Билет 91

Автор1, ..., АвторN

22 июня 2020 г.

Содержание

0.1 Билет 91: Теорема о неявной функци 1

0.1. Билет 91: Теорема о неявной функци

***Определение* 0.1.**

Функции, задаваемые уравнениями – неявные функции.

:https://youtu.be/Z9sF0oic4Vo?list=PLcsj

Теорема 0.1 (о неявной функции)**.**

$f : D \to \mathbb{R}^n \;\; D \subset \mathbb{R}^{n+m}$

D – откртытое, f – непрерывно дифференцируема. $f(a,b) = 0, \;(a,b) \subset D$

$A = f'(a,b)$, и если $A(h,0) = 0$, то $h = 0$. ...

Тогда $\exists W$ – окрестность точки b и единственная функция $g : W \to \mathbb{R}^n$, т.ч. $g(b) = a$, g непрерывна дифференцируема, и $f(g(y),y) = 0 \;\; \forall y \in W$

Доказательство.

$F : D \to \mathbb{R}^{n+m} \;\; F(x,y) = (f(x,y),y)$ – непрерывно дифференцируема.

$f(a+h,b+k) = f(a,b) + A(h,k) + r(h,k) = A(h,k) + r(h,k)$

$F(a+h,b+k) = F(a,b) + (A(h,k),k) + (r(h,k),0) = (0,b) + (A(h,k),k) + (r(h,k),0)$

F

$F(a+h,b+k) = (f(a+h,b+k),b+k)$

$F'(a,b)(h,k) = (A(h,k),k)$

Поймем, что $F'(a,b)$ инъекция.

Пусть $(A(h,k),k) = (0,0) \Rightarrow k = 0$ и $A(h,0) = 0 \Rightarrow h = 0$, значит $F'(a,b)$ инъекция.

F удволетворяет условиям теоремы об обратоной функции, тогда $\exists U$ – окрестность точки (a,b) и V – окрестность точки $(0,b)$, т.ч. $F : U \to V$ биекция. $G = F^{-1} : V \to Y$ непрерывно дифференцируема.

$G(z,w) = (\varphi(z,w),w)$, т.к. F сохраняет последню коодинату.

$(z,w) = F(G(z,w)) = (f(\varphi(z,w),w),w) \Rightarrow f(\varphi(z,w),w) = z$

Возьмем W – окрестность точки b, т.ч.{0} x W $\subset V$ https://youtu.be/-SArGnBjgl4?list=PLxMp

$g(w) := \varphi(0,w) \;\; g : W \to \mathbb{R}^n$

$f(g(w),w) = f(\varphi(0,w),w) = 0$

$g(b) = \varphi(0,b) = a$

phi(0,b) = a:G(z, w) = (phi(z,w),w) G(0, b) = (phi(0,b), b) G -

Доказли существование.

Докажем единственность

~x

Пусть $f(x,y) = f(x,y)$, тогда $F(x,y) = F(x,y)$, но F обратима, а значит F – биекция $\Rightarrow x = x$

~x F (x, y) = (~x, y) => x = ~x $\square$