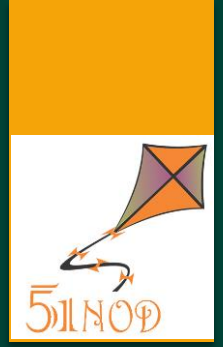




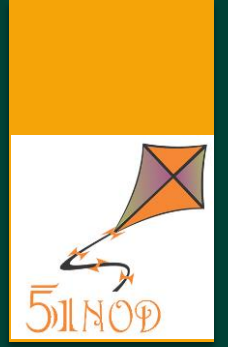
# 搜索

# 1416 两点



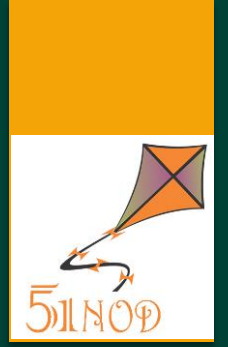
- ▶ 给定 好多张无向图，判断其中是否有环

# Sol



► 看你会不会写程序

# 4 个数和为 0



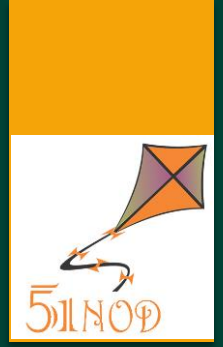
- ▶ 给定  $N$  个整数，判断能否选出 4 个使得和为 0

# Sol



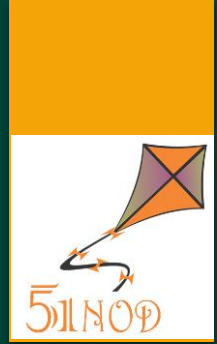
- ▶ 使用中途相遇法
  - ▶ 计算两两之和，存在一个数组中
- ▶ 注意下标不同的要求

# 1111 01组成N的倍数V2



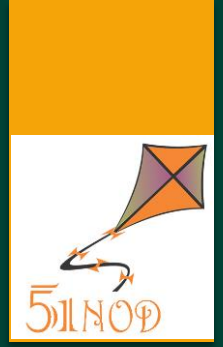
- ▶ 给定  $N$ ，找到  $M$  使得  $M > 0$  且是  $N$  的倍数
- ▶ 要求  $M$  的十进制表示中只能有 0 或者 1

# Sol



- ▶ 根据夹克老爷的搜索，答案的位数不会太多
- ▶ 把答案分成前半一半和后半一半，使用中途相遇法搜索

# 2211 香农游戏



- ▶ 给定无向图
- ▶ 问能否将边集分成两部分，保留任一部分可以让图连通





- ▶ 维护两张图  $G1, G2$ ，初始它们均为空，依次考虑每一条边。
  - ▶ 如果当前边加入两张图都不会使连通块个数减少，那么我们跳过它。
  - ▶ 否则，如果恰好一张图使得加入这条边会让连通块减少，那么我们根据贪心原则，应该把边加入这张图。
  - ▶ 若当前边加入两张图都会使连通块个数减少，那么我们枚举它加入哪张图，递归搜索。
- 
- ▶ 这样子做看起来暴力，但是复杂度是有保证的，可以证明它至多是组合数级别。
  - ▶ 因为数据范围不大，具体搜索的时候还可以暴力一点。

# 2212 数星星



- ▶ 定义“星星”是这样的一张图，它有四个点、五条边。五条边中有四条构成一个环，第五条边是环中的一个弦。

现在有一张  $N$  个点、 $M$  条边的无向简单图，你需要计算图中有多少个不同的“星星”子图。

这里我们定义两张子图不同，当且仅当它们的边集不完全相同。

Hint：一个四阶完全图恰好有 6 个不同的“星星”子图。



- ▶ 不难注意到问题的关键在于四元环中的那个弦，我们枚举那个弦为  $e$ ，设以  $e$  为一条边的三元环有  $c$  个，不难发现弦为  $e$  的子图恰好  $C(c, 2)$  个。
- ▶ 一张图的三元环至多有  $O(m\sqrt{m})$  个，并且我们可以在相同的时间复杂度内把它们找出来。

# Cont'd

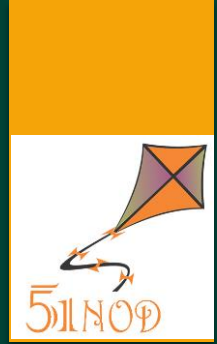


- ▶ 我们首先把图改造成一个 DAG，为此先给每个点确定一个标号
- ▶ 我们的标号原则是，让度数大的点的标号也尽可能大。对于图中的每个边，改造成标号小的边向标号大的边连的有向边。
- ▶ 这样一来，得到的图中每个点的度数不超过  $O(\sqrt{m})$ 。我们依次枚举图中每条边  $(u, v)$ ，然后暴力把  $u$  和  $v$  连出的每个点打上标记，对于每一个同时打了两个标记的点  $w$ ，图中蕴含着一个  $(u, v, w)$  这样子的三元环。
- ▶ 不难发现上述过程的复杂度为  $O(m\sqrt{m})$ ，且每个三元环被枚举了恰好一次，因此也不需要去重。

# 2213 15数码问题



- ▶ 给定 15 数码问题的一个局面
- ▶ 判断能否在 50 步内转移到目标局面



- ▶ 使用迭代加深搜索，定义估价函数为每个数到目的地的曼哈顿距离之和。
- ▶ 所谓迭代加深搜索，可以理解为三部分的结合：
  - ▶ 从小到大枚举答案
  - ▶ 以 DFS 为框架搜索，从而节省空间
  - ▶ 使用估价函数加入最优性剪枝
- ▶ 可能需要比较精细地实现以通过所有数据。

# 2216 翻转序列



- ▶ 现在有一个长度为  $N$  的 01 序列，你被允许执行若干次以下操作：
  - ▶ 选择一个长度为  $K$  的连续段，翻转其中的所有元素
- ▶ 一个序列的价值定义为  $2^{\text{序列中 } 1 \text{ 的个数}}$ ，试求出你能得到的不同序列的价值之和。





- ▶ 首先有两个重要的观察。
  - ▶ 每个长为  $K$  的区间要么操作 1 次，要么操作 0 次，操作更多次是没有意义的。
  - ▶ 进一步地注意到，如果一种方案里某个区间被操作了而另一种方案中没有，那么得到的序列一定不同
- ▶ 本题需要根据  $K$  的大小设计两种算法。



# Cont'd



- ▶ 考虑  $N-K \leq 18$  的情况，我们  $2^{N-K+1}$  暴力枚举每个区间是否操作，然后把得到的序列的价值加起来。这样子的复杂度为  $O(2^{N-K+1} \times N)$
- ▶ 再考虑  $K \leq 16$  的情况，我们从前向后考虑每个区间是否操作，为了计算序列价值，把当前位置前  $K-1$  位的 01 串记录下来，设计一个简单 DP 来统计所有情况的贡献，这样子的复杂度为  $O(2^{K-1} \times N)$
- ▶ 综合两部分，可得复杂度  $O(2^{N/2} \times N)$ .

# 2214 翻转游戏

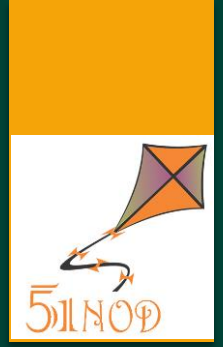


- ▶ 现在给定一个长度为  $N$  的 01 串，同时给定参数  $M$ ，  
可以执行以下两种操作：
  - \* 选择串的任意一个位置取反
  - \* 指定整数  $K \geq 1$ ，将串的前  $K \times M$  位全部取反。
- ▶ 用最少的操作次数，使得这个串的  $N-M$  前缀和  $N-M$  后缀完全相同，你只需要输出最少的操作次数。



- ▶ 首先注意到，题目的要求等价于串以  $M$  作为循环节长度
- ▶ 注意到串长  $|S| \leq 300$ ，因此有： $\min\left(\frac{|S|}{M}, M\right) \leq 17$
- ▶ 针对  $M \leq 17$  的数据，暴力枚举一个循环节里串的形态
- ▶ 针对  $|S|/M \leq 17$  的数据，暴力枚举执行哪些第二类操作
- ▶ 上述两种情况中，暴力枚举之后均可将问题大大简化，从而设计高效算法解决

# 2215 数数字

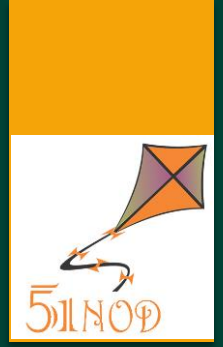


- ▶ 给定  $[L, R]$ ，请你统计区间  $[L, R]$  中有多少整数，满足它们的数位可以分成两组，并且两组数的和相等。
- ▶ 举例来说，132 可以分成  $\{1, 2\}$  和  $\{3\}$  两组，我们有  $1+2 = 3$ 。



- ▶ 首先，可以计算  $\leq R$  和  $\leq L - 1$  的满足要求的数各有多少，相减即为答案
- ▶ 答案不超过 9 位，我们可以在  $C(18, 9)$  的时间内暴力枚举数位构成的多重集
- ▶ 之后，设计一个 DP 判断是否可行，在可行的基础上使用一个数位 DP 来统计这种情况下的贡献

# 2217 有向图支配集



- ▶ 以邻接矩阵形式输入一个  $N$  阶竞赛图  $G=(V,E)$  .
- ▶ 我们称一个点集  $S \subseteq V$  是好的, 当且仅当  $\forall v \in V$ , 或者  $v \in S$ , 或者  $\exists u \in S$  使得  $(u,v) \in E$  .
- ▶ 请计算最小的“好”的点集的大小。

# Sol



- ▶ 一个比较传统的搜索题
- ▶ 使用两个 long long 压成的 bitset 来存储当前状态
- ▶ 答案不超过 6
- ▶ 最优性剪枝，按照点的出度从大到小搜索



谢谢大家！  
欢迎提问