1.8　函数的连续性与间断点

要求：理解函数连续和间断点的概念，了解初等函数的连续性，了解初等函数的连续性，会判断间断点的类型。

1、填空题

(1) 设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^{2x}-1}{ax} & x\neq 0\\ 1 & x=0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续,则 $a=$ <u>2</u>；

(2) 对于函数 $f(x)=\dfrac{x^2-x}{|x|(x^2-1)}$，$x=0$ 是其<u>跳跃</u>间断点，$x=-1$ 是其<u>无穷</u>间断点，$x=1$ 是其<u>可去</u>间断点。

2、选择题

(1) 函数 $f(x)=\begin{cases}e^{\frac{1}{x}} & x<0\\ x & 0\le x\le 2\\ \dfrac{\sin(2x-4)}{x-2} & x>2\end{cases}$ 的连续区间为　（ B ）

(A) $(-\infty,2)\cup(2,+\infty)$　(B) $(-\infty,+\infty)$
(C) $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$　(D) $(-\infty,0)\cup(0,2)\cup(2,+\infty)$

(2) $x=0$ 是函数 $f(x)=\arctan\dfrac{1}{x}$ 的　（ B ）

(A)可去间断点 (B)跳跃间断点 (C)无穷间断点 (D)振荡间断点

(3) $x=0$ 是函数 $f(x)=\dfrac{1}{1-e^{\frac{1}{x}}}$ 的　（ B ）

(A)可去间断点 (B)跳跃间断点 (C)无穷间断点 (D)振荡间断点

3、计算 $\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$

$=\lim\limits_{x\to 0}\left[(1+\cos x-1)^{\frac{1}{\cos x-1}}\right]^{\frac{\cos x-1}{x^2}} = e^{-\frac{1}{2}}$

4、设函数 $f(x)=\begin{cases}e^x+a & x<0\\ 2 & x=0\\ \dfrac{\ln(1+bx)}{x} & x>0\end{cases}$ 处处连续，求 a 和 b 。

$\because f(0-)=f(0)$　$\therefore 1+a=2$　$\therefore a=1$

$\because f(0+)=f(0)$　$\therefore b=2$

5、求下列函数的间断点并说明间断点类型。

(1) $f(x)=\dfrac{x}{\tan x}$

$x=k\pi+\frac{\pi}{2}$，$x=k\pi$ $(k\in Z)$ 是 $f(x)$ 的间断点.

对 $x=k\pi+\frac{\pi}{2}$ $(k\in Z)$：$\lim\limits_{x\to k\pi+\frac{\pi}{2}}\dfrac{x}{\tan x}=0$　∴是可去间断点

对 $x=k\pi$ $(k=\pm1,\pm2,\cdots)$：$\lim\limits_{x\to k\pi}\dfrac{x}{\tan x}=\infty$　∴是无穷间断点

对 $x=0$：$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{\tan x}=1$　∴是可去间断点.