

TD : Équations différentielles

Équation homogène

Exercice 1: Associer les équations à leur équation homogène.

| | |
|---|---|
| (E ₁): $y' = 5y - 10$ | (E _{h1}): $y' + 4y = 0$ |
| (E ₂): $y' + 4y = 4$ | (E _{h2}): $y' + \tan(x)y = 0$ |
| (E ₃): $5y' + 5y = -8$ | (E _{h3}): $y' - 5y = 0$ |
| (E ₄): $\cos(x)y' + \sin(x)y = \tan(x)$ | (E _{h4}): $y' + y = 0$ |

Exercice 2: Donner l'équation homogène des équations suivantes.

(E₁): $y' = -y + 1$
(E₂): $2y' - 4y = 64$
(E₃): $y' = -2y$
(E₄): $3y' + 15y = 12$
(E₅): $y' + y = \cos(2t)$

Résolution des équations différentielles

Exercice 3 : Trouver une solution particulière aux équations suivantes.

(E₁): $y' = 2y + 10$
(E₂): $4y' = -3y + 15$
(E₃): $8y' + 4y - 3 = 0$

Exercice 4 : Résoudre les équations homogènes de l'exercice 2.

Exercice 5 : Résoudre les équations différentielles suivantes :

a) $y' = 3y + 6$
b) $y' + 2y + 10 = 0$
c) $4y' = 10y + 3$

Conditions initiales ou particulières

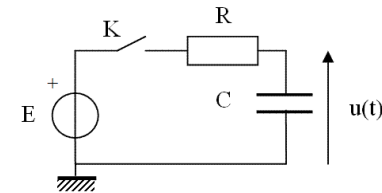
Exercice 6 : Déterminer la solution des équations différentielle.

| | |
|-----------------------------------|----------------|
| (E ₁): $y' + y = 1$ | et $y(0) = 2$ |
| (E ₂): $4y' - y = 0$ | et $y(0) = 5$ |
| (E ₃): $2y' - 5 = -y$ | et $y(0) = 3$ |
| (E ₄): $y' + 2y = 12$ | et $y(0) = -4$ |

Exercice 7 : Circuit RC

On cherche à établir différentielle qui régit dans un circuit RC lors de sa charge.

On a l'interrupteur K est ouverte pour $t < 0$ et condensateur est déchargé. À $t = 0$, on ferme l'interrupteur.



1-Recopie le schéma en représentant les tensions U_C , U_R et E , et courant i .

2-Écrire la loi des mailles. Montrer que $i(t) = C \frac{du_c(t)}{dt}$.

3- Établir l'équation différentielle, donner sa forme canonique et en déduire τ .

Forme canonique : $\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{\tau} u_c = \frac{E}{\tau}$

4-Trouver les solutions générales qui vérifient cette équation.

5- En déduire LA solution au problème. Vérifier votre solution.