

Material having thermal conductivity k

 $T_2 > T_1$ 

# 传热学 稳态导热I

授课老师:苗雨



课前回顾及 导引 一维无内热 源的稳态导 热问题

变截面、 变导热系 数的一维 问题

# 01

# 课前回顾及导引

## 课前回顾及导引

- 实际物体的斯忒藩-玻尔兹曼定律表达式?  $\Phi = \varepsilon A \sigma T^4$
- $rac{\lambda}{2}$  导热系数与比热容、热扩散率的关系表达式?  $lpha=rac{\lambda}{
  ho c}$
- 导热微分方程在常物性、稳态情况下的简化形式?  $\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} + \frac{\dot{\Phi}}{\lambda} = 0$
- 4 三类边界条件分别是什么?

Dirichlet条件 
$$t_w = 常数$$

Neumann条件 
$$q_w = -\lambda (\frac{\partial t}{\partial x})_w = 常数$$

Robin条件 
$$-\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)_{w} = h(t_{w} - t_{f}) \qquad -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)_{w} = h(t_{f} - t_{w})$$



#### 课前回顾及导引



02

## 一维无内热源的稳态导热问题

- 通过单层平壁的导热
- 通过单层圆筒壁的导热
- 通过单层球壳的导热
- 带Neumann、Robin边界条件的一维导热问题



#### 一维无内热源的稳态导热问题

## 一维无内热源的稳态导热

导热物体的温度 仅在一个坐标方 向变化

$$\frac{\partial t}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial t}{\partial z} = 0$$



$$\dot{\Phi}=0$$

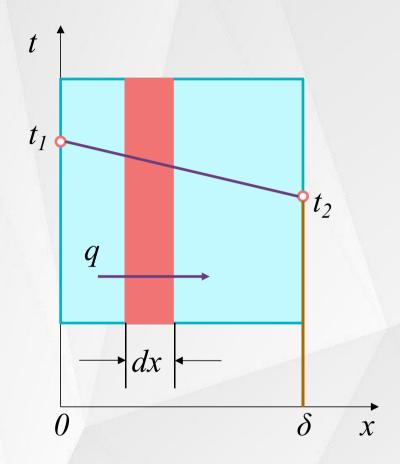
物体的温度不随 时间变化

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$$

通过单层平壁的导热

通过单层圆筒壁的导热

通过单层球壳的导热



假设λ为常数

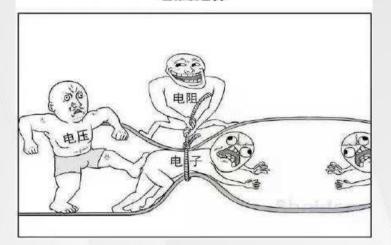
边界条件: x = 0,  $t = t_1$   $x = \delta$ ,  $t = t_2$ 

单层平壁导热的计算公式

$$q = \lambda \frac{t_1 - t_2}{\delta} = \lambda \frac{\Delta t}{\delta}$$
$$\Phi = A\lambda \frac{\Delta t}{\delta}$$



#### 欧姆定律



$$I = \frac{U}{R_{\oplus}}$$

过程中的转移量 = 过程的动力过程的阻力

 $\Phi = \frac{\Delta t}{\frac{\delta}{A\lambda}} = \frac{\Delta t}{R}$ 

导热过程 的转移量

 $\Phi = A\lambda \frac{\Delta t}{\delta}$ 

热量转移过程 的动力

热量转移过程 的阻力

热阻 
$$R = \frac{\delta}{A\lambda}$$

例题1:一玻璃熔窑窑墙采用密度为1900kg/m³的硅砖制作,壁厚 $\delta$ =200mm,已知内壁温度 $t_1$ =610°C,外壁温度 $t_2$ =50°C,试求每平方米窑墙每小时的热损失。 查附录4得  $\{\bar{\lambda}\}_{W/(m\cdot K)}=0.93+0.0007\{\bar{t}\}_{\circ C}$ 

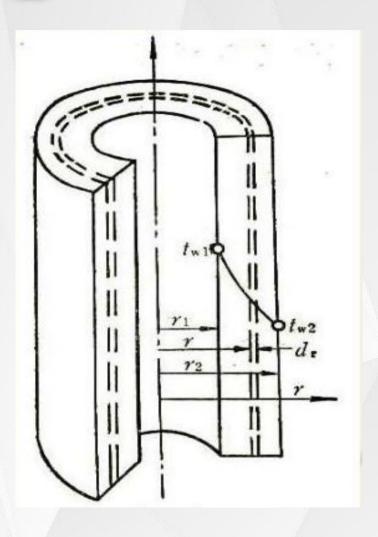




例题2: 一火箭发动机燃烧室是外径为130mm的圆筒体,厚δ=2mm,导热系数  $\lambda=23.2$ W/(m K)。外壁用液体冷却,外壁温度 $t_1=240$ °C。测得圆筒体的热流密度 为4.8×10 $^6$ W/m²,其材料的最高允许温度为 $t_2=700$ °C。试判断该燃烧室壁面是否工作于安全温度范围内,并计算每平方米壁面的热阻。(因壁厚远小于外径,可视为平板)



#### 通过单层圆筒壁的导热



假设λ为常数

边界条件: 
$$r = r_1, t = t_1$$
  $r = r_2, t = t_2$ 

单层圆筒壁导热的计算公式

$$q = \frac{\lambda}{r} \frac{t_1 - t_2}{\ln(r_2/r_1)}$$

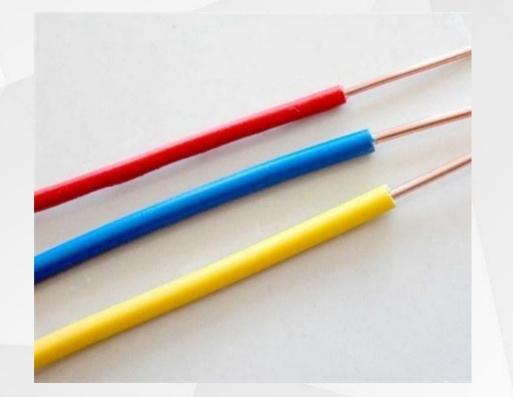
$$\Phi = 2\pi r l q = \frac{2\pi \lambda l (t_1 - t_2)}{\ln(r_2/r_1)}$$

$$R = \frac{\Delta t}{\Phi} = \frac{\ln(d_2/d_1)}{2\pi \lambda l}$$



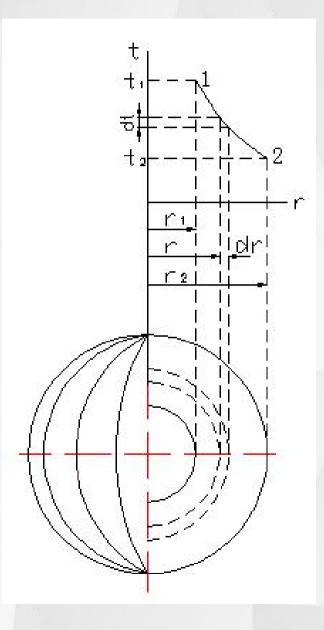
## 通过单层圆筒壁的导热

例题3: 一根直径为3mm的铜导线,每米长的电阻为2.22×10<sup>-3</sup>Ω。导线外包有厚1mm、导热系数为0.15W/(m·K)的绝缘层。限定绝缘层的最高温度为65℃,最低温度为0℃,试确定在这种条件下导线中允许通过的最大电流。





#### 通过单层球壳的导热



假设λ为常数

稳态

维 无内热源

边界条件:  $r = r_1$ ,  $t = t_1$   $r = r_2$ ,  $t = t_2$  单层球壳导热的计算公式

$$q = \frac{\lambda}{r^2} \frac{t_1 - t_2}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}}$$

$$\Phi = 4\pi r^2 q = \frac{4\pi \lambda (t_1 - t_2)}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}}$$

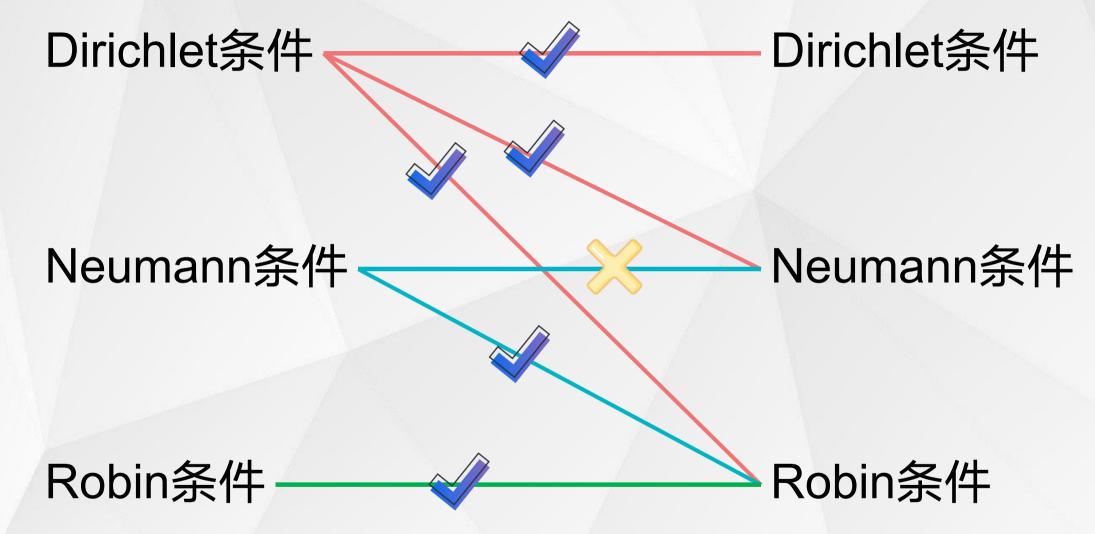
$$R = \frac{\Delta t}{\Phi} = \frac{1}{4\pi \lambda} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

## 通过单层球壳的导热

例题4:一个储液氮的容器可近似地看成内径为300mm的球,球外包有厚30mm的多层结构的隔热材料。隔热材料沿半径方向的当量导热系数λ=1.8×10<sup>-4</sup>W/(m·K)。球内液氮的温度为-195.6℃,室温为25℃,液氮的相变热(汽化潜热)为199.6kJ/kg。试估算在上述条件下液氮每天的蒸发量。



## 其他边界条件的一维导热问题

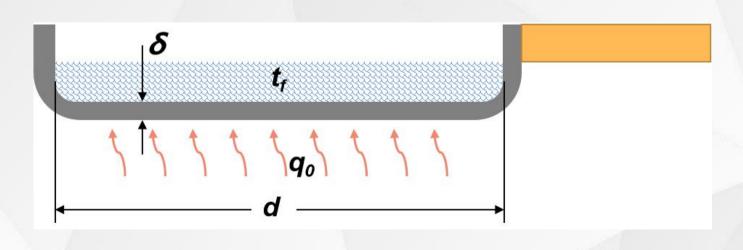




## 带Neumann、Robin边界条件的一维导热问题

例题5:不锈钢平底锅置于电器灶具上被加热,灶具的功率为1000W,其中85%用于加热平底锅。锅底厚 $\delta$ =3mm,平底部分直径d=200mm,不锈钢的导热系数  $\lambda$ =18W/(m·K),锅内汤料与锅底对流传热表面传热系数h=2500W/(m²·K),流体平均温度 $t_r$ =95℃。把锅底作为一维平板,试列出锅底导热的数学描写,并计算稳态条件下锅底两表面的温度。





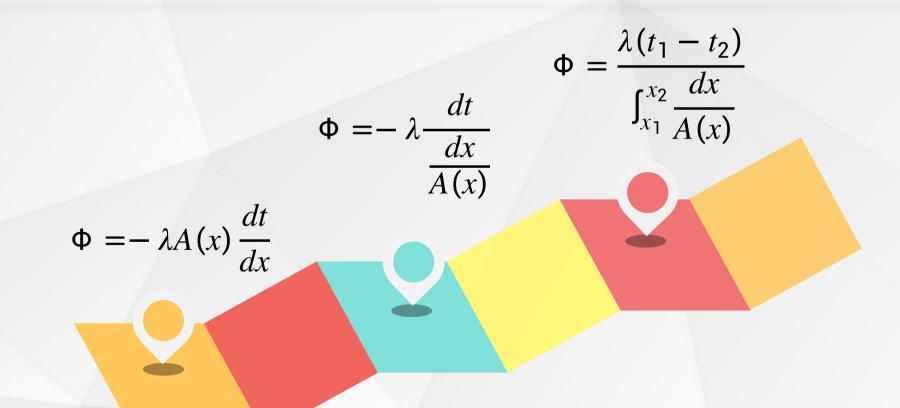
03

# 变截面、变导热系数的一维问题

- 变截面的一维导热问题
- 变导热系数的一维导热问题

#### 变截面的一维导热问题

当导热面积A沿热流密度矢量方向改变(A=A(x))时,可采用直接对傅里叶导热定律表达式做积分的方法。





#### 变截面的一维导热问题

例题6: 一高为30cm的铝制圆台,顶面直径为8.2cm,底面直径为13cm。底面及顶面温度各自均匀,并分别为520℃及20℃。圆台侧面绝热。试确定通过该圆台的导热量。铝的导热系数取为100W/(m·K)。



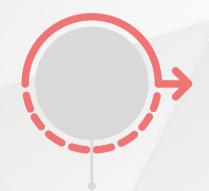
#### 变导热系数的一维导热问题

当导热系数为变数( $\lambda$ =  $\lambda$ (t))时,可采用直接对傅里叶导热定律表达式做积分的方法。

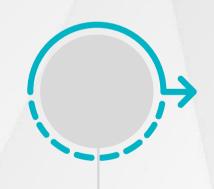
$$\int_{x_1}^{x_2} \Phi \frac{dx}{A} = - \int_{t_1}^{t_2} \lambda(t) dt$$

#### 分离变量后积分

$$\Phi = \frac{\overline{\lambda}(t_1 - t_2)}{\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{A}}$$









#### 一维变导热系数

$$\Phi = -\lambda(t)A\frac{dt}{dx}$$

## 式子右侧乘以(t2-t1)/(t2-t1)

$$\Phi \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{A} = -\frac{\int_{t_1}^{t_2} \lambda(t) dt}{t_2 - t_1} (t_2 - t_1) = -\overline{\lambda} (t_2 - t_1)$$

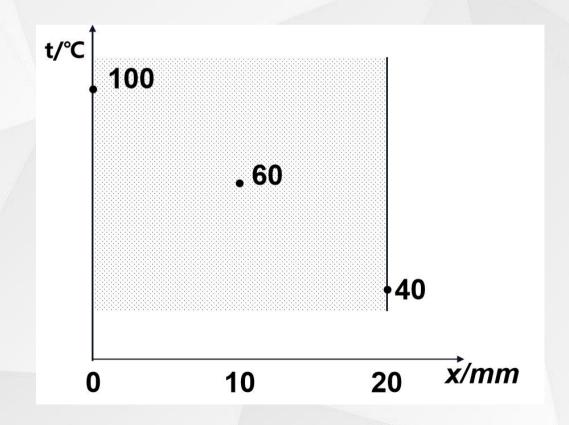


## 变导热系数的一维导热问题

例题7: q=1000W/m²的热流沿x方向穿过厚20mm的平板。已知x=0mm、10mm、

20mm处的温度分别为100℃、60℃、40℃。据此确定材料导热系数表达式

$$\overline{\lambda} = \lambda_0 (1 + b\overline{t})$$
(方为平均温度)中的 $\lambda_0$ 和 $b$ 。





#### 课前预习测验解答

#### 1.(多选题, 1分)

以下关于热阻的表达式,正确的是?

















#### 2.(多选题, 1分)

#### 以下表述下确的是?

A. 稳态导热时, 物体的温度随温度变化



$$q = \lambda \frac{t_1 - t_2}{\delta}$$



一维无内热源的稳态导热单层平壁问题热流量的表达式是

C.

$$q = \frac{\lambda}{r} \frac{t_1 - t_2}{\ln(r_2/r_1)}$$



一维无内热源的稳态导热单层圆筒壁问题热流密度的表达式是

D.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) = 0$$



当导热系数为常数,直角坐标系下x方向无内热源稳态导热微分方程的简化式是

#### 3.(多选题, 1分)

以下关于变截面、变导热系数的一维导热问题描述错误的是?

- A. 当导热系数或截面为变数时,可采用直接对傅里叶导热定律做积分的方法
- B. 变截面就是导热面积随温度发生改变
- C. 变导热系数就是指导热系数随位置方向发生变化
- D. 导热系数对温度的依变关系往往是非线性的



