南京邮电大学 2015/2016 学年第一学期

《线性代数与解析几何》期末试卷(A)

院(系)________________ 班级____________ 学号____________ 姓名____________

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总 分
得分										

自觉遵守考试规则，诚信考试，绝不作弊

装订线内不要答题

得 分

一.填空题（每小题 4 分，共 20 分）

1．设行列式 $D=\begin{vmatrix}1&1&1\\1&2&3\\4&5&6\end{vmatrix}$，则第三行元素的代数余子式之和 $A_{31}+A_{32}+A_{33}=$_____.

2．设 A 和 B 是 3 阶矩阵，$A=\begin{pmatrix}\lambda&1&1\\1&\lambda&1\\1&1&\lambda\end{pmatrix}$，且秩 $r(AB)<r(B)$，则 λ 应满足_____

3. 已知 $\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$ 是 R^2 的一组基，则向量 $\beta=\begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}$ 在基 α_1,α_2 下的坐标为_______.

4．母线平行于 z 轴且通过曲线 $\begin{cases}2x^2+y^2+z^2=1\\x^2-y^2+z^2=0\end{cases}$ 的柱面方程为________.

5. 已知二阶实对称矩阵 A 的特征值是 0 和 1，若 $B=(kI+A)^2$ 是正定阵，其中 I 是单位矩阵，则 k 应满足_______.

二.选择题（每小题 4 分，20 分）

1. 设 A 是 3 阶方阵，将 A 的第 2 列加到第 1 列得 B,交换 B 的第 2，3 行得单位阵 I, 记 $P_1=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$，$P_2=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}$，则 $A=$ （ ）

(*A*) P_1P_2 (*B*) $P_1^{-1}P_2$ (*C*) P_2P_1 (*D*) $P_2P_1^{-1}$

2．设 A 是 3 阶矩阵，秩 $r(A)=2$，且 α_1,α_2 是齐次线性方程组 $AX=0$ 的两个不同的解向量，则 $AX=0$ 的一个基础解系是 （ *D* ）

(*A*) α_1 (*B*) α_2 (*C*) $\alpha_1+\alpha_2$ (*D*) $\alpha_1-\alpha_2$

3．直线 $L_1:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z}{1}$ 和 $L_2:\begin{cases}x-y=6\\2y+z=3\end{cases}$ 的夹角为 （ ）

(*A*) $\dfrac{\pi}{2}$ (*B*) $\dfrac{\pi}{3}$ (*C*) $\dfrac{\pi}{4}$ (*D*) $\dfrac{\pi}{6}$

4．若向量组 α,β,γ 线性无关，α,β,δ 线性相关，则 （ ）

(*A*) α 必可由 β,γ,δ 线性表示 (*B*) α 必不可由 β,γ,δ 线性表示

(*C*) δ 必可由 α,β,γ 线性表示 (*D*) δ 必不可由 α,β,γ 线性表示

5．n 阶实对称矩阵 A 和 B 相似的充分必要条件是 （ ）

（*A*）A 与 B 都有 n 个线性无关的特征向量 （*B*）A 与 B 的秩相等

（*C*）A 与 B 的主对角线上的元素的和相等 （*D*）A 与 B 的 n 个特征值均相等

得 分

三、(本题 10 分) 设 n 阶矩阵 A 和 B 满足 $A+2B=AB$，(1)证明：$A-2I$ 可逆，其中 I 为单位阵；(2)已知 $B=\begin{pmatrix}1&1&0\\-1&1&0\\0&0&2\end{pmatrix}$，求矩阵 A.

得 分

四、(本题 10 分) 设向量组 $\alpha_1=(1,3,1,-1)^T,\alpha_2=(-1,-1,1,-3)^T$，$\alpha_3=(5,8,-2,9)^T$，$\alpha_4=(-1,1,3,1)^T$，(1) 求向量组的秩；(2) 求它的一个极大线性无关组，并用该极大线性无关组表示其余向量.

得 分

五、(本题 10 分) 求过点 $M(1,-1,2)$ 与平面 $\pi: 3x+2y-2z-1=0$ 平行, 且与直线 $L: \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{3}$ 相交的直线方程.

得 分

六、(本题 12 分) 设 $A=\begin{pmatrix} \lambda & 1 & 1 \\ 0 & \lambda-1 & 0 \\ 1 & 1 & \lambda \end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix} a \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$，已知方程组 $AX=b$ 有无穷多解，(1)求 λ, a 的值；(2)求方程组 $AX=b$ 的通解.

得 分

七、(本题 12 分) 设二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+2x_2^2-2x_3^2-4x_1x_3$，求一个正交变换 $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}=Q\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$ 将二次型 $f(x_1,x_2,x_3)$ 化成标准形，并指出 $f(x_1,x_2,x_3)=1$ 代表的二次曲面的名称.

得 分

八、（本题 6 分）设 λ_1,λ_2 为矩阵 A 的不同特征值，对应 λ_1,λ_2 的特征向量分别为 α_1,α_2，试证明：$\alpha_1,A(\alpha_1+\alpha_2)$ 线性无关的充分必要条件是 $\lambda_2\neq 0$.