

# 华东理工大学 2024-2025 学年第一学期

## 《数学分析（上）》期中考试试卷 2024.11

姓 名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 班级：\_\_\_\_\_ 任课教师： 靳勇飞

..... 以下为试卷内容 .....

一、 (每题 4 分, 共 8 分) 用  $\varepsilon - \delta$  语言写出下列符号、术语、定理、陈述。

1. 数列  $\{x_n\}_{n=1}^{+\infty}$  不收敛
2. (关于数列的) Cauchy 收敛原理

二、 (每题 4 分, 共 16 分) 求下列极限。

1.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^{11} + (-8)^n}{n^{11} + 8^n}.$
2.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^{\frac{1}{4}} \left[ (n+1)^{\frac{3}{4}} - (n-1)^{\frac{3}{4}} \right].$
3.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \prod_{k=1}^n \frac{k+1}{2k+1}.$
4.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{\sum_{k=1}^n k^{2024}}{n^{2024}} - \frac{n}{2025} \right).$

三、 (8 分) 用 Bolzano-Weierstrass 定理证明单调有界数列收敛定理。

四、 (8 分)  $0 < x_1 < y_1$ , 对任意的  $n \in \mathbb{N}^+$ ,  $x_{n+1} = \frac{2x_n y_n}{x_n + y_n}$ ,  $y_{n+1} = \frac{x_n + y_n}{2}$ . 证明:  
 $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} y_n.$

五、 (10 分) 证明: 任何数列必有单调子列。