《概率论与数理统计》复习(一)

(苏贵福 北京化工大学理学院)

****

第二章 随机变量及其分布

****

一. 一维随机变量与分布

1. **一维随机变量**

我们将依赖于随机试验的结果而取不同值的变量称为**一维随机变量**, 简称随机变量.

2. **分布函数**

对于任意的实数x, 随机变量X取值不超过x的累积概率$P\{X \leq x\}$ 是关于x的一个函数, 我们称其为X的**分布函数**, 并记为

$$F(x) = P\{X \leq x\}$$

如果$F(x)$是随机变量X的分布函数, 那么对于任意的$x_1, x_2 (x_1 < x_2)$, 我们有

$$P\{x_1 < X \leq x_2\} = P\{X \leq x_2\} - P\{X \leq x_1\} = F(x_2) - F(x_1)$$

(一) 一维离散型随机变量与分布

1. **一维离散型随机变量**

如果随机变量X的全部可能的取值的个数, 或者有限或者有可列无穷多个, 则称随机变量X为离散型随机变量.

2. **一维离散型随机变量的概率分布律**

表示离散型随机变量X的所有可能的取值$x_i (i = 1, 2, \cdots, n, \cdots)$与相应概率的关系

$$P\{X = x_i\} = p_i$$

称为离散型随机变量的概率分布律.

3. **典型的一维离散型随机变量**

• **(0,1)-分布**: 如果随机变量X的分布律为

$$P\{X = k\} = p^k (1-p)^{1-k}$$

其中$k = 0, 1,\ 0 < p < 1$, 则称X服从(0,1)-分布.

- **二项分布**: 如果随机变量X的分布律为

$$P\{X=k\}=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}p^k(1-p)^{n-k}$$

其中$k=0,1,\cdots,n$, $0<p<1$, 则称X服从参数为n,p的二项分布, 记作$X\sim\mathcal{B}(n,p)$.

- **泊松分布**: 如果随机变量X的分布律为

$$P\{X=k\}=\frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}$$

其中$k=0,1,\cdots$, $\lambda>0$, 则称X服参数为λ的泊松分布, 记作$X\sim\mathcal{P}(\lambda)$.

注释 泊松定理表明, 二项分布与泊松分布在参数n充分大时可以相互近似代替.

4. **一维离散型随机变量的典型例子**

例1 设随机变量X服从$(0,1)$-分布, 求X的分布函数以及$P\{1<X\leq\frac{3}{2}\}$

解 已知X的分布律为

$$P\{X=k\}=p^k(1-p)^{1-k}$$

我们先求X的分布函数.

当$x<0$时, 有$\{X\leq x\}=\varnothing$, 于是$F(x)=P\{X\leq x\}=P(\varnothing)=0$.

当$0\leq x<1$时, 有$\{X\leq x\}=\{X=0\}$, 于是$F(x)=P\{X\leq x\}=P\{X=0\}=1-p$.

当$x\geq 1$时, 有$\{X\leq x\}=\{X=0\}\cup\{X=1\}$, 于是$F(x)=P\{X\leq x\}=P\{X=0\}+P\{X=1\}=1$.

于是X的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}0 & x<0\\ 1-p & 0\leq x<1\\ 1 & x\geq 1\end{cases}$$

于是$P\{1<X\leq\frac{3}{2}\}=F(\frac{3}{2})-F(1)=1-1=0$.

(二) 一维连续型随机变量与分布

1. **一维连续性随机变量**

设$F(x)$是随机变量X的分布函数, 如果对于任意的实数x, 存在$f(x)\geq 0$使得

$$F(x)=P\{X\leq x\}=\int_{-\infty}^{x}f(t)dt$$

则称X为一维数连续性随机变量(简称连续性随机变量). 其中$f(x)$称为X的密度函数.

2. **几个性质**

(1) $P\{a<X\leq b\}=\int_a^b f(x)dx=F(b)-F(a)$.

(2) 如果密度函数$f(x)$在x处连续, 那么$F'(x)=f(x)$.

(3) 连续型随机变量X在任何一点a处的概率等于0, 即$P\{X=a\}=0$.

3. **典型的一维连续型随机变量**

- **均匀分布**: 如果随机变量X的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}0 & x<a\text{或}x>b\\ \frac{1}{b-a} & a\leq x\leq b\end{cases}$$

则称X服从区间$[a,b]$上的均匀分布, 并记作$X \sim U[a,b]$. 相应的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & a \le x < b \\ 1 & x \ge b \end{cases}$$

- **指数分布**: 如果随机变量X的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x > 0, \lambda > 0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

则称X服从参数为λ的指数分布. 相应的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & x \ge 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

- **正态分布**: 如果随机变量X的密度函数为

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

其中$\mu, \sigma \in R$, $\sigma > 0$, $-\infty < x < +\infty$, 则称X服参数为μ, σ的指数分布, 记作$X \sim N(\mu, \sigma^2)$. 特别地, 当$\mu = 0$, $\sigma = 1$时, 我们称X服从标准正态分布, 并记作$X \sim N(0,1)$.

4. **一维连续型随机变量的典型例子**

主要解题依据为下述定理以及标准正态分布表的查询。

定理2.1: 如果随机变量$X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 那么$X^* = \frac{X-\mu}{\sigma}$ ~服从标准正态分布$N(0,1)$.

例2 设$X \sim N(-1,4)$, 计算$P\{X \le 1.23\}$与$P\{|X| < 1.23\}$.

解 已知$X \sim N(-1,4)$, 于是由定理2.1可知

$$P\{X \le 1.23\} = P\left\{\frac{X-(-1)}{2} \le \frac{1.23-(-1)}{2}\right\} = P\left\{\frac{X+1}{2} \le \frac{2.23}{2}\right\} = \Phi(1.115)$$

下面通过标准正态分布表求$\Phi(1.115)$的值.

由标准正态分布表可得$\Phi(1.11) = 0.8665$, $\Phi(1.12) = 0.8686$. 从而利用线性插值可得

$$\begin{aligned} P\{X \le 1.23\} =& \Phi(1.115) \approx \frac{1}{2}[\Phi(1.11) + \Phi(1.12)] \\ =& \frac{1}{2}[0.8665 + 0.8686] = 0.86775 \\ \approx& 0.8676 \end{aligned}$$

通过类似的方法以及连续型随机变量的性质

$$\begin{aligned} P\{|X| < 1.23\} =& P\{-1.23 < X < 1.23\} = P\left\{\frac{-1.23-(-1)}{2} < \frac{X-(-1)}{2} < \frac{1.23-(-1)}{2}\right\} \\ =& \Phi\left(\frac{1.23+1}{2}\right) - \Phi\left(\frac{-1.23+1}{2}\right) = \Phi(1.115) - \Phi(-0.115) = 0.4134 \end{aligned}$$

二. 二维随机变量与分布

1. **二维随机变量**

设U是随机试验E的样本空间, X和Y是定义在U上的一对有序的随机变量, 我们称(X,Y)为**二维随机变量**.

2. **联合分布函数**

对于任意的一对实数x,y, 我们称二元函数

$$F(x,y)=P\{X\le x,Y\le y\}$$

为(X,Y)的**联合分布函数**.

联合分布函数$F(x,y)$实际上是(X,Y)落在区域

$$G=\{(x,y)|-\infty<X\le x,-\infty<Y\le y\}$$

内的概率. 根据联合分布函数的概念与几何意义, 它具有如下性质:

(1) $0\le F(x,y)\le 1$.

(2) $F(x,y)$对于实数x和y都是单调不减的.

(3) $F(-\infty,y)=F(x,+\infty)=F(-\infty,-\infty)=0$, 而$F(+\infty,+\infty)=1$.

(4) $F(x,y)$对于实数x和y都是右连续的.

对于任意的x_1,x_2,y_1,y_2, 如果满足$x_1\le x_2$, $y_1\le y_2$, 则有

$$P\{x_1<X\le x_2,y_1<Y\le y_2\}=F(x_2,y_2)-F(x_2,y_1)-F(x_1,y_2)+F(x_1,y_1)$$

3. **边缘分布函数**

设$F(x,y)$为二维随机变量(X,Y)的联合分布函数, 则称

$$F_X(x)=F(x,+\infty)=\lim_{y\to+\infty}F(x,y)$$

为(X,Y)关于X的**边缘分布函数**. 同理称

$$F_Y(y)=F(+\infty,y)=\lim_{x\to+\infty}F(x,y)$$

为(X,Y)关于Y的**边缘分布函数**.

(一) 二维离散型随机变量与分布

1. **二维离散型随机变量**

如果二维随机变量(X,Y)中的X和Y分别都是一维离散型随机变量, 即(X,Y)可能的取值为有限对或者可列无限对, 则称(X,Y)为二维离散型随机变量.

2. **二维离散型随机变量的联合分布律**

我们称随机事件$\{X=x_i,Y=y_j\}$的概率

$$P\{X=x_i,Y=y_j\}=p_{ij}$$

其中$i,j=1,2,\cdots$, 为二维离散型随机变量(X,Y)的联合分布律.

3. **二维离散型随机变量的典型例子**

【第二章习题19题,20题】

(二) 二维连续型随机变量与分布

1. **二维连续型随机变量**

如果对任意的实数x,y, 二维随机变量(X,Y)的分布函数$F(x,y)$具有如下形式

$$F(x,y)=\int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{y}f(x,y)dxdy$$

其中$f(x,y)\geq 0$, 则称(X,Y)为二维连续型随机变量, 并称$f(x,y)$为(X,Y)的联合密度.

2. **联合密度函数的性质**

- $f(x,y)\geq 0$.
- $\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dxdy=1$.
- 联合分布函数$F(x,y)$在其连续点处具有偏导数, 即

$$\frac{\partial^2 F(x,y)}{\partial x\partial y}=f(x,y)$$

- 二维随机变量(X,Y)落在平面上任意区域G内的概率为

$$P\{(X,Y)\in G\}=\int\int_G f(x,y)d\sigma$$

3. **典型的二维连续型随机变量**

- **二维均匀分布**: 如果随机变量(X,Y)的联合密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{S} & (x,y)\in G\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$$

其中S为xoy平面上的有界区域的面积, 则称(X,Y)服从区域G上的二维均匀分布.

- **二维正态分布**: 如果随机变量(X,Y)的联合密度为

$$f(x,y)=\frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}}e^{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\frac{(x-\mu_1)^2}{\sigma_1^2}-2\rho\frac{(x-\mu_1)(y-\mu_2)}{\sigma_1^2\sigma_2^2}+\frac{(y-\mu_2^2)}{\sigma_2^2}\right]}$$

其中$\mu_1,\mu_2,\sigma_1,\sigma_2,\rho$均为实常数, 且$\sigma_1>0$, $\sigma_2>0$, $-1<\rho<1$, $-\infty<x<+\infty$, $-\infty<y<+\infty$. 则称(X,Y) 服从二维正态分布, 并记作$(X,Y)\sim N(\mu_1,\sigma_1^2;\mu_2,\sigma_2^2)$.

4. **二维连续型随机变量的典型例子**

【第二章习题第21题,23题】

三. 随机变量独立性

1. **随机变量的独立性**

设$F(x,y)$, $F_X(x)$与$F_Y(y)$分别是(X,Y)的联合分布函数与边缘分布函数. 如果对任意的实数x,y都有

$$F(x,y)=F_X(x)F_Y(y)$$

则称随机变量X与Y相互独立.

2. 随机变量相互独立的几个性质

(1) 如果(X,Y)是离散型随机变量, 则X与Y相互独立$\Leftrightarrow$对(X,Y) 所有可能的取值(x_i,y_j), 都有

$$P\{X=x_i,Y=y_j\}=P\{X=x_i\}P\{Y=y_j\}$$

(2) 如果(X,Y)是连续型随机变量, 则X与Y相互独立$\Leftrightarrow$在$f(x,y)$的连续点处, 都有

$$f(x,y)=f_X(x)f_Y(y)$$

(3) 如果随机变量X与Y相互独立, $g_1(x)$与$g_2(x)$是任意两个连续函数, 那么$g_1(X)$与$g_2(Y)$也相互独立.

3. **二维连续型随机变量的典型例子**

【第二章习题第31题,课本例12】

四. 随机变量函数的分布

1. 通过课本例1理解一维离散型随机变量函数分布律的求解方法.
2. 通过课本例5理解二维离散型随机变量函数的联合分布律的求解方法.
3. 通过课本例3理解一维连续型随机变量函数的密度函数的求解方法.
4. 通过课本例7理解二维连续型随机变量函数的联合密度函数的求解方法.

****

第三章 随机变量的数字特征

****

一. 数学期望

(一) 随机变量的数学期望

1. **离散型随机变量的期望**

设离散型随机变量X的分布律为

$$P\{X=x_i\}=p_i\ (i=1,2,\cdots)$$

如果级数$\sum_{i=1}^{\infty}x_ip_i$绝对收敛, 则称级数$\sum_{i=1}^{\infty}x_ip_i$ 为随机变量X的数学期望, 也称为X的分布的数学期望, 并记作$E(X)$.

2. **连续型随机变量的期望**

设连续型随机变量X的密度函数为$f(x)$, 如果积分

$$\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x)dx$$

绝对收敛, 则称该积分的值为X的数学期望, 并记作

$$E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x)dx$$

(二) 随机变量函数的数学期望

1. **随机变量函数的期望**

定理1.1 设$Y=g(X)$是随机变量X的函数(其中函数$y=g(x)$是连续函数), 则

(1) 如果X是离散型随机变量, 具有分布律$P\{X=x_i\}=p_i(i=1,2,\cdots)$, 且级数$\sum_{i=1}^{\infty}g(x_i)p_i$绝对收敛, 那么

$$E(Y)=E[g(X)]=\sum_{i=1}^{\infty}g(x_i)p_i$$

(2) 如果X是连续型随机变量, 具有密度函数$f(x)$, 且$\int_{-\infty}^{+\infty}g(x)f(x)dx$ 绝对收敛, 那么

$$E(Y)=E[g(X)]=\int_{-\infty}^{+\infty}g(x)f(x)dx$$

注释 在求解随机变量函数$Y=g(X)$时, 无需求出Y分布情况, 只要将问题转化为已知随机变量X相关的分布问题即可.

2. **数学期望的性质**

(1) 设X是一个随机变量, C是一常数, 则有$E(CX) = CE(X)$.

(2) 设X, Y是两个随机变量, 则有$E(X+Y) = E(X) + E(Y)$.

(3) 设随机变量X与Y相互独立, 则有$E(XY) = E(X)E(Y)$.

(二) 方差

1. **方差的概念**

设X是一个随机变量, 如果$E[X-E(X)]^2$存在, 则称$E[X-E(X)]^2$为X的方差, 并记作

$$D(X) = E[X-E(X)]^2$$

在实际应用中经常使用随机变量X的标准差, 其定义如下

$$\sqrt{D(X)} = \sqrt{E[X-E(X)]^2}$$

2. **方差的计算**

(1) 如果X是离散型随机变量, 具有分布律$P\{X = x_i\} = p_i\ (i = 1, 2, \cdots)$, 那么$X$的方差可表示为

$$D(X) = \sum_{i=1}^{\infty} E[x_i - E(X)]^2 p_i$$

(2) 如果X是连续型随机变量, 具有密度函数$f(x)$, 那么那么X的方差可表示为

$$D(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} E[x-E(X)]^2 f(x)dx$$

3. **方差的性质**

(1) 设X是随机变量, 则有$D(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$.

(2) 设X是随机变量, C是一常数, 则有$D(CX) = C^2D(X)$.

(3) 设随机变量X与Y相互独立, 则有$D(X+Y) = D(X) + D(Y)$.

(三) 协方差与相关系数

1. **协方差的概念**

设(X, Y)是二维随机变量, 如果$E\{[X-E(X)][Y-E(Y)]\}$存在, 则称它为X与Y的协方差, 并记作

$$Cov(X, Y) = E\{[X-E(X)][Y-E(Y)]\}$$

将下述无量纲的量

$$\rho_{XY} = \frac{Cov(X, Y)}{\sqrt{D(X)}\sqrt{D(Y)}}$$

称为随机变量X与Y的相关系数.

2. **协方差的性质**

(1) $Cov(X, Y) = Cov(Y, X)$.

(2) $Cov(aX, bY) = abCov(X, Y)$, 其中$a, b$为常数.

(3) $Cov(X_1 + X_2, Y) = Cov(X_1, Y) + Cov(X_2, Y)$.

(4) 如果随机变量X与Y相互独立, 那么$Cov(X, Y) = 0$.

3. **随机变量数字特征的典型例子**

【第三章习题第16题,17题, 课本例1】

****

第四章 大数定律与中心极限定理

****

一. 大数定律

(一) 依概率收敛及其性质

1. **依概率收敛**

设$X_1, X_2, \cdots, X_n, \cdots$是一个随机变量序列, a是一常数. 如果对于任意的整数$\varepsilon > 0$, 有

$$\lim_{n\to\infty} P\{|X_n - a| < \varepsilon\} = 1$$

则称随机变量序列$X_1, X_2, \cdots, X_n, \cdots$依概率收敛于$a$, 记作

$$X_n \xrightarrow{P} a$$

2. **依概率收敛的性质**

设$X_n \xrightarrow{P} a$, $Y_n \xrightarrow{P} b$, 那么

(1) $g(X_n, Y_n) \xrightarrow{P} g(a, b)$ 其中函数$g(x, y)$在点(a, b)连续.

(2) 如果$g(X_n, Y_n) = cX_n + dY_n$, 那么$cX_n + dY_n \xrightarrow{P} ca + db$, 其中$c, d$是常数.

(3) 如果$g(X_n, Y_n) = X_nY_n$, 那么$X_ndY_n \xrightarrow{P} ab$.

(4) 如果$g(X_n, Y_n) = \frac{X_n}{Y_n}$, $Y_n \neq 0$ 那么$\frac{X_n}{Y_n} \xrightarrow{P} \frac{a}{b}$, 这里$b \neq 0$.

(二) 切比雪夫不等式

设随机变量X的数学期望为$E(X)$, 方差为$D(X)$, 则对任意给定的正数ε,有

$$P\{|X - E(X)| \geq \varepsilon\} \leq \frac{D(X)}{\varepsilon^2}$$

$$\left(P\{|X - E(X)| < \varepsilon\} \geq 1 - \frac{D(X)}{\varepsilon^2}\right)$$

(三) 经典的大数定律

1. **切比雪夫大数定律**

设随机变量序列$X_1, X_2, \cdots, X_n, \cdots$相互独立, 每个变量的数学期望与方差分别为$E(X_1)$,$E(X_2)$,$\cdots$, $E(X_n)$,$\cdots$和$D(X_1)$,$D(X_2)$,$\cdots$, $D(X_n)$,$\cdots$. 而且这些方差都是有界的, 即存在某个正常数M, 使得$D(X_i) < M (i = 1, 2, \cdots)$, 则对于任意的正数$\varepsilon$, 有

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{\left|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} E(X_i)\right| < \varepsilon\right\} = 1$$

特别地, 在切比雪夫大数定律的条件中, 如果随机变量序列中每一个变量的期望为μ,方差为σ^2, 那么就有

定理1.1设随机变量序列$X_1, X_2, \cdots, X_n, \cdots$相互独立, 且具有相同的期望$\mu$与方差$\sigma^2$, 则对于任意的正数$\varepsilon$, 有

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{\left|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i - \mu\right| < \varepsilon\right\} = 1$$

2. **贝努利大数定律**

设在n次独立重复试验中事件A发生Y_n次, 每次试验中事件A发生的概率为P, 则对于任意的正数ε, 有

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{\left|\frac{Y_n}{n}-p\right|<\varepsilon\right\}=1$$

贝努利大数定律通过严格的数学表达式解释了频率的稳定性, 换句话说当n充分大时事件发生的频率与概率之间的误差非常小.

下面的结论是对贝努利大数定律的一个推广.

3. **辛钦大数定律**

设随机变量$X_1, X_2, \cdots, X_n, \cdots$相互独立, 服从同一分布且具有相同的期望$\mu$, 则对于任意的正数$\varepsilon$, 有

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{\left|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i-\mu\right|<\varepsilon\right\}=1$$

二. 中心极限定理

一般地, 在一定条件下随机变量序列$\{X_n\}$的部分和$\sum_{i=1}^{n} X_i$ 经标准化后所得的随机变量序列的分布函数收敛于标准正态分布的分布函数$\Phi(x)$这一结果, 统称为**中心极限定理**.

1. **独立同分布的中心极限定理**

设随机变量$X_1, X_2, \cdots, X_n, \cdots$相互独立, 服从同一分布, $E(X_i)=\mu$, $D(X_i)=\sigma^2\neq 0$ $(i=1,2,\cdots)$, 则随机变量

$$Y_n=\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i-E\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)}{\sqrt{D\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)}}=\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i-n\mu}{\sqrt{n}\sigma}$$

的分布函数$F_n(x)=P\{Y_n\leq x\}$的极限为

$$\lim_{n\to\infty} F_n(x)=\lim_{n\to\infty} P\left\{\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i-n\mu}{\sqrt{n}\sigma}\leq x\right\}=\int_{-\infty}^{x}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{t^2}{2}}dt$$

特别地, 如果上述定理中的随机变量相互独立且服从二项分布, 则有下面的推论.

2. **德莫佛-拉普拉斯中心极限定理**

设随机变量$Y_n(n=1,2,\cdots)$服从参数为n,p的二项分布, 则对任意的x总有

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{\frac{Y_n-np}{\sqrt{np(1-p)}}\leq x\right\}=\int_{-\infty}^{x}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{t^2}{2}}dt$$

三. 典型例子

例3 设随机变量X服从参数为$\frac{1}{2}$的指数分布, 试用切比雪夫不等式估计$P\{|X-2|>3\}$的概率.

解 因为X服从参数为$\frac{1}{2}$的指数分布, 所有$E(X)=\frac{1}{\lambda}=\frac{1}{2}$, $D(X)=\frac{1}{\lambda^2}=4$. 由切比雪夫不等式, 可知

$$P\{|X-E(X)|>\varepsilon\}=P\{|X-2|>\varepsilon\}\leq\frac{D(X)}{\varepsilon^2}=\frac{4}{9}$$

例4 设随机变量$X_1, X_2, \cdots$相互独立, 且X_i均服从$\mathcal{P}(\lambda)$, 则

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i-n\lambda}{\sqrt{n\lambda}}>x\right\}=1-\Phi(x)$$

并计算当$n=100$, $\lambda=2$时, $P\{\sum_{i=1}^{n} X_i>200\}$的近似值.

解 因为随机变量序列均服从泊松分布, 所以$E(X_i)=\lambda$, $D(X_i)=\lambda$. 由独立同分布的中心极限定理直接得

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - n\lambda}{\sqrt{n\lambda}} > x\right\} = 1-\Phi(x)$$

当$n=100$, $\lambda=2$时, 有

$$P\left\{\sum_{i=1}^{n} X_i > 200\right\} = P\left\{\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - 100\cdot 2}{10\sqrt{2}} > \frac{200-100\cdot 2}{10\sqrt{2}}\right\} = 1-\Phi(0) = 0.5$$

【第四章课本例1,例2】

****

亲爱的同学们:有一条路我们不能选择, 那就是放弃的路;有一条路我们不能拒绝,那就是成长的路!把握住每一次机会,为了你心中的梦想努力哦!

****