

华东理工大学 2020–2021 学年第一学期
《数学分析(上)》课程期末考试试卷 B 2021.1

开课学院 理学院 专业 考试形式 闭卷 考试时间 120分钟
姓名 学号 班级 任课教师 张启迪

| | | | | | | | | | |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 题序 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 总分 |
| 得分 | | | | | | | | | |
| 评卷人 | | | | | | | | | |

注意: 本试卷共八大题, 满分100 分。

一、(本题 18 分)

(1) 求 $\int x(2x-1)^{100}dx$; (2) 求函数 $y = (3x^2 - 2)\sin 2x$ 的 100 阶导数。

二、(本题 18 分) 求下列极限:

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} \right)^{\frac{1}{n}};$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{\pi} \arctan x \right)^x;$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\left(x^3 - x^2 + \frac{x}{2} \right) e^{\frac{1}{x}} - \sqrt{x^6 - 1} \right].$$

三、(本题 12 分) 证明：单调有界数列必收敛。

四、(本题 12 分) 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{an^2 + bn + 6} - n) = 3$, 求常数 a, b 的值。

五、(本题 10 分) 证明: 若函数 $f(x)$ 在闭区间 $[0, 1]$ 上连续, 则它在 $[0, 1]$ 上必能取到最大值。

六、(本题 10 分) 证明: 实系数方程 $x^3 + px + q = 0$ ($p > 0$) 有且只有一个实根。

七、(本题 10 分) 证明：当 $x > 0$ 时， $e^x > 1 + x^2$ 。

八、(本题 10 分) 设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内二阶可导, $f(a) = f(b) = 0$, 且存在 $c \in (a, b)$, 使得 $f(c) > 0$ 。证明: 存在 $\xi \in (a, b)$, 使得 $f''(\xi) < 0$ 。