

# 第8章 气体动理论

## 主要内容

### 8.1 热学的基本概念

### 8.2 理想气体的压强和温度

### 8.3 能量均分原理

### 8.4 麦克斯韦速率分布律

## 8.1 热学的基本概念

### 8.1.1 热力学系统 平衡态

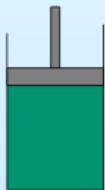
#### 1. 热学的研究对象及内容

**热学:** 研究热现象及其规律的学科

**宏观:** 热现象是与温度有关的现象

**微观:** 热现象是与分子热运动有关的现象

**对象:** 宏观物体 (大量分子原子的系统)  
或物体系 — 称为**热力学系统**。



热力学系统以外的物体称为外界。

例: 若汽缸内气体为系统, 其它为外界。

## 热力学系统的分类:

孤立系统——和外界无质量、能量交换

封闭系统——和外界无质量交换、有能量交换

开放系统——和外界既有质量交换、也有能量交换

## 2. 热学的研究方法

### ▲ 热力学 (thermodynamics)

宏观基本实验规律

逻辑推理

热现象规律

### ▲ 统计力学 (statistical mechanics)

对微观结构提出模型、假设

统计方法

热现象规律

## 系统状态的描述:

### (1) 宏观描述法

用一些可以直接测量的物理量（称为宏观量）来描述系统的宏观性质

例如： $p, V, T, M$ 等

### (2) 微观描述法

给出系统中每个微观粒子的力学参量（称为微观量）来描述系统

例如：分子的质量、速度、直径、动量

微观量与宏观量有一定的内在联系。

### 3.平衡态 (equilibrium state)

在不受外界影响的条件下,热力学系统的宏观性质不随时间改变的状态,称为平衡态。

**平衡态**: 体系的温度、压强、密度等宏观量处处相同, 在 $p$ - $V$ 图上可用一点表示

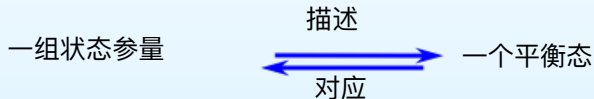
处在平衡态的大量分子仍在作热运动,  
而且因为碰撞,每个分子的速度经常在变

-----动态平衡

平衡态是热学中的一个理想化状态。

描写平衡态下系统宏观属性的一组独立宏观量，称为**状态参量** (state parameter)

例如：气体系统的  $p$ 、 $V$ 、 $T$

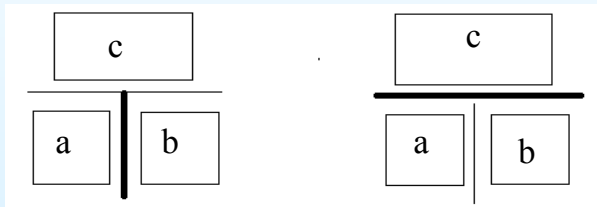


状态参量之间的函数关系称为**状态方程**,记作:

$$f(p, V, T) = 0$$

### 8.1.2 热力学第零定律

如果两个物体各自与第三个物体达到热平衡，它们彼此也必处在热平衡



处在同一热平衡状态下的热力学系统，具有一个共同的宏观性质，定义它为系统的温度。

温度的测量：温度计



## 温度的标度 (温标)

1) 经验温标：以某物质的某一属性随冷热程度的变化为依据而确定的温标称为经验温标。

经验温标除标准点外，其他温度并不完全一致。

如：水      冰点      沸点

摄氏温标：    00C      1000C

华氏温标：    32F      212F

2) 理想气体温标：以理想气体作测温物质

3) 热力学温标：不依赖任何具体物质特性的温标

规定：水的三相点  $T_0=273.16\text{K}$

### 8.1.3 理想气体状态方程

**理想气体：**严格遵守四条定律(玻马定律、盖-吕萨克定律、查理定律和阿伏伽德罗定律)的气体其状态方程为：

理想气体的状态方程：

$$pV = \nu RT \quad R = 8.31 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$$

$$p \text{----Pa} \quad V \text{----m}^3 \quad T \text{----K}$$

设：  $m$  -- 单个分子质量；  $\mu$  -- 摩尔质量； 分子数为  $N$ ，  $M$  为体系内气体的总质量

因为  $pV = \nu RT, \nu = N / N_A$

$$\rightarrow p = \frac{N}{V} \frac{R}{N_A} T = nkT$$

$n$  -----分子数密度(单位体积中的分子数)

$$k = R/N_A = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

-----玻耳兹曼常数

  **$P = nkT$**  -----理想气体状态方程  
的另一形式

## 主要内容

8.1 理想气体的状态方程

8.2 理想气体的压强和温度

8.3 能量均分原理

8.4 麦克斯韦速率分布律

## 8.2 理想气体的压强和温度

### 8.2.1 理想气体的压强

#### 1. 理想气体的微观模型和统计假设

##### (1) 对单个分子个体力学性质的微观假设

- a. 气体分子当作质点，不占体积；
- b. 分子之间只在碰撞时有力作用(忽略重力)
- c. 分子之间是完全弹性碰撞
- d. 分子的运动规律遵从牛顿力学

## (2)统计规律

大量偶然事件从整体上反映出来的一种必然的规律性。

定义: 某一事件  $i$  发生的概率为  $P_i$

$$P_i = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N_i}{N}$$

$N_i$ .....事件  $i$  发生的 次数;

$N$ .....各种事件发生的总次数

统计平均值的计算:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\sum_i N_i x_i}{N} \\ &= \sum_i P_i x_i\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{x^2} &= \frac{\sum_i N_i x_i^2}{N} \\ &= \sum_i P_i x_i^2\end{aligned}$$

统计规律有以下几个特点:

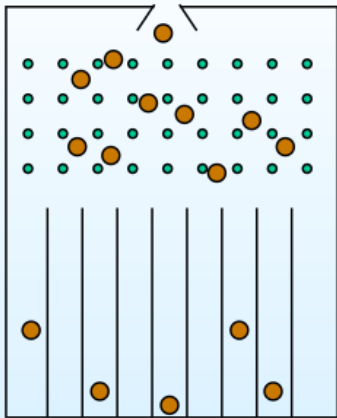
- a. 只对大量偶然的事件才有意义
- b. 它是不同于个体规律的整体规律  
(量变到质变)

个体事件有偶然性, 大量偶然事件整体遵守统计规律

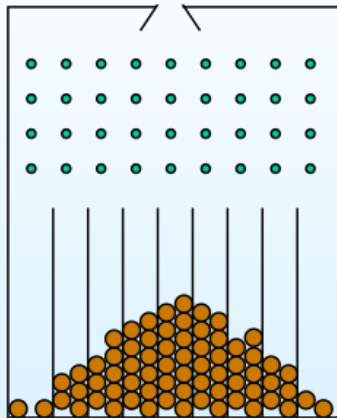
- c. 总是伴随着涨落

表演实验

伽耳顿板



单个粒子行为--- 偶然



大量粒子行为--- 必然



### (3) 对分子集体的统计规律假设

a.平衡态时，在无外场的情况下，分子在各处出现的概率相同，

即：气体分子在空间的分布是均匀的，分子数密度处处相同

$$n = \frac{dN}{dV} = \frac{N}{V} \quad \begin{array}{l} dV \text{----体积元} \\ \text{(宏观小,微观大)} \end{array}$$

b.平衡态时分子的速度按方向的分布是各向等概率的。

$$\begin{aligned} \bar{v}_x &= \bar{v}_y = \bar{v}_z = 0, \\ \overline{v_x^2} &= \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} \end{aligned}$$

由矢量合成法则，分子速度的方均值为：

$$\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2} = 3\overline{v_x^2}$$

则

$$\overline{v_x^2} = \frac{\overline{v^2}}{3}$$

即

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{\overline{v^2}}{3}$$

**注意：**统计假设是对系统中大量分子平均而言的，若系统包含的分子数越多，假设就愈接近实际情况。

## 2.理想气体压强公式推导

前提：        平衡态，        忽略重力，        分子看成质点  
                  (即只考虑分子的平动)；

讨论对象：        同一种气体，每个分子质量为  $m$ ，

$N$ ..... 总分子数，         $V$ ..... 体积，

推导思路：

- 一个分子一次碰撞对器壁的冲量
- 全部分子一次碰撞对器壁的冲量
- 利用压强的定义得到气体对器壁的压强

(1) 如图考虑速度为  $\vec{v}_i$  的第  $i$  个分子对 A 面的一次碰撞

因为是弹性碰撞,

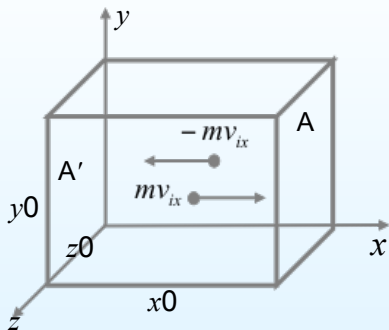
分子碰到 A 面后速度分量由  $v_{ix}$  变为  $-v_{ix}$

分子的动量增量为

$$(-mv_{ix}) - mv_{ix} = -2mv_{ix}$$

分子受的冲量为  $-2mv_{ix}$

A 面受到的冲量为  $2mv_{ix}$



(2) 第*i*个分子与A面碰撞一次所需时间为:

$$2x_0 / v_{ix}$$

(3) 时间内第*i*个分子与A面碰撞的次数:

$$\Delta t$$

$$v_{ix} \Delta t / 2x_0$$

(4) 时间内A面受到第*i*个分子的冲量为

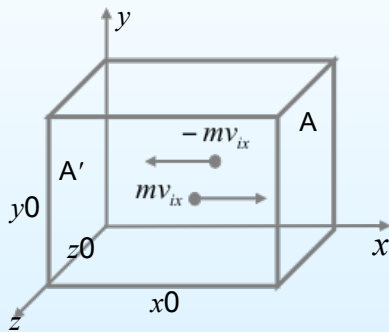
$$\Delta t$$

$$I_i = 2mv_{ix} \cdot \frac{v_{ix} \Delta t}{2x_0} = \frac{mv_{ix}^2 \Delta t}{x_0}$$

(5) 时间内A面受到所有分子的冲量为

$$\Delta t$$

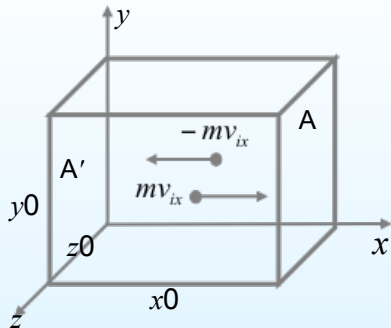
$$I = \sum_{i=1}^N I_i = \frac{Nm\Delta t}{x_0} \frac{\sum_{i=1}^N v_{ix}^2}{N} = \frac{Nm\Delta t}{x_0} \overline{v_x^2}$$



由压强的定义:

$$p = \frac{F}{S} = \frac{I}{\Delta t} \cdot \frac{1}{S_A} = \frac{I}{\Delta t \cdot y_0 z_0}$$

$$\Rightarrow p = \frac{Nm}{x_0 y_0 z_0} \overline{v_x^2} = nm \overline{v_x^2}$$



$$\therefore P = \frac{1}{3} nm \overline{v^2} \quad \text{----理想气体压强公式}$$

定义分子平均平动动能:

$$\bar{\epsilon}_t = \frac{1}{2} m \overline{v^2}$$

压强公式又可表示为:

$$p = \frac{2}{3} n \bar{\epsilon}_t$$

说明： 1.压强公式是一个统计规律；

### 压强公式

宏观量  $p$   $\longrightarrow$  微观量的 统计平均值

$$\overline{\varepsilon_t}$$

$\therefore$  压强只有统计意义

2.压强是由于大量气体分子碰撞器壁产生的，它是对大量分子统计平均的结果。对单个分子无压强的概念。

3.上述压强公式适用于任意形状的容器

4.无法用实验直接验证

### 8.2.2 理想气体的温度

将  $p = nkT$  代入压强公式得

$$nkT = \frac{2}{3} n \overline{\varepsilon_t}$$

$$\therefore \overline{\varepsilon_t} = \frac{3}{2} kT$$

1. 表示宏观量温度  $T$  与微观量的统计平均值之间的关系----温度的统计意义。
2. 温度是大量气体分子热运动剧烈程度的量度与气体种类无关----温度的微观实质。
3. 分子的平均平动动能只与  $T$  有关, 与气体性质无关, 与整体定向运动速度无关。



4.运动是绝对的,因而绝对零度不可能达到

5.成立条件：理想气体平衡态。

$$\begin{aligned}\bar{\varepsilon}_t &= \frac{1}{2} m \overline{v^2} \\ \bar{\varepsilon}_t &= \frac{3}{2} kT\end{aligned} \quad \longrightarrow \quad \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$$

称为方均根速率

例. 在273K时:

$$\bar{\varepsilon}_t = \frac{3}{2}kT = 3.65 \times 10^{-21} \text{ J} = 3.53 \times 10^{-2} \text{ eV}$$

H<sub>2</sub>分子  $\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3 \times 8.31 \times 273}{2.02 \times 10^{-3}}} = 1836 \text{ m/s}$

O<sub>2</sub>分子  $\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3 \times 8.31 \times 273}{32 \times 10^{-3}}} = 461 \text{ m/s}$

**例题** 一容器体积  $V=1\text{m}^3$ , 有  $N_1=1\times 10^{25}$  个氧分子,  $N_2=4\times 10^{25}$  氮分子, 混合气体的压强  $p=2.76\times 10^5\text{pa}$ , 求分子的平均平动动能及混合气体的温度。

解: 由压强公式

$$p = \frac{2}{3} n \overline{\epsilon_t} = \frac{2}{3} \cdot \frac{N_1 + N_2}{V} \overline{\epsilon_t}$$

所以 
$$\overline{\epsilon_t} = \frac{3pV}{2(N_1 + N_2)} = 8.26 \times 10^{-21}\text{J}$$

又 
$$\overline{\epsilon_t} = \frac{3}{2} kT$$

混合气体的温度:

$$T = \frac{2\overline{\epsilon_t}}{3k} = 400\text{K}$$

例题 两瓶不同种类的气体，温度、压强相同，但体积不同，则

(1)它们单位体积中的分子数 相同。

$$(p=nkT)$$

(2)它们单位体积中的气体质量 不相同。

$$(\rho=mn)$$

(3)它们单位体积中的分子平均平动动能的总和

$$\overline{\varepsilon} = n\overline{\varepsilon}_t = \frac{3}{2}nkT = \frac{3}{2}p \quad \text{相同。}$$

## 主要内容

8.1 理想气体的状态方程

8.2 理想气体的压强和温度

8.3 能量均分原理

8.4 麦克斯韦速率分布律

## 8.3 能量均分原理

### 8.3.1 自由度

**自由度**—确定一个物体的空间位置所需要的独立坐标数，用 $i$ 表示。

#### 1.单原子分子（如He, Ne, Ar等）

可视为质点,确定它在空间的位置需3个独立坐标，故有3个自由度，称为平动自由度。

$$i = t = 3$$

$t$  .....平动自由度

## 2. 刚性双原子分子 (如 $O_2$ , $H_2$ , $CO$ )

两原子之间成细杆哑铃似的结构,



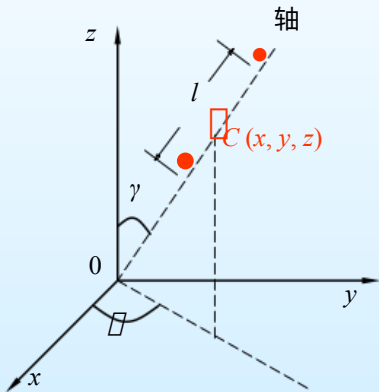
确定质心C, 需知要3个平动自由度,  $t=3$   
( $x, y, z$ )

确定轴的取向, 需要2个转动自由度 ( $\theta, \phi$ );

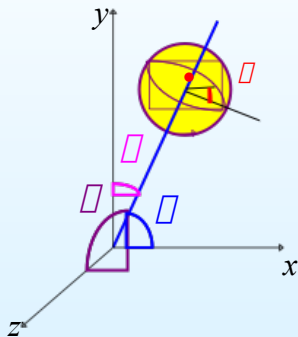
$r$  ..... 转动自由度,

$$r=2 \quad (\theta, \phi)$$

总自由度:  $i=t+r=5$



### 3. 刚性多原子分子(可看作刚体)



质心, 要3个平动自由度;

$t=3$  (质心坐标  $x, y, z$ )

确定过质心的轴的方位需 2 个转动自由度 ( $\theta, \phi$ );

确定分子绕轴转动需要 1 个转动自由度  $\psi$ ;

$r=3$  ( $\theta, \phi, \psi$ )

总自由度:  $i = t + r = 6$



### 8.3.2 能量按自由度均分原理

由  $\bar{\varepsilon}_t = \frac{3}{2}kT$  及  $t = 3$ ，我们可以得知：

一个平动自由度对应的平均动能为  $kT/2$

$$\text{即：} \quad \frac{1}{2} \overline{mv_x^2} = \frac{1}{2} \overline{mv_y^2} = \frac{1}{2} \overline{mv_z^2} = \frac{1}{2} kT$$

由于分子碰撞频繁，平均地说，能量分配没有任何自由度占优势。

即：

在温度为  $T$  的平衡态下，分子热运动的每一个自由度所对应的平均动能都等于

$$\frac{1}{2} kT$$

——能量按自由度均分原理

由此可知，如果一个分子有*i*个自由度，其平均动能

$$\bar{\varepsilon} = \frac{i}{2} kT$$

所以，根据 能量均分原理，  
每个刚性分子热运动的平均动能为

$$\bar{\varepsilon} = \frac{i}{2} kT = \frac{t+r}{2} kT = \begin{cases} \frac{3}{2} kT & \text{单} \\ \frac{5}{2} kT & \text{双} \\ \frac{6}{2} kT & \text{多} \end{cases}$$

### 8.3.3. 理想气体内能

内能：系统内所有分子的动能和势能总和。

对理想气体：

□分子有动能，它与气体温度有关。

□分子间无相互作用，则无相互作用势能

所以：内能=所有分子动能之和

设理想气体有 $N$ 个分子，

$$E = N\bar{\epsilon} = \frac{i}{2}kT \cdot N$$

$$E = \frac{i}{2} kT \cdot N = \frac{i}{2} \frac{R}{N_A} \cdot T \cdot \nu N_A$$

则内能公式：

$$E = \frac{i}{2} \nu RT$$

说明：

(1)理想气体的内能是温度的单值函数

$$(2) \Delta E = \frac{i}{2} \nu R \Delta T$$

(3)利用理想气体的状态方程可得

$$E = \frac{i}{2} PV \quad \Delta E = \frac{i}{2} \Delta(PV)$$

例：说明下列各式的物理意义

(1)  $kT/2$  -----分子的一个自由度平均分配的动能

(2)  $3kT/2$  -----分子的平均平动动能

(3)  $ikT/2$  -----分子的平均动能

(4)  $3RT/2$  -----1摩尔分子的平均平动动能的总和

1 mol 单原子理想气体的内能  $E_{mol}$

(5)  $MiRT/2\mu$  -----质量为M，摩尔质量为  $\mu$  的分子的平均动能的总和

$\nu$  mol 理想气体的内能  $E$

例：一容器内装有某一理想气体，其温度为00C，压力为 $1.0 \times 10^{-2}$ 大气压，密度为 $1.24 \times 10^{-2} \text{Kg/m}^3$ 。求：（1）气体的摩尔质量，（2）气体分子的平均平动动能和转动动能，（3）容器单位体积内分子的总平动动能，（4）若该

气体有 $0.3 \text{ mol}$  求其内能。  
解：(1)  $pV = \frac{\mu}{M} RT \Rightarrow \mu = \frac{p}{\rho} = \frac{1.0 \times 10^{-2} \times 10^5}{1.24 \times 10^{-2}} = 800 \text{ kg/mol} (N_2 \text{ 或 } CO)$

$$(2) t = 3 \quad \therefore \bar{\epsilon}_t = \frac{3}{2} kT = 5.6 \times 10^{-21} \text{ J}$$

$$r = 2 \quad \therefore \bar{\epsilon}_r = kT = 3.7 \times 10^{-21} \text{ J}$$

$$(3) n = \frac{p}{kT} \quad n\bar{\epsilon}_t = n \cdot \frac{3}{2} kT = 1.5 \times 10^3 \text{ J}$$

$$(4) E = \nu \frac{i}{2} RT = \frac{0.3 \times 5 \times 8.31 \times 273}{2} = 1.7 \times 10^3 \text{ J}$$

## 主要内容

8.1 理想气体的状态方程

8.2 理想气体的压强和温度

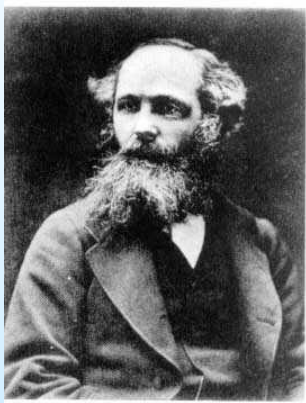
8.3 能量均分原理

8.4 麦克斯韦速率分布律

## 8.4 麦克斯韦速率分布律

(Maxwell's law of distribution of speeds)

### 8.4.1 速率分布函数



麦克斯韦

气体中个别分子的速度具有怎样的数值和方向完全是偶然的，但就大量分子的整体来看，在一定的条件下，气体分子的速率分布也遵从一定的统计规律。这个规律也叫**麦克斯韦速率分布律**。



设：一定量理想气体， $dN_v$  为速率  $v$  附近  $dv$  区间内的分子数， $N$  为总分子数，  
则易知

$$dN_v \propto N dv, \quad \text{即} \quad \frac{dN_v}{N} \propto dv$$

由于  $dN_v / N$  是速率  $v$  附近  $dv$  区间的分子数与总分子数之比，所以它应与  $v$  的大小有关，

可以写成：

$$\frac{dN_v}{N} = f(v) dv,$$

即

$$f(v) = \frac{dN_v}{N dv}$$

$f(v)$  称为速率分布函数

(function of distribution  
of Speeds)

$$f(v) = \frac{dN_v}{N dv}$$

$f(v)$ 的物理意义:

速率在 $v$ 附近、单位速率区间内的分子数占总分子数的百分比, 或单位速率区间内分子出现的概率, 即概率密度

因为  $\int_{v=0}^{\infty} dN_v = N$ , 即  $\int_{v=0}^{\infty} \frac{dN_v}{N} = 1$

所以  $\int_0^{\infty} f(v) dv = 1$

这称为速率分布函数的  
归一化条件。

应用速率分布函数，可以求出一些统计平均值，如：平均速率，速率平方的平均值等。

平均速率： 所有分子速率的平均值。

分立：

$$\bar{v} = \frac{\sum N_i v_i}{N}$$

连续：

$$\bar{v} = \frac{\int_0^N v dN_v}{N} = \int_0^N v \cdot \frac{dN_v}{N} = \int_0^\infty v \cdot f(v) dv$$

同理，可得速率平方的平均值：

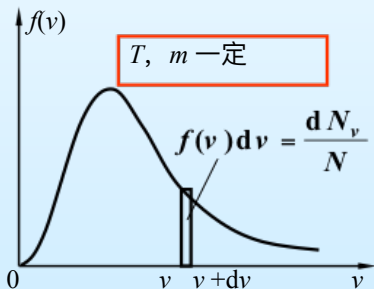
$$\overline{v^2} = \int_0^\infty v^2 f(v) dv$$

## 8.4.2 麦克斯韦速率分布函数

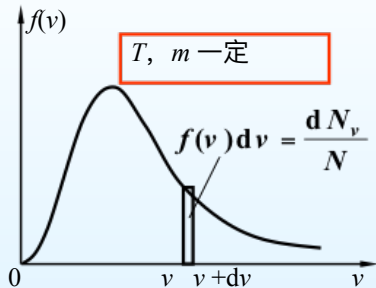
1859年麦克斯韦 (Maxwell) 导出了理想气体在无外场的平衡态 ( $T$ ) 下, 分子速率分布函数为:

$$f(v) = 4\pi \cdot \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot e^{-mv^2/2kT} \cdot v^2$$

图中曲线下的面积为该速率区间内分子出现的概率。



由归一化条件



$$\int_0^{\infty} f(v) dv = 1$$

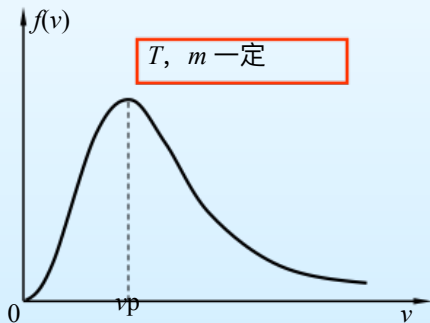
可知：

曲线包围的面积总各为1。

应用麦克斯韦速率分布函数，可以求得理想气体分子的一些统计平均值。如：平均速率，方均根速率和最概然速率。

## 1. 理想气体分子的最概然速率

如图示，相应于速率分布函数  $f(v)$  的极大值的速率称为最概然速率，记作  $v_p$ 。



由  $\left. \frac{df(v)}{dv} \right|_{v=v_p} = 0$ ，有：

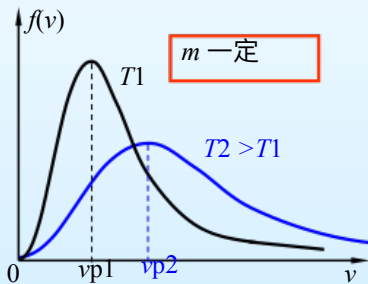
$$v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} \propto \sqrt{T}$$

由图可知， $v_p$  的物理意义是  $v_p$  附近单位速率区间的分子数占总分子数的百分比最大。

$$v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \rightarrow f(v_p) = \left( \frac{8m}{\pi kT} \right)^{1/2} e^{-1}$$

□ 当分子质量  $m$  一定时,

$$T \uparrow \Rightarrow \begin{cases} v_p \uparrow \\ f(v_p) \downarrow \end{cases}$$



左图表明: 温度越高,

速率大的分子数比例越大,

气体分子的热运动越激烈。

思考:  $T$  一定,  $m_2 > m_1$ , 速率分布曲线如何?

利用

$$\bar{v} = \int_0^{\infty} v \cdot f(v) dv, \quad \overline{v^2} = \int_0^{\infty} v^2 f(v) dv$$

代入麦氏速率分布函数，经计算可得：

理想气体分子的平均速率

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}}$$

理想气体分子的方均根速率

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$$



比较可得：

$$v_p : \bar{v} : \sqrt{v^2} = \sqrt{2} : \sqrt{\frac{8}{\pi}} : \sqrt{3} = 1.41 : 1.60 : 1.73$$

$\sqrt{v^2}$  — 主要在讨论分子平均平动动能时用

$\bar{v}$  — 主要在讨论分子碰撞问题时用

$v_p$  — 主要在讨论分子的速率分布时用

## 例：试说明下列各式的物理意义。

$$(1) Nf(v)dv = dN$$

表示在速率 $v$ 附近， $dv$ 速率区间内分子的个数。

$$(2) \int_{v_1}^{v_2} f(v)dv = \Delta N / N$$

表示在速率 $v_1 \sim v_2$ 速率区间内，分子出现的概率。

$$(3) \int_{v_1}^{v_2} Nf(v)dv = \Delta N$$

表示在速率 $v_1 \sim v_2$ 速率区间内的分子数。

$$(4) \int_0^{\infty} Nvf(v)dv = \int_0^{\infty} vdN$$

分子速率的总和

例: 如图表示氢气和氧气在同一温度下的速率分布, 求氢分子和氧分子的方均根速率

解:  $v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad \therefore m_1(O_2) \quad m_2(H_2)$

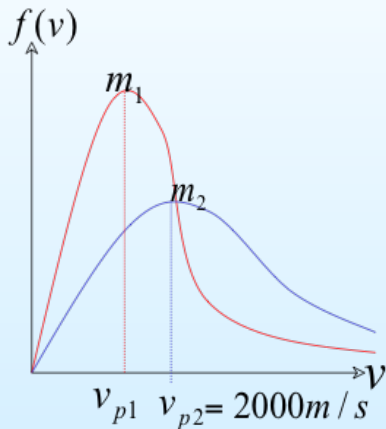
$\frac{\sqrt{v^2}}{v_p} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow \sqrt{v^2}_{H_2} = 2440 m/s$

$\frac{\sqrt{v_1^2}}{\sqrt{v_2^2}} = \frac{\sqrt{m_2}}{\sqrt{m_1}} = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow \sqrt{v^2}_{O_2} = 610 m/s$

$v_{p1} = 500 m/s$



例：设某气体的速率分布函数

为

$$f(v) = \begin{cases} av^2, & (0 \leq v \leq v_0) \\ 0, & (v > v_0) \end{cases}$$

求：

(1) 常量  $a$  和  $v_0$  的关系

(2) 平均速率

$$\bar{v}$$

(3) 速率在

$0 - v_0/2$  之间分子的平均速率

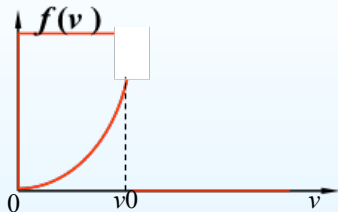
$$\bar{v}'$$

解：(1) 归一化条件

$$\int_0^{\infty} f(v) dv = 1$$

$$\int_0^{\infty} f(v) dv = \int_0^{v_0} av^2 dv = \frac{1}{3} av_0^3$$

$$\rightarrow a = \frac{3}{v_0^3}$$



(2) 设总分子数为 $N$ , 则

$$\bar{v} = \int_0^{\infty} v \cdot f(v) dv = \int_0^{v_0} v \cdot av^2 dv = \frac{3}{4}v_0$$

(3)

$$\bar{v}' = \frac{\int_0^{v_0/2} v \cdot Nf(v) dv}{N} = \int_0^{v_0/2} v \cdot f(v) dv \quad \text{对否?}$$

—不对!

上式分母上的 $N$ 应为

$$\int_0^{v_0/2} Nf(v) dv$$

$$\therefore \bar{v}' = \frac{\int_0^{v_0/2} v \cdot f(v) dv}{\int_0^{v_0/2} f(v) dv} = \frac{\frac{a}{4} \left(\frac{v_0}{2}\right)^4}{\frac{a}{3} \left(\frac{v_0}{2}\right)^3} = \frac{3}{8}v_0 \neq \bar{v}$$

### 8.4.3 麦克斯韦速率分布律的实验验证

1920. Stern 实验

1934. 葛正权 实验

1955. Millet and kusch 实验

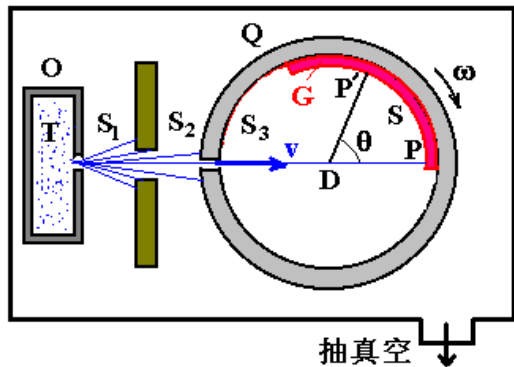
#### 实验

O --- 铋蒸气源,  
温度为  $T$

$S_1, S_2, S_3$  --- 狭缝

Q --- 圆筒, 转速可达  
500转/秒

G --- 玻璃薄板



## 实验的物理思想:

设速率为 $v$ 的分子沉积在 $P'$ 处

飞行时间

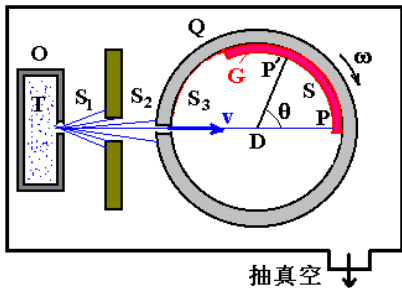
$$t = \frac{D}{v}$$

弧长 $PP' = S$

$$S = \frac{D}{2} \cdot \theta = \frac{D}{2} \omega t = \frac{D}{2} \omega \cdot \frac{D}{v}$$

$$\therefore v = \frac{D^2 \omega}{2S} \quad \text{分子的 } v \text{ 小, 沉积处 } S \text{ 大。}$$

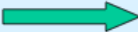
一定的  $S$  值相应于一定的分子速率  $v$ 。



## 实验中,圆筒转动约十几小时;

用测微光度计测定薄玻璃板上  
各处分子的沉积厚度。

分子的沉积厚度  
随S的变化关系

$$v = \frac{D^2 \omega}{2S}$$


分子数与速率  
的关系

实验结果：符合麦克斯韦速率分布率。