

## TD : Équations différentielles

### Équation homogène

Exercice 1: Associer les équations à leur équation homogène.

(E <sub>1</sub> ): $y' = 5y - 10$	(E <sub>h1</sub> ): $y' + 4y = 0$
(E <sub>2</sub> ): $y' + 4y = 4$	(E <sub>h2</sub> ): $y' + \tan(x)y = 0$
(E <sub>3</sub> ): $5y' + 5y = -8$	(E <sub>h3</sub> ): $y' - 5y = 0$
(E <sub>4</sub> ): $\cos(x)y' + \sin(x)y = \tan(x)$	(E <sub>h4</sub> ): $y' + y = 0$

Exercice 2: Donner l'équation homogène des équations suivantes.

(E<sub>1</sub>):  $y' = -y + 1$   
(E<sub>2</sub>):  $2y' - 4y = 64$   
(E<sub>3</sub>):  $y' = -2y$   
(E<sub>4</sub>):  $3y' + 15y = 12$   
(E<sub>5</sub>):  $y' + y = \cos(2t)$

### Résolution des équations différentielles

Exercice 3 : Trouver une solution particulière aux équations suivantes.

(E<sub>1</sub>):  $y' = 2y + 10$   
(E<sub>2</sub>):  $4y' = -3y + 15$   
(E<sub>3</sub>):  $8y' + 4y - 3 = 0$

Exercice 4 : Résoudre les équations homogènes de l'exercice 2.

Exercice 5 : Résoudre les équations différentielles suivantes :

a)  $y' = 3y + 6$   
b)  $y' + 2y + 10 = 0$   
c)  $4y' = 10y + 3$

### Conditions initiales ou particulières

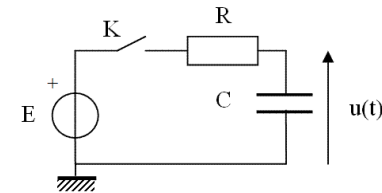
Exercice 6 : Déterminer la solution des équations différentielle.

(E <sub>1</sub> ): $y' + y = 1$	et $y(0) = 2$
(E <sub>2</sub> ): $4y' - y = 0$	et $y(0) = 5$
(E <sub>3</sub> ): $2y' - 5 = -y$	et $y(0) = 3$
(E <sub>4</sub> ): $y' + 2y = 12$	et $y(0) = -4$

Exercice 7 : Circuit RC

On cherche à établir différentielle qui régit dans un circuit RC lors de sa charge.

On a l'interrupteur K est ouverte pour  $t < 0$  et condensateur est déchargé. À  $t = 0$ , on ferme l'interrupteur.



1-Recopier le schéma en représentant les tensions  $U_C$ ,  $U_R$ ,  $E$ , et courant  $i$ .

2-Écrire la loi des mailles. Montrer que  $i(t) = C \frac{du_c(t)}{dt}$ .

3- Établir l'équation différentielle, donner sa forme canonique et en déduire  $\tau$ .

Forme canonique :  $\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{\tau} u_c = \frac{E}{\tau}$

4-Trouver les solutions générales qui vérifient cette équation.

5- En déduire LA solution au problème. Vérifier votre solution.