

南京邮电大学 2016/2017 学年第一学期

《线性代数与解析几何》期末试卷(A)

院(系)_____ 班级_____ 学号_____ 姓名_____

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得分										

得分

一.填空题 (每小题 4 分, 共 20 分)

1. 设 A, B 均为 n 阶矩阵, $|A| = 2$, $|B| = -3$, 则 $|2A^*B^{-1}| =$ _____

2. 设 $A = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$, 其中列向量 A_1, A_2, A_4 线性无关, $A_3 = 2A_1 - A_2 + A_4$, 则齐次线性方程组 $AX = 0$ 的通解是_____

3. 设方阵 A 满足 $A^2 + 3A - 2I = 0$, 其中 I 为单位矩阵, 则 $(A + 2I)^{-1} =$ _____

4. 空间曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 4 \\ z = \sqrt{3(x^2 + y^2)} \end{cases}$ 在 xOy 平面上的投影曲线方程是_____

5. 若三阶方阵 A 使得 $I + A, 3I - A, A + 3I$ 都不可逆, 则 A 一定相似于矩阵_____

二.选择题 (每小题 4 分, 共 20 分)

1. 设 A, B 为 n 阶矩阵, 则必有 ()

(A) $|A + B| = |A| + |B|$ (B) $(A + B)^T = A^T + B^T$

(C) $(A + B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$ (D) $AB = BA$

2. 设 A 是 n 阶方阵, 满足 $A^2 = I$, I 为 n 阶单位方阵, 则 ()

(A) $\det A = 1$ (B) A 的特征值是 1 (C) $R(A) = n$ (D) A 是对称矩阵

3. 点 $P(2, -1, 1)$ 到直线 $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{1}$ 的距离为 ()

(A) 2 (B) 1 (C) 3 (D) $\frac{1}{3}$

4. n 维向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$ 线性无关的充要条件是 ()

(A) 存在一组数 $c_i (i = 1, 2, \dots, k)$ 使 $c_1\alpha_1 + c_2\alpha_2 + \dots + c_k\alpha_k \neq 0$

- (B) $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$ 中任意两个向量线性无关
 (C) $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$ 中有一个向量不能由其余向量线性表示
 (D) $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$ 中任何一个向量都不能由其余向量线性表示

5. 若二次型 $f = x_1^2 + x_2^2 + 5x_3^2 + 2ax_1x_2 - 2x_1x_3 + 4x_2x_3$ 正定, 则 a 的取值范围是

- (A) $(-1, 1)$ (B) $(-\infty, 0)$ (C) $(-\frac{4}{5}, +\infty)$ (D) $(-\frac{4}{5}, 0)$

得 分

三、(本题 10 分) 设 $A^2 - AB = I$, 其中 I 为单位矩阵, $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, 求

B .

得 分

四、(本题 10 分) 求向量组 $\alpha_1 = (1, -1, 2, 3)^T$, $\alpha_2 = (0, 2, 5, 8)^T$,
 $\alpha_3 = (2, 2, 0, -1)^T$, $\alpha_4 = (-1, 7, -1, -2)^T$ 秩和它的一个极大线性无关组,

并用极大线性无关组表示其余向量.

得 分

五、(本题 10 分) 平面 π 上过直线 $L: \begin{cases} 4x - y + 3z - 6 = 0 \\ x + 5y - z + 10 = 0 \end{cases}$, 且垂直于平面

$2x - y + 5z = 5$, 求平面 π 的方程.

得 分

六、(本题 12 分) 已知方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 + k x_3 = 2 \\ x_1 + k x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = k \end{cases}$, 问 k 为何值时方程组有唯一

解? 无解? 无穷多解? 并在有无穷多解时写出通解.

得 分

七、(本题 12 分) 求一个正交变换 $x = Qy$ ，将二次型

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2 - 2x_1x_3 - 2x_2x_3$$

化成标准形，并指出 $f(x_1, x_2, x_3) = 1$ 表示的曲面名称.

得 分

八、(本题 6 分) 设 B 为 $m \times n$ 实矩阵， A 为 m 阶实对称矩阵且正定矩阵，证明： $B^T A B$ 正定的充要条件是 $r(B) = n$.