

磁场对外的表现： 磁力

{ 磁场对运动电荷的作用
磁场对载流导线的作用

洛仑兹力

安培力

§ 7.6 洛伦兹力 带电粒子在电磁场中的运动

一、洛伦兹力

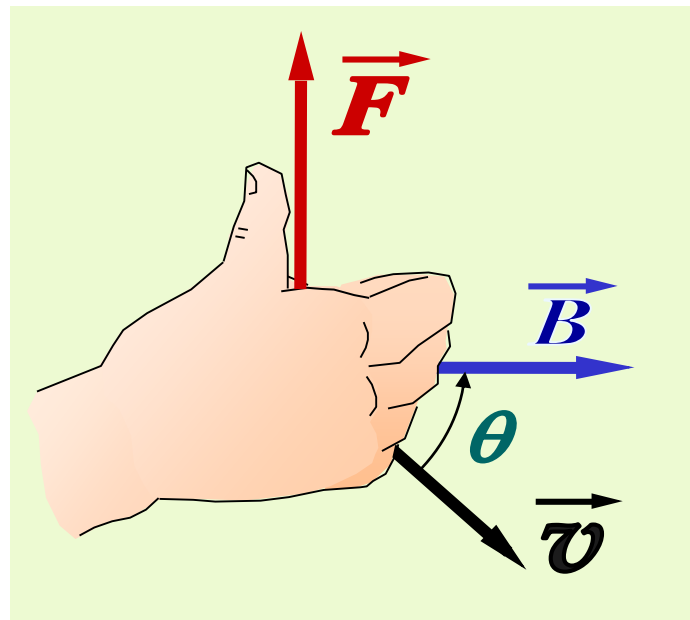
磁场对运动电荷施以的磁场力是洛伦兹力

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$$

大小: $F = qvB \sin \theta$

方向: $q \vec{v} \times \vec{B}$

力与速度方向垂直。
因此洛伦兹力不能改变速度大小，只能改变速度方向。



如果运动电荷为 $-q$, 其受力方向与 $+q$ 的受力方向相反.

二、带电粒子在磁场中的运动

1. 带电粒子在均匀磁场中的运动

若一运动带电粒子（质量为 m ，电量为 q ）以初速度 \vec{v}_0 进入磁感强度为 \vec{B} 均匀磁场。

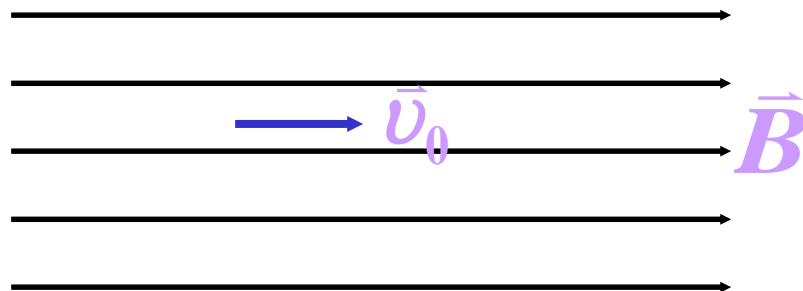
分三种不同情况分别说明

- (1) 粒子运动速度平行于磁感强度 ($\vec{v}_0 \parallel \vec{B}$)
- (2) 粒子运动速度垂直于磁感强度 ($\vec{v}_0 \perp \vec{B}$)
- (3) 粒子运动速度方向任意 (\vec{v}_0 与 \vec{B} 成夹角 θ)

$$\vec{F}_m = q \vec{v} \times \vec{B}$$

(1) \vec{v}_0 与 \vec{B} 平行或反平行

$$\vec{F}_m = 0 \quad \vec{v} = \vec{c}$$



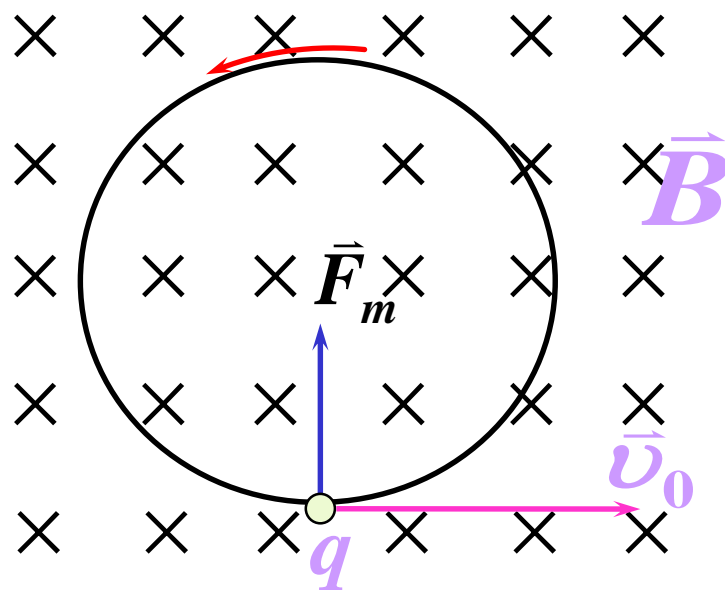
沿磁场方向做匀速直线运动

(2) \vec{v}_0 与 \vec{B} 垂直 $F_m = q v_0 B$

$$q v_0 B = m \frac{v_0^2}{R}$$

半径 $R = \frac{m v_0}{q B}$

周期 $T = \frac{2\pi R}{v_0} = \frac{2\pi m}{q B}$



在垂直于磁场的平面内做匀速圆周运动

(3) \vec{v}_0 与 \vec{B} 成 θ 角

$$v_{//} = v_0 \cos \theta \quad \text{匀速直线运动}$$

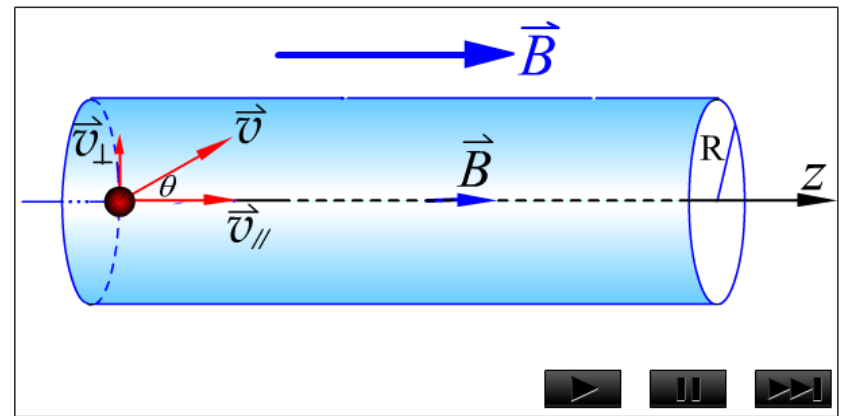
$$v_{\perp} = v_0 \sin \theta \quad \text{匀速圆周运动}$$

$$R = \frac{m v_{\perp}}{qB} = \frac{m v_0 \sin \theta}{qB}$$

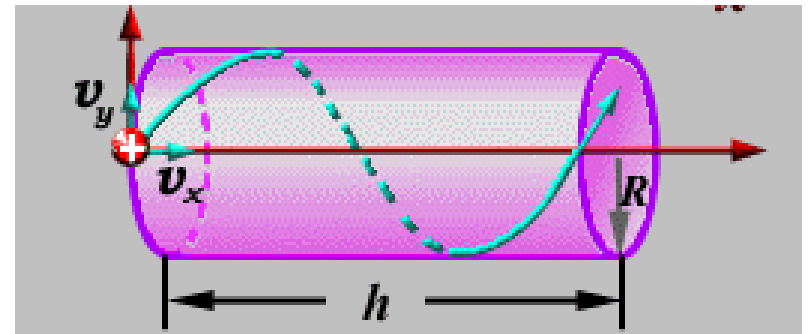
$$T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}} = \frac{2\pi m}{qB}$$

$$\text{螺距: } h = v_{//} T = v_0 \cos \theta \cdot T$$

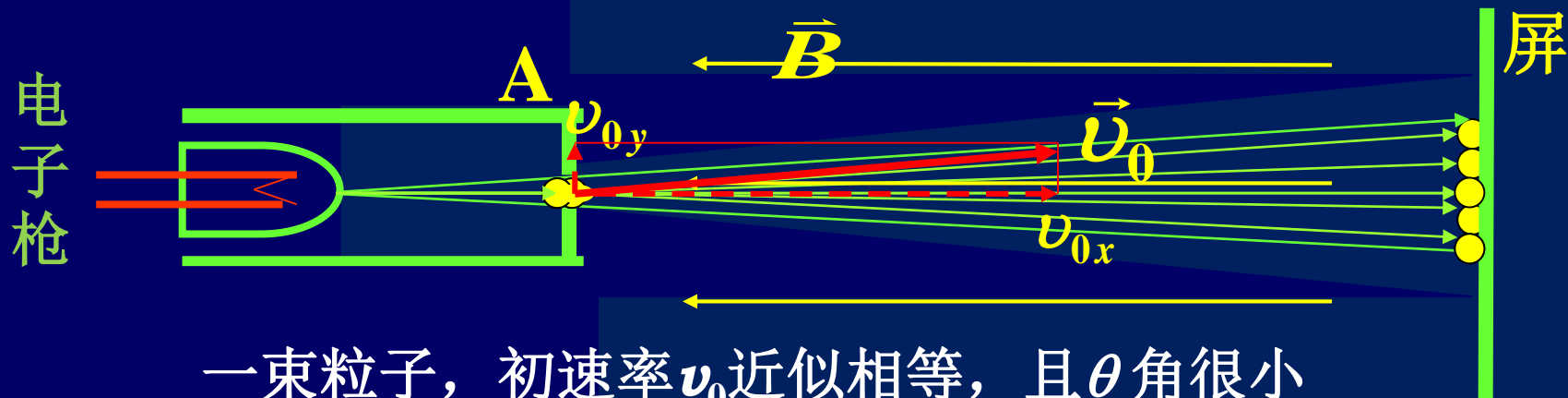
$$= \frac{2\pi m v_0 \cos \theta}{qB}$$



带电粒子在磁场中的螺旋运动

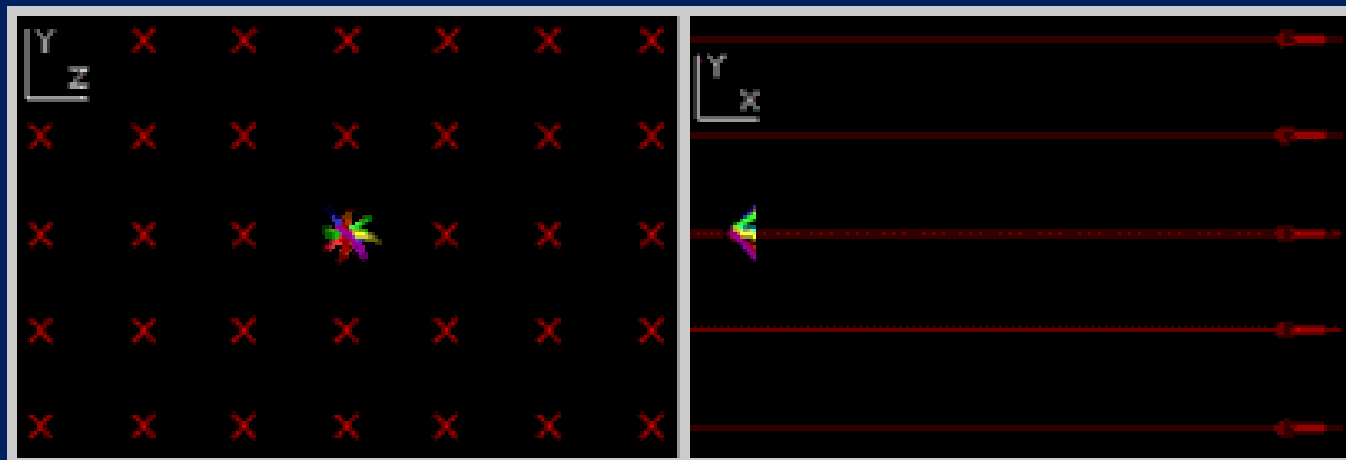


从同一点出发、 $v_{//}$ 相等的一切同类粒子，在一个周期后又聚焦在磁场的同一点----磁聚焦

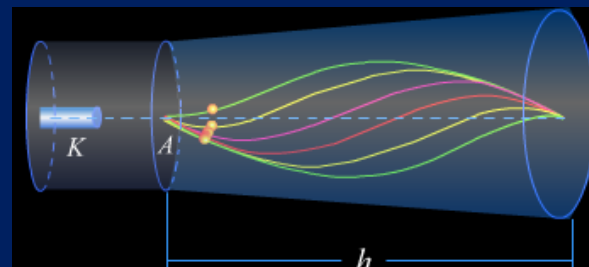


一束粒子，初速率 v_0 近似相等，且 θ 角很小

$$v_{0x} = v_0 \cos \theta \approx v_0 \quad v_{0y} = v_0 \sin \theta \approx v_0 \theta$$



磁聚焦（广泛应用于电真空器件中）



2. 带电粒子在非均匀磁场中的运动 ——磁约束原理

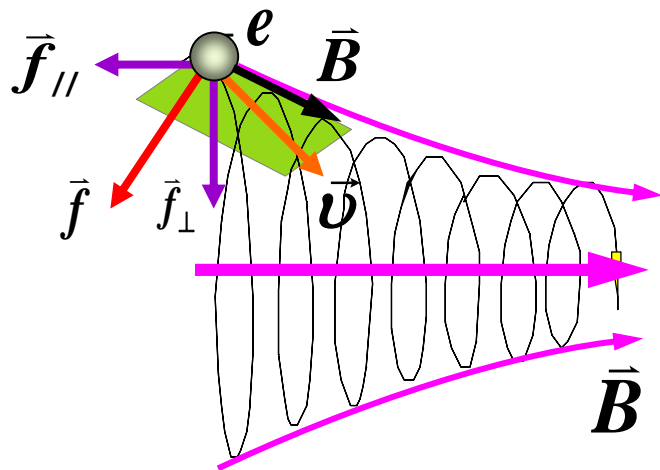
在非均匀磁场中，速度方向与磁场方向不同的带电粒子，也要作螺旋运动，但半径和螺距都将不断发生变化。

1) 横向磁约束: $R = \frac{m v_{\perp}}{qB}$ \Rightarrow 磁场增强，螺旋半径减小

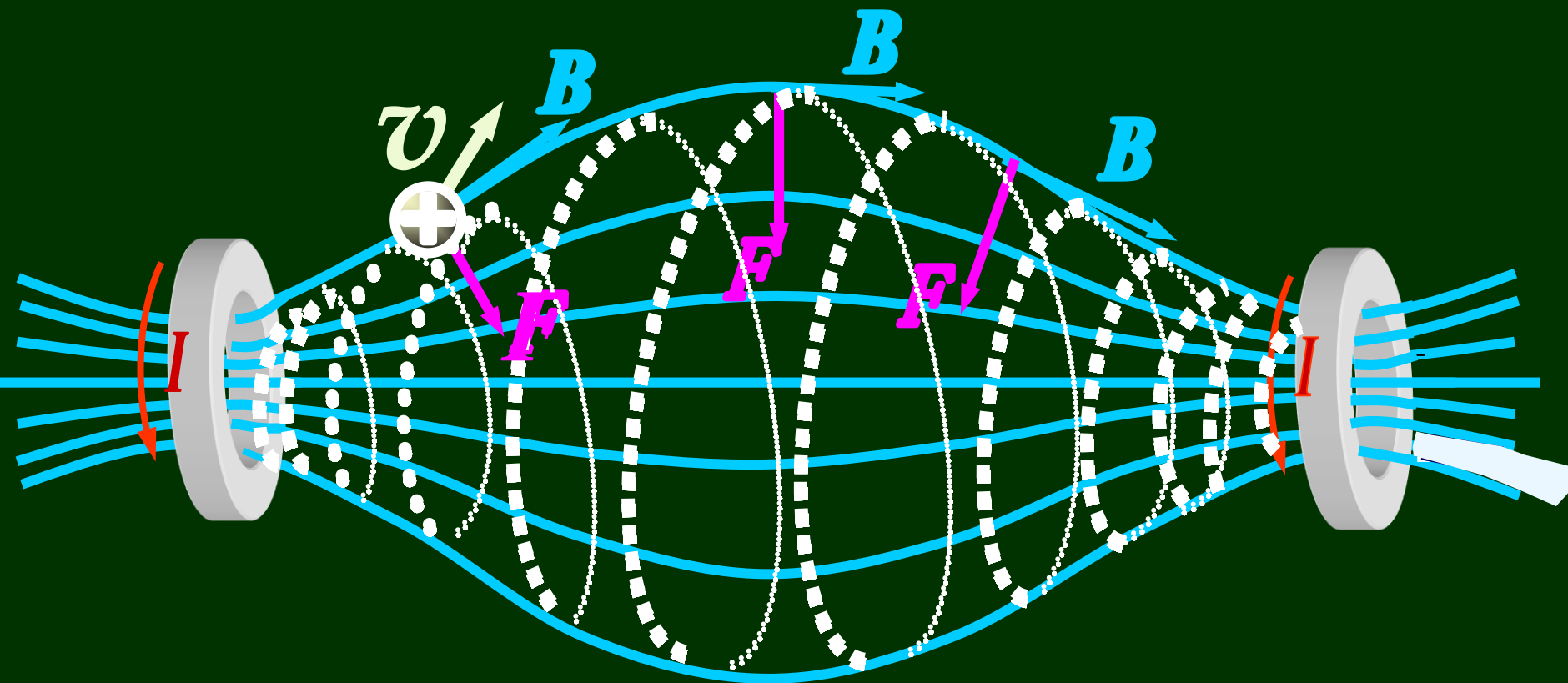
2) 纵向磁约束 $\vec{f} = \vec{f}_{\parallel} + \vec{f}_{\perp}$

\vec{f}_{\parallel} 减小粒子的纵向前进速度，最终使粒子纵向前进速度减小到零，并继而沿反方向运动，发生“反射”。

-----磁镜

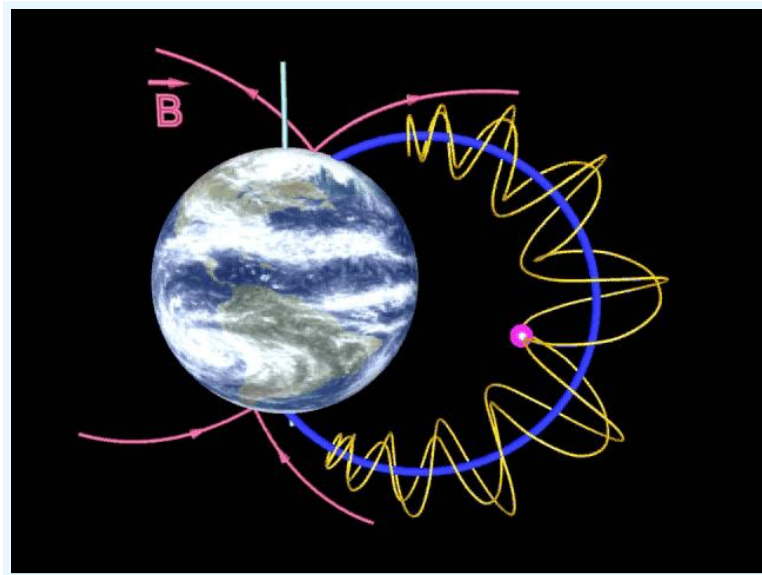
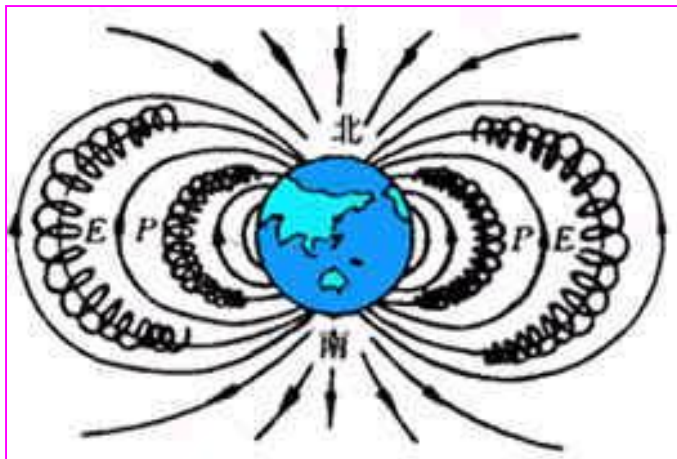


磁镜：强度逐渐增加的磁场能使粒子发生“反射”。
这种磁场分布叫做**磁镜**



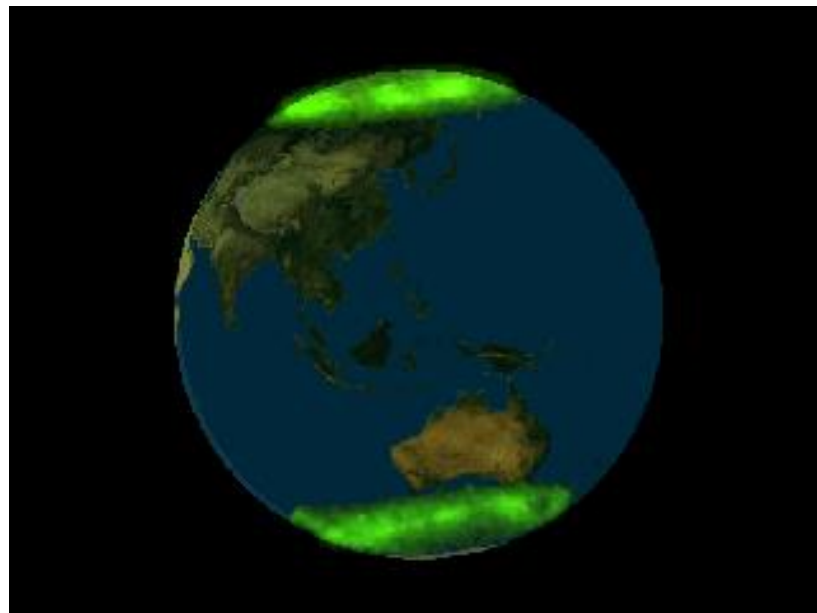
磁约束（磁镜效应）

范•艾仑 (Van Allen) 辐射带



地磁场，两极强，中间弱，能够捕获来自宇宙射线的带电粒子，在两极之间来回振荡。形成**范•艾仑辐射带**

带电粒子就在范阿仑辐射带中来回振荡直到由于粒子间的碰撞而被逐出为止。有时，由于太阳表面状况的变化（如黑子大小的变动），地磁场的分布会受到严重的影响，而使大量的带电粒子在两极附近漏掉。光彩绚丽的极光就是这些漏出的带电粒子进入大气层时形成的。

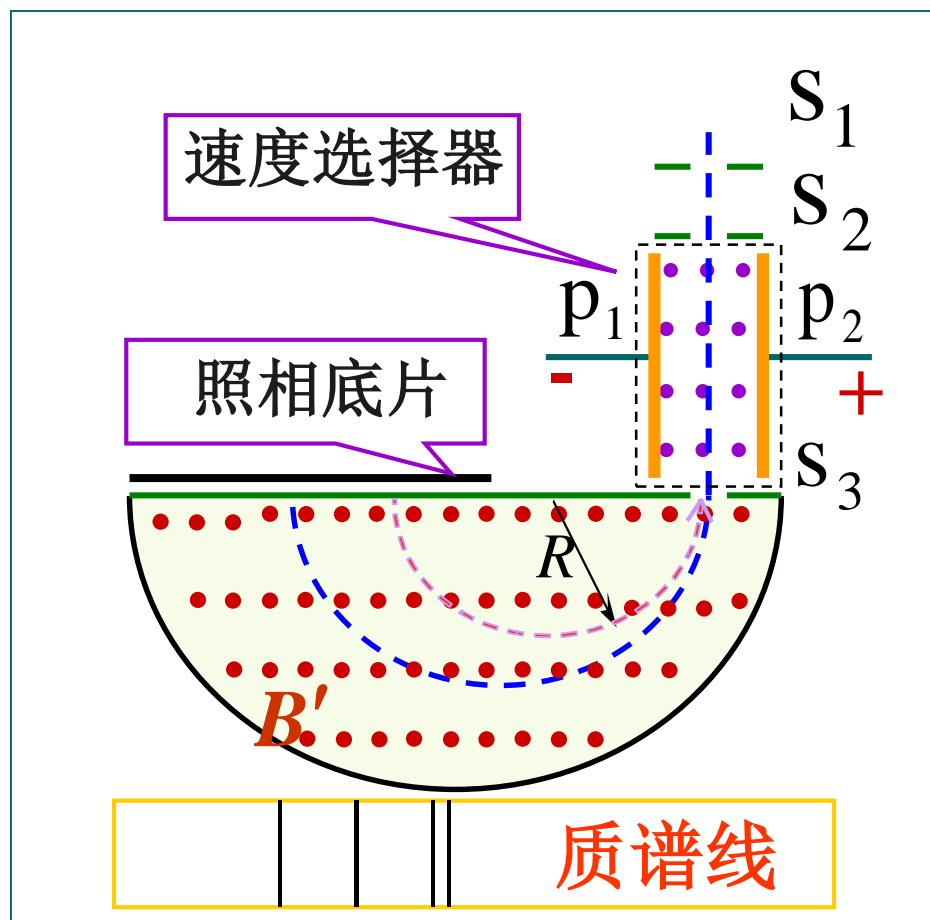


三、带电粒子在电磁场中的运动的应用

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

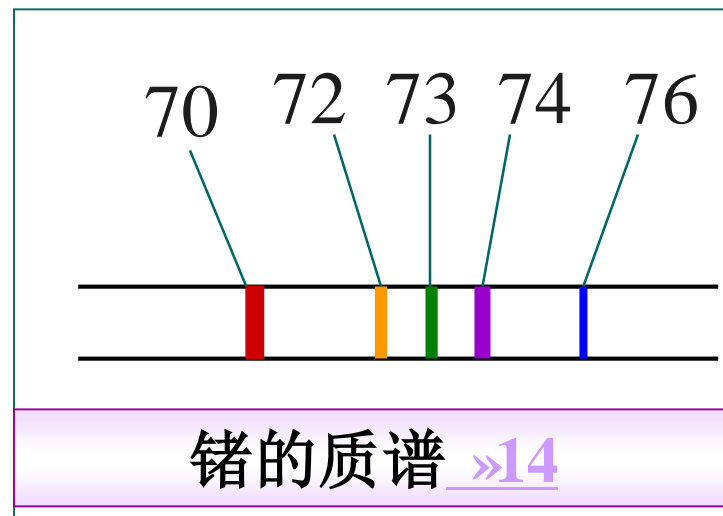
1、质谱仪

•用物理方法分析同位素的仪器，由英国物理学家与化学家阿斯顿于1919年创造 [»13](#)



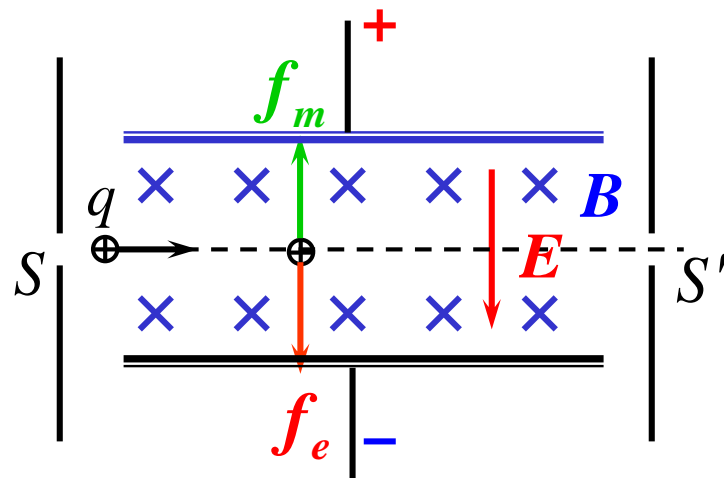
$$qvB' = m \frac{v^2}{R}$$

$$m = \frac{qB'R}{v} \quad m \propto R$$



速度选择器:

速率为 v 的带电粒子通过均匀电场 E 和均匀磁场 B ，要想其从 S' 射出，必须满足条件：



$$f_m = f_e \quad \text{即: } qvB = qE$$

$$v = \frac{E}{B}$$

—— 只有此速率的粒子能通过滤速器射出 [»12](#)

2. 粒子回旋加速器

回旋加速器是原子核物理、高能物理等实验研究的一种基本设备。

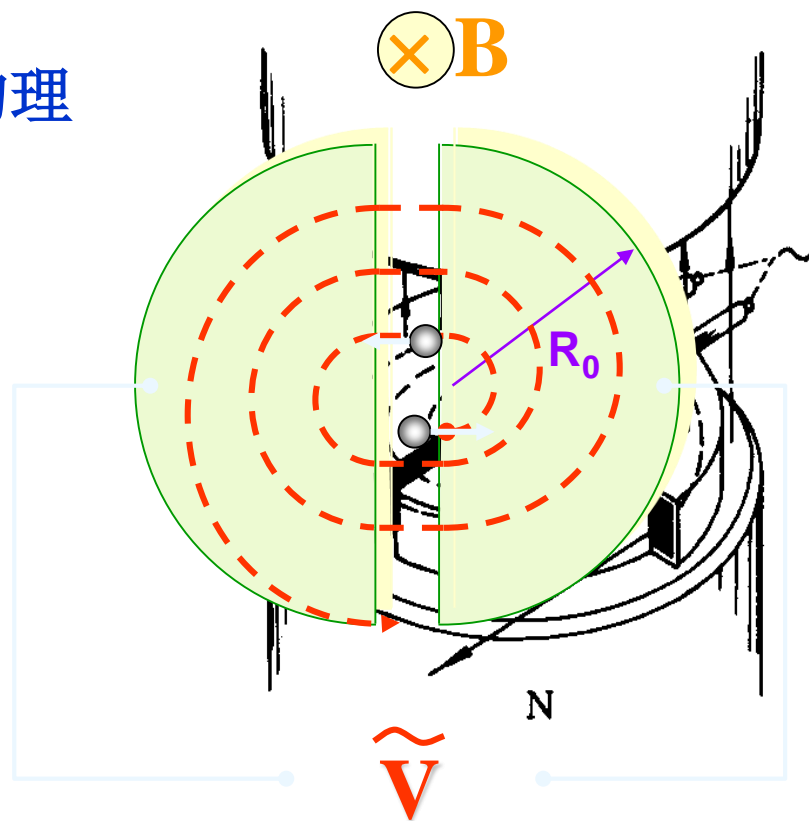
回旋周期: $T = \frac{2\pi m}{qB}$

回旋频率: $f = \frac{qB}{2\pi m}$

粒子到达盒边缘的

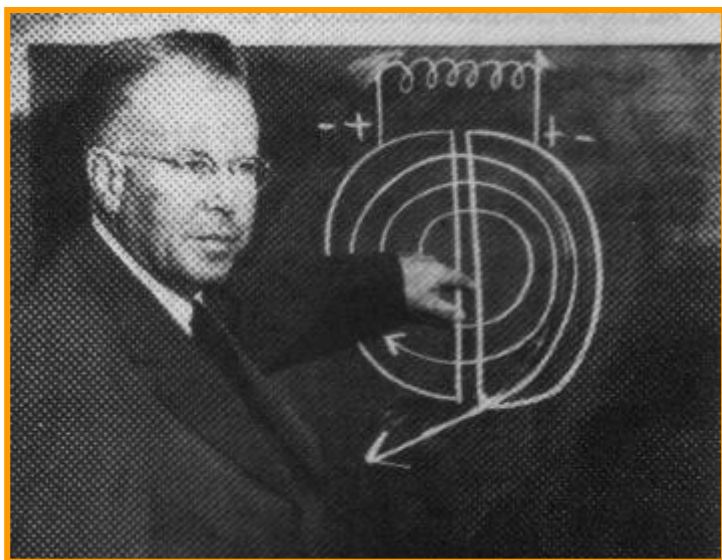
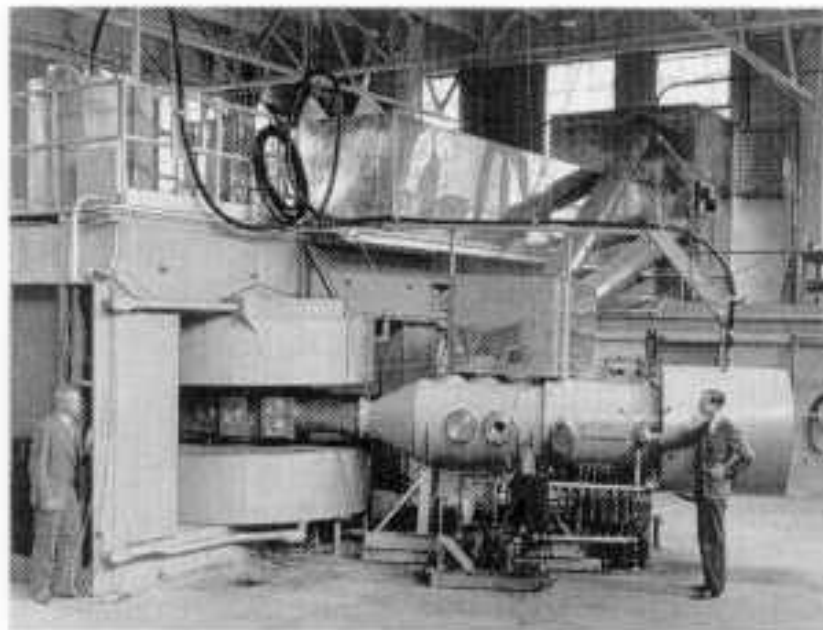
速度: $v = \frac{qBR_0}{m}$

动能: $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{q^2B^2R_0^2}{2m}$



美国物理学家劳伦斯于1934年研制成功第一台加速器

劳伦斯于1939年获诺贝尔物理学奖。





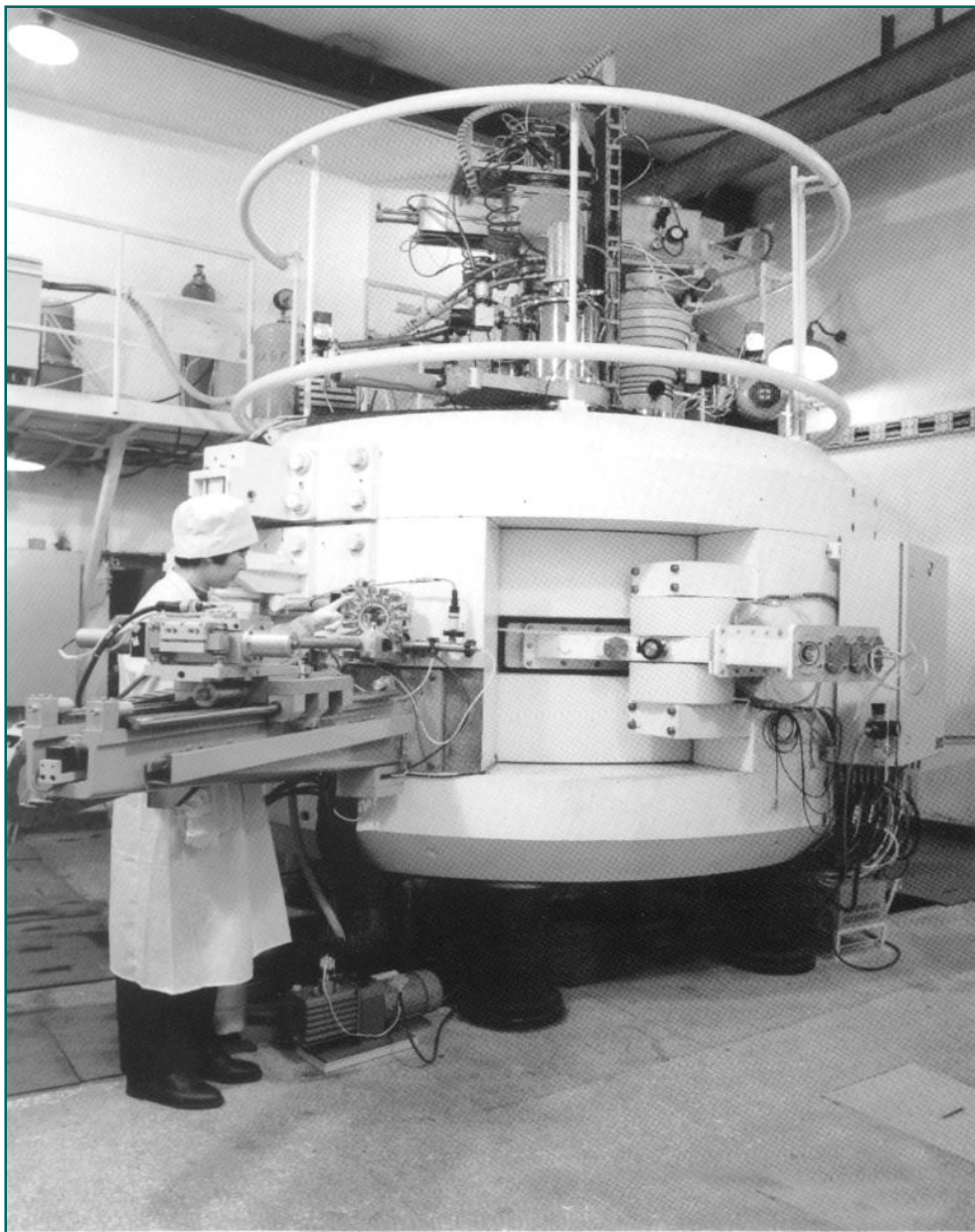
目前世界上最大的回旋加速器在美国费米加速实验室，环形管道的半径为2公里。产生的高能粒子能量为5000亿电子伏特。

世界第二大回旋加速器在欧洲加速中心，加速器分布在法国和瑞士两国的边界，加速器在瑞士，储能环在法国。产生的高能粒子能量为280亿电子伏特。





欧洲核子研究中心 (CERN) 座落在日内瓦郊外的加速器：大环是直径8.6km的强子对撞机，中环是质子同步加速器。

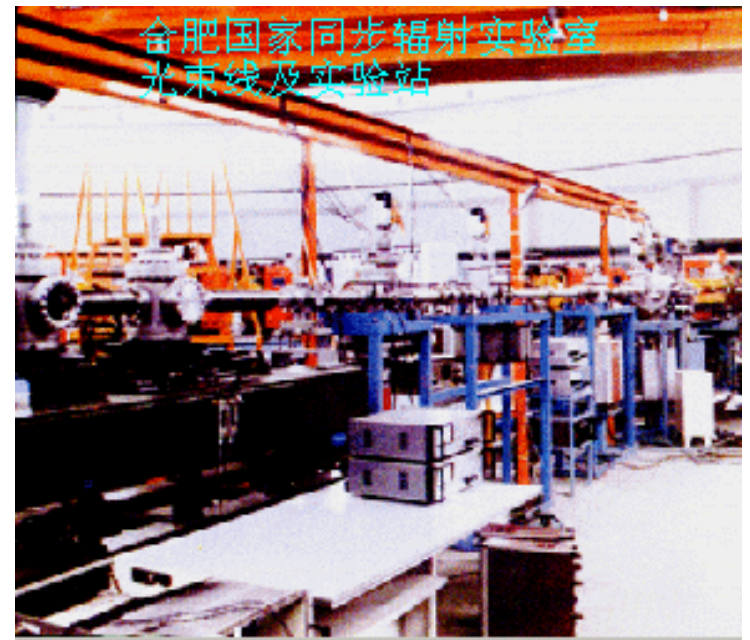


我国于1994年
建成的第一台强流
质子加速器，可
产生数十种中短寿
命放射性同位素。

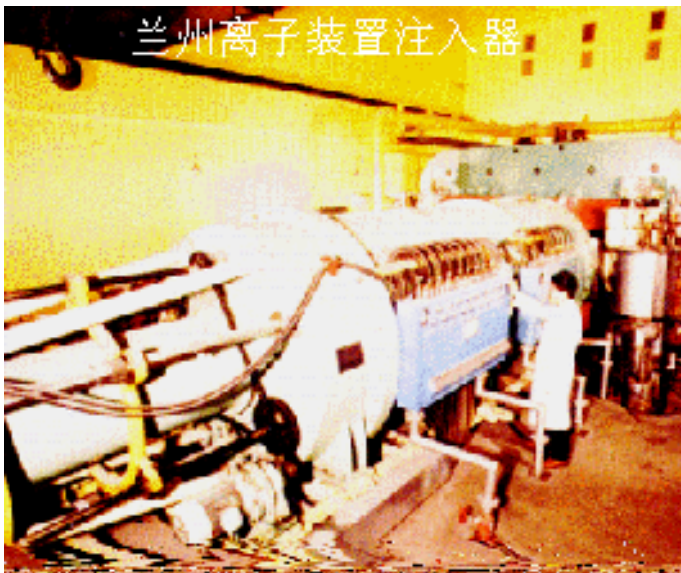
我国最大的三个加速器



北京正负电子对撞机



合肥同步辐射加速器

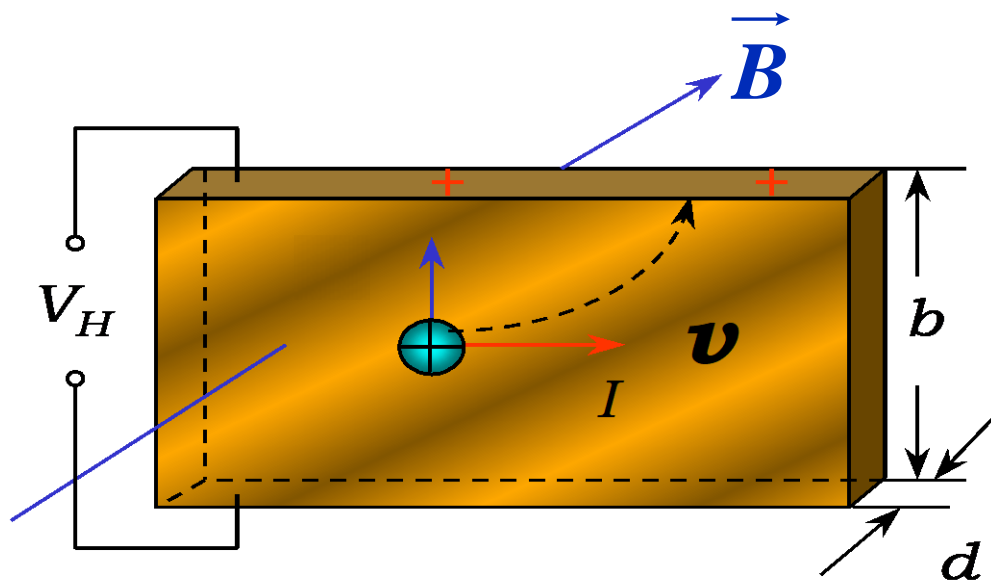


兰州重离子加速器

3. 霍尔效应

•现象

1879年美国物理学家霍尔发现，在磁场中，载流导体或半导体上出现横向电势差（霍尔电压），这一现象称之为霍尔效应。



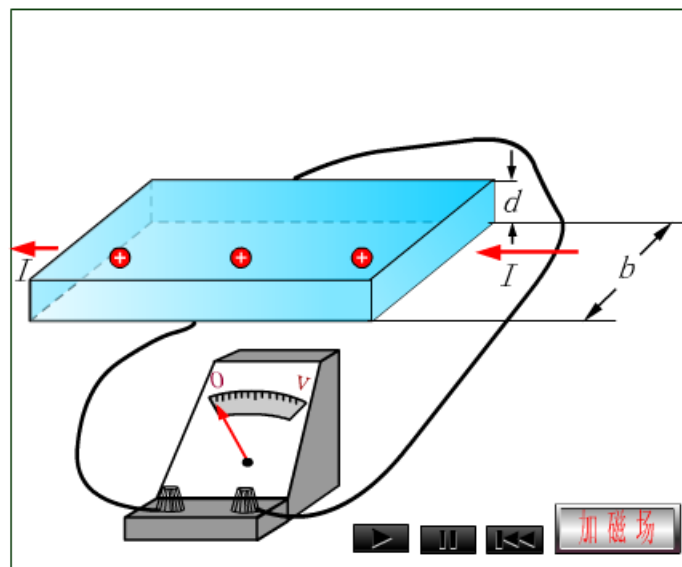
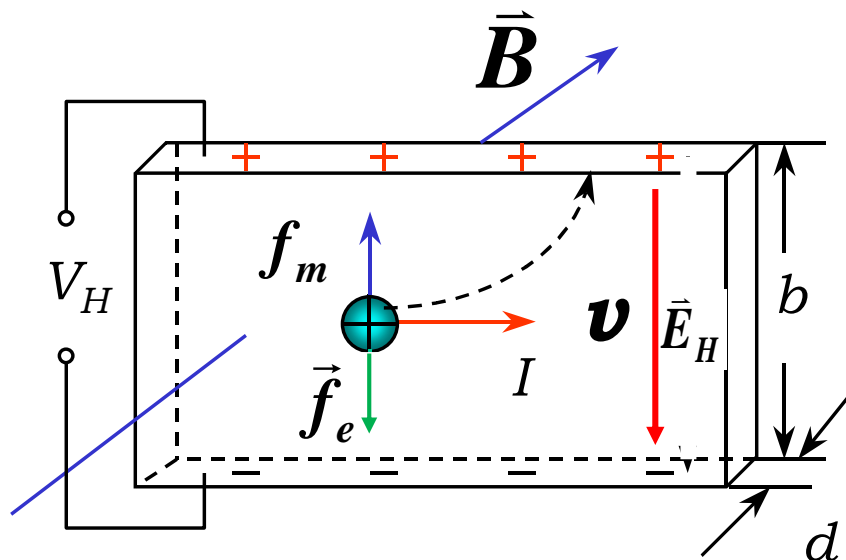
•形成机制

运动载流子受到的洛伦兹力使载流子产生横向漂移，从而上、下端分别积累了正、负电荷，形成霍耳电场。

当 $qE_H = qvB$ 时

载流子不再漂移，达到平衡，
此时形成的电势差：

$$V_H = E_H b = vBb$$



• 霍尔系数 霍尔电阻

$$I = qn v b d \quad \therefore v = \frac{I}{n q b d}$$

$$V_H = v B b$$

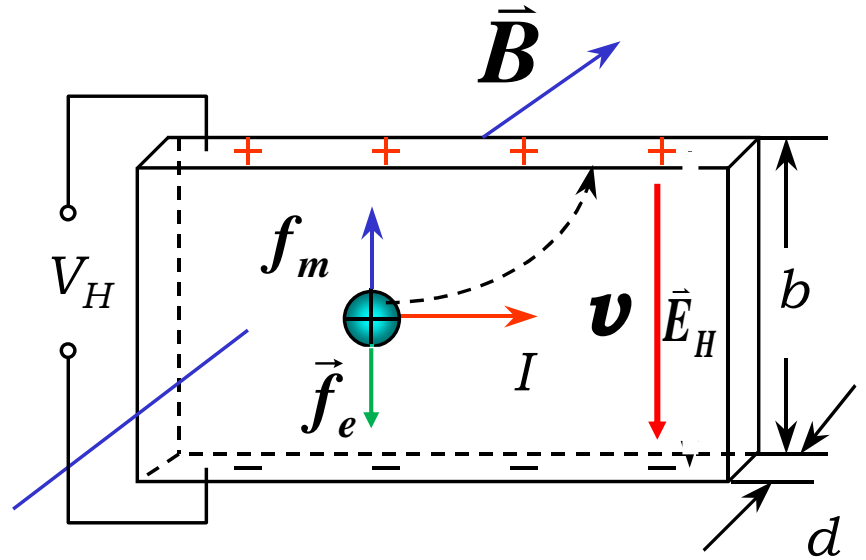
霍尔系数

$$V_H = \frac{I B}{n q d}$$

$$k_H = 1 / n q$$

霍尔电阻

$$R_H = \frac{V_H}{I} = \frac{B}{n q d} \propto B$$



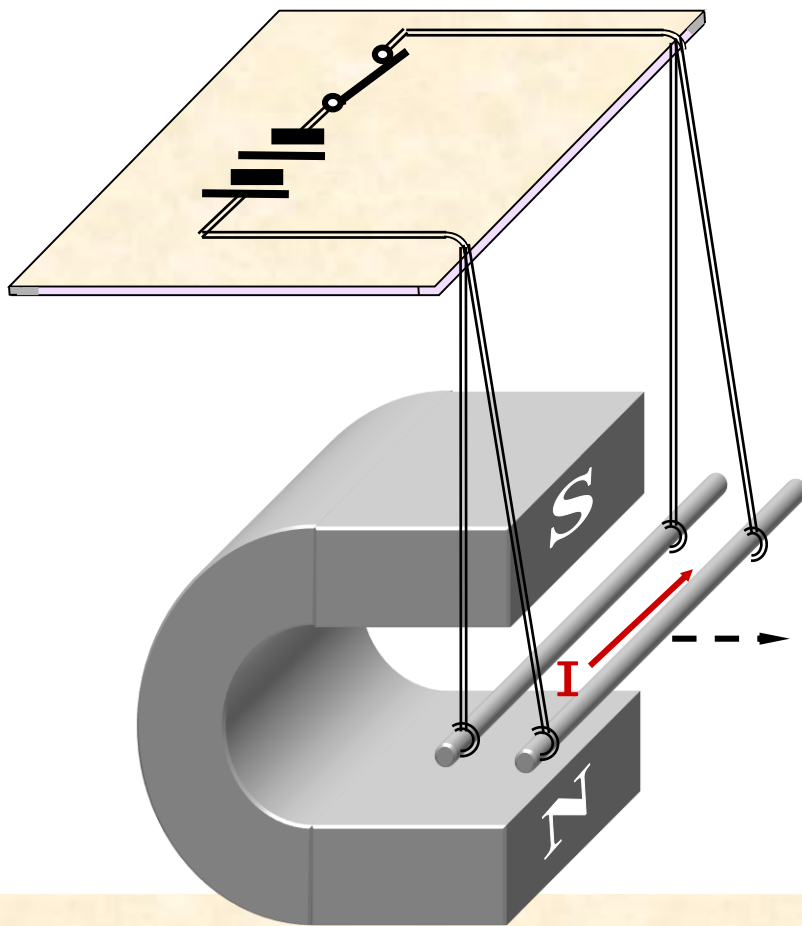
霍尔效应的应用:

- 可测载流子浓度
- 根据霍尔电压正负判断半导体类型
- 可测磁感强度 B

§ 7.6 磁场对载流导线的作用力

安培力

现象：



实质： 导线中作定向运动的电子在洛仑兹力的作用下，通过导线内部的自由电子与晶格之间的作用，使导线在宏观上表现出受到磁力作用。

一、安培定律

安培指出，任意电流元在磁场中受力为

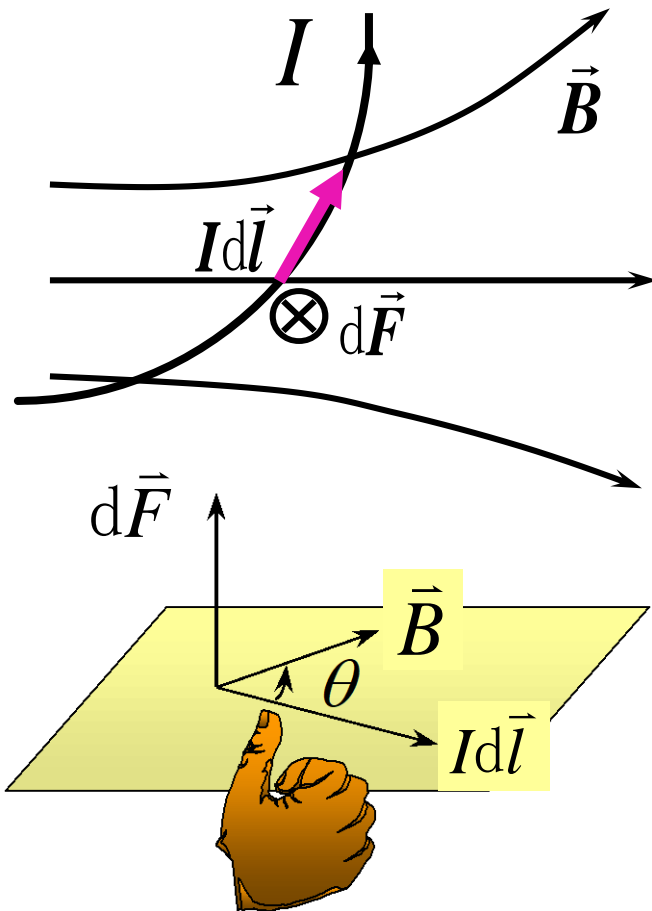
$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

$$q\vec{v} \Leftrightarrow I d\vec{l}$$

$$\vec{f}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$$

二、整个载流导线受力

$$\vec{F} = \int_{(l)} d\vec{F} = \int_{(l)} I d\vec{l} \times \vec{B}$$



例： 如图所示 长直电流 I_1 和长为 L 的电流 I_2 平行共面，相距为 a 。求 I_2 受 I_1 的磁场力。

解： 在电流上任取一电流元 $I_2 d\vec{l}$

电流 I_1 在电流元 $I_2 d\vec{l}$ 处的磁感强度为

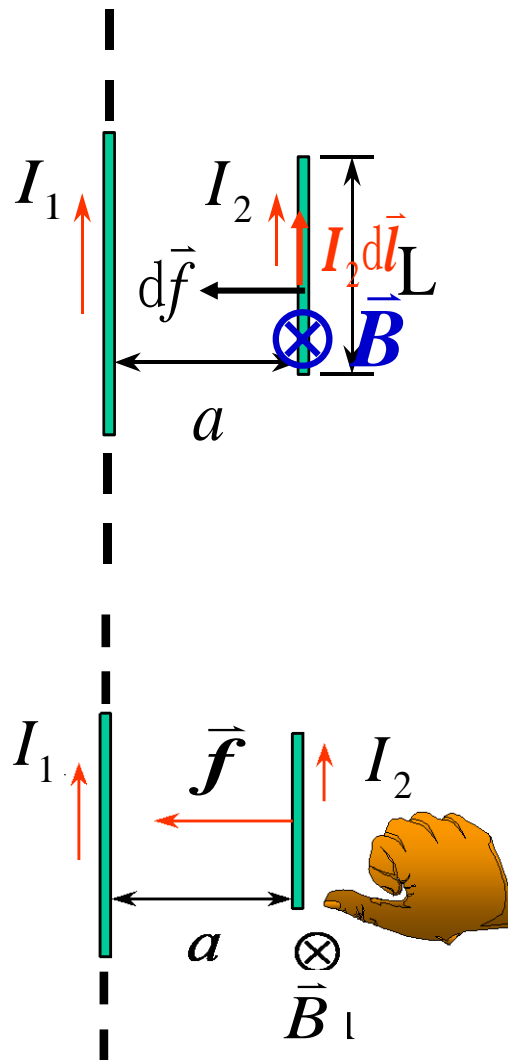
$$B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}$$

安培力 $d\vec{f} = I_2 d\vec{l} \times \vec{B}$

$$f = \int_{(I_2)} d\vec{f} = \int_{(I_2)} I_2 \vec{B} dl = I_2 \vec{B} \int_{(I_2)} dl$$

$$f = I_2 B L$$

代入 B 的表达式得
$$f = \frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi a}$$



合力方向指向 I_1

例：如图所示，长直电流 I_1 和长为 L 的电流 I_2 垂直共面，最近处相距为 a 。求 I_2 受 I_1 的磁场力。

解：在坐标 x 处取电流元 $I_2 d\vec{l} = I_2 d\vec{x}$

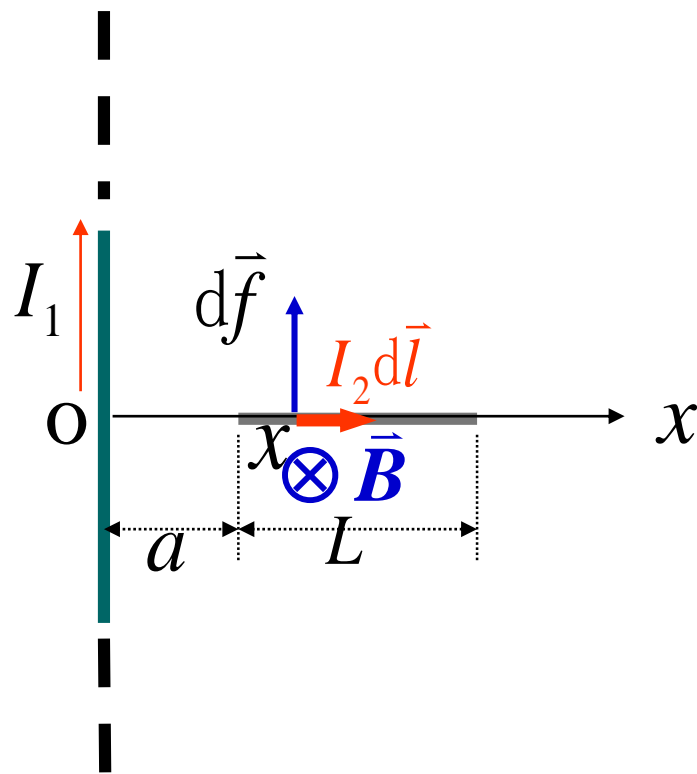
电流 I_1 在 x 处磁感强度为：

$$B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} \quad \otimes$$

安培力 $d\vec{f} = I_2 d\vec{l} \times \vec{B}$ 方向如图

$$df = BI_2 dx = \frac{\mu_0 I_1 I_2 dx}{2\pi x}$$

$$f = \int_a^{a+L} \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi x} dx = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \ln \frac{a+L}{a}$$



方向：垂直 I_2 且平行 I_1

例：求半圆形载流导线在**均匀**磁场中受力。

解：在电流线上取电流元 $I d\vec{l}$

安培力大小为 $df = I dl B$

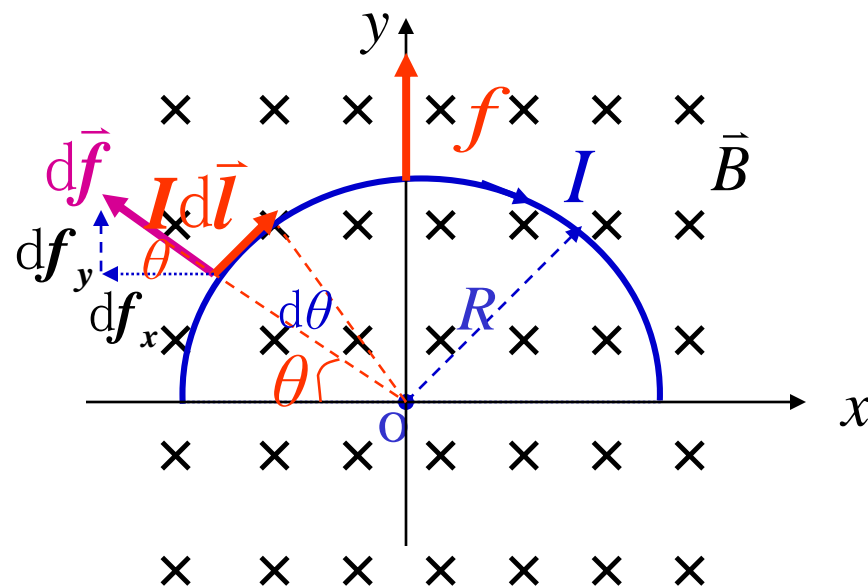
电流的对称分布，各电流元受力的x分量相互抵消。

$$f_x = 0$$

$$f = \int_{(I)} df_y = \int_{(I)} I dl B \sin \theta$$

$$= \int_0^\pi IRB \sin \theta d\theta$$

$$= 2IRB$$



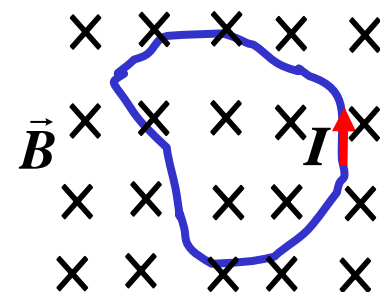
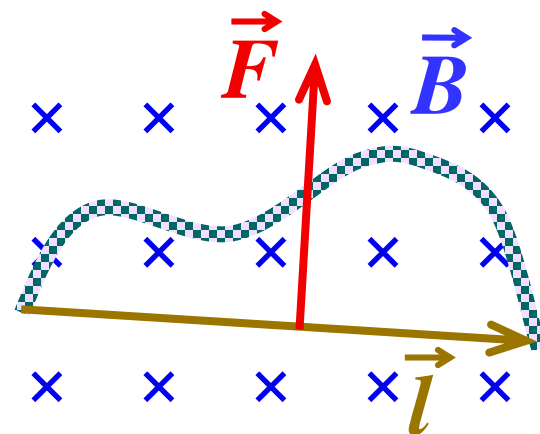
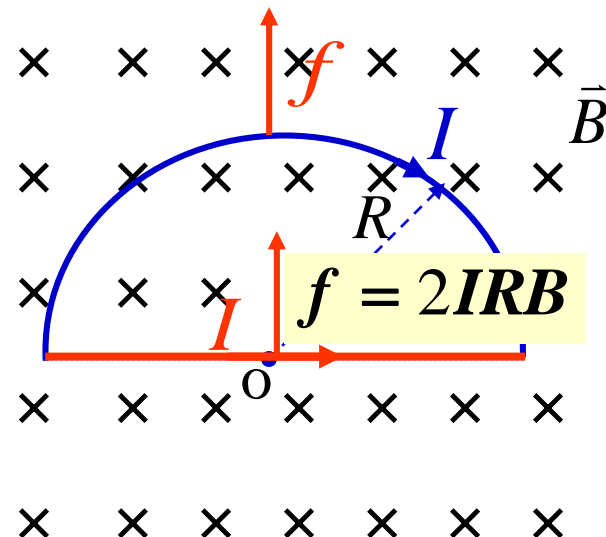
方向：**y**轴正方向

$$f = 2IRB$$

$$\begin{aligned}\vec{f} &= \int_L (I d\vec{l} \times \vec{B}) \\ &= I(\int d\vec{l}) \times \vec{B} = I\vec{l} \times \vec{B}\end{aligned}$$

推断1：在**均匀磁场**中任一弯曲载流导线所受磁场力，等效于从弯曲导线起点到终点的载流直导线所受的磁场力

推断2：在**均匀磁场**中任意形状的闭合载流线圈导线所受磁场力为零。



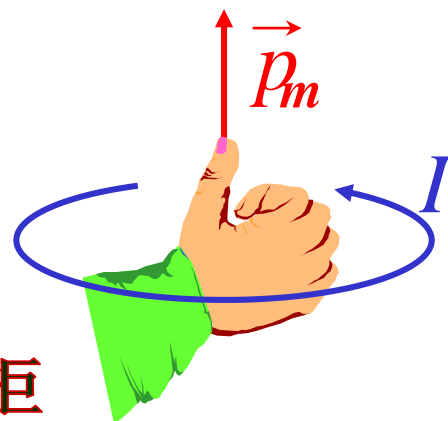
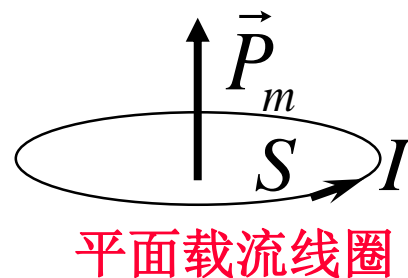
三、均匀磁场对载流线圈的作用

1. 平面载流线圈的磁矩

在均匀磁场中电流为 I 的电平面载流线圈，磁矩为 \vec{P}_m

$$\vec{P}_m = IS\vec{n}$$

线圈所受磁力 $\vec{F}_{\text{合}} = 0$



2. 均匀磁场对载流线圈作用的磁力矩

为了简化，设线圈是矩形线圈，
从特例出发导出一般结果

2. 均匀磁场对载流线圈作用的磁力矩

$$F_{ab} = F_{cd} \\ = I l_1 B \sin \theta$$

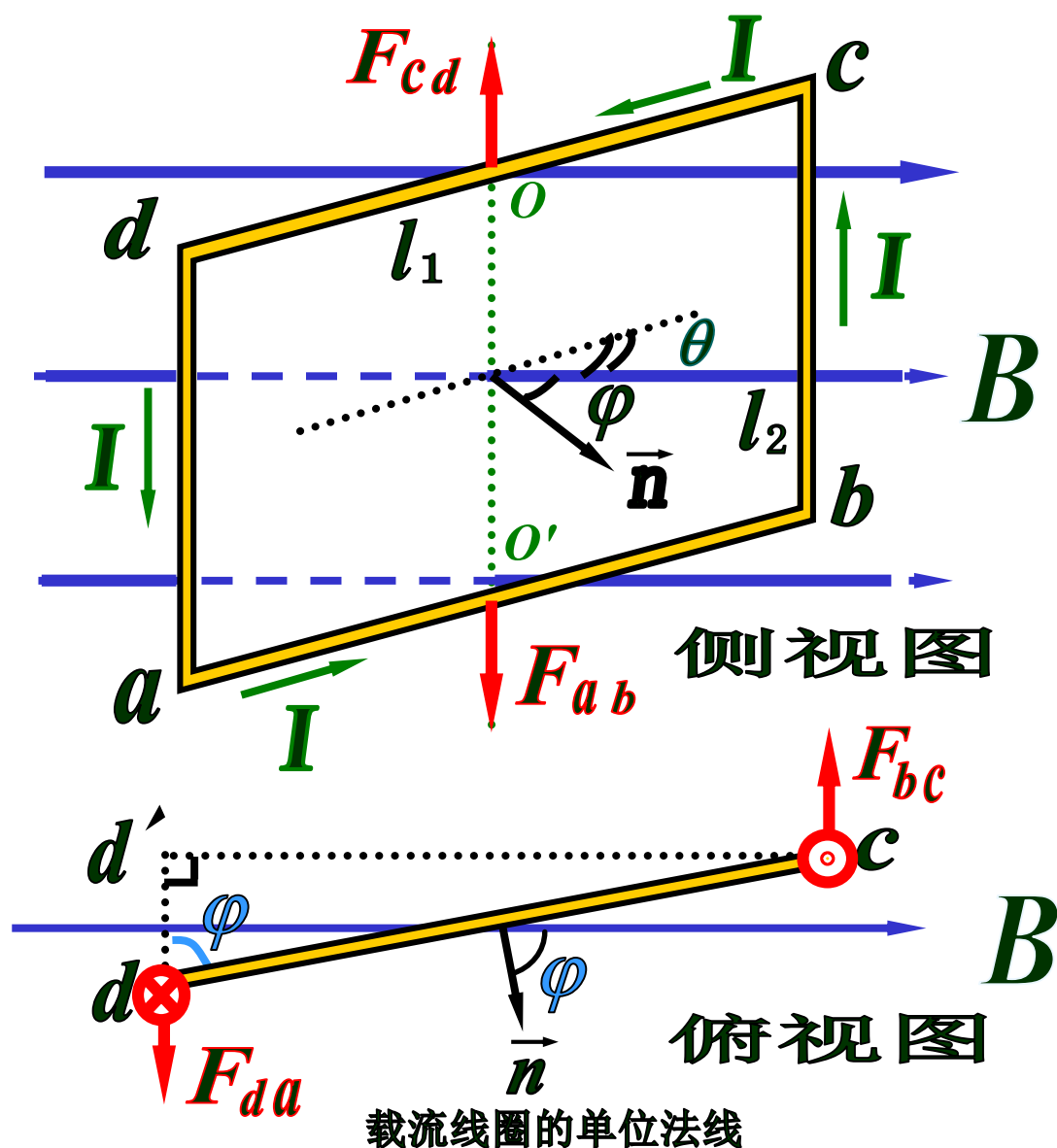
$$F_{bc} = F_{da} \\ = I l_2 B \sin \frac{\pi}{2} \\ = I l_2 B$$

载流线圈所受的 **磁力矩**

$$M = 2 \times F_{bc} \frac{l_1}{2} \sin \varphi \\ = ISB \sin \varphi$$

磁力矩:

$$\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}$$



•线圈所受磁力矩

$$\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}$$

$$M = B I S \sin \varphi$$

•讨论1:

$\varphi = \pi$, 力矩 $M=0$, 非稳定平衡位置

$\varphi = 0$, 力矩 $M=0$, 稳定平衡位置

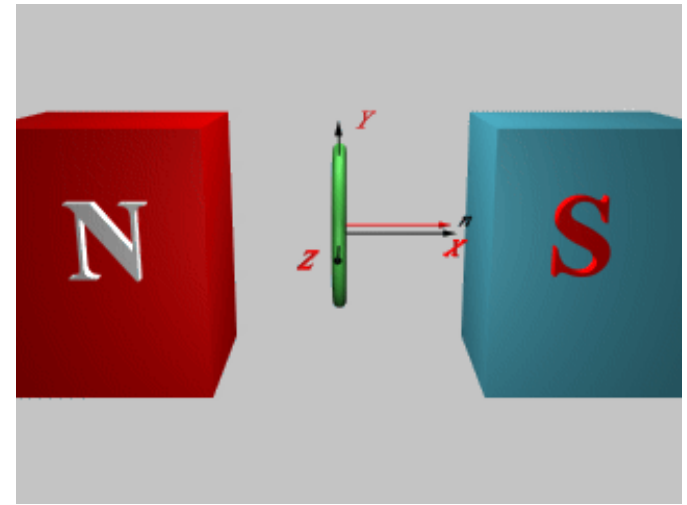
$\varphi = \pi/2$, 力矩 $M_{\max} = P_m B$

磁力矩总是使磁矩 \vec{P}_m 转向磁感应强度 \vec{B} 的方向。

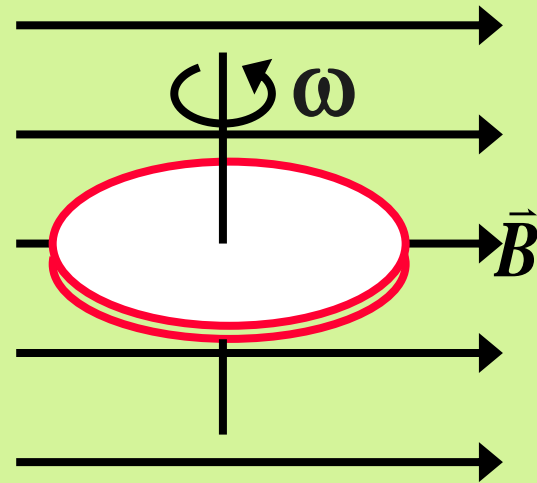
讨论2: 磁感应强度定义2

磁场大小:
$$B = \frac{M_{\max}}{P_m}$$

方向: 线圈处于稳定平衡位置时的磁矩方向



例:如图所示, 半径 R 、电荷面密度 σ 的薄圆盘, 放在均匀磁场中, 若圆盘以角速度 ω 绕通过盘心、垂直盘面的轴转动, 求作用在圆盘上的**磁力矩**。

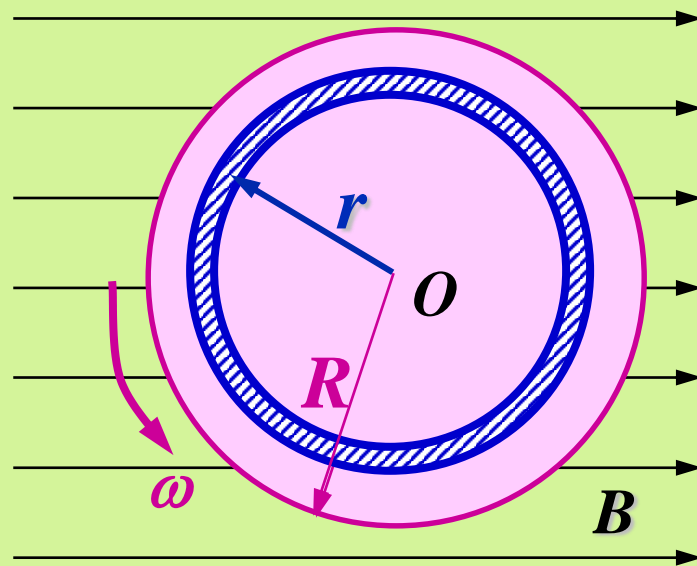


解: 如图取半径 r 宽 dr 的细环带看作一载流圆线圈

$$dI = \frac{\omega}{2\pi} dq = \sigma \omega r dr$$

$$dP_m = S dI = \pi \sigma \omega r^3 dr \quad (\odot)$$

$$dM = |d\vec{P}_m \times \vec{B}| = B dP_m$$



$$M = \int dM = \int B dP_m = \pi \sigma \omega B \int_0^R r^3 dr = \frac{\pi \sigma \omega B R^4}{4}$$