$ 上Ω的随机变量。他们说， X
均匀分布 只要：

$$\forall 我 \in � 1; p，P(X = X_i) = 1 \frac{}{p}$$

这就是说，我们有所有事件的概率相等（$X = X_我$）。注意这一点：

$$X \sim U(X_1。。。，X_N)$$

定义29。 *统一行动。*
设（Ω，P） 概率空间网络定义，和 $X: \Omega \to \{0; 1\}$ 上Ω的随机变量。他们说，X **遵循伯努利** *参数* p 只要：

$$P(X = 1) = p \text{ 和 } P(X = 0) = 1 - p$$

注意这一点：

$$X \sim B(p)$$

注22。 在{0值的随机变量; 1}的步骤 总是 参数伯努利
$p = P(X = 1)$。特别是，如果（Ω，P） 是一个概率空间，存在的指示符函数 *要：* � – ∽B（P（*A*））。

最后，如果一个实验只有两个结果（例如， *小号* 如果成功的话，*Ë* 在失败的情况下），则在随机变量 *小号* 和同事1 *Ë* 0联合如下伯努利。

定义30。 设（Ω，P） 概率空间网络定义，和 X 上Ω的随机变量。他们说，X
二项分布 *参数* $p \in [0，1]$和 $ñ \in ñ^*$ 只要：

$$X: \Omega \to � 0; ñ 和 \forall ^*F \in � 0; ñ，P(X = K) = � ñ \; � \; _k \; p^K (1 - p)^{ñ - k}$$

注意这一点：

$$X \sim B(N, P)$$

注23。 它维拉在本章的后面，添加 $ñ$ 两个未决以下伯努利参数独立随机变量 p， 一个随机变量是在接着一个二项式分布参数获得 $ñ$ 和 *页。*

2.C）nishing31双网络连接的随机变量。 让 X 和 $ÿ$ 在概率空间两个随机变量（Ω，P）。 应用：

$$P_{X, Y}: P(X(\Omega) \times Y(\Omega)) \to [0; 1]$$

$$(\{X\}, \{y\}) 的 \quad \to P((X = X) \cap (Y = Y))$$ 通过加和无限延长，

定义了Ω的概率，所谓的 **联合分布** 的 X 和 Y，或 **扭矩法**（X, Y）。

注24。 在一个随机变量的情况下，一个简单的表苏FFI已知表征法。在一对夫妇的情况下，我们有一个表 *双输入* 将包含值

$P((X = X_我) \cap (Y = Y_j)_条)$ 对于每个值对（$X_我$ *那里*$_j$）$_的 \in X(\Omega) \times Y(\Omega)$。考虑一个随机变量 X 在值{X_1 X_2 X_3} 和 $ÿ$ 在值{*那里*$_1$ *那里*$_2$}。然后，我们将有格式的图片：

X / *那里*	X_1	X_2	X_3
那里$_1$	$P((X = X_1) \cap (Y = Y_1))$	$P((X = X_2) \cap (Y = Y_1))$	$P((X = X_3) \cap (Y = Y_1))$
那里$_2$	$P((X = X_1) \cap (Y = Y_2))$	$P((X = X_2) \cap (Y = Y_2))$	$P((X = X_3) \cap (Y = Y_2))$

定义32。 让（ *X*，*Y*）一对夫妇的随机变量，称为 **边缘分布** 对（ *X*，*Y*）随机变量法 *X* 和 *Y*. 他们可以在以前的双项“页边距”表添加。

实施例19。 在前面的例子，在表中的概率选择的值。然后，线和列，在边缘人的，我们（分别）将 *X* 和 *Y*：

X / *那里*	X_1	X_2	X_3	P（ *Y = Y我*）
那里 $_1$	18 —	1月1 —— 6日	3月1 —— 6日	。。。
那里 $_2$	14 —	18 —	14 —	。。。
P（ *X = X我*）	。。。	。。。	。。。	。。。

为了获得利润的值，它̶FFI吨添加的行或列的值。

注25。 一般来说，知道边缘人是不是苏FFI cient确定联合分布。在前面的例子，如果你只知道表中的利润值，我们不能找到独特的价值 P（（ *X = X我*）∩（ *Y = Yj*）条）。

定义33。 让（ *X*，*Y*）的概率空间的一个随机变量扭矩（Ω，P） 和 *X* ∈ *X*（Ω），使得 P（ *X = X*）> 0。然后对 *那里* ∈ *Y*（Ω），称为 **条件概率** 的（ *Y = Y*）**知道（** *X = X*）概率：

$$P((Y=Y)/(X=X)) = \frac{P((X=X)\cap(Y=Y))}{P(X=X)}$$

此外，我们呼吁 **条件分布** 的 *ÿ* 会心 *X = X* 随机变量“的法律 *ÿ* 会心
X = X”，其中指出：

*ÿX=X*它会检查 ∀ *那里* ∈ *Y*（Ω） P *ÿX=X*（{ *Y*}）= P（（ *Y = Y*）/（ *X = X*））

2.D）随机变量音响nishing 34的独立性。 让（ *X*，*Y*）上的一对的概率空间中定义的随机变量（Ω，P）。

少随机变量 *X* 和 *ÿ* 是说 **独立** 只要：

$$\forall (X,Y) \in X(\Omega)\times Y(\Omega)\quad P((X=X)\cap(Y=Y)) = P(X=X)\times P(Y=Y)$$

注26。 随着德网络nition以前，我们注意到， *在独立的随机变量的情况下（* 只有在这种情况下！）都称为边缘人FFI的T知识来确定的联合分布（ *X*，*Y*）。

建议21。 如果 *X* 和 *ÿ* 是在概率空间（Ω限定的两个独立的随机变量，P） 则：

$$\forall (A,B) \in P(R)^2\quad P((X\in A)\cap(ÿ\in B)) = P(X\in A)\times P(ÿ\in B)$$

命题22。 如果 *X* 和 *ÿ* 是在概率空间（Ω限定的两个独立的随机变量，P） 如果我们采取了两个功能： *F*，*G*：[R → [R 然后 *F*（*X*） 和 *克*（*Y*） 是独立的随机变量。

定义35。 是否 $\tilde{n} \in$ **ñ*和（** X_1 **。。。，** X_N **）上的概率空间中定义的随机变量的元组（Ω，P）。 我们说的随机变量** X_1 **。。。，** $X_{\tilde{n}}$ **是 相互独立**

只要：

$$\forall(X_1,\ldots,X_N) \in \tilde{n} \quad \prod_{I=1} X_{我}(\Omega)\ \mathrm{P} \left(\bigcap_{I=1}^{\tilde{n}} (X_I = X_{我}) \right) = \prod_{I=1}^{\tilde{n}} \mathrm{P}(X_I = X_{我})$$

23号提案。 是否 $\tilde{n} \in$ **ñ*和（** X_1 **。。。，** X_N **）上的概率空间中定义的相互独立的随机变量的n元组（Ω，P）。 则：**

$$\forall(一_1,\ldots,一_N) \in \mathrm{P}(\mathrm{R})_N,\ \mathrm{P} \left(\bigcap_{I=1}^{\tilde{n}} (X_{我} \in 一_{我}) \right) = \prod_{I=1}^{\tilde{n}} \mathrm{P}(X_{我} \in 一_{我})$$

建议24。 是否 $\tilde{n} \in$ **ñ*和（** X_1 **。。。，** X_N **）相互独立的随机变量的n元组，每个以下伯努利 B（** p **）同** $p \in [0; 1]$**。随机变量** $Y = X_1 + \cdots + X_{\tilde{n}}$ **然后遵循二项式**
分布 B（N, P）。

样品17。

2.E）希望，方差，标准差德网络nition 36。 是否 X 上的概率空间中定义的真正的随机变量（Ω，P） 和记

X（Ω）={ X_1。。。，X_N}。**他们呼吁 希望 的** X 该 *平均值* 值采取 X *加权* 概率：

$$E[X] = \sum_{i=1}^{n} X_i P(X = X_i)$$

实施例20。 如果我们把例子 *15-16* 轮盘，可以计算出我们的增益的希望（上大量部件的平均收益），当你下注10 一 C对数 8：

注27。 你也可以通过求和计算Ω预期，但很少会发生的情况：

$$E[X] = \sum_{\omega \in \Omega} P(\{\omega\}) X(\omega)$$

注28。 当一个随机变量具有 *没有希望（* $E[X] = 0$），它被称为随机变量 **居中。**

建议25。 *希望习惯法*
是否 X 的概率空间中的随机变量（Ω，P） 则：

- 如果 X 是恒定的，$X = \lambda$，然后 $E[X] = \lambda$。
- 如果 $X \sim U(\![1; n]\!)$ 然后 $E[X] = \frac{N+1}{2}$。
- 如果 $X \sim B(p)$ 然后 $E[X] =$ *页。*
- 如果 $X \sim B(N, P)$，然后 $E[X] = NP$。
- 如果 $X = \mathbb{1}_A$ 同 $A \subset \Omega$，然后 $E[X] = P(A)$。

样品18。

建议26。 *希望的性质*
随机变量的期望遵循以下性能; 为 X，Y 随机变量，$\lambda \in \mathbb{R}$：

1- **线性：** $E[\lambda X + Y] = \lambda E[X] + E[Y]$

2- **阳性：** $X \geq 0 \Rightarrow E[X] \geq 0$ 3- **成长：** $X \leq Y \Rightarrow E[X] \leq E[Y]$

建议27。 *科幻奈德索姆*
如果 $X_1, \ldots, X_n$ 是在概率空间（Ω定义随机变量，P）则：

$$E\left[\sum_{i=1}^{n} X_i\right] = \sum_{i=1}^{n} E[X_i]$$

定理15。 *定理要么转移 X 上的概率空间中定义的真正的随机变量（Ω，P）同 $X(\Omega) = \{x_1, \ldots, x_N\}$。*

是否 $F: X(\Omega) \to \mathbb{R}$ 一个函数，那么预期 $F(X)$ 计算公式如下：

$$E[F(X)] = \sum_{i=1}^{n} F(x_i) P(X = x_i)$$

定理16。 *产品设灵 X 和 Y 上的概率空间中定义的两个随机变量（Ω，P）同 $X(\Omega) =$*

$\{x_1, \ldots, x_N\}$ 和 $Y(\Omega) = \{y_1, \ldots, y_p\}$。则：

$$E[XY] = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{p} x_i y_j P((X = x_i) \cap (Y = y_j))$$

*此外，如果 X 和 Y 是 **独立**，则：*

$$E[XY] = E[X] E[Y]$$

注29。 请注意，最后一个等式是不是真的一般。就拿两个随机变量 X 和 Y 同 $X = Y$ 和 $X \sim B(0.2)$。

定义37。 是否 X 上的概率空间中定义的真正的随机变量（Ω，P）它定义了
方差 的 X 表示为 $V[X]$ 如：

$$V[X] = E[(X - E[X])^2]$$

这是平均从均值偏差平方。它定义了 **标准偏差** 的 X 记录 $\sigma(X)$ 如：

$$\sigma(X) = \sqrt{V[X]}$$

建议28。 如果 X 是随机变量，则 $V[X] \geq 0$ $\sigma(X) \geq 0$。

注30。 方差和标准差是分散的措施，它们表征随机变量的偏差的平均值，考虑到每个值的概率。

建议29。 *关系惠更斯*
是否 X 上的概率空间中定义的真正的随机变量（Ω，P）然后

$$V[X] = E[X^2] - E[X]^2$$

建议30。 *差异和功能FFI做*
是否 X 上的概率空间中定义的真正的随机变量（Ω，P）是（A，B）∈[R2 然后

$$V[AX+B]=一_2\ V[X] \qquad 和\ \sigma(AX+B)=|一个|\sigma(X)$$

定理17。 *马尔科夫的不平等无论是 X 上的概率空间中定义的真正的随机变量（Ω，P）然后*

$$\forall T>0\ P(|X/T)\ E[|X|]\ \frac{}{Ť}$$

定理18。 *切比雪夫不等式无论是 X 上的概率空间中定义的真正的随机变量（Ω，P）然后*

$$\forall T>0\ P(|X-E[X]/T)\ V[|X|]\ \frac{}{Ť_2}$$

建议31。 *方差习惯法*
是否 X 的概率空间中的随机变量（Ω，P）则：

- 如果 X 是恒定的，$X=\lambda$，然后 $V[X]=0$。
- 如果 X ∽U（� 1; ñ）然后 $V[X]=N_2-1$ $\frac{}{12}$。
- 如果 X ∽B（p）然后 $V[X]=P(对-1)$。
- 如果 X ∽B（N,P），然后 $V[X]=NP(对-1)$。

2.F）练习练习II-15。 两个骰子被抛出6分平衡的面孔。注 X 随机变量“两个骰子的总和”和 ÿ 随机变量“两个骰子的产品” ž 随机变量“最大两个骰子的”和 w ^ 随机变量“最低两个骰子的”。

1-计算 $E[X]$ 和 $V[X]$

2-计算 $E[Y]$ 和 $V[Y]$

3-显示该 X 和 ÿ 不是独立的。4-计算 $E[XY]$。

5找出规律 w ^ 和 Z.

6-计算 $E[W]$ 和 $E[Z]$。

7计算 $V[W]$ 和 $V[Z]$。

练习II-16。 考虑一个随机变量 X 利用其值 � 1; ñ，而法律由下式给出：∀ ķ∈ � 1; ñ，P（$X=K$）$=AK$。

1-确定 一。

2-计算 $E[X]$ 和 $V[X]$。

3-我们推出10个骰子，难以区分，而不是伪造的。什么是具有至少2个6的概率
知道至少有一个实际。

练习II-17。 让 ñ∈ ñ· 和 $\lambda\in$ R. 注 X 在值的随机变量 � 0; ñ 法：

$$\forall ķ\in � 0;ñ,\ P(X=K)=\lambda\ \frac{� N�}{K+1}$$

1-确定 λ。

2-计算 $E[X+1]$，并推断 $E[X]$。

计算3- $E[X(X+1)]$，和演绎 $V[X]$。