习题 7-1

解： 传动比 $i=\frac{z_2}{z_1}=\frac{57}{23}=2.478$

分度圆直径 $d_1=mz_1=2.5\times23=57.5mm$

$d_2=mz_2=2.5\times57=142.5mm$

齿顶圆直径 $d_{a1}=m(z_1+2)=2.5\times(23+2)=62.5mm$

$d_{a2}=m(z_2+2)=2.5\times(57+2)=147.5mm$

齿根圆直径 $d_{f1}=m(z_1-2.5)=2.5\times(23-2.5)=51.25mm$

$d_{f2}=m(z_2-2.5)=2.5\times(57-2.5)=136.25mm$

基圆直径 $d_{b1}=d_1\cos20°=57.5\times\cos20°=54.032mm$

$d_{b2}=d_2\cos20°=142.5\times\cos20°=133.906mm$

中心距 $a=\frac{d_1+d_2}{2}=\frac{57.5+142.5}{2}=100mm$

齿距 $p=\pi m=\pi\times2.5=7.85mm$

齿厚 $s=p/2=7.85/2=3.925mm$

齿槽宽 $e=p/2=7.85/2=3.925mm$

分度圆处的曲率半径 $\rho_1=\sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2-\left(\frac{d_{b1}}{2}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{57.5}{2}\right)^2-\left(\frac{54.032}{2}\right)^2}=9.833mm$

$\rho_2=\sqrt{\left(\frac{d_2}{2}\right)^2-\left(\frac{d_{b2}}{2}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{142.5}{2}\right)^2-\left(\frac{133.906}{2}\right)^2}=24.369mm$

齿顶圆上的压力角

$\alpha_{a1}=\arccos\frac{r_{b1}}{r_{a1}}=\arccos\frac{d_{b1}/2}{d_{a1}/2}=\arccos\frac{54.032/2}{62.5/2}=30°10'22''$

$\alpha_{a2}=\arccos\frac{r_{b2}}{r_{a2}}=\arccos\frac{d_{b2}/2}{d_{a2}/2}=\arccos\frac{133.906/2}{147.5/2}=24°47'30''$

习题 7-2

解： 齿顶圆直径 $d_{a1}=m(z_1+2)$

模数 $m=\frac{d_{a1}}{z_1+2}=\frac{99.85}{38+2}=2.49$ 取标准模数 m=2.5

中心距 $a=\frac{m}{2}(z_1+z_2)$

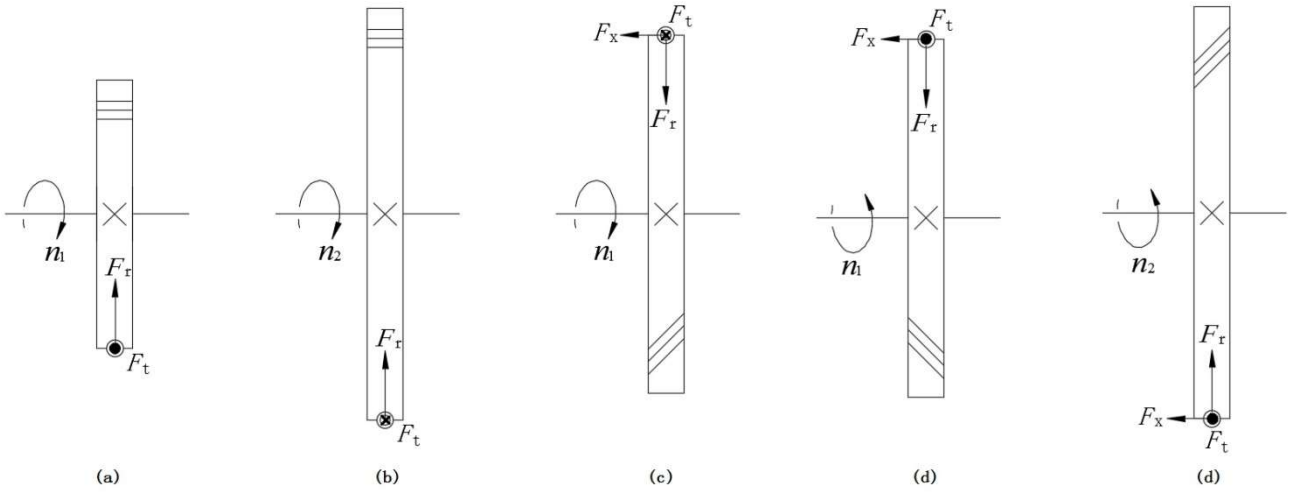
配对齿轮齿数 $z_2=\frac{2a}{m}-z_1=\frac{2\times115}{2.5}-38=54$

配对齿轮分度圆直径 $d_2=mz_2=2.5\times54=135mm$

配对齿轮齿顶圆直径 $d_{a2}=m(z_2+2)=2.5\times(54+2)=140mm$

配对齿轮齿根圆直径 $d_{f2}=m(z_2-2.5)=2.5\times(54-2.5)=128.75mm$

习题 7-3



习题 7-6

解：1.材料选择

单级减速器，单向转动，载荷平稳，对外廓尺寸没有限制，为了加工方便，采用软齿面齿轮传动。先按接触疲劳强度设计，再校核其弯曲疲劳强度。

小齿轮选用 45 钢，调质处理，齿面平均硬度为 240HBS；大齿轮选用 45 钢，正火处理，齿面平均硬度为 200HBS。

2. 许用接触应力与许用弯曲应力

由表 3-4，接触疲劳极限 $\sigma_{H\lim1}=0.87HBW+380=0.87\times240+380=588.8MPa$

$$\sigma_{H\lim2}=0.87HBW+380=0.87\times200+380=554MPa$$

取安全系数 $S_H=1$

许用接触应力 $[\sigma_{H1}]=\frac{\sigma_{H\lim 1}}{S_H}=\frac{588.8}{1}=588.8MPa$

$$[\sigma_{H2}]=\frac{\sigma_{H\lim 2}}{S_H}=\frac{554}{1}=554MPa$$

取$[\sigma_{H1}]$、$[\sigma_{H2}]$中较小者代入公式计算。

由表 3-4，弯曲疲劳极限 $\sigma_{F\lim 1}=0.7HBW+275=0.7\times 240+275=443MPa$

$$\sigma_{F\lim 2}=0.7HBW+275=0.7\times 200+275=415MPa$$

取安全系数 $S_F=1.4$

许用弯曲应力 $[\sigma_{F1}]=\frac{\sigma_{F\lim 1}}{S_F}=\frac{443}{1.4}=316.4MPa$

$$[\sigma_{F2}]=\frac{\sigma_{F\lim 1}}{S_F}=\frac{415}{1.4}=296.4MPa$$

3. 小齿轮分度圆直径

小齿轮转矩 $T=9.55\times 10^6\frac{P}{n_1}=9.55\times 10^6\times\frac{10}{960}=99479N\cdot mm$

齿宽系数 由表 3-7，软齿面，齿轮相对于轴承对称布置，$\psi_d=0.8\sim 1.4$，取$\psi_d=1.0$

载荷系数 软齿面齿轮，工作平稳，取 K=1.4

节点区域系数 标准直齿圆柱齿轮传动，$Z_H=2.5$

弹性系数 由表 3-5，$Z_E=189.8$

小齿轮计算直径为

$$d_1\geq\sqrt[3]{\left(\frac{Z_EZ_H}{[\sigma_H]}\right)^2\frac{2KT_1}{\psi_d}\left(\frac{i+1}{i}\right)}=\sqrt[3]{\left(\frac{189.8\times 2.5}{554}\right)^2\frac{2\times 1.4\times 99479}{1}\left(\frac{4.2+1}{4.2}\right)}=63.2mm$$

4. 确定几何尺寸

齿数 软齿面传动，故取 $z_1=35$，则 $z_2=iz_1=4.2\times 35=147$ （通常 $z_1=20\sim 40$，软齿面齿轮，z_1取较大值，z_1与 z_2最好互质，一奇一偶。z_1选择不同，后面几何尺寸计算不同）

模数 $m=\frac{d_1}{z_1}=\frac{63.2}{35}=1.8mm$，由表 3-2，取标准模数 m=2

分度圆直径 $d_1=mz_1=2\times 35=70mm$

$$d_2=mz_2=2\times 147=294mm$$

中心距　$a=\frac{1}{2}(d_1+d_2)=\frac{1}{2}(70+294)=182mm$

齿宽　$b=\psi_d d_1=1.0\times 70=70mm$

取 $b_2=b=70mm$

$b_1=b+(5\sim 10)$，取 $b_1=75mm$

5. 校核齿根弯曲疲劳强度

复合齿形系数　由表 3-6　$Y_{FS1}=4.06$

$$Y_{FS2}=3.96+\frac{147-100}{150-100}\times(4.00-3.96)=3.9976$$

齿根应力　$\sigma_{F1}=\frac{2KT_1}{bd_1m}Y_{FS1}=\frac{2\times 1.4\times 99479}{70\times 70\times 2}\times 4.06=115.4MPa$

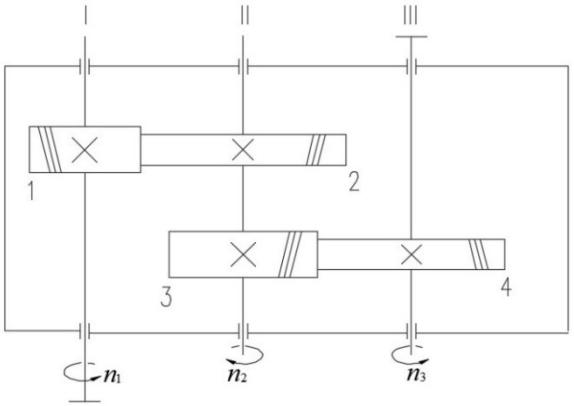
$$\sigma_{F2}=\sigma_{F1}\frac{Y_{FS2}}{Y_{FS1}}=115.4\times\frac{3.9976}{4.06}=113.6MPa$$

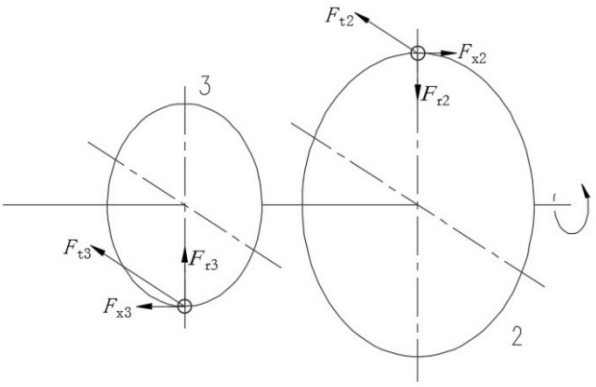
显然　$\sigma_{F1}<[\sigma_{F1}]$，　$\sigma_{F2}<[\sigma_{F2}]$　弯曲疲劳强度足够。

6. 齿轮的结构设计（略）

习题 7-8

解：1）齿轮 2、3、4 的转动方向和螺旋线方向如图所示。





2）齿轮 2、3 上的各分力计算

齿轮 1 上的转矩　$T_1=9.55\times 10^6\frac{P}{n_1}=9.55\times 10^6\times\frac{7.5}{1450}=49396.6N\cdot mm$

齿轮 2 上的转矩　$T_2 = T_1 \frac{n_1}{n_2} = T_1 \frac{z_2}{z_1} = 49396.6 \times \frac{51}{20} = 125961.3N \cdot mm$

齿轮 3 上的转矩　$T_3 = T_2 = 125961.3N \cdot mm$

高速级齿轮的螺旋角

$$\cos\beta_{12} = \frac{m_{n12}(z_1 + z_2)}{2a_{12}} = \frac{3 \times (20 + 51)}{2 \times 110} = 0.96818$$

$$\beta_{12} = 14.492°$$

低速级齿轮的螺旋角

$$\cos\beta_{34} = \frac{m_{n34}(z_3 + z_4)}{2a_{34}} = \frac{5 \times (18 + 62)}{2 \times 205} = 0.97561$$

$$\beta_{34} = 12.680°$$

齿轮 1 的分度圆直径

$$d_1 = \frac{m_{n12} z_1}{\cos\beta_{12}} = \frac{3 \times 20}{\cos 14.492°} = 61.97mm$$

齿轮 3 的分度圆直径

$$d_3 = \frac{m_{n34} z_3}{\cos\beta_{34}} = \frac{5 \times 18}{\cos 12.680°} = 92.25mm$$

齿轮 2 上的各分力

$$F_{t2} = F_{t1} = \frac{2T_1}{d_1} = \frac{2 \times 49396.6}{61.97} = 1594.2N$$

$$F_{r2} = F_{r1} = \frac{F_{t1}}{\cos\beta_{12}} \tan\alpha_n = \frac{1594.2}{\cos 14.492°} \tan 20° = 599.3N$$

$$F_{x2} = F_{x1} = F_{t1} \tan\beta_{12} = 1594.2 \times \tan 14.492° = 412.1N$$

齿轮 3 上的各分力

$$F_{t3} = \frac{2T_3}{d_3} = \frac{2 \times 125961.3}{92.25} = 2730.9N$$

$$F_{r3} = F_{r3} = \frac{F_{t3}}{\cos\beta_{34}} \tan\alpha_n = \frac{2730.9}{\cos 12.680°} \tan 20° = 1018.8N$$

$$F_{x3} = F_{x3} = F_{t3} \tan\beta_{34} = 2730.9 \times \tan 12.680° = 614.4N$$

习题 7-9

解：解：1. 材料选择

单级减速器，双向运转，载荷有中等冲击，采用硬齿面齿轮传动。先按弯曲疲劳强度设计，再校核其接触疲劳强度。

小齿轮选用 40Cr，表面淬火，齿面平均硬度 50HRC；大齿轮选用 45 钢，表面淬火，齿面平均硬度 46HRC。

2.许用弯曲应力与许用接触应力

由表 3-4，弯曲疲劳极限

$$\sigma_{F\lim 1}=(10.5HRC+195)\times 0.7=(10.5\times 50+195)\times 0.7=504MPa$$ （双向运转，乘以 0.7）

$$\sigma_{F\lim 2}=(10.5HRC+195)\times 0.7=(10.5\times 46+195)\times 0.7=474.6MPa$$

取安全系数 $S_F=1.4$

许用弯曲应力 $[\sigma_{F1}]=\frac{\sigma_{F\lim 1}}{S_F}=\frac{504}{1.4}=360MPa$

$$[\sigma_{F2}]=\frac{\sigma_{F\lim 1}}{S_F}=\frac{474.6}{1.4}=339MPa$$

由表 3-4，接触疲劳极限 $\sigma_{H\lim 1}=10HRC+670=10\times 50+670=1170MPa$

$$\sigma_{H\lim 2}=10HRC+670=10\times 46+670=1130MPa$$

取安全系数 $S_H=1$

许用接触应力 $[\sigma_{H1}]=\frac{\sigma_{H\lim 1}}{S_H}=\frac{1170}{1}=1170MPa$

$$[\sigma_{H2}]=\frac{\sigma_{H\lim 2}}{S_H}=\frac{1130}{1}=1130MPa$$

3. 确定齿轮模数

小齿轮转矩 $T=9.55\times 10^6\frac{P}{n_1}=9.55\times 10^6\times\frac{13}{970}=127989.7N\cdot mm$

齿宽系数 由表 3-7，硬齿面，齿轮相对于轴承对称布置，$\psi_d=0.4\sim 0.9$，取 $\psi_d=0.8$

载荷系数 硬齿面齿轮，载荷中等冲击，取 K=1.6

齿数 硬齿面传动，取 $z_1=21$，则 $z_2=iz_1=4.5\times 21=94.5$ 取 $z_2=95$

传动比 $i=\frac{z_2}{z_1}=\frac{95}{21}=4.523$，传动比误差为 0.5%，在±5%范围内。

（通常 z_1=20~40，硬齿面齿轮，z_1 取较小值，z_1 与 z_2 最好互质，一奇一偶。z_1 选择不同，后面几何尺寸计算不同）

初设螺旋角 初取 $\beta=15°$

当量齿数 $z_{v1}=\frac{z_1}{\cos^3\beta}=\frac{21}{\cos^3 15°}=23.3$

$z_{v2}=\frac{z_2}{\cos^3\beta}=\frac{95}{\cos^3 15°}=105.4$

复合齿形系数 由表 3-6 作差值计算，$Y_{FS1}=4.261$，$Y_{FS2}=3.9643$

比较 $\left.\begin{aligned}\frac{Y_{FS1}}{[\sigma_{F1}]}=\frac{4.261}{360}=0.0118\\ \frac{Y_{FS2}}{[\sigma_{F2}]}=\frac{3.9643}{339}=0.0117\end{aligned}\right\}$ 将其中较大值代入计算

齿轮模数 $m_n\geq\sqrt[3]{\frac{2KT_1\cos^2\beta}{\psi_d z_1^2}\left(\frac{Y_{FS}}{[\sigma_F]}\right)}=\sqrt[3]{\frac{2\times1.6\times127989.7\cos^2 15°}{0.8\times21^2}\times0.0118}=2.34mm$

由表 3-2，取标准模数 m_n=2.5

4. 确定几何尺寸

中心距 $a=\frac{m_n(z_1+z_2)}{2\cos\beta}=\frac{2.5\times(21+95)}{2\cos15°}=150.1mm$，取 a=150mm

实际螺旋角 $\beta=\arccos\frac{m_n(z_1+z_2)}{2a}=\arccos\frac{2.5\times(21+95)}{2\times150}=14°50'6''$，与前面假设螺旋角接近，前面确定的参数可用。

分度圆直径 $d_1=\frac{m_n z_1}{\cos\beta}=\frac{2.5\times21}{\cos14°50'6''}=54.31mm$

$d_2=\frac{m_n z_2}{\cos\beta}=\frac{2.5\times95}{\cos14°50'6''}=245.69mm$

齿宽 $b=\psi_d d_1=0.8\times54.31=43.4mm$，取取 $b_2=b=44mm$

$b_1=b+(5\sim10)$，取 $b_1=50mm$

5. 校核齿面接触疲劳强度

弹性系数 由表 3-5，Z_E=189.8

节点区域系数 由表 3-9，Z_H=2.4216

齿面接触应力

$\sigma_H=Z_E Z_H\sqrt{\frac{2KT_1}{bd_1^2}\left(\frac{i+1}{i}\right)}=189.8\times2.4216\times\sqrt{\frac{2\times1.6\times127989.7}{44\times54.31^2}\left(\frac{4.5+1}{4.5}\right)}=902.7MPa$

显然$\sigma_H < [\sigma_{H2}]$，取两齿轮材料接触疲劳强度较弱者进行比较，齿面接触疲劳强度足够。

6. 齿轮的结构设计（略）

习题 8-1

解：已知模数 m=10，蜗杆分度圆直径 d_1=90mm

蜗杆齿顶圆直径　$d_{a1} = d_1 + 2m = 90 + 2\times 10 = 110mm$

蜗杆齿根圆直径　$d_{a1} = d_1 - 2.4m = 90 - 2.4\times 10 = 66mm$

蜗轮齿数　$z_2 = i \cdot z_1 = 15.5\times 2 = 31$

蜗轮分度圆直径　$d_2 = mz_2 = 10\times 31 = 310mm$

蜗轮喉圆直径　$d_{a2} = d_2 + 2m = 310 + 2\times 10 = 330mm$

蜗轮齿根圆直径　$d_{f2} = d_2 - 2.4m = 310 - 2.4\times 10 = 286mm$

蜗杆顶圆直径（z_1=2）　$d_{e2} \le d_{a2} + 1.5m = 330 + 1.5\times 10 = 345mm$，取 d_{e2}=345mm

中心距　$a = \dfrac{d_1 + d_2}{2} = \dfrac{90 + 310}{2} = 200mm$

蜗杆导程角　$\gamma = \arctan\dfrac{z_1 m}{d_1} = \arctan\dfrac{2\times 10}{90} = 12°31'44''$

蜗轮螺旋角　$\beta = \gamma = 12°31'44''$

习题 8-2

解：对蜗轮，$d_{a2} = d_2 + 2m = mz_2 + 2m = m(z_2 + 2)$

因此，$m = \dfrac{d_{a2}}{z_2 + 2} = \dfrac{201.5}{62 + 2} = 3.15$

由表 4-1，取模数 m=3.15

对蜗杆，$d_{a1} = d_1 + 2m$

因此，$d_1 = d_{a1} - 2m = 62.25 - 2\times 3.15 = 55.95mm$

由表 4-1，取蜗杆分度圆直径 d_1=56mm

蜗杆导程角　$\gamma=\arctan\dfrac{z_1 m}{d_1}=\arctan\dfrac{1\times 3.15}{56}=3°13'10''$

中心距　$a=\dfrac{d_1+d_2}{2}=\dfrac{d_1+mz_2}{2}=\dfrac{56+3.15\times 62}{2}=125.65mm$

习题 8-3

解：1）如图，蜗杆为主动轴，

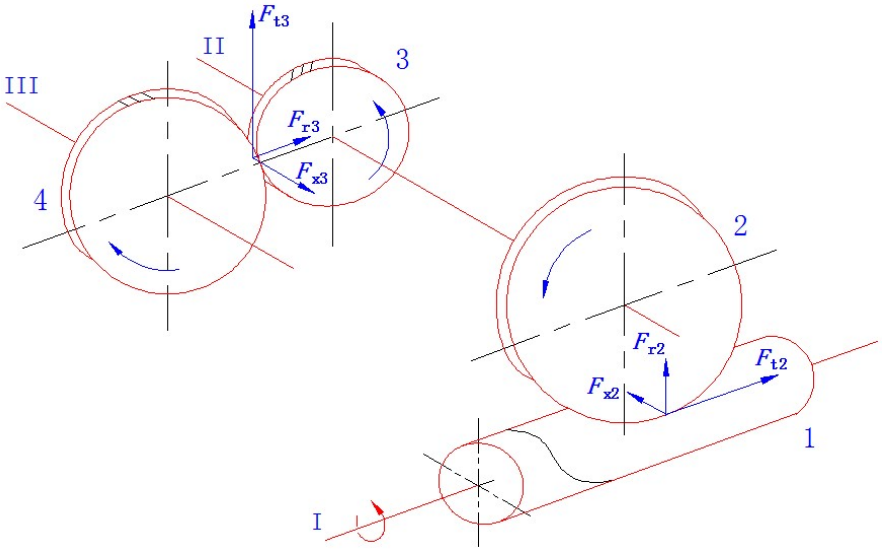
斜齿轮 3，逆时针旋转，右旋

斜齿轮 4，顺时针旋转，左旋

2）如图，

蜗轮 2，逆时针旋转，轴向力垂直纸面向里，切向力斜向右上，径向力指向轮心

斜齿轮 3，轴向力垂直纸面向外，切向力向上，径向力指向轮心



蜗杆传递的转矩

$$T_1=9.55\times 10^6\frac{P_1}{n_1}=9.55\times 10^6\frac{10}{970}=98453.6N\cdot mm$$

蜗轮传递的转矩

$$T_2=T_1\times i_{12}\times\eta=T_1\times\frac{z_2}{z_1}\times\eta=98453.6\times\frac{31}{2}\times 0.8=1220824.6N\cdot mm$$

对蜗轮

$$F_{x2}=F_{t1}=\frac{2T_1}{d_1}=\frac{2\times 98453.6}{90}=2187.86N$$

$$F_{t2}=\frac{2T_2}{d_2}=\frac{2T_2}{mz_2}=\frac{2\times1220824.6}{10\times31}=7876.3N$$

$$F_{r2}=F_{t2}\times\tan20°=7876.3\times\tan20°=2866.7N$$

对斜齿轮 3，不计斜齿轮传动及轴承的功率损失，斜齿轮传递的转矩 T_3=T_2

$$F_{t3}=\frac{2T_3}{d_3}=\frac{2T_2}{m_n z_3/\cos\beta}=\frac{2\times1220824.6}{6\times24/\cos16°15'37''}=16277.6N$$

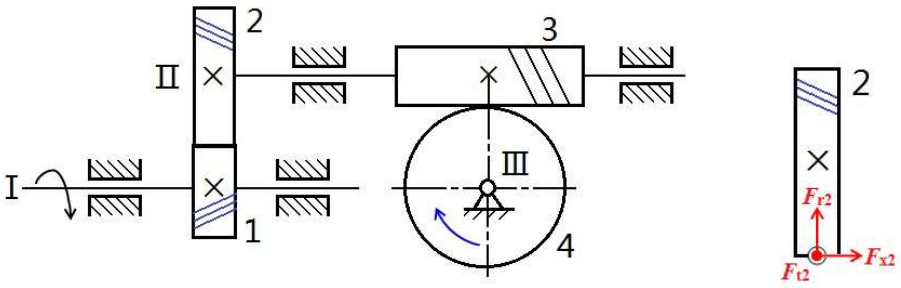
$$F_{x3}=F_{t3}\tan\beta=16277.6\times\tan16°15'37''=4747.7N$$

$$F_{r3}=\frac{F_{t3}}{\cos\beta}\times\tan\alpha_n=\frac{16277.6}{\cos16°15'37''}\times\tan20°=6171.4N$$

习题 8-4

解：1）如图

齿轮 1：左旋　　齿轮 2：右旋　　蜗轮 4：顺时针旋转



2）如图

齿轮 2 受 切向力 F_{t2}：垂直纸面向外；轴向力 F_{x2}：向右；径向力 F_{r2}：指向轮心

3）蜗杆传动中心距为

$$a_{34}=\frac{d_3+d_4}{2}=\frac{d_3+mz_4}{2}=\frac{50+5\times30}{2}=100mm$$

斜齿轮传动中心距

$$a_{12}=\frac{m_n(z_1+z_2)}{2\cos\beta}$$

因为，两传动的中心距相等，即 a_{12}=a_{34}

因此　$a_{12}=\frac{m_n(z_1+z_2)}{2\cos\beta}=100$

斜齿轮螺旋角为　$\beta=\arccos\frac{m_n(z_1+z_2)}{2\times100}=\arccos\frac{3\times(23+42)}{2\times100}=12°50'19''$

蜗杆导程角为 $\gamma=\arctan\frac{mz_3}{d_3}=\arctan\frac{5\times2}{50}=11°18'36''$

不计斜齿轮传动及轴承的功率损失，斜齿轮 2 传递的转矩为：

$$T_2 = T_1 \times i_{12} = 9.55\times10^6 \frac{P_1}{n_1} \times \frac{z_2}{z_1} = 9.55\times10^6 \times \frac{3}{1430} \times \frac{42}{23} = 36585.6N\cdot mm$$

蜗杆传动的转矩 T_3=T_2=36585.6N·mm

蜗轮传动的转矩为：

$$T_4 = T_3 \times i_{34}\eta_1 = T_3 \times \frac{z_4}{z_3} \times \eta_1 = 36585.6 \times \frac{30}{2} \times 0.8 = 439027.2N\cdot mm$$

习题 9-1

解：

齿轮 2、齿轮 4 为惰轮，传动比为：

$$i_{15} = (-1)^2 \frac{z_3 z_5}{z_1 z_3'} = (-1)^2 \frac{60\times60}{20\times20} = 9$$

习题 9-2

解：

传动比为：

$$i_{14} = \frac{z_2 z_3 z_4}{z_1 z_2' z_3'} = \frac{40\times30\times40}{20\times20\times20} = 6$$

说明：对轴线不平行的轮系，传动比只有数值大小，没有符号，转向用箭头法表示

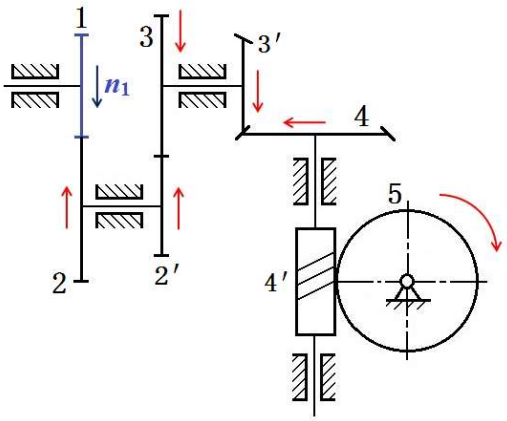
习题 9-3

解：

1）用箭头法判断蜗轮的转向，方向如图所示，为顺时针方向。

2）传动比为：

$$i_{15} = \frac{z_2 z_3 z_4 z_5}{z_1 z_2' z_3' z_4'} = \frac{25\times30\times30\times60}{15\times15\times15\times2} = 200$$



习题 9-5

解：

提升重物时，作用在鼓轮上的转矩为：

$$T_4 = W \times \frac{d_4}{2} = 30 \times 10^3 \times \frac{0.2}{2} = 3000N \cdot m$$

蜗轮上的转矩 T_3 等于鼓轮上的转矩，即 $T_3 = T_4 = 3000N \cdot m$

传动比为：

$$i_{13} = \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'} = \frac{40 \times 120}{20 \times 2} = 120$$

齿轮 1 轴上的转矩与蜗轮上的转矩的关系为：

$$T_3 = T_1 \cdot i \cdot \eta_{齿轮} \cdot \eta_{蜗杆}$$

因此

$$T_1 = \frac{T_3}{i_{13} \cdot \eta_{齿轮} \cdot \eta_{蜗杆}} = \frac{3000}{120 \times 0.94 \times 0.84} = 31.7N \cdot m$$

作用在手柄上的圆周力 F_t 为：

$$F_t = \frac{T_1}{r_1} = \frac{31.7}{0.1} = 317N$$