Билет 36

Автор1, ..., АвторN

21 июня 2020 г.

Содержание

0.1. Билет 36: Путь. Носитель пути. Простой путь. Гладкий путь. Эквивалентные пути. Определение кривой.

***Определение* 0.1.**

Пусть $\langle X, \rho \rangle$ - метрическое пространство. $\gamma : [a, b] \mapsto X$ - непрерывная функция.

Тогда γ называется путём.

Начало пути - $\gamma(a)$

Конец пути - $\gamma(b)$

Носитель пути - $\gamma([a, b]) \iff \operatorname{Im} \gamma$.

Путь называется замкнутым если $\gamma(a) = \gamma(b)$.

Путь называется простым если $\nexists t \neq s \in (a, b) \quad \gamma(t) = \gamma(s)$ (путь простой если γ - инъекция на (a, b), но может быть $\gamma(a) = \gamma(b)$).

Противоположный путь: $\tilde{\gamma}(t) = \gamma(a + b - t)$, $\tilde{\gamma} : [a, b] \mapsto X$.

Пути $\gamma : [a, b] \mapsto X$ и $\gamma' : [c, d] \mapsto X$ называются эквивалентными (обозначается $\gamma \sim \gamma'$), если $\exists \tau : [a, b] \mapsto [c, d]$, непрерывное строго монотонное отображение, такое, что $\tau(a) = c$ и $\tau(b) = d$, такое, что $\gamma = \gamma' \circ \tau$.

Замечание.

Эквивалетность путей - отношение эквивалентности.

Доказательство.

Рефлексивность очевидно.

Симметричность: подойёдт τ^{-1}, все нужные свойства когда-то доказывались отдельной теоремой. see Annt^-1 - +,   +t^-1 (c) = a, t^-1 (d) = b ~gamma = gamma o t^-1

Транзитивность: подойдёт композиция нужных отображений. see Ann for details, but that's c

***Определение* 0.2.**

Кривая - класс эквивалентности путей.

Конкретный представитель класса - параметризация кривой.

Носитель кривой - носитель путей этого класса.