





8. 已知双曲线  $\frac{x^2}{m} - \frac{y^2}{4} = 1$  的离心率为 3, 则  $m =$  【    】
- A. 4 B. 1
- C.  $\frac{1}{2}$  D. 2
9. 函数  $y = \sin(x+3) + \sin(x-3)$  的最大值为 【    】
- A.  $-2\sin 3$  B.  $2\sin 3$
- C.  $-2\cos 3$  D.  $2\cos 3$
10. 已知  $a > b > 1$ , 则 【    】
- A.  $\log_2 a > \log_2 b$  B.  $\log_2 \frac{1}{a} > \log_2 \frac{1}{b}$
- C.  $\frac{1}{\log_2 a} > \frac{1}{\log_2 b}$  D.  $\log_{\frac{1}{2}} a > \log_{\frac{1}{2}} b$
11. 已知  $\cos x = \frac{3}{5}$ , 且  $x$  为第一象限角, 则  $\sin 2x =$  【    】
- A.  $\frac{4}{5}$  B.  $\frac{24}{25}$
- C.  $\frac{18}{25}$  D.  $\frac{12}{25}$
12. 曲线  $y = \sin(x+2)$  的一条对称轴的方程是 【    】
- A.  $x = \frac{\pi}{2}$  B.  $x = \pi$
- C.  $x = \frac{\pi}{2} + 2$  D.  $x = \frac{\pi}{2} - 2$
13. 若  $p: x = 1; q: x^2 - 1 = 0$ , 则 【    】
- A.  $p$  既不是  $q$  的充分条件也不是  $q$  的必要条件
- B.  $p$  是  $q$  的充要条件
- C.  $p$  是  $q$  的必要条件但不是充分条件
- D.  $p$  是  $q$  的充分条件但不是必要条件
14. 已知点  $A(1, -3), B(0, -3), C(2, 2)$ , 则  $\triangle ABC$  的面积为 【    】
- A. 2 B. 3
- C.  $\frac{3}{2}$  D.  $\frac{5}{2}$
15. 从红、黄、蓝、黑 4 个球中任取 3 个, 则这 3 个球中有黑球的不同取法共有 【    】
- A. 3 种 B. 4 种
- C. 2 种 D. 6 种
16. 下列函数中, 最小正周期为  $\pi$  的函数是 【    】
- A.  $y = \sin x + \sin x^2$  B.  $y = \sin 2x$
- C.  $y = \cos x$  D.  $y = \sin \frac{x}{2} + 1$
17. 下列函数中, 为偶函数的是 【    】
- A.  $y = e^x + x$  B.  $y = x^2$
- C.  $y = x^3 + 1$  D.  $y = \ln(2x + 1)$





## 第 II 卷 (非选择题, 共 65 分)

得 分	评卷人

### 二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

18. 函数  $f(x) = x^2 + bx + c$  的图像经过点  $(-1, 0)$ ,  $(3, 0)$ , 则  $f(x)$  的最小值为 \_\_\_\_\_.
19. 某同学每次投篮命中的概率都是 0.6, 各次是否投中相互独立, 则该同学投篮 3 次恰有 2 次投中的概率是 \_\_\_\_\_.
20. 已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $\frac{3^n}{2}$ , 则  $a_3 =$  \_\_\_\_\_.
21. 已知曲线  $y = \ln x + a$  在点  $(1, a)$  处的切线过点  $(2, -1)$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_.

得 分	评卷人

### 三、解答题 (本大题共 4 小题, 共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤)

22. (本小题满分 12 分)

在  $\triangle ABC$  中,  $A = 30^\circ$ ,  $AB = \sqrt{3}$ ,  $BC = 1$ .

(I) 求  $C$ ;

(II) 求  $\triangle ABC$  的面积.

23. (本小题满分 12 分)

设函数  $f(x) = x^3 + x - 1$ .

(I) 求  $f(x)$  的单调区间;

(II) 求出一个区间  $(a, b)$ , 使得  $f(x)$  在区间  $(a, b)$  存在零点, 且  $b - a < 0.5$ .





24. (本小题满分 12 分)

已知  $\{a_n\}$  是等差数列, 且  $a_2 = -2, a_4 = -1$ .

(I) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

(II) 求  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ .

25. (本小题满分 13 分)

已知椭圆  $E$  的中心在坐标原点  $O$ , 焦点在  $x$  轴上, 长轴长为 8, 焦距为  $2\sqrt{7}$ .

(I) 求  $E$  的标准方程;

(II) 若以  $O$  为圆心的圆与  $E$  交于四点, 且这四点为一个正方形的四个顶点, 求该圆的半径.





## 参考答案及解析

### 一、选择题

#### 1.【答案】 D

【考点点拨】 本题主要考查的知识点为绝对值不等式.

【应试指导】  $|x-2| < 1 \Rightarrow -1 < x-2 < 1 \Rightarrow 1 < x < 3$ , 故不等式的解集为  $\{x | 1 < x < 3\}$ .

#### 2.【答案】 D

【考点点拨】 本题主要考查的知识点为函数的单调性.

【应试指导】 A、B 选项在其定义域上为增函数, 选项 C 在  $(0, \frac{\pi}{2})$  上为增函数, 只有 D 选项在实数域上为减函数.

#### 3.【答案】 D

【考点点拨】 本题主要考查的知识点为对数函数的性质.

【应试指导】 由对数函数的性质可知  $x+1 > 0 \Rightarrow x > -1$ , 故函数的定义域为  $(-1, +\infty)$ .

#### 4.【答案】 C

【考点点拨】 本题主要考查的知识点为直线间的距离.

【应试指导】 由题可知, 两直线平行, 故两直线的距离即为其中一条直线上一点到另一条直线的距离. 取直线  $x-y-3=0$  上一点  $(4,1)$ , 点  $(4,1)$  到直线  $x-y+3=0$  的距离为  $d = \frac{4-1+3}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = 3\sqrt{2}$ .

#### 5.【答案】 B

【考点点拨】 本题主要考查的知识点为集合的运算.

【应试指导】 由于  $M \subseteq N$ , 故  $M \cap N = M = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ .

#### 6.【答案】 A

【考点点拨】 本题主要考查的知识点为直线的斜率.

【应试指导】 两直线平行则其斜率相等,  $k_{AB} = \frac{1-0}{-1-1} = -\frac{1}{2}$ , 而直线  $kx-y-1=0$  的斜率为  $k$ , 故  $k = -\frac{1}{2}$ .

#### 7.【答案】 D

【考点点拨】 本题主要考查的知识点为向量的运算.

【应试指导】  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (1, t) + (-1, 1) = (0, 2)$ , 故有  $t+1 = 2 \Rightarrow t = 1$ .

#### 8.【答案】 C

【考点点拨】 本题主要考查的知识点为双曲线.

【应试指导】 由题知,  $a^2 = m, b^2 = 4, c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{m+4}$ , 其离心率  $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{m+4}}{\sqrt{m}} = 3$ , 故  $m = \frac{1}{2}$ .

#### 9.【答案】 D

【考点点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数的运算.





【应试指导】  $y = \sin x \cos 3 + \cos x \sin 3 + \sin x \cos 3 - \cos x \sin 3 = 2 \sin x \cos 3$ ,  $\sin x$  的最大值为 1, 故原函数的最大值为  $2 \cos 3$ .

10.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为对数函数的性质.

【应试指导】 函数  $y = \log_2 x$  在  $(0, +\infty)$  上为增函数, 由于  $a > b > 1$ , 故有  $\log_2 a > \log_2 b$ .

11.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数.

【应试指导】 由于  $x$  为第一象限角, 故  $\sin x = \sqrt{1 - \cos^2 x} = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}$ , 因此  $\sin 2x = 2 \sin x \cos x = 2 \times \frac{3}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{24}{25}$ .

12.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数的性质.

【应试指导】  $y = \sin(x+2)$  是函数  $y = \sin x$  向左平移 2 个单位得到的, 故其对称轴也向左平移 2 个单位,  $x = \frac{\pi}{2}$  是函数  $y = \sin x$  的一个对称轴, 因此  $x = \frac{\pi}{2} - 2$  是  $y = \sin(x+2)$  的一条对称轴.

13.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为简易逻辑.

【应试指导】  $x = 1 \Rightarrow x^2 - 1 = 0$ , 而  $x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$  或  $x = -1$ , 故  $p$  是  $q$  的充分但不必要条件.

14.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为解三角形.

【应试指导】 易知  $AB = 1$ , 点  $C$  到  $AB$  边的距离为  $2+3=5$ , 故  $AB$  边的高为 5, 因此三角形的面积为  $\frac{1}{2} \times 1 \times 5 = \frac{5}{2}$ .

15.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为随机事件.

【应试指导】 3 个球中有黑球的取法有  $C_1^3 \cdot C_2^1 = 3$  种.

16.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数的性质.

【应试指导】 B 项中, 函数的最小正周期  $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$ .

17.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的奇偶性.

【应试指导】 A、C、D 项为非奇非偶函数, B 项为偶函数.

## 二、填空题

18.【答案】 -4

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为一元二次函数的性质.







【应试指导】 由于函数开口向上,故其在对称轴处取得最小值,又函数过点 $(-1,0)$ , $(3,0)$ ,故其对称轴为 $x = \frac{-1+3}{2} = 1$ , $f_{\min}(1) = 1 + b + c$ ,而 $f(-1) = 1 - b + c = 0$ , $f(3) = 9 + 3b + c = 0$ ,得 $b = -2$ , $c = -3$ ,故 $f_{\min}(1) = 1 - 2 - 3 = -4$ .

19.【答案】 0.432

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为随机事件的概率.

【应试指导】 投篮3次恰有2次投中的概率为 $C_3^2 \cdot 0.6^2 \cdot 0.4 = 0.432$ .

20.【答案】 9

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为数列的性质.

【应试指导】 由题知 $S_n = \frac{3^n}{2}$ ,故有 $a_1 = \frac{3}{2}$ , $a_2 = S_2 - a_1 = \frac{3^2}{2} - \frac{3}{2} = 3$ , $a_3 = S_3 - a_2 - a_1 = \frac{3^3}{2} - 3 - \frac{3}{2} = 9$ .

21.【答案】 -2

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为曲线的切线.

【应试指导】  $y' = \frac{1}{x}$ ,故曲线在点 $(1,a)$ 处的切线的斜率为 $y' \Big|_{x=1} = \frac{1}{x} \Big|_{x=1} = 1$ ,因此切线方程为 $y - a = x - 1$ ,即 $y = x - 1 + a$ .又切线过点 $(2,-1)$ ,因此有 $-1 = 2 - 1 + a$ ,故 $a = -2$ .

### 三、解答题

22.(I) 由正弦定理得 $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C}$ ,

$$\text{即 } \frac{1}{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sin C}, \text{ 解得 } \sin C = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

故 $C = 60^\circ$ 或 $120^\circ$ .

(II) 由余弦定理得 $\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{3 + AC^2 - 1}{2\sqrt{3}AC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,

解得 $AC = 1$ 或 $AC = 2$ .

当 $AC = 1$ 时, $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC \cdot \sin A$

$$= \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 1 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

当 $AC = 2$ 时, $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC \cdot \sin A$

$$= \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 2 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

23.(I)  $f'(x) = 3x^2 + 1 > 0$ ,

故函数在 $\mathbf{R}$ 上单调递增,故其单调区间为 $\mathbf{R}$ .





(II) 令  $a = \frac{1}{2}, b = \frac{3}{4}$ , 则有

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8} + \frac{1}{2} - 1 < 0, f\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{27}{64} + \frac{3}{4} - 1 > 0,$$

又由于函数在  $\mathbf{R}$  上单调递增, 故其在  $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$  内存在零点,

$$\text{且 } b - a = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4} < 0.5 (\text{答案不唯一}).$$

24. (I) 由题可知

$$a_4 = a_2 + 2d = -2 + 2d = -1,$$

$$\text{可得 } d = \frac{1}{2}.$$

$$\text{故 } a_n = a_2 + (n-2)d$$

$$= -2 + (n-2) \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{n}{2} - 3.$$

(II) 由(I)可知  $a_1 = \frac{1}{2} \times 1 - 3 = -\frac{5}{2}$ ,

$$\text{故 } S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

$$= \frac{n\left(-\frac{5}{2} + \frac{n}{2} - 3\right)}{2}$$

$$= \frac{1}{4}n(n-11).$$

25. (I) 由题知  $2a = 8, 2c = 2\sqrt{7}$ ,

$$\text{故 } a = 4, c = \sqrt{7}, b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{16 - 7} = 3,$$

$$\text{因此椭圆方程为 } \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1.$$

(II) 设圆的方程为  $x^2 + y^2 = R^2$ ,

因为圆与椭圆的四个交点为一正方形的顶点, 设其在第一象限的交点为  $A$ ,

则有  $OA = R$ ,  $A$  点到  $x$  轴与  $y$  轴的距离相等,

$$\text{可求得 } A \text{ 点的坐标为 } \left(\frac{\sqrt{2}}{2}R, \frac{\sqrt{2}}{2}R\right),$$

$$\text{而 } A \text{ 点也在椭圆上, 故有 } \frac{\frac{R^2}{2}}{16} + \frac{\frac{R^2}{2}}{9} = 1,$$

$$\text{解得 } R = \frac{12\sqrt{2}}{5}.$$

