(2) $f(x)=\begin{cases} e^{\frac{1}{1-x}} & x>0 \\ \ln(1+x) & -1<x\le 0 \end{cases}$

$x=1$ 是间断点

$x=0$ 是可疑间断点

对 $x=1$：$\lim\limits_{x\to1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to1^+} e^{\frac{1}{1-x}}=0$

$\lim\limits_{x\to1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to1^-} e^{\frac{1}{1-x}}=\infty$

∴ 是无穷间断点

对 $x=0$：$\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to0^+} e^{\frac{1}{1-x}}=e$

$\lim\limits_{x\to0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to0^-} \ln(1+x)=0$　　∴ 是跳跃间断点

6、已知 $f(x)=\dfrac{e^x-b}{(x-a)(x-1)}$ 有无穷间断点 $x=0$ 与可去间断点 $x=1$，求 a,b 的值。

∵ $x=1$ 为 $f(x)$ 的可去间断点

∴ $\lim\limits_{x\to1} f(x)$ 存在

∴ $\lim\limits_{x\to1}(e^x-b)=0$　（否则 $\lim\limits_{x\to1} f(x)=\infty$）

∴ $b=e$

∵ $x=0$ 为 $f(x)$ 的无穷间断点

而 $\lim\limits_{x\to0}(e^x-e)=1-e\ne0$

∴ $a=0$

∴ $a=0$，$b=e$

1.9　闭区间上连续函数性质

要求：掌握闭区间上连续函数的性质。

1、证明：方程 $x=a\cos x+b$（$a>0,b>0$）至少有一个不超过 $a+b$ 的正根 。

令 $f(x)=x-a\cos x-b$，则 $f(a+b)=a+b-a\cos(a+b)-b$

$=a(1-\cos(a+b))\ge0$

①若 $f(a+b)=0$，则方程 $x=a\cos x+b$ 有正根 $a+b$.

②若 $f(a+b)>0$，又 $f(0)=0-a-b<0$

又∵ $f(x)$ 在 $[0,a+b]$ 上连续

由零点 Th：$\exists\xi\in(0,a+b)$，使得 $f(\xi)=0$，即方程 $x=a\cos x+b$ 有一个小于 $a+b$ 的正根

综上①②，方程 $x=a\cos x+b$ 至少有一个不超过 $a+b$ 的正根.

2、$f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，且 $f(a)>a$，$f(b)<b$，证明：存在 $\xi\in(a,b)$ 使得 $f(\xi)=\xi$。

令 $F(x)=f(x)-x$

∵ $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续

∴ $F(x)$ 也在 $[a,b]$ 上连续

且 $F(a)=f(a)-a>0$，$F(b)=f(b)-b<0$

∴ 至少 $\exists$ 一点 $\xi\in(a,b)$ s.t. $F(\xi)=0$

即 $f(\xi)=\xi$