

定理。 如果一个向量空间具有发电的家庭 \tilde{n} 元素，那么整个法米尔免费最多 \tilde{n} 元素。

建议9。 是否 $\tilde{E} = K$ - 向量空间，并 $p \in \mathbb{Q}^{P \times 1; p}$ 一个免费的家庭 E . 是否 $k \in \mathbb{P}^{1; \tilde{n}}$ ，并且：

$$V_1 \in \text{VECT } p \in X_1, \dots, X_{\tilde{n}} \text{ 和 } V_2 \in \text{VECT } p \in X_{k+1}, \dots, X_{\tilde{n}}$$

然后 $V_1 X V_2^T = 0$ 。

样品8。

4-基础向量空间的

定义18。 依据

家庭 $p \in \mathbb{Q}^{P \times 1; p}$ 被称为 依据 的 \tilde{E} 如果它同时是 自由和发电机。

实施例15。 $P \in \mathbb{R}^{10,0}, P \in \mathbb{R}^{0,1,0}, P \in \mathbb{R}^{0,0,1}$ 是一个基本 \mathbb{R}^3 。

注17。 请注意，我们限制载体的前便可完成网络斯内德家庭。事实上，有可能它无限的家庭保持或调整许多下列结果的延伸，但示威得多的技术。在无限基地配备了向量空间的研究是从本章的范围。

注18。 如果 \tilde{E} 是一个基本 E ，然后 $\tilde{E} \in \text{VECT } p \in \mathbb{Q}$ 值。如果确保了相反的是真实的 \tilde{E} 是一个免费的家庭。

命题10。 单中，在碱的任何向量分解

是否 $\tilde{E} = K$ - 向量空间，并让 $p \in \mathbb{Q}^{P \times 1; p}$ 基地 E . 则：

$$\forall X \in E, \exists P \in \mathbb{Q}^{P \times 1; p} \exists \lambda \in \mathbb{R}^{\tilde{n}} \text{ 使得 } X = \sum_{i=1}^{\tilde{n}} \lambda_i E_i$$

样品9。存在是由以下事实碱以生成，唯一性，它是免费给出。

定义19。 接触

是否 $\tilde{E} = K$ - 向量空间，并让 $p \in \mathbb{Q}^{P \times 1; p}$ 基地 E . 任何向量 $X \in \tilde{E}$ 被写入时，根据上述属性，作为独特的线性组合 $p \in \mathbb{Q}^{P \times 1; p}$ ：

$$\text{因此，我们 } \exists P \in \mathbb{Q}^{P \times 1; p} \exists \lambda \in \mathbb{R}^{\tilde{n}} \text{ 使得 } X = \sum_{i=1}^{\tilde{n}} \lambda_i E_i$$

纯量 λ_i 被称为 接触 (或 组件) 向量 X 在基 $p \in \mathbb{Q}^{P \times 1; p}$ 。

注19。 请注意，向量空间没有 (一般) 的单个碱基，和值

坐标取决于所选择的基上。它澄清时不是很明显是非常重要的。

定义20。坐标列矩阵

让 $E = K$ - 向量空间， B 基 E ， X 向量 E 。注 $p \times 1, \dots, X_n q$ 坐标 X 在基 B 。

它定义了 矩阵 X 在基 B 。注意 $p \times q$ 列向量 中号 $p \times q$ 其 coefficients 是坐标 X ：

$$\text{亚光 } z_p X q = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{pmatrix}$$

实施例16。

- $B_1 = \{P(0,0,1), Q(0,1,0), R(1,0,0)\}$ 是一个基 $[R^3]$ 。在此基础上，向量的坐标 $X = P(3, 2, 4)$ 可以这样写：

$$\text{亚光 } z_p X q = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

- $B_2 = \{P(1,1,1), Q(1,1,1), R(1,1,1)\}$ 是基 $[R^3]$ 。在此基础上，向量坐标 $X = P(1, 1, 1)$ 我可以这样写：

$$\text{亚光 } z_p X q = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{和} \quad \text{亚光 } z_p X q = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- $B_3 = \{P(1, X, X_2, X_3), Q(1, X, X_2, X_3), R(1, X, X_2, X_3)\}$ 是基 $[R^4]$ 。在此基础上，向量的坐标 $X = P(1, X, X_2, X_3)$ 可以写为：

$$\text{亚光 } z_p X q = \begin{pmatrix} 1 \\ X \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} \quad \text{和} \quad \text{亚光 } z_p X q = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

定义21。规范的基础

大多数的向量空间有一个“标准”的基础上，这是用来往往比其他人。这就是所谓的 规范的基础上，是将其定义为：

- 该标准基 $\{e_1, \dots, e_n\}$ (如 K -EV) 是 $p \times n$ 有：

$$e_k = (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0) \quad \text{在 } k \text{ 个位置}$$

- 该标准基 $[R_n]$ 是 $p \times n$ 恒。
- 该标准基 中号 $n, p \times q$ 是 $p \times n$ 同 e_1, \dots, e_n 。

定义22。基本适合直接总和

是否 $E = K$ - 向量空间，设置有基 $B = \{b_1, \dots, b_p\}$ ，要么 $p \times 1, \dots, V_p q$ 一个家庭的子空间 E 直和：

$$E = \sum_{p=1}^n V_p$$

据说，该基 B 是 适宜 直和，如果 第一-向量 B 形成的基础 V_1 根据基本 V_2, \dots ，最后基本 V_n 。

在形式上，我们有： $DP_{k_1} \dots, k_p q$ 构成 $\tilde{n}_p(k_1, k_2, \dots, k_p)$ (认为 k_q 作为的“大小” q 个基) 和：

$$\begin{array}{c} p b_1, \dots, b_{k_1} q \text{ 基本 } V_1 (\text{该 } k_1 \text{ 第一}) \\ p b_{k_1+1}, \dots, b_{k_1+k_2} q \text{ 基本 } V_2 (\text{该 } k_2 \text{ 以下}) \\ \vdots \\ p b_{k_1+k_2+\dots+k_{p-1}+1}, \dots, b_{k_1+k_2+\dots+k_p} q \text{ 基本 } V_p (\text{该 } k_p \text{ 最后一个}) \end{array}$$

注20。如果 $\tilde{E} = V_1 \oplus V_2$ 和 $\tilde{E} = P \cdot b_{k_1+1}, \dots, b_{k_1+k_2} q$ 是一个基本 \tilde{E} 适于此击穿，然后 $d k_p \diamond 1; p \{ V_1 = \text{VECT } p b_1, \dots, b_{k_1} q \text{ 和 } V_2 = \text{VECT } p b_{k_1+1}, \dots, b_{k_1+k_2} q \}$ 。

II - 尺寸

1-初步

命题11。免费亚科，家庭发电机

让 $p N, P q$ 构成 $\tilde{n}_2 \tilde{E} = K$ -向量空间，并 $p X_1 X_2, \dots, X_N, \dots, X_{n_p} q$ 构成 \tilde{E}_{n_p} 。请看下面的向量系列：

$$\begin{array}{l} {}^*F \cdot P \cdot X_1 X_2, \dots, X_N q \\ {}^*F_1 \cdot P \cdot X_1 X_2, \dots, X_{n_p} q \end{array}$$

因此，我们有：

在1- *F_1 是免费的，那么 *F 是免费的

“一个免费的家庭的每一个亚科是免费的。”如果2 - *F 会产生，然后 *F

$_1$ 生成

“任何在家庭家庭发生器产生。”

建议12。免费的家庭发生亚科

让 $n P \tilde{n}_1, \tilde{E} = K$ -向量空间，并 $p X_1 X_2, \dots, X_N, \dots, X_{N+1} q$ 构成 \tilde{E}_{N+1} 。请看下面的向量系列：

$$\begin{array}{l} {}^*F \cdot P \cdot X_1 X_2, \dots, X_N q \\ {}^*F_1 \cdot P \cdot X_1 X_2, \dots, X_{N+1} q \end{array}$$

因此，我们有：

在1- *F 是免费的，和 $X_{N+1} \in \text{VECT } p {}^*F q$ 然后 *F_1 是免费的

“一个自由的家庭仍然如果我们添加不是由已经存在于家庭中的向量生成的载体。”如果2 - *F_1 产生，和 $X_{N+1} \in \text{VECT } p {}^*F q$ 然后 *F 生成

“生成一个家庭否则，如果抢断被其他家族的载体内产生一个载体。”如果3- *F 会产生，然后 *F_1 链接

“如果我们增加一个向量发电机系列必然的联系。”如果4- *F_1 是免费的，那么 *F 不产生

“私人自由的家庭载体可以产生”

样品10。

.....

2.A) 德网络nition 23德网络nition。 音响奈德维向量空间

$$d \bar{n} P \bar{n} d g^{\wedge} P. g^{\wedge}_1, \dots, g^{\wedge}_k P \text{ 构成 } \tilde{E}_N(\text{VECT } p g^{\wedge} q^{\wedge} \tilde{E}$$

相反，我们说 \bar{E} 是在无限维 如果不是无限尺寸（并因此没有生成音响家庭否认）。

实施例17。

- k_n 是有限的尺寸，因为规范的基础是家庭网络定义和发电机。
- $k_2 X_j$ 是有限的尺寸，因为家庭 $p_1 X, X_2 1' \setminus X X_2 q$ 是有限的和发电机。
- $K[X_j]$ 是在无限尺寸。
- \mathbb{R} 被视为 Q - 在无限维的向量空间。

定理3. 基本存在无限维让 \dot{E} - K - 向量空间无限尺寸, 不降低至 $\dot{T} 0 \ddot{U}$. 则:

- \tilde{E} 承认的基座连接拒绝。
- 所有基地 \tilde{E} 是科幻斯内德，并且具有相同的基数。

样品12。

定义24. 维网络的向量空间的维数否认

是否 \bar{E} - K- 矢量空间无限尺寸，不降低至 $\bar{0} \cup \bar{u}$ 。他们呼吁 维的 \bar{E} 该 *红衣主教基地* E 。请注意这个数字太阳。 $p \in q$ 或太阳 $p \in q$ 当有身体上的模糊性。

注21。按照惯例，它说：

- $\dot{0} U^{\circ}$ VECT HQP
- $^{\wedge} h$ 是一个基本 $\dot{0} \ddot{u}$
- 太阳 PT $0 U Q^{\circ} 0$
- 太阳 $p \in Q^{\circ} 8$ 当 \dot{E} 是的矢量空间是无限的尺寸。

实施例18。

•太阳 [R p [R q" 1

•太阳 p k n / X / q " n ' 1

• 太陽 p K [X7Q " 8

•太阳 q p [R Q“8

•太阳 p 中号 $N, P p k Q Q^* \tilde{n} p$

•太阳 ☉ p ☿ q" 1

•太阳 [R p ɕ q" 2

•太阳 $k p k \tilde{n} q'' \tilde{n}$