2.5 总习题

1、填空题

(1) 已知 $f'(3)=2$，则 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(3-h)-f(3)}{2h}=$ -1；

(2) 设 $f'(x_0)$ 存在，$\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{\sqrt{x}-\sqrt{x_0}}=$ $2\sqrt{x_0}f'(x_0)$；

(3) 设函数 $f(x)=\begin{cases}x^n\sin\dfrac{1}{x} & x\neq 0\\ 0 & x=0\end{cases}$（$n$ 为正整数），问 n 在什么范围内时，$f(x)$ 在 $x=0$ 处具有下面的性质：①连续；②可导；③有连续的导数，① $n>0$，② $n>1$，③ $n>2$；

(4) 若曲线 $y=x^2+ax+b$ 和 $2y=xy^3-1$ 在点 $(1,-1)$ 处相切，其中 a,b 为常数，则 $a=$ -1，$b=$ -1。

(5) $d(\dfrac{\sin x}{x})=$ $\dfrac{x\cos x-\sin x}{2x^3}$ $d(x^2)$。

2、选择题

(1) 若 $f(x)$ 是奇函数，且 $f'(0)$ 存在，则 $x=0$ 是 $F(x)=\dfrac{f(x)}{x}$ 的（ B ）

$f(0)=0$ 　在0处连续　$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x-0}=f'(0)$

(A) 无穷间断点　(B) 可去间断点
(C) 连续点　(D) 振荡间断点

(2) 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x & x\le 0\\ \dfrac{a+b\cos x}{x} & x>0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处可导，则（ B ）

(A) $a=-2,b=2$　(B) $a=2,b=-2$
(C) $a=-1,b=1$　(D) $a=1,b=-1$

(3) 设 $f(x)=3x^3+x^2|x|$，则使 $f^{(n)}(0)$ 存在的最高阶数为（ C ）

(A) 0　(B) 1　(C) 2　(D) 3

(4) 已知函数 $f(x)$ 具有任意阶导数，且 $f'(x)=[f(x)]^2$，则 n 当为大于等于 2 的整数时，$f(x)$ 的 n 阶导数 $f^{(n)}(x)$ 是（ A ）

(A) $n![f(x)]^{n+1}$　(B) $n[f(x)]^{n+1}$　(C) $[f(x)]^{2n}$　(D) $n![f(x)]^{2n}$

3、计算题

(1) 设 $y=\sin mx\cdot\cos^n x$，求 y'。

$y'=m\cos mx\cdot\cos^n x+\sin mx\cdot n\cos^{n-1}x(-\sin x)$

$=m\cos mx\cdot\cos^n x-n\sin x\sin mx\cos^{n-1}x$

(2) 设 $y=\dfrac{1}{6}\ln\dfrac{(x+1)^2}{x^2-x+1}+\dfrac{1}{\sqrt{3}}\arctan\dfrac{2x-1}{\sqrt{3}}$，求 y'。

$y=\frac{1}{6}(2\ln(x+1)-\ln(x^2-x+1))+\frac{1}{\sqrt{3}}\arctan\frac{2x-1}{\sqrt{3}}$

$y'=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{x+1}-\frac{x-2}{3(x^2-x+1)}$

(3) 设 $y=\sin^2(\dfrac{1-\ln x}{x})$，求 y'。

$y'=2\sin\frac{1-\ln x}{x}\cos\frac{1-\ln x}{x}\cdot\frac{-\frac{1}{x}\cdot x-(1-\ln x)}{x^2}$

$=\sin\frac{2(1-\ln x)}{x}\cdot\frac{\ln x-2}{x^2}$