

# ACM寒假训练Day1

暨南大学 黄芝琪、林越

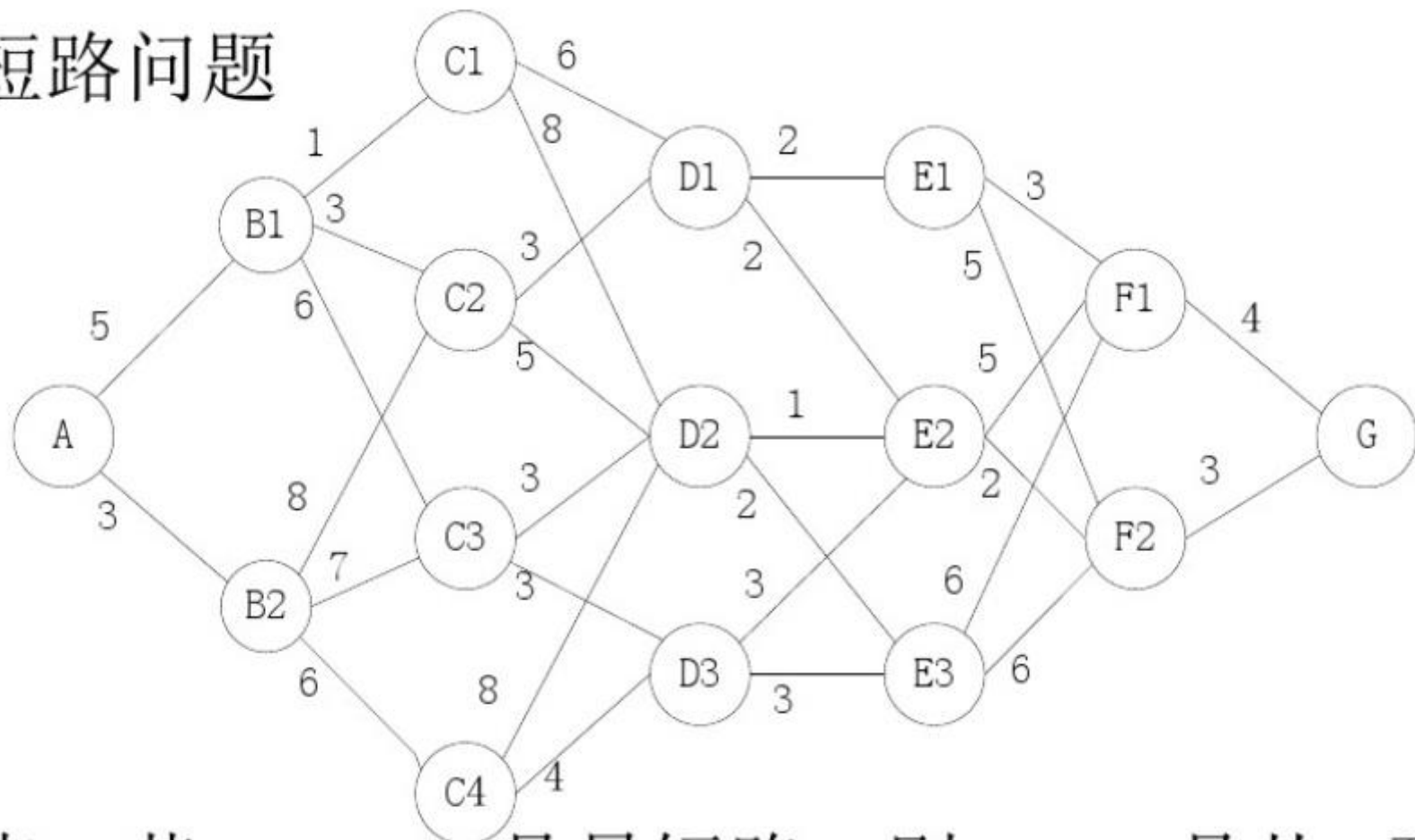
mazicwong@gmail.com



- 
- 
- Hdu 2084 DP入门题
  - Poj 3186 区间DP
  - Hdu 2859 简单二维DP
  - Hdu 1078 DP与记忆化搜索
  - Hdu 1260  $3*n$  DP
  - Poj 2431 pq+贪心
  - Hdu 6201 图上DP

# 多阶段决策过程

## 最短路问题



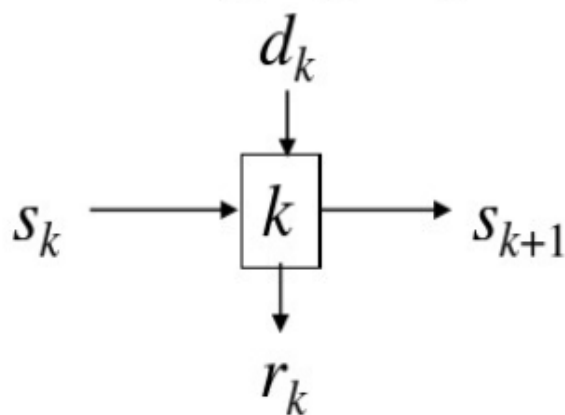
特点：若O-H-P-D是最短路，则H-P-D是从H到D的最短路。

# 动态规划的基本概念

- 1.阶段:反映问题时间或空间的自然特性 $k$ ;
  - 2.状态:表示在某阶段开始所处的自然状态或客观条件 $s_k$ ;
  - 3.决策:可作出的选择 $d_k$ ,允许决策集合;
  - 4.策略:决策序列(子策略);
- 过程:状态序列(子过程);
- 对状态要求具有无后效性,允许决策集合只与当时的状态有关;

5. 状态转移方程: 决策对下一阶段状态的影响  $s_{k+1} = T_k(s_k, d_k)$ ;

收益或支出函数  $r = r_k(s_k, d_k)$ ;



6. 最优值函数  $f_k(s_k)$ ;

递推方程  $f_k(s_k) = \text{opt} \{ r_k(s_k, d_k) + f_{k+1}(s_{k+1}) \}$ ;



## Problem A DP入门题(数塔)

---

- 由下往上推，最终到一个终点，只需要算出由下往上得到的最大价值即可

$$dp[i][j] = \max(dp[i+1][j], dp[i+1][j+1]) + a[i][j]$$



## Problem B 区间DP

- 题意：给一串数字，每次可以取最左边或者最右边，然后乘以对应取的次序，问和最大是多少

- 状态：

$dp[i, j]$ ：剩下第 $i$ 个至第 $j$ 个物品时，  
取掉剩下的所有物品能获得的最大值

- 转移：

$$dp[i, j] = \max(dp[i+1, j] + v[i] * (n - (j - i + 1) + 1), dp[i, j-1] + v[j] * (n - (j - i + 1) + 1));$$

- 边界： $dp[i][i] = a[i] * n$



## Problem C 简单二维DP

- 题意：给 $n*n$ 矩阵, 问最大对称子矩阵是多大(沿着左下角到右上角对称)
- 先转换为主对角线矩阵, 然后从右下角开始往左上角, 沿着对角线向右下角能走多远.
- $dp[i][j] = dp[i][j] + cnt$ ;  $cnt$ 是 $dp[i][j]$
- 当超过 $dp[i+1][j+1]$ 或者超过矩阵, 就退出,





## Problem D DP与记忆化搜索

---

- **法1:**

- 明显,如果直接DP的话,虽然子问题重复,但是不满足无后效性,因为每次移动的方向不是固定的,而且四个方向,所以用记忆化搜索更好,直接搜索所有方向找到最优解

- **法2:**

- 但是其实也可以DP,先将所有点按权值排列,这样找到一个方向后,可以进行DP



## Problem D DP与记忆化搜索

- **复杂度说明:**

时间复杂度差不多,空间复杂度DP更好一点

- **总结:**

- 1. DP要有一个推进的方向,二维DP的话一般是从矩阵的左上角推到右下角,一维DP直接按照线性顺序推就可以了
- 2. 这道题虽然是二维面,但是他的推进方向有四个,DP会有很多子问题,所以我们先按照权值排序,找到一个线性的关系,在这个关系上进行DP,就可以直接推进到整体最优解



## Problem E 3\*nDP

---

题意:  $n$ 个人排队买票, 每个人需要的时间是 $a[i]$ , 但是现在可以两个人合买, 合买只能和前面一个人或者后面一个人合买, 所用时间已知, 求 $n$ 个人都买完票所需要的时间;

解释: 自己买  $dp[i] = dp[i-1] + s[i]$ ;  
和前面合买  $dp[i] = dp[i-2] + d[i-1]$ ;

$dp[i]$ : 前 $i$ 个人最小时间 ( $i \in \{1..2000\}$ )

$dp[1] = s[1]; \quad dp[2] = \min(s[1] + s[2], d[1]); \quad dp[i] = INF$

$dp[i] = \min(dp[i-2] + d[i-1], dp[i-1] + s[i])$



## Problem F 优先队列+贪心

- 有一辆车，要开l的路，它每开一单位的路要消耗一单位的油。车里原来有p的油，车的油箱容量是无限大的。现在路上不同位置有一些加油站，这些加油站里有一定量的油，问开到终点最少要加几次油。
- 做法：直接将走过油站放入优先队列，每次拿最多油量的出来



## Problem G 图上DP(点权+边权+找点到点价值最大)

- 题意：给 $n$ 个点， $n-1$ 条边，点权是物品价值，边权是油费，要求找两个点，从一个点购入物品，另一个点卖出物品，问最大收益
- 注意：图论的题要注意顶点从1开始还是0开始计



*Go To Vjudge*

---

[\*https://vjudge.net/contest/280021\*](https://vjudge.net/contest/280021)



# 训练营关键

---

- 赛后一定要补题!



# 明日预告

---

- DP基础题
- 二维DP
- DP与记忆化搜索
- 区间DP入门
- 树形DP入门
- 数位DP入门
- 概率DP入门

资料更新地址:

[https://github.com/jnutxdy/JNU\\_ACMTemplate](https://github.com/jnutxdy/JNU_ACMTemplate)