TD : Équations différentielles

Équation homogène

Exercice 1: Associer les équations à leur équation homogène.

$$(E_1)$$
: $y' = 5y - 10$

$$(E_{h1}): y' + 4y = 0$$

$$(E_2)$$
: $y' + 4y = 4$

$$(E_{h2}): y' + \tan(x)y = 0$$

(E₃):
$$5y' + 5y = -8$$
 (E_{h3}): $y' - 5y = 0$

$$(E_{h3}):y'-5y=0$$

$$(E_4)$$
: $\cos(x)y' + \sin(x)y = \tan(x)$ (E_{h4}) : $y' + y = 0$

$$(E_{h4}):y'+y=0$$

Exercice 2: Donner l'équation homogène des équations suivantes.

(E₁):
$$y' = -y + 1$$

$$(E_2)$$
: $2y' - 4y = 64$

(E₃):
$$y' = -2y$$

$$(E_4)$$
: $3y' + 15y = 12$

(E₅):
$$y' + y = \cos(2t)$$

Résolution des équations différentielles

Exercice 3: Trouver une solution particulière aux équations suivantes.

$$(E_1)$$
: $y' = 2y + 10$

$$(E_2)$$
: $4y' = -3y + 15$

(E₃):
$$8y' + 4y - 3 = 0$$

Exercice 4 : Résoudre les équations homogènes de l'exercice 2.

Exercice 5 : Résoudre les équations différentielles suivantes :

a)
$$v' = 3v + 6$$

b)
$$y' + 2y + 10 = 0$$

c)
$$4y' = 10y + 3$$

Conditions initiales ou particulières

Exercice 6 : Déterminer la solution des équations différentielle.

(E₁):
$$y' + y = 1$$

et
$$y(0) = 2$$

(E₂):
$$4y' - y = 0$$

et
$$y(0) = 5$$

(E₃):
$$2y' - 5 = -y$$
 et $y(0) = 3$

$$et y(0) = 3$$

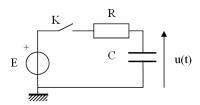
$$(E_4)$$
: $y' + 2y = 12$

et
$$y(0) = -4$$

Exercice 7: Circuit RC

On cherche à établir différentielle qui régit dans un circuit RC lors de sa charge.

On a l'interrupteur K est ouverte pour t < 0 et condensateur est déchargé. $\dot{A} t = 0$, on ferme l'interrupteur.



1-Recopier le schéma en représentant les tensions U_C, U_R, E, et courant *i*.

2-Écrire la loi des mailles. Montrer que $i(t) = C \frac{du_c(t)}{dt}$.

3- Établir l'équation différentielle, mettre sous sa forme canonique et en déduire τ.

Forme canonique : $\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{\tau}u_c = \frac{E}{\tau}$

4-Trouver les solutions générales qui vérifient cette équation.

5- En déduire LA solution au problème. Vérifier votre solution.