北京化工大学
Beijing University of Chemical Technology

信号与系统

第四章 连续时间信号的复频域分析

主讲教师：张凤元

主要内容 CONTENTS

2 典型信号的拉普拉斯变换

-- 阶跃信号

--单边指数信号

--多项式函数信号

--单位冲击信号

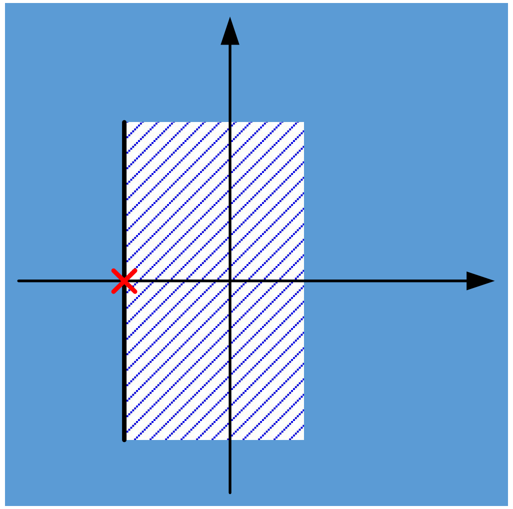
--正、余弦信号

$$L(u(t)) = F(s) = \int_0^\infty 1 \cdot e^{-st} dt = -\frac{e^{-st}}{s}\Big|_0^\infty = \frac{1}{s}, \quad s = 0\text{是极点。}$$

收敛域为右半平面，即满足条件 $s = \sigma + j\omega, \quad \sigma > 0$

$f(t)=e^{a_1 t}u(t)$，a_1为实数。

令 $\lim\limits_{t\to+\infty} e^{a_1 t}\cdot e^{-\sigma t}=0$，得$\sigma > a_1$



$$L[f(t)]=F(s)=\int_{0_-}^{\infty} f(t)e^{-st}\,\mathrm{d}\,t$$

$$=\int_{0_-}^{\infty} e^{a_1 t}\cdot e^{-st}\,\mathrm{d}\,t=-\frac{e^{-(s-a_1)t}}{s-a_1}\Big|_0^{\infty}=\frac{1}{s-a_1}$$

a_1称为$F(s)$的极点，s平面中用"×"表示

如果$F(s)$中有几个极点，对单（右）边信号最右边的极点的实部即为收敛坐标。

$f(t)=e^{-at}u(t)$，a为复数。

$$L\left[f(t)\right]=F(s)=\int_{0_-}^{\infty}e^{-at}\cdot e^{-st}\,\mathrm{d}\,t$$

$$=\int_{0_-}^{\infty}e^{-(s+a)t}\,\mathrm{d}\,t=-\frac{e^{-(s+a)t}}{s+a}\Big|_0^{\infty}=\frac{1}{s+a},\qquad s=-a\text{是极点}$$

收敛域为： $\mathrm{Re}\{s\}>\mathrm{Re}\{-a\}$

$$e^{j\omega_0 t}u(t)\leftrightarrow\frac{1}{s-j\omega_0},\quad \mathrm{Re}\{s\}>0$$

求 $t^n u(t)$ 的拉氏变换：

$$L[u(t)] = \int_{0_-}^{\infty} 1 \cdot e^{-st} dt = \frac{1}{-s} e^{-st} \Big|_{0_-}^{\infty} = \frac{1}{s} \qquad \sigma > 0$$

$$L[tu(t)] = \frac{1}{s^2} \qquad \sigma > 0$$

$$L\left[t^2 u(t)\right] = \frac{2!}{s^2} L[u(t)] = \frac{2!}{s^3} \qquad \sigma > 0$$

$$L\left[t^3 u(t)\right] = \frac{3!}{s^4} \qquad \sigma > 0$$

$$L\left[t^n u(t)\right] = \frac{n!}{s^{n+1}} \qquad n \geq 0 \qquad \sigma > 0$$

$$L\left[\delta(t)\right]=\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)e^{-st}\,\mathrm{d}\,t=\int_{0_-}^{\infty}\delta(t)e^{-st}\,\mathrm{d}\,t=1$$

令 $\lim\limits_{t\to\pm\infty}\delta(t)e^{-\sigma t}=0$，$\sigma$可取任意值

$\delta(t)$的拉氏变换$F(s)$在全s域内收敛

$\delta'(t)\leftrightarrow F(s)=s$　　无极点，全 s 域 $F(s)$解析

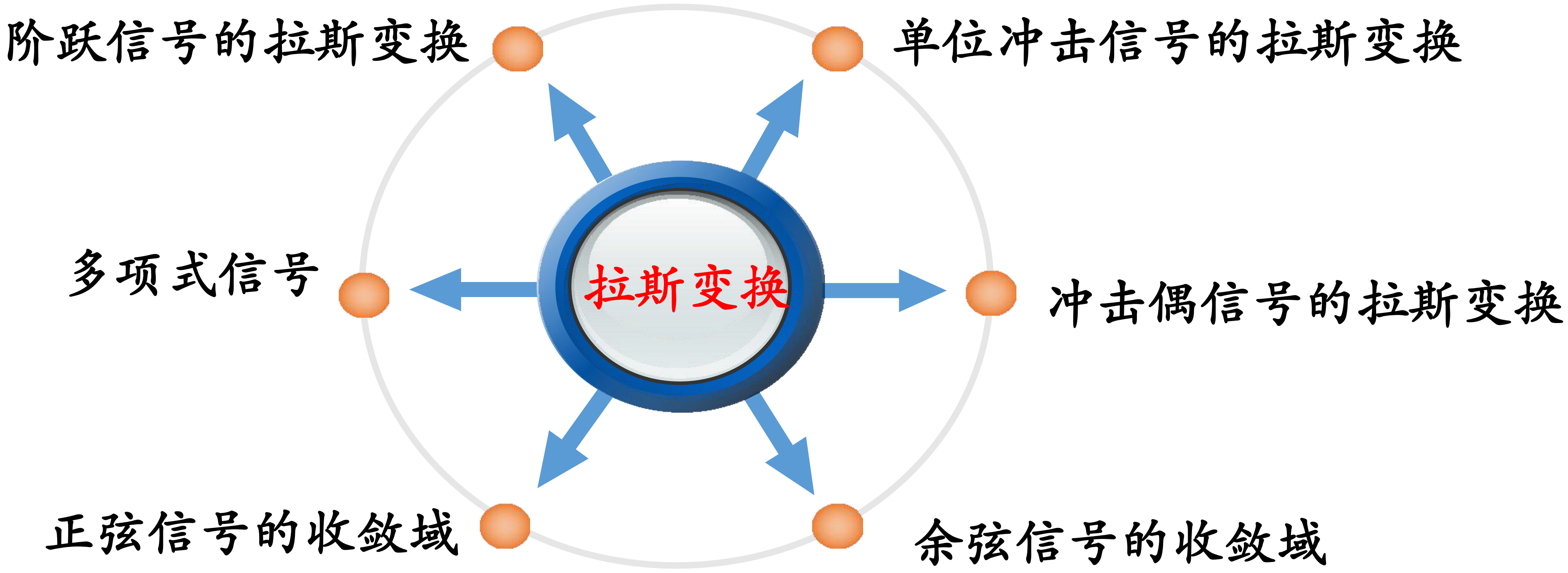
$\delta^{(n)}(t)\leftrightarrow F(S)=s^n$　　无极点，全 s 域 $F(s)$解析

$$f(t)=\cos(\omega_0 t)u(t)=\frac{1}{2}\left(e^{j\omega_0 t}+e^{-j\omega_0 t}\right)u(t)\longleftrightarrow\frac{1}{2}\left(\frac{1}{s-j\omega_0}+\frac{1}{s+j\omega_0}\right)=\frac{s}{s^2+\omega_0^2}$$

$$f(t)=\sin(\omega_0 t)u(t)=\frac{1}{2j}\left(e^{j\omega_0 t}-e^{-j\omega_0 t}\right)u(t)\longleftrightarrow\frac{1}{2j}\left(\frac{1}{s-j\omega_0}-\frac{1}{s+j\omega_0}\right)=\frac{\omega_0}{s^2+\omega_0^2}$$

收敛域为： $\mathrm{Re}\{s\}>0$

连续时间信号的复频域分析




谢谢大家， 下讲再见！
北京化工大学
新闻网