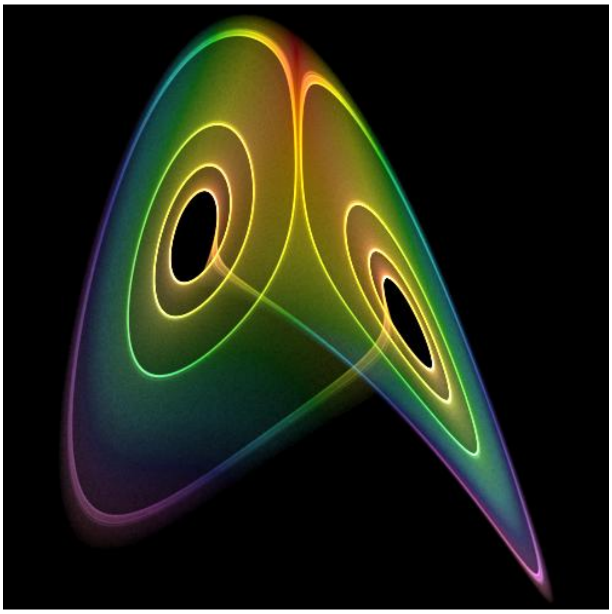
Reporte de Evaluación2

Valenzuela Terán Jonás

April 27, 2018



1 Introducción

El objetivo de la evaluación es poner a prueba conocimientos previos sobre manejo de modelos en python, en el entorno de programación jupyter lab, además de manejo de herramientas de graficación y solucionadores numéricos. Además, se aprenderá a crear un GIF animado del modelo, usando como ejemplo el sistema de Lorenz, ilustrando el espacio de fase (posición contra posición) que produce con diferentes parámetros definidos.

2 Sistema de Lorenz

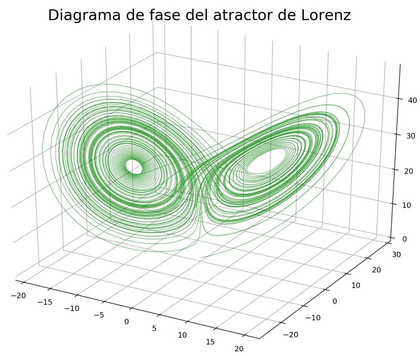
El sistema de Lorenz es un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias, estudiadas por Edward Lorenz, es característica por tener soluciones caóticas con ciertos valores de parámetros y condiciones iniciales, estas soluciones muestran gráficas de fase con figuras de mariposa o de infinito comunmente.

$$\frac{dx}{dt} = \sigma(y - x)$$
$$\frac{dy}{dt} = x(\rho - z) - y$$
$$\frac{dz}{dt} = xy - \beta z$$

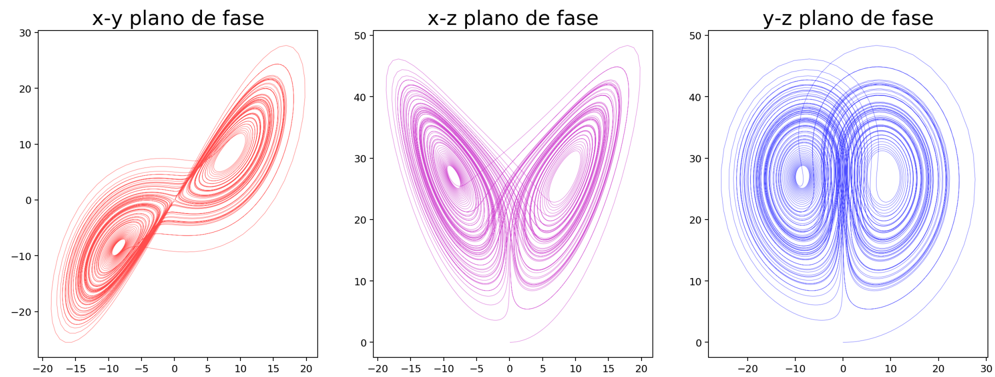
Esto se conoce como las ecuaciones de Lorenz, se relacionan con una simplificación del modelo matemático de convección atmosférica, las propiedades de una capa de fluido bi-dimensional uniformemente calentado desde abajo y enfriado desde arriba. Edward Lorenz, considerado el padre de la teoría del caos, describió el caos una vez como: "cuando el presente determina el futuro, pero el presente aproximado no determina aproximadamente el futuro".

3 Resultados

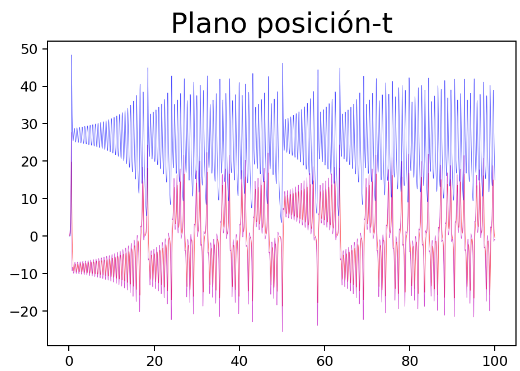
En el primer caso, exploramos el sistema de Lorenz con parámetros: $\sigma = 10, \beta = \frac{8}{3}, \rho = 28$.



Primero realizamos una gráfica de fase en el espacio, con las coordenadas x, y, z se forma una figura similar a una mariposa o al símbolo de infinito.

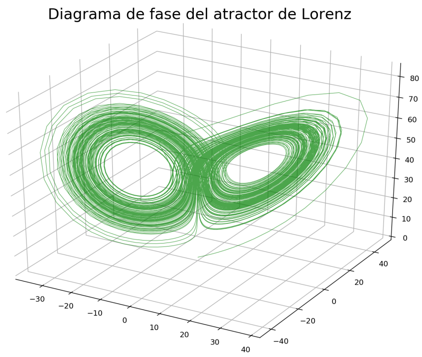


Realizamos gráficas de fase bi-dimensionales para analizar más a detalle cada componente, observamos patrones similares en las 3 combinaciones.

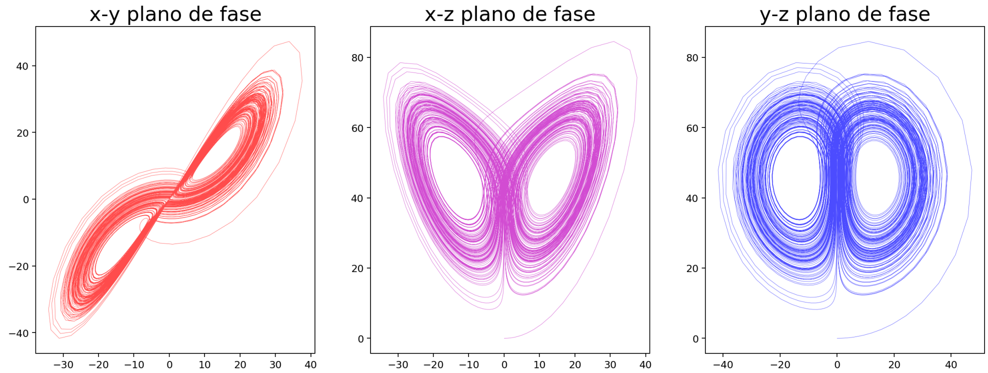


Finalmente creamos una gráfica de posición contra tiempo, de x, y, z superpuestas, asignadas con un color diferente, aquí se puede apreciar el comportamiento caótico del sistema.

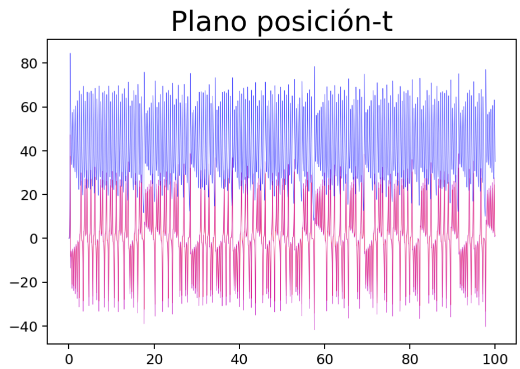
Para el segundo caso, exploramos con los parámetros: $\sigma = 28, \beta = 4, \rho = 46.92$.



Observamos una trayectoria de fase más definida, es decir, se dispersa menos, formando un patrón más apreciable.

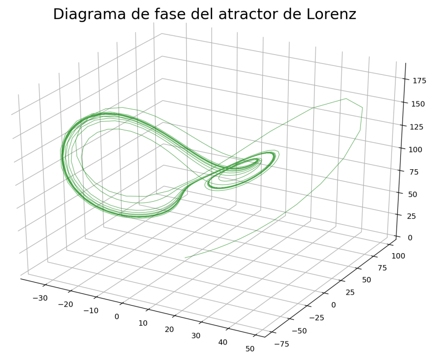


En los planos de fase individuales observamos el mismo caso, las trayectorias y patrones se definen más.

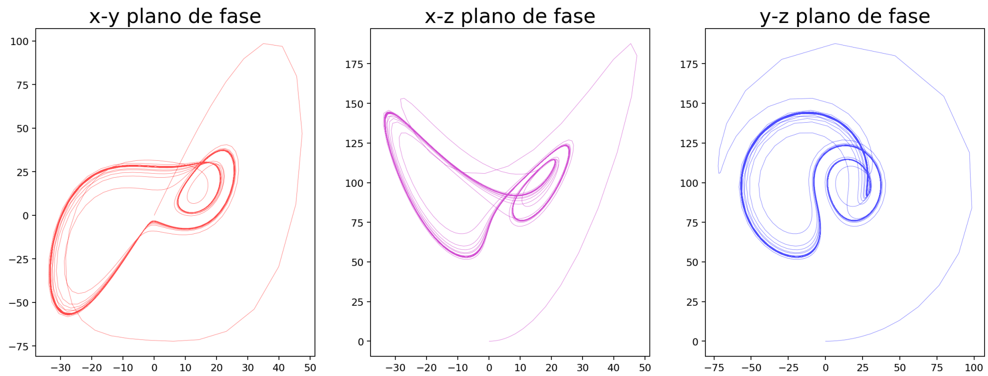


La gráfica de posición contra tiempo, muestra movimientos menos caóticos, además, distinguibles entre x, y, z por su posición promedio.

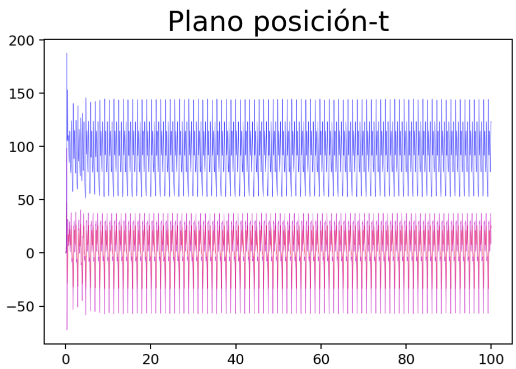
Finalmente, el tercer caso, considera los parámetros: $\sigma = 10, \beta = \frac{8}{3}, \rho = 99.96$.



Es evidente que el espacio de fase obtenido de estos parámetros es muy diferente a los 2 anteriores, la trayectoria es mucho más definida, describiendo un ciclo límite, sin embargo, este no tiene la forma de mariposa o infinito visto anteriormente.



Lo mismo sigue si analizamos las direcciones coordenadas individualmente, mostrando figuras irregulares pero estables y cerradas.



Analizando el plano de posición contra tiempo, notamos la periodicidad del movimiento comparado con los movimientos anteriores, lo que demuestra que los parámetros afectan fuertemente en la solución del sistema y su comportamiento.

4 Conclusión

La evaluación cumplió en poner los conocimientos previos a prueba, al solucionar los posibles errores que se presentaran al tratar de reproducir el sistema de Lorenz en diferentes condiciones, además, se aprendió a realizar una animación de el modelo, que es útil para cualquier modelo, observamos también el sistema de Lorenz que produce patrones muy interesantes, un ejemplo adecuado para animar.

5 Bibliografía

- (2018). Lorenz system. 26 de abril de 2018, de Wikipedia Sitio web: *https://en.wikipedia.org/wiki/Lorenz_ system*
- Geoff Boeing. (2016). Animating the Lorenz Attractor with Python. 26 de abril de 2018, de Urban planning postdoc at UC Berkeley Sitio web: http://geoffboeing.com/2016/12/animating-lorenz-attractor-python/