

习题精选五

一、填空题

1. 设随机变量 X 的数学期望 $E(X) = 11$, 方差 $D(X) = 9$, 则根据切比雪夫不等式, 估计 $P\{5 < X < 17\} \geq$ _____.
2. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是 n 个相互独立的随机变量, 且 $E(X_i) = \mu, D(X_i) = 4 (i = 1, 2, \dots, n)$, 对于 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, 则由切比雪夫不等式估计有 $P\{\mu - 2 < \bar{X} < \mu + 2\} \geq$ _____.
3. 设随机变量 X 的数学期望 $E(X) = 13$, 方差 $D(X) = 4$, 用切比雪夫不等式估计得 $P\{|X - 13| \geq c\} \leq 0.01$, 则 $c \geq$ _____.
4. 设随机变量 X 与 Y 的数学期望都是2, 方差分别是1和4, 而相关系数为0.5, 则根据切比雪夫不等式估计 $P\{|X - Y| \geq 6\} \leq$ _____.

二、选择题

1. 设随机变量 X 的方差存在, 并且满足不等式 $P\{|X - E(X)| \geq 3\} \leq \frac{2}{9}$, 则一定有【 】
(A) $D(X) = 2$. (B) $D(X) \neq 2$.
(C) $P\{|X - E(X)| < 3\} \leq \frac{7}{9}$. (D) $P\{|X - E(X)| < 3\} \geq \frac{7}{9}$.
2. 设随机变量 $X \sim B(n, p)$, 对任意 $0 < p < 1$, 利用切比雪夫不等式估计有 $P\{|X - np| \geq \sqrt{2n}\} \leq$ 【 】
(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{8}$ (D) $\frac{1}{16}$
3. 设随机变量 X_1, X_2, \dots, X_{16} 相互独立同分布, $E(X_i) = 1, D(X_i) = 1 (i = 1, 2, \dots, 16)$, 令 $S_{16} = \sum_{i=1}^{16} X_i$, 则对任意的 $\varepsilon > 0$, 从切比雪夫不等式直接可得【 】
(A) $P\left\{\left|\frac{1}{16}S_{16} - 1\right| < \varepsilon\right\} \geq 1 - \frac{16}{\varepsilon^2}$. (B) $P\{|S_{16} - 16| < \varepsilon\} \geq 1 - \frac{16}{\varepsilon^2}$.
(C) $P\left\{\left|\frac{1}{16}S_{16} - 1\right| < \varepsilon\right\} \geq 1 - \frac{1}{\varepsilon^2}$. (D) $P\{|S_{16} - 16| < \varepsilon\} \geq 1 - \frac{1}{\varepsilon^2}$.
4. 设随机变量 X_1, X_2, \dots, X_n 是相互独立, 且 X_i 的密度函数为 $f(x)$, 记 $p = P\{\sum_{i=1}^n X_i \leq x\}$, 当 n 充分大时, 则有【 】

- (A) p 可以根据 $f(x)$ 进行计算.
- (B) p 不可以根据 $f(x)$ 进行计算.
- (C) p 一定可以用中心极限定理近似计算.
- (D) p 一定不能用中心极限定理近似计算.

三、解答题

1. 对于一个学生而言，来参加家长会的人数是一个随机变量，设一个学生无家长、1名家长、2名家长来参加会议的概率分别为0.05, 0.8, 0.15. 若学校共有400名学生，设各参加家长会的家长数相互独立，且服从同一分布.
 - (1)求参加会议的家长数超过450的概率；
 - (2)求仅有1名家长来参加会议的学生数不多于340的概率.
2. 一生产线生产的产品成箱包装，每箱重量是随机的. 假设每箱平均重50kg，标准差为5kg. 若用最大载重量为5吨的汽车承运，试用中心极限定理说明每辆车最多装多少箱，才能保证不超载的概率为0.997($\Phi(2) = 0.997$, 其中 $\Phi(x)$ 是标准正态分布的分布函数).
3. 设有2500个同一年龄段和同一社会阶层的人参加了某保险公司的人寿保险，假设在一年中每个人死亡的概率为0.002，每个人在年初向保险公司交保费120元，而死亡时家属可以从保险公司领到20000元，问：
 - (1)保险公司亏本的概率是多少？
 - (2)保险公司获利不少于100000元的概率是多少？
 - (3)如果保险公司希望以99.9%的可能性保证获利不少于500000元，问公司至少要发展多少个客户？
4. 利用切比雪夫不等式和中心极限定理估计，当掷一枚均匀硬币时，需掷多少次，才能保证使得出现正面的频率在0.45和0.55之间的概率不小于90%？