华东理工大学 2017–2018 学年第二学期

《高等数学(下)》(11 学分) 课程期末考试试卷 (B) 2018.7

开课学院：理学院， 专业：大面积， 考试形式：闭卷， 所需时间 120 分钟

考生姓名：__________ 学号：__________ 班级：__________ 任课教师：__________

题序	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
满分	12	18	18	18	16	6	6	6	100
得分									
阅卷人									

注 意：试 卷 共 三 页 八 大 题

一、解下列各题（每小题 6 分，共 12 分）：

1. 设曲线 L 的方程为 $x=\cos^3 t,\ y=\sin^3 t,\ 0\le t\le \frac{\pi}{2}$，计算 $\int_L \sqrt[3]{x}\,\mathrm{d}s$.

2. 计算 $I=\oint_\Gamma (z-y)\,\mathrm{d}x+(x-z)\,\mathrm{d}y+(x-y)\,\mathrm{d}z$，其中 Γ 是曲线 $\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ x-y+z=2 \end{cases}$，从 z 轴正向往负方向看，Γ 取顺时针方向.

二、解下列各题（每小题 6 分，共 18 分）：

1. 求微分方程 $y''-2y'+y=1$ 的通解.

2. 求经过点 $(0,\,2,\,-3)$ 且与两个平面 $x+z=1$ 及 $x+y+z=1$ 同时平行的直线方程.

3. 求曲面 $z=x^2+y^2$ 在点 $(1,2,5)$ 处的切平面方程.

三、解下列各题（每小题 6 分，共 18 分）：

1. 设函数 f 具有一阶连续偏导数，$u = f(y\sin^2 x, xe^y)$，求 $\mathrm{d}u, \dfrac{\partial u}{\partial x}, \dfrac{\partial u}{\partial y}$.

2. 求函数 $z = \sqrt{y + \cos x}$ 在点 $P = (0, 1)$ 处沿方向 $\vec{l} = \{3, 4\}$ 的方向导数.

3. 用拉格朗日乘数法求函数 $u = xyz$ 在约束条件 $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} + \dfrac{1}{z} = 1$ ($x > 0,\ y > 0, z > 0$)下的最小值.

四、解下列各题（每小题 6 分，共 18 分）：

1. 计算二次积分$\int_1^2 \mathrm{d}y\int_y^2 \mathrm{e}^{x^2-2x}\mathrm{d}x$.

2. 计算$\iint\limits_D y\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$，其中$D$是由不等式$1 \le x^2+y^2 \le 16$，$x \ge 0$，$y \ge 0$所表示的区域.

3. 计算二重极限$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{xy^2}{x^2+y^2}$.

五、选择题(在每小题中选出唯一正确的选项, 每小题 4 分, 共 16 分)

1. 设 $u=\ln\sqrt{x^2+y^2+z^2}$, 则 $\mathrm{rot}(\mathrm{grad}\, u)=$ ( )

(A) $\dfrac{2}{x^2+y^2+z^2}$ (B) $\dfrac{1}{x^2+y^2+z^2}$

(C) $\vec{0}$ (D) $\dfrac{-2\{yz, zx, xy\}}{(x^2+y^2+z^2)^2}$

2. 设连续函数 $z=f(x,y)$ 满足 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 1}}\dfrac{f(x,y)-2x+y-2}{\sqrt{x^2+(y-1)^2}}=0$, 则 $\mathrm{d}\,z\big|_{(0,1)}=$ ( )

(A) $2\,\mathrm{d}x-\mathrm{d}y$ (B) $-2\,\mathrm{d}x+\mathrm{d}y$ (C) $2\,\mathrm{d}x+\mathrm{d}y$ (D) $-2\,\mathrm{d}x-\mathrm{d}y$

3. 设 Σ 是曲面 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{4}=1-z$ 与平面 $z=0$ 所围立体表面的外侧, 则 $\oiint\limits_{\Sigma} x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z+y\,\mathrm{d}z\,\mathrm{d}x+z\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$ 的值为 ( )

(A) 9π (B) 6π (C) 3π (D) 0

4. 设以 10 为周期的函数 $f(x)$ 在 $[-5,5)$ 内的表达式为 $f(x)=\begin{cases}2, -5\le x<0,\\ 0, 0\le x<5\end{cases}$, 则其傅里叶级数在 $x=-5$ 处收敛到 ( )

(A) 2 (B) 0 (C) -1 (D) 1

六、(本题 6 分) 计算曲线积分 $I=\int_L (y\mathrm{e}^{-x}+2x)\,\mathrm{d}x+(4y-\mathrm{e}^{-x})\,\mathrm{d}y$, 其中 L 是从点 $A(1,0)$, 过点 $B(0,1)$ 到点 $C(-1,1)$ 的有向圆弧.

七、(本题 6 分) 计算$\iiint\limits_{\Omega} z^2\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z$，其中$\Omega$是由锥面$z=\sqrt{x^2+y^2}$和平面$z=5$所围成的闭区域.

八、(本题 6 分) 计算二次积分$I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\mathrm{d}\theta\int_0^{\sec\theta}\rho^2\sqrt{1-\rho^2\cos 2\theta}\sin\theta\,\mathrm{d}\rho$.