



1. 机械振荡器

介绍

我们能够，在过去半年中，我们熟悉的概念 *振荡器*，特别是串联RLC电路的研究。该电路的研究，首先在自由振荡那么正弦强制状态已经让我们突出许多物理现象，如

共振。我们可以在这个第一章中所看到的在实施他们作为机械的一部分由电动获得的特征方程振荡器的普遍性。我们评测terons也进行有关在高，以及必要的有关描述物理现象的数学工具看到的机械概念，一些基本的提醒。我们将会把这里只在牛顿力学的背景下¹并隐式假设存储库研究，即地球参考帧，是伽利略²。

1.1 弹性机械谐振子


1.1.1 定义

之前我们推出到研究的机械振荡器的描述，让我们做一下谐振子的一些提醒。

定义1.1.1 - 振荡器。

.....
.....
.....

1.1.1例子 一个时钟的钟摆，摆动是周期性的，是振荡器的一个例子。同样，在实际工作中所使用的，以产生周期交流信号中的低频发生器，是另一种。

 需要注意的是去网络nition先前提供的时间依赖性没有信息该系统的演变。唯一的条件是其周期性。

¹波速之前认为是弱的对象的速度 c 光，这样我们就可以忽略一切相对论的现象。

²我们将详细对这个概念在下面的章节中讨论。

1.1.2 定义 - 谐振子。

通过谐振子传递的信号的形式为 $S(t) = S_m \cos(\omega t + \varphi)$ 哪里 S_m 是信号的幅度和 φ 其在原点阶段。

没有真实的物理体系严格对应一个谐振子。这个概念是一个模型这是根据谐振器已经接近更多或更少。然而，许多物理系统可以被同化有效的方式来谐振子。其中，一个能够例如报价：

- 由音乐家调整他们的仪器，其产生是什么编为“纯的”合格网络连接中使用的音叉；
- 在石英手表，使用晶体石英，其在给定的频率振动；
- 双原子分子，所述振动运动可使用谐波振荡器的模型进行说明。

因此，我们注意到，在这里下的机械目前研究的一个显著的兴趣，因为其结果将是转移到物理学的各个领域大量的系统。

1.1.2 演示设备

在本节中讨论的装置由飞摆的质量小的 m ，即等同于一材料点 m 先生该重量被连接到弹簧和移动小的端部 $摩擦$

沿着表示水平轴取向的滑动 X 。弹簧的另一端被固定到所述点

A. 更多的装备，我们直接正交基的空间{ -

$\vec{u}_X, \vec{u}_Y, \vec{u}_Z$ ，如图1.1。

由于这些载体是西 4 一个人选择以字母要注意 \vec{u}_i 。



FIGURE 1.1 - 水平的弹性机械振荡器

我们的目标是那么等同于以前的系统。我们会要求不同的模型机械动作发生的重量。我们将具体地描述在后者的弹簧，其将是下一部分的主题的效果。

1.1.3 建模弹簧的作用 - 胡克定律

建模机械作用

定义1.1.3 - 机械作用。

例如1.1.2 我们可以举出机械动作的例子很多，有的练远程像引力或电磁相互作用，其他所谓的接触由风在船上的帆施加的推力。

那么我们应该能够通过适当的数学工具的机械动作模型。对于这种重新FLéchissons什么可以描述它。

- 它可以是或多或少强烈（风可以吹呃调高或调低在船上的帆）。
- 它是在一定的方向行使（风可以吹呃以下的东西或南北）。
- 下一步，它具有一定的意义（风从北方吹呃向南或南向北）。

3.它忽视的重量的任何空间延伸。

4.他们的标准是1。

因此，我们需要的数学操作或数学工具，特点是强度，方向和意义进行建模。我们知道这样一个对象：它是一个载体。正是这种载体的机械动作的造型，我们会给名 **强度**。

定义1.1.4 - 力。

例如1.1.3 在部队的高中例子已经满足，如实物的重量。如果有 米 的材料点的质量 m 和 \vec{g} 重心点的加速度 \vec{g} 是

$\vec{P} = m \cdot \vec{g}$

R 在这里，我们选择表示一个矢量用箭头放置使用的上述信
注意，有些人更喜欢的书说明粗载体。

胡克定律

现在知道力的概念，试图找到为了能够把问题公式由柱塞弹簧施加的力的表达式。

实验观察

- 考虑弹簧和分别表示 P 和 M 两端。我们可以区分三种情况，如图1.2。
- 如果一个人人在弹簧没有影响，它具有一定的长度，这是我们表示 L_0 。这个长度 L_0 弹簧的特性，被称为 **真空长度**。
 - 如果弹簧被压缩或 $L < L_0$ 同 L_0 弹簧的长度，后者施加一个推力趋向于使其更接近其原始长度。
 - 类似地，如果一个拉伸弹簧或 $L > L_0$ 然后在其端部由弹簧施加的力趋于缩短，使 L 的 L_0 。

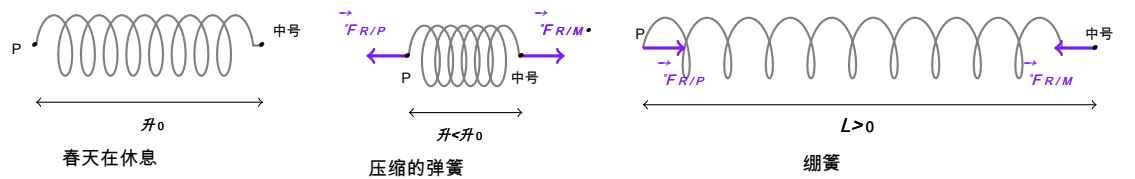


FIGURE 1.2 - 弹簧的不同的情况

我们已经更多，已知图1.2，表示通过在每一端上的弹簧所施加的力。经验表明，
 $\vec{F}_{R/P}$ 和 $-\vec{F}_{R/M}$ 是相同的标准和方向，但无意义的
反对。这种力量通常被称为 **恢复力**。

造型 - 胡克定律

在这里，我们将寻求以得到弹簧的一端施加的力的数学表达式。需要注意的是，不同的是基本相互作用，如引力或电磁相互作用，这股力量也不能确切的理论决心。因此，它是一个 **造型** 在微观尺度上实现数学更复杂的现象，无法准确描述。

当拉伸或压缩弹簧，可发生功能的几个领域。

- 如果大部分的弹簧被压缩，压走到一起，就能幻化变形。无论施加的力就可以了，它不能被压缩：其长度变化更多。
- 如果弹簧不被压缩得太多，或过拉伸，通过实验发现，通过在—端上的弹簧所施加的恢复力其正比于幅度 $x - x_0$ 叫 **胡长的春天**。当停止压缩或拉伸弹簧，后者恢复其初始形状，这是说，在工作区 **弹性**。比例常数，表示为 k 将被称为 **刚度常数**。
- 最后，如果压力过大的弹簧，所述恢复力就变得非常重要，并不再是正比于伸长率，它然后将不可逆地变形的弹簧（它修改它的静止长度），它被称为 **塑性变形**。

法1.1.4 - 胡克定律。

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

[R] 确定由在其端部中的一个的弹簧所施加的力通常是源
签名错误。我们总是照顾，以验证所获得的表达是符合常理（施加必须反对弹簧的伸长或压缩力）一致。

[R] 弹簧常数 k 是弹簧的一个特性值，越会，其更
将难以变形。它在表达 $\text{牛顿} \cdot \text{米}^{-1}$ 。

1.1.4 获得方程

知道了通过在行话弹簧施加的力的表达，现在可以等同的问题。我们将针对需要一个工具，你曾经在高中时看到的，即牛顿第二定律，也称 **动力学的基本规律**。

法1.1.5 - 动态的基本法。

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

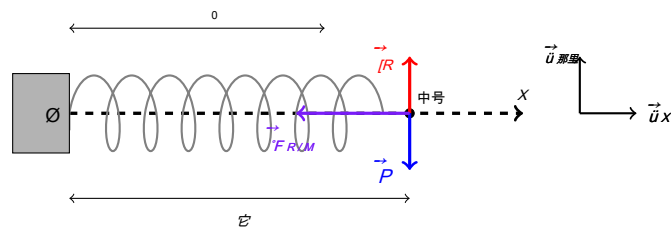
[R] 我们将在仓库的概念更详细，速度等返回献给章颗粒的动力学（第3章）。

[R] 我们主张我们超越相对论框架的研究，使大众能视为常数和动力学的基本规律被改写为：

$$\vec{v} = DT \sum_F \vec{F}. \quad (1.1)$$

力学的基本规律的写作

为了动力学的基本规律适用于我们的情况，采用系统化的方法，会在我们的研究中的其余部分。



.....

.....

.....

.....

选择的坐标系的原点

到目前为止，我们已经注意到 牛横轴为描述运动，我们现在必须选择该轴的原点。合适的选择可以是选择原点O到其中A附接弹簧的点。经验表明然而更好的，这是要问出身，所以我们有 为 $X=L-l_0$ 这是选择 $X=0$ 时 $L=L_0$ 即，当弹簧处于平衡状态。然后运动方程式放在形式，如 d^2X/dt^2

$$\frac{d^2X}{dt^2} = -KX$$

$$m\ddot{X} = -KX \quad \Rightarrow \quad \ddot{X} + K \frac{1}{m} X = 0 \quad (1.2)$$

我们认识到，类似于我们已通过LC电路电动的研究中获得的一个方程式。 五 这似乎因此顺理成章推出了一个特点脉动 ω_0 定义如下：

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{K}}{m} \quad (1.3)$$

那么运动方程放在下面的表格，被称为 规范形式：

$$\ddot{X} + \omega_0^2 X = 0. \quad (1.4)$$

求解方程

二阶微分方程的分辨率如先前建立已经在前面的章节中已经看到，我们流连忘返因此我们太多关于它的分辨率。我只想我们看到该类型的功能 $\vec{r} \rightarrow \cos(\omega_0 T)$ 和 $\vec{r} \rightarrow \sin(\omega_0 T)$ 是的解决方案。但实际上它在：

.....


.....

.....

.....

然后，它指出，只要我们已经找到了一个二阶微分方程的两个特殊解决方案，一般的解决方案，然后通过两个特定的解决方案的线性组合给出。因此，我们注意到 C_1 和 C_2 两个常量与初始条件决定由我们：

$$X(t) = C_1 \cos(\omega_0 t) + C_2 \sin(\omega_0 t). \quad (1.5)$$

 该评级是严格相当于简谐 $X(t) = X_m \cos(\omega_0 T + \varphi)$ 同 X_m 和 φ 的也常数由初始条件决定。

移动的情况下，没有下降的初始速度

考虑移动最初研究了从它的平衡位置偏离价值 $X(0) = X_m$

并没有下降的初始速度，使 $X'(0) = 0$ 这两个条件将使我们能够确定两个常量 C_1 和 C_2 。但实际上它在：

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

代表的图形外观 $X(t)$ 的图1.3。

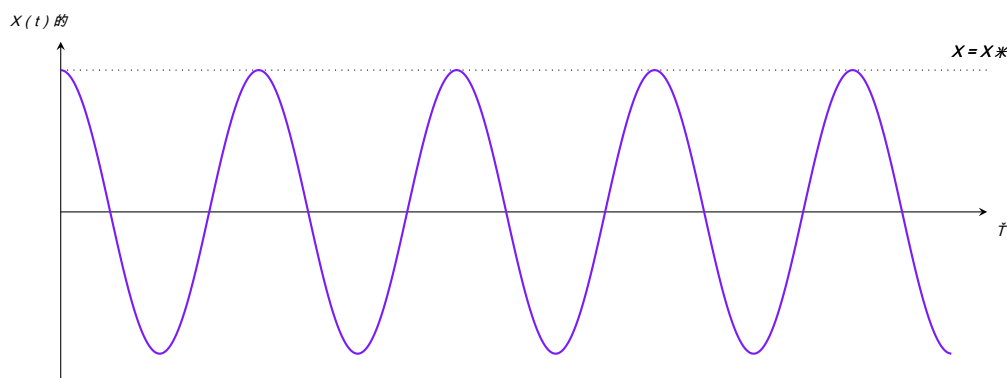


FIGURE 1.3 - 图形 $X(t)$ 的

R 我们注意到，该决议作出这里是类似于各个方面进行时 LC 电路，其由以下事实：这两种系统都受到类似的方程描述解释了研究。他们是在它的谐振子的两个不同的例子。我们将在更详细的章节中回报电动和机械之间的这个比喻后。

相肖像

由于 RC 和 RLC 电路的研究的一部分，我们可以得出振荡器的相位画像。先来回顾一下它的定义。

定义 1.1.5 - 相位肖像的振荡器。

.....

.....

.....

在我们的例子中，我们有：

.....

.....

.....

.....

.....

.....

这个等式对应于半径的圆的 X 的，中心在坐标系的原点，如图 1.4。

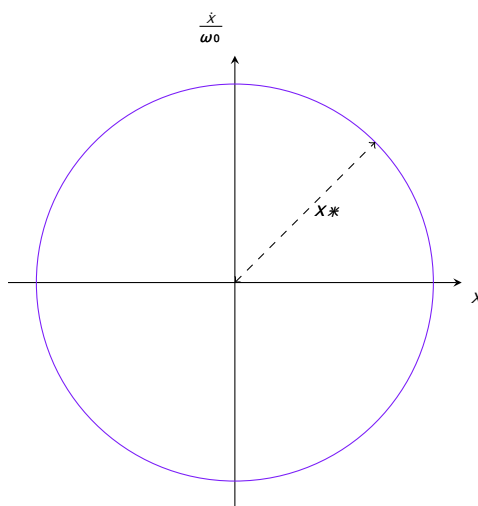


FIGURE 1.4 - 谐振子的相图

IR 相当像的路线具有重要的现实意义，因为我们将要看到的下面的章节，这使得它可以从一个简单的图形研究预测振荡器的行为。

应用实施例 - 垂直弹性机械振荡器

为了执行我们研究一个振荡器，此时垂直的另一示例中，如图所示1.5。甲轻量级，比作材料点 *中号* 块 *男*，被链接到刚度的弹簧 k 和真空长度 $升o$ 。我们选择 *盎司* 作为降纵轴。由于重力的加速度，假定为均匀的，被表示 - $克$ 候任 $升$ 弹簧的此刻的长度 $吨$ 。

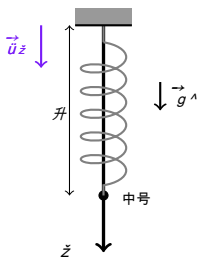


FIGURE 1.5 - 垂直弹性振荡器

我们会考虑这个问题，以确定运动方程，然后将变量的变化才能把规范形式。要做到这一点，相同的方法，对水平振荡器施加。

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....


.....

.....

.....

.....

.....

 这种选择意味着要 $Z=0 \rightarrow L=L_0 + \frac{mg}{k}$ 再次回到 $Z=0$ 时
 弹簧处于其平衡位置。这是因为如果该弹簧有一个新的真空长度 L_0
 $0 = \frac{mg}{k} + \frac{mg}{k}$ 细长的"配重的重量的作用下。

1.1.5 能源方面

从机械弹性振荡器各种形式的能量

使用与我们开始寻求利用能源的方法来研究水平弹性振荡器的例子。让它为特征方程 米"

$$X + KX = 0$$

乘有 X 我们得到：

$$m\ddot{X} + K'X = 0. \quad (1.6)$$

请注意，此表达式可以写成一些函数的时间导数：

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

定义 1.1.6 - 动能。

.....

.....

.....

.....

.....

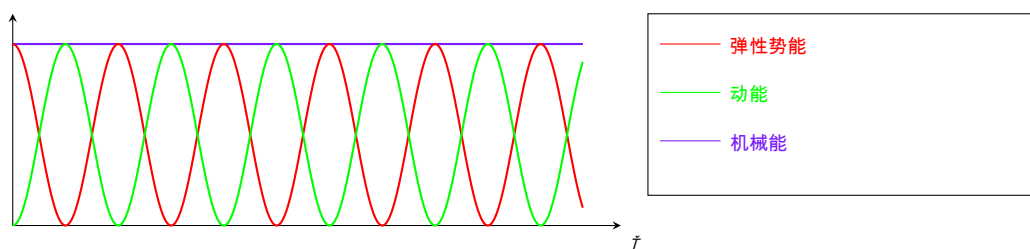


FIGURE 1.6 - 弹性谐振子的能量外观

定义1.1.7 - 弹性势能。

.....

.....

.....

.....

.....

因此，所研究的振荡器是能量的交换位点：动能，并转换成弹性势能并且反之亦然，从而使两者的总和被保留，如图1.6。

实验观测和模型边界

在实验室水平弹性振荡器进行如本节研究。它指出使用电子设备的振幅发生变化 $X(t)$ 的振荡一段时间。我们目前在图1.7的结果。

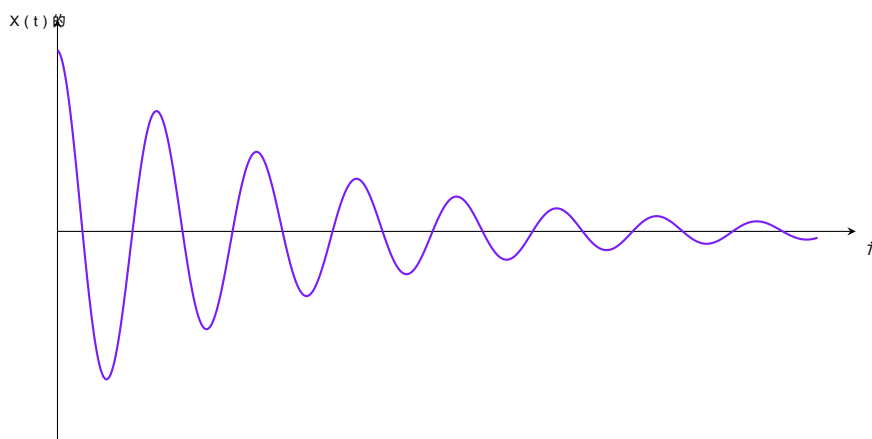


FIGURE 1.7 - 更改在振荡的幅度在现实情况下，

这一次是在振荡的振幅逐渐减小，观察到直到移动，其未在今开发的模型提供了用于完全关断。这是因为我们忽略了一个非常重要的物理现象：**摩擦** 我们将在下一节讨论。

1.2 振荡阻尼弹性力学

1.2.1 粘性摩擦的数学模型

当骑自行车出行，你可以感受到我们的身体空气的作用趋向于我们的运动减慢。流体的这种动作，其中所述移动物体浸入被称为 **力摩擦**。

因此，任何移动体浸入流体中的经验趋向于相对其运动的力

通过降低它的速度。正如在后面的章节更详细的讨论，这些摩擦力都具有十分重要的物理意义，并参与了许多实际的现象。

为了能够在数学描述的摩擦力的作用下，我们必须制定一个数学模型，为我们做了胡克定律。我们将建立在这个两个实验观察：

- 摩擦往往 反对 运动，意义会 相反 比速度；
- 在更快的移动移动时，摩擦力的强度是重要的。因此，我们可以假设标准摩擦力正比于移动速度的标准。这就是所谓的 *力斯托克斯摩擦*。

德网络nition 1.2.1 - 斯托克斯的力粘滞摩擦。

IR 请记住，粘性摩擦力斯托克斯是一个建模和它只是在一定区域内，因此是有效的。这不是一个基本相互作用物理学。有时，当速度而变得过大，摩擦力deveinnent平方成正比的速度，然后我们讲的 **文丘里管的摩擦**。

1.2.2 获得方程

继续从水平振荡器的例子，有弹性寻求到等同时考虑的摩擦力。假设设定SUF网络ciently小游戏速度，考虑斯托克斯的相关模型。正如任何机械问题，相同的步骤被应用。所选择的方向约定是相同的部分之一。我们选择的原点 O 标记到弹簧平衡位置，从而使 $X = L - \text{升}0$ 。将指定 -

→
V该

移动速度在研究资源库。

该帧的原点被选在弹簧平衡位置，从而使 $\vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{x}$ 。此外，运动发生沿水平轴 \vec{x} 速度可以写成 -

$$\vec{v} = \dot{\vec{x}} \vec{e}_x \quad \text{6 方程}$$

然后，运动可以放在表格：

$$m \ddot{\vec{x}} = - \text{毫克} - \vec{b} \dot{\vec{x}} + [R - \vec{b} \text{ 质量} - k\vec{x} - \vec{b} \dot{\vec{x}} - \alpha \dot{\vec{x}}] \vec{e}_x \quad (1.7)$$

这个等式被投影 - \vec{e}_x 然后说到：

$$m \ddot{x} = -kx - \alpha \dot{x} \Rightarrow \ddot{x} + \frac{\alpha}{m} \dot{x} + \frac{k}{m} x = 0 \quad (1.8)$$

我们认识到一个二阶微分方程没有第二，强烈类似于我们已通过RLC串联电路的研究中获得的一个。这似乎因此顺理成章把公式中的下列规范形式。

1.2.2定义 - 阻尼振荡的演化方程的规范形式。

表达它identi网络连接立即上课 ω_0 和 ξ 弹性研究的振荡器的情况下，我们得到：

$$\ddot{x} + 2\xi\omega_0 \dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad (1.9)$$

我们推断详细表达 ξ 根据问题的数据：

以同样的方式，电动往往是首选，而不是折旧率 ξ ，使用品质因数 Q 其定义如下回忆。

1.2.3定义 - 质量因素。

谐波振荡器方程的特征然后可以写成下面的形式：

$$X^2 + \omega_0^2 X + \omega_0^2 X = 0 \quad (1.10)$$

如果我们在这里学习，我们可以编写表达 Q 在以下方面 α ， k 和 L ：

然后，它仍然是解决了以往经典公式，以观察如果结果与实验数据相一致。

1.2.3 求解方程

我们不会详细解决二阶微分方程的方法，后者已经已经解决在以前的学期。如果必要的话，可以参考数学附录B. 我们知道，解决这样一个方程式，必须先写它的特征多项式。这给出指出 r 根，通过：

$$[R^2 + 2\xi\omega_0]R\omega^2 \big|_{R=0} = 0. \quad (1.11)$$

现在，我们可以表达这种多项式的判别：

$$\Delta = 4 \xi^2 \omega^2 - 4 \omega^2 = 4 \omega^2 \quad (1.12)$$

那么我们知道，这取决于判别的符号的解决方案会有所不同。考虑一下，详细的解析，移动而不初速释放到位置 $X(0) = X^*$ 同 $X^* > 0$ 。

拟周期机制 ($\Delta < 0$)

[illegible]

我们可以通过将品质因数重写这个表达式 Q 而不是折旧率 ξ :

$$X(t) = X \exp(-\omega_0 t) \cos(\omega_0 t + \frac{1}{4} \pi) \quad \text{同 } \omega = \omega_0 \quad (1.13)$$

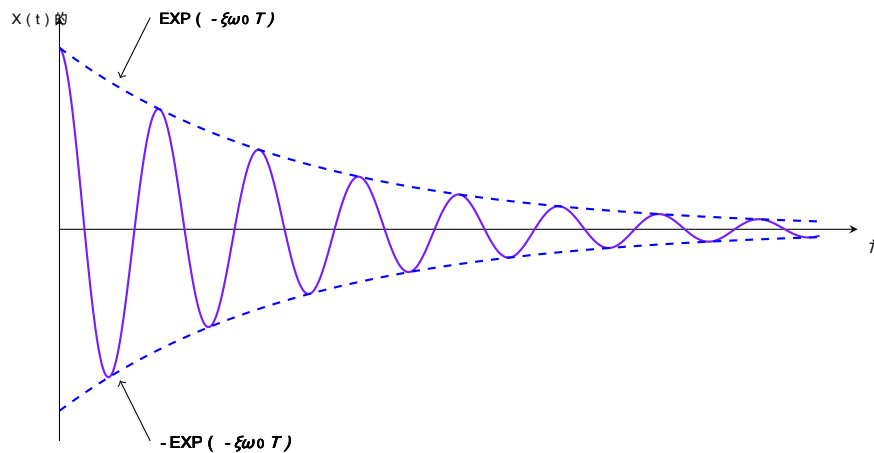


FIGURE 1.8 - 解决伪周期性政权的倾城

代表图1.8解决方案的图形外观。

我们观察到良好振荡的指数衰减由于指数递减定期 $\text{EXP}(-\xi\omega_0 T)$ 。这是更具体的指数信封下振荡正弦函数。所观察到的曲线不是严格的周期，所以我们谈 *拟周期性*。与这一制度相关联的特定词汇。

词汇1.1 - 伪周期。

经常用于表征振荡的快速衰减，时间特性
 τ 。我们观察到，在正弦指数方程 EXP 振荡 $(-\xi\omega_0 T)$
 这可以被改写 $\text{EXP}(-T/\tau)$ 哪里 $\tau = 1/\xi\omega_0$ 同质时间被称为 *时间特性*。
 TO $T = \tau$ ，的幅度及减少由它的最大值的63%，在 $T = 5\tau$ ，我们可以考虑幅度零和稳态达成。

非周期性计划 ($\Delta > 0$)

另一种可能的情况是，一个 *强阻尼*，匹配 $\xi > 1$ ，或 $Q < 1$ ($\xi^2 - 1$) 这次是积极的。他的根
 鉴别特征多项式 $\Delta = 4\omega^2$
 真实的，计算公式如下：

$$R = -\xi\omega_0 \pm \omega_0 \sqrt{\xi^2 - 1} \quad (1.14)$$

该解决方案 $X(t)$ 的是以下形式的：

$$X(t) = C + ER + T + \zeta \cdot \dot{R} \cdot T = \text{EXP}(-\xi\omega_0 T) \quad (1.15)$$

该表达式可以通过要求更简单地被改写 $\omega = \omega_0$

$$X(t) = \text{EXP}(-\xi\omega_0 t) (C + \text{EXP}(\omega_0 t) + C \cdot \text{EXP}(-\omega_0 t)) \quad (1.16)$$

和以前一样，常数 C 和 ζ 由初始条件决定。这里就不再导致这些常量，这将在教程进行的详细计算。注意仅用于移动所获得的结果没有初始速度下降的位置处 $X(0) = X_0 > 0$ 。然后，我们得到：

$$X(t) = X_0 \frac{2\omega_0(\omega_0 + \xi\omega_0) \text{EXP}(\omega_0 t) + (\omega_0 - \xi\omega_0) \text{EXP}(-\omega_0 t)}{2\omega_0} \text{EXP}(-\xi\omega_0 T) \quad (1.17)$$

该表达式可以改写基于所述品质因数 Q ：

$$X(t) = X_0 \frac{(\omega_0 + 0) \text{EXP}(\omega_0 t) + (\omega_0 - 0) \text{EXP}(-\omega_0 t)}{2Q} \text{EXP}(-\omega_0 t) \quad (1.18)$$

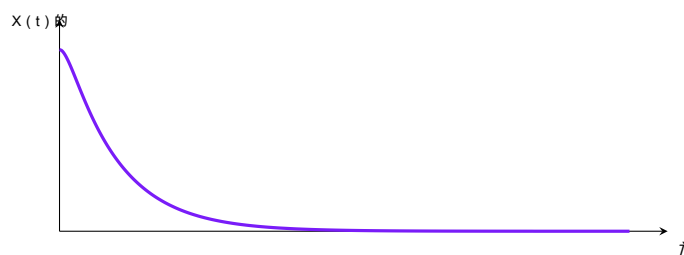


FIGURE 1.9 - 解决方案非周期性制度

它示出了该结果在图1.9的形状。

可以观察到，振荡已经消失。此时，直接到其平衡位置移动返回而不会超过它。这是什么情况，如果移动放置在高粘度液体，摩擦是如此重要，以至于在移动停止之后才能够超过平衡位置。

可以像以前一样，定义一个特征时间 τ 表征时间过速政权。这是在表达 $X(t)$ 的双指数方面，第一个是 $\exp(-(\omega - \xi\omega_0)t)$ 和第二 $\exp(-(\omega + \xi\omega_0)t)$ 。这两个术语对应于递减的指数，但第二个对应于下沉速度更快。这就是为什么我们有这个时间 $\tau = 1/(\omega + \xi\omega_0)$ 。

$$\omega + \xi\omega_0$$

有时有趣摆在非周期性政权（有时也被称为政权 *超临界*）。当一个人不希望系统中观察到的振荡。这是例如在阻尼汽车的系统中，为了避免乘客的不舒服的摇摆运动的情况下。

关键制度 ($\Delta = 0$)

最后一宗个案来处理关键政权的休息，这对应于特定情况下 $\Delta = 0$ ，或 $\xi = 1$ 或 $Q = 1/2$ 。特征多项式 $[R^2 + 2\xi\omega_0 R + \omega^2]$

$\omega = 0$ 具有那么双根：

$$R = -\xi\omega_0 = -\omega_0. \quad (1.19)$$

该解决方案 $X(t)$ 的放在表格：

$$X(t) = (C_1 + C_2 t) \exp(-\omega_0 t), \quad (1.20)$$

其中常数 C_1 和 C_2 再次由初始条件决定。再次，我们就不详细介绍这些计算。就够了，得到的结果，而无需初始速度释放到位置的移动 $X(0) = X_L$ ：

$$X(t) = X_L (1 + \omega_0 t) \exp(-\omega_0 t). \quad (1.21)$$

以图形方式表示的溶液（图1.10）的形状。据观察，这条曲线非常相似，对于非周期性政权获得。再次，振荡是不存在，并且该系统直接返回到其平衡位置。

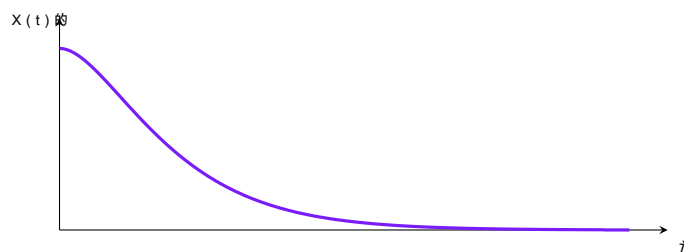


FIGURE 1.10 - 解决方案临界流

IR 请注意，这是不可能精确实验所期望的关键制度，它是总是略政权超临界或亚临界，研究的兴趣在这里纯粹的理论。

1.2.4 相图

求在每个上述讨论的情况下，画出了系统的相图，从伪周期性制度。

拟周期机制

在拟周期政权的情况下，我们会观察系统的振荡，相图将因此具有与谐振子的相似之处。然而，与后者的情况下，振荡的振幅会逐渐减少的时间线。当绘制阶段肖像：

$\frac{x}{\omega_0}$ 在以下方面 x 所以，我们看到的圈子不关闭，其半径减小随时间：相位画像是该帧的原点的螺旋的结局，如图1.11。

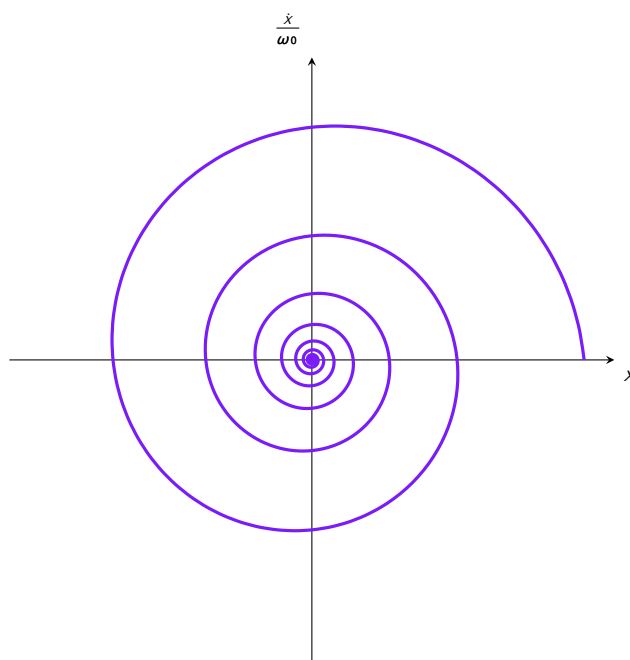


FIGURE 1.11 - 相图伪周期性政权

非周期性政权

在这种情况下考虑非周期性政权，幅度 $x(t)$ 的始终为正，并总是负的速度（因为我们只剩下 $x(0) > 0$ ）。最初的零速度，将增加到最大值，然后下降，直到它再次消失。振幅她会继续下降，直至平衡位置。这样的曲线图的外观示于图1.12。

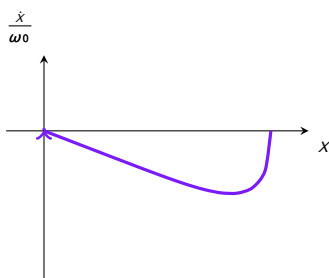


FIGURE 1.12 - 相图非周期性制度

缓冲弹性振荡器	RLC电路串联
α	$1/R$
m	L
k	$\frac{1}{C}$
v	i
x	q (电荷存储在电容器的正极板)
\bar{E}_c	\bar{E}_L
\bar{E}_p	$\bar{E}_{\text{电容器}}$

TABLE 1.1 - 机电类比

- 以后你会看到在该电磁感应的过程 L 表征的偶极子在穿过它的电流对抗变化的能力。惯性质量 m ，同时，描述了身体对抗速度变化的能力。这是正常的，符合轻量级的速度 v 与电流强度 i 。
- 动能 $\bar{E}_c = \frac{1}{2} m v^2$ 成为相当于 $\frac{1}{2} L i^2 = \bar{E}_L$ 。
- 我们知道， $x = \int v dt$ ， x 因此，相当于 $\int i dt = q$ 作为提醒我们， $i = dq/dt$ 。移位 x 相当于负载 q 存储在电容器的正极板。
- 然后， $\bar{E}_p = \frac{1}{2} k x^2$ 这相当于 $\frac{1}{2} C q^2 = \bar{E}_{\text{电容器}}$ 。弹性电位等效于存储在电容器中的能量。

1.3 弹性机械振荡器强制状态

我们只是强调RLC串联电路和缓冲弹性振荡器之间的密切联系。然而，电动研究过程中，我们可以突出了RLC串联正弦强制状态的共振现象。因此，似乎合理的假设，一个类似的现象，必须在弹性振荡器的情况下可以观察到，从而产生一种现象 共振力学。

1.3.1 演示设备

所研究的系统几乎是一样的前面部分。它是由轻量级的质量 m ，比作材料点 m 连接到刚性的弹簧的端部 k 和真空长度

l_0 。另一端 一弹簧的是能够通过外部设备约束至移动，使得

$x_A(t) = A \cos(\omega t)$ 。它考虑斯托克斯的粘滞摩擦，我们注意到 α 系数对应cient。注 $x(t)$ 的的点的位置 m 以便 x 是零当弹簧处于平衡状态。长度 $L(t)$ 弹簧由下式给出：

$$L(t) = x(t) + s_0 - x_A(t) \quad (1.26)$$

示于图1.13所使用的设备。

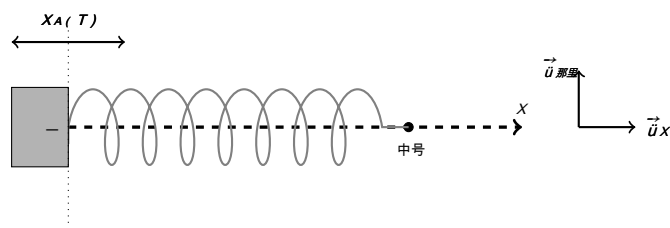


FIGURE 1.13 - 水平弹性振荡器正弦强制制度的研究

1.3.2 获得方程

在问题的公式的设置是如此非常类似于以前。唯一的区别在于，弹簧长度现在由下式给出 $x(t) + s_0 - x_A(t)$ 因此，通过应用动力学的基本规律：

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.3.3 解决方法

这个方程的解是两项之和：

- 第一对应于一般均匀溶液自由饮食 $X_H(T)$ 即，没有第二构件的方程的解：

$$X + \omega_0^2 X - \frac{\omega_0^2}{Q} X = 0. \quad (1.27)$$

- 第二项 X_p 将对应于特定的解决方案，所述第二部件的形状，因此，将振荡余弦脉冲 ω 其中，记住，由用户固定 τ 。

存在于对其表达的均匀溶液，正如我们所看到的，递减的指数项（不管涉及的程序的），这样它会贬值随着时间的推移。因此，如果一个等待足够长（过渡政权的时代特征之前连篇累牍），我们可能会认为我们 X_p

X_p 和方程的分辨率限于搜索

特定的解决方案。

我们已经看到，在部分电动找到这个特定的解决方案最简单的方法是要经过复杂的方法。寻求解决方案将是这样的形式 $X(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi)$

φ) 复杂的幅度则相关的IT X 计算公式如下：

$$\underline{X} = X_m \underline{E} j(\omega \tau + \varphi) = X_m \underline{E} j \omega \tau \quad (1.28)$$

哪里 $X_m = X_m \underline{E} j \varphi$ 被称为幅度复杂。那么，我们注意到两件事情：

- 振幅 X_m 的 $X(t)$ 的由模量给定 X_m ，之一：

$$X_m = |\underline{X_m}|. \quad (1.29)$$

- 在原点相 φ 的 $X(t)$ 的是由给定参数 X_L ：

$$\varphi = \text{ARG}(\underline{X_m}). \quad (1.30)$$

同样，一个同伴与 $X_A(T)$ 一个复杂的数量 $X - X_A(T)$ 已经被选择为相原点 ⁸ 我们只是有：

$$\underline{X_A} = -X_m \underline{E} j \omega \tau. \quad (1.31)$$

然后，我们可以写，以便找到特定解决方案的复杂领域的等式功能。

1.3.4 机械共振

当研究RLC串联电路中，我们区分两种类型的共鸣：共振和电压谐振强度。同样，我们将在这里的区别 *伸长共振* 和 *共振速度*。

7.不要与系统的固有频率相混淆！

8.把她相无效后面。

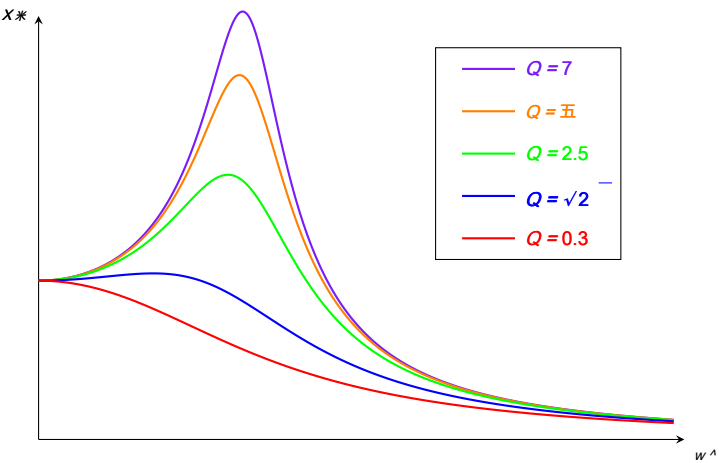


FIGURE 1.14 - 减少脉动的伸长函数的幅度

研究论证

这项研究将是不完整的，除非我们是领先的参数的研究 X^* 将给我们相位超前 $X(t)$ 的与 $X_A(T)$ 。用于计算同样的方法是电动。我们得到：

.....

.....

.....

.....

.....

.....

它显示了该参数在图1.15的形状。

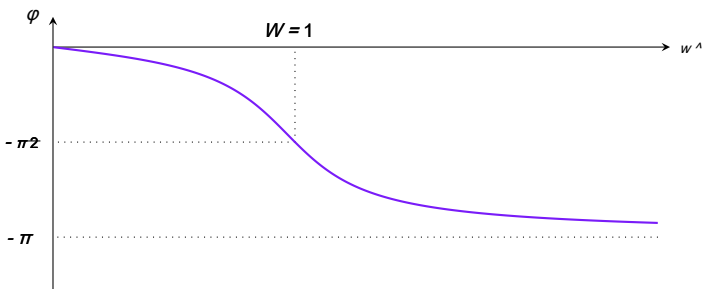


FIGURE 1.15 - 相位造成伸长取决于减小脉动

据观察，幅度在0和之间变化 $-\pi$ 是 $-\pi/2$ 为 $W=1$ ，我们CON网络rmerait一研究的限制。

共振速度

其他类型的共鸣，我们可能会遇到的是，共振速度。速度相关的伸长 $X(t)$ 的由公式：

$$V(T) = \frac{DX}{DT_0}$$

(1.32)

注 v^* 与速度相关联的复振幅。我们知道，由乘以的复表示真正的结果的空间旁路 $\hat{j}\omega$ ，因此，我们推断直接表达级的速度复杂：

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

[R] 在这里，我们认识到类似于用于谐振强度RLC电路而获得的公式系列。

因此，我们可以计算出振幅和相位速度的由来 $V(t)$ 的。对于振幅首先获得：

.....

.....

.....

绘制振幅的Q.结果的各种值的形状在图1.16所示。

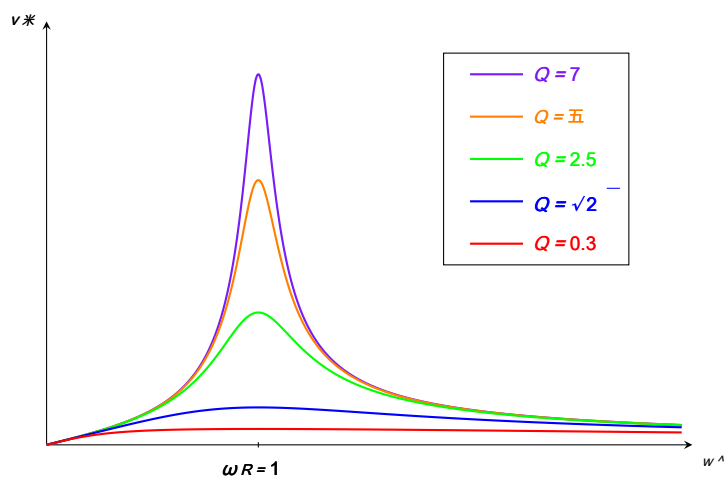


FIGURE 1.16 - 速度振幅强制状态

据观察，这个时候，有共鸣，无论价值 Q ，我们正处于类似RLC串联强度的共振各方面的情况。共振有这次在电路的固有频率持有，或 $\omega R = 1$ ，或 $\omega = \omega_0$ 。和以前一样，较高的品质因数 Q

，共振峰标记越大，共振 尖锐。

现在提出的相位的计算在原点 φ_v 速度，由下式给出：

.....

.....

.....

.....

.....

它显示了在图1.17的参数的形状。

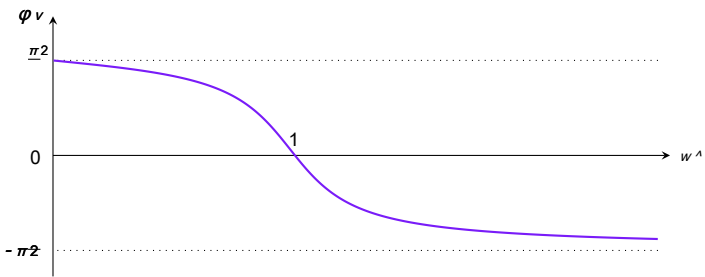


FIGURE 1.17 - 在强制状态的速度背后步骤

速度背后的阶段变化这段时间 $\pi/2$ 至 $-\pi/2$ 。它是在谐振零，速度是如此之与共振兴奋调。

结论

我们一直在本章中，我们重点关注的机械系统的一个具体例子：该弹性振荡器。这使我们能够证明谐振子方程演变的普遍性，我们发现物理学的各个领域，如我们在电动和机械都看到了。考虑到摩擦斯托克斯式流体透露RLC串联电路和弹簧振荡器之间有很强的相似性，由相同的方程所描述的两个系统：一个阻尼自由运行的振荡器。正如预期的那样，我们发现机械共振现象，具有重要的实际应用中，特别是在土木工程（认为塔科马大桥的倒塌）。最后，运动点。