

# 数据结构题集

---

JOHNKRAM



# 玻璃切割

一块玻璃每次横着或竖着切一刀，询问每次切完后最大的一块玻璃的面积

反过来处理，每次去掉一条线，求出新的最大面积

最大面积等于最大长乘最大宽，即横与竖方向上相距最远的两条线

使用双向链表维护

# 面积最大的矩形

一个直方图，求直方图包含的面积最大的矩形

枚举哪一列确定矩形的高度

求出每一列左右第一个比它矮的列

使用单调栈

# 最大距离

对于所有满足 $i \leq j, a[i] \leq a[j]$ 的 $(i, j)$ ，求 $j-i$ 的最大值

对于每个 $i$ 求最大的满足 $a[i] \leq a[j]$ 的 $j$ 即可

把 $i$ 按照 $a[i]$ 从小到大排序

从后往前处理，计算后缀最大值

# 数据流中的算法

维护一个长度为 $k$ 的数据窗口，询问均值、方差或中位数

均值维护个数和元素和

方差加上元素平方和

元素使用权值树状数组维护，询问中位数时使用二分即可

# 选择子序列

一个序列 $b$ 合法指 $a[b[0]] > a[b[1]] > \dots a[b[m]]$ ，且每个  
 $\min(b[i], b[i+1]) < j < \max(b[i], b[i+1])$ ，有 $a[j] < a[b[i+1]]$

求最长合法序列的长度

序列对应笛卡尔树从上往下的一条路径

求出深度最深的点即可

使用单调栈建树

# 中位数计数

$n$ 个元素的数组 $a$ ，对于每个元素，求出它在多少个包含它的区间中是中位数  
长度为奇数

把大于 $a[i]$ 的元素权值设为1，小于 $a[i]$ 的元素权值设为-1， $a[i]$ 权值设为0，则  
包含 $a[i]$ 的和为0的区间以 $a[i]$ 为中位数

维护前缀和，每次暴力修改前缀和，统计每个前缀和出现次数并计算答案

为了防止前后混淆，需要按位置奇偶性分开

# 取余最长路

$3*n$ 的矩阵，每次只能往右或下走，求经过的格子权值和模 $p$ 的最大值

用前缀和描述路径权值，发现只与转折点有关

枚举第一个转折点，使用set求第二个转折点



# 区间交

$n$ 个元素的序列和 $m$ 个区间，选取 $k$ 个区间，使得它们的交包含的元素的权值和最大

枚举区间的公共点 $i$ ，把所有左端点 $\leq i$ 区间的右端点排序

如果 $\geq i$ 的右端点有至少 $k$ 个，则 $i$ 可能是公共点

计算右端点的第 $k$ 小值，使用权值树状数组

# 第K大区间

n个元素的数组，区间的权值为区间内众数的出现次数，求第K大的权值，权值多次出现算多次

区间的权值 $\geq$ 子区间的权值

二分答案，对每个左端点，求出众数的出现次数 $\geq$ 答案的最小右端点，计算合法右端点数

维护元素的出现次数和次数的出现次数，即可快速求众数的出现次数

# 平均数

n个元素的数组，区间的权值为区间内的平均数，求第K大的权值，权值多次出现算多次

二分答案，每个元素减去答案，问题变为和大于等于0的子段数

使用前缀和+set即可

# Clarke and list

$n$ 个元素的数组，每次修改一个元素或询问以当前数组进行游戏得到的最优序列的第 $k$ 个元素

游戏每次从数组中选两个元素，记录乘积并删去这两个数，最后得到一个长度为 $n/2$ 的序列，最优序列为所有可能序列中字典序最大的一个

把元素按正负性分开维护，同正负显然每次选择最大的两个乘起来

二分答案，问题变为询问有多少个乘积 $\geq$ 答案

用权值线段树维护，记录最小、次小、三小、个数即可求出每次应往左走还是往右走



# 树上的最远点对

$n$ 个点的树，每次给两个区间 $[a,b]$ 和 $[c,d]$ ，求编号在 $[a,b]$ 内的一点到编号在 $[c,d]$ 内的一点距离的最大值

设 $[a,b]$ 区间内最远点对为 $(x_1, y_1)$ ， $[c,d]$ 区间内最远点对为 $(x_2, y_2)$ ，则 $[a,b]$ 到 $[c,d]$ 的最远点对在 $(x_1, x_2)$ ， $(x_1, y_2)$ ， $(y_1, x_2)$ ， $(y_1, y_2)$ 中

使用线段树维护，up时取左右子树的答案与两边区间之间的答案的最大值即可

# 车和矩形

$n*m$ 的棋盘放了 $k$ 个车，每次询问一个矩形能否被内部的车完全覆盖

行列是等价的，问题变为矩形内部是否每一行都存在车

从左往右枚举右边界，维护每行右边界左边最近的车纵坐标，问题变成询问连续一段行最近的车纵坐标的最小值是否大于等于矩形左边界

单点修改，区间最小值，使用线段树维护

THE END