产生式系统

张文生　研究员

中国科学院自动化研究所

内容

- 产生式系统的描述
- 推理
- 控制策略
- 两类特殊的产生式系统
- 基于规则的演绎系统

- 产生式系统的描述
- 推理
- 控制策略
- 两类特殊的产生式系统
- 基于规则的演绎系统

产生式

- 一种知识表示方法，常用来表示有因果关系的知识。
- 形式：
  - 条件 → 行动
  - 前提 → 结论
  - **“if……then……”**
- 例如：
  - 烫手→缩手
  - 下雨→地面湿
  - 下雨∧甲未打伞→甲被淋湿
  - 所有人会死∧甲是人→甲会死

- →左边表示条件(左半部分)，右边表示结论(右半部分)

- 一般可以写成 $A_1 \wedge A_2 \wedge \ldots\ldots A_n \rightarrow B$的形式；
  - 下雨∧甲未打伞→甲被淋湿

- 产生式系统
  - 把一组产生式放在一起，让它们互相配合，协同作用，一个产生式的结论可以供另一个产生式作为前提使用，以这种方式求解问题的系统称为产生式系统。

- **A→B, B→C, C→D : A→D ???**

历史

- **1943**年，美国数学家**Post**设计的产生式系统，称为**Post**系统。
- 目的是构造一种形式化的计算工具。
- 证明它和图灵机具有相同的计算能力。

产生式系统的构成

- 产生式系统的构成
  - 一组产生式规则**(set of rules)**
  - 综合数据库**(global database)**
  - 控制机制**(control system)**

产生式规则

- 例子
  - 下雨→地面湿
  - 下雨∧甲未打伞→甲被淋湿
  - 所有人会死∧甲是人→甲会死

综合数据库

- 存放已知的事实和推导出的事实;
- 综合数据库(global database)和数据库(database)不同:
  - **database:** 强调数据的管理（存取、增、删、改等）
  - **global database :** 产生式系统----抽象的概念
    - 只是说明数据在此存放，和物理实现没关系。
    - 数据是广义的，可以是常量、变量、谓词、图像等。
    - 数据结构: 符号串、向量、集合、数组、树、表格、文件等。

控制机制

- 控制机制完成的工作有：
  - 匹配规则条件部分；
  - 多于一条规则匹配成功时，选择哪条规则执行(点燃)；
  - 如何将匹配规则的结论部分放入综合数据库（是直接添加到数据库中，还是替换其中的某些规则）；
  - 决定系统何时终止；

产生式系统的运行过程

- 产生式系统的运行过程：
  - 建立产生式规则；
  - 将已知的事实放入综合数据库；
  - 考察每一条产生式规则，如果条件部分和综合数据库中的数据匹配，则规则的结论放入综合数据库；

算法

- 令**DATA**为综合数据库

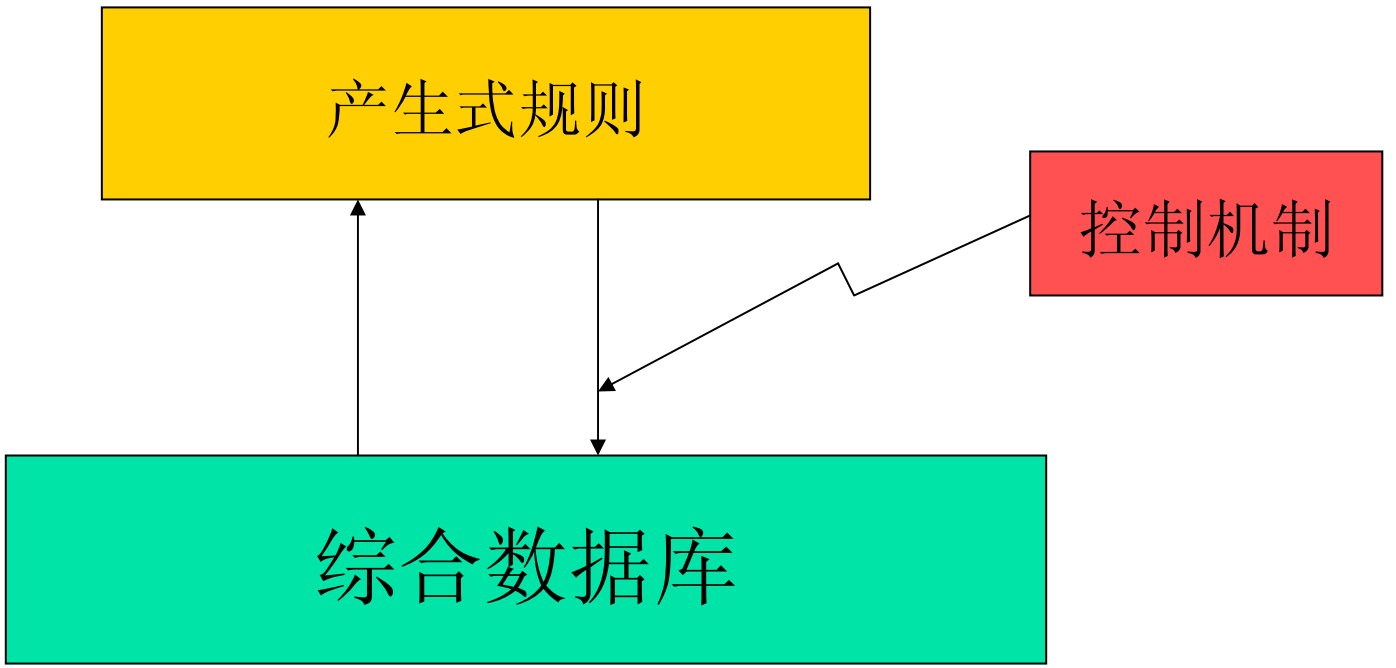
1. **DATA**←初始化；

2. 如果满足终止条件，终止。

否则：

a) 选择一个可应用于**DATA**之上的规则**R**；

b) **DATA**←**R**应用于**DATA**之上产生的结果；


产生式规则
控制机制
综合数据库

例1

- **八数码游戏(eight puzzle)**

2	3	7
	5	1
4	8	6

1	2	3
8		4
7	6	5

- 游戏说明：
  - 一个棋盘有**9**个方格，放了**8**个数（**1-8**）；
  - 初始时，**8**个数随机放置；
  - 数字移动规则：空格周围的数字可移动到空格中；
  - 如果通过移动数字，达到一个目标状态，则游戏成功结束；
  - 求一个走步序列；

- 问题：怎样用一个产生式系统描述并解决上述问题？

- 产生式系统的描述：

  - 综合数据库：存放棋盘的状态。
    - 棋盘的状态：8个数字在棋盘上的位置分布；
    - 每走一步，状态就会发生变化；
    - 存放棋盘的当前状态；

  - 规则：规则是数字移动的方法。
    - 空格的移动：
    - 如果空格左边有数字，则将左边的数字移到空格上；
    - 如果空格右边有数字，则将右边的数字移到空格上；
    - 如果空格上边有数字，则将上边的数字移到空格上；
    - 如果空格下边有数字，则将下边的数字移到空格上；

- 控制机制：
  - 用当前数据库与规则左半部分进行匹配，确定可执行的规则集；
  - 从中选择一条规则执行，用规则的右半部分代替数据库中的状态；
  - 如果当前数据库中的状态与目标状态相同，则终止；

例2

- 问题：设字符转换规则

  A∧B→C

  A∧C→D

  B∧C→G

  B∧E→F

  D→E

  已知：**A，B**

  求：**F**

一、综合数据库

{x}，其中**x**为字符。

二、规则集

1. IF A∧B THEN C
2. IF A∧C THEN D
3. IF B∧C THEN G
4. IF B∧E THEN F
5. IF D THEN E

三、控制策略

顺序排队

四、初始条件

{A，B}

五、结束条件

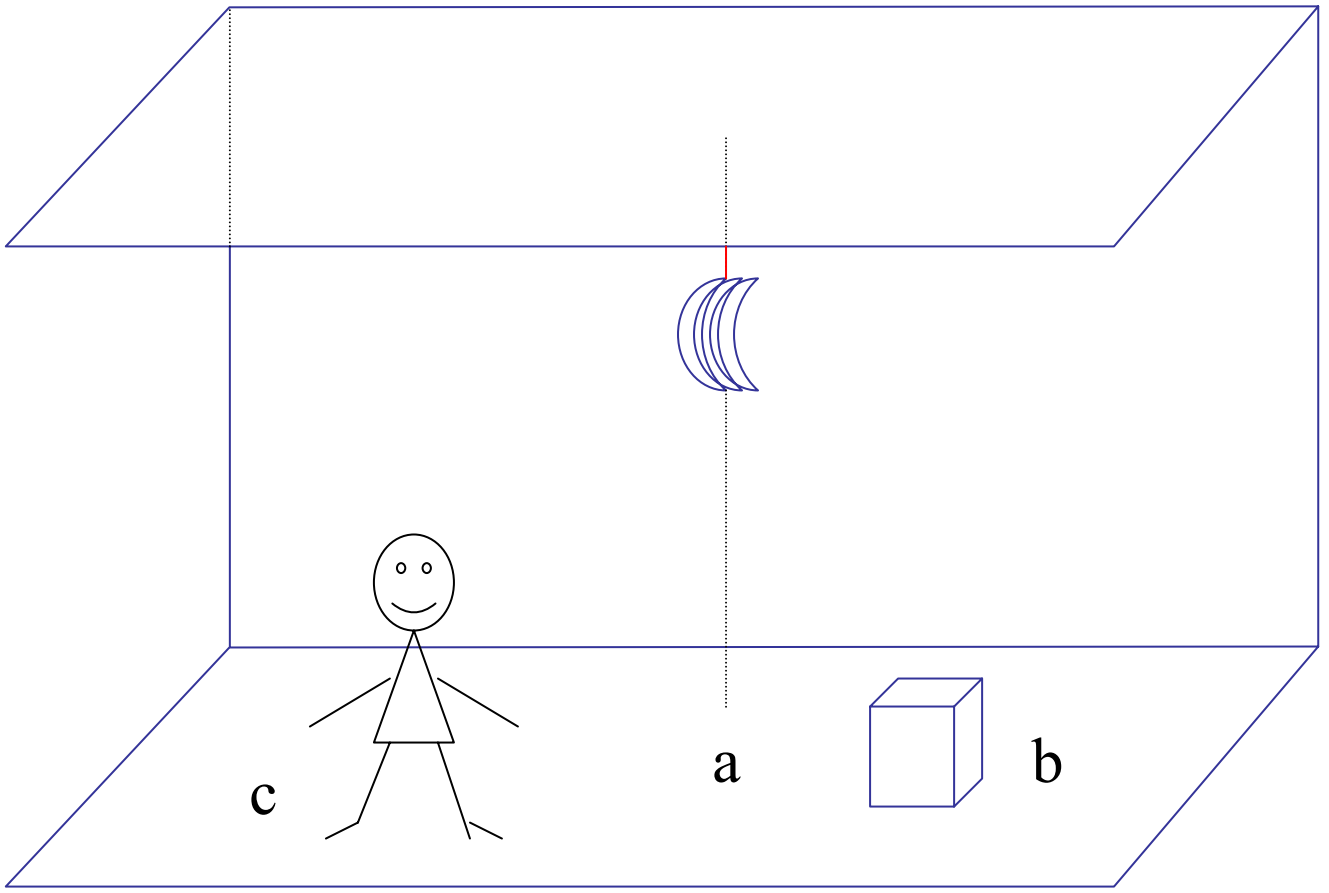
F∈{x}

求解过程

数据库	可触发规则	被触发规则
A，B	（1）	（1）
A，B，C	（2） （3）	（2）
A，B，C，D	（3） （5）	（3）
A，B，C，D，G	（5）	（5）
A，B，C，D，G，E	（4）	（4）
A，B，C，D，G，E，F		

1. IF A∧B THEN C
2. IF A∧C THEN D
3. IF B∧C THEN G
4. IF B∧E THEN F
5. IF D THEN E

例3: 猴子摘香蕉问题



- 综合数据库

  （**M, B, Box, On, H**）

M：猴子的位置

B：香蕉的位置

Box：箱子的位置

On=0：猴子在地板上

On=1：猴子在箱子上

H=0：猴子没有抓到香蕉

H=1：猴子抓到了香蕉

- 初始综合数据库

  （**c, a, b, 0, 0**）

- 结束综合数据库

  （**x1, x2, x3, x4, 1**）

  其中**: x1**～**x4**为变量。

（M, B, Box, On, H）

- 规则集

r1: IF (x, y, z, 0, 0) THEN (w, y, z, 0, 0)
r2: IF (x, y, x, 0, 0) THEN (z, y, z, 0, 0)
r3: IF (x, y, x, 0, 0) THEN (x, y, x, 1, 0)
r4: IF (x, y, x, 1, 0) THEN (x, y, x, 0, 0)
r5: IF (x, x, x, 1, 0) THEN (x, x, x, 1, 1)

其中: x, y, z, w为变量

产生式系统的特点

- 规则的表示形式固定：
  - 规则分为左半部分和右半部分；
  - 左半部分是条件，右半部分是结论；

- 知识模块化：
  - 知识元是产生式规则的条件中的独立部分，A_i；
  - 所有的规则或数据库中的数据都是由知识元构成；

- 产生式之间的相互影响是间接的
  - 产生式之间的作用通过综合数据库的变化完成，因此是数据驱动的；
  - 易扩展：规则的添加和删除较为自由，因为没有相互作用；
  - 添加规则不能造成矛盾；**A→B，A→~B**。

- 可解释性：
  - 天下雨→张三去医院
    - 天下雨→地滑；
    - 张三不注意安全；
    - 不注意安全的人∧地滑→此人会摔跤；
    - 人摔跤→人骨折；
    - 人骨折→人去医院；

适用领域

- 对某些领域适用，而对某些领域不适用；

- 按照知识的性质，可将系统划分为两种
  - 知识由许多独立的知识元组成，彼此之间的关系不很密切；(西医)
  - 有一个很小的核心，其它部分由此核心推导出来，或彼此纠缠，形成一个整体，难以分割。(数学)
  - 产生式系统适合于前者，不适合后者。
    - 知识是否可以模块化。

产生式的知识元

- 知识元是常量字符串
  - 完全匹配
    - **lecturer∧book→professor**
  - 部分匹配
    - 当某条规则的前提中的知识元与综合数据库中的知识元的子串相同，就匹配成功；
    - 匹配成功后，用规则的结论替换综合数据库中的知识元中的那个子串。
    - 置换系统

- 部分匹配的例子:
  - 产生式规则
    - **aa→a**
    - **bb→b**
    - **ba→ab**
    - **a→A**
    - **b→B**
  - 将任意由**a**、**b**组成的字符串变为**AB**:
    - **abab→aabb→abb→ab→Ab→AB**

- 知识元含有谓词
  - **ill(x) ∧ not_work(x) → go_to_hospital(x)**
  - 谓词描述的知识更为广泛;
  - 将条件和结论中的同一变量同时替换;

- 知识元是析取式：
  - 匹配是非确定性匹配；
    - (腰背冷痛∨畏寒∨肢冷/1) ∧(腹胀∨浮肿∨嗜睡……/2)…→脾肾阳虚
  - 加权
    - ((腰背冷痛（0.8）∨畏寒（0.5）∨肢冷（0.2）) ∧加权之和大于等于0.7)…→脾肾阳虚
  - 一种简化的方式是对规则加权
    - (腰背冷痛∨畏寒∨肢冷) ∧(腹胀∨浮肿∨嗜睡……)…→脾肾阳虚
    - 可信度：0.7

- 常用表示方式:
  - （对象，属性，值）
  - （细菌，染色斑，革兰式阳性）∧（细菌，形状，球状）∧（细菌，生长结构，链形）→（细菌，类别，链球菌）
    - **MYCIN系统**

- 产生式系统的描述
- 推理
- 控制策略
- 两类特殊的产生式系统
- 基于规则的演绎系统

推理(reasoning)

- 从某些已知事实依照推理规则推出另外一些结论的过程。

- 系统状态的转换;
- 向前推理(正向推理):
- 向后推理(反向推理):

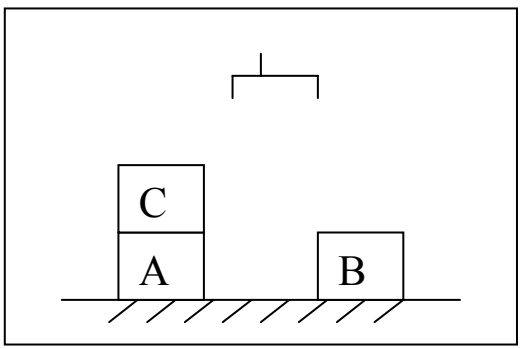
正向推理

- 基本思想：
  - 从用户提供的初始已知事实出发，在规则集中找出当前可适用的规则;
  - 然后进行推理，并将推出的新事实加入到综合数据库中作为下一步推理的已知事实;
  - 在此之后，再在知识库中选取可适用的规则进行推理，如此重复进行这一过程，直到求得了所要求的解或者没有知识可用.
  - 用综合数据库与规则的条件部分匹配，并用规则的结论部分修改综合数据库;

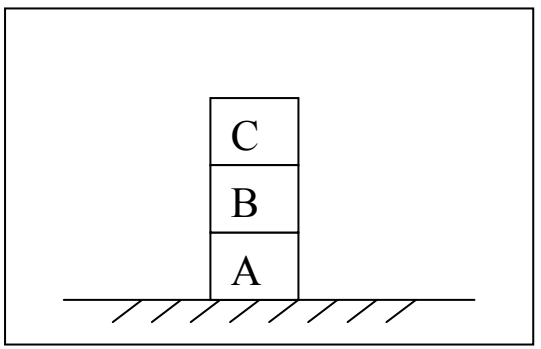
算法

- **(1)** 将用户提供的初始已知事实送入数据库**DB**；
- **(2)** 检查数据库**DB**中是否已经包含了问题的解，若有，则求解结束，并成功退出；
  否则，转**(3)**；
- **(3)** 根据数据库**DB**中的已知事实，扫描知识库**KB**，检查**KB**中是否有可适用(可与**DB**中已知事实匹配)的知识，若有则转**(4)**;
  否则，转**(6)**；
- **(4)** 把**KB**中所有的适用知识都选出来，构成可适用的知识集**KS.**
- **(5)** 若**KS**不空，则按某种冲突消解策略从中选出一条知识进行推理，并将推出的新事实加入**DB**中，然后转**(2)**；
  若**KS**空，则转**(6)**；
- **(6)** 询问用户是否可进一步补充新的事实，若可补充，则将补充的新事实加入**DB**中，然后转**(3)**；
  否则，表示求不出解，失败退出;

积木世界



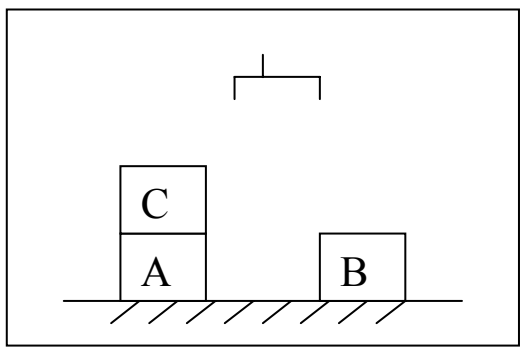
初始状态



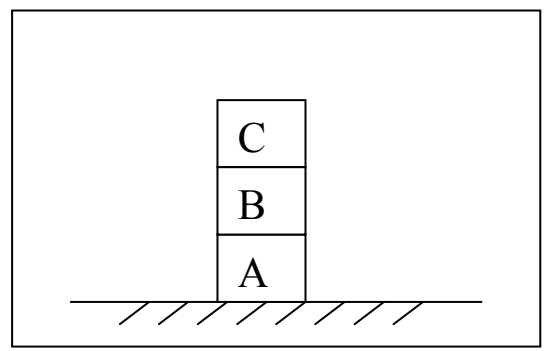
目标状态

- 知识元：
  - **HANDEMPTY，Holding(x)，Ontable(x)，Clear(x)，On(x, y)**
- 规则：
  - **R1: Pickup(x):** 机械手从桌子上拿起积木**x**。
    - **HANDEMPTY ∧ Ontable(x) ∧ Clear(x) → Holding(x)**
  - **R2: Putdown(x):** 机械手把拿着的积木放在桌子上。
    - **Holding(x) → HANDEMPTY , Ontable(x), Clear(x)**
  - **R3: Unstack (x, y):** 积木**x**在积木**y**上，机械手拿起**x**。
    - **HANDEMPTY ∧ On(x, y) ∧ Clear(x)→ Holding(x), Clear(y)**
  - **R4: Stack (x, y):** 机械手把拿着的积木**x**放在积木**y**上。
    - **Holding(x) ∧ Clear(y) → HANDEMPTY, On(x, y), Clear(x)**

- 综合数据库
  - 初始状态：
    - **(HANDEMPTY，Ontable(A)，Ontable(B), On(C, A), Clear(C), Clear(B))**
  - 目标状态：
    - **(Ontable(A)，On (B, A), On(C, B), Clear(C))**

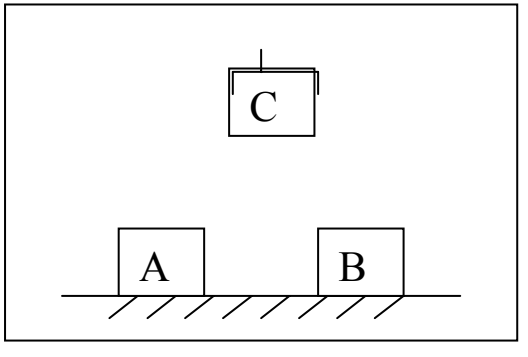


初始状态

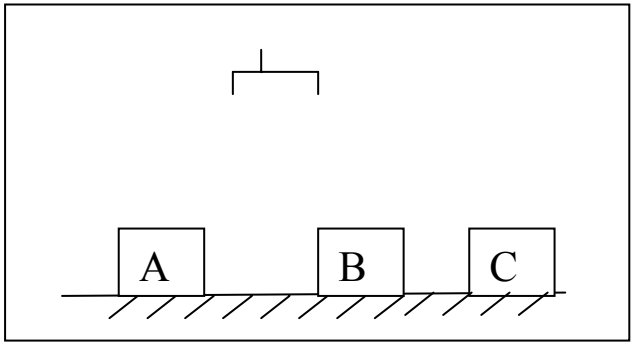


目标状态

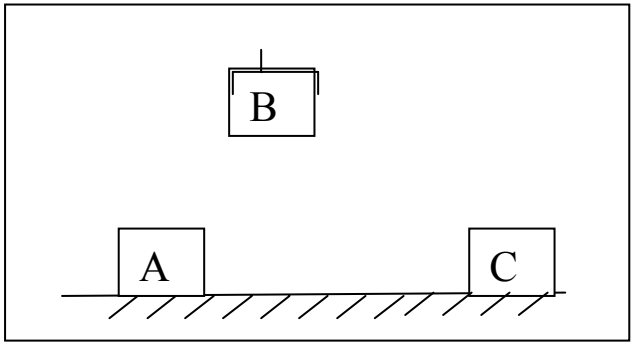
- **(HANDEMPTY，Ontable(A)，Ontable(B), On(C, A), Clear(C), Clear(B))**
  - **R3: Unstack(C, A)**
    - **HENDEMPTY ∧ On(x, y) ∧ Clear(x)→ Holding(x), Clear(y)**
- **(Holding(C)，Ontable(A)，Ontable(B), Clear(B), Clear(A))**



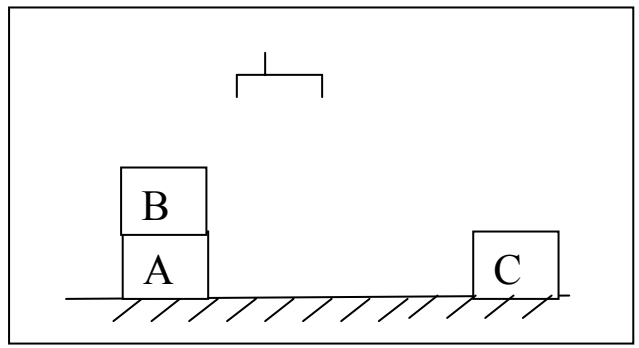
- (Holding(C)，Ontable(A)，Ontable(B), Clear(B), Clear(A))
  - R2: Putdown(c)
    - Holding(x) → HENDEMPTY , Ontable(x), Clear(x)
- (HANDEMPTY，Ontable(A)，Ontable(B), Ontable(C), Clear(A), Clear(B), Clear(C)



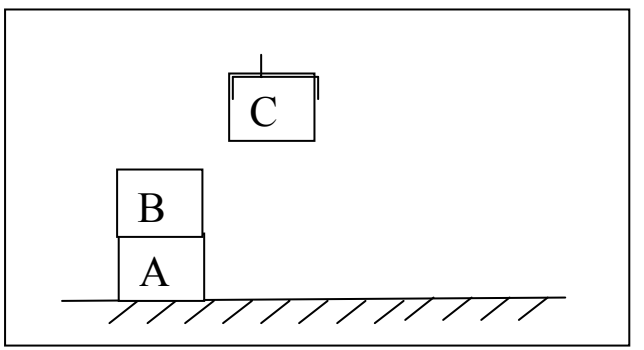
- **(HANDEMPTY，Ontable(A)，Ontable(B), Ontable(C), Clear(A), Clear(B), Clear(C)**
  - **R1: Pickup(B)**
    - **HENDEMPTY ∧ Ontable(x) ∧ Clear(x) → Holding(x)**
- **(Holding(B), Ontable(A)，Ontable(C), Clear(A), Clear(C))**



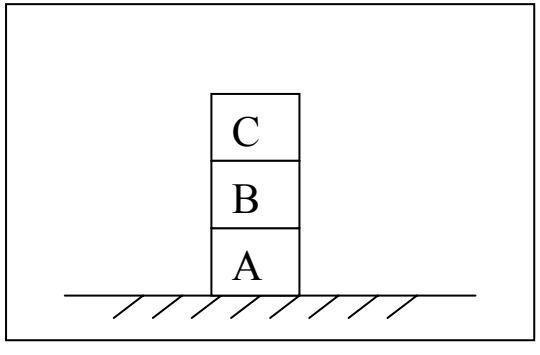
- **(Holding(B), Ontable(A)，Ontable(C), Clear(A), Clear(C))**
  - **R4: Stack(B, A)**
    - **Holding(x) ∧ Clear(y) → HENDEMPTY, On(x, y), Clear(x)**
- **(HANDEMPTY, Ontable(A)，Ontable(C), On(B, A), Clear(B), Clear(C))**

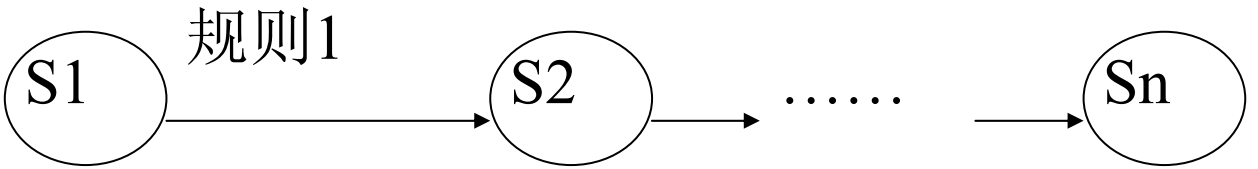


- **(HANDEMPTY, Ontable(A)，Ontable(C), On(B, A), Clear(B), Clear(C))**
  - **R1: Pickup(C)**
    - **HANDEMPTY ∧ Ontable(x) ∧ Clear(x) → Holding(x)**
- **(Holding(C), Ontable(A)，On(B, A), Clear(B))**



- **(Holding(C), Ontable(A)，On(B, A), Clear(B))**
  - **R4: Stack(C, B)**
    - **Holding(x) ∧ Clear(y) → HENDEMPTY, On(x, y), Clear(x)**
- **(HANDEMPTY, Ontable(A)，On(B, A), On(C, B), Clear(C))**




S1
规则1
S2
……
Sn

反向推理

- 基本思想：
  - 首先选定一个假设目标，然后寻找支持该假设的证据；
  - 若所需的证据都能找到，则说明原假设是成立的；
  - 若无论如何都找不到所需要的证据，说明原假设不成立，此时需要另作新的假设。

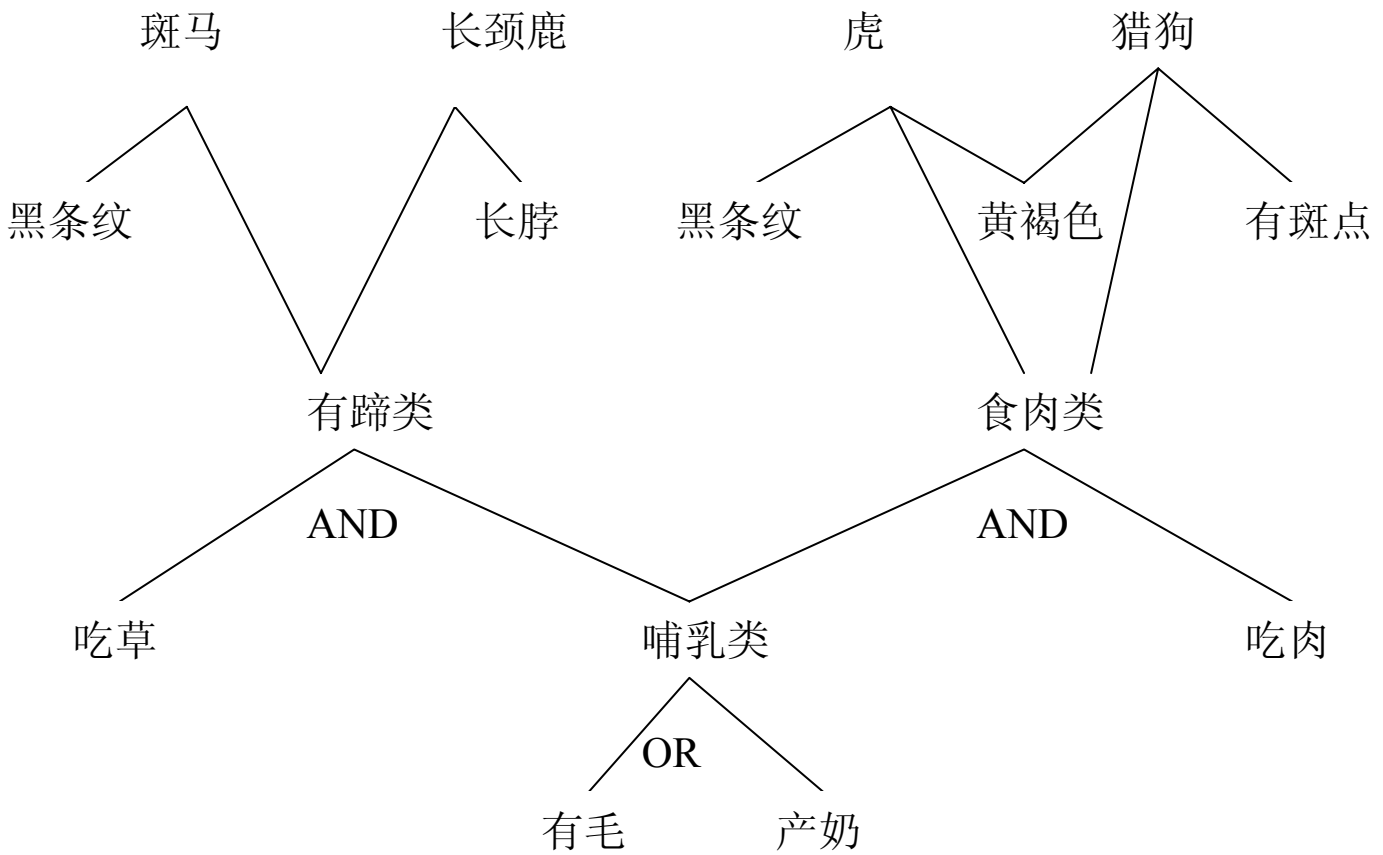
算法

- **(1)** 提出要求证的目标(假设)；
- **(2)** 检查该目标是否已在数据库中，若在，则该目标成立，成功地退出推理或者对下一个假设目标进行验证；
  否则，转下一步；
- **(3)** 判断该目标是否是证据，若是，则询问用户；
  否则，转下一步；
- **(4)** 在知识库中找出所有能导出该目标的规则，形成适用规则集**KS**，然后转下一步；
- **(5)** 从**KS**中选出一条规则，并将该规则的条件作为新的假设目标，然后转**(2)**。

动物世界

- 规则:
  - **R1**：动物有毛 → 哺乳类
  - **R2**：动物产奶 → 哺乳类
  - **R3**：哺乳类 ∧ 吃肉 → 食肉类
  - **R4**：哺乳类 ∧ 吃草 → 有蹄类
  - **R5**：食肉类 ∧ 黄褐色 ∧ 有斑点→ 猎狗
  - **R6**：食肉类 ∧ 黄褐色 ∧ 黑条纹→ 虎
  - **R7**：有蹄类 ∧ 长脖 → 长颈鹿
  - **R8**：有蹄类 ∧ 黑条纹 → 斑马

规则集的树表示

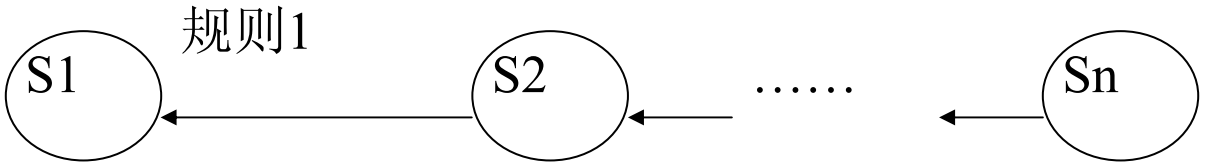


- 问题：
  - 观察到一种动物是{有毛，吃草，黑条纹}，问是不是斑马？

- 推理过程：
  - 寻找结论是斑马的规则，看它的条件部分是否可以被当前综合数据库满足。如果是，则结束；
  - 否则，看哪些条规则能推出这些条件（规则的结论与这些条件匹配）。
  - 重复这个过程。

具体推理过程

- {有毛，吃草，黑条纹}
  - **R1**：动物有毛 → 哺乳类
  - **R2**：动物产奶 → 哺乳类
  - **R3**：哺乳类 ∧ 吃肉 → 食肉类
  - **R4**：哺乳类 ∧ 吃草 → 有蹄类
  - **R5**：食肉类 ∧ 黄褐色 ∧ 有斑点→ 猎狗
  - **R6**：食肉类 ∧ 黄褐色 ∧ 黑条纹→ 虎
  - **R7**：有蹄类 ∧ 长脖 → 长颈鹿
  - **R8**：有蹄类 ∧ 黑条纹 → 斑马


规则1
S1
S2
……
Sn

反向推理的特点

- 优点：
  - 不必使用与目标无关的知识，目的性强；
  - 有利于向用户提供解释。

- 缺点：
  - 初始目标的选择有盲目性，若不符合实际，就要多次提出假设，影响到系统的效率。

- 注意
  - 向前推理是从事实到目标的推理，称为数据驱动的推理;
  - 向后推理是从假设目标为真，再用事实证明这个目标为真，称为目标驱动的推理;
  - 向前推理还是向后推理，由问题决定:
    - 向前推理: 机器人规划，程序自动设计;
    - 向后推理: 诊断问题。

混合推理

- 正向推理
  - 具有盲目、效率低等缺点，可能推出许多与问题求解无关的子目标;
- 逆向推理
  - 若提出的假设目标不合适，也会降低系统的效率。

- 正向推理 +逆向推理?
- 混合推理

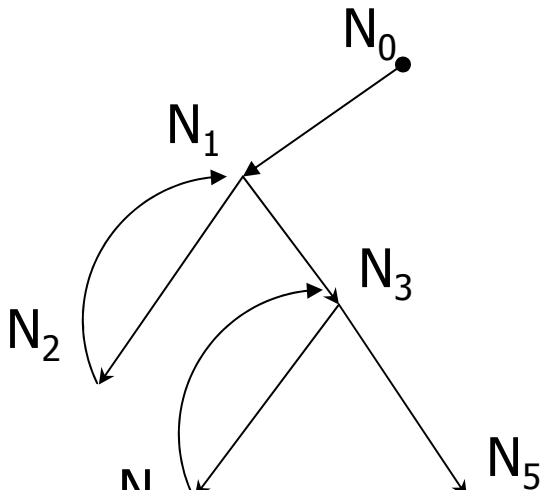
- 产生式系统的描述
- 推理
- 控制策略
- 两类特殊的产生式系统
- 基于规则的演绎系统

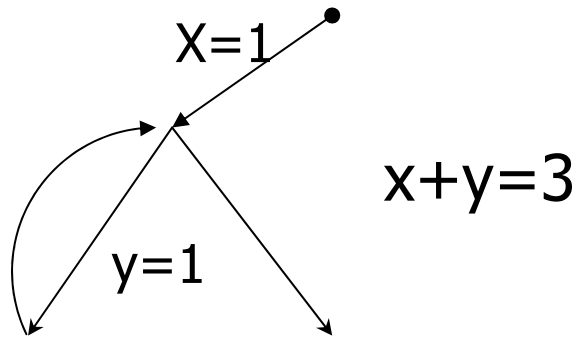
控制策略

- 选取规则的原则称为控制策略；

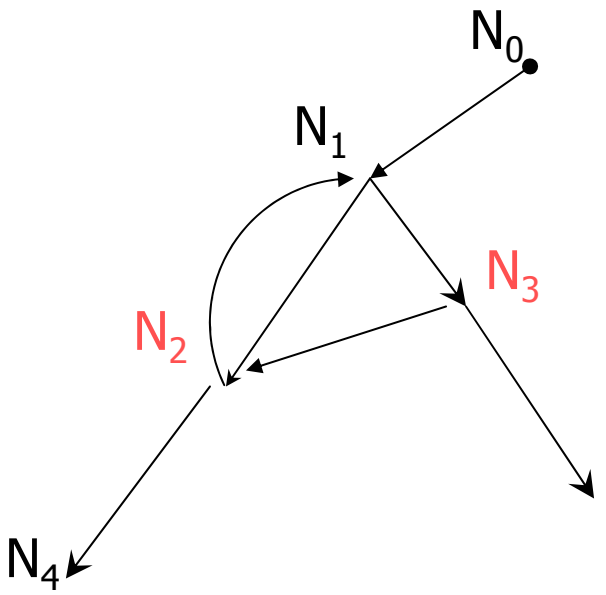
- 不可撤回的控制策略：
  - 在任意时刻，如果从被激励的规则集中选择点燃的规则都是合适的，即，使用这条规则所求的解，一定在全局解的路径上。
  - 特点：局部解与全局解是一致的。

- 试探性控制策略
  - 使用某条规则时，必须为以后应用另一条规则做好准备；
  - 回溯型：
    - 特点：每个被放弃的状态，可以保证不在解路上。





- 图搜索
  - 任一个暂时放弃的状态，将来都可能被重新使用；



- 注意：
  - 效率最高：不可撤回的控制策略
  - 效率最低：图搜索

冲突删除策略

- 规则的状态：
  - **建议**：如果某规则的部分条件与综合数据库匹配，此规则处于建议状态。
  - **激励**：如果某规则的全部条件与综合数据库匹配，此规则处于激励状态。
  - **点燃**：根据策略从激励的规则中选取一个执行，称此规则被点燃。

- 当激励的规则多于一条时，选择哪条点燃，策略有两种：
  - 领域相关: 启发式知识
  - 领域无关: 冲突删除策略(并不是严格领域无关)

冲突删除策略

- 重要性排序
  - 产生式规则事先按照重要性排序;
  - 当多条规则被激励时，选择最重要的规则点燃。

- 特殊排序
  - 更特殊的规则先执行。
  - 尺寸排序：条件多的先执行。
    - **R1：A∧B∧C → ……**
    - **R2：D∧E → ……**
    - 先执行**R1.**
  - 包含排序：两个规则的条件部分，一个是另一个的子集，执行全集的那条**(**尺寸排序的特例**)**
    - **R1：A∧B∧C → ……**
    - **R2：A∧B → ……**
    - 先执行**R1.**

- 新旧排序
  - 如果规则的获取时间不同，新得到的知识比旧知识更先点燃。
- 匹配程度排序
  - 非确定性匹配中，如果有加权的情况，按照规则的权值大小排序。

- 数据排序
  - 重要性排序：
    - 对知识元事先按重要性排序。
    - 被激励的规则的条件部分第一个文字在综合数据库中的重要性，决定点燃的规则。
    - 例：**{A，B，C，D，E}**
      - **R1：A∧D∧E → ……**
      - **R2：B∧C → ……**
      - 先执行**R1.**
  - 新旧排序：新进入综合数据库的数据优先级高。

- 注意：上述策略有时合起来用是矛盾的;
  - 例如尺寸排序和数据排序;
  - 论域知识很重要;

- 产生式系统的描述
- 推理
- 控制策略
- 两类特殊的产生式系统
- 基于规则的演绎系统

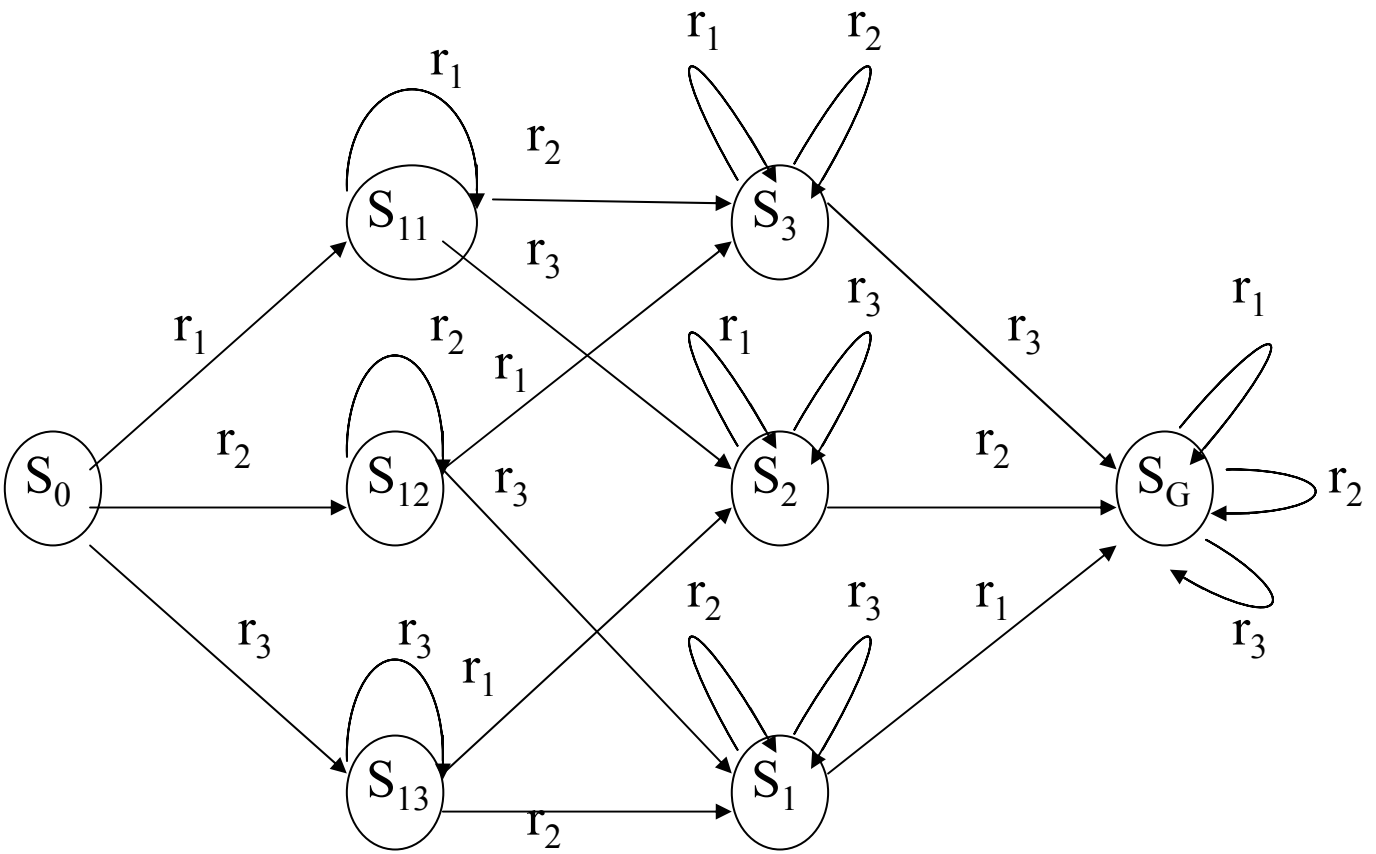
两类特殊的产生式系统

- 可交换产生式系统
- 可分解产生式系统

可交换产生式系统

- 使用规则的次序不影响产生的结果;
- 例子:
  - **r1—r2—r3**
    - **r1—r3—r2**
    - **r2—r1—r3**
    - **r2—r3—r1**
    - **r3—r1—r2**
    - **r3—r2—r1**

例子

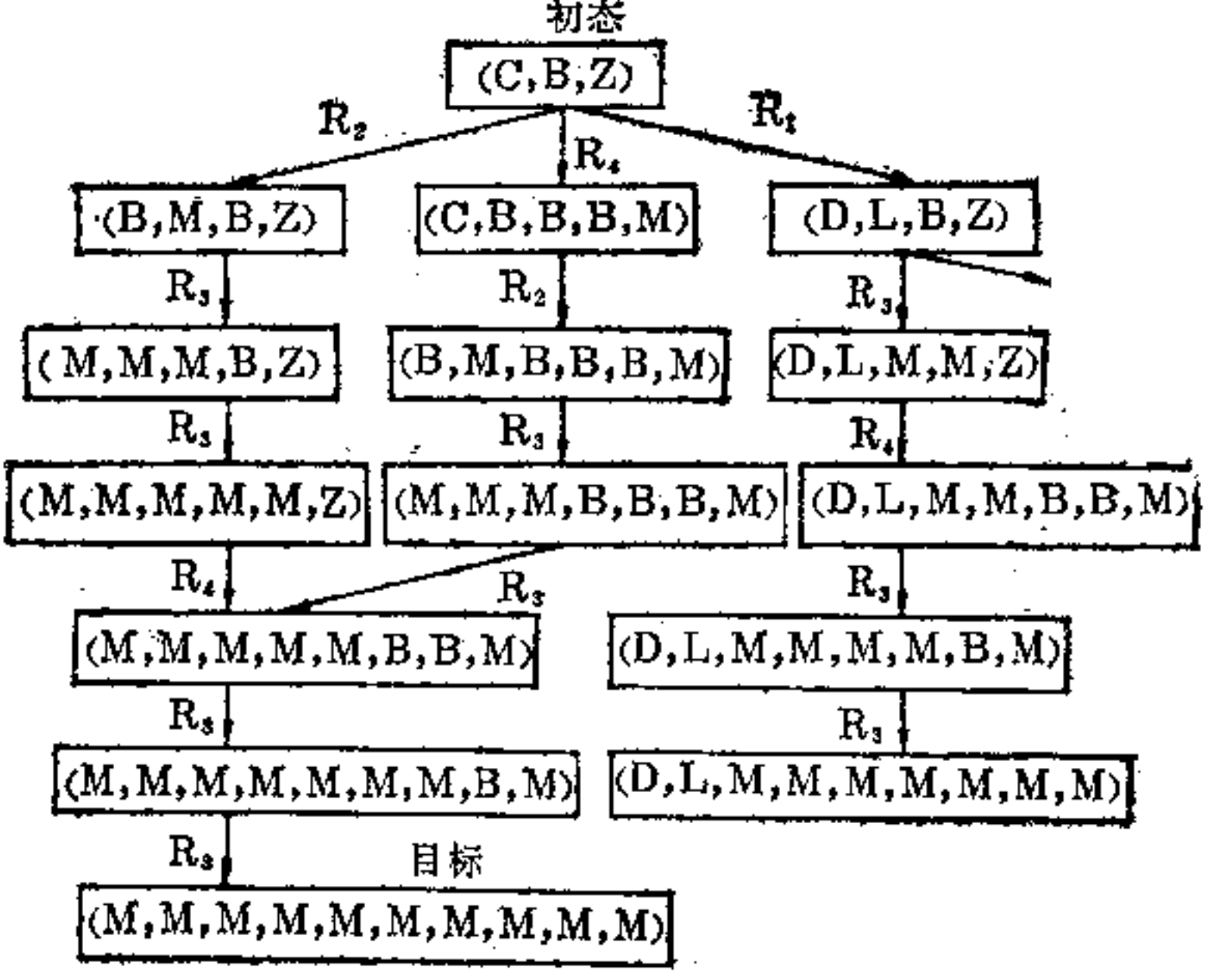

r1
r2
r1
r2
S11
S3
r3
r1
r2
r3
r1
r3
r1
r2
r1
r3
S0
r2
S12
S2
r2
SG
r2
r3
r3
r2
r3
r1
r3
r1
S13
S1
r2
r3

- 如果一个产生式系统对任意数据库都满足如下条件，则称这个产生式系统是可交换的:
  - 令**R**是可作用于数据库**D**的规则集，$r_i \in R$作用于**D**产生**D'**，则**R**中的任一条规则均可作用于**D'**。
  - 如果**D**满足目标条件，那么可作用于**D**上的任一条规则，作用于**D**后产生**D'**，也满足目标条件。
  - 令**R**是可作用于数据库**D**的规则集，对数据库**D'**来说，使用规则$r_i \in R$的顺序不影响从**D** 到**D'**。

- 特点
  - 可交换产生式系统可以采用不可撤回的控制策略；但相反不成立；
  - 纯粹的可交换产生式系统一般不存在，但一个系统的局部可能满足这个条件；由于句不使用不可撤回的控制策略，因此，效率高；

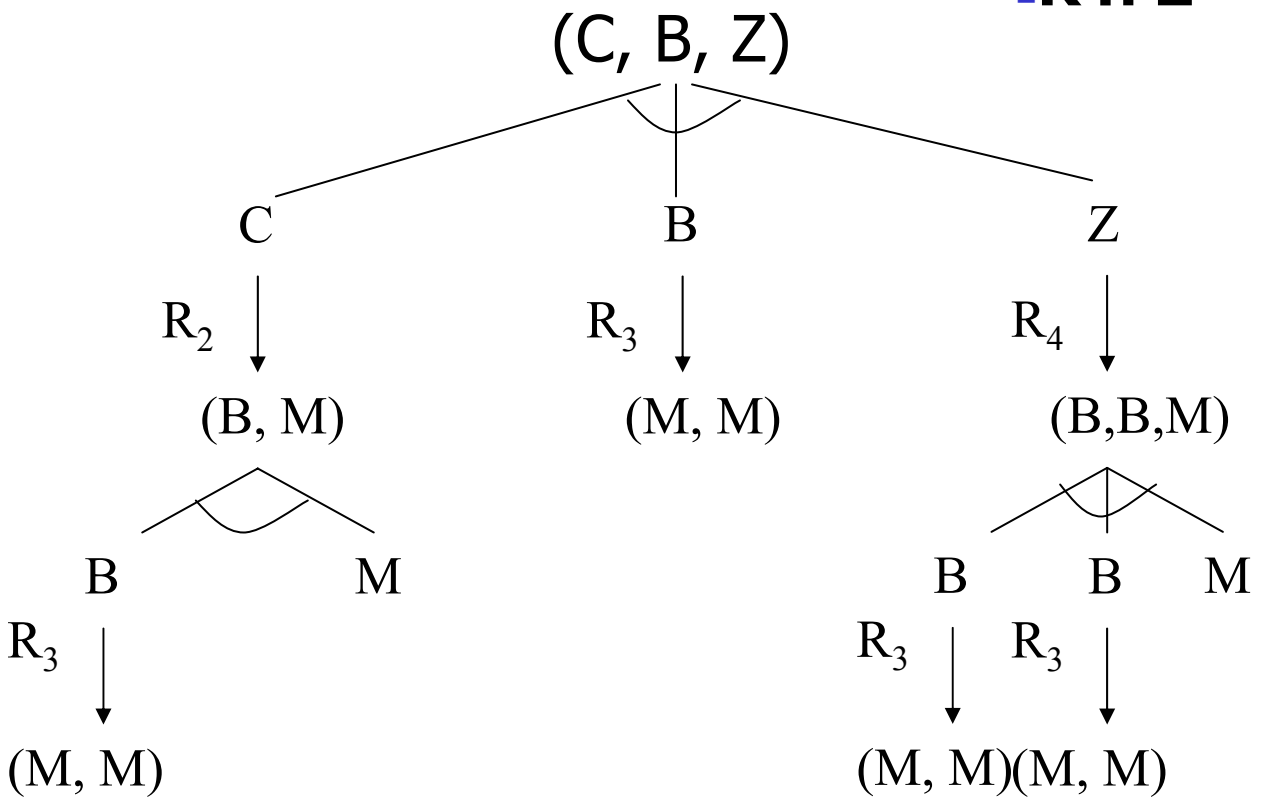
可分解产生式系统

- 例子:
  - 初始数据库: （**C, B, Z**）
  - 目标数据库: （**M, M,……M**）
  - 规则:
    - **R1: C → (D, L)**
    - **R2: C → (B, M)**
    - **R3: B → (M, M)**
    - **R4: Z → (B, B, M)**


初态
(C,B,Z)
R2
R4
R1
(B,M,B,Z)
(C,B,B,B,M)
(D,L,B,Z)
R3
R2
R3
(M,M,M,B,Z)
(B,M,B,B,B,M)
(D,L,M,M,Z)
R3
R3
R4
(M,M,M,M,M,Z)
(M,M,M,B,B,B,M)
(D,L,M,M,B,B,M)
R4
R3
R3
(M,M,M,M,M,B,B,M)
(D,L,M,M,M,M,B,M)
R3
R3
(M,M,M,M,M,M,M,B,M)
(D,L,M,M,M,M,M,M,M)
R3
目标
(M,M,M,M,M,M,M,M,M,M)

- **R1: C → (D, L)**
- **R2: C → (B, M)**
- **R3: B → (M, M)**
- **R4: Z → (B, B, M)**

将初始数据库分成几个独立的部分：



可分解产生式系统

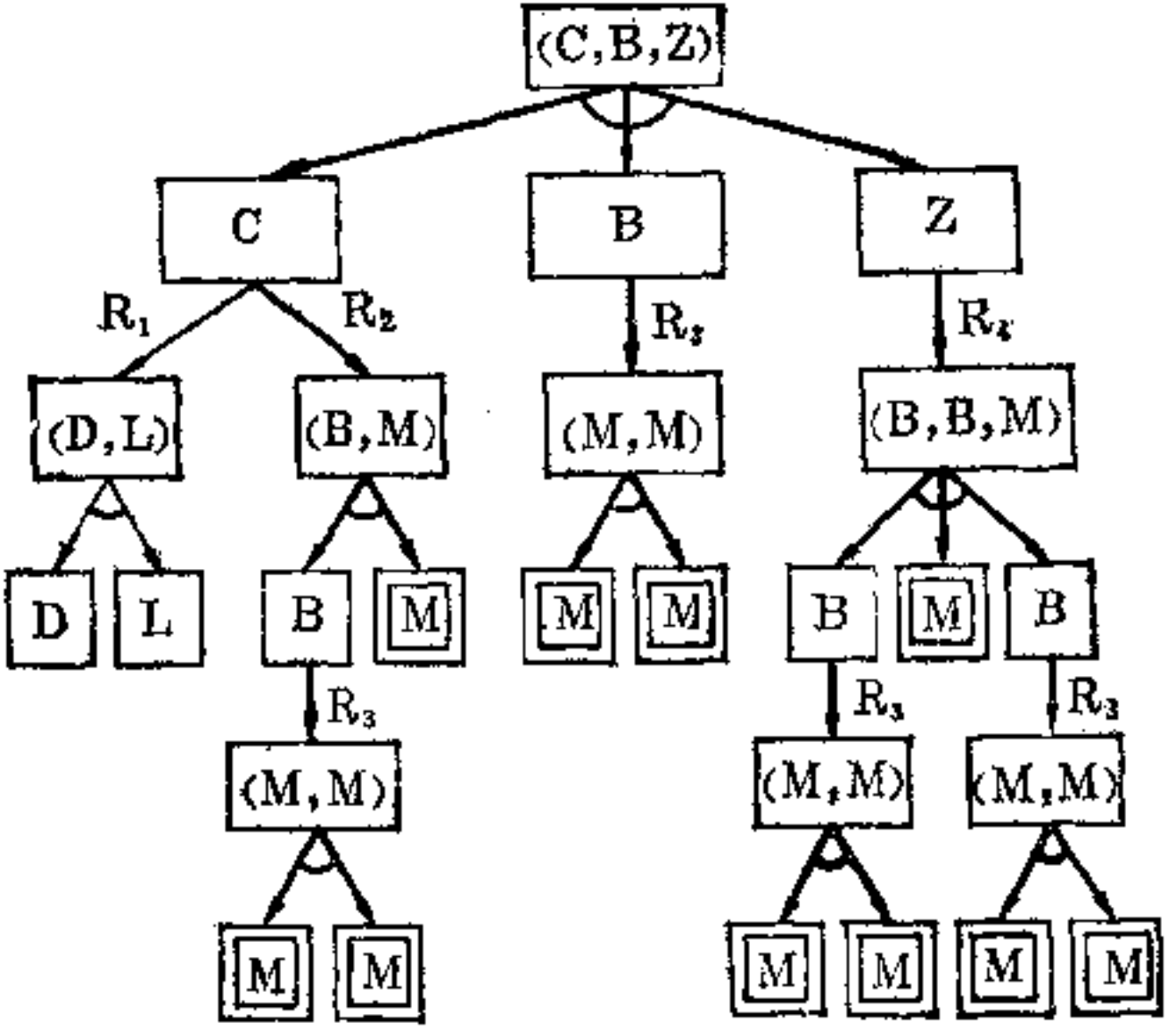
- 定义：
  - 如果一个系统可将其数据库分为几个子数据库，并通过规则作用于子数据库，而达到目标，这个系统称为可分解产生式系统。

SPLIT算法：

- 1. DATA←初始数据库；
- 2. $\{D_i\}$←DATA的分解表示。每个D_i为一个子数据库；
- 3. 直到所有D_i满足结束条件。

  - 3.1 从$\{D_i\}$中选择不满足结束条件的数据库D*；
  - 3.2 从$\{D_i\}$中删除D*；
  - 3.3 选择一条可作用于D*的规则R；
  - 3.4 D←R作用于D*所产生的结果；
  - 3.5 $\{d_i\}$←D的分解表示；
  - 3.6 将$\{d_i\}$加入$\{D_i\}$中；

- 注意：
  - 如果一个问题使用**SPLIT**算法可以终止，则这个问题是可分解的，否则是不可分解的；
  - 关键在于**3.3**, 即如何用控制策略选择规则;
  - 具体来说，数据库如何分解，是领域相关的。
  - 分解的一个好处是可用分布式系统求解。

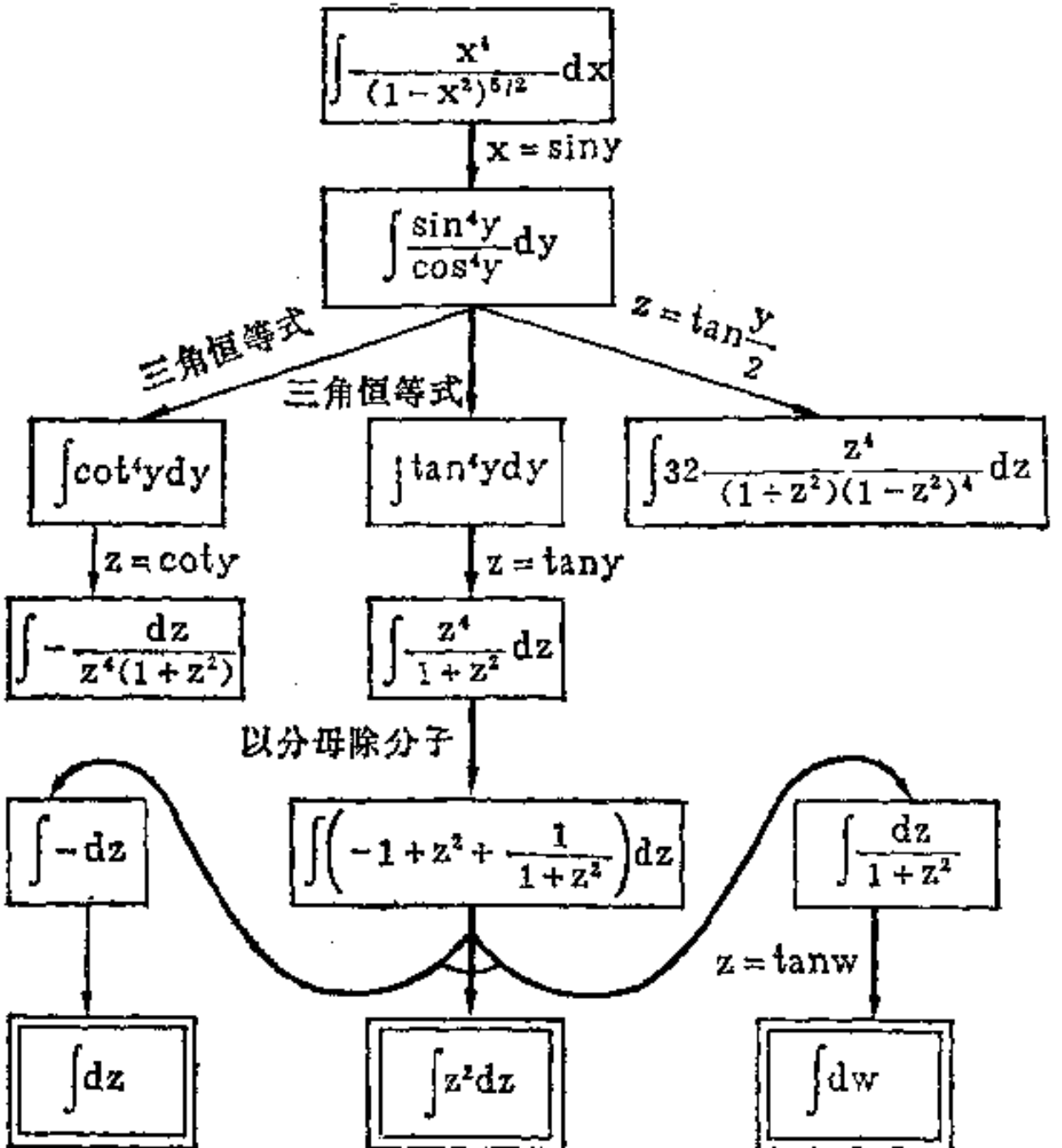

(C,B,Z)
C
B
Z
R1
R2
R3
R4
(D,L)
(B,M)
(M,M)
(B,B,M)
D
L
B
M
M
M
B
M
B
R3
R3
(M,M)
(M,M)
M
M
M
M
M
M

可分解产生式系统应用

- **Slagle, 1963,** 符号积分程序**SAINT**
  - 产生式求解系统
  - 输入**:** 不定积分题目
  - 输出**:** 积分结果
  - 例子**:**
    - **∫xsin3xdx**
    - **1/9(sin3x) – 1/3(xcos3x)**

- 产生式规则集：
  - 分部积分规则：
    - $\int udv \rightarrow u\int dv - v\int du$
  - 和式分解规则：
    - $\int (f(x)+g(x))dx \rightarrow \int f(x)dx + \int g(x)dx$
  - 因子规则：
    - $\int kf(x)dx \rightarrow k\int f(x)dx$
  - 相除化简变换：
    - $\int z^4/(z^2+1)dz \rightarrow \int[(z^2-1) + 1/(z^2+1)]dz$

- 由于任意一个含有积分和式的表达式均可分解为若干个单独的积分式，每一个积分式又可单独进行求解，因此可以看成是一个可分解产生式系统.


$\int \frac{x^4}{(1-x^2)^{5/2}} dx$
$x = \sin y$
$\int \frac{\sin^4 y}{\cos^4 y} dy$
三角恒等式
三角恒等式
$z = \tan\frac{y}{2}$
$\int \cot^4 y dy$
$\int \tan^4 y dy$
$\int 32 \frac{z^4}{(1+z^2)(1-z^2)^4} dz$
$z = \cot y$
$z = \tan y$
$\int -\frac{dz}{z^4(1+z^2)}$
$\int \frac{z^4}{1+z^2} dz$
以分母除分子
$\int -dz$
$\int \left(-1+z^2+\frac{1}{1+z^2}\right) dz$
$\int \frac{dz}{1+z^2}$
$z = \tan w$
$\int dz$
$\int z^2 dz$
$\int dw$

产生式系统的应用

- 专家系统——第九次课讲
- 分类： 诊病，故障诊断 ——反向推理为主
- 规划： 机器人规划，自动程序设计、自动电路设计等——

  —正向推理为主

一种特殊的产生式系统
——自适应产生式系统

- 自适应的产生式系统：
  - 能够在问题解决的过程中建构新的产生式规则，并把这些规则加到它的“记忆”中去，从而能更加有效地解决问题。

例子:

- 一个学生由于迟到而没有听到老师的讲课；但他看了其他的学生的讲课笔记；在课后的测试中，这个迟到的学生正确地完成了所有的测试题。

- 产生式系统的描述
- 推理
- 控制策略
- 两类特殊的产生式系统
- 基于规则的演绎系统

基于规则的演绎系统

- 自动定理证明的方法的问题：
- 子句表示指使得三大问题（归结方法的缺点）
  - **与自然语言和思维习惯差别太大，不便于阅读与理解；**

    例如：
    - “鸟能飞”：**$(\forall x)(Bird(x) \rightarrow fly(x))$**
    - 子句：**$\sim Bird(x) \vee fly(x)$**
    - 不够直观、自然

- 有可能丢失一些重要的控制信息
  - (~A∧~B)→C
  - (~A∧~C)→B
  - (~B∧~C)→A
  - ~A→(B∨C)
  - ~B→(A∨C)
  - ~C→(A∨B)
  - 子句: A ∨ B ∨ C

- 在演算时会产生大量冗余
  - 例如：
  - 子句集 ~P ∨~ Q， ~P ∨~R，~S ∨P， ~U ∨S， U，~W ∨R，W
  - 可以证明，存在一个反演。
  - 如果选C_0= ~P ∨~ Q 作为顶子句，则无论如何也推不出空子句，因为：去掉~P ∨~ Q 剩余的字句不相容。
  - ~P ∨~ Q 作为顶子句将导致冗余。

产生式系统推演

- 主要讨论基于规则的推演的形式描述方法；

- 特点：
  - 将一个被证定理的条件与结论分别表示；
  - 将证明这个定理可使用的合理定义和已知的定理单独表示；

- 例如：

(A)吃草 $\wedge$ **(B)**有黑白斑 $\rightarrow$ **(C)**斑马

基于规则的推演分为两个对称类

- 正向推演——证明子句集为不相容式（子句为合取式，利用**Skolem**函数消去∃量词）；
- 反向推演——证明子句集为用真式（子句为析取式，利用**Skolem**函数消去∀ 量词）；

使用如下术语

- 被证明的条件：事实
- 被证明的结论：目标
- 已知定义、公理和定理：规则

- 基于规则的演绎系统(与/或形演绎推理)
  - **Nilson**
- 事实, 规则, 目标
- 分类
  - 正向演绎
  - 反向演绎
  - 双向演绎

正向演绎

- 事实的表示：
  - 已知事实用不含蕴含符号“→”的与／或树形表示。
  - 与或形
    - 无量词约束
    - 否定符只作用于单个文字
    - 只有“与”(∧)、“或”(∨)

- 例子:

$$(\exists u)(\forall v)(Q(v, u)\wedge\sim((R(v)\vee P(v))\wedge S(u, v)))$$

$$\Rightarrow (\exists u)(\forall v)\,(Q(v, u)\wedge((\sim R(v)\wedge\sim P(v))\vee\sim S(u, v)))$$

$$\Rightarrow Q(v, a)\wedge((\sim R(v)\wedge\sim P(v))\vee\sim S(a, v))$$

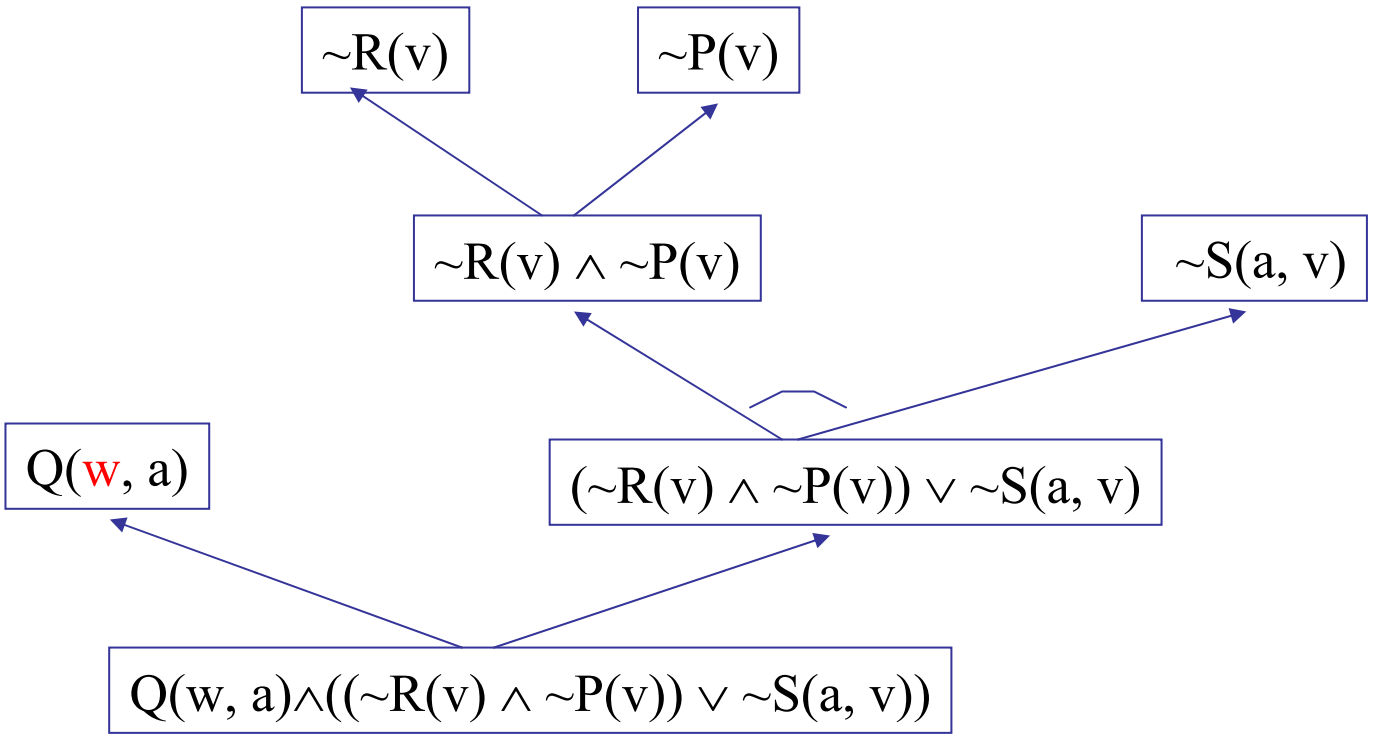
Skolem化

$$\Rightarrow Q(w, a)\wedge((\sim R(v)\wedge\sim P(v))\vee\sim S(a, v))$$

主合取元变量换名

事实的与或树表示

Q(w, a)∧((~R(v) ∧ ~P(v)) ∨ ~S(a, v))



解图集： **Q(w, a), ~R(v)∨~S(a, v), ~P(v)∨~S(a, v)**

规则表示：

- 规则的形式(F规则)：**L → W**

  其中，**L**是单文字集合的析取式，

  W是~、 ∧与、 ∨或形，变量受全称量词约束

- 一个规则可以化为多个规则，以使规则的左部只有一个文字

- 例： $(\forall x)((\exists y)(\forall z)P(x, y, z)) \rightarrow (\forall u)Q(x, u))$

  $=> (\forall x)(\sim ((\exists y)(\forall z)P(x, y, z)) \vee (\forall u)Q(x, u))$

  $=> (\forall x)((\forall y)(\exists z)\sim P(x, y, z) \vee (\forall u)Q(x, u))$

  $=> (\forall x)(\forall y)(\exists z)\ (\forall u)(\sim P(x, y, z) \vee Q(x, u))$

  $=> \sim P(x, y, f(x, y)) \vee Q(x, u)$

  $=> P(x, y, f(x, y)) \rightarrow Q(x, u)$

- 例： $(L1 \vee L2) \rightarrow W \Rightarrow L1 \rightarrow W$ 和 $L2 \rightarrow W$

$(L1 \vee L2) \rightarrow W = \sim (L1 \vee L2) \vee W = (\sim L1 \vee W) \wedge (\sim L2 \vee W)$

对于命题逻辑的情况

- 目标表示：
  化为析取式

- 例：

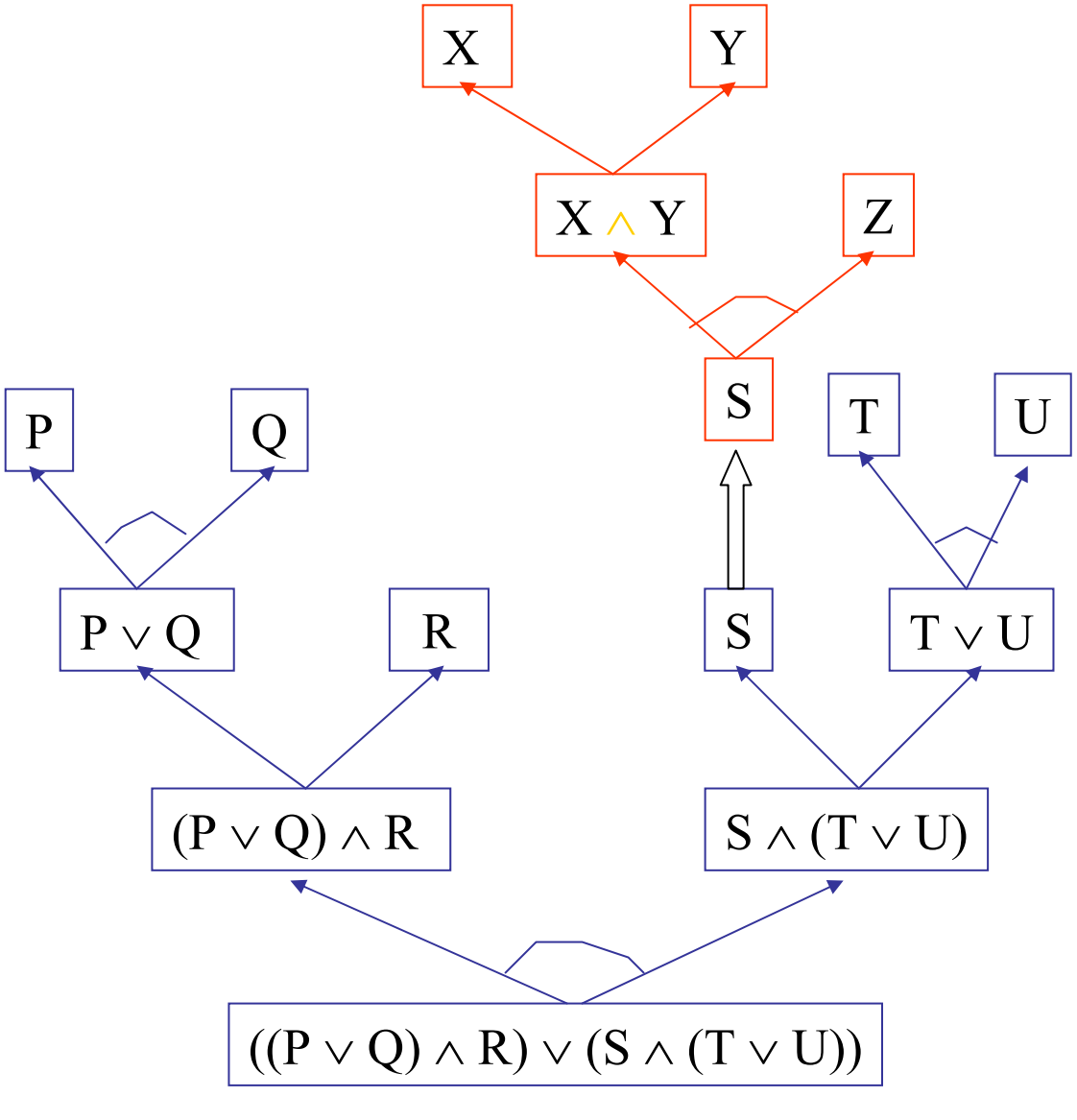
  事实：$((P \vee Q) \wedge R) \vee (S \wedge (T \vee U))$

  规则：$S \rightarrow (X \wedge Y) \vee Z$

  目标：$P \vee Q \vee S$，$P \vee Q \vee T \vee U$，$S \vee R$，$R \vee T \vee U$，
  $P \vee Q \vee X \vee Z$，$P \vee Q \vee Y \vee Z$，
  $P \vee Q \vee T \vee U$，$R \vee X \vee Z$，$R \vee Y \vee Z$，$R \vee T \vee U$

结束条件

- 结束条件
  - 找到一个终止在目标节点上的解图;



P∨ Q∨ S
P∨ Q∨ T∨ U
S∨ R
R∨ T∨ U
P∨ Q∨ X∨ Z
P∨ Q∨ Y∨ Z
P∨ Q∨ T∨ U
R∨ X∨ Z
R∨ Y∨ Z
R∨ T∨ U

规则的子句：

$S \rightarrow (X \wedge Y) \vee Z$

=> $\sim S \vee (X \wedge Y) \vee Z$

=> $\sim S \vee X \vee Z$

$\sim S \vee Y \vee Z$

结论：加入规则后得到的解图，是事实与规则对应子句的归结式

例：

事实：$A \vee B$

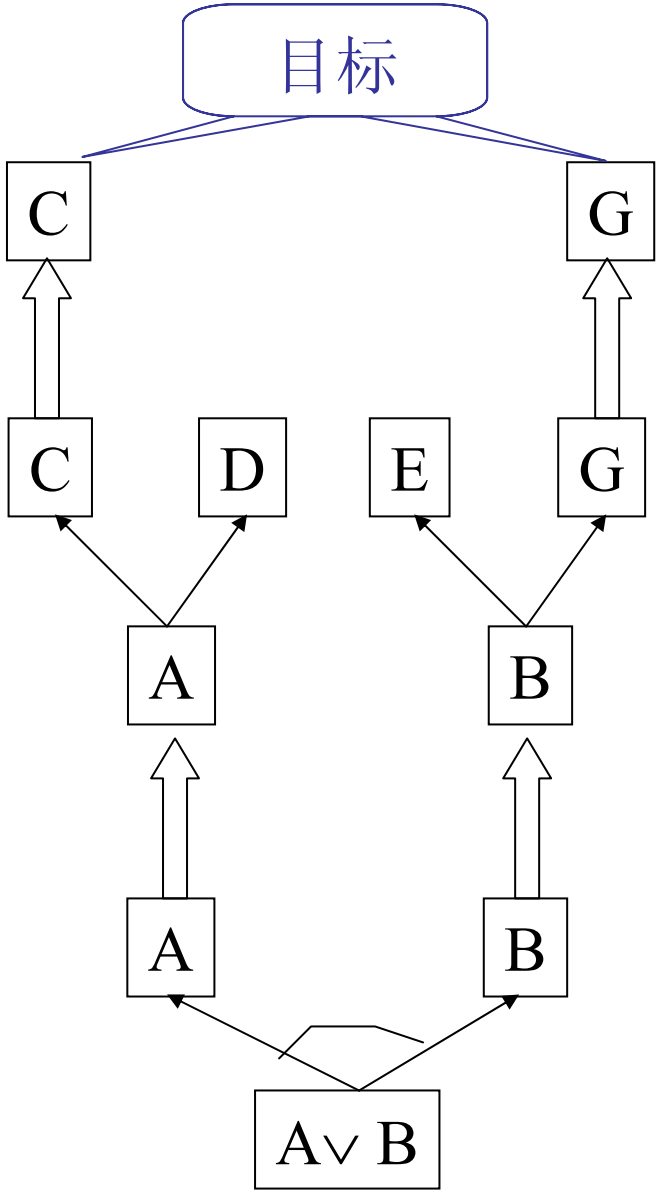
规则集：

$A \rightarrow C \wedge D$

$B \rightarrow E \wedge G$

目标公式：

$C \vee G$



对于谓词逻辑的情况

- 目标用**Skolem** 化的对偶形式，即：
  - 消去全称量词，用**Skolem**函数代替
  - 保留存在量词
  - 对析取元作变量换名

例：$(\exists y)(\forall x)(P(x, y) \vee Q(x, y))$

$\Rightarrow (\exists y)(P(f(y), y) \vee Q(f(y), y))$

$\Rightarrow P(f(y_1), y_1) \vee Q(f(y_2), y_2)$ 换名

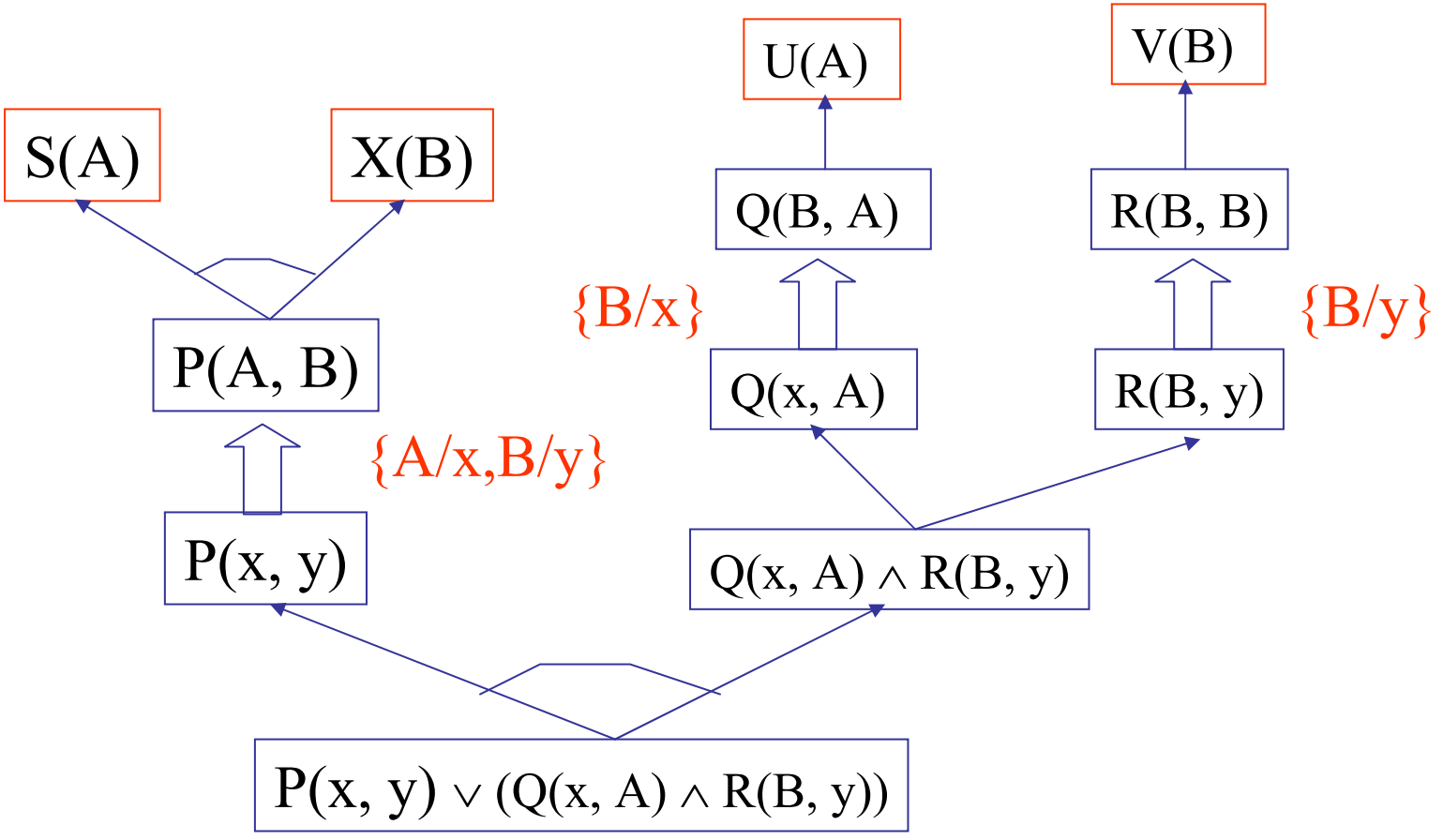
例：事实：$P(x, y) \vee (Q(x, A) \wedge R(B, y))$

规则集：$P(A, B) \rightarrow (S(A) \vee X(B))$

$Q(B, A) \rightarrow U(A)$

$R(B, B) \rightarrow V(B)$

目标：$S(A) \vee X(B) \vee U(A) \vee V(B)$



一个问题

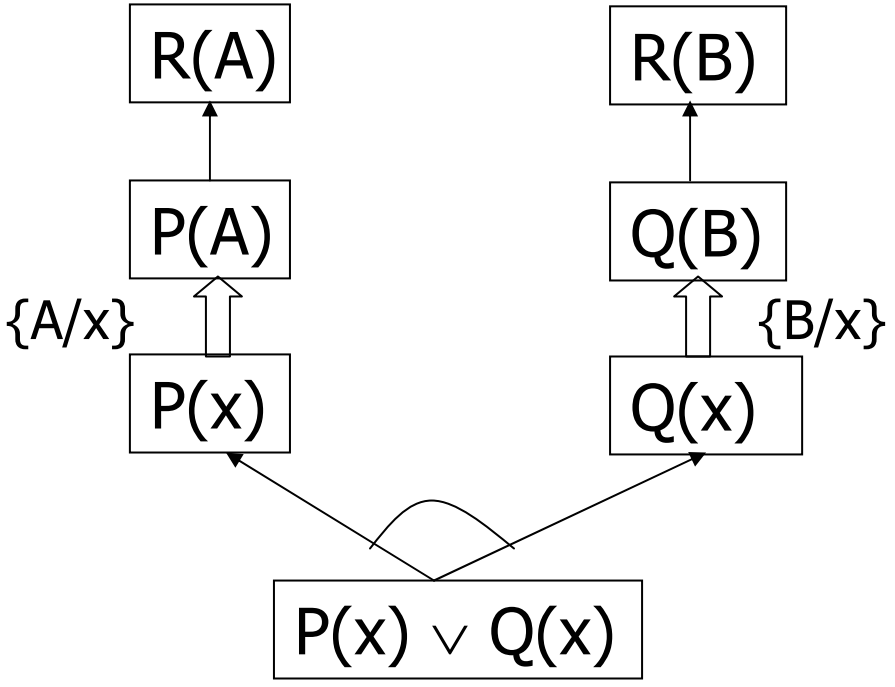
事实: **P(x) ∨ Q(x)**

规则: **P(A) → R(A)**

Q(B) → R(B)

目标: **R(A) ∨ R(B)**

- 置换是否相容?



一致解图

- 如果一个解图中所涉及的置换是一致的，则该解图称为一致解图。

- 设有置换集$\{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$，其中$u_i=\{t_{i1}/v_{i1}, \ldots, t_{im(i)}/v_{im(i)}\}$，定义表达式$U_1=(v_{11}, \ldots, v_{1m1}, \ldots, v_{n1}, \ldots, v_{nm(n)})$，$U_2=(t_{11}, \ldots, t_{1m(1)}, \ldots, t_{n1}, \ldots, t_{nm(n)})$.

  置换集$\{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$称为一致的，当且仅当 U_1和U_2是可合一的。

- U_1、U_2的mgu是$\{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$的合一复合。

例子

u1	u2	U1 和 U2	合一复合
{A/x}	{B/x}	U1=(x, x) U2=(A, B)	不一致
{x/y}	{y/z}	U1=(y, z) U2=(x, y)	{x/y, x/z}
{f(z)/x}	{f(A)/x}	U1=(x, x) U2=(f(z), f(A))	{f(A)/x, A/z}
{x/y, x/z}	{A/z}	U1=(y, z, z) U2=(x, x, A)	{A/x, A/y, A/z}

正向演绎系统小结

- 事实表达式为与或形
- 规则形式：**L → W,** 其中**L**为单文字集合的析取式， **W**是~、 ∧与、 ∨或形，变量受全称量词约束。

- 对于命题逻辑，目标公式为文字析取
- 对事实和规则进行**Skolem**化，消去存在量词，变量受全称量词约束，对主合取元和规则中的变量换名

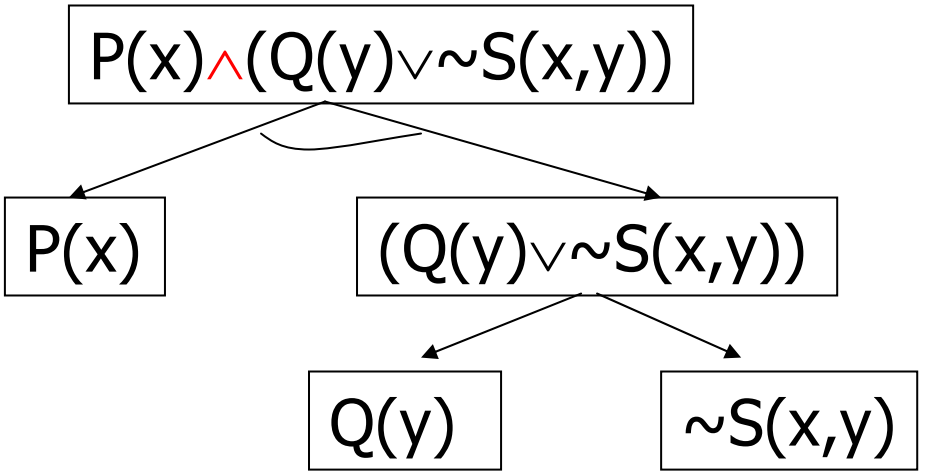
- **对于谓词逻辑，**用“对偶形”对目标进行**Skolem**化，消去全称量词，变量受存在量词约束，对析取元中的变量换名
- 从事实出发，正向应用规则，到得到目标节点为结束的一致解图为止 **(**存在合一复合时，则解图是一致的**)**

反向演绎系统

- 事实表示
  - 合取式
- 规则的表示（**B**规则）
  - **W → L**（读作：欲知**L**的真假，证明**W**的真假）

    其中： **W**为任意一个只用**~**、 ∧、 ∨连接的逻辑公式；

    L是单文字集合的合取式。
  - 可以将规则化为右部只有一个文字的形式，它们之间的关系是“与”的关系，即：形为**W→L1 ∧L2**，则变换为**L→ W1** 和 **L→ W2**



- 目标表示
  - 用“对偶形”对目标进行**Skolem**化，即消去全称量词，变量受存在量词约束，对主析取元中的变量换名
  - 用合取连接符连接

- 终止条件：
  - 包含一个终止于事实节点的一致解图.

反向推演的过程：

- 规则是以右部与目标的叶节点匹配；
- 一般反向推演的事实采用析取式表示。

推演找到目标应该满足三个必要条件：

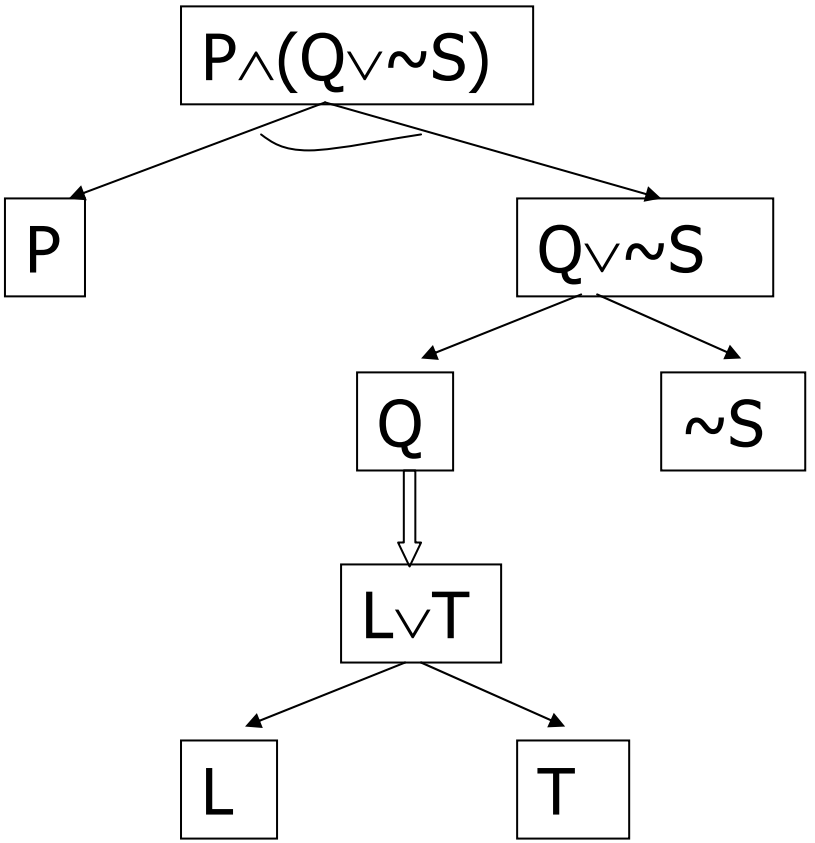
- 从推演后的叶节点开始，寻找**AND**节点，该节点必须于对应的目标**OR**节点匹配，相应地，寻找**OR** 节点，该节点必须于对应的目标**AND**节点匹配。
- 对**AND**节点，则必须保证它的所有出发的枝均达到目标节点，而对**AND**节点，则只需存在一个枝达到目标节点。
- 对**AND**节点中的一个枝，如果于另一个**AND**节点中的一个枝构成互补对，则这两个节点同样认为达到目标。

反向演绎的例子

事实: **P ∧ L**

规则: **L∨T→Q**

目标: **P∧(Q∨~S)**



双向演绎

- 起因:
  - 正向演绎要求目标公式是文字的析取式，反向演绎推理要求事实公式为文字的合取式，都有一定的局限性.
  - 为克服这些局限性，并充分发挥各自的长处，可进行双向演绎推理。

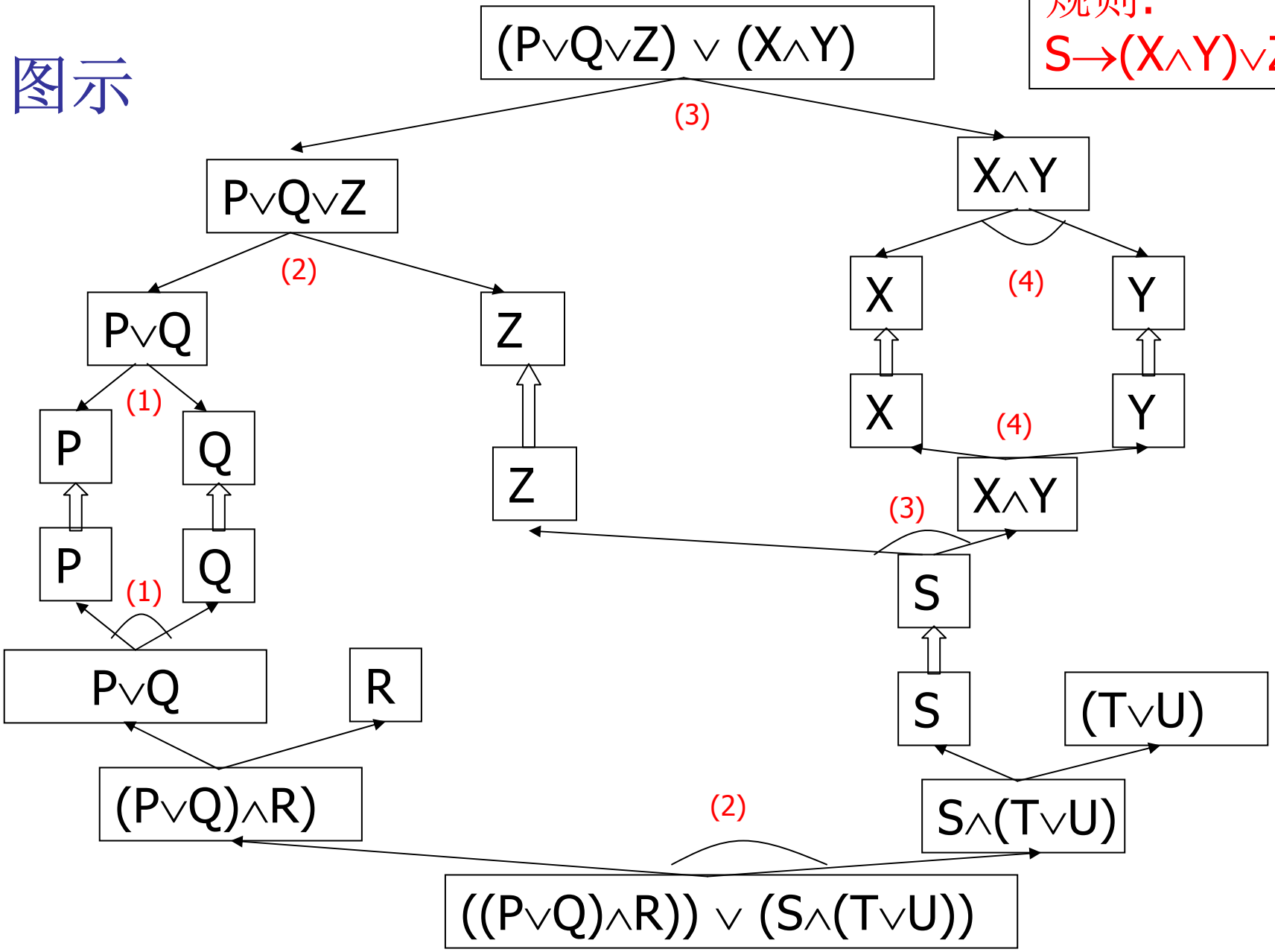
- 对于正向推演可以将目标看作为事实域规则的逻辑结论，如上例容易写出事实和规则的子句集合。

例：

- 事实：　{(P∨Q)∧R)) ∨ (S∧(T∨U) }
- 规则：　S→(X∧Y)∨Z
- 目标：　(P∨Q∨Z) ∨ (X∧Y)

图示

规则:
$S \rightarrow (X \wedge Y) \vee Z$



终止条件

- 解图终止
  - 连接弧与非连接弧对应;
  - 连接弧必须保证所有出发的枝都相接;
  - 非连接弧节点只要保证有一枝相接;
  - 一致;