

Transferts de chaleur

Convection

Pierre Le Cloirec
Ecole Nationale Supérieure de Chimie de Rennes
11 allée de Beaulieu, CS 50837
35700 Rennes, France
Tel 33 (0) 2 23 23 80 00 e-mail Pierre.Le-Cloirec@ensc-rennes.fr

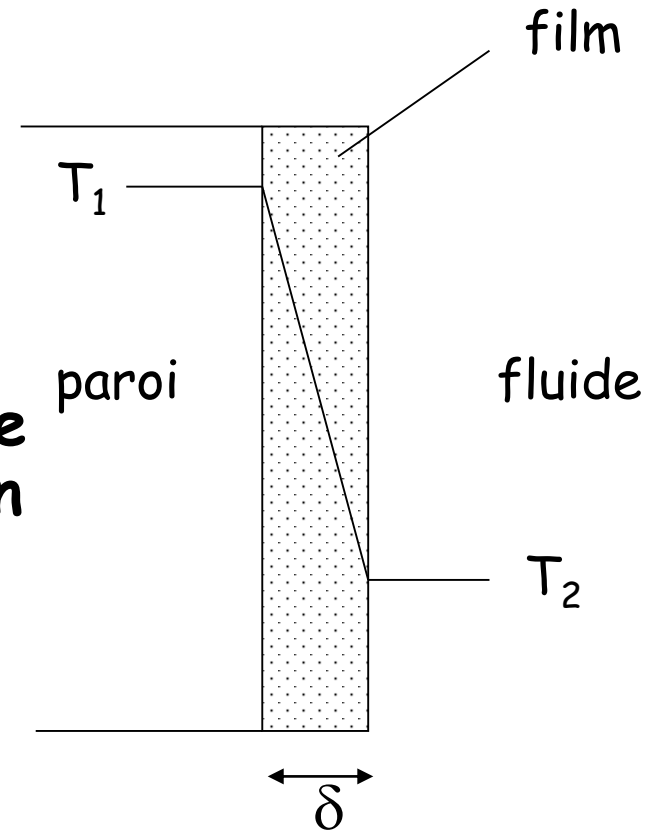
Trois modes de transfert de la chaleur :

- Conduction
- **Convection**
- Rayonnement

Loi de l'échange par convection

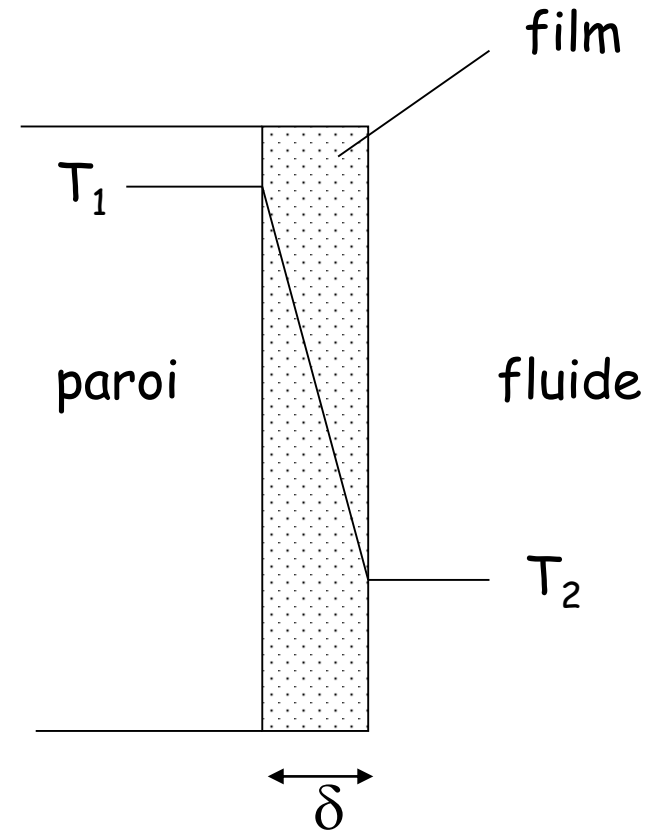
Loi d'échange par convection

- Soit une paroi et un fluide
- Proche de la paroi, il existe un film
- Si les températures de paroi et de fluide sont différentes il existe un gradient de température dans le film
- Il est montré que quelque soit le régime d'écoulement, dans la zone de film, l'écoulement est laminaire.



Loi d'échange par convection

- L'épaisseur du film est fonction de Re .
- δ augmente quand Re diminue
- Si $T_1 > T_2 \rightarrow$ échange de chaleur
- La résistance thermique est située presque entièrement dans le film
- Si δ est faible (Re élevé) l'échange est facilité



Loi de Newton

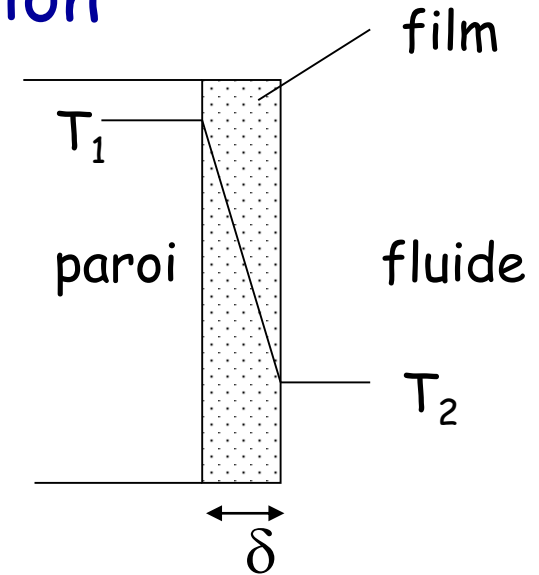
Loi d'échange par convection

$$\Phi = hA(T_1 - T_2)$$

avec

- Φ : flux de chaleur échangée
- A : surface d'échange
- T_i : température
- h : coefficient d'échange par convection

$$[h] = [W \, m^{-2}K^{-1}] = [kcal \, h^{-1}m^{-2}K^{-1}]$$



Loi d'échange par convection

Le coefficient h ?

$$\Phi = hA(T_1 - T_2)$$

h est fonction de :

- la nature de fluide
- la température
- la vitesse d'écoulement
- La forme de la surface d'échange
- ...

Exemples de quelques équations utilisables pour des transferts dans des échangeurs tubulaires

Le coefficient h ?

Analyse dimensionnelle...

Transfert sans changement d'état

Le coefficient h ?

On suppose un échange de chaleur entre fluide circulant en écoulement forcé

Liste des variables :

- Le coefficient de convection	: h	$\text{Js}^{-1}\text{m}^{-2}\text{K}^{-1}$	$\text{JT}^{-1}\text{L}^{-2}\theta^{-1}$
- Le diamètre du tube	: D	m	L
- la vitesse d'écoulement du fluide	: U	m s^{-1}	LT^{-1}
- la masse volumique du fluide	: ρ	kg m^{-3}	ML^{-3}
- la viscosité dynamique du fluide	: μ	Pl	$\text{ML}^{-1}\text{T}^{-1}$
- la chaleur spécifique	: C_p	$\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$	$\text{JM}^{-1}\text{T}^{-1}$
- la conductivité thermique du fluide	: K	$\text{Js}^{-1}\text{m}^{-1}\text{K}^{-1}$	$\text{JT}^{-1}\text{L}^{-1}\theta^{-1}$

$$h = \alpha D^a U^b \rho^c \mu^d C_p^e K^f$$

$$h = \alpha D^{b-1} U^b \rho^b \mu^{e-b} C_p^e K^{1-e}$$

Le coefficient h ?

$$h = \alpha D^{b-1} U^b \rho^b \mu^{e-b} C_p^e K^{1-e}$$

$$h = \alpha \left(\frac{DU\rho}{\mu} \right)^b \left(\frac{C_p \mu}{K} \right)^e \left(\frac{K}{D} \right)$$

$$\frac{hD}{K} = \alpha \left(\frac{DU\rho}{\mu} \right)^b \left(\frac{C_p \mu}{K} \right)^e$$

$$\frac{hD}{K} = \alpha \left(\frac{DU\rho}{\mu} \right)^b \left(\frac{C_p\mu}{K} \right)^e$$

ou

$$Nu = \alpha (Re)^b (Pr)^e$$

avec

$$Nu = \frac{hD}{K} \quad Re = \frac{DU\rho}{\mu} \quad Pr = \frac{C_p\mu}{K}$$

Exemples d'équations donnant h

Circulation d'un fluide en convection forcée

Hypothèses :

- Régime laminaire
- fluide très visqueux ou très faibles vitesses

$$\frac{hD}{K} = 3,66 \left(\frac{DU\rho}{\mu} \right)^0 \left(\frac{C_p\mu}{K} \right)^0$$

Température de paroi constante

$$\frac{hD}{K} = Nu = 3,66$$

Flux thermique constant

$$\frac{hD}{K} = Nu = 4,66$$

Exemples d'équations donnant h

Circulation d'un fluide en convection forcée

Hypothèses :

- Le fluide à l'intérieur des tubes
- $L/D > 60$
- Régime turbulent
- Equation utilisable si $Re > 10\ 000$
- $0,7 < Pr < 160$

Relation de Colburn

$$\frac{hD}{K} = 0,023 \left(\frac{DU\rho}{\mu} \right)^{0,8} \left(\frac{C_p\mu}{K} \right)^{1/3}$$

$$Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^{1/3}$$

Exemples d'équations donnant h

Circulation d'un fluide en convection forcée

Hypothèses :

- Le fluide à l'intérieur des tubes
- Régime turbulent
- Equation utilisable si $Re > 10\ 000$
- $0,7 < Pr < 160$

Relation de Dittus et Boelter

$$\frac{hD}{K} = 0,023 \left(\frac{DU\rho}{\mu} \right)^{0,8} \left(\frac{C_p\mu}{K} \right)^n$$

$$Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^n$$

avec

$n = 0,3$

$n = 0,4$

si le fluide est refroidi

si le fluide est réchauffé

Exemples d'équations donnant h

Circulation d'un fluide en convection forcée

Hypothèses :

- Le fluide à l'intérieur des tubes lisses
- Régime turbulent
- Equation utilisable si $Re > 10\ 000$

Relation de Sieder et Tade

$$\frac{hD}{K} = 0,023 \left(\frac{DU\rho}{\mu} \right)^{0,8} \left(\frac{C_p\mu}{K} \right)^{0,33} \left(\frac{\mu}{\mu_s} \right)^{0,14}$$

$$Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_s} \right)^{0,14}$$

avec

μ

μ_s

viscosité de la masse du fluide

viscosité du fluide à la température de paroi

Exemples d'équations donnant h

Circulation d'un fluide en convection forcée

Hypothèses :

- Le fluide à l'intérieur des tubes
- **Régime laminaire**
- **Equation utilisable si $Re < 2100$**

$$\frac{hD}{K} = 1,86 \left(\frac{D}{L} \right)^{1/3} \left(\frac{DU\rho}{\mu} \right)^{1/3} \left(\frac{C_p \mu}{K} \right)^n \left(\frac{\mu}{\mu_s} \right)^{0,14}$$

avec

μ

viscosité de la masse du fluide

μ_s

viscosité du fluide à la température de paroi

L

longueur de la conduite

$n = 0,3$

si le fluide est refroidi

$n = 0,4$

si le fluide est réchauffé

Exemples d'équations donnant h

Circulation d'un fluide en convection forcée

Relation de Petukhov

$$\text{Nu} = \frac{\text{Re Pr}}{\text{X}} \left(\frac{\Lambda}{8} \right) \left(\frac{\mu}{\mu_s} \right)^n$$

$$\text{X} = 1,07 + 1,27 \left(\text{Pr}^{2/3} - 1 \right) \left(\frac{\Lambda}{8} \right)^{1/2}$$

avec

Λ

$n = 0,11$

$n = 0,25$

$n = 0$

$10\,000 < \text{Re} < 5\,10^6$

$2 < \text{Pr} < 2\,000$ (erreur de 5 - 6 %)

$0,5 < \text{Pr} < 2\,000$ (erreur de 10 %)

$0,08 < \mu/\mu_s < 40$

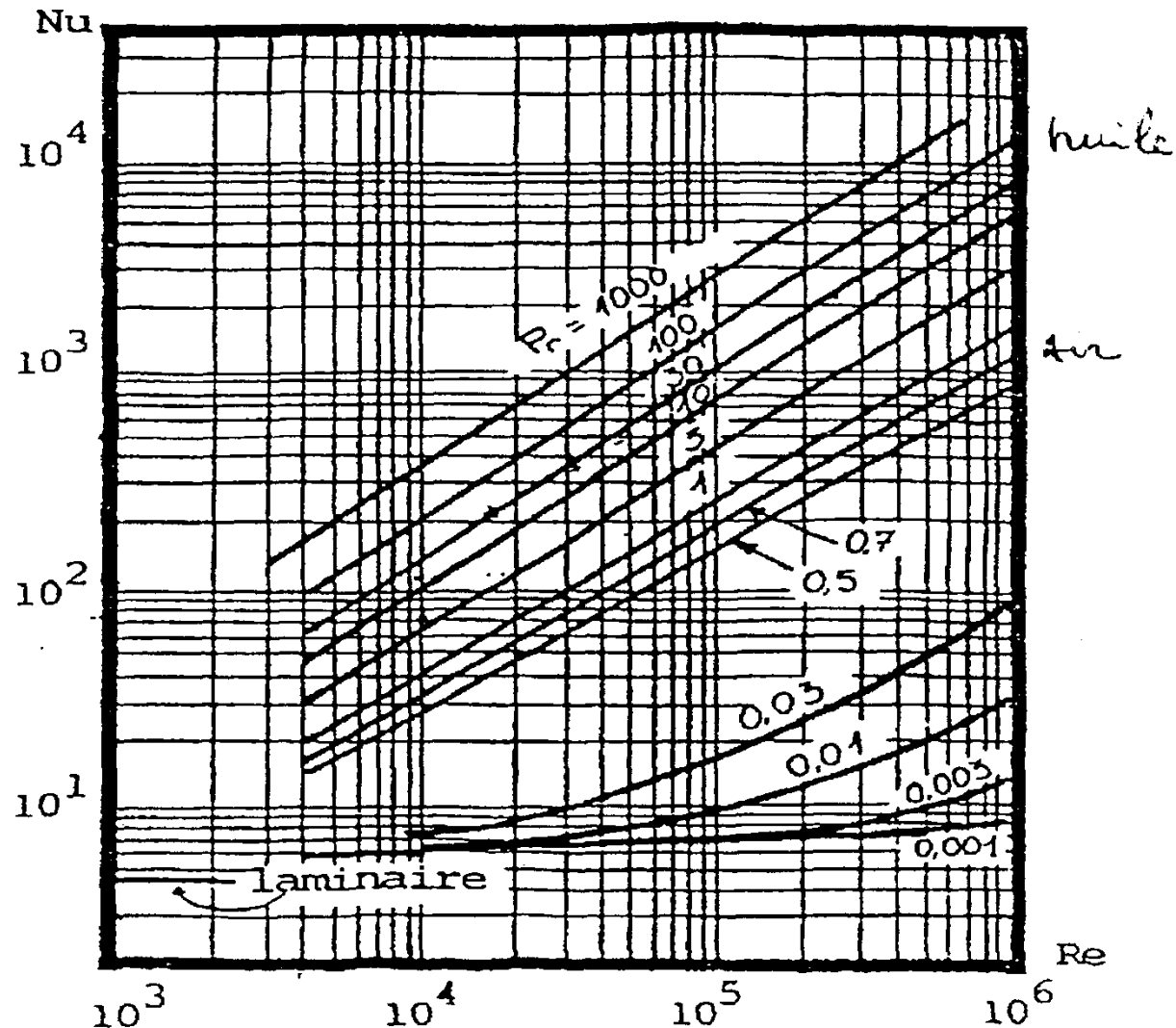
~ 4f coefficient de friction

si le fluide est refroidi

si le fluide est réchauffé

pour les gaz

Variation de $Nu = f(Re, Pr)$ En régime établi



Exemples d'équations donnant h Diamètre équivalent

Circulation d'un fluide en convection forcée

Hypothèses :

- Le fluide à l'extérieur des tubes
- Ecoulement parallèle aux tubes

$$\frac{hD_e}{K} = 0,023 \left(\frac{D_e U \rho}{\mu} \right)^{0,8} \left(\frac{C_p \mu}{K} \right)^n \quad \text{ou} \quad \frac{hD_e}{K} = 0,023 \left(\frac{D_e U \rho}{\mu} \right)^{0,8} \left(\frac{C_p \mu}{K} \right)^{0,33} \left(\frac{\mu}{\mu_s} \right)^{0,14}$$

$$\text{ou} \quad \frac{hD_e}{K} = 1,86 \left(\frac{D_e}{L} \right)^{1/3} \left(\frac{D_e U \rho}{\mu} \right)^{1/3} \left(\frac{C_p \mu}{K} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_s} \right)^{0,14}$$

avec

D_e diamètre équivalent
 A section de l'écoulement
 P périmètre d'échange

$$D_e = \frac{4A}{p}$$

Exemples d'équations donnant h

Circulation d'un fluide en convection forcée

Calcul du diamètre équivalent

Cas où le fluide circule dans l'espace annulaire entre deux tubes co-axiaux

$$A = \frac{1}{4} \pi (D_2^2 - D_1^2)$$

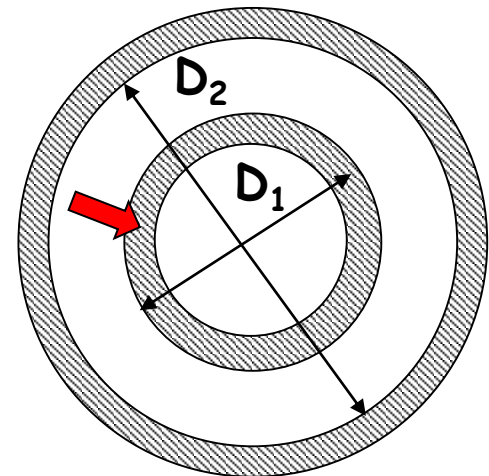
$$D_e = \frac{4A}{p}$$

L'échange a lieu entre le fluide et la paroi extérieure
Du tube intérieur

$$p = \pi D_1$$

et donc

$$D_e = \frac{D_2^2 - D_1^2}{D_1}$$



Exemples d'équations donnant h

Circulation d'un fluide en convection forcée

Calcul du diamètre équivalent

Cas où le fluide circule dans l'espace annulaire entre deux tubes co-axiaux

$$A = \frac{1}{4} \pi (D_2^2 - D_1^2)$$

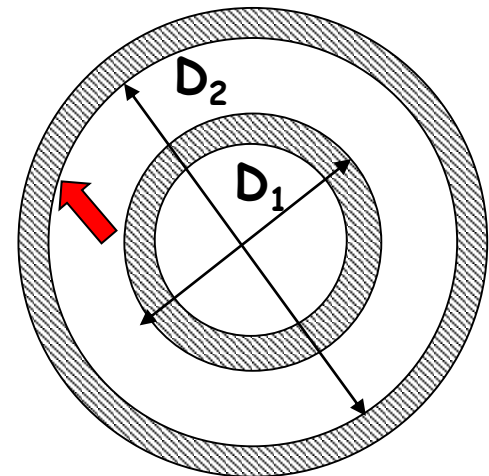
$$D_e = \frac{4A}{p}$$

L'échange a lieu entre le fluide et la paroi intérieur du tube extérieur

$$p = \pi D_2$$

et donc

$$D_e = \frac{D_2^2 - D_1^2}{D_2}$$



Exemples d'équations donnant h

Circulation d'un fluide en convection forcée

Calcul du diamètre équivalent

Cas où le fluide circule dans l'espace
Compris entre une enveloppe et n tubes

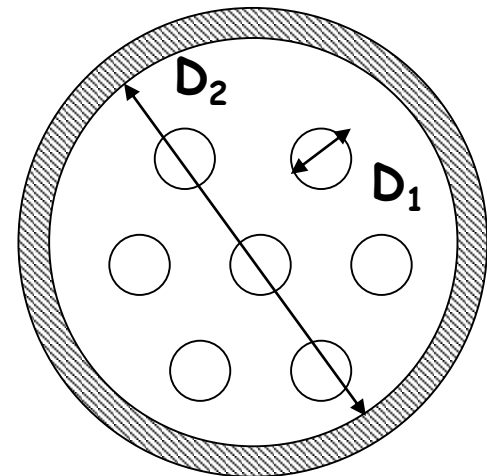
$$D_e = \frac{4A}{p}$$

$$A = \frac{1}{4} \pi (D_2^2 - n D_1^2)$$

$$p = n \pi D_1$$

et donc

$$D_e = \frac{D_2^2 - n D_1^2}{n D_1}$$



Exemples de valeurs de h

Fluide en convection libre

Cas d'un tube placé dans une pièce
(permet de déterminer les pertes thermiques)

$$h = h_{\text{rayonnement}} + h_{\text{convection}}$$

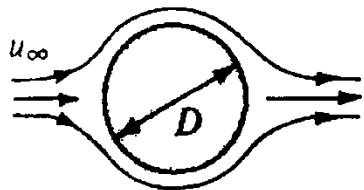
h en kcal h⁻¹m⁻¹K⁻¹

Diamètre du tube	ΔT (°C ou K)			
(mm)	28	56	83	111
25	11	12,2	13,3	14,7
76	10	11	12,1	13,3
111	9,5	10,5	11,5	12,8

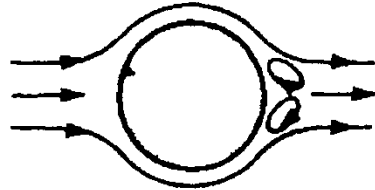
Exemples d'équations donnant h

Circulation d'un fluide en convection forcée

Cas d'un écoulement autour d'un cylindre : 4 régimes d'écoulement



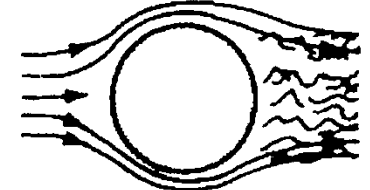
$Re < 4$
Unseparated flow



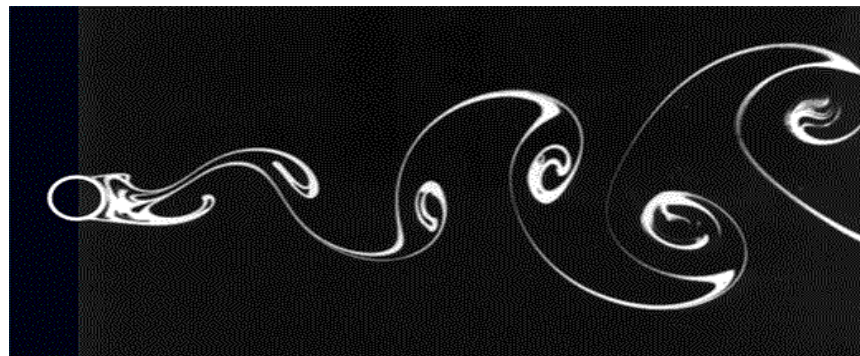
$4 < Re < 60$
Pair of vortices
in the wake



$60 < Re < 5000$
Periodic vortices



$Re > 5000$
Highly turbulent
wake



Exemples d'équations donnant h

Circulation d'un fluide en convection forcée

Cas d'un écoulement autour d'un cylindre :

Relation de Whitaker

$$\text{Nu} = \left[0,4 \text{Re}^{0,5} + 0,06 \text{Re}^{2/3} \right] \text{Pr}^{0,4} \left[\frac{\mu}{\mu_s} \right]^{0,25}$$

avec

$$40 < \text{Re} < 100\,000$$

$$0,67 < \text{Pr} < 300$$

$$0,25 < \mu/\mu_s < 5,2$$

Relation de Churchill

$$\text{Nu} = 0,3 + \frac{0,62 \text{Re}^{0,5} \text{Pr}^{1/3}}{\left[1 + \left(\frac{0,4}{\text{Pr}} \right)^{2/3} \right]^{0,25}} \left[1 + \left(\frac{\text{Re}}{282000} \right)^{5/8} \right]^{4/5}$$

avec

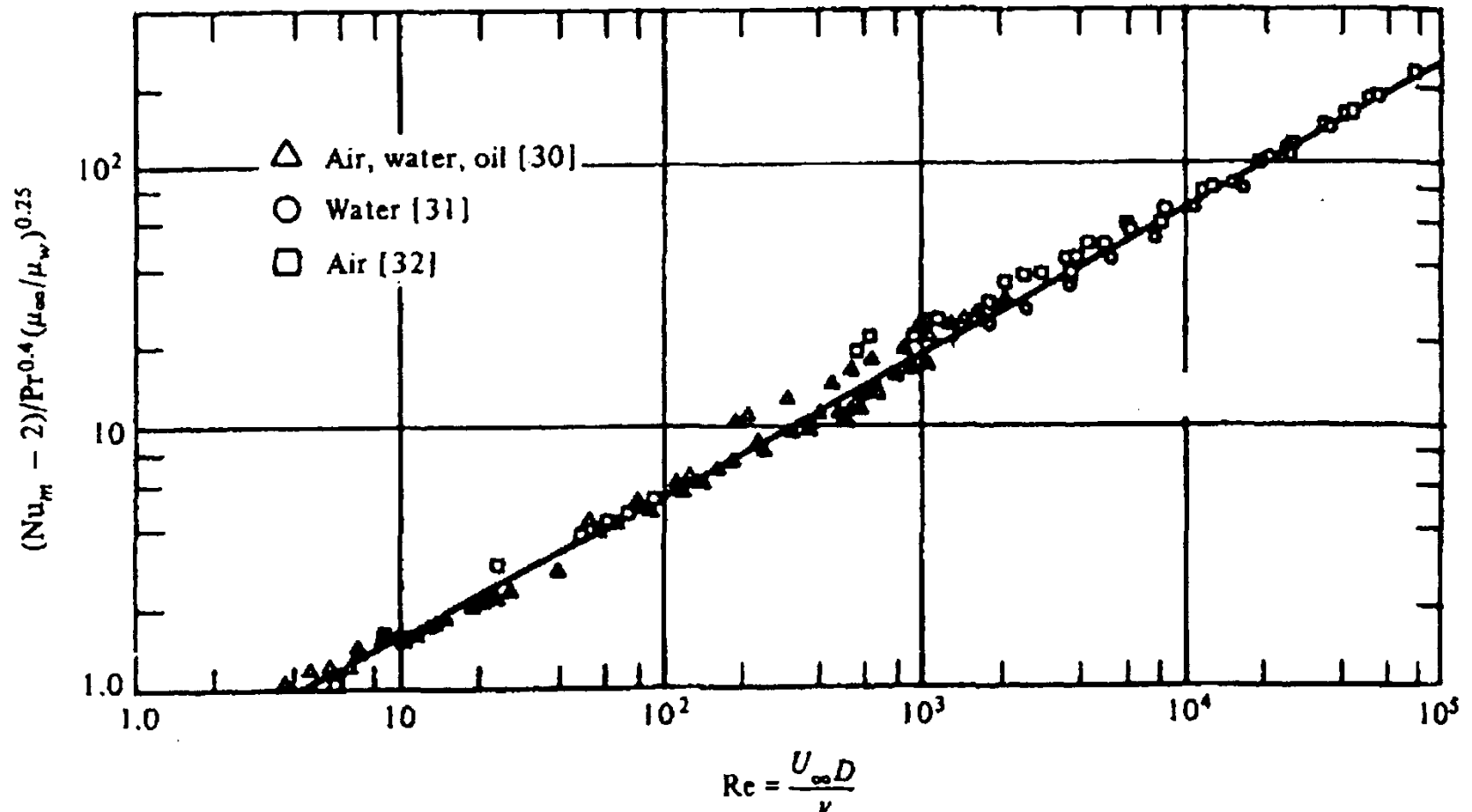
$$100 < \text{Re} < 10^7$$

$$\text{Pe} = \text{RePr} > 0,2$$

Exemples d'équations donnant h

Circulation d'un fluide en convection forcée

Cas d'un écoulement autours d'un cylindre :




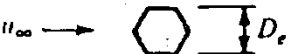








Exemples d'équations donnant h

Ecoulement autours d'un obstacle
non cylindrique

$$Nu_m = c \left(\frac{D_e U \rho}{\mu} \right)^n$$

$$Nu_m = c Re_e^n$$


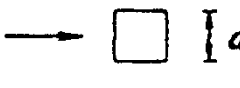

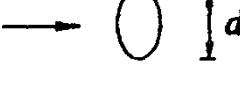

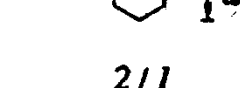
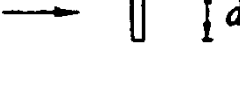
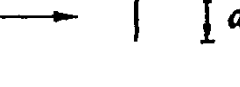
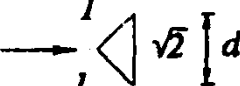
Flow direction and geometry	$Re = \frac{u_\infty D_e}{\nu}$	n	c
	5,000–100,000	0.588	0.222
	2,500–15,000	0.612	0.224
	2,500–7500	0.624	0.261
	5,000–100,000	0.638	0.138
	5,000–19,500	0.638	0.144
	5,000–100,000	0.675	0.092
	2,500–8,000	0.699	0.160
	4,000–15,000	0.731	0.205
	19,500–100,000	0.782	0.035
	3,000–15,000	0.804	0.085

Exemples d'équations donnant h

écoulement autour d'un obstacle
non cylindrique

$$Nu = C \left(\frac{D_e U \rho}{\mu} \right)^m \left(\frac{C_p \mu}{K} \right)^{0,35}$$

$$Nu = C (Re)^m (Pr)^{0,35}$$

	Re_d	C	m
	$5 \cdot 10^3 \text{ à } 10^5$	0,25	0,588
	$2,5 \cdot 10^3 \text{ à } 8 \cdot 10^3$ $5 \cdot 10^3 \text{ à } 10^5$	0,180 0,104	0,699 0,675
	$2,5 \cdot 10^3 \text{ à } 1,5 \cdot 10^4$	0,25	0,612
	$3 \cdot 10^3 \text{ à } 1,5 \cdot 10^4$	0,096	0,804
	$5 \cdot 10^3 \text{ à } 10^5$	0,156	0,638
	$5 \cdot 10^3 \text{ à } 1,95 \cdot 10^4$ $1,95 \cdot 10^4 \text{ à } 10^5$	0,162 0,0395	0,638 0,782
	$3 \cdot 10^3 \text{ à } 2 \cdot 10^4$	0,264	0,66
	$4 \cdot 10^3 \text{ à } 1,5 \cdot 10^4$	0,232	0,731
	$3 \cdot 10^3 \text{ à } 2 \cdot 10^4$	0,246	0,61

Exemples d'équations donnant h

écoulement autours d'une sphère

Au point d'arrêt

$$\text{Nu}_{(\alpha=0^\circ)} = 0,37 \text{Re}^{0,53} \quad 4,4 \cdot 10^4 < \text{Re} < 1,5 \cdot 10^5$$

Valeur moyenne : Relation de Whitaker

$$\overline{\text{Nu}} = 2 + \left(0,4 \text{Re}^{0,5} + 0,06 \text{Re}^{2/3} \right) \text{Pr}^{0,4} \left(\frac{\mu}{\mu_s} \right)^{1/4}$$

$$3,5 < \text{Re} < 7,6 \cdot 10^4$$

$$0,71 < \text{Pr} < 380 \quad 1,0 < \mu/\mu_s < 3,2$$

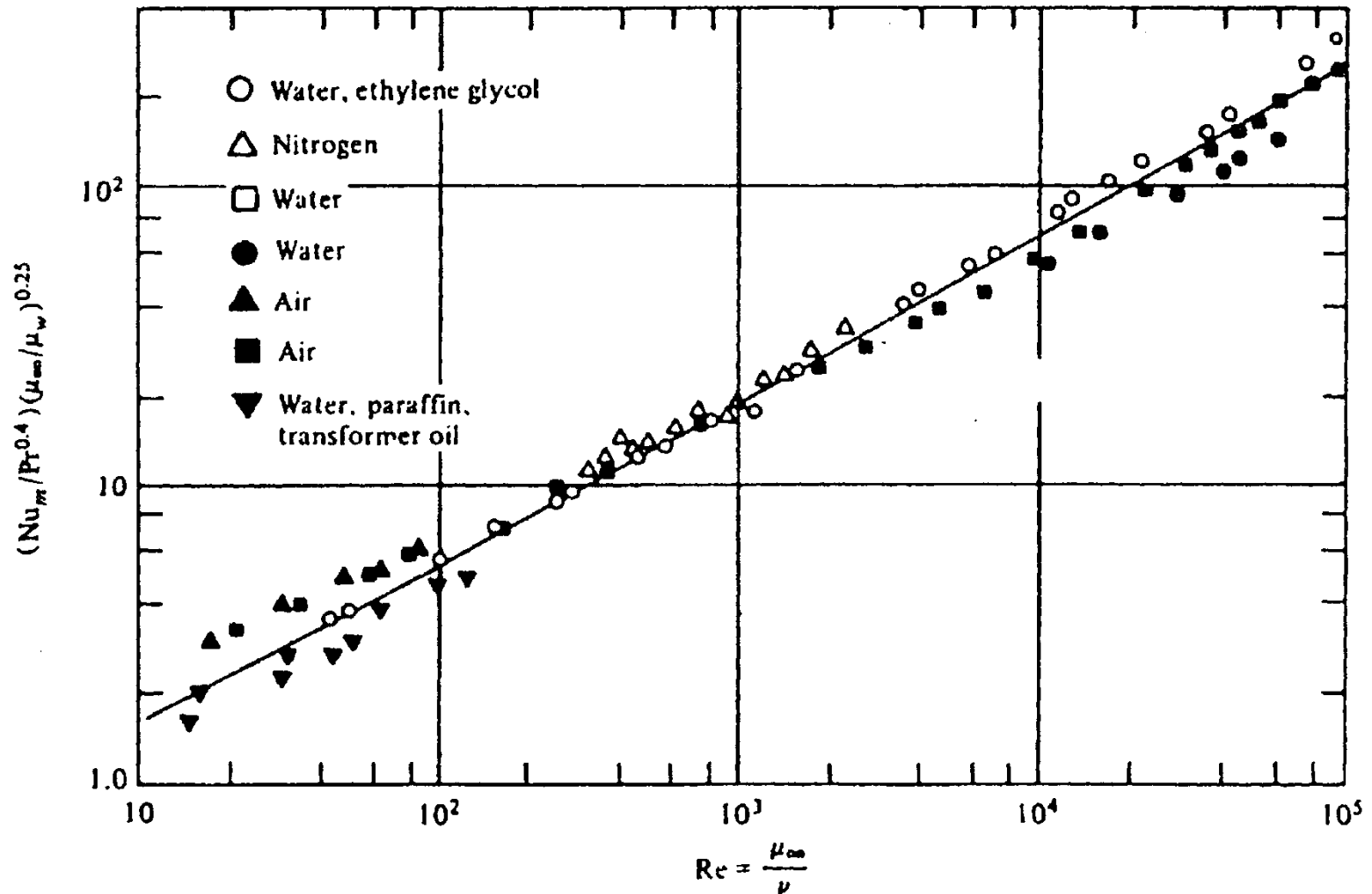
Valeur moyenne : Relation de Katsnel'son et Timofeyeva

$$\overline{\text{Nu}} = 2 + 0,03 \text{Pr}^{0,33} \text{Re}^{0,54} + 0,35 \text{Pr}^{0,36} \text{Re}^{0,58}$$

$$\forall \text{Re}$$

$$0,71 < \text{Pr} < 380 \quad 1,0 < \mu/\mu_s < 3,2$$

Exemples d'équations donnant h écoulement autour d'une sphère



Transfert avec changement d'état

Condensation

Condensation

Vapeur saturé

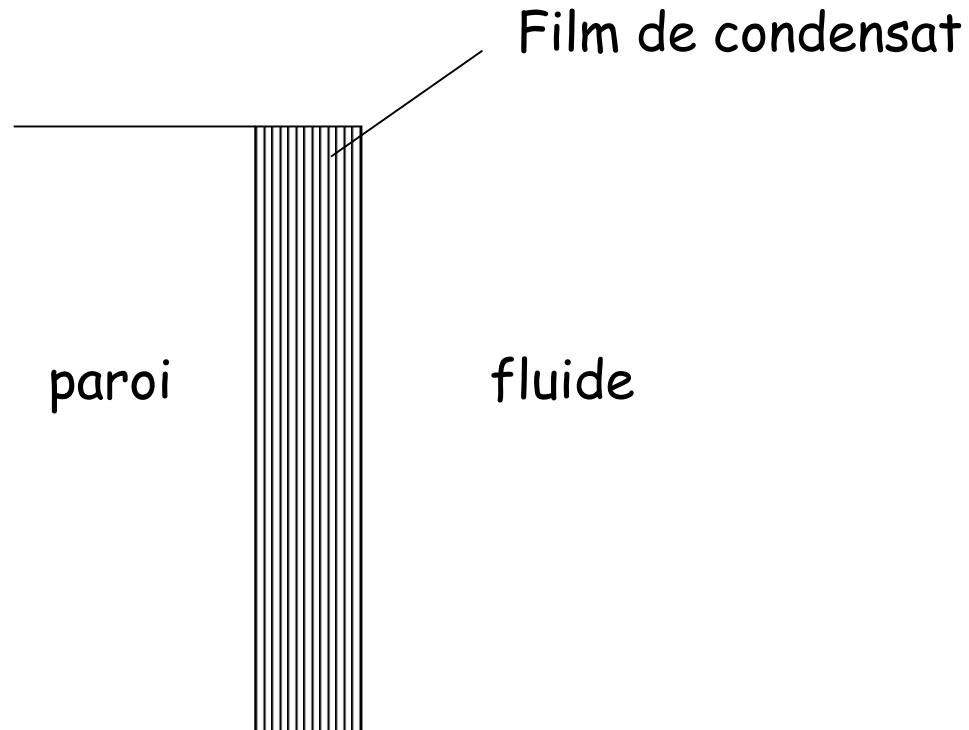
+

Contact avec une paroi froide

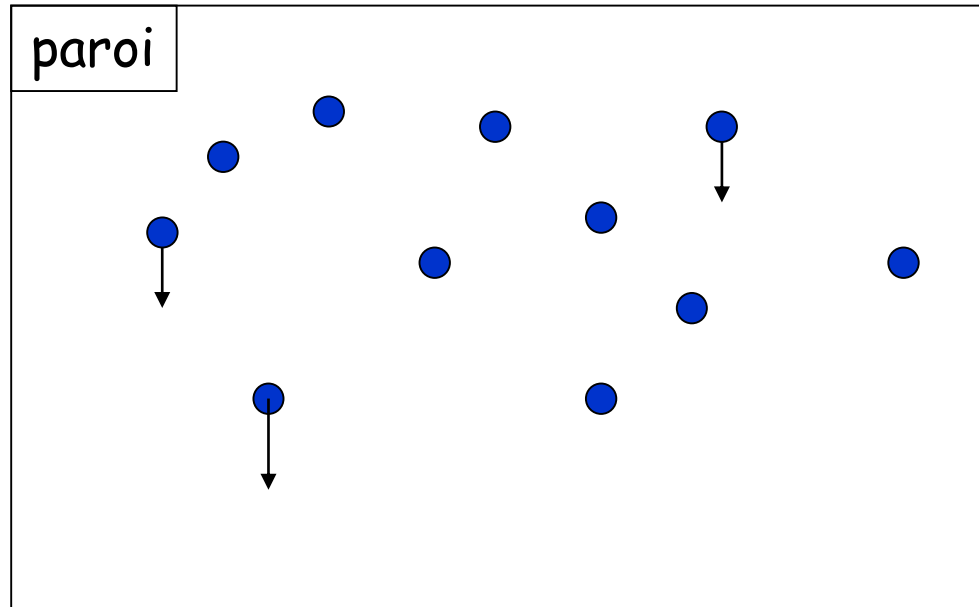
=

Condensation en film ou en gouttes

Condensation en film



Condensation en gouttes



Condensation en film

Exemple de coefficients d'échange pour une condensation en film

Condensation sur un seul tube vertical

$$h = 0,925 \left(\frac{K^3 \rho^2 g}{\mu \Gamma} \right)^{1/3}$$

$$Re = \frac{4\Gamma}{\mu}$$

$$Re < 2100$$

$$\Gamma = \frac{W}{\pi D}$$

W : flux totale de condensat (kg s^{-1})

K , ρ et μ sont les paramètres du fluide à l'état liquide à une température T définie par :

$$T = \frac{1}{4} (T_v - 3T_p)$$

T_v : température de la vapeur

T_p : température de paroi

Condensation en film

Exemple de coefficients d'échange pour une condensation en film

Condensation sur un seul tube horizontal

$$h = 0,95 \left(\frac{K^3 \rho^2 g}{\mu \Gamma} \right)^{1/3}$$

$$Re = \frac{4\Gamma}{\mu}$$

$$Re < 2100$$

$$\Gamma = \frac{W}{D}$$

W : flux totale de condensat (kg s^{-1})

n : nombre de tubes

K , ρ et μ sont les paramètres du fluide à l'état liquide à une température T définie par :

$$T = \frac{1}{4} (T_v + 3T_p)$$

T_v : température de la vapeur

T_p : température de paroi

Condensation en film

Exemple de coefficients d'échange pour une condensation en film

Condensation sur de plusieurs tubes verticaux

Echangeur tubulaire à faisceau

$$h = 0,925 \left(\frac{K^3 \rho^2 g}{\mu \Gamma} \right)^{1/3}$$

$$Re = \frac{4\Gamma}{\mu}$$

$$Re < 2100$$

$$\Gamma = \frac{W}{n\pi D}$$

W : flux totale de condensat (kg s^{-1})

n : nombre de tubes

K , ρ et μ sont les paramètres du fluide à l'état liquide à une température T définie par :

$$T = \frac{1}{4} (T_v - 3T_p)$$

T_v : température de la vapeur

T_p : température de paroi

Condensation en film

Exemple de coefficients d'échange pour une condensation en film

Condensation sur de plusieurs tubes horizontaux

Echangeur tubulaire à faisceau

Les tubes sont dans le même plan horizontal

$$h = 0,95 \left(\frac{K^3 \rho^2 g}{\mu \Gamma} \right)^{1/3}$$

$$Re = \frac{4\Gamma}{\mu}$$

$$Re < 2100$$

$$\Gamma = \frac{W}{nD}$$

Condensation en film

Exemple de coefficients d'échange pour une condensation en film

Condensation sur de plusieurs tubes horizontaux

Echangeur tubulaire à faisceau

Les tubes sont dans un volume

$$h = 0,95 \left(\frac{K^3 \rho^2 g}{\mu \Gamma} \right)^{1/3}$$

$$Re = \frac{4\Gamma}{\mu}$$

$$Re < 2100$$

$$\Gamma = \frac{W}{n^{2/3} D}$$

Le liquide condensé tombe sur les tubes en position inférieure
Les échanges sont perturbés

Transfert avec changement d'état

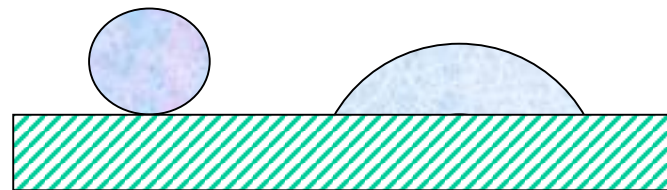
Ebullition

Ebullition - Description du phénomène

Cas d'un liquide en ébullition sur une plaque chauffée

Phénomène fonction de la :

- Rugosité de surface
Favorise la formation de bulle et l'amorce de l'ébullition
- Mouillabilité de la surface
les bulles se détachent si la surface est mouillée par le liquide (cas n° 1)



cas 1

cas 2

Ebullition - Description du phénomène

Ebullition - Description du phénomène

Cas d'un liquide en ébullition sur une plaque chauffée

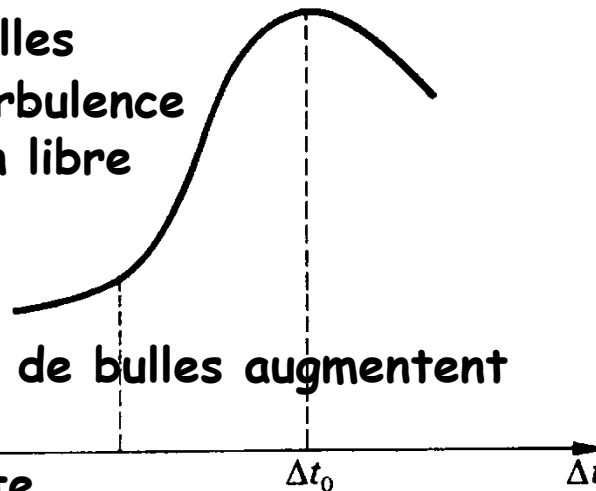
$$h = f(\Delta T)$$

- ΔT faible

peu de bulles
peu de turbulence
convection libre
h faible

ΔT moyen

le nombre de bulles augmentent
brassage
h augmente

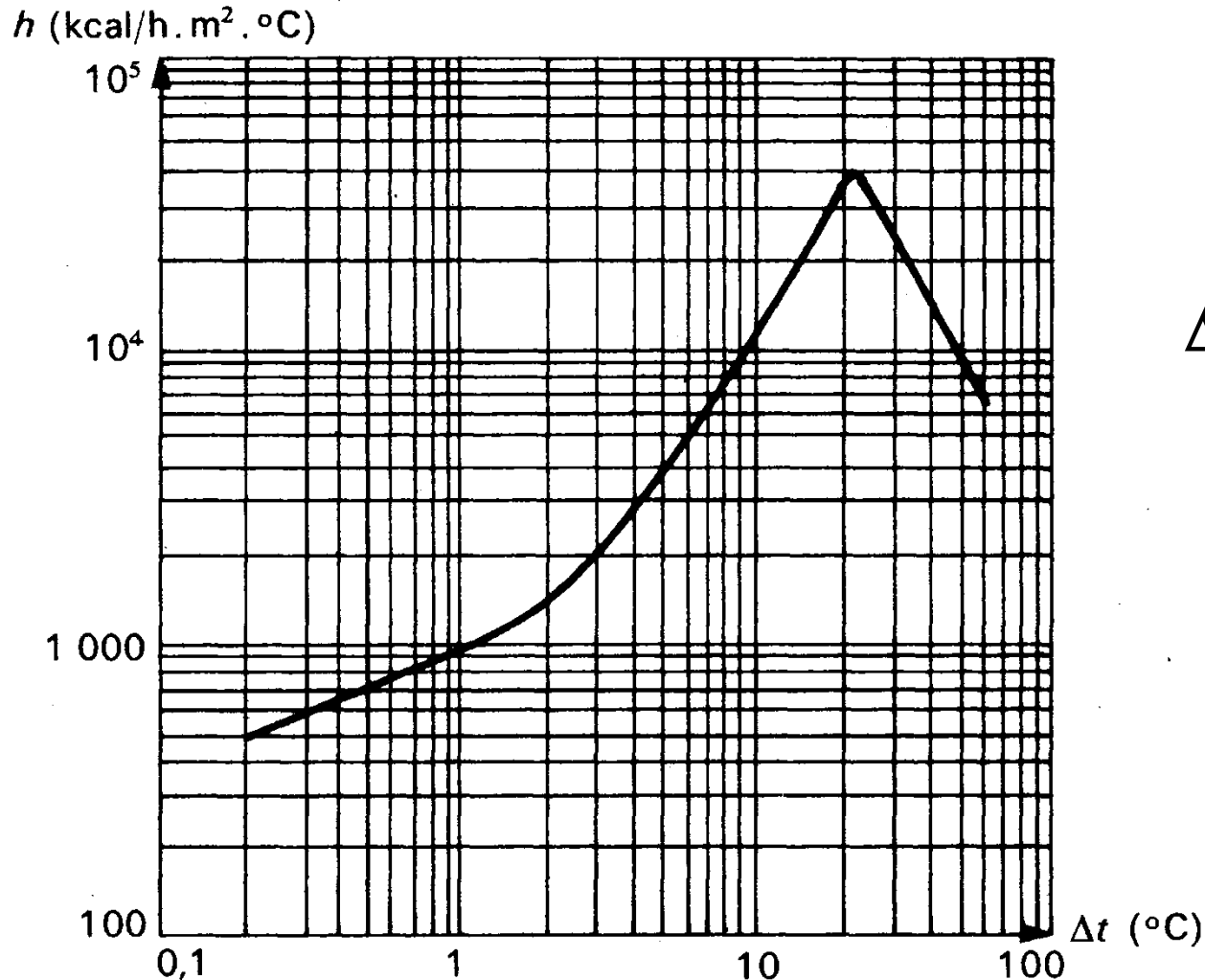


ΔT critique (ΔT_c)

le nombre de bulles importante
nappe gazeuse entre le liquide et la paroi
mauvais échange thermique
h décroît

Ebullition - Exemple de valeur de h

Ebullition - Exemple de valeur de h Ebullition de l'eau



$$\Delta T_c = 30^\circ \text{C}$$

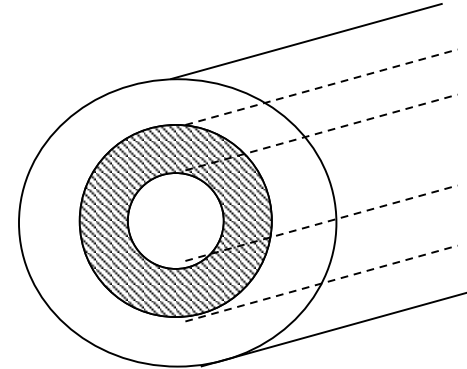
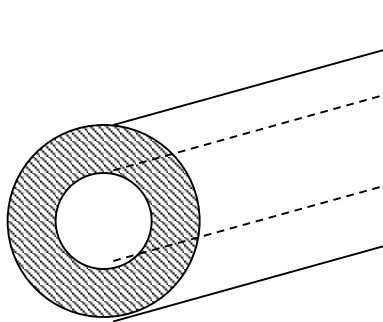
Ebullition et bruit

- Avant l'ébullition – frémissement
 - Formation de bulles sur la surface chaude
 - Transfert de chaleur de la bulle dans la phase liquide plus froide
 - Condensation de la vapeur
 - Contraction et disparition de la bulle
 - Mouvement brutale implique une onde de choc
- A l'ébullition
 - Eclatement de bulles de vapeur à la surface
 - Onde de choc en surface

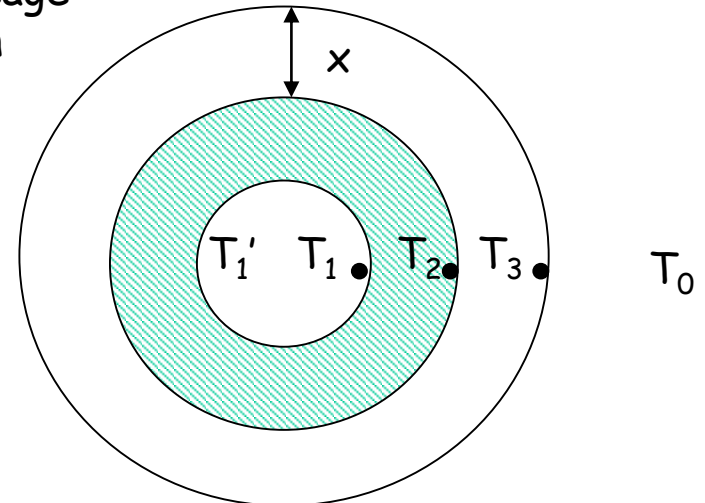
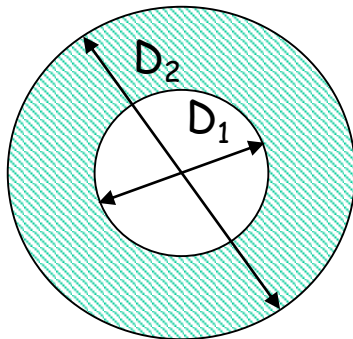
Transfert global de chaleur

Calorifugeage

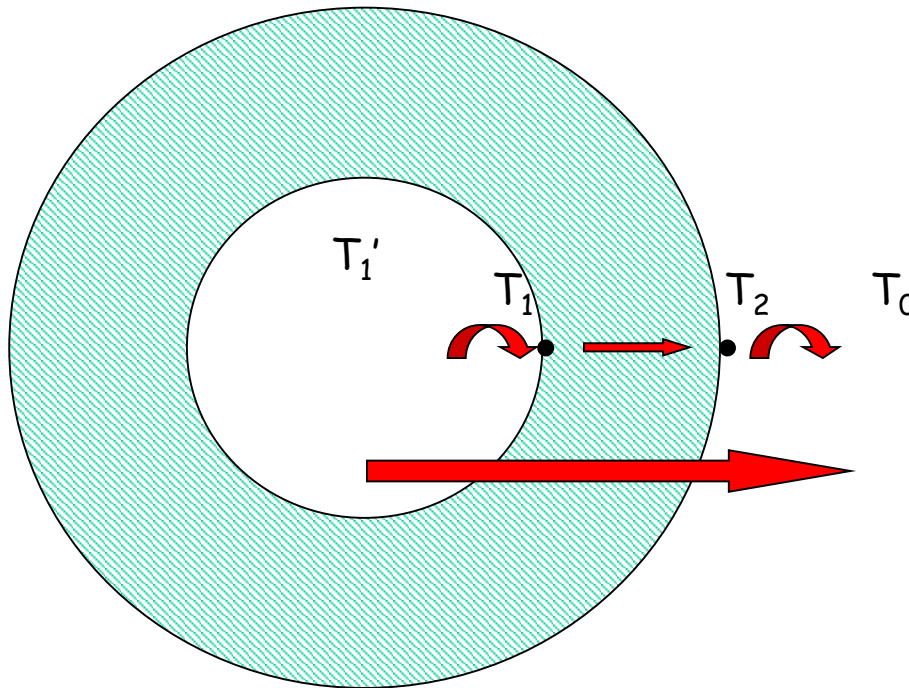
Exemple d'un calorifugeage d'une conduite



D_1 : diamètre intérieur
 D_2 : diamètre extérieur
 x : épaisseur du calorifugeage
 K_1 : conductivité du métal
 K_2 : conductivité du calorifugeage
 L : longueur de la canalisation



Exemple d'un transfert de chaleur dans une conduite



Convection $T_1' - T_1$

$$\Phi = h_1 A_1 (T_1' - T_1)$$

Conduction $T_1 - T_2$

$$\Phi = 2\pi L K_1 (T_1 - T_2) \frac{1}{\ln \frac{D_2}{D_1}}$$

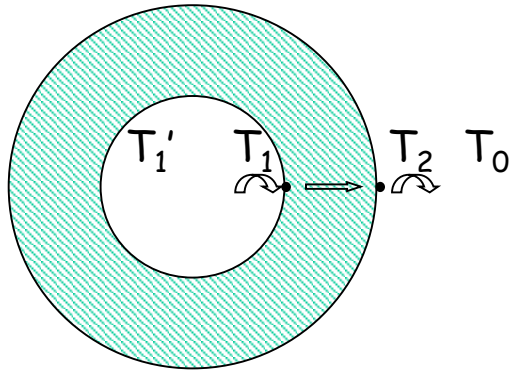
Convection $T_2 - T_0$

$$\Phi = h_2 A_2 (T_2 - T_0)$$

$$T_1' > T_1 > T_2 > T_0$$

$$A_1 = \pi L D_1 \quad A_2 = \pi L D_2$$

Exemple d'un transfert de chaleur dans une conduite



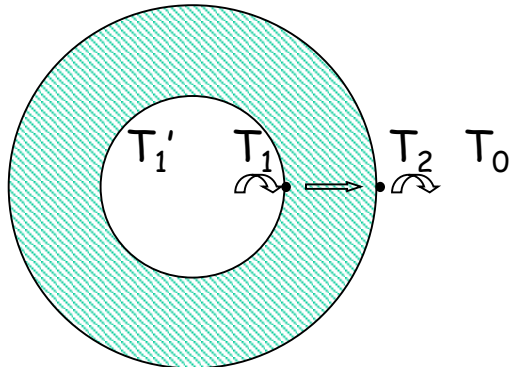
$$\frac{\Phi}{\pi L D_1 h_1} = T_1' - T_1$$

$$\frac{\Phi L \ln\left(\frac{D_2}{D_1}\right)}{2\pi L K_1} = T_1 - T_2$$

$$\frac{\Phi}{\pi L D_2 h_2} = T_2 - T_0$$

$$\frac{\Phi}{\pi L} \left[\frac{1}{h_1 D_1} + \frac{\ln\left(\frac{D_2}{D_1}\right)}{2K_1} + \frac{1}{h_2 D_2} \right] = T_1' - T_0$$

Exemple d'un transfert de chaleur dans une conduite

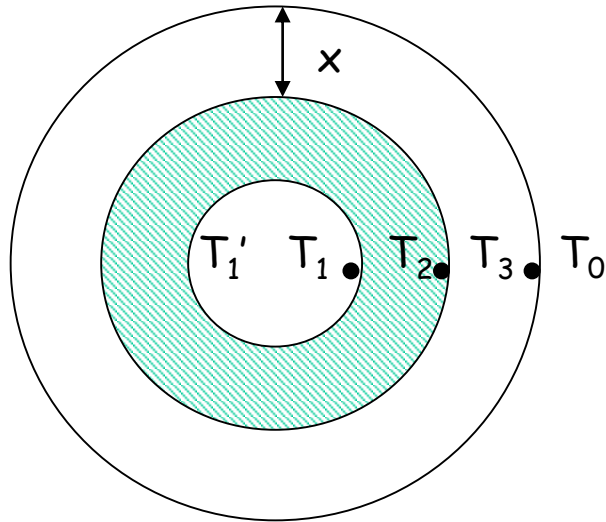


$$\frac{\Phi}{\pi L} \left[\frac{1}{h_1 D_1} + \frac{\text{Ln} \left(\frac{D_2}{D_1} \right)}{2K_1} + \frac{1}{h_2 D_2} \right] = T_1' - T_0$$

$$T_1' - T_0 = \Phi [R_1 + R_2 + R_3]$$

$$T_1' - T_0 = \Phi R$$

Exemple du calorifugeage d'une conduite



Convection $T_1' - T_1$

$$\Phi = h_1 A_1 (T_1' - T_1)$$

Conduction $T_1 - T_2$

$$\Phi = 2\pi L K_1 (T_1 - T_2) \frac{1}{\ln \frac{D_2}{D_1}}$$

Conduction $T_2 - T_3$

$$\Phi = 2\pi L K_2 (T_2 - T_3) \frac{1}{\ln \frac{D_2 + 2x}{D_2}}$$

Convection $T_3 - T_0$

$$\Phi = h_2 A_3 (T_3 - T_0)$$

$$A_1 = \pi L D_1$$

$$A_3 = \pi L (D_2 + 2x)$$

Exemple du calorifugeage d'une conduite

$$\frac{\Phi}{2\pi L} \left[\frac{2}{h_1 D_1} + \frac{\text{Ln}\left(\frac{D_2}{D_1}\right)}{K_1} + \frac{\text{Ln}\left(\frac{D_2 + 2x}{D_2}\right)}{K_2} + \frac{2}{h_2 (D_2 + 2x)} \right] = T_1' - T_0$$

$$T_1' - T_0 = \Phi [R_1 + R_2 + R_3 + R_4]$$

$$T_1' - T_0 = \Phi R$$

Exemple du calorifugeage d'une conduite

Etude de la fonction $R(x)$

$$T_1' - T_0 = \Phi R$$

$$R = \frac{1}{2\pi L} \left[\frac{2}{h_1 D_1} + \frac{\text{Ln}\left(\frac{D_2}{D_1}\right)}{K_1} + \frac{\text{Ln}\left(\frac{D_2 + 2x}{D_2}\right)}{K_2} + \frac{2}{h_2 (D_2 + 2x)} \right]$$

$$\frac{dR}{dx} = \frac{1}{2\pi L} \left[\frac{2}{K_2 (D_2 + 2x)} - \frac{4}{h_2 (D_2 + 2x)^2} \right]$$

Exemple du calorifugeage d'une conduite

Etude de la fonction $R(x)$

$$\frac{dR}{dx} = \frac{1}{2\pi L} \left[\frac{2}{K_2(D_2 + 2x)} - \frac{4}{h_2(D_2 + 2x)^2} \right]$$

$$\frac{dR}{dx} = \frac{1}{\pi L} \frac{h_2(D_2 + 2x) - 2K_2}{h_2 K_2 (D_2 + 2x)^2}$$

$$\frac{dR}{dx} = 0 \quad \text{si} \quad h_2(D_2 + 2x_0) = 2K_2 \quad \text{soit} \quad x_0 = \frac{K_2}{h_2} - \frac{D_2}{2}$$

$$\frac{dR}{dx} > 0 \quad \text{si} \quad h_2(D_2 + 2x) > 2K_2 \quad \text{soit} \quad x > \frac{K_2}{h_2} - \frac{D_2}{2}$$