

# Transferts de Matière

## Exercices

**Pierre Le Cloirec**  
**2021-2022**

# Rappels en transfert de matière

### Exercice 1.1

Soit un mélange liquide eau/éthanol - 60/40 massique à 20°C et pression 1 atm.

- 1.1.1 Calculer les fractions molaires de chaque composé.
- 1.1.2 Calculer les pressions partielles.
- 1.1.3 En déduire les concentrations massiques de chaque composé dans la phase vapeur.

On donne :

- Pression de vapeur saturante de l'eau : 2340 Pa
- Pression de vapeur saturante de l'éthanol : 5900 Pa

#### 1.1.1 Calculer les fractions molaires de chaque composé.

Dans 1 kg de mélange                      600 g H<sub>2</sub>O + 400 g EtOH

$$M_{\text{H}_2\text{O}} = 18 \text{ g/mol}$$

$$M_{\text{EtOH}} = 46 \text{ g/mol}$$

$$n_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{600}{18} = 33,33 \text{ mol}$$

$$n_{\text{EtOH}} = \frac{400}{46} = 8,6 \text{ mol}$$

$$n_T = 41,93 \text{ mol dans le mélange}$$

$$x_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{33,33}{41,93} = 0,795$$

$$x_{\text{EtOH}} = \frac{8,6}{41,93} = 0,205 \text{ mol}$$

$$\sum_{i=1}^2 x_i = 0,795 + 0,205 = 1$$

### Exercice 1.1

Soit un mélange liquide eau/éthanol - 60/40 massique à 20°C et pression 1 atm.

- 1.1.1 Calculer les fractions molaires de chaque composé.
- 1.1.2 Calculer les pressions partielles des vapeurs correspondantes dans de l'air
- 1.1.3 En déduire les concentrations massiques de chaque composé dans la phase vapeur.

On donne :

- Pression de vapeur saturante de l'eau : 2340 Pa
- Pression de vapeur saturante de l'éthanol : 5900 Pa

### 1.1.2 Calculer les pressions partielles des vapeurs correspondantes dans de l'air

$$P_i = P_{vsi} x_i$$

Eau       $P_{\text{H}_2\text{O}} = 2340 \cdot 0,795 = 1830 \text{ Pa}$

EtOH       $P_{\text{EtOH}} = 5900 \cdot 0,205 = 1209 \text{ Pa}$

### Exercice 1.1

Soit un mélange liquide eau/éthanol - 60/40 massique à 20°C et pression 1 atm.

- 1.1.1 Calculer les fractions molaires de chaque composé.
- 1.1.2 Calculer les pressions partielles des vapeurs correspondantes dans de l'air
- 1.1.3 En déduire les concentrations massiques de chaque composé dans la phase vapeur.

On donne :

- Pression de vapeur saturante de l'eau : 2340 Pa
- Pression de vapeur saturante de l'éthanol : 5900 Pa

### 1.1.2 En déduire les concentrations massiques de chaque composé dans la phase vapeur.

$$P_i V_i = n_i RT$$

$$\frac{n_i}{V_i} = \frac{P_i}{RT}$$

Eau	$\frac{n_{H_2O}}{V_{H_2O}} = \frac{P_{H_2O}}{RT}$	$\frac{n_{H_2O}}{V_{H_2O}} = \frac{1830}{8,31.293,15} = 0,751 \text{ mol/m}^3 = 13,521 \text{ g/m}^3$
-----	---	---

EtOH	$\frac{n_{EtOH}}{V_{EtOH}} = \frac{P_{EtOH}}{RT}$	$\frac{n_{EtOH}}{V_{EtOH}} = \frac{1209}{8,31.293,15} = 0,496 \text{ mol/m}^3 = 22,89 \text{ g/m}^3$
------	---	--

### Exercice 1.2

En utilisant le tableau 1.2 ci-dessous établi à  $T = 20^\circ\text{C}$ .

Gaz	He	N <sub>2</sub>	H <sub>2</sub>	H <sub>2</sub> S	O <sub>2</sub>	CO <sub>2</sub>	SO <sub>2</sub>	Air
He' x10 <sup>-4</sup> (atm)	12,5	8,04	6,83	4,83	4,01	0,14	0,0033	6,64

Tableau 1.2 Constante de Henry de quelques gaz

Calculer la solubilité dans l'eau en mg/L de l'hélium, l'oxygène, du gaz carbonique et du dioxyde de soufre. – Conclusions

Calculer la solubilité dans l'eau en mg/L de l'Hélium,

$$P_i = Hx_i$$

$$P_{He} = Hx_{He}$$

$$x_{He} = \frac{1}{12,5 \cdot 10^4} = 8 \cdot 10^{-6}$$

$$x_{He} = \frac{n_{He}}{n_{He} + n_{H_2O}} = 8 \cdot 10^{-6}$$

$$1 \text{ L H}_2\text{O} = 1 \text{ kg H}_2\text{O}$$

$$1 \text{ kg H}_2\text{O} = \frac{1000}{18} = 55,55 \text{ mol}$$

$$n_{He} = x_{He}(n_{He} + n_{H_2O})$$

$$n_{He} = \frac{x}{(1 - x)} n_{H_2O}$$

$$n_{He} = \frac{8 \cdot 10^{-6}}{(1 - 8 \cdot 10^{-6})} 55,55 = 4,44 \cdot 10^{-4} \text{ mol/L}$$

$$M_{He} = 4 \text{ g/mol}$$

$$\text{Solubilité de He dans l'eau} = 1,77 \cdot 10^{-3} \text{ g/L} = 1,77 \text{ mg/L}$$

### Exercice 1.2

En utilisant le tableau 1.2 ci-dessous établi à  $T = 20^\circ\text{C}$ .

Gaz	He	N <sub>2</sub>	H <sub>2</sub>	H <sub>2</sub> S	O <sub>2</sub>	CO <sub>2</sub>	SO <sub>2</sub>	Air
He' x10 <sup>-4</sup> (atm)	12,5	8,04	6,83	4,83	4,01	0,14	0,0033	6,64

Tableau 1.2 Constante de Henry de quelques gaz

Calculer la solubilité dans l'eau en mg/L de l'hélium, l'oxygène, du gaz carbonique et du dioxyde de soufre. – Conclusions

### Utilisation d'un tableau Excel pour les calculs

		He	O <sub>2</sub>	CO <sub>2</sub>	SO <sub>2</sub>					
H	atm	1,25E+05	4,01E+04	1,40E+03	3,30E+01			M <sub>H<sub>2</sub>O</sub>	g/mol	18
P	atm	1	1	1	1			n	mol/L	55,5555556
x		8,00E-06	2,49E-05	7,14E-04	3,03E-02					
M	g/mol	4	32	44	64					
n	mol/L	4,44E-04	1,39E-03	3,97E-02	1,74E+00					
C	mg/L	1,78	44,33	1747,28	111111,11					
Si dans l'air			9,31							

# Diffusion dans les Gaz et les Liquides



### Exercice 3.1

Soit un mélange  $O_2 / N_2$  à la pression atmosphérique et à  $25^\circ C$ . Les concentrations en oxygène des mélanges distants de 2 mm valent respectivement 10 et 20 %, soit en pressions partielles  $10^4$  et  $2 \cdot 10^4$ . La diffusivité à  $25^\circ C$   $D_{O_2-N_2}$  vaut  $2,065 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ .

Calculer le flux de diffusion de l'oxygène :

3.1.1 dans le cas où  $O_2$  et  $N_2$  contre-diffusent équimolairement.

$$N_{O_2} = \frac{D_{O_2/N_2}}{RTz} (P_{O_{21}} - P_{O_{22}})$$

$$N_{O_2} = \frac{2,065 \cdot 10^{-5}}{8,31 \cdot 298,15 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} (2 - 1) 10^4$$

$$N_{O_2} = 4,16 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{m}^{-2} \text{s}^{-1}$$

3.1.2 lorsque  $N_2$  ne diffuse pas.

$$N_{O_2} = \frac{D_{O_2/N_2} P_T}{RTz \bar{P}_{N_2}} (P_{O_{21}} - P_{O_{22}})$$

$$\sum P_i = P_T = 10^5 \text{ Pa}$$

$$P_{N_{22}} = 0,9 \cdot 10^5$$

$$P_{N_{21}} = 0,8 \cdot 10^5$$

$$\bar{P}_{N_2} = \frac{(P_{N_{22}} - P_{N_{21}})}{\ln \frac{P_{N_{22}}}{P_{N_{21}}}}$$

$$\bar{P}_{N_2} = \frac{(0,9 - 0,8) 10^5}{\ln \frac{0,9}{0,8}} = 8,49 \cdot 10^4 \text{ Pa}$$

$$N_{O_2} = \frac{2,065 \cdot 10^{-5} \cdot 10^5}{8,32 \cdot 298,15 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 8,49 \cdot 10^4} (0,9 - 0,8) 10^5$$

$$N_{O_2} = 4,9 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{m}^{-2} \text{s}^{-1}$$

### Exercice 3.2

Calculer la diffusivité du mannitol dans l'eau à 20°C. On donne la viscosité dynamique de l'eau  $\mu = 10^{-3}$  Pa.s à 20°C et la formule du mannitol :  $\text{CH}_2\text{OH}(\text{CHOH})_4\text{CH}_2\text{OH}$  (formule brute :  $\text{C}_6\text{H}_{14}\text{O}_6$ ).

$$D_{AB} = \frac{10^{-4} \left( 1,084 - 0,249 \sqrt{\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B}} \right) T^{3/2} \sqrt{\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B}}}{P_T(r_{AB})^2 f\left(\frac{KT}{\epsilon_{AB}}\right)}$$

$$D_{AB} = 0.601 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$$

$$D_{AB} = 0.56 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$$

### Exercice 3.3

Calculer la diffusivité du  $\text{Cl}_2$  dans l'eau à  $16^\circ\text{C}$ . On donne la viscosité dynamique de l'eau  $\mu = 10^{-3}$  Pa entre  $16$  et  $20^\circ\text{C}$  et  $M_{\text{Cl}_2} = 71$  g/mol.

$$D_{AB} = \frac{(117,3 \cdot 10^{-18}) (\phi M_B)^{0,5} T}{\mu v_A^{0,6}}$$

$$D_{H_2O/Cl_2} = 1,32 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$$

### Exercice 3.4

Calculer la diffusivité de l'éthanol vapeur dans de l'air à la pression de 1 atm et à la température de 0°C. On donne la température d'ébullition de l'alcool 78,4°C.

$$D_{AB} = \frac{10^{-4} \left( 1,084 - 0,249 \sqrt{\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B}} \right) T^{3/2} \sqrt{\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B}}}{P_T (r_{AB})^2 f \left( \frac{KT}{\epsilon_{AB}} \right)}$$

$$D_{EtOH/air} = 1,05 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$$

### 3.5 Evaporation d'une goutte d'eau

On veut étudier l'évaporation d'une goutte d'eau dans de l'air

Soit une goutte d'eau de diamètre 10 mm à la température de 21 °C s'évaporant dans de l'air sec à la température de 60 °C à la pression de 10<sup>5</sup> Pa.

3.5.1. Calculer le flux matière de l'eau vers l'air.

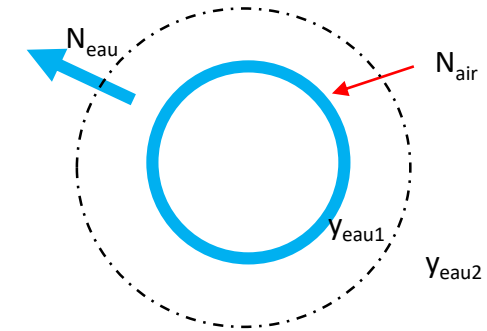
3.5.2 Au bout de combien de temps la goutte sera totalement évaporée ?

Remarques :

- La loi de Raoult est applicable

On donne :

- Le coefficient global de transfert est de 1,363 10<sup>-3</sup> mol/s.cm<sup>2</sup>
- La pression de vapeur saturante de l'eau à 21°C est de 2470 Pa



#### 3.5.1 Calculer le flux matière de l'eau vers l'air.

$$N_{eau} = K_{Gy}(y_{eau1} - y_{eau2})$$

$N_{eau} \gg N_{air} \Rightarrow N_{air} = 0$  Eau mobile et air immobile

Air sec  $\Rightarrow y_{eau2} = 0$

$$y_{eau1} = \frac{P_{vseau}}{P_T} = \frac{2470}{1,013 \cdot 10^5} = 0,02438$$

$$K_{Gy} = 1,363 \cdot 10^{-3}$$

$$N_{eau} = 3,32 \cdot 10^{-5} \text{ mol/s.cm}^2$$

$$\text{Si on a une sphère } S = 4\pi R^2 = 3,14 \text{ cm}^2$$

$$\Phi_{eau} = 3,32 \cdot 10^{-5} \cdot 3,14 = 1,07 \cdot 10^{-4} \text{ mol/s}$$

### 3.5.2 Au bout de combien de temps la goutte sera totalement évaporée ?

Bilan matière sur le volume de la goutte d'eau :

$$\frac{dV}{dt} = \Phi_{eau} \frac{M}{\rho} = N_{eau} S \frac{M}{\rho}$$

$$V_{sphère} = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{1}{6} \pi D^3$$

$$S_{sphère} = 4\pi R^2 = \pi D^2$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{d\left(\frac{1}{6} \pi D^3\right)}{dt} = \frac{\frac{1}{2} \pi D^2 dD}{dt} = \frac{S dD}{2 dt}$$

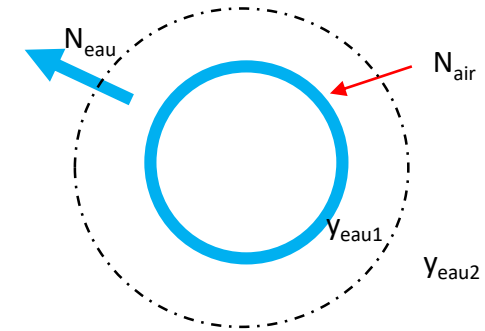
$$\frac{dV}{dt} = \frac{S dD}{2 dt} = N_{eau} S \frac{M}{\rho}$$

$$\frac{dD}{dt} = 2 N_{eau} \frac{M}{\rho} = 2.3,32 \cdot 10^{-5} \frac{18}{1}$$

$$\frac{dD}{dt} = 1,19 \cdot 10^{-3} \text{ cm/s}$$

Si D = 1 cm

$$t = 840 \text{ s} = 14 \text{ min}$$



# Diffusion dans les Solides

#### Exercice 4.1

De l'hydrogène circule en régime établi dans un tube de caoutchouc à la pression de 2 bars et à 25°C. Les caractéristiques dimensionnelles du tuyau sont les suivantes :

Diamètre extérieur : 50 mm

Diamètre intérieur : 25 mm

La diffusivité de  $H_2$  au travers du caoutchouc vaut  $1,8 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{s}$ . La solubilité de  $H_2$  dans le caoutchouc est  $0,053 \text{ cm}^3/\text{cm}^3 \cdot \text{atm}$ .

##### 4.1.1 Estimer la perte d' $H_2$ par mètre linéaire de tuyau

$$W = \frac{D_{H_2} S}{z} (C_{H_{21}} - C_{H_{22}})$$

- A l'extérieur  $C_{H_{22}} = 0$  la concentration en hydrogène de l'air  $\rightarrow 0$

- Pour calculer  $C_{H_{22}}$  dans le tuyau, il faut déterminer la solubilité de  $H_2$  dans le tuyau en caoutchouc

$$s_{H_2} = 0,106 \text{ m}^3 H_2 / \text{m}^3 \text{ tuyau} \quad 1 \text{ mol} = 22,4 \text{ L} \quad C_{H_{21}} = \frac{2 \cdot 0,053}{22,4 \cdot 10^3} = 4,7732 \text{ mol } H_2 \text{ m}^{-3} \text{ tuyau}$$

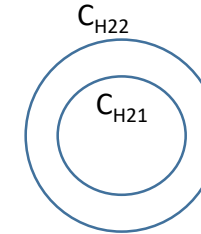
$$z = \frac{50-25}{2} = 12,5 \text{ mm}$$

$$S = \pi \bar{D} L = 3,14 \cdot 37,5 \cdot 10^{-3} \cdot 1 = 0,117 \text{ m}^2$$

$$D_{H_2} = 1,8 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$W = 7,72 \cdot 10^{-9} \text{ mol } H_2 / \text{s} \cdot \text{m} = 5,56 \cdot 10^{-5} \text{ g } H_2 / \text{m} \cdot \text{h}$$

Le volume molaire est pris dans les conditions normales  
- La pression est intégrée dans le terme de solubilité  
- La température est de 25°C pourrait faire l'objet d'une correction





#### Exercice 4.1

De l'hydrogène circule en régime établi dans un tube de caoutchouc à la pression de 2 bars et à 25°C. Les caractéristiques dimensionnelles du tuyau sont les suivantes :

Diamètre extérieur : 50 mm

Diamètre intérieur : 25 mm

La diffusivité de  $H_2$  au travers du caoutchouc vaut  $1,8 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{s}$ . La solubilité de  $H_2$  dans le caoutchouc est  $0,053 \text{ cm}^3/\text{cm}^3 \cdot \text{atm}$ .

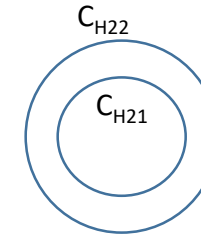
**4.1.2 Si le tuyau a une longueur de 3 m et est branché sur une bouteille de  $10 \text{ m}^3$  de  $H_2$ , calculer au bout de combien de temps la bouteille sera vide.**

- Masse de  $H_2$  dans la bouteille de  $10 \text{ m}^3$  1 mol = 22,4 L

-  $L = 3 \text{ m}$

$$m_{H_2} = \frac{10}{22,4 \cdot 10^{-3}} 2 = 893 \text{ g}$$

$$t = \frac{893}{3,5,56 \cdot 10^{-5}} = 5,3 \cdot 10^6 \text{ h} = 611 \text{ ans}$$



## Exercice 4.2

Un gel d'agar contient de l'urée à une concentration uniforme de  $5 \text{ g} / 100 \text{ cm}^3$ . Ce gel se présente sous la forme d'un cube de  $3 \text{ cm}$  de côté, dont une seule face est en contact permanent avec de l'eau à  $5^\circ\text{C}$  continuellement renouvelée. L'essai dure  $68 \text{ h}$  et la concentration dans le gel est en fin d'essai de  $3 \text{ g} / 100 \text{ cm}^3$ .

### 4.2.1 Quelle est la diffusivité de l'urée dans le gel ?

$$E = 3/5 = 0,6$$

$$1 \text{ seul face } (2a)^2$$

par le graphe

$$\frac{Dt}{4a^2} = 0,128$$

$$D = 4,70 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}$$

### Exercice 4.2

Un gel d'agar contient de l'urée à une concentration uniforme de  $5 \text{ g} / 100 \text{ cm}^3$ . Ce gel se présente sous la forme d'un cube de 3 cm de côté, dont une seule face est en contact permanent avec de l'eau à  $5^\circ\text{C}$  continuellement renouvelée. L'essai dure 68 h et la concentration dans le gel est en fin d'essai de  $3 \text{ g} / 100 \text{ cm}^3$ .

#### 4.2.2 Calculer le temps nécessaire pour obtenir une concentration résiduelle de $1 \text{ g} / 100 \text{ cm}^3$ .

$$E = 1/5 = 0,2$$

$$1 \text{ seul face } (2a)^2$$

par le graphe

$$\frac{Dt}{4a^2} = 0,568$$

$$t = 1087000 \text{ s} = 302 \text{ h}$$

### Exercice 4.2

Un gel d'agar contient de l'urée à une concentration uniforme de  $5 \text{ g} / 100 \text{ cm}^3$ . Ce gel se présente sous la forme d'un cube de 3 cm de côté, dont une seule face est en contact permanent avec de l'eau à  $5^\circ\text{C}$  continuellement renouvelée. L'essai dure 68 h et la concentration dans le gel est en fin d'essai de  $3 \text{ g} / 100 \text{ cm}^3$ .

**4.2.3** Si les 2 faces opposées sont maintenant en contact, calculer le temps nécessaire pour obtenir cette même concentration résiduelle de  $1 \text{ g} / 100 \text{ cm}^3$ .

$$E = 1/5 = 0,2$$

2 faces par le graphe  $\frac{Dt}{a^2} = 0,568$

$$t = 61,5 \text{ h}$$