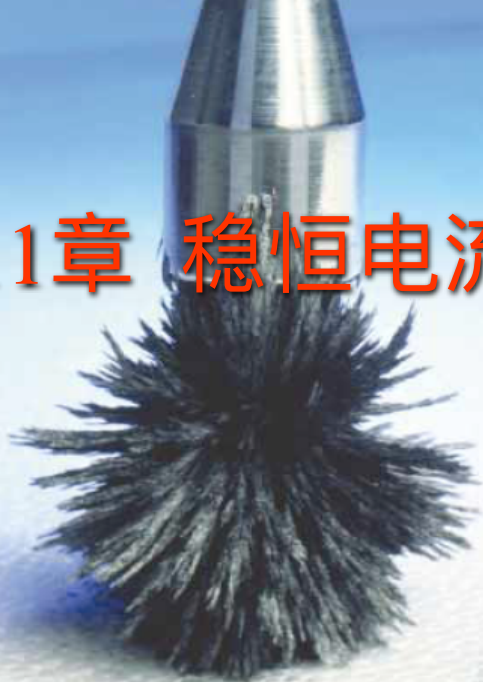


# 第11章 稳恒电流磁场



## 11.1 稳恒电流和电动势

### 11.2 稳恒电流的磁场

### 11.3 磁场中的高斯定理

### 11.4 安培环路定理及其应用

### 11.6 磁场对运动电荷及电流的作用

# 11.1 稳恒电流和电动势

### 11.1.1.1. 稳恒电流和电流密度

#### 一. 电流强度:

电流—电荷在导电材料内做的定向运动。

载流子：把起导电作用的电荷称为载流子—可以是  
电子、质子、离子或空穴。

电流强度：单位时间通过导体某一横截面的电 量。

$$I = \frac{dq}{dt}$$

当电流强度不随时间变化的为稳恒电流，可以表示为：

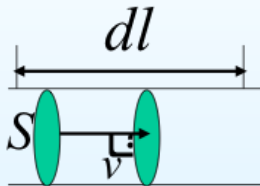
$$I = \frac{q}{t}$$

电流的方向规定为正电荷的运动方向，如果是负电荷导电，则负电荷运动方向与电流方向相反。

左图为一长度为  $dl$  的导线，设导线截面积为  $S$ ，电荷体密度为  $n$ ，每个电荷电量为  $q$ ，导线中电荷的电量为

$$dQ = nqSdl$$

$$Q = \int$$



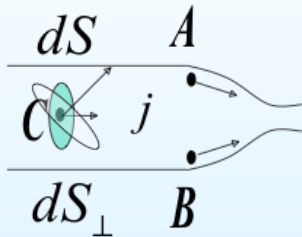
若电荷通过  $dl$  所用的时间为  $dt$ ，电流强度  $I$  等于单位时间通过截面积  $S$  的电荷量为：

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{nqSdl}{dt} = nqSv$$

$dl/dt$  是电荷在导线中的漂移速度。

## 二. 电流密度

如右图，电流在一粗细不均的导线中流动时，电流强度相同，但是导线中不同的位置，电流密度不同。



### 1. 电流密度定义

垂直于电流方向单位面积的电流强度。

$$\mathbf{j} = \frac{dI}{dS_{\perp}}$$

电流密度是矢量，则通过面积 $dS$ 的电流强度为

$$dI = j dS_{\perp} = j ds \cos \theta$$

$\theta$ 是 $ds$ 与 $j$ 之间的夹角

电流密度为矢量，方向为导体内该点电场强度方向。穿过导体横截面的电流强度为：

$$I = \iint_S dI = \iint_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S}$$

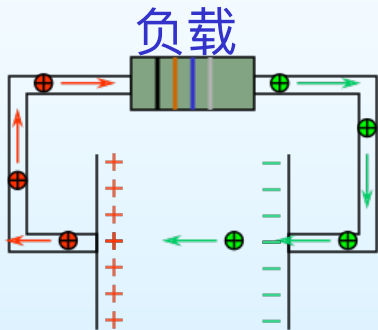
电流强度是通过面积S的电流密度的通量。

## 11.1.2、电源、电动势概念

电容接通负载后，可以向外提供电流，但是电流逐步变小，直至消失。

要向外电路提供持续稳定的电流必须靠电源。  
电源通过非静电力将负极板上的正电荷再次移到正极板。

**1. 电源：**能够将其它形式的能量转变为电能的装置。

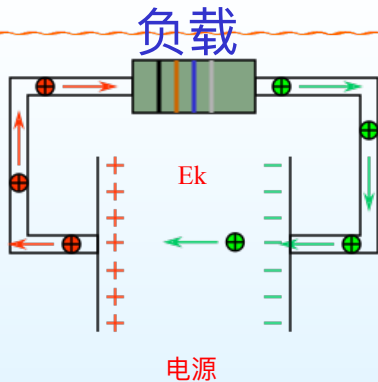


电容





在电源内部存在一非静电力，该非静电力将正电荷从电势低的电源负极移动到电势高的正极。因此在电源内部存在一非静电场  $E_k$ 。



2. 电动势描写电源将其它形式能量转变成电能的能力。

电源电动势定义

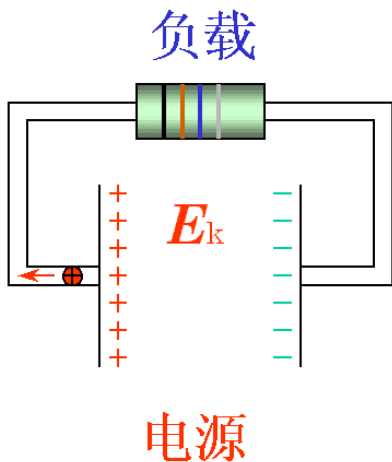
$$\varepsilon_i = \frac{A}{q_0} = \int_{-}^{+} \mathbf{E}_k \cdot d\mathbf{l}$$

非静电场在电源内部从负极到正极移动单位正电荷所作的功。

电源的电动势大小等于电源两端的电势差。

$$A = q_0 U$$

$$\varepsilon_i = \frac{A}{q_0} = \frac{q_0 U}{q_0} = U$$



## 11.1 稳恒电流和电动势

## 11.2 稳恒电流的磁场

## 11.3 磁场中的高斯定理

## 11.4 安培环路定理及其应用

## 11.6 磁场对运动电荷及电流的作用

## 11.2 稳恒电流的磁场

## 1.物质的磁性

磁铁具有吸引铁、钴、镍的性质。（古称慈石。）

## 2、磁极

南极（S极）、北极（N极）

北极

N

S

南极

同性磁极相斥,异性磁极相吸。磁极间的力通过磁场传递。

3.在低能状态下磁极是成对出现的。



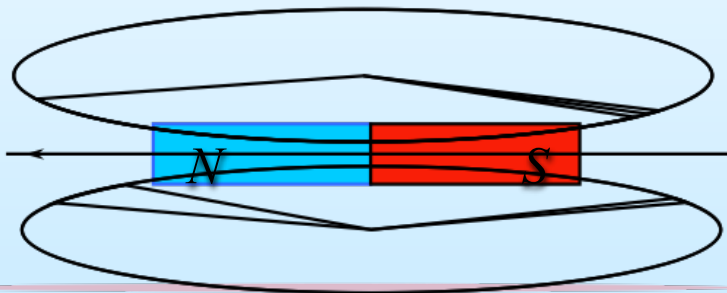
4.最新研究发现,在高能状态下会出现磁单极。

1819-1820年间，奥斯特发现通有电流的导线可以吸引附近的小磁针，结果说明电流可以产生磁场，把电与磁的现象联系起来。

## 5. 磁感应（场）线

可形象地描绘磁场分布。（规定：小磁针的N极指向为磁场的方向。）

- 永久磁铁的磁场线分布

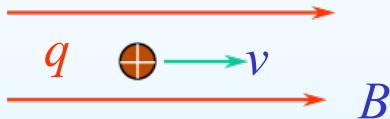




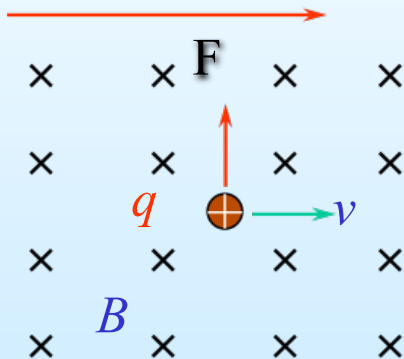
演示

磁感应强度 $B$ ：用于描述磁场强度的物理量。

在磁场中放入一小磁针，小磁针  
N极的指向为 $B$ 的方向。



当电荷运动速度与 $B$ 方向平行时  
电荷受力为0。



当运动电荷速度与磁场方向垂  
直时受到洛伦兹力 $F$ 最大。



## 一. 磁感应强度的定义

$$B = \frac{\text{力}}{\text{电量} \times \text{速度}}$$

$$B = \frac{F_{\max}}{qv}$$

单位: 特斯拉 T

$$1 \text{ T} = \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ C} \cdot 1 \text{ m/s}}$$

方向: 为小磁针  $N$  极指向

地球两极磁场:

$$6 \times 10^{-4} \text{ T}$$

地球赤道磁场:

$$3 \times 10^{-4} \text{ T}$$

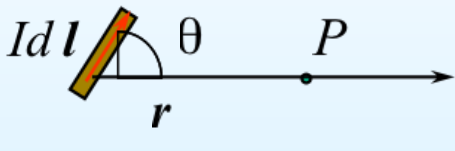
$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

# 11.1.2. 毕奥-萨伐尔定律

# 一.毕-萨-拉定律

## 研究一段电流元产生磁感应强度的规律。

由实验发现一段长为  $dl$  通过的电流为  $I$  的电流元产生的磁感应强度：

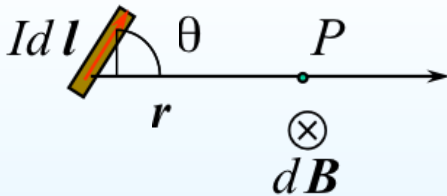
$$dB = k \frac{Idl \sin\theta}{r^2}$$


$$\text{令 } k = \frac{\mu_0}{4\pi} \quad dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin\theta}{r^2}$$

真空中的磁导率

$$\begin{aligned}\mu_0 &= 4\pi k \\ &= 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}\end{aligned}$$

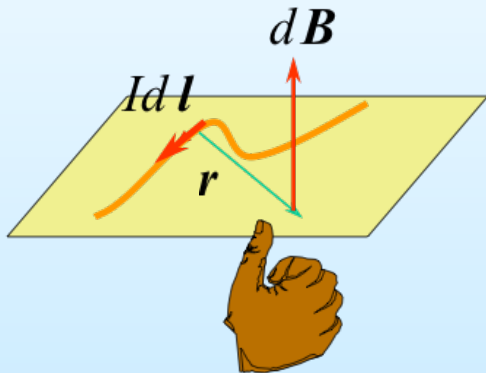
$$|\mathbf{A} \times \mathbf{B}| = |\mathbf{A}| |\mathbf{B}| \sin \theta$$



毕萨定律

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3}$$

方向：从dl 右旋到 r,大拇指指向。



顺序不能错。

$d\mathbf{B}$  的方向垂直于  $d\mathbf{l}$  和  $\mathbf{r}$  所形成的平面。



一段有限长载流直导线,通过的电流为  $I$  (沿  $y$  轴正向),求与直导线相距为  $x$  处的  $P$  点磁感应强度。

解:分割电流元

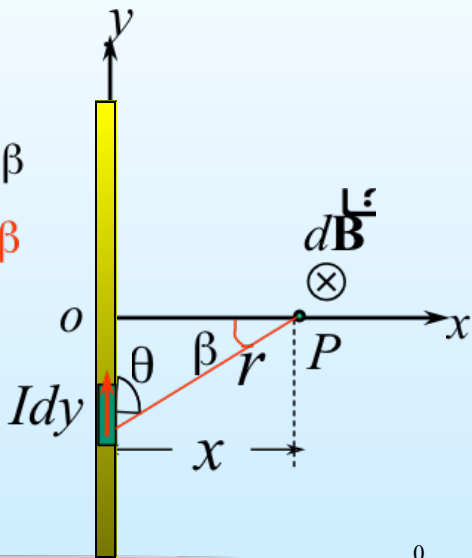
$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \theta}{r^2}$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} + \beta \Rightarrow \sin \theta = \cos \beta$$

$$y = x \tan(\beta) \quad dy = \frac{x}{\cos^2 \beta} d\beta$$

$$r = x / \cos \beta$$

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{(x / \cos^2 \beta) \cos \beta}{(x / \cos \beta)^2} d\beta$$





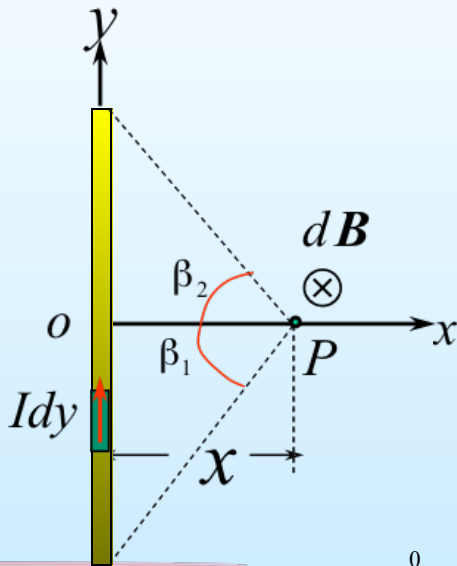
$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{(x / \cos^2 \beta) \cos \beta}{(x / \cos \beta)^2} d\beta$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi x} \cos \beta d\beta$$

$$B = \int dB$$

$$= \int_{\beta_1}^{\beta_2} \frac{\mu_0 I}{4\pi x} \cos \beta d\beta$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi x} (\sin \beta_2 - \sin \beta_1)$$



B的方向由右手定则确定。

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi x} (\sin \beta_2 - \sin \beta_1)$$

## 讨论

1. 无限长载流直导线的磁场:

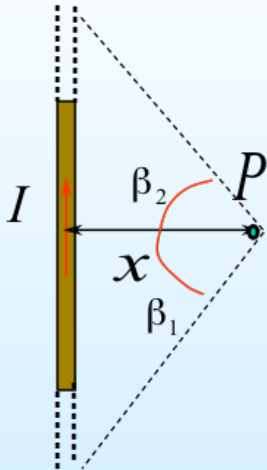
$$\beta_1 = -\frac{\pi}{2}; \quad \beta_2 = \frac{\pi}{2}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

2. 半无限长载流直导线的磁场:

$$\beta_1 = 0; \quad \beta_2 = \frac{\pi}{2}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi x}$$





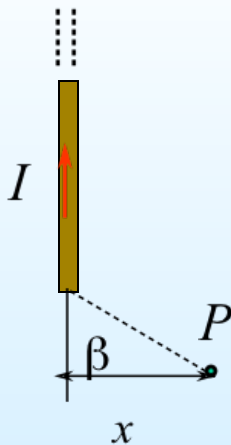
## 3. 半无限长载流直导线的磁场:

由

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi x} (\sin \beta_2 - \sin \beta_1)$$

$$\beta_1 = \beta; \quad \beta_2 = \frac{\pi}{2}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi x} (1 - \sin \beta)$$





## 二.应用毕萨定律解题的方法

### 计算一段载流导体的磁场

1.建立坐标系;

2. 分割电流元;

3.确定电流元的磁场

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id \mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3}$$

4.求 B 的分量  $B_x$  、  $B_y$  、  $B_z$ ;

5.由  $B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}$  或

$$\mathbf{B} = B_x \mathbf{i} + B_y \mathbf{j} + B_z \mathbf{k} \quad \text{求总场。}$$



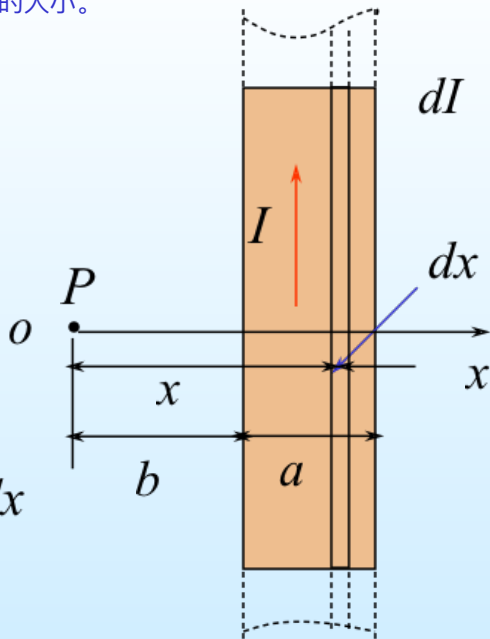
例2 宽为  $a$  无限长带状载流导线，通有电流  $I$ ，求距平面左侧为  $b$  与电流共面的  $P$  点磁感应强度  $B$  的大小。

解：以  $P$  点为坐标原点，向右为坐标正向；

分割电流元为无限多宽为  $dx$  的无限长载流直导线；

电流元电流

$$dI = \frac{I}{a} dx$$



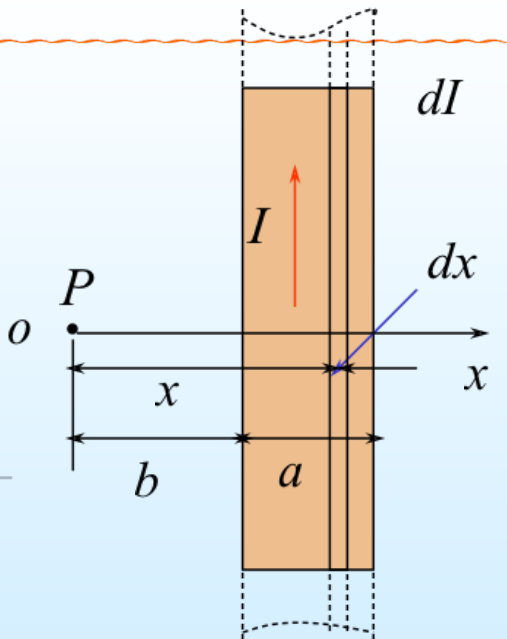
$$dI = \frac{I}{a} dx$$

$$dB = \frac{\mu_0 dI}{2\pi x}$$

$$= \frac{\mu_0 I dx}{2\pi ax}$$

$$B = \int dB = \int_b^{a+b} \frac{\mu_0 I dx}{2\pi ax}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \ln \frac{a+b}{b}$$

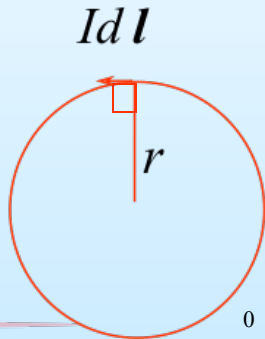
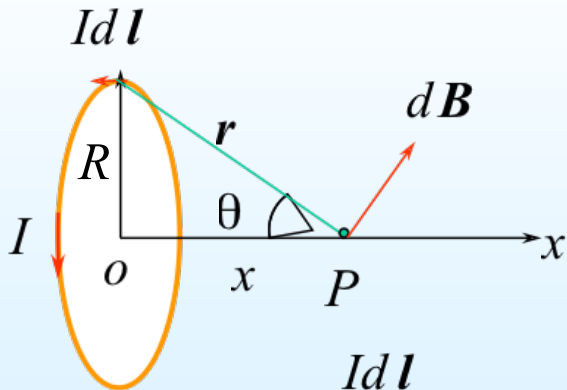


例3: 载流圆环半径为  $R$  通过  
电流为  $I$ , 求圆环轴线上一点的  
磁感应强度  $B$ 。

解: 将圆环分割为无限多个电  
流元;

建立坐标系, 电流元在轴线上产  
生的磁感应强度  $dB$  为:

$$dB = \frac{\mu_0 Idl \sin \alpha}{4\pi r^2}$$

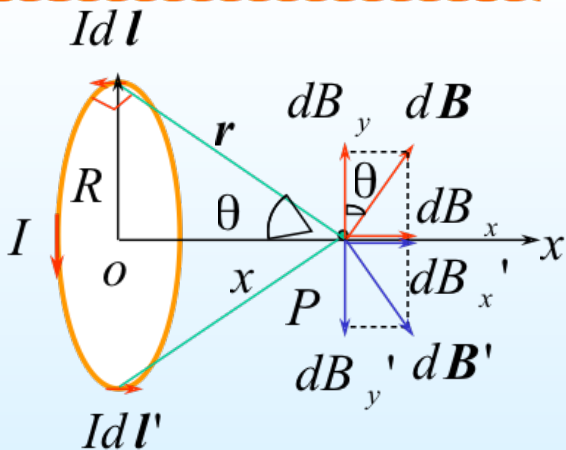




$$dB = \frac{\mu_0 I dl \sin \alpha}{4\pi r^2}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2}$$

在  $x$  轴下方找出  $dl$  关于  $x$  轴对称的一个电流元  $Idl'$



由对称性可知,  $dl$  和  $dl'$  在  $P$  点产生的  $dB$  在  $x$  方向大小相等方向相同,  $y$  方向大小相等方向相反, 相互抵消。



$$\therefore B_y = 0$$

$$B = B_x$$

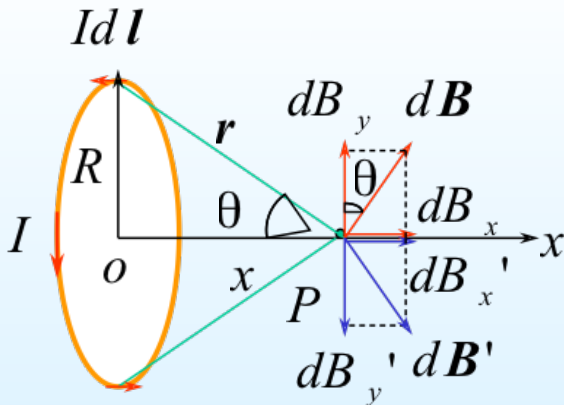
$$B = \int dB_x$$

$$= \int dB \sin \theta$$

$$\sin \theta = \frac{R}{r}$$

$$B = \int_0^{2\pi R} \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} \frac{R}{r} dl$$

$$= \frac{\mu_0 IR}{4\pi r^3} \int_0^{2\pi R} dl$$





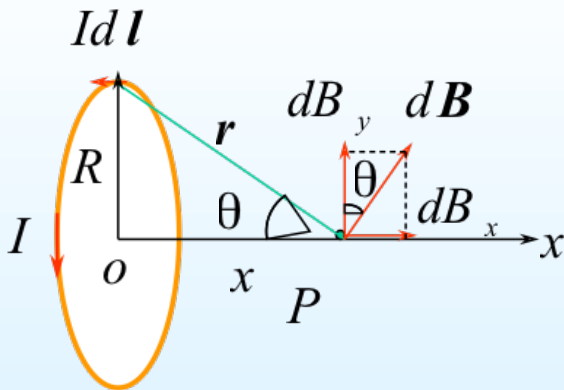
$$B = \frac{\mu_0 IR}{4\pi r^3} \int_0^{2\pi R} dl$$

$$= \frac{\mu_0 IR}{4\pi r^3} 2\pi R$$

$$= \frac{\mu_0 IR^2}{2r^3}$$

$$= \frac{\mu_0 IR^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

$$B = \frac{\mu_0 IR^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

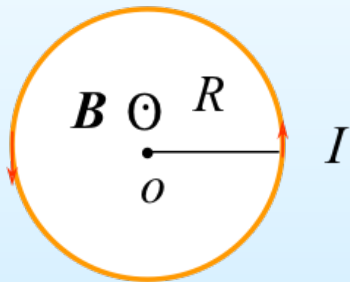


## 1. 载流圆环环心处

$$x = 0;$$

由结论  $B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}$

有  $B_o = \frac{\mu_0 I}{2R}$



张角为 $\alpha$ 的圆弧圆心处 B 为多少?



例2: 正方形载流线圈边长为  $b$ , 通有电流为  $I$ , 求正方形中心的磁感应强度  $B$ 。

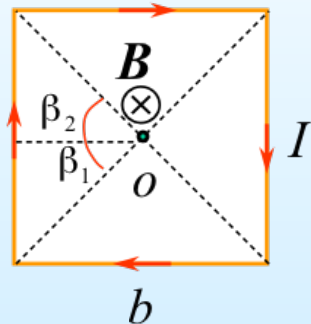
解:  $o$ 点的  $B$  是由四条载流边分别产生的, 由于它们大小方向相同,

$$B = B_1 + B_2 + B_3 + B_4 = 4B_1$$

$$\beta_1 = -\frac{\pi}{4}, \quad \beta_2 = \frac{\pi}{4}$$

$$B = 4 \frac{\mu_0 I}{4\pi b / 2} \left( \sin \frac{\pi}{4} - \sin -\frac{\pi}{4} \right)$$

$$= \frac{2\sqrt{2}\mu_0 I}{\pi b}$$



# 1. 运动电荷的磁场

由磁场的叠加原理可以认为：一段电流元产生的磁场是由电流元内 做定向运动的电荷产生的。

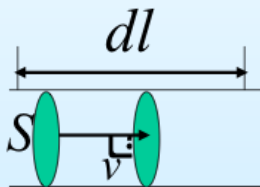
$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3}$$

电流  $I$  等于单位时间通过导线截面积  $S$  的电荷量。

$$I = \frac{dQ}{dt} = nqSv$$

代入  $d\mathbf{B}$  的表示式中

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{nqSv d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3}$$

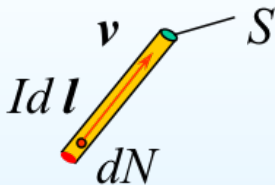




$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{nqSv dl \times \mathbf{r}}{r^3}$$


由于  $dl \parallel v$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{nqS dl v \times \mathbf{r}}{r^3}$$

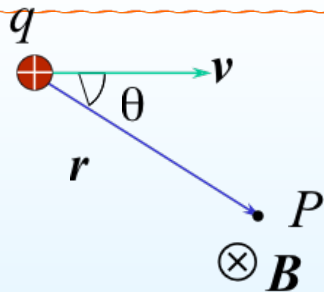


而电流元中  $nsdl=dN$  是带电粒子的总量。单个电荷对磁感应强度的贡献为：

$$\mathbf{B} = \frac{d\mathbf{B}}{dN} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{nqS dl v \times \mathbf{r}}{nsdl r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q v \times \mathbf{r}}{r^3}$$

 福州大学 FUZHOU UNIVERSITY

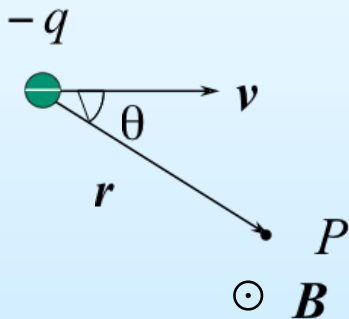
$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \mathbf{v} \times \mathbf{r}}{r^3}$$



方向

$$q > 0, \quad \mathbf{B} \parallel \mathbf{v} \times \mathbf{r}$$

$$q < 0, \quad \mathbf{B} \parallel -(\mathbf{v} \times \mathbf{r})$$



例4: 氢原子中的电子以速率  $V=2.2 \times 10^6 \text{ m/s}$  在半径  $r=0.53 \times 10^{-10} \text{ m}$  的圆周轨道上匀速运动。求电子在轨道中心产生的磁感应强度。

解:

$$\boxed{?} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \mathbf{v} \times \mathbf{r}}{r^3}$$

$$B = 1 \times 10^{-7} \frac{1.6 \times 10^{-19} \times 2.2 \times 10^6}{(0.53 \times 10^{-10})^2} = 12.5 \text{ T}$$

解2: 电子在轨道上运动, 可以看成是圆形电流, 电流强度为:

$$I = e \frac{v}{2\pi r}$$

圆电流在圆心产生的磁感应强度为:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{ev}{r^2}$$

11.1 稳恒电流和电动势

11.2 稳恒电流的磁场

11.3 磁场中的高斯定理

11.4 安培环路定理及其应用

11.6 磁场对运动电荷及电流的作用

## §11-3

# 磁场中的高斯定理

# 一、磁感

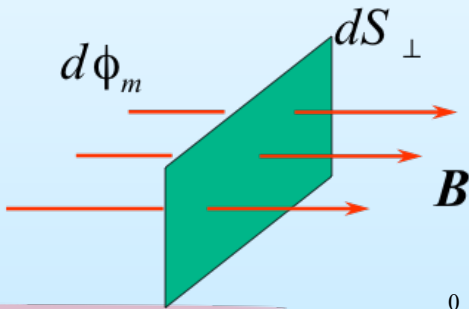
形象的描绘磁场分布的空间曲线。

# 二、规

1. **B**的方向：磁感线上任意点的切线方向为该点磁感应强度**B**的方向。

2. **B**的大小：穿过垂直于磁感应强度**B**方向的单位面积的磁感线根数。

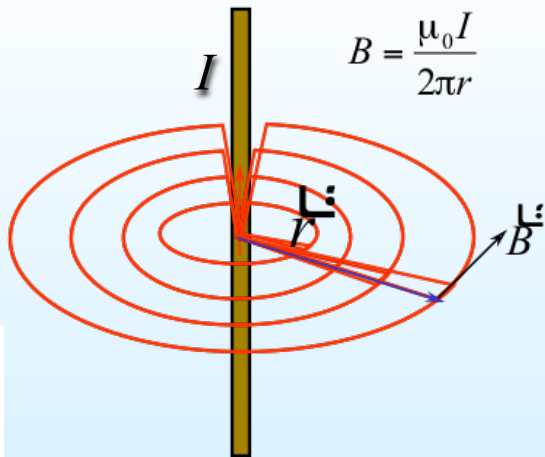
$$B = \frac{d\phi_m}{dS_{\perp}}$$



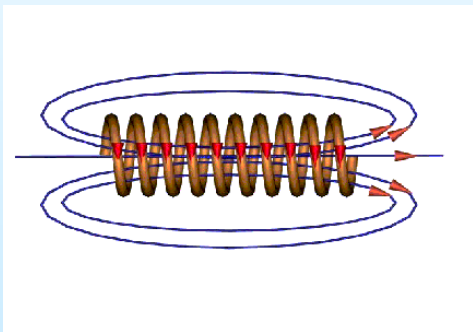
磁感应强度大小为磁感线的面密度。



• 无限长直载流导线的磁感线分布



载流螺线管的磁感线分布



磁感应强度始终与r垂直。

半径为r处，磁感应强度大小相等。

## 三、磁感线性质

- 1、磁感线不相交。
- 2、磁感线为闭合曲线，没有起点，也没有终点。或始于无穷远，也终于无穷远处。
- 3、磁感线密处  $B$  大；磁感线疏处  $B$  小。

在稳恒磁场中，其基本定律也是高斯定律、与环路定律。

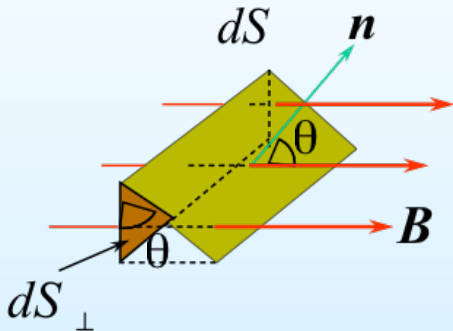
## 四、磁通量

1. 穿过一面积元的磁通量定义为：

$$d\phi_m = \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

由

$$\begin{aligned} d\phi_m &= B dS \cos\theta \\ &= B dS_{\perp} \end{aligned}$$



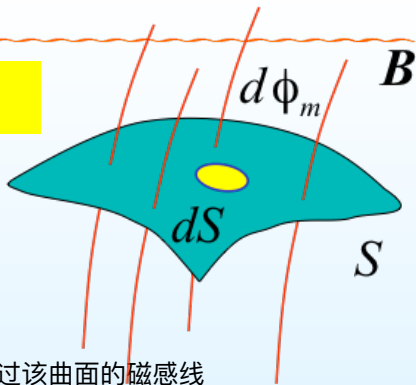
与磁感线的式子比较，磁通量的数值就等于磁感线的条数

## 2. 穿过某一曲面的磁通量

$$\begin{aligned}\phi_m &= \iint d\phi_m = \iint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\ &= \iint B dS \cos\theta\end{aligned}$$

单位：韦伯，Wb

$\phi_m$  为标量，只有大小正负之分。其数值等于通过该曲面的磁感线的条数。



$$0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}, \quad \phi_m > 0 \quad \text{为正通量。}$$

$$\frac{\pi}{2} < \theta \leq \pi, \quad \phi_m < 0 \quad \text{为负通量。}$$

例1、如图 矩形线圈与载流无限长直导线共面，直导线电流为 $I$ ,求线圈的磁通量。

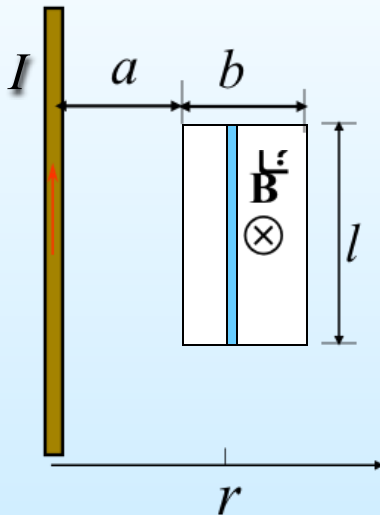
解：选宽度为 $dr$ ,平行于直导线的

面积元  $ds=l dr$

$$d\phi_m = B l dr = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} l dr$$

$$\phi_m = \int_a^{a+b} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} l dr$$

$$= \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \ln\left(\frac{a+b}{a}\right)$$



### 3. 穿过闭合曲面的磁通量

$$\Phi_m = \oint d\Phi_m = \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

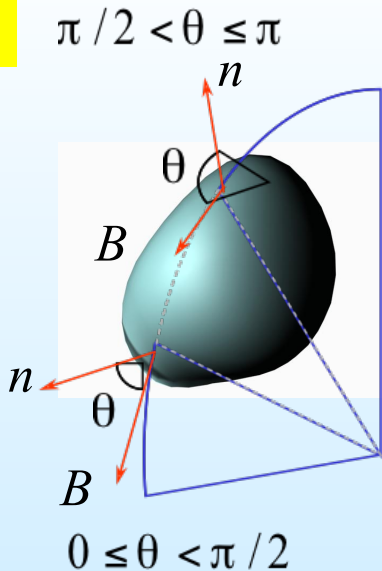
规定闭合面的外法线方向为正

磁感线穿出闭合面时

$$0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}, \quad \text{磁通量为正。}$$

磁感线穿入闭合面时

$$\frac{\pi}{2} < \theta \leq \pi, \quad \text{磁通量为负。}$$



## 五、磁场中的高斯定理

### 1. 定理表述

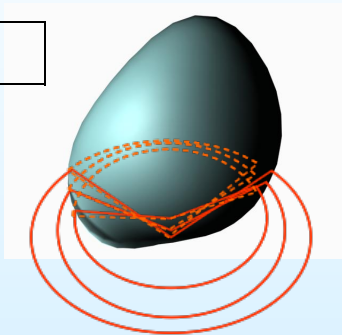
穿过任意闭合面的磁通量等于 0。

$$\phi_m = \oiint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

### 2. 定理证明：

由于磁感线为闭合曲线，穿入穿出闭合面的磁感线根数相同，正负磁通量抵消。

磁场是无源场，磁感线为闭合曲线，磁场是涡旋场。



## 11.1 稳恒电流和电动势

## 11.2 稳恒电流的磁场

## 11.3 磁场中的高斯定理

## 11.4 安培环路定理及其应用

## 11.6 磁场对运动电荷及电流的作用



## §11-4

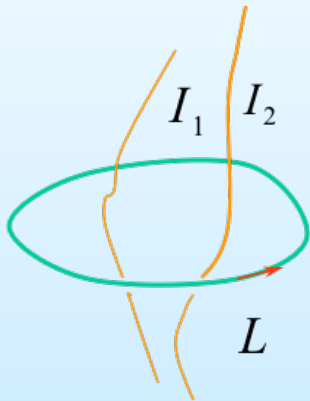
# 安培环路定理及其应用

# 一、定理表述

磁感应强度沿闭合回路的线积分，（ $B$  的环流），等于环路所包围电流的代数和乘以  $\mu_0$ 。

$$\oint_L \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \sum I$$

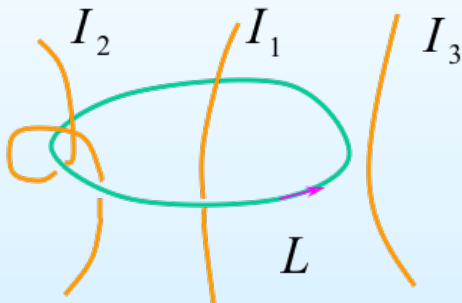
注意： $I$ 是有符号的，四指沿环路的方向弯曲，电流与拇指方向相同的  $I$  取正值，电流与拇指方向相反的  $I$  取负值。



如图所示，求环路 $L$ 的环流  $\oint_L \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$ 。

解：由环路定理

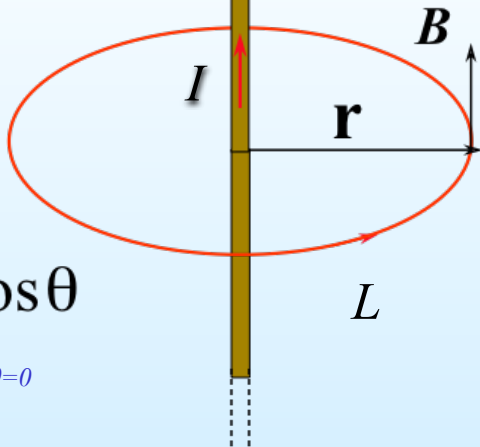
$$\begin{aligned} \oint_L \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} &= \mu_0 \sum I = \mu_0 I_1 \\ &= \mu_0 (I_1 - 2I_2) \end{aligned}$$



## 二、定理说明

特例：以无限长载流直导线为例。

长直导线周围的  $B$  线为一系列的同心圆，选取路径方向与  $B$  线相同；



左边: 
$$\oint_L \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \oint_L B dl \cos \theta$$

由于环路上各点的  $B$  大小相等；且  $B \parallel dl$ ； $\theta=0$

$$B \oint_L dl = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} 2\pi r = \mu_0 I$$

$I$  向下时为负值。

$$\oint_L \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \sum I \quad \text{左边=右边定理成立。}$$

当环路为任意形状时：

$$\oint_L \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \int_L B dl \cos \theta$$

由于  $B dl \cos \theta = Br d\varphi$

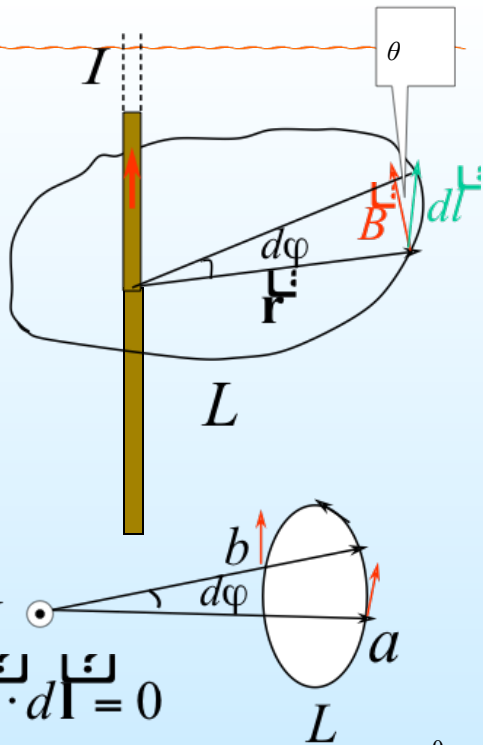
$$= \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} r d\varphi = \mu_0 I$$

当电流不在环路内时

a点  $\boxed{?} \boxed{?} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} d\varphi$

b点  $\boxed{?} \boxed{?} = -\frac{\mu_0 I}{2\pi} d\varphi$

$$\oint_L \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = 0$$



由此当空间有多个无限长直电流时，

利用磁场的叠加原理：

$$\oint_L \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \int_L \left( \sum_j \mathbf{B}_j \right) \cdot d\mathbf{l}$$

将积分与求和号交换

$$= \sum_j \int_L \mathbf{B}_j \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \sum_i I_i$$

$i$ 是环路内的电流。

由此可得：

$$\oint_L \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \sum I$$

1.  $\sum I$  为环路内的电流代数和。

2. 环流  $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$  只与环路内的电流有关，  
而与环路外电流无关。

3.  $B$  为环路上一点的磁感应强度，它与环路内外电流都有关。

若  $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = 0$  并不一定说明环路上各点的  $B$  都为 0。

若  $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = 0$  环路内并不一定无电流。

4. 环路定理只适用于闭合电流或无限电流。

## 例2：利用安培环路定律计算载流无限

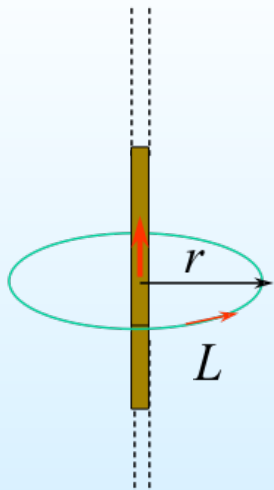
长直导线外一点的磁感应强度。

解：以电流为轴，做半径为  $r$  的环路

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = B \oint dl = \mu_0 I$$

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



将上式用于有限长直导线则得出错误结果，算出  $B$  与无限长直电流磁感应强度相同，矛盾，故安培环路定律对有限电流不适用。

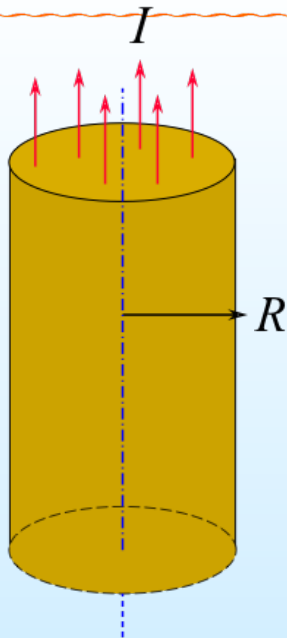


### 三、环路定理的应用

例2：圆柱形载流导体  
半径为  $R$ ，通过的电  
流为  $I$ ，电流在导体横  
截面上均匀分布，求  
圆柱体内、外的磁感  
应强度的分布。

解：1.圆柱体内部

$r < R$  区域



选取半径为  $r$  的环路,

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \oint B dl \cos \theta$$

由于环路上各点  $B$  大小相等, 方向

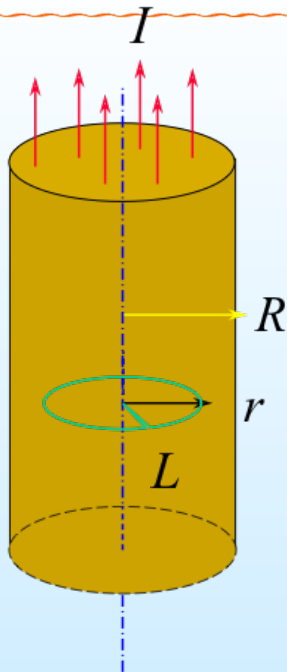
$$\mathbf{B} // d\mathbf{l} \quad \theta = 0$$

$$B \oint dl = B 2\pi r = \frac{\mu_0 r^2}{R^2} I$$

环路内电流代数和为:

$$\sum I = \frac{I}{\pi R^2} \pi r^2 = \frac{r^2}{R^2} I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r \propto r$$



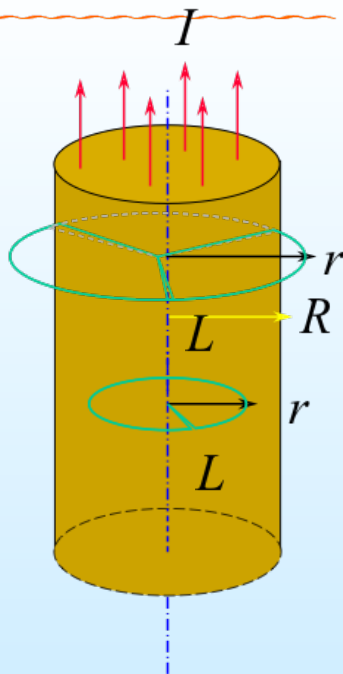
## 2. 圆柱体外— $r > R$ 区域

在圆柱体外作一环路，

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \oint B dl \cos\theta$$

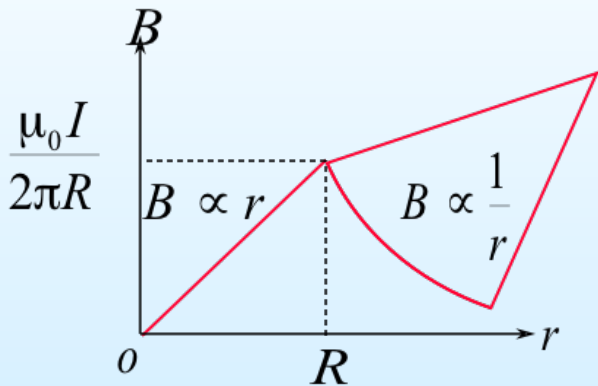
$$B \oint dl = B 2\pi r = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \propto \frac{1}{r}$$





# 分布曲线



## 四、选取环路原则

利用安培环路定理计算磁场  $B$ , 要求磁场具有高度的对称性;

目的是将:  $\oint_L \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \sum I$

写成  $\oint_L B dl \cos\theta = B \int dl = \mu_0 \sum I$

$$B = \frac{\mu_0 \sum I}{\int dl}$$

要求环路上各点  $B$  大小相等,  $B$  的方向与环路方向一致,  $\mathbf{B} // d\mathbf{l}$ ,  $\cos\theta = 1$

或  $B \perp dl$  ,  $\cos\theta = 0$

环路要经过所研究的场点。

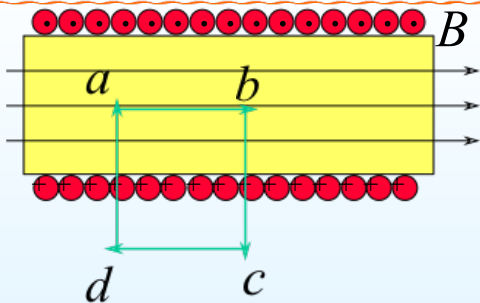
## 五、解题方法

- 1.场对称性分析;
- 2.选取环路;
- 3.确定环路内电流的代数和  $\sum I$ ;
- 4.应用环路定理列方程求解。

应用环路定理求  $B$  要比毕萨定律简单, 但只适用于具有高度对称的场。

例3：密绕载流螺线管通有电流为  $I$ ，线圈密度为  $n$ ，求管内一点的  $B$ 。(用无限长螺线管近似。)

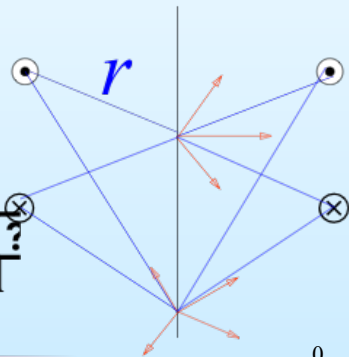
解：理想密绕螺线管，管内的磁场是均匀的，管外的磁场为 0；由安培环路定律：



$$\oint_L \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \sum I$$

选择如图所示的环路

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \left( \int_a^b + \int_b^c + \int_c^d + \int_d^a \right) \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$$



其中

$$\int_b^c \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \int_d^a \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = 0,$$

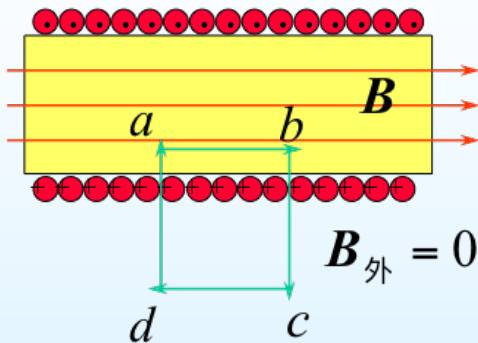
$$\therefore \mathbf{B} \perp d\mathbf{l}, \quad \cos\theta = 0$$

$$\int_c^d \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = 0$$

螺线管外  $B=0$ ;

$$\therefore \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \int_a^b \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$$

$$= B \overline{ab} = \mu_0 \sum I = \mu_0 n \overline{ab} I \quad B = \mu_0 n I$$



作闭合环路  $abca$ , 环路内的电流代数  
和为:

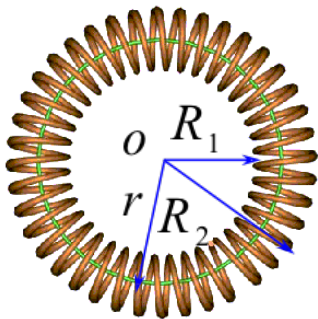
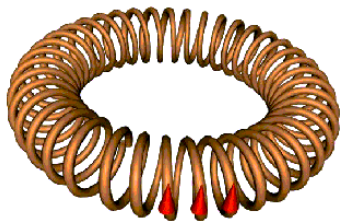
$$\sum I = n \overline{ab} I$$



例3：一环形载流螺线管，匝数为  $N$ ，内径为  $R_1$ ，外径为  $R_2$ ，通有电流  $I$ ，求管内磁感应强度。

解：在管内作环路半径为  $r$ ，环路内电流代数和为

$$\sum I = NI$$

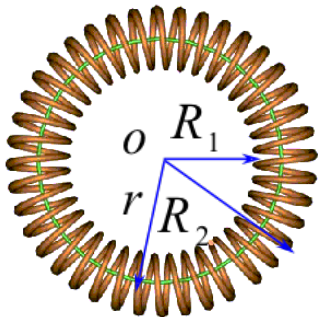


$$\oint_L \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \sum I$$

$$B 2\pi r = \mu_0 NI$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

当  $r \gg (R_2 - R_1)$  时



$$\frac{N}{2\pi r} = n$$

为沿轴向线圈密度；

$$B = \mu_0 n I$$

与直螺管的结论类似。

在电流附近有磁介质的情况下，应该使用介质的环路定律。

有磁介质时的安培环路定律：引入磁场强度H

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H}$$

H称为磁场强度，其安培环路定律。

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I_c$$

H与B的关系：

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu}$$

这里 $\mu_r$ 是相对磁导率， $\mu$ 是介质的磁导率