Билет 23

Автор1, ..., АвторN

20 июня 2020 г.

Содержание

0.1. Билет 23: Теорема о пересечении семейства компак- тов. Следствие о вложенных компактах.

Теорема 0.1.

Пусть K_α - семейство компактов, и для любого конечного набора компактов пересечение непусто.

Тогда $\bigcap\limits_{\alpha \in I} K_\alpha \neq \varnothing$.

Доказательство.

Предположим $\bigcap\limits_{\alpha \in I} K_\alpha = \varnothing$.

Тогда $\exists \alpha_0 \in I \quad K_{\alpha_0} \subset X \setminus \bigcap\limits_{\alpha \in I}^{\alpha \neq \alpha_0} K_\alpha = \bigcup\limits_{\alpha \in I}^{\alpha \neq \alpha_0} (X \setminus K_\alpha)$ - получилось открытое покрытие.

Выберем конечное: $K_{\alpha_0} \subset \bigcup\limits_{k=1}^{n} (X \setminus K_{\alpha_k}) = X \setminus \bigcap\limits_{k=1}^{n} K_{\alpha_k}$.

Но тогда $\bigcap\limits_{k=0}^{n} K_{\alpha_k} = \varnothing$, противоречие. $\square$

Следствие.

Пусть $K_1 \supset K_2 \supset K_3, \ldots$ - непустые компакты.

Тогда $\bigcap_{k=1}^{\infty} K_k \neq \varnothing$.

Доказательство.

Пересечение конечного числа компактов - компакт с максимальным номером $\neq \varnothing$. $\square$