习题精选四

一、填空题

1. 某产品的次品率为0.1，检验员每天检验4次，每次随机地取10件产品进行检验，如发现其中的次品数多于1，就去调整设备，以X表示一天中调整设备的次数，则X的数学期望为_______，方差为_______(设诸产品是否为次品是相互独立的).

2. 设X的概率密度为$f(x)=\begin{cases} ax+b, & 0<x<1, \\ 0, & 其它. \end{cases}$ 且$E(X)=\frac{1}{2}$，则$a=$_______, $b=$_______.

3. 设随机变量X的分布函数
$$F(x)=\begin{cases} 0, & x<-1, \\ 0.2, & -1\leq x<0, \\ 0.6, & 0\leq x<1, \\ 1, & x\geq 1. \end{cases}$$
则$E(|X|)=$_______, $D(|X|)=$_______.

4. 设X与Y的相关系数$\rho_{XY}=0.7$, 若$Z=X+0.8$, 则Y与Z的相关系数为_______.

5. 设维随机变量$X\sim N(0,1)$, $Y=X^{2n}$(n为正整数)，则相关系数$\rho_{XY}=$_______.

二、选择题

1. 设X是一个随机变量，且$E(X)=\mu$, $D(X)=\sigma^2$(μ,σ^2为常数)，则对任意的常数c必有
(A) $E(X-c)^2\geq E(X-\mu)^2$.　　(B) $E(X-c)^2=E(X-\mu)^2$.
(C)$E(X-c)^2<E(X-\mu)^2$.　　(D)$E(X-c)^2\leq E(X^2)-c^2$.【　　】

2. 设随机变量$X\sim N(0,1)$, $Y\sim N(1,4)$,且相关系数$\rho_{XY}=1$, 则【　　】
(A)$P\{Y=-2X-1\}=1$.　　(B)$P\{Y=2X-1\}=1$.
(C)$P\{Y=-2X+1\}=1$.　　(D)$P\{Y=2X+1\}=1$.

3. 设随机变量X与Y相互独立, 则【　　】
(A) $D(XY)=D(X)D(Y)$.　　(B) $E\left(\frac{X}{Y}\right)=\frac{E(X)}{E(Y)}$.
(C)$D(XY)<D(X)D(Y)$.　　(D)$E\left(\frac{X}{Y}\right)=E(X)E\left(\frac{1}{Y}\right)$.

4. 设二维随机变量(X,Y)服从$D=\{(x,y)|x^2+y^2\leq a^2\}$上的均匀分布，则【　　】
(A) X与Y不相关，不独立.　　(B) X与Y相互独立.
(C)X与Y相关.　　(D)X与Y均服从$(-a,a)$上的均匀分布.

5. 设随机变量X_1与X_2独立同分布(方差大于零), 令$X = X_1 + aX_2, Y = X_1 + bX_2 (ab \neq 0)$. 如果$X$与$Y$不相关，则有【　　】
   (A) a与b可以是任意实数.　　(B) a与b一定相等.
   (C) a与b互为负倒数.　　(D) a与b互为倒数.

6. 将长度为1m的木棒随机地截成两段，则两段长度的相关系数为【　　】
   (A)1.　　(B)$\frac{1}{2}$.　　(C)$-\frac{1}{2}$.　　(D)-1.

三、解答题

1. 从$1,2,3,4,5$中任取一个数，记为X，再从$1,2,\cdots,X$中任取一个数，记为Y，求Y的数学期望$E(Y)$.

2. 一汽车沿一街道行驶，需要通过三个均设有红绿信号灯的路口，每个信号灯为红或绿与其他的信号灯为红或绿相互独立，且红绿两种信号灯显示的时间相等，以X表示汽车首次遇到红灯前已通过的路口的个数. 求$E\left(\dfrac{1}{1+X}\right)$.

3. 设(X,Y)的分布律为

$Y \backslash X$	-1	0	2
0	0.1	0.2	0
1	0.3	0.05	0.1
2	0.15	0	0.1

   求$E(XY)$, $D(XY)$.

4. 两台自动记录仪，每台无故障工作的时间服从参数为$\lambda = 5$的指数分布. 若先开动其中一台，当其发生故障时停用而另一台自动开启. 试求这两台记录仪无故障工作的总时间T的数学期望与方差.

5. 在线段$[0,1]$上取n个点，求其中最远两点间距离的数学期望.

6. 设随机变量(X,Y)的概率密度为

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{8}(x+y), & 0 \le x \le 2, 0 \le y \le 2, \\ 0, & \text{其它}, \end{cases}$$

   求：$E(X), E(Y), Cov(X,Y), \rho_{XY}, D(X+Y)$.

7. 假设一部机器在一天内发生故障的概率为0.2, 机器发生故障时全天停止工作，若一周5个工作日无故障，可获利润10万元；发生一次故障，可获利润5万元；发生两次故障，可获利润0元；发生三次或三次以上故障就要亏损2万元，求一周内期望利润是多少？

8. 设某种商品每周的需求量X是服从区间$[10,30]$上均匀分布的随机变量，而经销商店进货量为区间$[10,30]$中的某一整数，商店每销售一单位商品可得利润500元；若供大于求则削价处理，每处理一单位商品亏损100元；若供不应求，则可以从外部调剂供应，此时每单位仅获利300元. 为使商店所获利润期望值不少于9280元，试确定最少进货量.

9. 设2维随机变量(X,Y)的密度函数为

$$f(x,y)=\frac{1}{2}\left[\varphi_1(x,y)+\varphi_2(x,y)\right],$$

其中$\varphi_1(x,y)$和$\varphi_2(x,y)$都是二维正态密度函数，且它们对应的二维随机变量的相关系数分别为$\frac{1}{3}$和$-\frac{1}{3}$，它们的边缘密度函数所对应的随机变量的数学期望都是零，方差都是1.

(1)求随机变量X和Y的密度函数$f_1(x)$和$f_2(y)$, 及X和Y的相关系数ρ(可直接利用二维正态密度的性质).

(2)问X和Y是否相互独立？为什么？