

# 個別要素法を適用した鉱石圧の数値解析的研究

正員 吉川 孝男\*  
学生員 江藤 哲好\*\*

正員 前田 正広\*

Numerical Study of Ore Pressure on the Hold by Distinct Element Method  
by Takao Yoshikawa, *Member* Masahiro Maeda, *Member*  
Norioyoshi Etoh, *Student Member*

**Key Words:** distinct element method, ore pressure, repose angle, static pressure, dynamic pressure

## 1. 緒言

ばら積み貨物船の構造強度を正確に評価するためには、船倉内に作用する鉱石圧の推定精度を向上させ、作用荷重を正確に評価する必要がある。これまで、有限要素法による解析や土圧の算定式により鉱石圧を推定し、模型試験との比較が行われ、ヤンセンの式を改良した安全側の評価式が船級規則にも採用されている。<sup>1)2)</sup>しかしながら、静的な圧力に関しては、比較的实验値と一致した結果が得られているものの、動的圧力に関しては実験のばらつきも見られ、必ずしも精度の良い算定式とは言えない。

そこで本研究では、個々の鉱石をモデル化し、挙動を追跡できる個別要素法を用いた鉱石圧の推定法に関して検討を行った。個別要素法では、通常二次元円形モデルもしくは二次元球モデルにより粒子をモデル化しており容易に回転が起こり、実際の鉱石は多角形であるため挙動は異なったものとなる。そこで、シミュレーションにより円形粒子と鉱石の挙動と近づけるために、円形粒子の回転を抑制することによって、粒状体の基礎的な性状を表す安息角を一致させた。また、実際に用いられる鉱石では膨大な計算時間を要するので、粒子のサイズを実際の鉱石よりも大きくし、材料定数を計算精度に影響を及ぼさない程度に変化させ計算時間の短縮に努めた。

まず、シミュレーションで用いる二次元円形粒子と、多角形である実際の鉱石との挙動を近づけるため、円形粒子の回転を抑制させることで、粒状体の基礎的な性状を表す安息角を一致させた。

さらに、船倉に作用する静的圧力や傾斜圧力などの計算を行うとともに、過去に行われた模型試験との比較等を行った。

## 2. Janssen 理論

現行の船級ルールでは、採用されている内底板や側壁に作用する鉱石圧は、ヤンセン理論をもとに評価されている。ヤンセン理論においては、直圧力  $\sigma_z$ 、側圧力  $\sigma_y$  は、貨物表面から深さ  $z$  の位置の薄い層  $dz$  に作用する力

の釣り合いから、以下の式で表すことができる。

$$\sigma_z = \frac{\gamma}{C_1 K_0} \{1 - \exp(-C_1 K_0 z)\} \quad (1)$$

$$\sigma_y = K_0 \sigma_z \quad (2)$$

ここに、 $\gamma$  ; 嵩比重量

$$C_1 = 2(a+b) \tan \phi_w / ab$$

$K_0$  : 静止土圧係数 (直応力と側圧力の比)

$\mu = \tan \phi_w$  ; 壁面摩擦係数

$$K_0 = 1 - \sin \phi_i \quad (3) \quad \phi_i ; \text{内部摩擦角}$$

なお、船級ルールにおいては、静止土圧係数は、壁面圧力を安全側に評価するものとして (3) 式で示されるヤンキーの簡易推定式により求められる。また、水平方向加速度を受ける粒状貨物の変動圧も同様の方法を応用することにより導かれる。

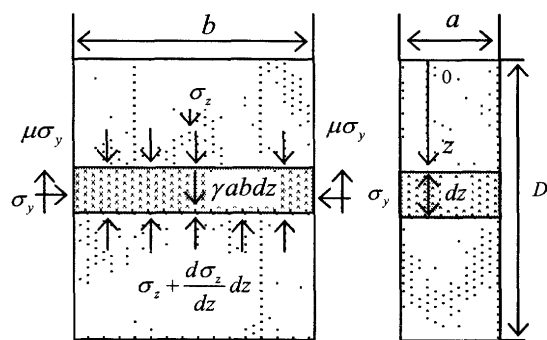


Fig.1 Janssen's theory(static pressure)

## 3. 個別要素法の概要

個別要素法 (Distinct Element Method、以下 DEM) はこれまで土質工学の分野で比較的少ない要素数のモデルに対して用いられてきた。近年の計算機の急速な進歩によって、比較的大きな数の粒子の計算が可能になりつつあり、本研究では鉱石圧の計算に DEM を適用することを考えた。DEM では、動的に粒子の挙動を追跡するために、FEM を用いた鉱石圧の計算では困難であった締め固まりの挙動や、船体運動による動的荷重下での荷重評価が可能となる可能性がある。

本節では、DEM の基本的な定式化および解析手法について説明する。

DEM では、通常は個々の粒子を円形要素、あるいは球

\* 九州大学 大学院 工学研究院

\*\* 九州大学 大学院 工学府

原稿受付 平成 19 年 9 月 29 日

秋季講演会において講演 平成 19 年 11 月 8, 9 日

©日本船舶海洋工学会

形要素で表すが、ここでは、2次元問題として取り扱い、粒子を円形として扱う。1個の粒子に着目すると、その粒子の運動は、Fig.2に示すように、その周りの接触粒子から受ける力によって生じる。

従って、個々の粒子に関して以下の運動方程式が導かれる。

$$m_i \ddot{u}_i + F_i = 0 \quad (4)$$

$$I_i \ddot{\phi}_i + M_i = 0 \quad (5)$$

ここに、 $m_i$ ；要素の質量、 $u_i$ ；要素の並進変位、 $I_i$ ；要素の回転慣性、 $\phi_i$ ；要素の回転変位、 $F_i, M_i$ ；要素に働く力とモーメントの総和である。

また、接触する隣接要素から個々の要素に働く力とモーメントは、以下の式で計算される。

$$\{F_i\} = \begin{Bmatrix} F_i^n \\ F_i^t \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} K_n(u_j^n - u_i^n) \\ K_t(u_j^t - u_i^t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} C_n(\dot{u}_j^n - \dot{u}_i^n) \\ C_t(\dot{u}_j^t - \dot{u}_i^t) \end{Bmatrix} \quad (6)$$

$$\{M_i\} = R_i \times \{K_t(u_j^t - u_i^t) + C_t(\dot{u}_j^t - \dot{u}_i^t)\} \quad (7)$$

ここに、 $K$ ；ばね定数、 $C_n, C_t$ ；減衰係数、添え字  $n, t$ ；要素の中心を結ぶ方向とそれと直角な方向を示す。(Fig.2 参照のこと)

円柱同士の接触点での鉛直方向のばね定数は、ヘルツの接触理論により求めることができる。また、収束解が速く得られるように、本計算では減衰係数としては臨界減衰を与えている。また、個別要素法では集中質量モデルを取り扱うことになるため、時刻歴応答の解析手法としては、陽的手法を用いることができ、粒子間の接触・離反を調べながら、粒子の運動を個々の粒子ごとに計算する。

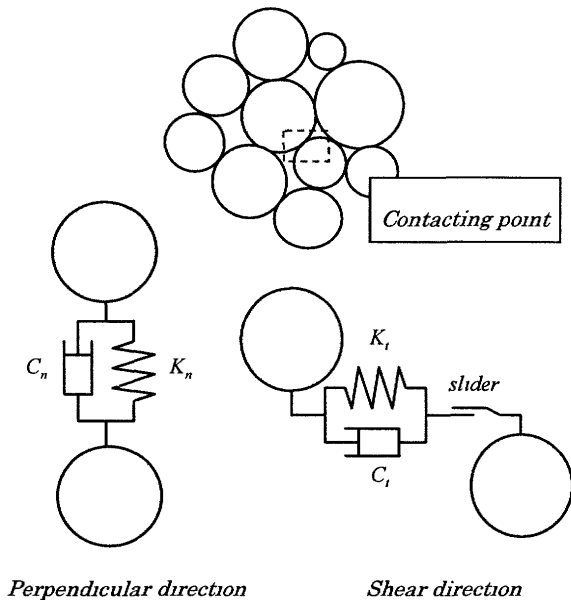


Fig.2 Voigt Model

DEMの概要を以上に示したが、以下に掲げる仮定に基づいて、個々の粒子の微視的挙動を表現し、要素間の相互作用を考慮することにより系全体の巨視的挙動を求めようとする手法である。

- ① 要素は基本的に剛体で、変形は要素の表面（要素間及び要素境界間）のみで生じるものとする。
- ② 変形は境界間及び要素境界間の接触点で代表させ

- るものとし、力は接触点のみで作用するものとする。
- ③ 各要素の挙動は要素重心を代表点として、重心まわりの運動方程式に従うものとする。
- ④ 各要素毎の釣り合いは、接触点における外力を重心まわりの合力として求め、その不釣り合い力を要素の加速度に変換する。
- ⑤ 各接触点では、垂直方向に並列バネ-ダッシュポット系のフォークトモデル (Fig.2 参照) を仮定し、せん断方向にはフォークトモデルにスライダを加えたものを仮定して、要素間の変形を接触力に置換する。

本研究のように円形要素を用いることの利点としては、接触モードが一つしかないために接触判定に必要な情報は、各要素の半径および重心の位置のみで十分であり、各要素間の接触判定を容易にできることである。また、多角形のように頂点回りのモーメントを考える必要もなく、円形要素を用いることによって計算量は激減することができる。

#### 4. DEMによる安息角の計算

ばら積み船で運ばれる鉱石のような粒状体の性質を表す物性値としては、嵩比重、平均粒子径、粒子形状、粒子間摩擦係数、粒子と壁面との間の摩擦係数、粒子のヤング率などがある。

粒状体を円形の粒子でモデル化する DEM を用いた計算では、嵩比重、粒子間摩擦係数、粒子と壁面との間の摩擦係数、粒子のヤング率などは正確に取り扱うことが可能であるが、粒子形状や、平均粒子径を正確に表すことは不可能である。このうち、平均粒子径に関しては、計算時間の観点から実際の値と一致させることは困難であるが、ある程度多くの粒子をモデル化することにより、粒状体の力学的特性に及ぼす影響は小さくなるものと推定される。

まず本研究では、粒状体を円形の粒子でモデル化することが粒状体の力学的特性にどのような影響を与えるのかを調べることにした。そこで、粒状体の力学的特性を表す指標の1つである安息角の計算を行うことにした。最初に、粒子間摩擦係数を変化させて計算を行い、粒子間摩擦係数の値により安息角がどのように変化するかを調べた。今回は、シミュレーションにより再現が容易な排出法により、安息角を計算した。

計算手順および計算結果を Fig.3 に示す。(a) 図の初期状態から側壁 A を取り除き、(b) 図のように粒子を落下させ、収束状態である (c) 図の上部の粒子のなす角度が安息角となる。

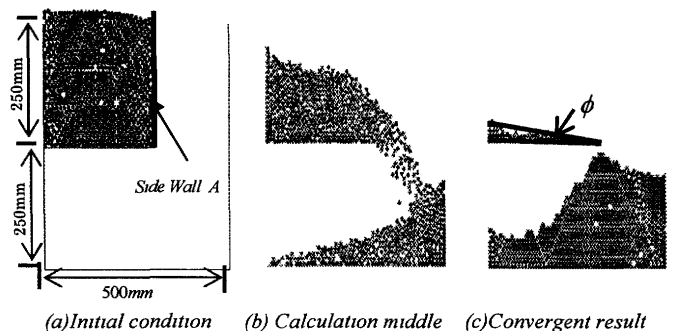


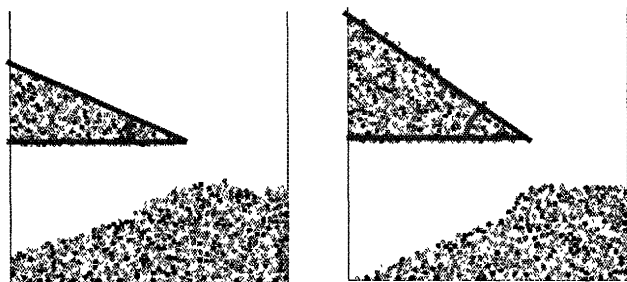
Fig.3 Calculation of Repose Angle

なお、計算では、粒径を 5mm とし、粒子間摩擦角を 34 度に、粒子と壁面との間の摩擦角を 30 度、粒子のヤング率を 10MPa とし、計算した。また、粒子総数は約 1200 個である。

通常の DEM の計算では、粒子間摩擦係数を変化させても安息角はほとんど変化せず、また、極めて小さな値であった。これは、次のような理由によるものと考えられる。

実際の鉱石は複雑な多角形の形をしている。このため、回転により重心の位置エネルギーが変化することにより、復原力が作用することになり、回転運動はある程度抑制される。しかし、円形粒子の場合には、復原力が作用しないため、もし回転モーメントがバランスしなければ直ちに粒子に角速度が生じ、回転する。このため、傾斜面を粒子が転がりやすくなり、小さな安息角しか得られなかったものと考えられる。

そこで、粒子の回転運動を抑制するために、回転慣性に比例した限界回転モーメント  $M_{Lim}$  を各粒子に対して設定し、粒子に作用するモーメントが限界回転モーメント以下では、粒子は回転しないとした。また、粒径を一定とした場合、安息角が安定的に得られない結果となったため、粒子径として 3.0~5.0mm の範囲で 9 種類の値をそれぞれの粒子にランダムに与えるようにした。このようにして計算した結果を Fig. 4 に示す。Fig. 4(a) の計算では、限界回転モーメント  $M_{Lim}$  を 0.5mgr (m: 粒子の質量、g: 重力加速度、r: 粒子半径) とした結果を、(b) では  $M=2.5mgr$  とした結果を示す。安息角は、それぞれ 25 度および 35 度であった。



(a)  $M_{Lim}=0.5mgr$  (b)  $M_{Lim}=2.5mgr$

Fig.4 Calculation of Repose Angle

限界回転モーメントと粒子間摩擦角を変化させて計算した場合の安息角の結果を Fig. 5 に示す。

今回の計算では、粒子間摩擦係数を 10~45 度の範囲で変化させると、安息角が 25~35 度の範囲で変化した。多少のばらつきはあるものの、粒子間摩擦角の増加で、安息角は線形的に増加していくという結果が得られた。また、粒子間摩擦角が大きいほど安息角は大きく、傾きも大きくなる傾向が見られた。なお、鉱石など船舶で運搬する粒状体の安息角は 25~40 度程度であるものが多く、限界回転モーメントの設定および粒子間摩擦角を変化させることで、安息角の操作が可能であることが示せた。さらに大きな安息角を得るには、更なる検討が必要である。

## 5. DEM による圧力計算

### 5.1 静的圧力

前節の計算結果より、適切な限界回転モーメントを設定することで安息角を制御できることが分かった。本節では、過去に行われた鉱石圧の計測試験に対応した計算を行い、個別要素法での計算結果との比較検討を行った。

以下に、計算に用いた模型とその底壁および側壁に作用する接触力を表示した図を示す (Fig. 6)。計算に用いた物性値等は安息角の計算の際に用いたもので、粒子数は約 2800 個である。また、限界回転モーメントは安息角の計算で 34 度のものを用いた。

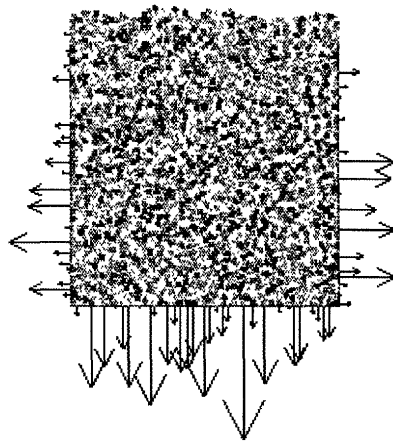
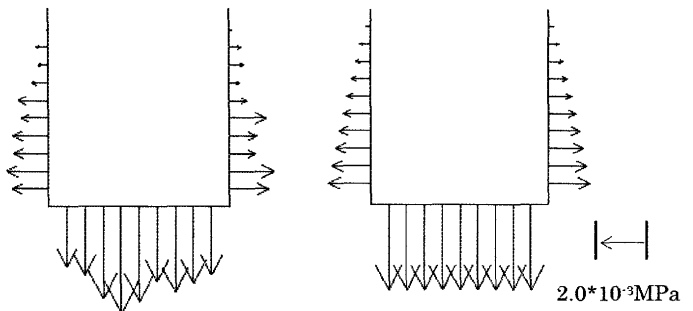


Fig.6 Bottom and Wall forces by individual particles

( $B \times D = 400 \times 450 \text{mm}$ )



(a) DEM

(b) Janssen's theory

Fig 7 Bottom and wall pressure

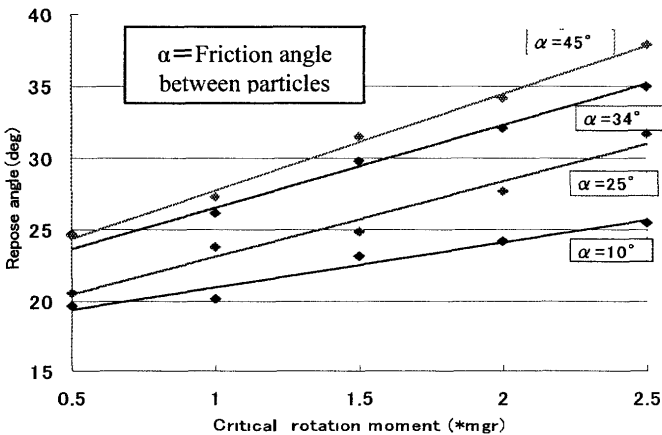
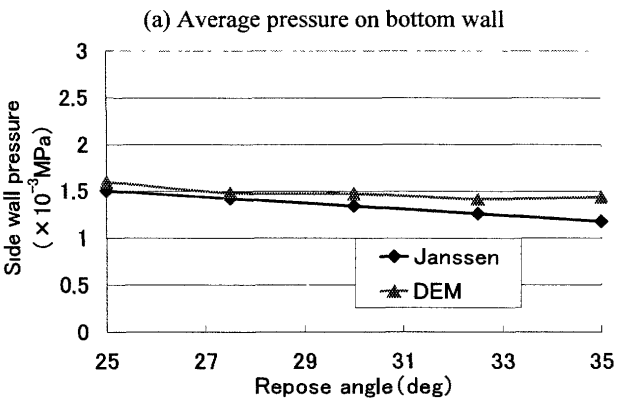
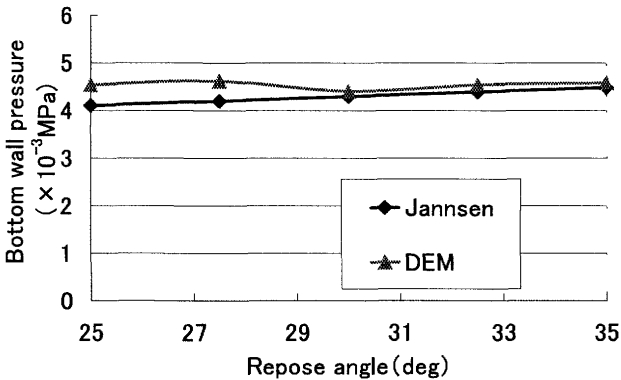


Fig.5 Relation between repose angle and critical rotation moment

Fig. 6 は一見ばらつきのある図のように見えるが、移動平均させて求めた圧力分布は Fig. 7(a) のようになり、Fig. 7(b) に示したヤンセン式により求められる圧力分布と良く対応した形状となっている。DEM での計算結果が最大値でやや多きめの圧力となっているが、コーナー部分で圧力が低くなるなど、DEM の結果は実際の圧力分布を良く表していると考えられる。Fig. 8 に、底面および壁面に作用する平均圧力について、DEM とヤンセン式の値の比較を示す。やや大きく計算される要因としては、壁面摩擦が理想的に作用するヤンセン式と比べ、DEM では各粒子に必ずしも壁面摩擦力が作用しないことなどが考えられる。



(a) Average pressure on bottom wall  
(b) Average pressure on side wall  
Fig.8 Comparison of pressure

## 5.2 静的傾斜圧力

次に、5.1 節で求めた圧力状態から、模型を傾斜させた際の圧力変化の計算を行った。以下に、傾斜角度を 5 度、10 度、15 度に変化させて計算した際の圧力増分を示す。(Fig. 9 参照) また、動的な影響を小さくするため、傾斜に要する時間を 5 秒程度に設定して計算を行った。

計算結果より、5 度および 10 度での側圧増分はほぼ均一であるが、15 度になると側壁上部の圧力増分が顕著になることが分かる。傾斜角度が増す程に、底部付近の粒子は、周辺粒子の影響で挙動が制限されるのに対し、上部付近では比較的自由に挙動が行えるため増分が大きくなるものと考えられる。また、左壁と右壁の増分と減少分が釣合っていないのは、底部の摩擦力によるものと考えられる。

実際のように三次元問題として取り扱う場合、奥行き方向の壁による摩擦力の影響も考えられ、また、前述のように従来の試験ではかなりのばらつきがあり、この結果を比較することは現段階では難しいと思われる。今後、

独自に試験等を実施することにより、DEM での計算精度を検証していく予定である。

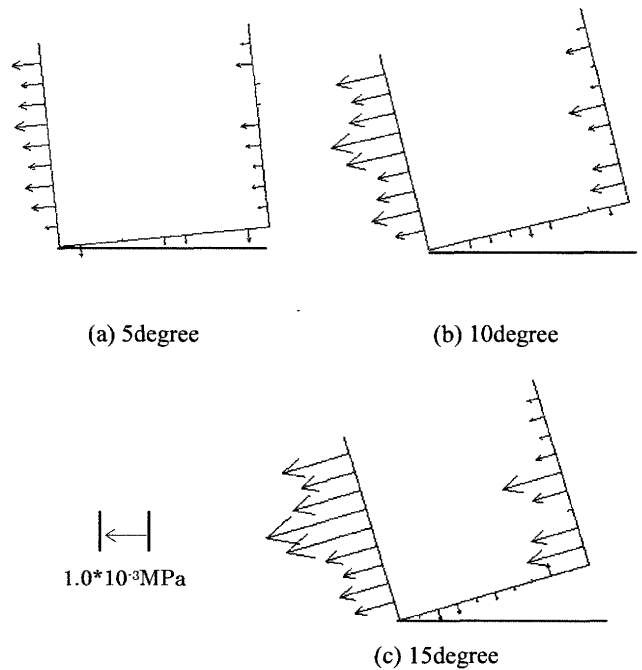


Fig.9 Calculation result of pressure in an inclination state

## 6. 結論と課題

本研究により得られた新たな知見は以下のようになる。

- DEM を適用した鉱石圧推定のプログラムを開発することができた。
- 限界回転モーメントを導入することにより、粒状体の性状を表す安息角を操作することが可能となり、実際の鉱石の挙動に近づけることができた。
- 静的圧力の計算においては、理論式であるヤンセン式とほぼ等しい計算結果が得られ、DEM が鉱石圧の推定手法として妥当であることを示した。

また、今後の課題としては次のようなことが挙げられる。

1. DEM による動的鉱石圧の計算
2. 実船レベルでの大規模な計算
3. 船倉の弾性変形を考慮した計算

## 参考文献

- 1) 田中義照, 佐久間正明, 安藤孝弘: 粒状貨物による倉内圧の実験的検討, 日本造船学会論文集, 第 186 号, 1999, pp.445-453
- 2) 田中義照, 佐久間正明, 安藤孝弘, 重見利幸, 原田実, 船越正泰: 粒状貨物による倉内圧の実験的検討 (その 2), 日本造船学会論文集, 第 192 号, 2002, pp.713-722
- 3) 倉本美男, 川本要次, 橋本州史: 鉱石圧力の実船試験と設計荷重の考察, 日本造船学会論文集, 第 162 号, 1987, pp.276-283
- 4) 粉体工学会: 粉体シミュレーション入門, 1998
- 5) 坂口秀, 尾崎勲司, 五十嵐徹: 円形要素を用いた DEM における回転の抑制に関する研究, 神大農研報, 第 20, 1993, pp. 239-246