稳恒磁场的主要内容回顾

场源: 稳恒电流

重要模型: 电流元、环形电流(磁矩)

重要(实验)定律:

华-萨定律----电流元激发的磁感强度

洛仑兹力关系----磁场中运动点电荷的受力

安培力定律----电流元在外磁场中的受力

描述场的基本物理量: B(矢量)

描述场物理量的基本方法:

电流元产生场的迭加 或 电流产生场的迭加

稳恒磁场两个基本定理

☀磁场的高斯定理

$$\iint_{S} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

衍生量计算:
$$\Phi_m = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B dS \cos \theta$$

☀磁场的安培环路定理

$$\oint_{l} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_{0} \sum_{l \nmid 1} I_{i}$$

磁介质存在时的场

磁介质的分类
$$\begin{cases} \mu_r \geq 1, & ---顺磁质 \\ \mu_r \leq 1, & ---抗磁质 \\ \mu_r >> 1, & ---铁磁质(磁滞现象、居里点) \end{cases}$$

•磁场强度
$$\vec{H}$$
 •磁化强度 \vec{M} $\vec{B} = \mu_o \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H}$ $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_o} - \vec{M}$

•介质中的环路定理 $\int_{\mathbf{r}} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_{i} I_{i \in \mathbb{R}}$

一些重要电流体系的结果

(1) 有限直导线电流的磁场

$$B = \frac{\mu_0 \mu_r I}{4\pi a} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) \qquad a---源点到场点的垂直距离$$

•无限长载流直导线
$$B = \frac{\mu_0 \mu_r I}{2\pi a}$$

•直导线延长线上
$$B=0$$

•无限长载流圆柱体
$$B = egin{cases} \dfrac{\mu_0 \mu_r I r}{2\pi R^2} & r \leq R \ \dfrac{\mu_0 \mu_r I}{2\pi r} & r \geq R \end{cases}$$

(2) 圆电流轴线上某点的磁场

$$\vec{B} = \frac{\mu}{2} \frac{R^2 I}{(x^2 + R^2)^{3/2}} \hat{i}$$

① 载流圆环圆心处的 \vec{B} 圆心角 x=0

$$B = \frac{\mu I}{2R}$$

② 载流圆弧 圆心角 θ

$$B = \frac{\mu I}{2R} \bullet \frac{\theta}{2\pi} = \frac{\mu I \theta}{4\pi R}$$

(3) 长直载流螺线管

(4) 无限大载流导体薄板

$$B = \mu_0 \; \mu_r nI/2$$

板上下两侧为均匀磁场

(5) 环行载流螺线管

$$egin{aligned} egin{aligned} egin{aligned} egin{aligned} eta_0 \mu_r NI \ 2\pi r \ 0 \end{aligned}$$
 外

变化的电磁场主要内容回顾

一、主要物理量

1.电磁感应电动势
$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

$$\varepsilon_i = -\frac{a\,\Psi_m}{dt}$$

(1) 动生电动势
$$\varepsilon_i = \int (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

(2) 感生电动势
$$\varepsilon_i = \oint_l \vec{E}_{ik} \cdot d\vec{l} = -\int_s \frac{\partial B}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

(3) 自感电动势
$$\varepsilon_l = -L \frac{dI}{dt}$$

其中L: 自感系数
$$L = \frac{\Psi_m}{I}$$

(4) 互感电动势
$$\varepsilon_{21} = -M \frac{dI_1}{dt}$$
 $or : \varepsilon_{12} = -M \frac{dI_2}{dt}$

$$M$$
: 互感系数 $M = \frac{\Psi_{21}}{I_1} = \frac{\Psi_{12}}{I_2}$ $(M_{21} = M_{12} = M)$

2. 电磁场能量

1)电磁场能量密度:

$$w = w_e + w_m = \frac{1}{2} \left(\varepsilon E^2 + \mu H^2 \right)$$

2) 能流密度(又叫坡印廷矢量或辐射强度):

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

二. 麦克斯韦的两个假设

1) 涡旋电场
$$\int \vec{E}_{\text{K}} \cdot d\vec{l} = -\int \frac{\partial B}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$
 涡旋电场与静电场之异同?

2) 位移电流
$$I_d = \frac{d\Phi_d}{dt} = \int_S \frac{\partial D}{\partial t} \cdot d\bar{S}$$
 位移电流与传导电流之异同?

三、麦克斯韦方程组:

$$\begin{cases} \oint_{S} \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_{V} \rho \cdot dV = \sum q_{\theta} \\ \oint_{L} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int_{S} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \\ \oint_{S} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \\ \oint_{L} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_{S} \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S} \end{cases}$$

四、<u>电磁波</u>

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$
 变化的磁场可以激发变化的电场

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$
 变化的电场又可以激发变化的磁场

平面电磁波的波函数:
$$\begin{cases} E = E_0 \cos \omega (t - \frac{x}{u}) \\ H = H_0 \cos \omega (t - \frac{x}{u}) \end{cases}$$

<u>在无限大均匀绝缘介质(或真空)中自由平面电</u> <u>磁波的性质:</u>

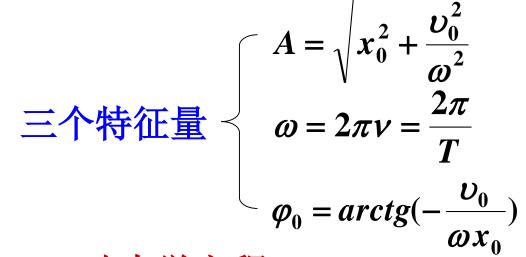
- ①电磁波是横偏振波, \vec{E} 、 \vec{H} 相互垂直而且都与传播方向垂直,即沿着 (\vec{E} × \vec{H})的方向传播,且 (\vec{E} 、 \vec{H})是同位相的.
- ②在同一点的E、H值满足下式: $\sqrt{\varepsilon}E = \sqrt{\mu}H$
- ③电磁波的传播速度为: $\upsilon = 1/\sqrt{\varepsilon\mu}$

$$\upsilon = c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \approx 3 \times 10^8 \, m \cdot s^{-1}$$

振动主要内容回顾

一、简谐振动方程

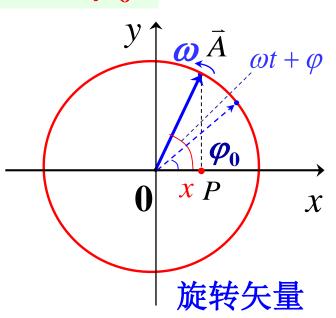
$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$



二、动力学方程

$$F = -kx, \qquad \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} + \omega^2 x = 0$$

弹簧振子:
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$



三、简谐振动的能量

1、动能
$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t + \varphi)$$

2、 势能
$$E_P = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + \varphi)$$

3、机械能
$$E = E_k + E_P = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$$

线性回复力是保守力,简谐运动系统机械能守恒

三、简谐振动的合成 两个同方向同频率简谐运动的合成

分振动:
$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1),$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

合振动: $x = A\cos(\omega t + \varphi)$

$$\begin{cases} A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)} \\ \tan \varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2} \end{cases}$$

- 1、若两分振动 同相 合振动加强 $\triangle \varphi = \varphi_2 \varphi_1 = \pm 2k\pi, \qquad (k=0,1,2,\dots)$
- 2、若两分振动 反相 合振动减弱 $\triangle \varphi = \varphi_2 \varphi_1 = \pm (2k+1)\pi$, (k=0, 1, 2, ...)

波动主要内容回顾

一、平面简谐波的波函数:

$$y = A\cos[\omega t \mp \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_o]$$

$$y = A\cos\left[\omega(t \mp \frac{x}{u}) + \varphi_o\right]$$

$$y = A\cos[2\pi(\frac{t}{T} \mp \frac{x}{\lambda}) + \varphi_o]$$

"一":沿x轴正方向传播; "十":沿x轴负方向传播; φ_0 :波源(坐标原点处质点) 振动的初相。

若:波源($x=x_a$ 处质点),波源振动的初相为 φ_0 ,

则方程中: $x \rightarrow (x - x_a)$

二、波的能量

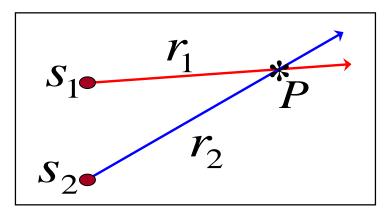
- 1、质元的能量: $E_p = E_k$ 波传播过程中质元的动能和势能在任何时刻都相等。
- 2、平均能量密度: 能量密度在一个周期内的平均值 $\overline{w} = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2$
- 3、平均能流密度(波的强度): [

$$I = \overline{w}u$$

$$I = \frac{1}{2}\rho A^2 \omega^2 u$$

二、波的干涉

频率相同、振动方向相同、相位差恒定的两列波叠加:



波源 S_1 、 S_2 振动方程:

$$\begin{cases} y_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \\ y_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \end{cases}$$

点P的两个分振动点P的合振幅:

$$y_{1p} = A_1 \cos(\omega t - 2\pi \frac{r_1}{\lambda} + \varphi_1)$$

$$y_{2p} = A_2 \cos(\omega t - 2\pi \frac{r_2}{\lambda} + \varphi_2)$$

$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi}$

$$\Delta \varphi = (\varphi_2 - \varphi_1) - 2\pi \frac{r_2 - r_1}{\lambda}$$

(1) <u>干涉加强:</u>

$$\Delta \varphi = \pm 2k \pi, \ k = 0,1,2,\cdots$$

(2)<u>干涉减弱:</u>

$$\Delta \varphi = \pm (2k+1) \pi, \ k = 0,1,2,\cdots$$

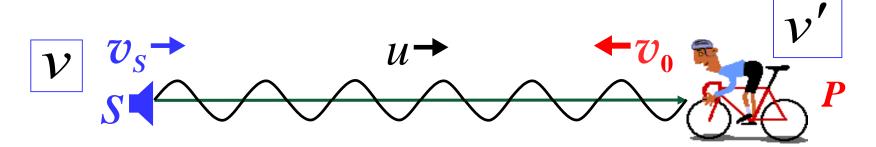
三、驻波

两列同类相干波在同一直线上沿相反方向传播时叠加而形成的一种特殊的干涉现象。

$$y_1 = A \cos \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right]$$
 $y_2 = A \cos \left[2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) \right]$

- ①振幅: 各点振幅不同, 出现了波腹和波节
- ②相位:相邻波节之间同相,波节两侧反相; 无相位传播
- ③能量:能量被"封闭"在相邻波节和波腹间范围内反复流动,无能量传播

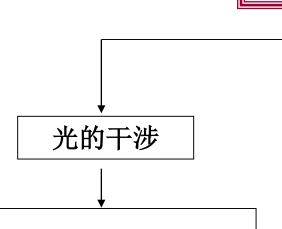
四、多普勒效应



$$v' = \frac{u \pm v_o}{u \mp v_S} v$$

- 1、观察者P向着波源S时, v_0 前取"十"观察者P远离波源S时, v_0 前取"一"
- 2、波源S向着观察者P时, v_S 前取"一" 波源S远离观察者P时, v_S 前取"十"

波动光学内容回顾



光程差与相位差

$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta$$
$$\delta = n_2 r_2 - n_1 r_1$$

干涉条纹明暗条件

$$\delta = \begin{cases} \pm k\lambda & \mathbf{9} \\ \pm (2k+1)\frac{\lambda}{2} & \mathbf{e} \end{cases}$$

波动光学

光的衍射

最大光程差

$$\delta = a\sin\varphi$$

衍射条纹 明暗条件

$$\delta = \begin{cases} \pm k\lambda & \mathbf{H} \\ \pm (2k+1)\frac{\lambda}{2} & \mathbf{H} \end{cases}$$

光的偏振

马吕斯定律

$$I_2 = I_1 \cos^2 \theta$$

布儒斯特定律

$$tgi_0 = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$

$$i_0+r_0=\pi/2$$

双折射现象

O光、e光

*杨氏双缝干涉

 $\delta = n(r_2 - r_1) = \frac{nd}{D}x$

分波振面法

* 菲涅耳双镜

+ 洛埃德镜

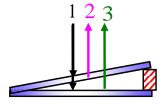
$$\delta = \begin{cases} k\lambda & \text{明} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & \text{暗} \end{cases}$$

→ 分振幅法 → 薄膜干涉

$$n_1$$
 n_2
 e
 n_1



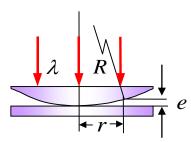
等倾干涉



$$\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$$

在光垂直入射的情况下

$$\delta = 2en_2 + \frac{\lambda}{2}$$



$$\frac{\delta = a \sin \varphi}{\delta} = \pm n \frac{\lambda}{2} \quad (n \, \uparrow + \chi \,)$$

$$a\sin\varphi=0$$
, $\theta=0$ --中央明纹

$$a\sin\varphi=0$$
, $\theta=0$ --中央明纹 $2k$ 个半波带 --暗纹 $(k=1,2,3,\cdots)$ $(2k+1)$ 个半波带 --明纹



圆孔衍射: $\delta = D \sin \varphi$

爱里斑的半角宽度:

$$\varphi = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

光栅衍射: 光栅衍射条纹是单缝衍射和多光束 干涉的综合效果。

光栅方程

$$(a+b)\sin\varphi = \pm k\lambda \qquad (k=0,1,2...)$$

	相同点	不同点	
干涉	都是光波相干叠加的	指有限多的(分立的)光束的相干叠加	
衍射	表现	指波振面上(连续的)无限多子波发出的光波的相干叠加	

	其 他 公 式				
类别	明纹	暗纹	条纹宽度		
杨氏双缝	$x = \pm \frac{D}{nd} k\lambda$ $k = 0,1,2,$	$x = \pm \frac{D}{nd} (2k+1) \frac{\lambda}{2}$ $k = 0,1,2,$	$\Delta x = \frac{D\lambda}{nd}$		
劈尖干涉	$e = \frac{2k-1}{4n}\lambda$ $k = 1,2,$	$e = \frac{k}{2n} \lambda$ $k = 0,1,2,$	$\Delta e = \frac{\lambda}{2n}$ $\Delta l = \frac{\lambda}{2n\theta}$		
牛顿环	$r_k = \sqrt{\frac{(2k-1)R\lambda}{2n}}$	$r_k = \sqrt{\frac{kR\lambda}{n}}$			
单缝衍射	$x = \pm (2k+1) \frac{f}{2a} \lambda$ $k = 1,2,$	$x = \pm k \frac{f\lambda}{a}$ $k = 1,2,$	$l_0 = \frac{2f\lambda}{a}$ $l_0 = 2l$		

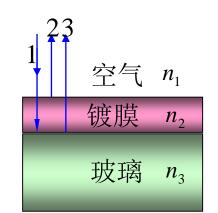
其他公式:

1、增透膜与增反膜:

$$\delta = \begin{cases} (2k+1)\frac{\lambda}{2} & + *itumum +$$

例:设镀膜厚度为e,且 $n_1 < n_2 < n_3$

$$\delta = 2n_2 e = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$
 增透



2、迈克尔逊干涉仪:

$$\Delta d = \frac{N\lambda}{2} \Longrightarrow \lambda = \frac{2\Delta d}{N}$$

3、光学仪器最小分辨角:

$$\theta_{\min} = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

4、衍射光栅:

1) 斜入射时,光栅方程:

$$(a+b)(\sin\theta\pm\sin\varphi)=\pm k\lambda$$
 $k=0,1,2,\cdots$

2) 谱线强度受单缝衍射的调制,出现缺级时满足:

$$k = \frac{a+b}{a}k'$$

3) 最高级次满足:

$$k_{\text{max}} < \frac{a+b}{\lambda}$$

5、X射线的衍射:

$$2d \sin \varphi = k\lambda$$
 $k = 1, 2, 3, \cdots$

一、填空题:

1、在双缝干涉实验中,所用光的波长 $\lambda = 5.461 \times 10^{-4} mm$,双缝与屏的距离为D=300mm;双缝间距d=0.134mm,则中央明纹两侧的两个第三级明纹之间的距离为7.34mm。

$$x_{k} = \frac{D}{nd}k\lambda \qquad x_{3} - x_{-3} = \frac{D}{nd}6\lambda$$

2、用波长为λ的单色光垂直照射折射率为 n_2 的劈尖膜。图中各部分的折射率的关系是 $n_1 < n_2 < n_3$ 。观察反射光的干涉条纹,从劈尖顶向右数第 5 条暗条纹中心所对应的厚度 $e = \frac{9\lambda}{4n}$ 。

$$\delta = 2n_2 e = \begin{cases} k\lambda & \text{ ূE} & 4n_2 \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & \text{ iff} & n_1 \end{cases}$$

$$k = 4 \quad 2n_2 e = \frac{9}{2}\lambda \implies e = \frac{9}{4n_2}\lambda \qquad n_3$$

3、光强均为 I_0 的两束相干光发生干涉时在相遇的区域可能出现的最大光强是___4 I_0 __。

$$I = A^2 = (2A_0)^2 = 4A_0^2 = 4I_0$$

4、迈克耳逊干涉仪的可动反射镜M移动了0.620mm的过程, 观察到条纹移动了2300条,则所用光的波长为_5391 埃。

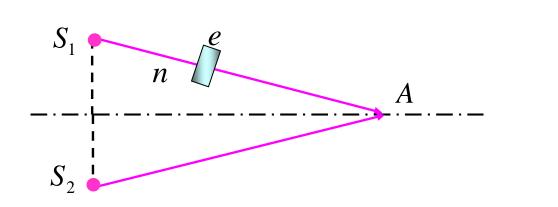
$$\Delta d = \frac{N\lambda}{2} \Longrightarrow \lambda = \frac{2\Delta d}{N}$$

5、在单缝的夫琅和费衍射实验中,波长为λ的单色光垂直入射到缝宽为 a = λ 的单缝上,对应于衍射角为30 方向,单缝处的波面可分成的半波带的数目为___1__.

$$a\sin \varphi = \lambda \sin 30^{\circ} = \frac{\lambda}{2}$$

故: $n = 1$

6、有两个同相的相干点光源 S_1 和 S_2 ,发出波长为 λ 的光。A 是它们连线的中垂线上的一点。若 在 S_1 与A之间插入厚度为 e、折射率为n 的薄玻璃片,则两光源发出的光在A点的位相 差 $\Delta \varphi = ($)。若已知 $\lambda = 5000$ Å,n = 1.5,A点恰为 第四级明纹中心,则 e = ()Å。



$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n-1)e$$

e = 40000 A

7、用波长为5000Å的平行单色光垂直照射在一透射光栅上,在分光计上测得第一级光谱线的衍射角为 $\theta = 30$ °。则该光栅每一毫米上有 1000 条刻痕。

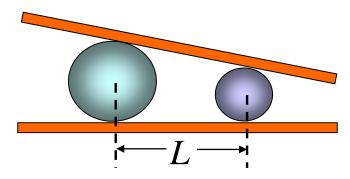
8、在单缝的夫琅和费衍射示意图中所画的各条正入射光线间距相等,那么光线1和3在屏上P点相遇时的相位差为2π, P点应为暗点。

$$2\lambda = 4 imes rac{\lambda}{2}$$
 $\delta_{13} = \lambda$ **P**点为暗点 $\delta_{13} = \frac{2\pi}{\lambda} \delta = 2\pi$

- 9、在光学各向异性的晶体内部有一确定的方向,沿这一方向寻常光o光和非常光e光的<u>速度</u>相等,该方向称为晶体的光轴,只有一个光轴方向的晶体称为<u>单轴</u>晶体。
- 10、一自然光通过两个偏振片,若两片的偏振化方向间夹角由A转到B,则转前和转后透射光强之比为 $\frac{\cos^2 A}{\cos^2 B}$ 。

二、选择题:

- 1、两个直径有微小差别的彼此平行的滚柱之间的距离为 L, 夹在两块平晶的中间,形成空气劈尖,当单色光垂直入射时,产生等厚干涉条纹,如果滚柱之间的距离L变小,则在L 范围内干涉条纹的
 - A)数目减少,间距变大。
 - B)数目不变,间距变小。
 - C)数目增加,间距变小。
 - D) 数目减少,间距不变。



2、一束波长为λ 的单色光由空气入射到折射率为 n 的透明介质上,要使反射光得到干涉加强,则膜的最小厚度为:

A)
$$\lambda/4$$
 B) $\lambda/(4n)$ C) $\lambda/2$ D) $\lambda/(2n)$

$$e \qquad \qquad 2ne - \frac{\lambda}{2} = k\lambda \qquad k = 0, e = \frac{\lambda}{4n}$$

3、平行单色光垂直照射到薄膜上,经上下表面反射的两束光发生干涉,若薄膜厚度为 e,且 $n_1 < n_2 > n_3$, λ_1 为入射光在折射率为 n_1 的媒质的波长,则两束光在相遇点的相位差为:

$$A) \frac{2\pi n_2 e}{n_1 \lambda_1} \qquad B) \frac{4\pi n_1 e}{n_2 \lambda_1} + \pi$$

$$C) \frac{4\pi n_2 e}{n_1 \lambda_1} + \pi \qquad D) \frac{4\pi n_2 e}{n_1 \lambda_1} \qquad \Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta = \frac{2\pi}{\lambda} (2n_2 e + \frac{\lambda}{2})^{n_3}$$

4、在迈克尔逊干涉仪的一支光路中,放入一片折射率为n的 透明介质薄膜后,测出两束光的光程差的改变量为一个 波长λ,则薄膜厚度为:

A)
$$\lambda/2$$
 B) $\lambda/2n$
C) λ/n D) $\lambda/2(n-1)$
 e
 n $\delta = 2ne - 2e = 2(n-1)e = \lambda$

- 5、在单缝的夫琅和费衍射实验中,把单缝垂直透镜光轴稍微 向上平移时,屏上的衍射图样将

 - A) 向上平移动 B) 向上平移动

- D) 条纹间距变大
- 6、在单缝的夫琅和费衍射实验中,若减小缝宽,其他条件不 变,则中央明纹
 - A)宽度变小 B)宽度变大
 - C) 宽度不变,且中心强度不变

$$l_0 = 2\frac{f\lambda}{a}$$

D) 宽度不变, 但中心强度变小

- 7、一束自然光自空气射向一块平板玻璃,设以布儒斯特角 i_0 入射,则在界面2上的反射光: i_0
 - A)自然光。
 - B)完全偏振光且光矢量的振动方向垂直于入射面。
 - C) 完全偏振光且光矢量的振动方向平行于入射面。
 - D)部分偏振光。
- 8、两偏振片堆叠在一起,一束自然光垂直入射其上时没有光线通过,当其中一偏振片慢慢转动180°时透射光强度发生的变化为:
 - A)光强单调增加
 - B)光强先增加,后又减小到零。
 - C) 光强先增加,后又减小,再增加。
 - D) 光强先增加,后减小,再增加,再减小到零。

9、如果两个偏振片堆叠在一起,且偏振化方向之间夹角 为60°,光强为I。的自然光垂直入射在偏振片上,则出 射光强为:

B) $3I_0 / 8$.

$$I' = \frac{I_0}{2} \cos^2 60^\circ = \frac{I_0}{8}$$

C) $I_0/4$.

D) $3I_0/4$.

10、一束光是自然光和线偏振光的混和,让它垂直通过 一偏振片。若以此入射光束为轴旋转偏振片,测得 透射光强最大值是最小值的5倍,那么入射光中自 然光与线偏振光的比值是:

B) 1/5

$$(\frac{I_0}{2} + I') / \frac{I_0}{2} = 5$$

$$\frac{I_0}{I'} = \frac{1}{2}$$

[例1]一束波长为 550 nm的平行光以 30°角入射到相距为 $d=1.00\times10^{-3}$ mm 的双缝上,双缝与屏幕 E 的间距为 D=0.10 m。在缝 S_2 上放一折射率为1.5的玻璃片,这时双缝的中垂线上O 点处出现第8 级明条纹。求:1)此玻璃片的厚度。2)此时零级明条纹的位置。

解: 1)入射光到达双缝时已有光程差: $S = d \sin 20^\circ$

$$\delta_1 = d \sin 30^\circ$$

经双缝后,又产生附加光程差:

$$\delta_2 = (n-1)e$$

两束光在点O处相聚时的光程差为:

$$\delta = \delta_2 - \delta_1 = (n-1)e - d\sin 30^\circ$$

由题意知:点O处为第8级明条纹,即:

$$\delta = (n-1)e - d\sin 30^{\circ} = 8\lambda$$

$$\therefore e = \frac{8\lambda + d\sin 30^{\circ}}{n-1} = 9.8 \times 10^{-6} (m)$$

x 的点p 处。

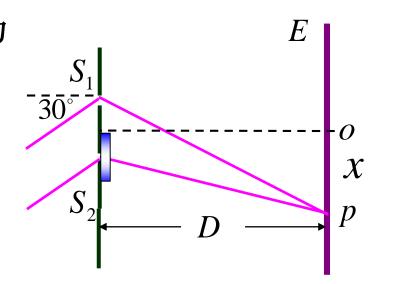
$$L_1 = d\sin 30^\circ + S_1 p$$

$$L_2 = S_2 p - e + ne$$

则两束光到达该处的光程差为:

$$\delta = d \sin 30^{\circ} + \frac{d}{D} x - (n-1)e = 0$$

解得:
$$x = 0.4$$
 (m)



- [例2]在双缝干涉实验中,波长 $\lambda = 5500 A$ 的单色平行光垂直照射到 缝间距为 $a = 2 \times 10^{-4} m$ 的双缝上,屏到双缝的距离 **D=2m**.
 - 求: 1) 中央明纹两侧两条10级明纹中心的距离。
 - 2)以厚度为 $e = 6.6 \times 10^{-5} m$,折射率为n=1.58的玻璃片覆盖后,零级明纹将移到原来的第几级的位置。

解:1)
$$x_k = \frac{D}{nd}k\lambda$$

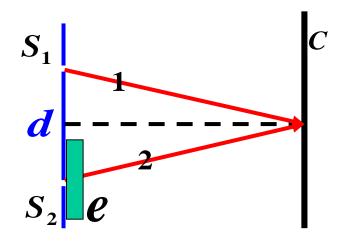
故:
$$x_{10} - x_{-10} = \frac{2}{2 \times 10^{-4}} \times 20 \times 5500 \times 10^{-10} = 0.11m$$

2) 覆盖玻璃后零级条纹应满足:

$$[(n-1)e + r_2] - r_1 = 0$$

不盖玻璃时此处为k级满足:

$$\delta = r_1 - r_2 = k\lambda$$
$$\therefore (n-1)e = k\lambda$$
$$k = 6.96 \cong 7$$



[例3] 在半径 R_2 =20m 的凸球形玻璃球面上叠放一个待测的曲率半径为 R_1 的平凸透镜,两球面在C点相接触。用波长5461Å 的单色光垂直入射,测得牛顿环的第25个亮环的半径r=9.444mm。试求平凸透镜的半径 R_1 。

解:设第25个亮环所对应的空气劈尖的厚度为e。

则满足以下关系:

$$2e + \frac{\lambda}{2} = 25\lambda$$

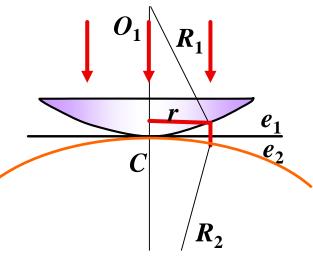
 $e = 6.6897 \times 10^{-3} \text{mm}$

通过C点作两球面的切平面

$$e = e_1 + e_2$$

$$\overrightarrow{m}$$
 $e_1 = \frac{r^2}{2R_1}$ $e_2 = \frac{r^2}{2R_2}$ $\therefore e = \frac{r^2}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$

代入已知条件,得:
$$R_1 = 10$$
 m



[例4]用波长为 $\lambda = 6000 \text{ Å}$ 的光垂直照射由两块平行玻璃板构成的空气劈尖薄膜,劈尖角度 $\theta = 2 \times 10^{-4} \, rad$,改变劈尖角,相邻两明纹间距缩小了1.0 mm,求劈尖角的改变量。

解: 改变之前
$$\theta = \frac{\lambda}{2\Lambda l} = 2 \times 10^{-4}$$

改变后:
$$\theta' = \frac{\lambda}{2(\Delta l - 1.0 \times 10^{-3})}$$

由上两式,得:
$$\Delta l = \frac{\lambda}{2\theta} = \frac{\lambda}{4 \times 10^{-4}} = 1.5 \times 10^{-3}$$

$$\theta' = \frac{600 \times 10^{-9}}{2 \times 0.5 \times 10^{-3}} = 6 \times 10^{-6} \, rad$$

$$\Delta \theta = 4 \times 10^{-4} \, rad$$

[例5]波长为5890Å的光,入射到宽为*a* =1.0mm的单缝上,使在离缝*D* =2.0 m远的屏上产生衍射条纹。求在中央明条纹任一侧,相邻两暗纹之间的距离。若将整个装置浸入水中,此时相邻两暗纹之间的距离是多少?

解: 1)
$$:: l = \frac{f\lambda}{a} \qquad f = D = 2m$$
$$:: l = \frac{2 \times 5890 \times 10^{-10}}{1 \times 10^{-3}} = 1.18 \times 10^{-3} m$$

2)若浸入 水中,
$$l' = \frac{f\lambda}{na}$$
 且 $n = 1.33$

$$\therefore l' = \frac{2 \times 5890 \times 10^{-10}}{1.33 \times 10^{-3}} = 0.887 \times 10^{-3} m$$

[例6]在单缝夫琅和费衍射实验中,垂直入射的光有两种波长, $\lambda_1 = 4000 \text{ Å}$, $\lambda_2 = 7600 \text{ Å}$ 。单缝缝宽 $a = 1.0 \times 10^{-2} \text{cm}$ 。透镜焦距f = 50 cm,求1)两种光第一级衍射明纹中心之间的距离。2)若用光栅常数 $d = 1.0 \times 10^{-3} \text{ cm}$ 的光栅替换单缝,其他条件和上一问相同。求两种光第一级主极大之间的距离。

解: 1) 由单缝衍射明条纹公式知:

$$x_{k} = (2k+1)\frac{f\lambda_{1}}{2a}$$

$$x_{k1} = (2+1)\frac{f\lambda_{1}}{2a} \qquad x_{k2} = (2+1)\frac{f\lambda_{2}}{2a}$$

$$\Delta x = \frac{3f(\lambda_{2} - \lambda_{1})}{2a}$$

$$= \frac{50 \times 3 \times (7600 - 4000) \times 10^{-8}}{2 \times 10^{-2}} = 0.27cm$$

2) 光栅方程: $d \sin \varphi = k\lambda$

$$d\sin\varphi_1 = k\lambda_1$$
 $d\sin\varphi_2 = k\lambda_2$ $(k=1)$

因为 φ_1 、 φ_2 很小。则有 $\sin \varphi \approx tg\varphi = \frac{x}{f_2}$

$$x_{k1} = \frac{f \lambda_1}{d} \qquad x_{k2} = \frac{f \lambda_2}{d}$$

$$\Delta x = x_{k2} - x_{k1} = \frac{f(\lambda_2 - \lambda_1)}{d}$$

$$= \frac{50 \times (7600 - 4000) \times 10^{-8}}{1 \times 10^{-3}}$$
$$= 1.8cm$$

[例7]以氢放电管发出的光垂直照射在某光栅上,在衍射角 φ = 41°的方向上看到 λ_1 = 6562Å 和 λ_2 = 4101Å的谱线相重合。 求光栅常数最小值是多少?

解:
$$d\sin\varphi = k_1\lambda_1$$
 $d\sin\varphi = k_2\lambda_1$ 故: $k_1\lambda_1 = k_2\lambda_2$

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{4101}{6562} \cong \frac{5}{8}$$

取:
$$k_1 = 5, k_2 = 8$$

故:
$$(a+b)\sin\varphi = k_1\lambda_1$$

$$a + b = \frac{k_1 \lambda_1}{\sin \varphi} = \frac{5 \times 6562 \,\text{Å}}{\sin 41^{\circ}} = 5.0 \times 10^{-6} \,\text{m}$$

[例8]一衍射光栅,每厘米有 200 条透光缝,每条透光缝宽为 $a = 2 \times 10^{-3}$ cm,在光栅后放一焦距f = 1 m 的凸透镜,现以 $\lambda = 6000$ Å 的单色平行光垂直照射光栅,求:

- 1) 透光缝 a 的单缝衍射中央明条纹宽度为多少?
- 2) 在该宽度内,有几个光栅衍射主极大?

解: 1)
$$:: l_0 = 2 \frac{f\lambda}{a}$$
$$:: l_0 = \frac{2 \times 6 \times 10^{-7}}{2 \times 10^{-5}} = 0.06m$$

2) 单缝衍射第一级极小满足 $a \sin \varphi = \lambda \Rightarrow \sin \varphi = \frac{\lambda}{a}$ 光栅方程: $(a+b)\sin \varphi = k\lambda$

$$(a+b)\frac{\lambda}{a} = k\lambda$$
 $k = \frac{a+b}{a} = \frac{1 \times 10^{-2}}{200 \times 2 \times 10^{-2}} = 2.5$

在该范围内能看到的主极大个数为5个。

$$\frac{d}{a} = \frac{a+b}{a} = \frac{5}{2} = 2.5$$
$$k = 2.5k'$$

所以,第一次缺级为第五级。

在单缝衍射中央明条纹宽度内可以看到0、±1、 ±2级主极大明条纹共5条。

量子力学基础主要内容回顾

一. 早期量子论

1.黑体辐射两条试验定律 ——普朗克的能量子假设

$$M(T) = \sigma T^4$$
 斯特藩-波尔兹曼定律

$$\lambda_m T = b$$
 (Wien位移定律)

2. 爱因斯坦光子假设

爱因斯坦光电效应方程
$$hv = \frac{1}{2}mv^2 + A$$
 (能量守恒)

截止电压与光电子动能关系
$$eU_a = \frac{1}{2}mv^2$$

红限频率: (光电子的初动能为零)
$$v_0 = \frac{A}{h}$$

3. 康普顿效应

高能光子和低能自由电子作弹性碰撞的结果。

即能量和动量均守恒

$$\lambda' - \lambda = \frac{2h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\varphi}{2}$$
 康普顿散射公式

$$\lambda_c = \frac{h}{m_0 c}$$
 —电子的康普顿波长 $\lambda_c = 0.0243$ Å

4. 光的波粒二象性

$$\varepsilon = h v$$
 $p = \frac{h}{\lambda}$ $m = \frac{h v}{c^2}$

5. 玻尔氢原子理论

(1)
$$\sigma = \frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2})$$
 $(n > k \text{ 的正整数})$

——氢原子光谱谱线的波长公式

(2) 玻尔理论的三条基本假设:

- ①定态假设 E_1 , E_2 , E_3 ...
- ②频率假设 $hv = E_n E_m$
- ③轨道角动量量子化假设 $L = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar$ (n = 1,2,3,...)
- (3) 氢原子中电子的能量和轨道半径:
 - 波尔半径 : $r_1 = 0.0529$ nm
 - 轨道半径: $r_n = n^2 r_1 \text{ nm } n = 1,2,3,\cdots$

能量量子化:
$$E_n = \frac{E_1}{n^2} = -\frac{13.6}{n^2}$$
 (eV) $(n=1,2,3.....)$

n=1时, \rightarrow 基态, (基态时轨道 r_1 称为玻尔半径.)

n>1时→<u>激发</u>态; $n\to\infty$ 时, →电离态。

电离能: 从基态→电离态时所需的能量

激发能:从基态→激发态时所需的能量.

二、微观粒子的波粒二象性

1. 德布罗意波(或物质波)

$$E = h v \Rightarrow v = \frac{E}{h}$$

$$p = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{p}$$
 -----德布罗意关系式

2、德布罗意波函数 $\Psi(\vec{r},t)$ 的统计解释——概率波

波函数必须满足的条件:

归一化条件
$$\iiint_V |\Psi(\bar{r},t)|^2 dV = 1$$

标准条件

: 单值、连续、有限

3、海森伯的不确定性原理

不确定性原理 是微观粒子波粒二象性的必然反映。

海森伯的不确定关系式:

$$\Delta p_x \Delta x \geq \hbar/2$$

$$\Delta p_{x} \Delta x \geq h$$

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

五.四个量子数

1) 主量子数n: n=1,2,3,...决定能量

$$E_n = -\frac{13.6}{n^2} (eV)$$

2) 角量子数l: l=0,1,2,3,...,n-1 决定电子绕核运动的角动量

$$L = \sqrt{l(l+1)}\hbar$$

3) 磁量子数 m_l : m_l = 0, ±1, ±2,...,±l 决定角动量的空间取向

$$L_z = m_l \hbar$$

4) 自旋磁量子数 m_s : m_s = ± 1/2 决定电子自旋动量矩的空间取向

$$S_z = m_s \hbar$$

<u>另自旋量子数(s=1/2)确定自旋角动量</u>

$$S = \sqrt{s(s+1)}\hbar$$

六. 多电子原子中电子分布

- 1) 泡利不相容原理
- 不能有两个电子具有相同的四个量子数 n, l, m_l, m_s .

2) 能量最小原理

原子处于正常状态时,其中电子都要占据最低能级。

3) 原子的壳层结构

主壳层 K, L, M, N, O, P,
$$Z_n = 2n^2$$
 $(n=1, 2, 3, 4, 5, 6,)$

支壳层 s, p, d, f, ...,
$$(l=0, 1, 2, 3, ..., n-1)$$
 $(2(2l+1)$

按能量最小原理排列时,电子不完全按K,L,M...主 壳层来排列,而按 (n + 0.7l) 来确定能量大小。

七、激光

- 激光器组成: 1.激励装置; 2.谐振腔; 3.工作物质
- •产生激光的条件: 1.实现粒子数反转
 - 2.谐振腔,实现光放大
- 谐振腔的作用: 1.维持光振荡, 起到光放大作用;
 - 2.使激光产生极好的方向性;
 - 3.使激光的单色性好。

•激光特点:

方向性好、单色性好、高亮度(强度)、相干性好

例:已知氢光谱的某一线系的极限波长为364.7nm. 其中有一谱线波长为λ=656.5nm. 试由玻尔理论求:

- (1) 与该波长相应的始态和末态的能量各为多少?
- (2) 电子在相应的始态和末态轨道上运动时的周期之比为多少?咖啡

解(1)根据玻尔理论可得极限波长对应的波数(即可求得该线系的终态)

$$\sigma_{\min} = 1/\lambda_{\infty} = R/k^2 \Rightarrow k = \sqrt{R\lambda_{\infty}} = 2$$
 (该线系为巴尔末系)

同理有:
$$\sigma = \frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}) \cdots (\lambda E_n \to k$$
 出的)

$$n = \sqrt{\frac{R\lambda\lambda_{\infty}}{\lambda - \lambda_{\infty}}} = 3$$
…该线系始态

于是便得:
$$E_n = \frac{E_1}{n^2} = -\frac{13.6}{n^2} eV$$

始态能量:
$$E_3 = -\frac{13.6}{3^2} = -1.51 \ eV$$

末态能量:
$$E_2 = -\frac{13.6}{2^2} = -3.4 \ eV$$

(2) 电子在其轨道上运动时周期为: $T = \frac{2\pi r_n}{v_n}$

$$\overrightarrow{\Pi}$$
: $r_n = r_1 n^2$

$$T = \frac{2\pi r_n}{v_n} = 2\pi \frac{mr_n^2}{\underline{r_n m v_n}} = 2\pi m \frac{\underline{r_n^2}}{\underline{p_n}} = 2\pi m \frac{(n^2 r_1)^2}{\underline{n \hbar}} \propto n^3$$

$$\therefore T_3:T_2=27:8$$

例: 试证明带电粒子在均匀磁场中作圆轨道运动时,其德布罗意波长与圆半径成反比。

解:
$$qvB = \frac{mv^2}{R}$$
 $mv = qBR$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{h}{qBR}$$

$$\therefore \qquad \lambda \propto \frac{1}{R}$$

例:写出以下各电子态的角动量的大小:

1s态, 2p态, 3d态, 4f态.

解: 角动量的大小仅有角量子数决定。

$$\therefore 1s + l = 0$$
 $\therefore L = 0$

$$\therefore 2p + l = 1 \therefore L = \sqrt{l(l+1)}\hbar = \sqrt{2}\hbar$$

$$\therefore 3d + l = 2 \qquad \therefore L = \sqrt{l(l+1)}\hbar = \sqrt{6}\hbar$$

$$\therefore 4f$$
中 $l=3$ $\therefore L=\sqrt{l(l+1)}\hbar=\sqrt{12}\hbar$