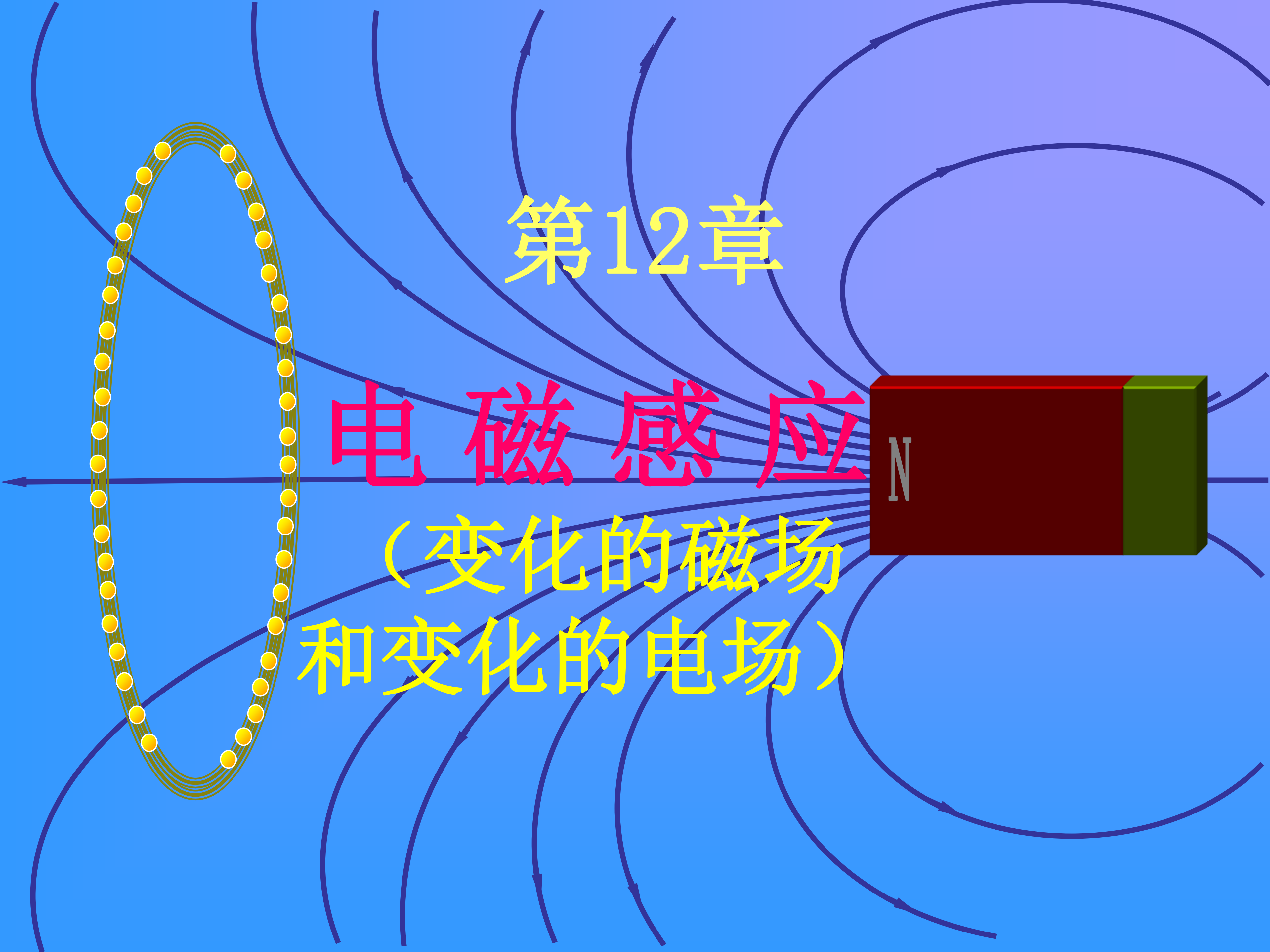
第12章

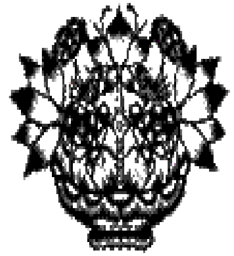
电 磁 感 应

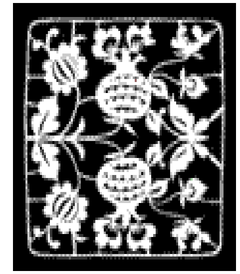
（变化的磁场和变化的电场）

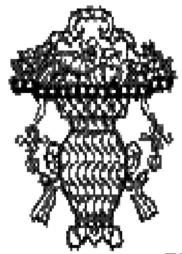


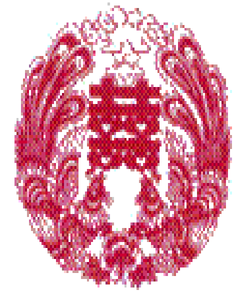
对　称

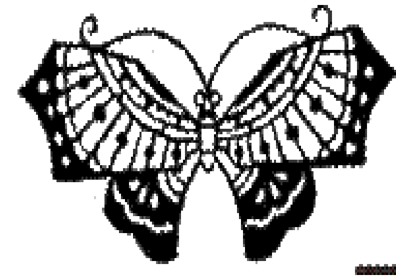
美

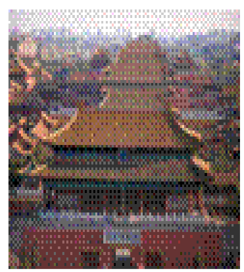


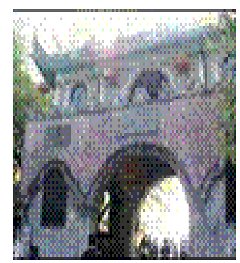


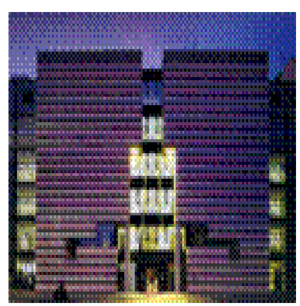


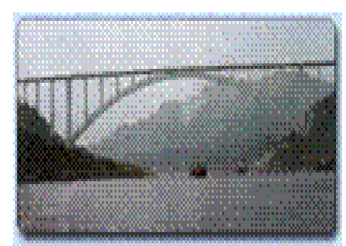


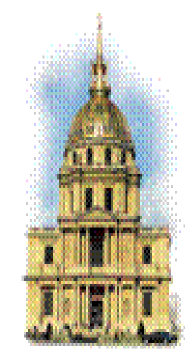


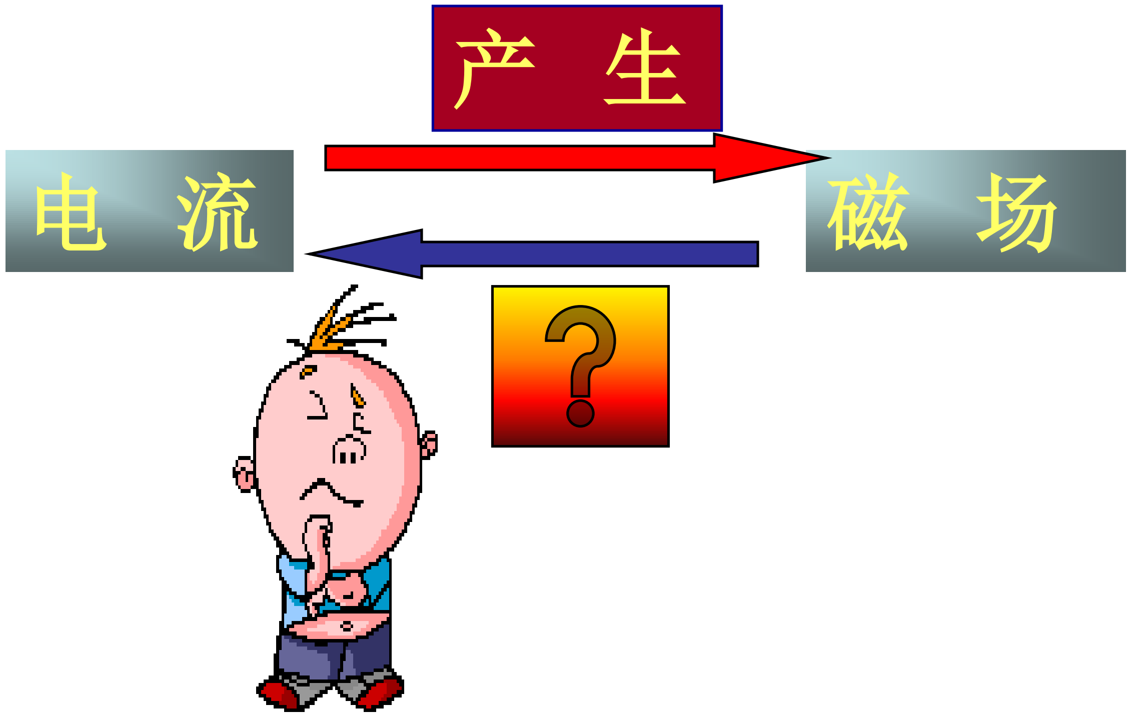






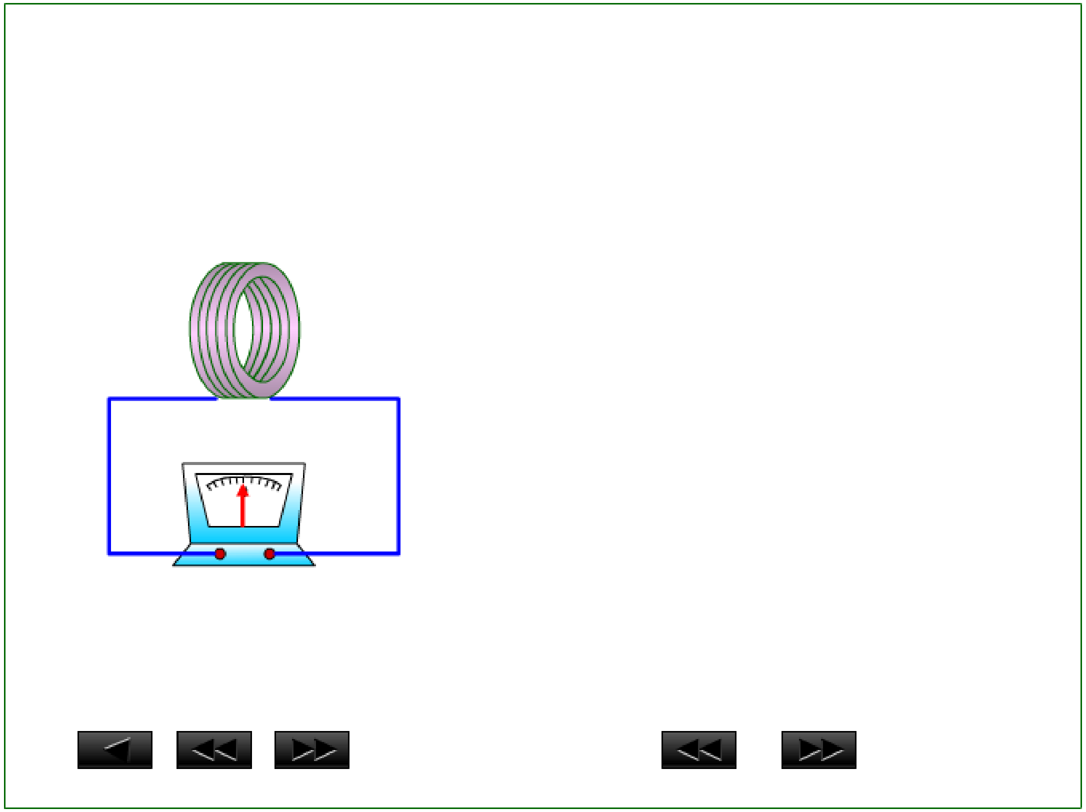





产 生
电 流
磁 场

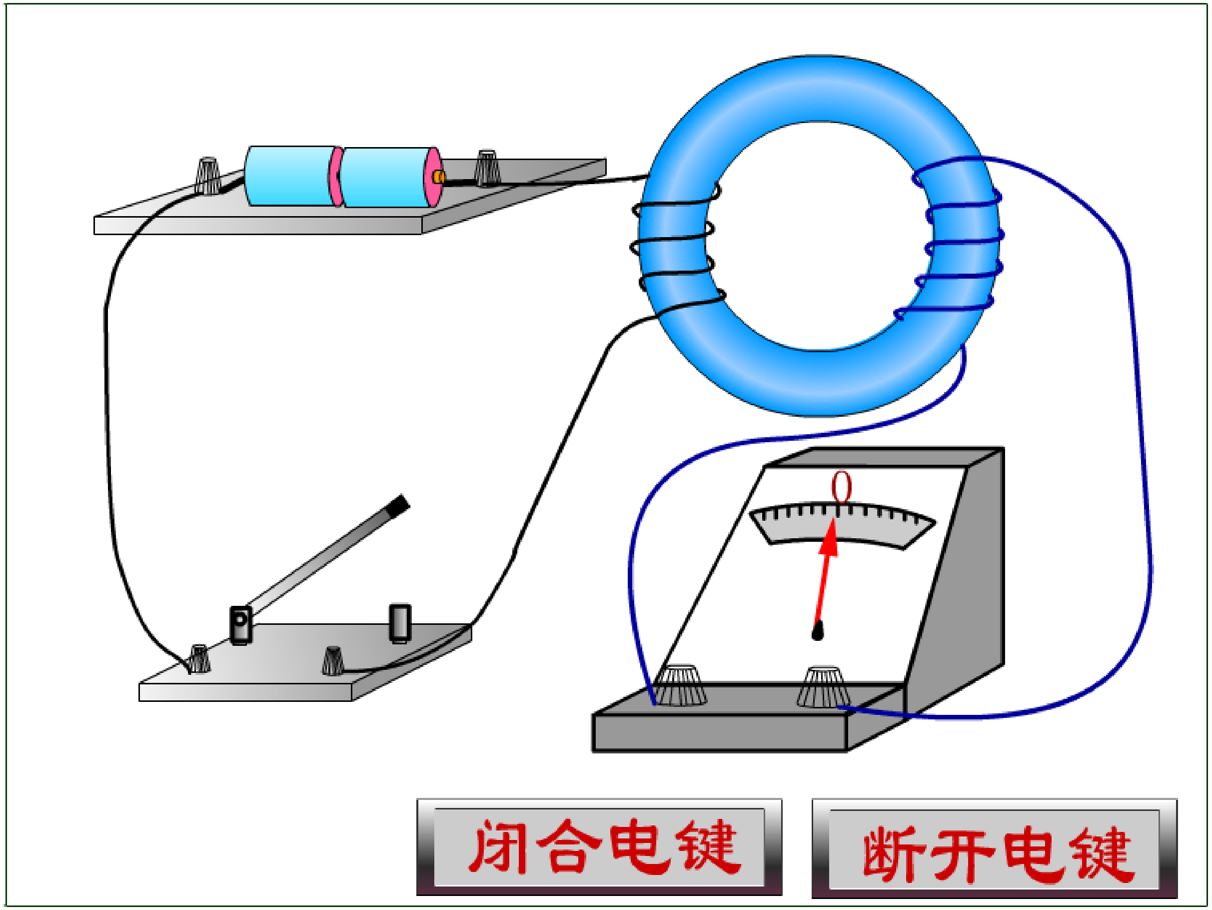
§1 法拉第电磁感应定律

一、电磁感应现象



（1）磁场B变化,回路不变（2）磁场B不变,回路变化

共性：穿过闭合导体回路的磁通量Φ发生变化



当穿过一个闭合导体回路的磁通量发生变化时，回路中就产生电流，这种现象叫电磁感应现象，所产生的电流叫感应电流。

电磁感应产生的电动势叫感应电动势。

二、法拉第电磁感应定律

当穿过闭合导体回路所围面积的磁通量发生变化时，回路中产生的感应电动势正比于磁通量对时间变化率的负值。

$$\boxed{\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}}$$

在国际单位制中：$k=1$

→ 法拉第电磁感应定律

式中负号表示感应电动势方向与磁通量变化的关系。

注： 若回路是 N 匝密绕线圈

$$\varepsilon_i = -N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}(N\Phi)}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}$$

$$\boxed{\Psi = N\Phi}$$

磁通链数

如何由法拉第电磁感应定律判断电动势的方向?

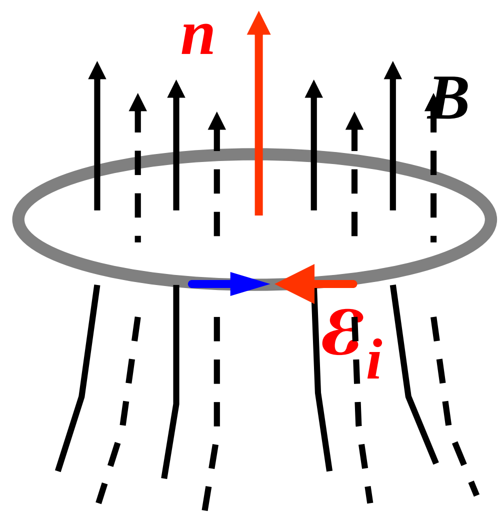
（1）约定：环路绕行方向L和环路面积法线方向 $\boldsymbol{n}$ 构成一个右手螺旋关系；

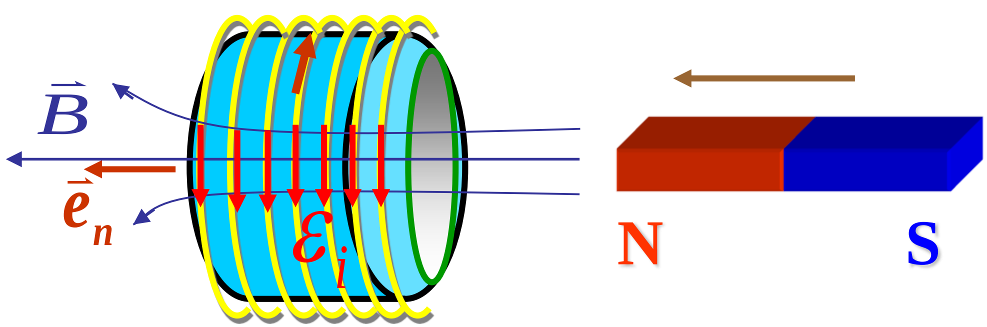
（2）确定Φ 的正负。$\vec{B}$与$\vec{n}$ 夹角<90°，Φ>0，否则Φ<0。

（3）确定 $\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$ 的正负。

（4）由 $\varepsilon_i = -\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$，确定$\varepsilon_i$ 的正负。

ε_i >0，其方向与回路绕行方向相同，否则相反。



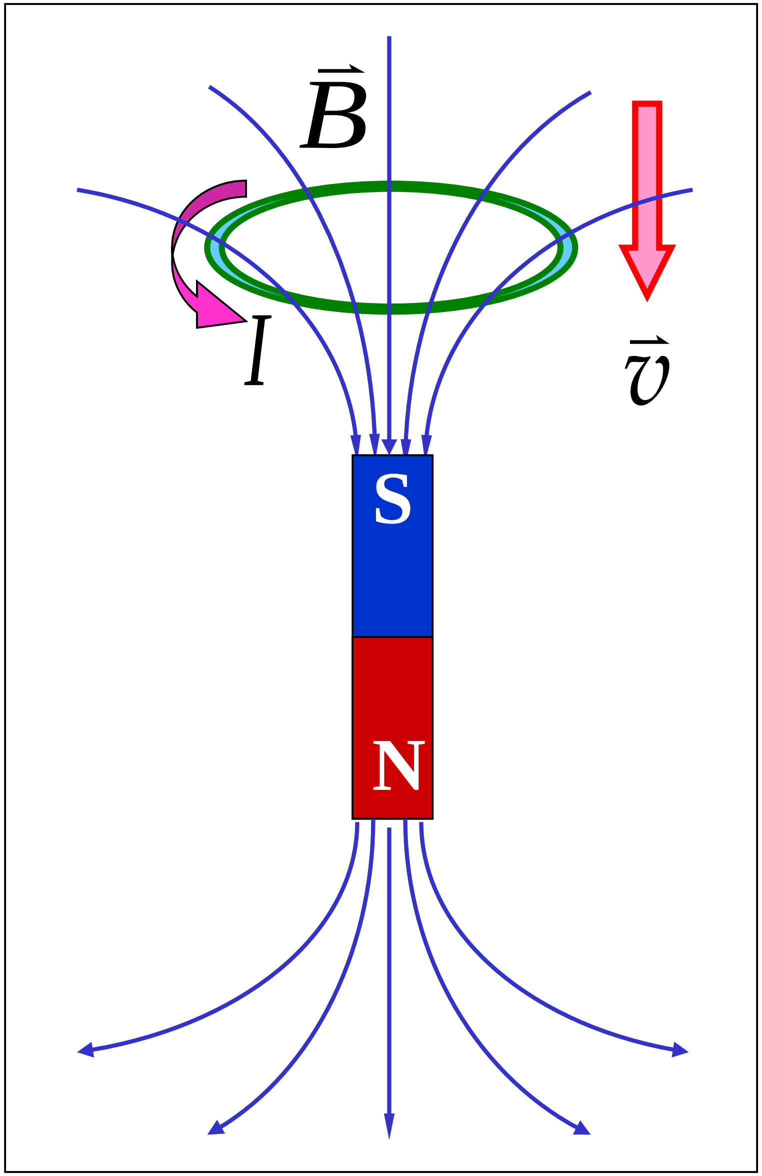


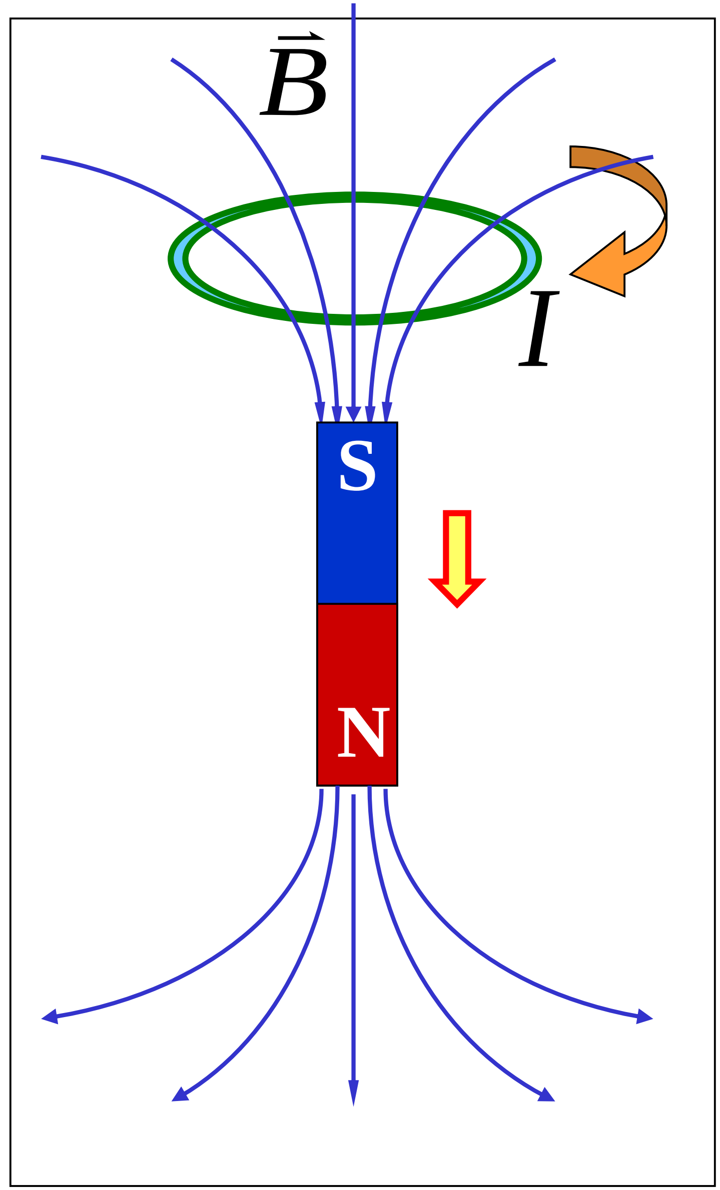
$\Phi > 0$ $\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} > 0$

$\varepsilon_i < 0$

三、 楞次定律：闭合回路中感应电流的磁场总是要使它所激发的磁场反抗引起感应电流的磁通量的变化。

用楞次定律判断感应电流方向





四、感应电流和感应电量

设回路中电阻为R，则

$$\begin{cases} I_i = \dfrac{\varepsilon_i}{R} = -\dfrac{1}{R}\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \\ I_i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} \end{cases} \Rightarrow \mathrm{d}q = -\frac{1}{R}\mathrm{d}\Phi$$

设在t_1和t_2时刻，通过回路的磁通量分别为Φ_1和Φ_2，则在$t_1 \to t_2$时间内，通过回路任一截面的感应电量为：

$$q = -\frac{1}{R}\int_{\Phi_1}^{\Phi_2}\mathrm{d}\Phi = \frac{1}{R}(\Phi_1 - \Phi_2)$$

q只与磁通量的改变量有关，与磁通量改变快慢无关。

利用法拉第电磁感应定律计算电动势步骤：

1）磁通量>0时回路的法线方向。

2）由右螺规定回路的绕行正方向。

3）根据 $\Phi_m = \int_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$ 计算任意t时刻通过回路的磁通量。

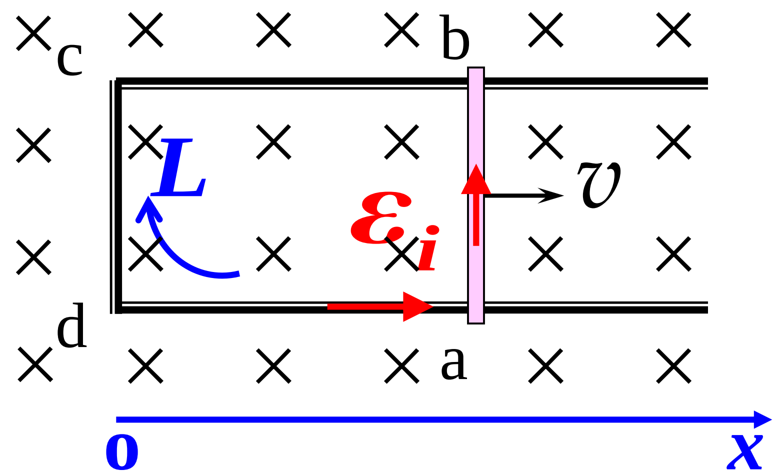
4）由法拉第定律计算电动势

5）根据电动势的正、负判断电动势的方向。

例 设有长方形回路放置在稳恒磁场中，ab边可以左右滑动，如图磁场方向与回路平面垂直，设导体以速度 v 向右运动，求回路上感应电动势的大小及方向。

解： 取顺时针为回路绕向，

设ab = l，da = x，则通过回路的磁通量为



$$\Phi = +Blx$$

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -Bl\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -Blv$$

负号表示感应电动势的方向沿逆时针方向。

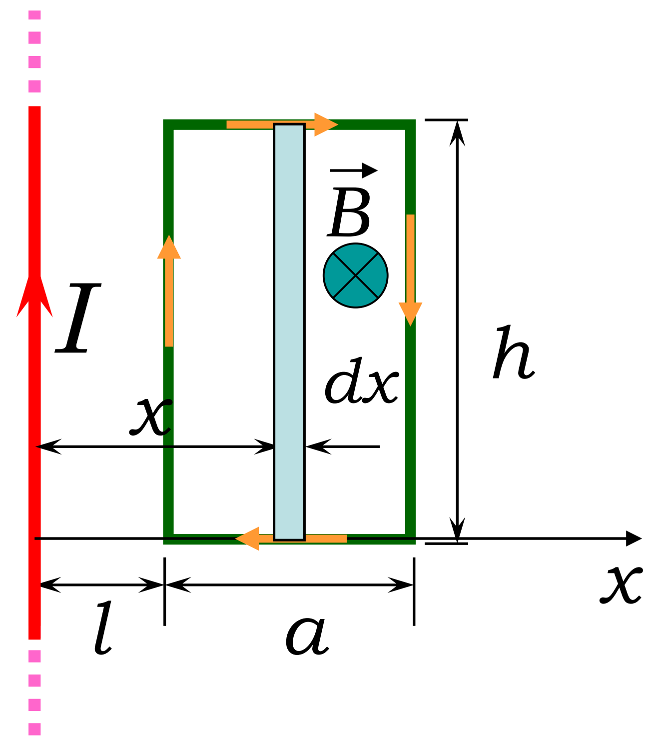
也可以用楞次定律来判断感应电动势的方向。

例：一宽为 a，长为 h 的矩形线框，与无限长直载流导线共面且平行放置，线框最近的边距导线为 l。求以下情况对应的矩形线框内产生的感应电动势。

1）若$I = I_0 \sin\omega t$；2）若I=常数，回路以v向右运动.

解：直导线周围的磁感应强度为 $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi x}$ 方向如图

$$\therefore \Phi_m = \int_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_S \frac{\mu_0 I h}{2\pi x}\mathrm{d}x$$



1）若$I = I_0 \sin\omega t$

$$\Phi_m = \frac{\mu_0 I h}{2\pi}\int_l^{l+a}\frac{\mathrm{d}x}{x} = \frac{\mu_0 h I_0 \sin\omega t}{2\pi}\ln\frac{l+a}{l}$$

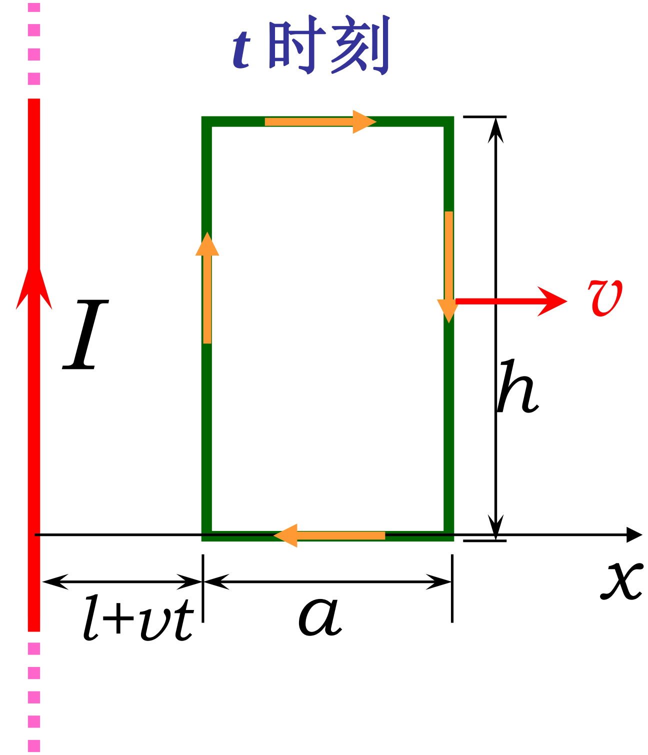
$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mu_0 I_0 h\omega}{2\pi}\ln\frac{l+a}{l}\cos\omega t$$

2）若I=常数，回路以υ向右运动；

$$\Phi_m=\int_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\int_S \frac{\mu_0 I h}{2\pi x}\mathrm{d}x$$

$$=\int_{l+\upsilon t}^{l+a+\upsilon t}\frac{\mu_0 I h}{2\pi x}\mathrm{d}x=\frac{\mu_0 I h}{2\pi}\ln\frac{l+\upsilon t+a}{l+\upsilon t}$$

$$\varepsilon_i=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=\frac{\mu_0 I h}{2\pi}\left(\frac{1}{l+\upsilon t}-\frac{1}{l+\upsilon t+a}\right)\cdot\upsilon$$



3）若$I=I_0 t$，且回路又以υ向右运动时。

$$\varepsilon_i=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=\frac{\mu_0 I_0 t h}{2\pi}\left(\frac{1}{l+\upsilon t}-\frac{1}{l+\upsilon t+a}\right)\cdot\upsilon-\frac{\mu_0 I_0 h}{2\pi}\ln\frac{l+\upsilon t+a}{l+\upsilon t}$$

$$\boxed{\begin{array}{l}\text{导体在磁场中运动}\\ \text{导体固定，磁场变化}\end{array}\Rightarrow \psi_2^{\approx}\Rightarrow \varepsilon_i}$$

感应电动势
- 动生电动势：导体在磁场中运动而产生的
- 感生电动势：导体固定，磁场变化而产生的

从场的角度来揭示电磁感应现象本质

电动势 —— 导体内部的非静电力作功

研究的问题是：

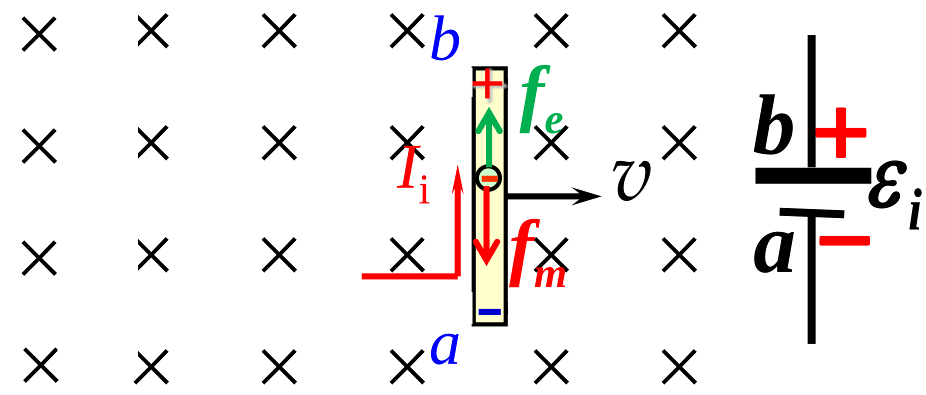
动生电动势对应的非静电是什么？

感生电动势对应的非静电是什么？

§2 动生电动势

导体棒中自由电子随棒以 υ 运动，所受洛仑兹力为

$$\vec{f}_m = (-e)\vec{\upsilon} \times \vec{B}$$



电荷积累，达到平衡时，*ab* 两端形成稳定的电势差。

产生动生电动势的非静电力是洛仑兹力

单位正电荷所受的洛仑兹力：$\vec{E}_K = \dfrac{\vec{f}_m}{-e} = \vec{\upsilon} \times \vec{B}$

电动势：

单位正电荷经电源内部从负极移到正极的过程中，非静电力所作的功

$$\varepsilon_i = \int_{-}^{+} \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$

动生电动势：

$$\boxed{\varepsilon_{i动} = \int_{a\,(-)}^{b\,(+)} (\vec{\upsilon} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}}$$

讨论

1. $\varepsilon_{i动} = \int_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$ 仅适用于切割磁力线的导体。

只有一段导体，没有闭合回路时*ab*是一开路电源

$$\boxed{\varepsilon_i = -\frac{d\psi}{dt}}$$ 适用于一切回路中电动势的计算

2. 动生电动势是洛仑兹力对单位电荷所做的功。

矛盾？

洛仑兹力对运动电荷不作功！！！

不矛盾！

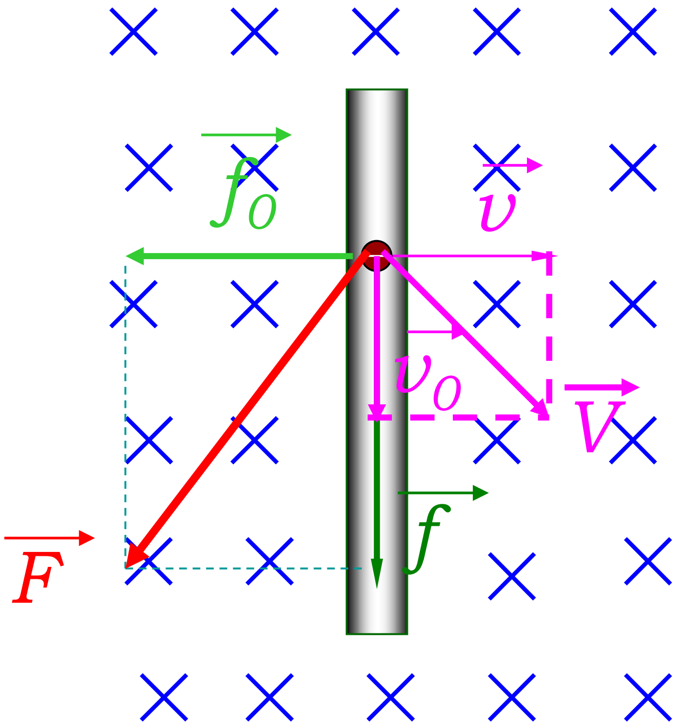
Lorentz 力不作功，只传递能量

导体运动（电荷随之运动）受洛仑兹力 $\vec{f}$

电荷受力向下运动，此运动也受洛仑兹力 $\vec{f_0}$

实际运动速度 $\vec{V}$,受力 $\vec{F}$

总洛仑兹力作功为零



导体向右运动，必须施以外力。外力克服总洛仑兹力的一个分力做功，而通过另一个洛仑兹力分力做功转化为导体上移动电荷所做的功。

动生电动势的计算

例 如图所示，一长直导线通有电流I，在与它相距d 处有一矩形线圈$ABCD$，此线圈以速度v 沿垂直长直导线方向向右运动，求这时线圈中的感应电动势。

用动生电动势重解

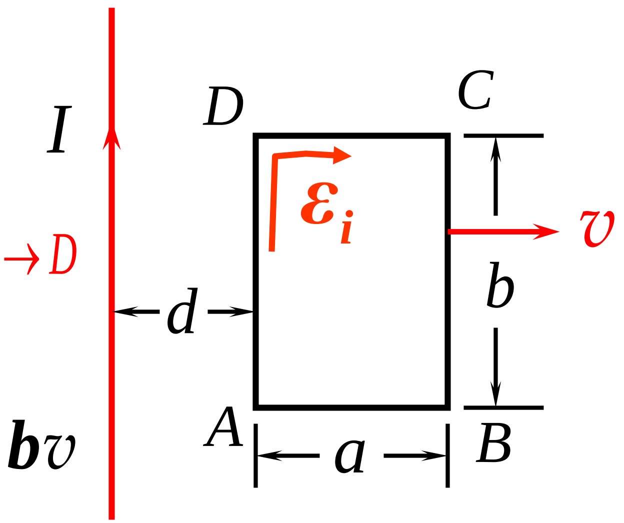
解： 此线圈AB和CD边不产生电动势，只有AD和BC边产生电动势

$$\varepsilon_{AD}=\int_A^D(\vec{v}\times\vec{B}_{AD})\cdot\mathrm{d}\vec{l}=vB_{AD}b=\frac{\mu_0 I}{2\pi d}bv$$

$A\to D$

$$\varepsilon_{BC}=\int_B^C(\vec{v}\times\vec{B}_{BC})\cdot\mathrm{d}\vec{l}=vB_{BC}b=\frac{\mu_0 I}{2\pi(d+a)}bv$$

$B\to C$

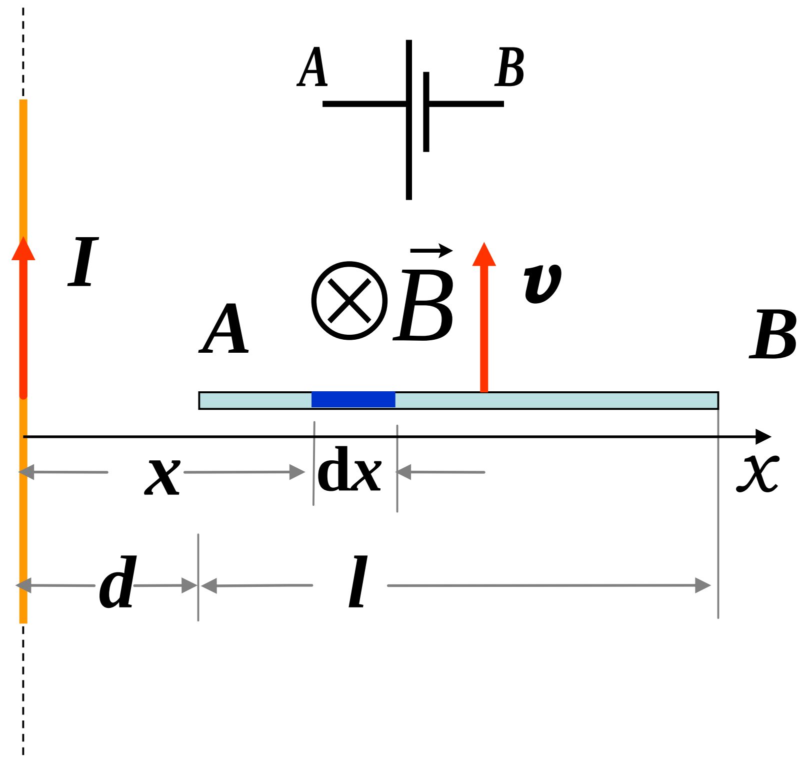


$$\varepsilon_i=\varepsilon_{AD}-\varepsilon_{BC}=\frac{\mu_0 Ibv}{2\pi}\left(\frac{1}{d}-\frac{1}{d+a}\right)$$

沿$ADCB$方向

例：长直导线中通有电流I，附近有一长l的金属棒AB，以v的速度平行于长直导线作匀速运动，如棒的近导线端距离导线d，求金属棒中的动生电动势。

解：金属棒处在非均匀磁场中，在棒上取一线元dx。



dx小段上的动生电动势为

$$d\varepsilon_i = (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{x}$$

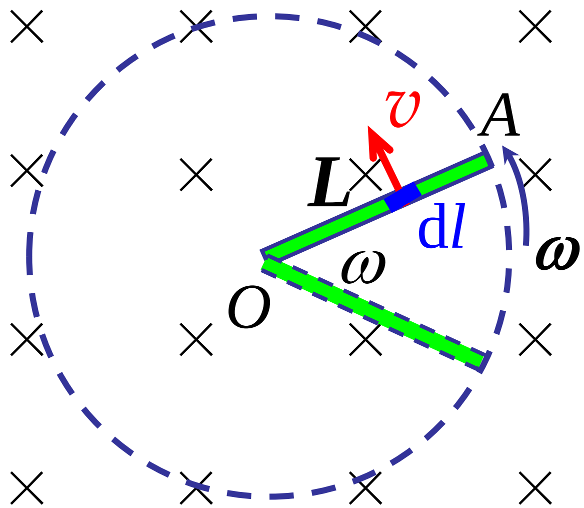
$$= -Bv\,dx = -\frac{\mu_0 I}{2\pi x}v\,dx$$

总电动势：

$$\varepsilon_i = \int d\varepsilon_i = -\int_d^{d+l}\frac{\mu_0 I}{2\pi x}v\,dx = -\frac{\mu_0 I}{2\pi}v\ln\frac{d+l}{d}$$

ε_i的指向是从B到A，即A点的电势比B点的高。

例： 在磁感应强度为B的均匀磁场中一根长为L的导体棒OA在垂直于磁场的平面上以角速度ω绕固定轴O旋转，求导体棒上的动生电动势。



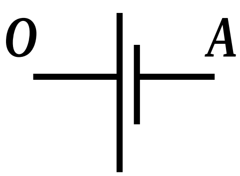
解：磁场均匀但导体棒上各处v不相同。在距O端为l处取一线元dl。

$$\varepsilon_i = \int_0^A (\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$= -\int_0^L vB\mathrm{d}l = -\int_0^L \omega Bl\mathrm{d}l$$

$$= -\boxed{\frac{1}{2}L^2\omega B}$$

方向：$A \rightarrow O$



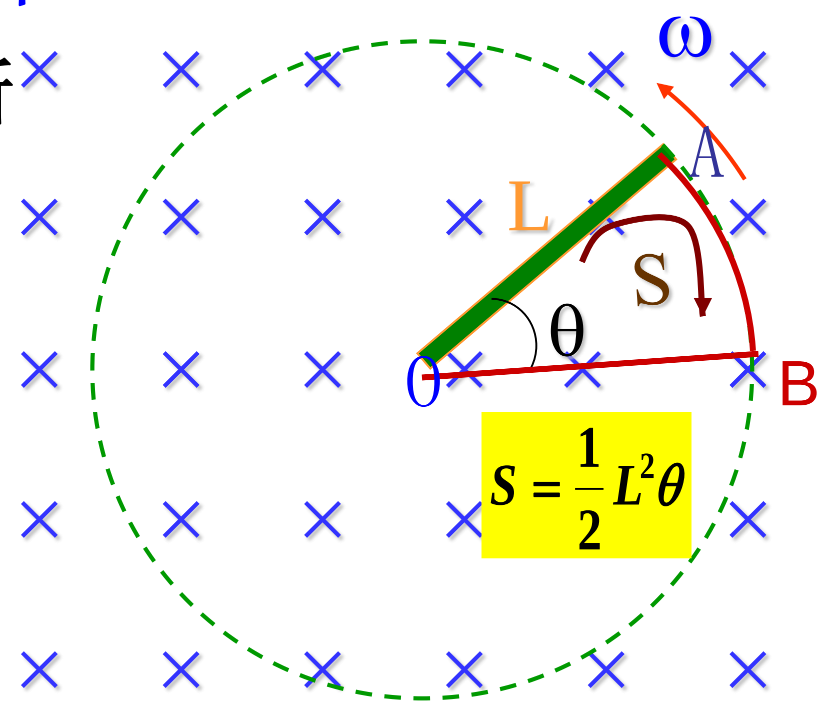
圆心角为ω的扇形面积 导体棒在单位时间内扫过的面积S

通过S的磁通量----通过扇形面积的磁通量的时间变化率

-----法拉第电磁感应定律

解法二　用法拉第电磁感应定律

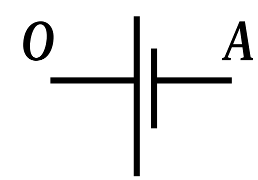
OA转过角度为θ时，通过其所扫过的相应扇形面的磁通量：



$$\Phi_m=\int\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{s}=BS\ =\frac{1}{2}BL^2\theta$$

$$\varepsilon_i=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=-\frac{1}{2}BL^2\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$$

$$=-\frac{1}{2}BL^2\omega$$



动生电动势方向：**A → O**

（点0 的电势高于点A　的电势）

思考：换成扇形导体板？圆盘导体板？

§3 感生电动势 感生电场

磁场变化时，产生的感应电动势——感生电动势 。

问题：产生感生电动势的非静电力？

设想：此非静电力是一种电场力，对应的非静电力场称为感生电场。

问题：感生电场$\vec{E}_{感生}$ 从何而来？

麦克斯韦 提出：

无论有无导体或导体回路，变化的磁场都将在其周围空间激发具有闭合电场线的电场，并称此为感生电场或涡（有）旋电场。——非保守场

产生感生电动势的非静电力是<u>涡旋电场力</u>。

$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_{感} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

感生电动势: $\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_{感} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$

感生电场与变化的磁场的关系:

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\iint_S \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = -\iint_S \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

$$\boxed{\oint_L \vec{E}_{感}\cdot\mathrm{d}\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\vec{S}}$$ ----积分式

变化的磁场会激发电场

$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_{感}\cdot\mathrm{d}\vec{l} \xlongequal{\text{斯托克斯公式}} \iint_S \left(\nabla\times\vec{E}_{感}\right)\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

$$\boxed{\nabla\times\vec{E}_{感} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}}$$ ----微分式

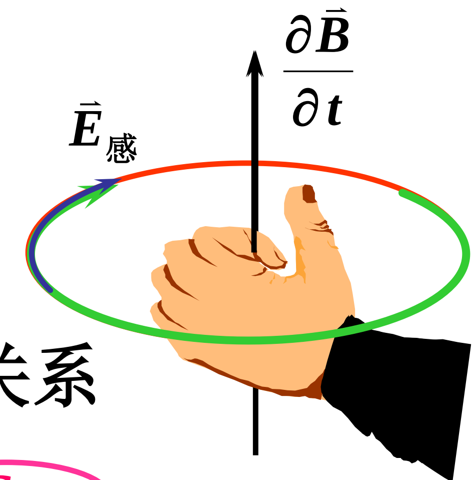
说明 $\oint_L \vec{E}_{感} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\iint_S \dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$ 这就是法拉第电磁感应定律

（1）感生电场的环流说明感生电场是非保守场

（2）感生电场的通量 $\oint_S \vec{E}_{感} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$，感生电场是无源场。

（3）感生电场不依赖空间是否有导体存在，

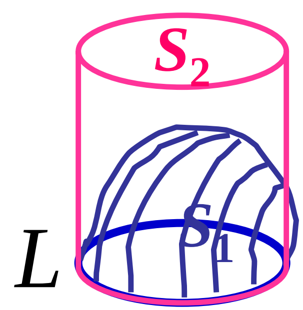
只要有 $\dfrac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \neq 0$，则就有 $E_{感}$ 的存在。



（4） 感生电场与磁场增加的方向成左螺旋关系

（5） S 与 L 的关系：

S 是以 L 为边界的任意面积。



以 L 为边界的面积可以是 S_1 也可以是 S_2

总之，感生电场的性质：无源有旋场

感生电场与静电场的比较

- 场源
  - 静止电荷
  - 变化的磁场（磁生电）
- 环流
  - 静电场为保守场 $\oint_l \vec{E}_{静} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$
  - 感生电场为非保守场 $\oint_L \vec{E}_{感} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$
- 通量
  - 静电场为有源场 $\oiint_S \vec{E}_{静} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum q$
  - 感生电场为无源场 $\oiint_S \vec{E}_{感} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$

（闭合的电场线）

感生电动势的计算

(1) $\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_{感} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$ ——只有感生电场具有某种对称性的情况下才能求得。

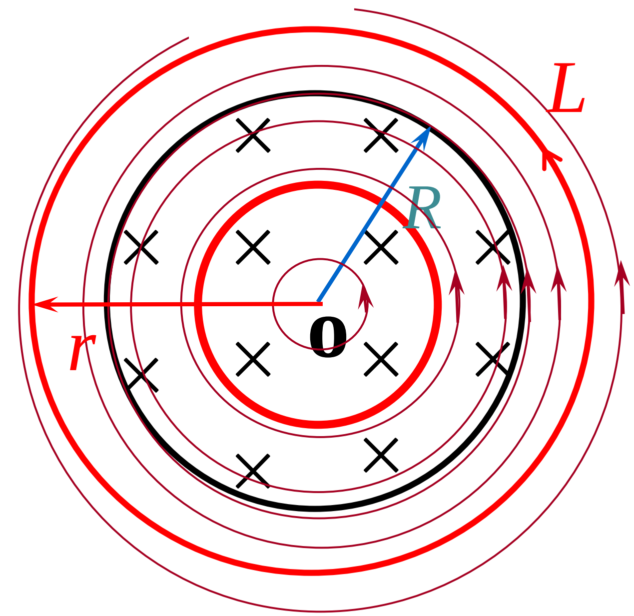
柱对称性的感生电场：均匀的磁场被限制在圆柱体内，磁感应强度方向平行柱轴，如长直螺线管内部的场。

(2) 用法拉第电磁感应定律计算：

① 求闭合线圈的感生电动势，直接用法拉第定律；

② 求一段导线的感生电动势，须作辅助线与导线形成一闭合回路，再用法拉第定律。

例 柱对称感生电场：均匀磁场被局限在半径为R的圆柱体 (长直螺线管)内，磁场随时间的变化率为$\mathrm{d}B/\mathrm{d}t$（>0），求圆柱体内、外感生电场E_V。



解： 磁场具有柱对称性，感生电场也有柱对称性。场点距o点为r。取以0为中心、过场点的圆周环路L 。

$$\oint \vec{E}_V \cdot \mathrm{d}\vec{l} = E_V\, 2\pi r = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

$$E_V = -\frac{1}{2\pi r}\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

（1） $r > R,\ \Phi = \pi R^2 B$ $\qquad E_V = -\frac{\pi R^2}{2\pi r}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} = -\frac{R^2}{2r}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$

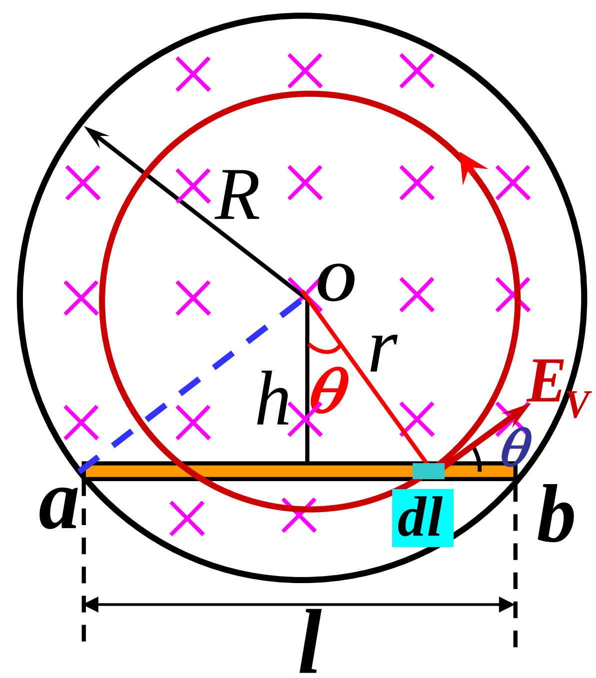
（2） $r < R,\ \Phi = \pi r^2 B$ $\qquad E_V = -\frac{1}{2\pi r}\pi r^2\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} = -\frac{r}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$

所激发的感生电场分布于整个空间

例： 均匀磁场B被限制在半径为R的长圆柱形空间内，按dB/dt 匀速率增加，现垂直于磁场放置长l 的金属棒，求金属棒中的感生电动势，并指出哪端电势高。

解：

$$E_V = \frac{r}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$



$$\varepsilon_{i\text{感生}} = \int_a^b \vec{E}_V \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$= \int_a^b \frac{r}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\cos\theta\,\mathrm{d}l$$

$$= \int_a^b \left(\frac{h}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\right)\mathrm{d}l = \frac{hl}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$

$$= \frac{l}{2}\sqrt{R^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2}\,\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$

$a \rightarrow b$ b 端电势高

[方法二] 法拉第电磁感应定律

作辅助线aob，构成回路$aboa$。•半径上的感生电动势为零

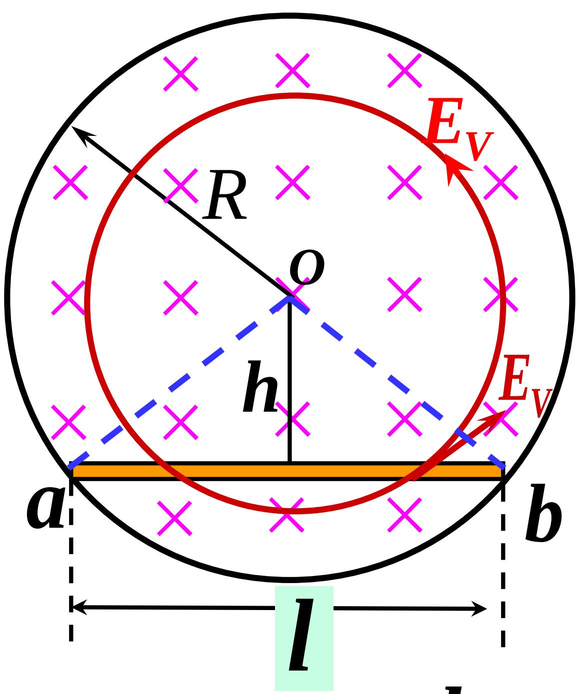
$$\because\ \vec{E}_V \perp \text{径向，则} \int_o^a \vec{E}_V \cdot d\vec{l} = \int_b^o \vec{E}_V \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\varepsilon_{i\text{感生}} = \int_a^b \vec{E}_V \cdot d\vec{l} = \oint_{aboa} \vec{E}_V \cdot d\vec{l}$$

$$= -\frac{d\Phi_{S_{aboa}}}{dt}$$

$$\Phi_{S_{aboa}} = \vec{B} \cdot \vec{S} = -BS_{\Delta aboa} = -B \cdot \frac{hl}{2}$$

$$\varepsilon_{i\text{感生}} = \frac{hl}{2}\frac{dB}{dt} \boxed{= S_{\Delta oab}\frac{dB}{dt}}$$

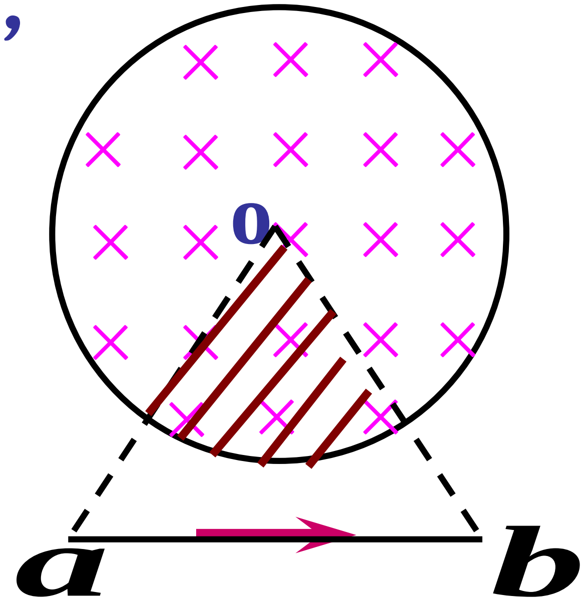


方向：$a \to b$

b 端电势高

又如 求如图所示的ab段内的电动势 ε_{ab}

解：做辅助线 oa、bo构成回路，设回路方向如图。有关系式：



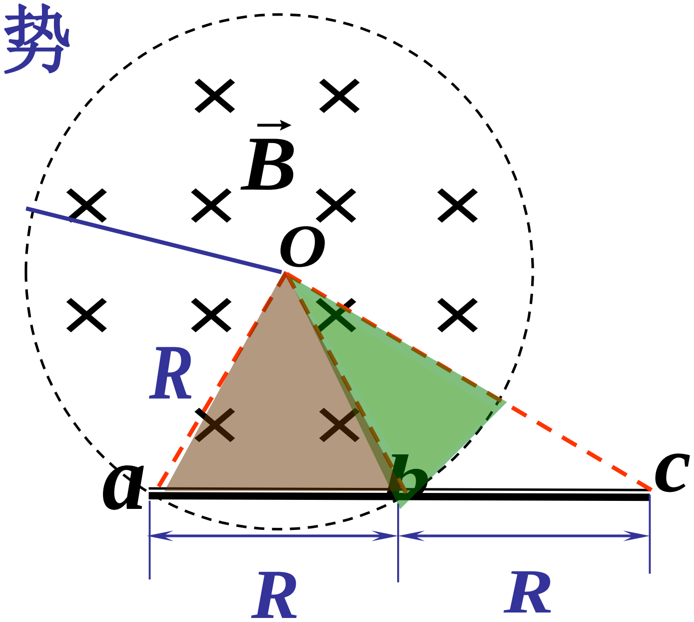
$$\varepsilon_{oabo} = \varepsilon_{oa} + \varepsilon_{ab} + \varepsilon_{bo} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

$$\varepsilon_{oa} = 0 \quad \varepsilon_{bo} = 0$$

所以 $\varepsilon_{ab} = -\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$ $\Phi = -BS_{扇形}$ （阴影部分）

得解：$\varepsilon_{ab} = S_{扇形}\dfrac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$ 方向：$a \to b$

又如 求如图所示的*ac*段内的电动势



连接*Oa*、*Ob*和*Oc*，得回路*OabcO*，取逆时针为回路正方向。

$$\Phi = -B\cdot(S_1 + S_2)$$

$$\therefore \quad \varepsilon_{回路} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = (S_1 + S_2)\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$

$$\therefore \quad \varepsilon_{ac} = \varepsilon_{回路} = (S_1 + S_2)\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$

$$S_1 = \frac{\sqrt{3}}{4}R^2 \ , \quad S_2 = \pi R^2 \frac{\pi/6}{2\pi} = \frac{1}{12}R^2$$

五、感应电场的应用

1、涡电流：

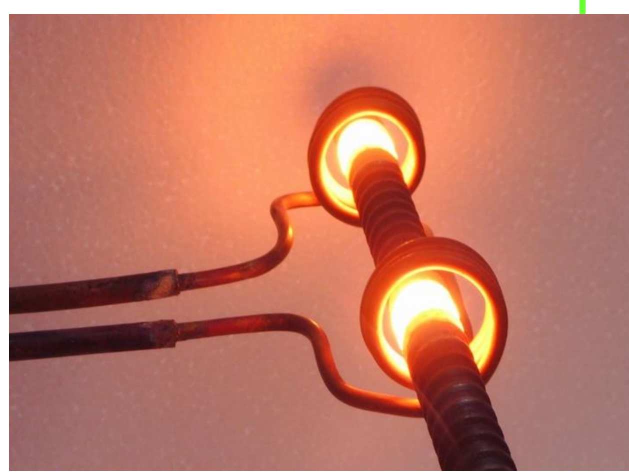
大块金属放在高频交变磁场中或在磁场中运动，金属内部会出现感应电流，称为涡电流（涡流）。

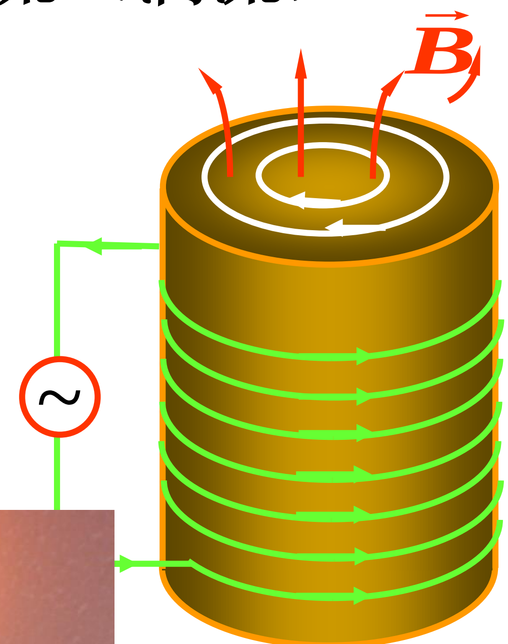
※金属电阻小，电流会很大，金属发热——涡流热效应

应用：①高频感应炉，对工件进行加热；

②电磁加热真空管中的灯丝；

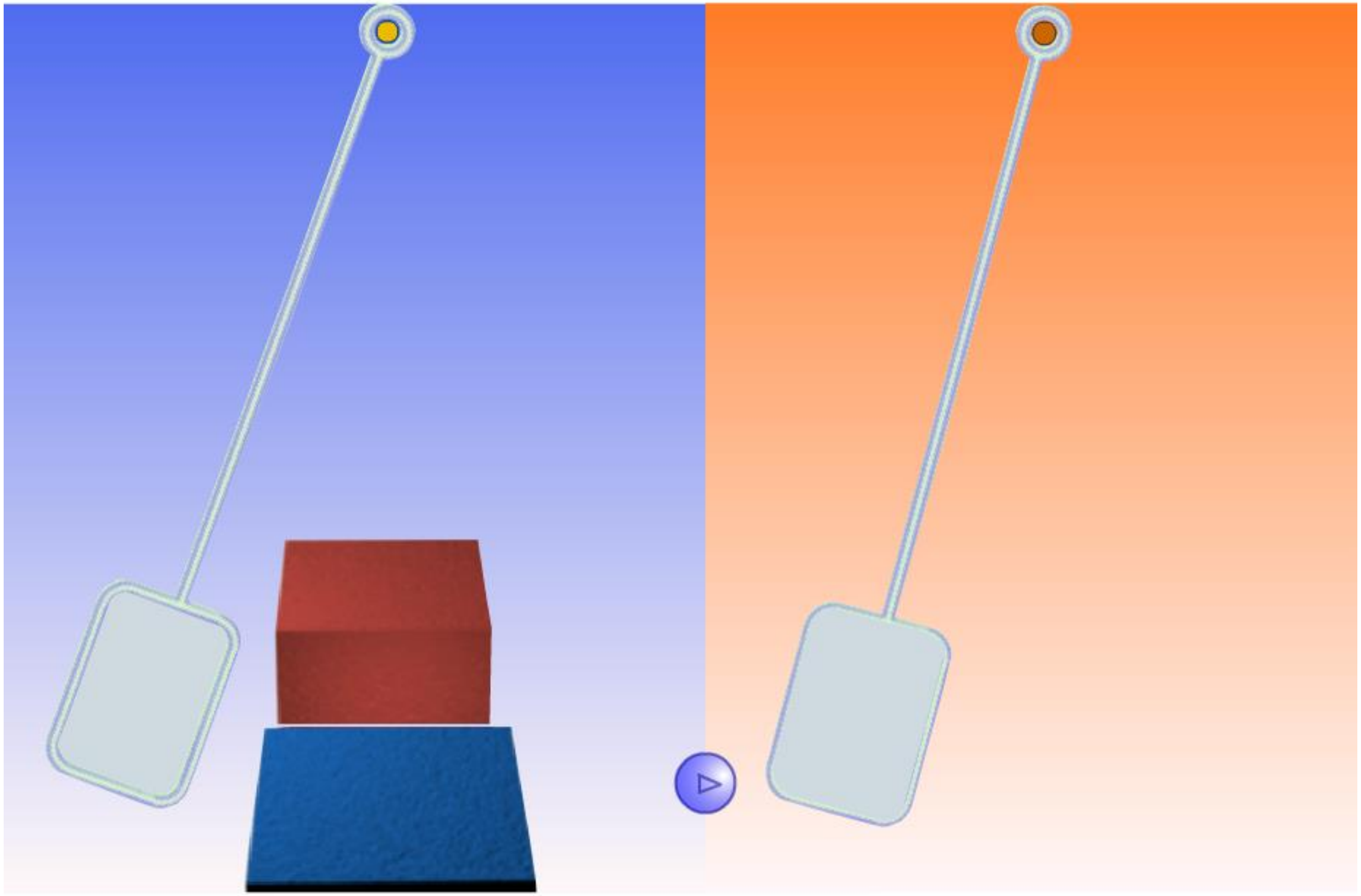
③电磁锅； ④涡流焊接；





涡电流

阻尼摆



2、电子感应加速器