东北师范大学 2017-2018 学年第二学期
课程考试试卷答案(A 卷)

课程名称：概率论与数理统计　考试时间：120 分钟　年级：xxx 级
专业：　xxx

题目部分，（卷面共有 17 题，100 分，各大题标有题量和总分）

一、选择题（5 小题，共 15 分）

1、随机试验E为：统计某路段一个月中的重大交通事故的次数，A表示事件“无重大交通事故”；B表示事件“至少有一次重大交通事故“；C表示事件“重大交通事故的次数大于 1”；D表示事件“重大交通事故的次数小于 2”则互不相容的事件是(　　)。

A、B与C　B、A与D　C、B与D　D、C与D

答案：D

2、每次试验的成功率为$p(0<p<1)$，进行重复独立试验，直到第 10 次试验才取得 4 次试验成功的概率为(　　)。

A、$C_{10}^4 p^4(1-p)^6$　C、$C_9^3 p^4(1-p)^6$　C、$C_9^4 p^4(1-p)^6$　D、$C_9^3 p^3(1-p)^6$

答案：B

3、同时抛掷 3 枚匀称的硬币，则恰好有两枚正面向上的概率为(　　)。

A、0.75　B、0.25　C、0.125　D、0.375

答案：D

4、对于任意两个事件A、B　$P(A-B)=($　　$)$。

A、$P(A)-P(B)$　B、$P(A)-P(AB)$

C、$P(A)\cdot P(\bar{B})$　D、$P(A)-P(B)+P(AB)$

答案：B

5、随机试验 E 为：统计某路段一个月中的重大交通事故的次数，A表示事件“无重大交通事故”；B 表示事件“至少有一次重大交通事故”；C 表示事件“重大交通事故的次数大于 1”；D 表示事件“重大交通事故的次数小于 2”则不是对立关系的事件是(　　)。

A、A与B　B、C与D　C、A与C　D、$(A\bigcup C)$与$(B\bigcap D)$

答案：C

二、填空（5 小题，共 15 分）

1、设n个事件$A_1,A_2,\cdots,A_n$互相独立，且$P\{A_K\}=p,(K=1,2,\cdots,n)$，则这$n$个事件至

少有一件不发生的概率是________________.

答案：$1-p^n$

2、一只袋中有 4 只白球，2 只黑球，另一只袋中有 3 只白球和 5 只黑球，如果从每只袋中各摸一只球，则摸到的一只是白球，一只是黑球的事件的概率等于____________。

答案：$\dfrac{13}{24}$

3、已知 $P(A)=\dfrac{1}{3}, P(B|A)=\dfrac{3}{7}, P(B)=\dfrac{3}{4}$，则 $P(B|\bar{A})=$___________.

答案：$\dfrac{51}{56}$

4、甲乙两人独立地向目标射击一次。他们的命中率分别为 0.75 及 0.6。现已知目标被命中，则它是甲和乙共同射中的概率是__________。

答案：0.5

5、已知 $P(A)=0.1, P(B)=0.3, P(A|B)=0.2$，则 $P(A|\bar{B})=$_________.

答案：$\dfrac{4}{70}(=0.057)$

三、计算（4 小题，共 40 分）

1、将一颗均匀的骰子掷两次，求至少一次出现 4 点的概率。

答案：$P(A)=\dfrac{1}{6^2}+\dfrac{2\times 5}{6^2}=\dfrac{11}{36}$

2、设事件 A,B 的概率分别为 $\dfrac{1}{5}$ 与 $\dfrac{1}{4}$，且 $A\subset B$，试求 $P(B\bar{A})$ 的值.

答案：当 $A\subset B$ 时，$P(B\bar{A})=P(B-A)=P(B)-P(A)\quad =\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{5}=\dfrac{1}{20}$

或解：因为 $A\subset B, AB=A$，$P(B\bar{A}+BA)=P(B)$

$$P(B\bar{A})+P(A)=P(B), P(B\bar{A})=P(B)-P(A)=\frac{1}{4}-\frac{1}{5}=\frac{1}{20}$$

3、设有 10 个分币，其中 2 个伍分币，3 个贰分币，5 个壹分币，从中任意取出五个作为一次随机试验，试验总数 n 恰是把所有可能情形各取到一次所需的次数，求下列事件出现的频率，(1)5 个分币总值超过 1 角，(2)5 个分币总值等于 1 角，(3)5 个分币总值小于 1 角。

答案：$n=C_{10}^5=\dfrac{10\times 9\times 8\times 7\times 6}{5!}=252$

(1) $n_1=C_2^2\cdot C_8^3+C_2^1(C_3^3\cdot C_5^1+C_3^2\cdot C_5^2)=126$

$$f_1=\frac{n_1}{n}=\frac{1}{2}$$

(2) $n_2 = C_2^1 \cdot C_3^1 \cdot C_5^3 = 60$

$$f_2 = \frac{n_2}{n} = \frac{5}{21}$$

(3) $n_3 = C_2^0 C_8^5 + C_2^1 C_3^0 C_5^4 = 56 + 10 = 66$

$$f_3 = \frac{n_3}{n} = \frac{11}{42}$$

4、设 A,B 是两个随机事件，且知 $P(A)=\frac{1}{4}$，$P\left(B\middle|A\right)=\frac{1}{2}$，$P\left(A\middle|B\right)=\frac{1}{4}$，试求 $P\left(\overline{A}\middle|\overline{B}\right)$ 之值。

答案：解：$P\left(AB\right)=P\left(B\middle|A\right)P\left(A\right)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{8}$

又由 $P\left(B\right)\cdot P\left(A\middle|B\right)=P\left(AB\right)$ $\therefore P\left(B\right)=\frac{1}{2}$

$$P\left(\overline{A}\middle|\overline{B}\right)=\frac{P\left(\overline{A}\overline{B}\right)}{P\left(\overline{B}\right)}=\frac{\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}=\frac{3}{4}$$

四、证明（1 小题，共 10 分）

1、证明“确实性原则”$(sure-thing)$，即若 $1>P(C)>0$，且 $P\left(A\middle|C\right)\ge P\left(B\middle|C\right)$，$P\left(A\middle|\overline{C}\right)\ge P\left(B\middle|\overline{C}\right)$，则 $P(A)\ge P(B)$

答案：由全概率公式及已知条件

$$P\left(A\right)=P\left(C\right)P\left(A\middle|C\right)+P\left(\overline{C}\right)P\left(A\middle|\overline{C}\right)\ge P\left(C\right)P\left(B\middle|C\right)+P\left(\overline{C}\right)P\left(B\middle|\overline{C}\right)=P(B)$$

即 $P(A)\ge P(B)$

五、应用（2 小题，共 20 分）

1、开关使用 1800 次以上的概率为 0.2，求三个开关在使用 1800 次以后最多只有一个损坏的概率。

答案：事件 A 表示一个开关可使用 1800 次以上

$$P(A)=0.2=p, q=1-p=0.8$$

三个开关考虑为三次重复独立试验

最多只有一个损坏，即 A 在三次试验中至少出现二次

$$P=P_3(3)+P_3(2)=C_3^3 p^3 q^0 + C_3^2 p^2 q^1 = (0.2)^3 + 3\times(0.2)^2\times 0.8 = 0.104$$

2、袋中有 5 个白球，4 个黑球，3 个红球，每次任取一个，取后不放回，求连续取出若干个红球后，便取得白球的概率。

答案： $A_i(i=0,1,2,3)$ “取出 i 个红球后便取得白球”

A：“取出若干个红球后便取得白球”

$A=A_0+A_1+A_2+A_3 \quad P\left(A_0\right)=\dfrac{5}{12}$

B_i,C_i 分别表示第 i 次取红球及白球事件

$A_1=B_1C_2A_2=B_1B_2C_3A_3=B_1B_2B_3C_4$

$P\left(A_1\right)=P\left(B_1C_2\right)=P\left(B_1\right)P\left(C_2\left(B_1\right)\right)=\dfrac{3}{12}\times\dfrac{5}{11}$

$P\left(A_2\right)=P\left(B_1B_2C_3\right)=P\left(B_1\right)P\left(B_2\middle|B_1\right)P\left(C_3\middle|B_1B_2\right)=\dfrac{3}{12}\times\dfrac{2}{11}\times\dfrac{5}{10}$

$P\left(A_3\right)=P\left(B_1B_2B_3C_4\right)=P\left(B_1\right)P\left(B_2\middle|B_1\right)P\left(B_3\middle|B_1B_2\right)P\left(C_4\middle|B_1B_2B_3\right)$

$=\dfrac{3}{12}\times\dfrac{2}{11}\times\dfrac{1}{10}\times\dfrac{5}{9}$ 得 $P\left(A\right)=P\left(A_0\right)+P\left(A_1\right)+P\left(A_2\right)+P\left(A_3\right)=\dfrac{5}{9}$