

南京邮电大学 2012/2013 学年第一学期

《线性代数与解析几何》期末试卷 (A)

院(系)_____ 班级_____ 学号_____ 姓名_____

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

一、填空题 (每题 4 分, 共 20 分)

1. 设 n 阶方阵 A 满足 $A^2 - A - 2I = 0$, 则矩阵 A 可逆, 且 $A^{-1} =$ _____.
2. 设 $\alpha = (1 \ 0 \ -1 \ 2)^T$, $\beta = (0 \ 1 \ 0 \ 2)$, 矩阵 $A = \alpha\beta$, 则 $r(A) =$ _____.
3. 设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 与 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 都是三维向量空间 R^3 的一组基, 且 $\beta_1 = \alpha_1 + 2\alpha_2 - \alpha_3$, $\beta_2 = \alpha_2 + \alpha_3$, $\beta_3 = \alpha_1 + 3\alpha_2 + 2\alpha_3$, 则由基 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 到基 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 的过渡矩阵是_____.
4. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 4 & t & 3 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, B 是三阶非零矩阵, 且 $AB = 0$, 则 $t =$ _____.
5. 过两个曲面 $x^2 + y^2 + 4z = 1$ 和 $x^2 = y^2 + z^2$ 的交线, 母线平行于 z 轴的柱面方程是_____.

得分

二、选择题 (每题 4 分, 共 20 分)

1. 已知行列式 $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} = a$, 则 $\begin{vmatrix} 6x_1 & 2z_1 & -2y_1 \\ 3x_2 & z_2 & -y_2 \\ 3x_3 & z_3 & -y_3 \end{vmatrix} =$ ()

- (A) $-a$ (B) $-6a$ (C) $6a$ (D) $-3a$

2. 设 A, B 与 C 都是 n 阶矩阵, 则下列结论正确的是 ()

(A) 若 $AB = 0$, 则 $A = 0$ 或 $B = 0$ (B) 若 $AB = AC$, 且 $A \neq 0$, 则 $B = C$

(C) $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$ (D) 若 $\det AB = 0$, 则 $\det A = 0$ 或 $\det B = 0$
3. 设 α_1, α_2 是非齐次线性方程组 $Ax = b$ 的两个解, 则 ()

(A) $\alpha_1 + \alpha_2$ 是 $Ax = 0$ 的解 (B) $k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 (k_1 + k_2 = 1)$ 是 $Ax = b$ 的解

(C) $\alpha_1 - \alpha_2$ 是 $Ax = b$ 的解 (D) $k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 (k_1 + k_2 = 1)$ 是 $Ax = 0$ 的解
4. 设 3 阶矩阵 A 有特征值 $\lambda_1 = -1, \lambda_2 = \lambda_3 = 1$, 对应的特征向量分别为

$\alpha_1 = (1, -1, 2)^T$, $\alpha_2 = (1, 0, -1)^T$, $\alpha_3 = (1, 2, -4)^T$, 则 $A^{100} =$ ()

(A) $-A$ (B) $-I$ (C) I (D) $100A$

5. 若二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 8x_2^2 + x_3^2 + 2ax_1x_2$ 是正定的, 则 a 的取值范围是 ()

(A) $-4 < a < 4$ (B) $a > 4$ (C) $a < -4$ (D) $a < 8$

得 分

三、(8 分) 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$, 且满足 $AX = A - X$, 求 X .

得 分

四、(10 分) 设向量组 $\alpha_1 = (1 \ 2 \ -1 \ 0)^T$, $\alpha_2 = (1 \ 1 \ 0 \ 2)^T$,

$\alpha_3 = (2 \ 1 \ 1 \ a)^T$ 的秩为 2, (1) 求 a 的值; (2) 求向量组的一个极大线性无关组, 并把其余向量用极大线性无关组表示出来.

得 分

五、(12 分) 当 a, b 是何值时, 非齐次线性方程组

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 + a - 1 = 0 \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 - a - 1 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 + (b-1)x_3 + 9 = 0 \end{cases}$$

(1) 有唯一解, (2) 无解, (3) 有无穷多解, 并求出其通解。

得 分

六、(12 分) 求一个正交变换, 将二次型 $f = 5x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_2x_3 + 2x_3^2$

化为标准形, 并指出 $f(x_1, x_2, x_3) = 1$ 表示什么曲面?

得分

七、(12 分)求过点 $M_1(2, -1, 1)$, $M_2(1, 1, 2)$ 且垂直于平面 $x + y + z = 1$ 的平面 π 的方程.

得分

八、(6 分)设 A 是 $n \times m$ 矩阵, B 是 $m \times n$ 矩阵, 其中 $m > n$, I 是 n 阶单位矩阵, 若 $AB = I$, 证明 B 的列向量组线性无关.