181 期终试卷

一、计算下列极限（每小题 5 分，共 10 分）：

1、$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\tan x}{\ln(1+x^3)}$

2、$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n^2}\left(\sqrt{n}+\sqrt{2n}+\cdots\sqrt{n^2}\right)$

二、解下列各题（每小题 6 分，共 18 分）：

1、设函数 $y=y(x)$ 由方程 $\sin(xy)+\ln(y-x)=x$ 确定，求 $dy\big|_{x=0}$.

2、求曲线 $\begin{cases} x=\int_0^{2(t-1)} e^{-u^2}du \\ y=t\ln(3t-2) \end{cases}$ 在 $(x,y)=(0,0)$ 点处的切线方程.

3、求曲线 $y=\ln\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x^2}}$ 在 $x=0$ 处的曲率半径.

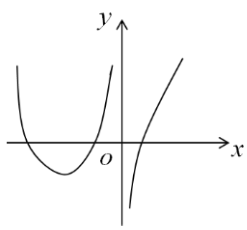
三、选择题（每小题 4 分，共 20 分）

1、设 $f(x)=\ln(1+x)-x$ ，且 $f(x)$ 是无穷小量 x^k 的同阶无穷小，则 $k=$ （　　）

（A）1　　（B）2　　（C）3　　（D）4

2、设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内连续，其导函数的图形如图所示，则 $f(x)$ 有 （　　）

（A）一个极小值点和两个极大值点
（B）两个极小值点和一个极大值点
（C）两个极小值点和两个极大值点
（D）三个极小指点和一个极大值点



3、设函数 $f(x)=\begin{cases} x^3e^{-x}, & x>0 \\ x, & x\le 0 \end{cases}$，则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处 （　　）

（A）可导　　（B）右导数存在而左导数不存在
（C）左导数存在而右导数不存在　　（D）连续但不可导

4、下列命题中不正确的是 （　　）

（A）若 $f(x)$ 在区间 (a,b) 内的某个原函数是常数，则 $f(x)$ 在 (a,b) 内恒为零，即 $f(x)\equiv 0$；
（B）若 $f(x)$ 的某个原函数为零，则 $f(x)$ 的所有原函数都是常数;
（C）若 $f(x)$ 在区间 (a,b) 内不是连续函数，则在这个区间内 $f(x)$ 必无原函数;
（D）若 $F(x)$ 为 $f(x)$ 的一个原函数，则 $F(x)$ 必为连续函数.

5、 $x=2$ 是函数 $f(x)=\arctan\dfrac{1}{2-x}$ 的 （　　）

（A）连续点　　（B）可去间断点

（C）跳跃间断点　　　　　　　　　（D）第二类间断点

四、计算下列积分（每小题 6 分，共 18 分）：

1、$\int \dfrac{1}{\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}}\mathrm{d}x$.

2、$\int \dfrac{x\ln x}{(x^2-1)^{\frac{3}{2}}}\mathrm{d}x \quad (x>1)$.

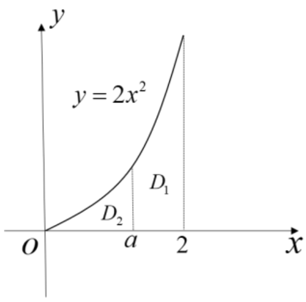
3、$\int_0^{+\infty}\dfrac{dx}{(1+x)(1+x^2)}$.

五、（本题 6 分）求函数 $y=e^{\arctan x}$ 的拐点.

六、（本题 6 分）计算定积分 $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} 5\cos x\cdot\arctan e^x dx$.

七、（本题 8 分）求函数 $f(x)=\sin^2 x$ 的带皮亚诺型余项的 $2n$ 阶麦克劳林公式，并求 $f^{(10)}(0)$.

八、（本题 8 分）设由抛物线 $y=2x^2$ 和直线 $x=a, x=2$ 及 $y=0$ 所围成的平面图形为 D_1 由抛物线 $y=2x^2$ 和直线 $x=a$ 及 $y=0$ 所围成的平面图形为 D_2，其中 $0<a<2$（见图）



(1) 求 D_1 绕 x 轴旋转而成的旋转体体积 V_1， D_2 绕 y 轴旋转而成的旋转体体积 V_2，；

(2) 问当 a 为何值时，V_1+V_2 取得最大值？试求此最大值.

九、（本题 6 分）设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内可导且取正值，而 $f(0)=0$，证明：对任何正整数 n，存在 $\mathrm{c}\in(0,1)$，使得 $\dfrac{nf'(c)}{f(c)}=\dfrac{f'(1-c)}{f(1-c)}$.