

福州大学 2015~2016 学年第一学期考试 A 卷

课程名称	离散数学 A	考试日期	2016.1.21
------	--------	------	-----------

考生姓名 _____ 学号 _____ 专业或类别 _____

题号	一	二	三	四	总分	累分人 签名
题分	20	20	28	32	100	
得分						

考生注意事项: 1、本试卷共 10 页, 请查看试卷中是否有缺页。

2、考试结束后，考生不得将试卷、答题纸和草稿纸带出考场。

教师注意事项：如果整门课程由一个教师评卷的，只需在累分人栏目签名，题首的评卷人栏目可不签名

一、 填空题(每空 2 分, 共 20 分)

得分	评卷人

- 1、设有限集合 A ， $|A|=n$ ，则 $|p(A \times A)| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 2、设一阶逻辑公式 $G = \forall xP(x) \rightarrow \exists xQ(x)$ ，若要求其前束范式能且仅能出现一个变元“ x ”则 G 的前束范式是：

- 3、设 G 是具有 8 个顶点的树，则 G 中增加 条边才能把 G 变成无向完全图。
- 4、设图 $G = \langle V, E \rangle$ ， $|V|=n$ ， $|E|=m$ 。 k 度顶点有 n_k 个，且每个顶点或是 k 度顶点或是 $k+1$ 度顶点。则 $n_k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5、设 $A = \{0, 1\}$ ， N 为自然数集， $f(x) = \begin{cases} 0, & x \text{ 是奇数,} \\ 1, & x \text{ 是偶数.} \end{cases}$

若 $f: A \rightarrow A$ ，则 f 是_____ 射的，若 $f: N \rightarrow A$ ，则 f 是 _____ 射的。

6、设图 $G = \langle V, E \rangle$ 中有 7 个结点，度数列为 $\{2, 4, 4, 6, 5, 5, 2\}$ ，则 G 中有_____条边。

7、设 $G = \{2^m * 3^n \mid m, n \in Z\}$ ， $*$ 为普通乘法。则代数系统 $\langle G, * \rangle$ 的单位元为____
_____。

8、论域 $D = \{1, 2\}$ ，指定谓词 P

$P(1, 1)$	$P(1, 2)$	$P(2, 1)$	$P(2, 2)$
T	T	F	F

则公式 $\forall x \exists y P(y, x)$ 真值为 _____。

9、设代数系统 $\langle A, * \rangle$ ，其中 $A = \{a, b, c\}$ ，

$*$	a	b	c
a	a	b	c
b	b	b	c
c	c	c	b

则该代数系统中的幂等元为_____。

二、 单项选择题(每小题 2 分, 共 20 分)

得分	评卷人

请将单项选择题答案统一写在下表, 否则不予计分。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

1、设 $A = \{x \mid x \text{ 是整数且 } x^2 < 16\}$, 下面哪个命题为假 ()。

A、 $\{0, 1, 2, 4\} \subseteq A$;

B、 $\{-3, -2, -1\} \subseteq A$;

C、 $\Phi \subseteq A$;

D、 $\{x \mid x \text{ 是整数且 } |x| < 4\} \subseteq A$ 。

2、设 $A = \Phi$, $B = \{\Phi, \{\Phi\}\}$, 则 $B - A$ 是 ()。

A、 $\{\{\Phi\}\}$;

B、 $\{\Phi\}$;

C、 $\{\Phi, \{\Phi\}\}$;

D、 Φ 。

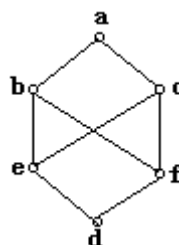
3、下图描述的偏序集中, 子集 $\{b, e, f\}$ 的上界为 ()。

A、 b, c ;

B、 a, b ;

C、 b ;

D、 a, b, c 。



4、设 f 和 g 都是 X 上的双射函数, 则 $(f \circ g)^{-1}$ 为 ()。

A、 $f^{-1} \circ g^{-1}$;

B、 $(g \circ f)^{-1}$;

C、 $g^{-1} \circ f^{-1}$;

D、 $g \circ f^{-1}$ 。

5、下面集合 () 关于减法运算是封闭的。

A、 \mathbb{N} ;

B、 $\{2x \mid x \in \mathbb{Z}\}$;

C、 $\{2x+1 \mid x \in \mathbb{Z}\}$;

D、 $\{x \mid x \text{ 是质数}\}$ 。

6、具有如下定义的代数系统 $\langle G, * \rangle$, () 不构成群。

- A、 $G = \{1, 10\}$, $*$ 是模 11 乘 ;
- B、 $G = \{1, 3, 4, 5, 9\}$, $*$ 是模 11 乘 ;
- C、 $G = \mathbb{Q}$ (有理数集), $*$ 是普通加法 ;
- D、 $G = \mathbb{Q}$ (有理数集), $*$ 是普通乘法。

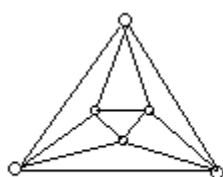
7、设 $V = \{a, b, c, d, e, f\}$,

$E = \{\langle a, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, a \rangle, \langle a, d \rangle, \langle d, e \rangle, \langle f, e \rangle\}$, 则有向图

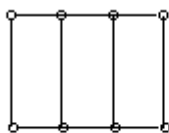
$G = \langle V, E \rangle$ 是 ()。

- A、强连通的 ;
- B、单侧连通的 ;
- C、弱连通的 ;
- D、不连通的。

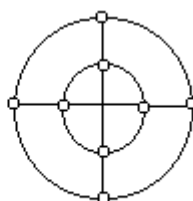
8、下面那一个图可一笔画出 ()。



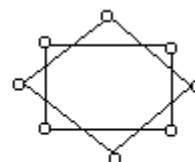
(A)



(B)



(C)



(D)

9、在任何图中必定有偶数个 ()。

- A、度数为偶数的结点 ;
- B、入度为奇数的结点 ;
- C、度数为奇数的结点 ;
- D、出度为奇数的结点 。

10、在谓词演算中, 下列各式哪个是正确的 ()。

- A、 $\exists x \exists y A(x, y) \Leftrightarrow \exists y \exists x A(x, y)$;
- B、 $\exists x \exists y A(x, y) \Leftrightarrow \forall y \forall x A(x, y)$;
- C、 $\exists x \forall y A(x, y) \Leftarrow \forall y \exists x A(x, y)$;
- D、 $A(a) \Rightarrow \forall x A(x)$ 。

三、 解答题(每小题 7 分，共 28 分)

得分	评卷人

1、求 $(\neg R \rightarrow (P \wedge Q)) \wedge (P \rightarrow Q) \vee (\neg Q \wedge \neg R)$ 的主析取范式。

2、已知 A 上的二元关系 R 满足 $R^n=R$ ，则 R, R^2, R^3, \dots, R^n 中的哪个可确定具有可传递性？并请说明或证明之。

- 3、 某三元真值函数 $f(p, q, r)$ 为：
- $f(0, 0, 0) = 0, f(0, 0, 1) = 1, f(0, 1, 0) = 0, f(0, 1, 1) = 1,$
 $f(1, 0, 0) = 1, f(1, 0, 1) = 1, f(1, 1, 0) = 0, f(1, 1, 1) = 1,$
试用仅含联结词 “ \rightarrow ” 的命题形式来表示 f 。

4、设集合 $A = \{1, 2\}$, B 是 A 上的等价关系的集合。

(1) 列出 B 的元素;

(2) 给出代数系统: $V = \langle B, \cap \rangle$ 的运算表;

(3) 求出 V 的单位元、零元以及所有可逆元素的逆元;

(4) 说明 V 是否为半群、独异点和群。

四、 证明题(每小题 8 分, 共 32 分)

得分	评卷人

1、用谓词推理理论来论证下述推证。

前提: $(\forall x) (S(x) \rightarrow ((E(x) \wedge \neg P(x)) \vee (\neg E(x) \wedge P(x))))$

$(\forall x) (S(x) \rightarrow (T(x) \leftrightarrow E(x)))$

$\neg(\forall x) (S(x) \rightarrow T(x))$

结论: $(\exists x) (S(x) \wedge P(x))$

2、设 A 是集合， $R \subseteq A \times A$ ，则 R 是对称的 $\Leftrightarrow R = R^{-1}$ 。

3、设 G 为群， R 为 G 上的等价关系，且满足 $\forall a, b, c \in G, abRac \Rightarrow bRc$
证明群 G 的单位元 e 的等价类 $[e]$ 构成 G 的子群。

4、设 G 是具有 n 个结点的无向简单图，其边数 $m = \frac{1}{2}(n-1)(n-2) + 2$ ，则 G 是哈密顿图。