

Sprawozdanie

Rozwiązywanie równań i układów równań nieliniowych

Autor: Adrian Żerebiec

1. Dane techniczne

Zadanie zostało zrealizowane na laptopie z procesorem AMD Ryzen 7 4800H with Radeon Graphics 2.90 GHz z systemem Windows 10, a do tego 8 GB pamięci RAM. Całość została napisana w języku Python3.

2. Zadanie 1.

Stosując metodę Newtona oraz metodę siecznych wyznacz pierwiastki równania $f(x)=0$ w zadanym przedziale $[a, b]$. Dla metody Newtona wybierz punkty startowe rozpoczynając od wartości końców przedziału, zmniejszając je o 0.1 w kolejnych eksperymentach numerycznych. Odpowiednio dla metody siecznej jeden z końców przedziału stanowić powinna wartość punktu startowego dla metody Newtona, a drugi – początek, a następnie koniec przedziału $[a, b]$.

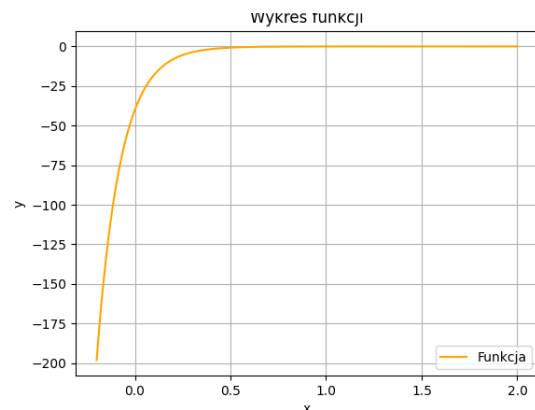
Porównaj liczbę iteracji dla obu tych metod (dla różnych dokładności ρ), stosując jako kryterium stopu:

- $|x^{(i+1)} - x^{(i)}| < \rho$
- $|f(x^i)| < \rho$

3.. Zadana funkcja

$$f(x) = 40xe^{-8} - 40e^{-8x} + 1/40$$

$$x \in [-0.2, 2]$$



4. Wstęp teoretyczny

4.1 Kryteria Stopu

Pierwszym kryterium, z którego skorzystałem, jest bezwzględna wartość z różnicy dwóch ostatnio wyznaczonych przybliżeń pierwiastka równania $f(x) = 0$.

$$|x_{i+1} - x_i| < \text{epsilon}$$

(1)

Drugim kryterium jest wartość bezwzględna z wartości badanej funkcji w punkcie, będącym przybliżeniem pierwiastka równania $f(x) = 0$.

$$|f(x_i)| < \text{epsilon}$$

(2)

4.2 Metoda Newtona

Mając daną funkcję $f(x)$ i szukając pierwiastka α ($f(\alpha) = 0$) wykorzystujemy przybliżenia α postaci x_i . Oznaczając $\alpha = x_i + h$ oraz biorąc początek szeregu Taylora otrzymujemy wzór na styczną do funkcji:

$$f(\alpha) = 0 = f(x_i + h) \quad (3)$$

$$f(x_i + h) = f(x_i) + h * f'(x_i) + \dots \quad (4)$$

$$h = - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)} \quad (5)$$

Otrzymuje się tym samym wzór iteracyjny na $x = h(x)$ postaci $h(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$.

4.3 Metoda Siecznych

Wykorzystując przybliżenie ze wzoru Taylora otrzymuje się styczną do funkcji, która wymaga jednak obliczenia pochodnej, co bywa bardzo trudne i kosztowne. Z definicji pochodnej można otrzymać jednak przybliżenie pochodnej różnicą skończoną, której obliczenie jest znacznie łatwiejsze.

Startujemy z (x_0, x_1) i korzystamy z:

$$x_{i+2} = x_{i+1} - \frac{x_{i+1} - x_i}{f_{i+1} - f_i} * f_{i+1} \quad (6)$$

5. Opracowanie wyników

Przedstawione we wstępie teoretycznym wzory pozwalają nam na znalezienie miejsc zerowych badanej funkcji. Chcemy sprawdzić dokładność wyliczeń tego miejsca, a także sprawdzić jak dużo iteracji należy wykonać, aby uzyskać wynik. Jednocześnie możemy porównać metody: Newtona i siecznych. Wartość referencyjna miejsca zerowego obliczona za pomocą programu Wolfram wynosi: 0.87413167351183402. Jednak dla potrzeb eksperymentu skorzystamy z zaokrąglenia do 8 miejsc po przecinku.

Wartość referencyjna: 0,87413167

Legenda:

W legendzie 1 przedstawione są wyjaśnienia poszczególnych oznaczeń w tabelach. Dodatkowo w tabelach 7-18 x nie jest prezentowany jako punkt startowy tylko wybrany przedział.

Oznaczenie	Wyjaśnienie
x	Punkt startowy
	Najmniejsza liczba iteracji
	Największa liczba iteracji
	Wynik zgodny z wartością referencyjną
-	Brak rozwiązania

Legenda 1: Objaśnienia oznaczeń w tabelach

5.1 Metoda Newtona

5.1.1 Otrzymane wyniki dla poszczególnych wartości epsilon dla kryterium (1)

x\epsilon	0.001	0.0001	10 ⁻⁵	10 ⁻¹⁰
-0,20	11	11	12	13
-0,10	10	11	11	12
0,00	9	10	10	11
0,10	9	9	9	11
0,20	8	8	9	10
0,30	7	7	8	9
0,40	6	7	7	8
0,50	5	6	6	7
0,60	4	5	5	6
0,70	4	4	4	6
0,80	3	3	3	5
0,90	2	2	3	4
1,00	4	4	4	6
1,10	6	6	7	8
1,20	10	10	10	11
1,30	14	15	15	16
1,40	19	19	19	21
1,50	22	22	23	24
1,60	23	24	24	25
1,70	24	25	25	26
1,80	25	25	26	27
1,90	25	26	26	27
2,00	25	26	26	27

Tabela 1: Liczba iteracji dla poszczególnych punktów startowych oraz wartości epsilon

x\epsilon	0.001	0.0001	10 ⁻⁵	10 ⁻¹⁰
-0,20	0,87405603	0,87405603	0,87413165	0,87413167
-0,10	0,87391455	0,87413149	0,87413149	0,87413167
0,00	0,87358805	0,87413054	0,87413054	0,87413167
0,10	0,87412611	0,87412611	0,87412611	0,87413167
0,20	0,87410943	0,87410943	0,87413167	0,87413167
0,30	0,87405791	0,87405791	0,87413165	0,87413167
0,40	0,87392544	0,87413151	0,87413151	0,87413167
0,50	0,8736427	0,87413076	0,87412811	0,87413167
0,60	0,87316483	0,87412811	0,8741234	0,87413167
0,70	0,8741234	0,8741234	0,87412655	0,87413167
0,80	0,87412655	0,87412655	0,87413167	0,87413167
0,90	0,87410358	0,87410358	0,87412191	0,87413167
1,00	0,87412191	0,87412191	0,87413166	0,87413167
1,10	0,87407889	0,87407889	0,87412779	0,87413167
1,20	0,87412779	0,87412779	0,8741314	0,87413167
1,30	0,8738646	0,8741314	0,87412418	0,87413167
1,40	0,87412418	0,87412418	0,87413167	0,87413167
1,50	0,87411668	0,87411668	0,87412835	0,87413167
1,60	0,87319832	0,87412835	0,87412985	0,87413167
1,70	0,87343989	0,87412985	0,87413167	0,87413167
1,80	0,87408763	0,87408763	0,87413167	0,87413167
1,90	0,87398689	0,87413159	0,87413159	0,87413167
2,00	0,87389279	0,87413149	0,87413146	0,87413167

Tabela 2: Wartości miejsc zerowych dla poszczególnych punktów startowych oraz wartości epsilon

x\epsilon	0,001	0,0001	10 ⁻⁵	10 ⁻¹⁰
-0,20	0,00007564	0,00007564	0,00000002	0
-0,10	0,00021712	0,00000018	0,00000018	0
0,00	0,00054362	0,00000113	0,00000113	0
0,10	0,00000556	0,00000556	0,00000556	0
0,20	0,00002224	0,00002224	0	0
0,30	0,00007376	0,00007376	0,00000002	0
0,40	0,00020623	0,00000016	0,00000016	0
0,50	0,00048897	0,00000091	0,00000356	0
0,60	0,00096684	0,00000356	0,00000827	0
0,70	0,00000827	0,00000827	0,00000512	0
0,80	0,00000512	0,00000512	0	0
0,90	0,00002809	0,00002809	0,00000976	0
1,00	0,00000976	0,00000976	0,00000001	0
1,10	0,00005278	0,00005278	0,00000388	0
1,20	0,00000388	0,00000388	0,00000027	0
1,30	0,00026707	0,00000027	0,00000749	0
1,40	0,00000749	0,00000749	0	0
1,50	0,00001499	0,00001499	0,00000332	0
1,60	0,00093335	0,00000332	0,00000182	0
1,70	0,00069178	0,00000182	0	0
1,80	0,00004404	0,00004404	0	0
1,90	0,00014478	0,00000008	0,00000008	0
2,00	0,00023888	0,00000018	0,00000021	0

Tabela 3: Różnica między wartością referencyjną a uzyskanym wynikiem dla poszczególnych punktów startowych oraz wartości epsilon

Jak widać metoda ta dobrze poradziła sobie z badaną funkcją. Im mniejsza wartość epsilon tym lepsze uzyskujemy wyniki, czyli bliższe naszej wartości referencyjnej. Jak widać w tabeli 2, dla tak małego epsilon uzyskujemy dokładnie wartość oczekiwaną. Widzimy też w tabeli 1, że maksymalnie metoda ta potrzebuje 27 iteracji. W dwóch przypadkach były to tylko dwie iteracje.

5.1.2 Otrzymane wyniki dla poszczególnych wartości epsilon dla kryterium (2)

x\epsilon	0,001	0,0001	10 ⁽⁻⁵⁾	10 ⁽⁻¹⁰⁾
-0,20	11	11	12	13
-0,10	10	10	11	12
0,00	9	10	10	11
0,10	8	9	9	10
0,20	7	8	8	10
0,30	7	7	8	9
0,40	6	6	7	8
0,50	5	6	6	7
0,60	4	5	5	6
0,70	3	4	4	5
0,80	2	3	3	4
0,90	1	2	2	4
1,00	3	4	4	6
1,10	6	6	7	8
1,20	9	10	10	11
1,30	14	14	15	16
1,40	18	19	19	20
1,50	21	22	22	24
1,60	23	24	24	25
1,70	24	25	25	26
1,80	25	25	26	27
1,90	25	25	26	27
2,00	25	25	26	27

Tabela 4: Liczba iteracji dla poszczególnych punktów startowych oraz wartości epsilon

x\epsilon	0,001	0,0001	10 ⁽⁻⁵⁾	10 ⁽⁻¹⁰⁾
-0,20	0,87405603	0,87405603	0,87413165	0,87413167
-0,10	0,87391455	0,87391455	0,87413149	0,87413167
0,00	0,87358805	0,87413054	0,87413054	0,87413167
0,10	0,8729235	0,87412611	0,87412611	0,87413167
0,20	0,8717133	0,87410943	0,87410943	0,87413167
0,30	0,87405791	0,87405791	0,87413165	0,87413167
0,40	0,87392544	0,87392544	0,87413151	0,87413167
0,50	0,8736427	0,87413076	0,87413076	0,87413167
0,60	0,87316483	0,87412811	0,87412811	0,87413167
0,70	0,87265879	0,8741234	0,8741234	0,87413167
0,80	0,87297318	0,87412655	0,87412655	0,87413167
0,90	0,87141308	0,87410358	0,87410358	0,87413167
1,00	0,87253129	0,87412191	0,87412191	0,87413167
1,10	0,87407889	0,87407889	0,87413166	0,87413167
1,20	0,87312255	0,87412779	0,87412779	0,87413167
1,30	0,8738646	0,8738646	0,8741314	0,87413167
1,40	0,87273017	0,87412418	0,87412418	0,87413167
1,50	0,87214729	0,87411668	0,87411668	0,87413167
1,60	0,87319832	0,87412835	0,87412835	0,87413167
1,70	0,87343989	0,87412985	0,87412985	0,87413167
1,80	0,87408763	0,87408763	0,87413167	0,87413167
1,90	0,87398659	0,87398659	0,87413159	0,87413167
2,00	0,87389279	0,87389279	0,87413146	0,87413167

Tabela 5: Wartości miejsc zerowych dla poszczególnych punktów startowych oraz wartości epsilon

x\epsilon	0,001	0,0001	10 ⁽⁻⁵⁾	10 ⁽⁻¹⁰⁾
-0,20	0,00007564	0,00007564	0,00000002	0
-0,10	0,00021712	0,00021712	0,00000018	0
0,00	0,00054362	0,00000113	0,00000113	0
0,10	0,00120817	0,00000556	0,00000556	0
0,20	0,00241837	0,00002224	0,00002224	0
0,30	0,00007376	0,00007376	0,00000002	0
0,40	0,00020623	0,00020623	0,00000016	0
0,50	0,00048897	0,00000091	0,00000091	0
0,60	0,00096684	0,00000356	0,00000356	0
0,70	0,00147288	0,00000827	0,00000827	0
0,80	0,00115849	0,00000512	0,00000512	0
0,90	0,00271859	0,00002809	0,00002809	0
1,00	0,00160038	0,00000976	0,00000976	0
1,10	0,00005278	0,00005278	0,00000001	0
1,20	0,00100912	0,00000388	0,00000388	0
1,30	0,00026707	0,00026707	0,00000027	0
1,40	0,00140150	0,00000749	0,00000749	0
1,50	0,00198438	0,00001499	0,00001499	0
1,60	0,00093335	0,00000332	0,00000332	0
1,70	0,00069178	0,00000182	0,00000182	0
1,80	0,00004404	0,00004404	0	0
1,90	0,00014508	0,00014598	0,00000008	0
2,00	0,00023888	0,00023888	0,00000021	0

Tabela 6: Różnica między wartością referencyjną a uzyskanym wynikiem dla poszczególnych punktów startowych oraz wartości epsilon

Podobnie jak dla kryterium (1) im mniejsza wartość epsilon tym bliższe wartości referencyjnej wyniki otrzymujemy, co widać w tabeli 5. Analogicznie jak tak także dla najmniejszego epsilon, mamy takie same wyniki jak nasza wartość oczekiwana. Jak widać w tabeli 4 maksymalnie potrzebujemy 27 iteracji a minimalnie tylko jedną.

5.2 Metoda siecznych

5.2.1 Otrzymane wyniki dla poszczególnych wartości epsilon dla kryterium (1)

x\epsilon	10 ⁻⁵	10 ⁻¹⁰
[-0,2,-0,2]	-	-
[-0,2,-0,1]	16	17
[-0,2, 0]	15	16
[-0,2, 0,1]	14	15
[-0,2, 0,2]	13	14
[-0,2, 0,3]	12	13
[-0,2, 0,4]	11	12
[-0,2, 0,5]	9	11
[-0,2, 0,6]	8	10
[-0,2, 0,7]	7	8
[-0,2, 0,8]	5	7
[-0,2, 0,9]	4	6
[-0,2, 1]	7	9
[-0,2, 1,1]	11	13
[-0,2, 1,2]	35	36
[-0,2, 1,3]	905	907
[-0,2, 1,4]	3	-
[-0,2, 1,5]	3	-
[-0,2, 1,6]	3	-
[-0,2, 1,7]	3	-
[-0,2, 1,8]	3	-
[-0,2, 1,9]	3	-
[-0,2, 2]	3	-

Tabela 7: Liczba iteracji dla poszczególnych przedziałów oraz wartości epsilon

x\epsilon	10 ⁻⁵	10 ⁻¹⁰
[-0,2,-0,2]	-	-
[-0,2,-0,1]	1,99877767	0,87413167
[-0,2, 0]	0,87413167	0,87413167
[-0,2, 0,1]	0,87413167	0,87413167
[-0,2, 0,2]	0,87413167	0,87413167
[-0,2, 0,3]	0,87413167	0,87413167
[-0,2, 0,4]	0,87413167	0,87413167
[-0,2, 0,5]	0,87413167	0,87413167
[-0,2, 0,6]	0,87413167	0,87413167
[-0,2, 0,7]	0,87413167	0,87413167
[-0,2, 0,8]	0,87413167	0,87413167
[-0,2, 0,9]	0,87413167	0,87413167
[-0,2, 1]	0,87413167	0,87413167
[-0,2, 1,1]	0,87413168	0,87413167
[-0,2, 1,2]	0,87413167	0,87413167
[-0,2, 1,3]	0,87413168	0,87413167
[-0,2, 1,4]	1,39964945	-
[-0,2, 1,5]	1,49961485	-
[-0,2, 1,6]	1,59957885	-
[-0,2, 1,7]	1,69954201	-
[-0,2, 1,8]	1,79950409	-
[-0,2, 1,9]	1,89946495	-
[-0,2, 2]	1,99942452	-

Tabela 8: Wartości miejsc zerowych dla poszczególnych przedziałów oraz wartości epsilon

Na podstawie tabeli 8 możemy wywnioskować iż metoda siecznych również radzi sobie z zadaną funkcją. Jak widzimy wiele razy doświadczamy jednak braku wyników, co wynika z dzielenia przez zero lub zbyt dużej liczby iteracji przekraczającej 1000. Z tabeli 7 wynika, że potrzebujemy większej maksymalnej liczby iteracji niż dla metody Newtona.

W tabeli 10 możemy zobaczyć, iż tutaj otrzymujemy wyniki znacznie gorsze niż dla odpowiednika w tabeli 8. Jedynie dla bardzo małego epsilon obserwujemy pojawienie się wyników równych wartości referencyjnej. Tak samo jak tam, w wielu przypadkach mamy do czynienia z brakiem wyników. Dla tego przypadku możemy stwierdzić, że metoda siecznych nie radzi sobie najlepiej.

x\epsilon	10 ⁻⁵	10 ⁻¹⁰
[-0,2,2]	3	-
[-0,1,2]	3	-
[0, 2]	3	-
[0,1, 2]	3	-
[0,2,2]	3	-
[0,3, 2]	3	-
[0,4, 2]	3	-
[0,5, 2]	3	-
[0,6, 2]	3	-
[0,7, 2]	3	-
[0,8, 2]	3	124
[0,9, 2]	5	183
[1, 2]	5	-
[1,1, 2]	5	-
[1,2, 2]	2	-
[1,3, 2]	2	-
[1,4, 2]	2	-
[1,5, 2]	2	-
[1,6, 2]	2	-
[1,7, 2]	2	-
[1,8, 2]	2	-
[1,9, 2]	2	-
[2, 2]	-	-

Tabela 9: Liczba iteracji dla poszczególnych przedziałów oraz wartości epsilon

x\epsilon	10 ⁻⁵	10 ⁻¹⁰
[-0,2,2]	1,99942452	-
[-0,1,2]	1,99877767	-
[0, 2]	1,99741011	-
[0,1, 2]	1,99452838	-
[0,2,2]	1,98848167	-
[0,3, 2]	1,97586891	-
[0,4, 2]	1,9497976	-
[0,5, 2]	1,89671353	-
[0,6, 2]	1,7914612	-
[0,7, 2]	1,59249719	-
[0,8, 2]	1,24662027	0,87413167
[0,9, 2]	1,2579224	0,87413167
[1, 2]	1,99137859	-
[1,1, 2]	1,99993398	-
[1,2, 2]	1,99999865	-
[1,3, 2]	1,99999999	-
[1,4, 2]	1,99999998	-
[1,5, 2]	1,99999999	-
[1,6, 2]	1,99999999	-
[1,7, 2]	2	-
[1,8, 2]	2	-
[1,9, 2]	2	-
[2, 2]	-	-

Tabela 10: Wartości miejsc zerowych dla poszczególnych przedziałów oraz wartości epsilon

x\epsilon	10^{-5}	10^{-10}
[-0,2,-0,2]	-	-
[-0,2,-0,1]	-1,124646	0
[-0,2, 0]	0	0
[-0,2, 0,1]	0	0
[-0,2, 0,2]	0	0
[-0,2, 0,3]	0	0
[-0,2, 0,4]	0	0
[-0,2, 0,5]	0	0
[-0,2, 0,6]	0	0
[-0,2, 0,7]	0	0
[-0,2, 0,8]	0	0
[-0,2, 0,9]	0	0
[-0,2, 1]	0	0
[-0,2, 1,1]	-0,00000001	0
[-0,2, 1,2]	0	0
[-0,2, 1,3]	-0,00000001	0
[-0,2, 1,4]	-0,52551778	-
[-0,2, 1,5]	-0,62548318	-
[-0,2, 1,6]	-0,72544718	-
[-0,2, 1,7]	-0,82541034	-
[-0,2, 1,8]	-0,92537242	-
[-0,2, 1,9]	-1,02533328	-
[-0,2, 2]	-1,12529285	-

Tabela 11: Różnica między wartością referencyjną a uzyskanym wynikiem dla poszczególnych punktów startowych oraz wartości epsilon

x\epsilon	10^{-5}	10^{-10}
[-0,2,2]	-	-
[-0,1, 2]	-1,124646	-
[0, 2]	-1,12327844	-
[0,1, 2]	-1,12039671	-
[0,2,2]	-1,11435	-
[0,3, 2]	-1,10173724	-
[0,4, 2]	-1,07566593	-
[0,5, 2]	-1,02258186	-
[0,6, 2]	-0,91732953	-
[0,7, 2]	-0,71836552	-
[0,8, 2]	-0,3724886	0
[0,9, 2]	-0,38379073	0
[1, 2]	-1,11724692	-
[1,1, 2]	-1,12580231	-
[1,2, 2]	-1,12586698	-
[1,3, 2]	-1,12586823	-
[1,4, 2]	-1,12586831	-
[1,5, 2]	-1,12586832	-
[1,6, 2]	-1,12586832	-
[1,7, 2]	-1,12586833	-
[1,8, 2]	-1,12586833	-
[1,9, 2]	-1,12586833	-
[2, 2]	-	-

Tabela 12: Różnica między wartością referencyjną a uzyskanym wynikiem dla poszczególnych punktów startowych oraz wartości epsilon

Tabele 11 i 12 zawierające błędy potwierdzają nasze obserwacje. Jeśli na stałe ustawiamy początek przedziału to otrzymujemy wiele razy wynik równy wartości referencyjnej. Jednak jeśli koniec przedziału jest ustawiony na stałe to wyniki znacznie odbiegają od naszych oczekiwań.

5.2.2 Otrzymane wyniki dla poszczególnych wartości epsilon dla kryterium (2)

x\epsilon	10^{-5}	10^{-10}
[-0,2,-0,2]	-	-
[-0,2,-0,1]	14	16
[-0,2, 0]	14	15
[-0,2, 0,1]	13	14
[-0,2, 0,2]	11	13
[-0,2, 0,3]	10	12
[-0,2, 0,4]	9	11
[-0,2, 0,5]	8	10
[-0,2, 0,6]	7	9
[-0,2, 0,7]	6	7
[-0,2, 0,8]	4	6
[-0,2, 0,9]	3	5
[-0,2, 1]	6	7
[-0,2, 1,1]	10	12
[-0,2, 1,2]	33	35
[-0,2, 1,3]	904	906
[-0,2, 1,4]	-	-
[-0,2, 1,5]	-	-
[-0,2, 1,6]	-	-
[-0,2, 1,7]	-	-
[-0,2, 1,8]	-	-
[-0,2, 1,9]	-	-
[-0,2, 2]	-	-

Tabela 13: Liczba iteracji dla poszczególnych przedziałów oraz wartości epsilon

x\epsilon	10^{-5}	10^{-10}
[-0,2,-0,2]	-	-
[-0,2,-0,1]	0,87410483	0,87413167
[-0,2, 0]	0,87413149	0,87413167
[-0,2, 0,1]	0,87413149	0,87413167
[-0,2, 0,2]	0,8740995	0,87413167
[-0,2, 0,3]	0,87411117	0,87413167
[-0,2, 0,4]	0,87412061	0,87413167
[-0,2, 0,5]	0,87412666	0,87413167
[-0,2, 0,6]	0,87412995	0,87413167
[-0,2, 0,7]	0,87413135	0,87413167
[-0,2, 0,8]	0,87412658	0,87413167
[-0,2, 0,9]	0,87413452	0,87413167
[-0,2, 1]	0,87413221	0,87413167
[-0,2, 1,1]	0,87412941	0,87413167
[-0,2, 1,2]	0,87414692	0,87413167
[-0,2, 1,3]	0,87412791	0,87413167
[-0,2, 1,4]	-	-
[-0,2, 1,5]	-	-
[-0,2, 1,6]	-	-
[-0,2, 1,7]	-	-
[-0,2, 1,8]	-	-
[-0,2, 1,9]	-	-
[-0,2, 2]	-	-

Tabela 14: Wartości miejsc zerowych dla poszczególnych przedziałów oraz wartości epsilon

Jak widać w tabeli 14, jeśli wartość epsilon jest zbyt duża nie otrzymujemy poprawnych wyników. Widzimy także, podobnie jak dla kryterium (1) maksymalna liczba iteracji, którą możemy zobaczyć w tabeli 13, jest dużo większa niż w przypadku metody Newtona. Jednak warto zauważyć, że w porównaniu dla kryterium (1) dla epsilon równego 10^{-5} wyniki są zdecydowanie bardziej zbliżone do wartości referencyjnej.

W przypadku gdy na stałe mamy ustawiony koniec przedziału, widzimy w tabeli 16, że większość przypadków nie zawiera wyników. Jedynie 2 przypadki zawierają rozwiązanie. Mimo to potrzeba do ich uzyskania sporej liczby iteracji, jednak mniejszej niż dla $[-0.2, 1, 3]$ gdy mamy na stałe ustawiony początek przedziału.

x\epsilon	10^{-5}	10^{-10}
$[-0, 2, 2]$	-	-
$[-0, 1, 2]$	-	-
$[0, 2]$	-	-
$[0, 1, 2]$	-	-
$[0, 2, 2]$	-	-
$[0, 3, 2]$	-	-
$[0, 4, 2]$	-	-
$[0, 5, 2]$	-	-
$[0, 6, 2]$	-	-
$[0, 7, 2]$	-	-
$[0, 8, 2]$	121	123
$[0, 9, 2]$	180	181
$[1, 2]$	-	-
$[1, 1, 2]$	-	-
$[1, 2, 2]$	-	-
$[1, 3, 2]$	-	-
$[1, 4, 2]$	-	-
$[1, 5, 2]$	-	-
$[1, 6, 2]$	-	-
$[1, 7, 2]$	-	-
$[1, 8, 2]$	-	-
$[1, 9, 2]$	-	-
$[2, 2]$	-	-

Tabela 15: Liczba iteracji dla poszczególnych przedziałów oraz wartości epsilon

x\epsilon	10^{-5}	10^{-10}
$[-0, 2, 2]$	-	-
$[-0, 1, 2]$	-	-
$[0, 2]$	-	-
$[0, 1, 2]$	-	-
$[0, 2, 2]$	-	-
$[0, 3, 2]$	-	-
$[0, 4, 2]$	-	-
$[0, 5, 2]$	-	-
$[0, 6, 2]$	-	-
$[0, 7, 2]$	-	-
$[0, 8, 2]$	0,87412848	0,87413167
$[0, 9, 2]$	0,87413126	0,87413167
$[1, 2]$	-	-
$[1, 1, 2]$	-	-
$[1, 2, 2]$	-	-
$[1, 3, 2]$	-	-
$[1, 4, 2]$	-	-
$[1, 5, 2]$	-	-
$[1, 6, 2]$	-	-
$[1, 7, 2]$	-	-
$[1, 8, 2]$	-	-
$[1, 9, 2]$	-	-
$[2, 2]$	-	-

Tabela 16: Wartości miejsc zerowych dla poszczególnych przedziałów oraz wartości epsilon

x\epsilon	10^{-5}	10^{-10}
$[-0, 2, -0, 2]$	-	-
$[-0, 2, -0, 1]$	0,00002684	0
$[-0, 2, 0]$	0,00000018	0
$[-0, 2, 0, 1]$	0,00000018	0
$[-0, 2, 0, 2]$	0,00003217	0
$[-0, 2, 0, 3]$	0,00002050	0
$[-0, 2, 0, 4]$	0,00001106	0
$[-0, 2, 0, 5]$	0,00000501	0
$[-0, 2, 0, 6]$	0,00000172	0
$[-0, 2, 0, 7]$	0,00000032	0
$[-0, 2, 0, 8]$	0,000000509	0
$[-0, 2, 0, 9]$	-0,000000285	0
$[-0, 2, 1]$	-0,000000054	0
$[-0, 2, 1, 1]$	0,000000226	0
$[-0, 2, 1, 2]$	-0,00001525	0
$[-0, 2, 1, 3]$	0,000000376	0
$[-0, 2, 1, 4]$	-	-
$[-0, 2, 1, 5]$	-	-
$[-0, 2, 1, 6]$	-	-
$[-0, 2, 1, 7]$	-	-
$[-0, 2, 1, 8]$	-	-
$[-0, 2, 1, 9]$	-	-
$[-0, 2, 2]$	-	-

Tabela 17: Różnica między wartością referencyjną a uzyskanym wynikiem dla poszczególnych punktów startowych oraz wartości epsilon

x\epsilon	10^{-5}	10^{-10}
$[-0, 2, 2]$	-	-
$[-0, 1, 2]$	-	-
$[0, 2]$	-	-
$[0, 1, 2]$	-	-
$[0, 2, 2]$	-	-
$[0, 3, 2]$	-	-
$[0, 4, 2]$	-	-
$[0, 5, 2]$	-	-
$[0, 6, 2]$	-	-
$[0, 7, 2]$	-	-
$[0, 8, 2]$	0,00000319	0
$[0, 9, 2]$	0,00000041	0
$[1, 2]$	-	-
$[1, 1, 2]$	-	-
$[1, 2, 2]$	-	-
$[1, 3, 2]$	-	-
$[1, 4, 2]$	-	-
$[1, 5, 2]$	-	-
$[1, 6, 2]$	-	-
$[1, 7, 2]$	-	-
$[1, 8, 2]$	-	-
$[1, 9, 2]$	-	-
$[2, 2]$	-	-

Tabela 18: Różnica między wartością referencyjną a uzyskanym wynikiem dla poszczególnych punktów startowych oraz wartości epsilon

Tabele 17 i 18 pokazują nam różnice między wartością referencyjną a uzyskanym wynikiem. Dla bardzo małego epsilon uzyskujemy za każdym razem wynik zgodny z naszymi oczekiwaniami. Dla epsilon równego 10^{-5} widzimy, że różnice są natomiast bardzo małe i pojawiają się dopiero na 5 i 6 miejscu po przecinku.

6. Podsumowanie

Metoda Newtona daje nam lepsze wyniki. Do tego potrzebuje ona zdecydowanie mniej iteracji niż metoda siecznych. Jednak potrzebne jest nam więcej założeń, potrzebujemy także pochodną funkcji. Jednak jak widać w tabelach, w metodzie Newtona zawsze otrzymujemy wyniki, gdyż nie ma problemów z dzieleniem przez zero.

W przypadku metody siecznych musimy dobrać dobrze wartość epsilon, aby uzyskać dobre wyniki dla tych przypadków, które jesteśmy w stanie obliczyć.

Wartość wybranego epsilon jest bardzo ważna. Im mniejszy wybierzemy tym uzyskamy wyniki bliższe wartości referencyjnej.

7. Źródła

Wykład doktor Katarzyny Rycerz z przedmiotu MOwNiT

Wikipedia na temat metody Newtona i siecznych

Program Wolfram