

南京邮电大学 2013/2014 学年第一学期

《线性代数与解析几何》期末试卷(A)

院(系)_____ 班级_____ 学号_____ 姓名_____

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 九 | 总分 |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 得分 | | | | | | | | | | |

得分

一.填空题 (每小题 4 分, 共 20 分)

1. 设有四阶矩阵 $A = (\alpha, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4)$, $B = (\beta, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4)$, 其中 $\alpha, \beta, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$

均为四维列向量, 且已知行列式 $|A| = 4$, $|B| = 1$, 则 $|A + B| = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 设 A 是 4×3 矩阵, 且 $r(A) = 2$, 而 $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, 则 $r(AB) = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 空间四点 $A(1,1,1)$, $B(2,3,4)$, $C(1,2,k)$, $D(-1,4,9)$ 共面的充要条件是 $k = \underline{3}$.

4. 空间曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 5 \\ x^2 + y^2 = 4z \end{cases}$ 在 xOy 面上的投影曲线方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

5. 若三阶方阵 A 使得 $A - I, A - 2I, A + 3I$ 都不可逆, 则 $|A + I| = \underline{\hspace{2cm}}$

二.选择题 (每小题 4 分, 20 分)

1. 设 A, B 为 n 阶矩阵, 则必有 ()

(A) $|A + B| = |A| + |B|$ (B) $AB = BA$ (C) $(A + B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$ (D) $|AB| = |BA|$

2. 设 A, B 为 n 阶矩阵, 且 $(AB)^2 = I$, I 为单位矩阵, 下列命题错误的是 ()

(A) $(BA)^2 = I$ (B) $A^{-1} = B$ (C) $r(A) = r(B)$ (D) $A^{-1} = BAB$

3. 已知 β_1, β_2 是非齐次线性方程组 $Ax = b$ 的两个不同的解, α_1, α_2 是对应的齐次线

性方程组的基础解系, k_1, k_2 为任意常数, 则方程组 $Ax = b$ 的通解为 ()

$$(A) k_1\alpha_1 + k_2(\alpha_1 + \alpha_2) + \frac{\beta_1 - \beta_2}{2}$$

$$(B) k_1\alpha_1 + k_2(\alpha_1 - \alpha_2) + \frac{\beta_1 + \beta_2}{2}$$

$$(C) k_1\alpha_1 + k_2(\beta_1 + \beta_2) + \frac{\beta_1 - \beta_2}{2}$$

$$(D) k_1\alpha_1 + k_2(\beta_1 - \beta_2) + \frac{\beta_1 + \beta_2}{2}$$

4. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & a & 7 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ 与 $\Lambda = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & b \end{pmatrix}$ 相似, 则 a, b 满足 ()

$$(A) a = -1, b = 3 \quad (B) a = 1, b = -3 \quad (C) a = 1, b = 3 \quad (D) a = -1, b = -3$$

5. 若二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + tx_2x_3$ 正定, 则 t 的取值范围是 ()

$$(A) -\sqrt{2} < t < 0 \quad (B) -2 < t < 2 \quad (C) -\sqrt{2} < t < \sqrt{2} \quad (D) -\frac{\sqrt{2}}{2} < t < \frac{\sqrt{2}}{2}$$

| |
|-----|
| 得 分 |
| |

三、(本题 10 分) 设 $XA = 2X + B$, 其中 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$,

求 X .

| |
|-----|
| 得 分 |
| |

四、(本题 10 分) 求向量组 $\alpha_1 = (1, 1, -1, -1)^T$, $\alpha_2 = (0, 1, 0, -1)^T$,

$\alpha_3 = (3, 2, -1, -4)^T$, $\alpha_4 = (4, 5, -2, -7)^T$ 的秩和它的一个极大线性无关

组, 并用该极大线性无关组表示其余向量.

| |
|-----|
| 得 分 |
| |

五、(本题 10 分)

求通过点 $P(2, 0, -1)$ 且又通过直线 $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{3}$ 的平面方程.

| |
|-----|
| 得 分 |
| |

六、(本题 12 分) λ 取何值时, 线性方程组
$$\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = \lambda - 3 \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = -2 \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 = -2 \end{cases}$$
 有唯一解,

无解或有无穷多解? 当方程组有无穷多解时求其通解.

| |
|-----|
| 得 分 |
| |

七、(本题 12 分)

求一个正交变换 $x = Qy$ ，将二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 3x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_2x_3$

化成标准形，并指出 $f(x_1, x_2, x_3) = 4$ 表示的曲面名称.

| |
|-----|
| 得 分 |
| |

八、(本题 6 分)

设 n 阶实对称矩阵 A 的特征值为 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ ， α 是 A 的对应于特征值 λ_1 的单位特征向量，矩阵 $B = A - \lambda_1 \alpha \alpha^T$ ，证明： B 的特征值为 $0, \lambda_2, \dots, \lambda_n$.