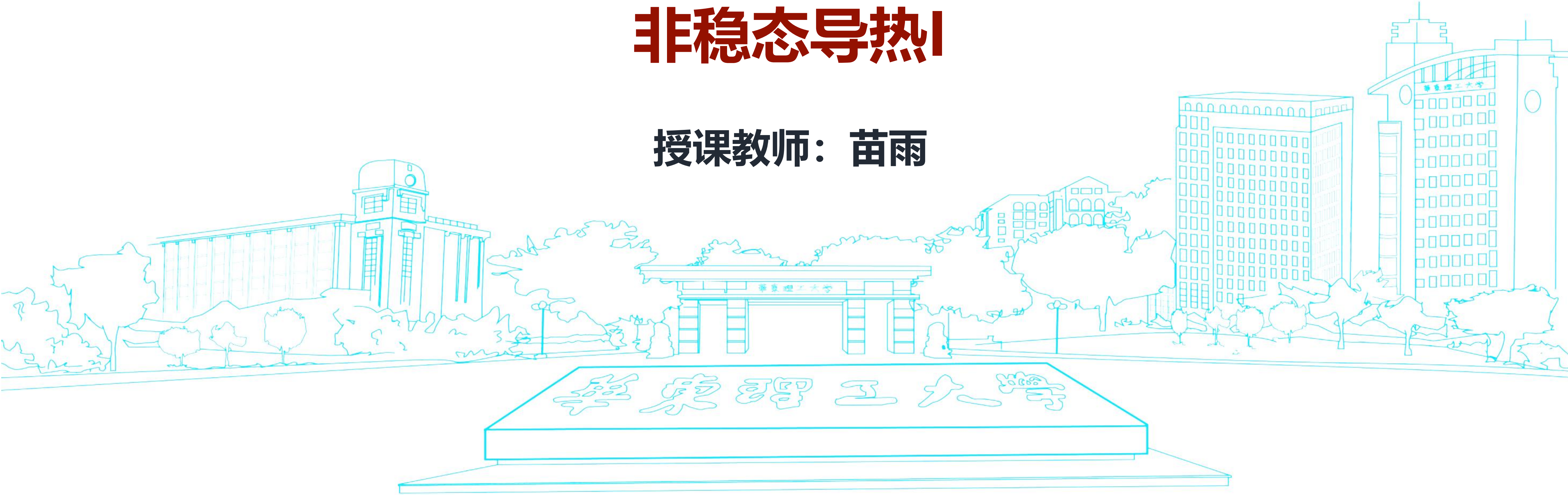
传热学

非稳态导热I

授课教师：苗雨



目 录

知识回顾

稳态导热问题

1. 一维无内热源稳态导热

$$\cancel{\rho c\frac{\partial t}{\partial \tau}} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\frac{\partial t}{\partial x}\right) + \cancel{\frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda\frac{\partial t}{\partial y}\right)} + \cancel{\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\frac{\partial t}{\partial z}\right)} + \cancel{\dot{\Phi}}$$

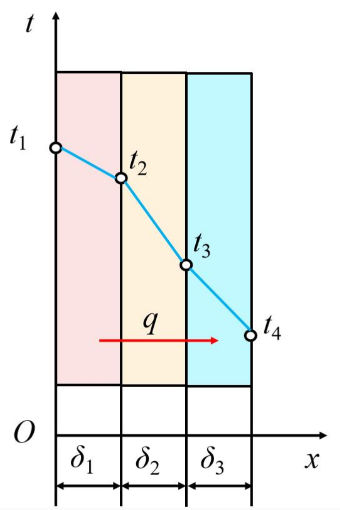
2. 变截面的一维问题

$$A = A(x)$$

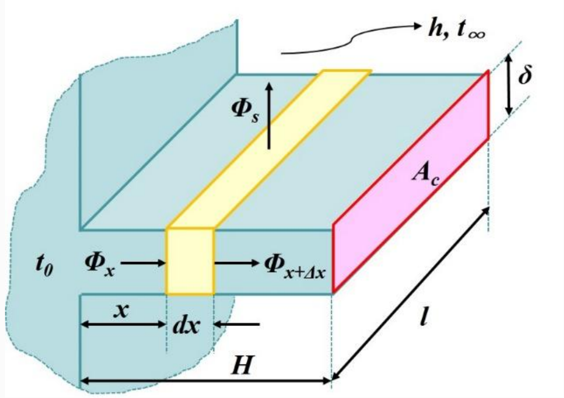
3. 变导热系数的一维问题

$$\lambda = \lambda(t)$$

4. 通过多层壁的导热问题



5. 通过肋片（翅片）的导热问题



6. 一维有内热源导热问题

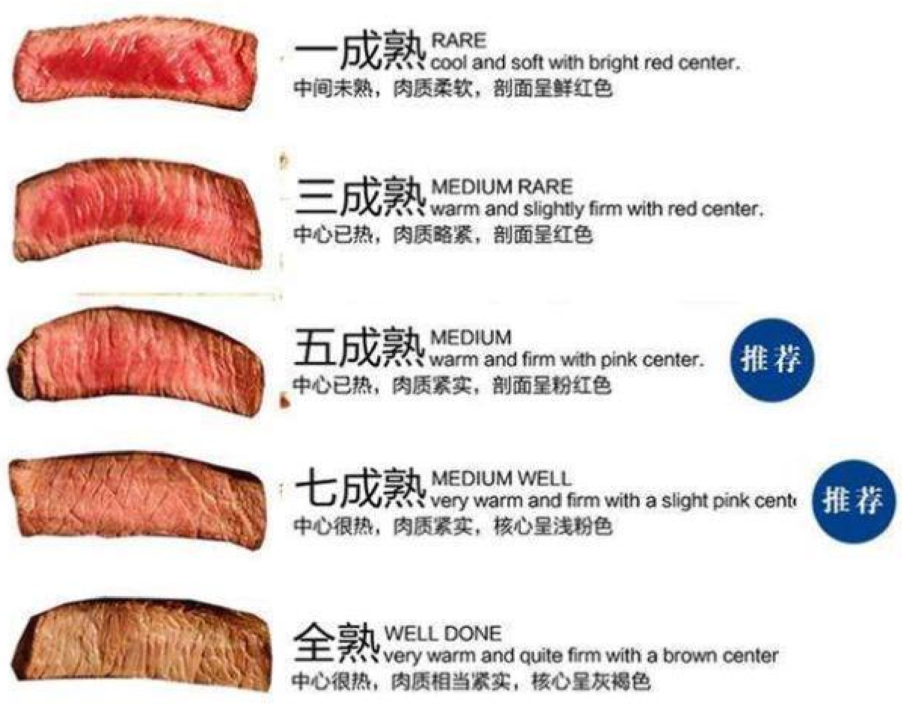
$$\cancel{\rho c\frac{\partial t}{\partial \tau}} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\frac{\partial t}{\partial x}\right) + \cancel{\frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda\frac{\partial t}{\partial y}\right)} + \cancel{\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\frac{\partial t}{\partial z}\right)} + \dot{\Phi}$$

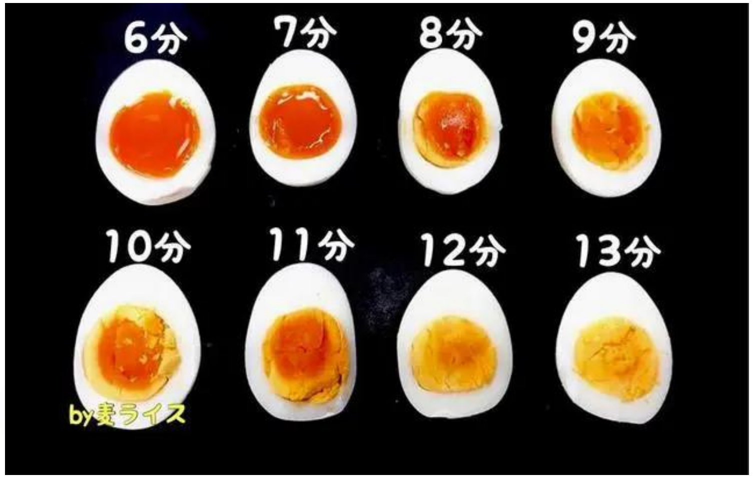
7. 多维稳态导热问题
   - 分离变量法
   - 形状因子法

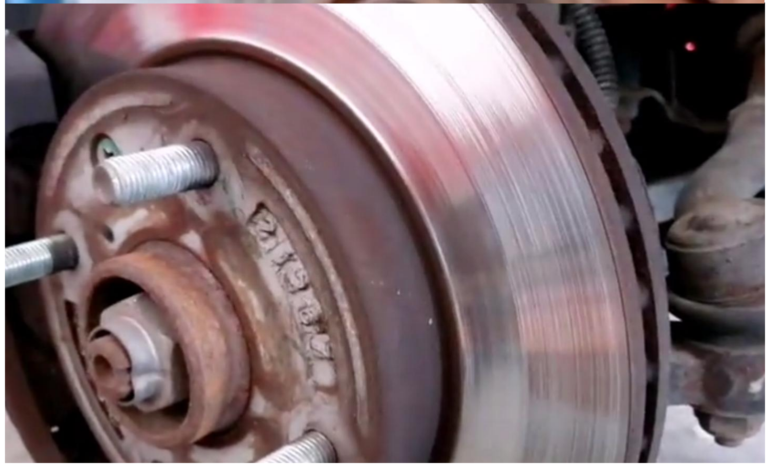
目 录

非稳态导热的定义与分类

□ 生产生活中会遇到的案例







与稳态导热不同，温度分布受时间影响 $t = f(x, y, z, \tau)$

非稳态导热的定义与分类

随时间的推移逐渐趋近于恒定

非稳态导热：物体的温度随时间而变化的导热过程

随时间而做周期性变化

目 录

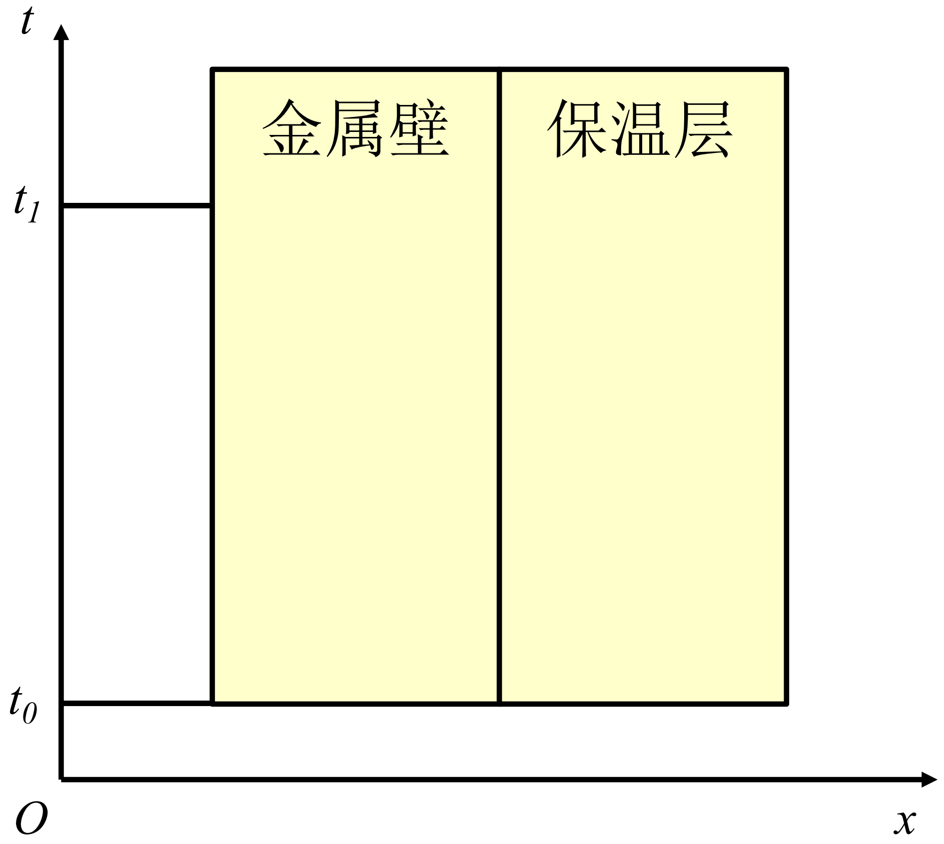
非稳态导热的特点

不同于稳态导热，非稳态导热具有如下特点：

- 通过同一截面的热流量随时间变化
- 同一时刻，通过不同截面的热流量不同

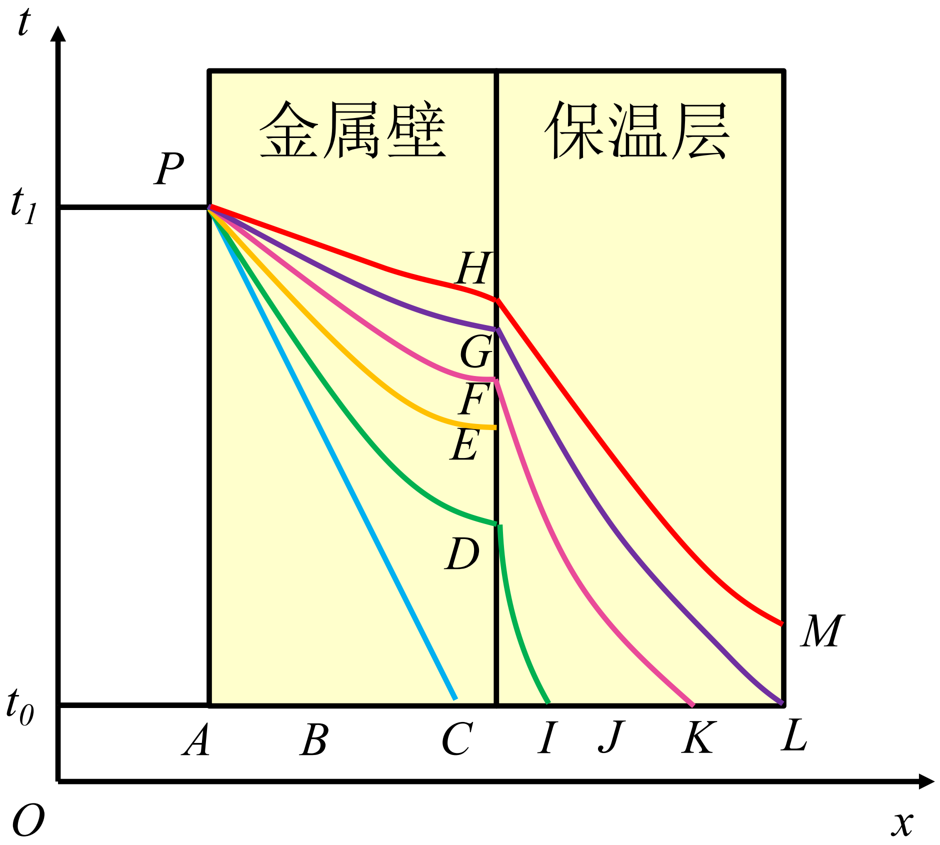
热机启动简化模型：

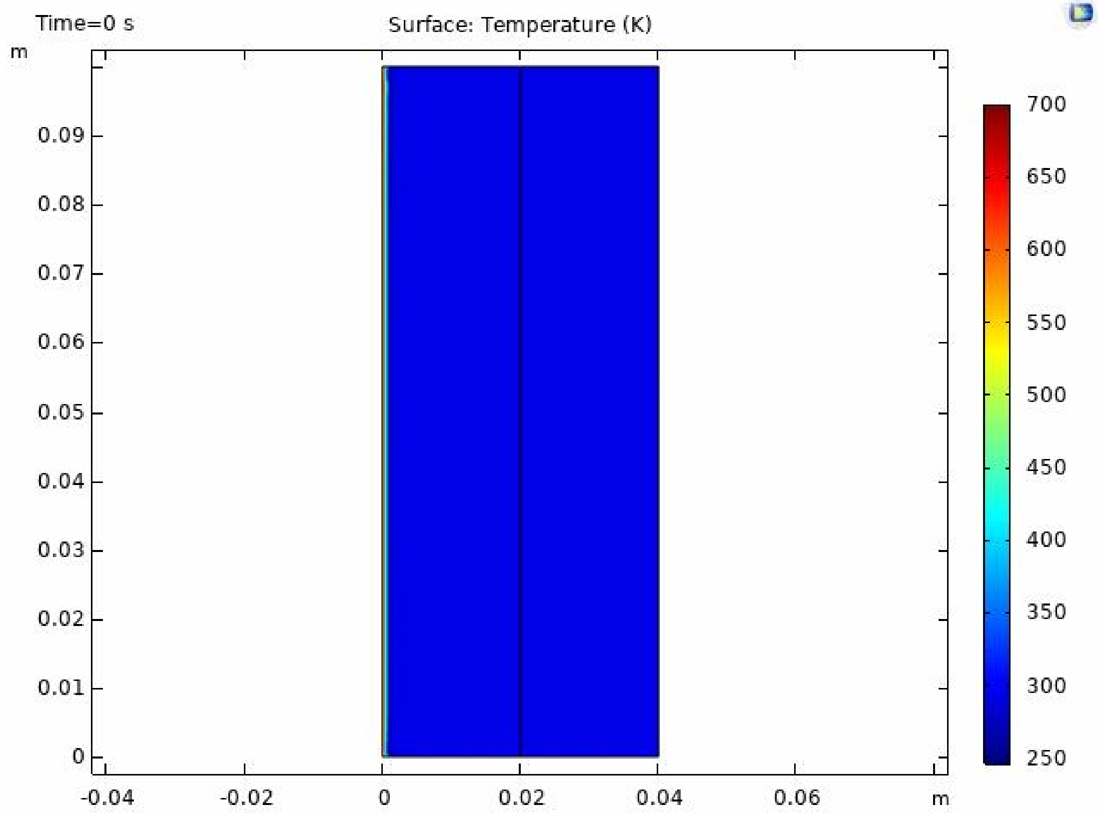
一复合平壁，左侧为金属壁，右侧为保温层，层间接触良好，两种材料的导热系数、密度及比热容均为常数，初始温度为t_0。然后，复合壁左侧表面温度突然升高到t_1，并保持不变，而右侧仍与温度为t_0的空气接触。



非稳态导热的特点

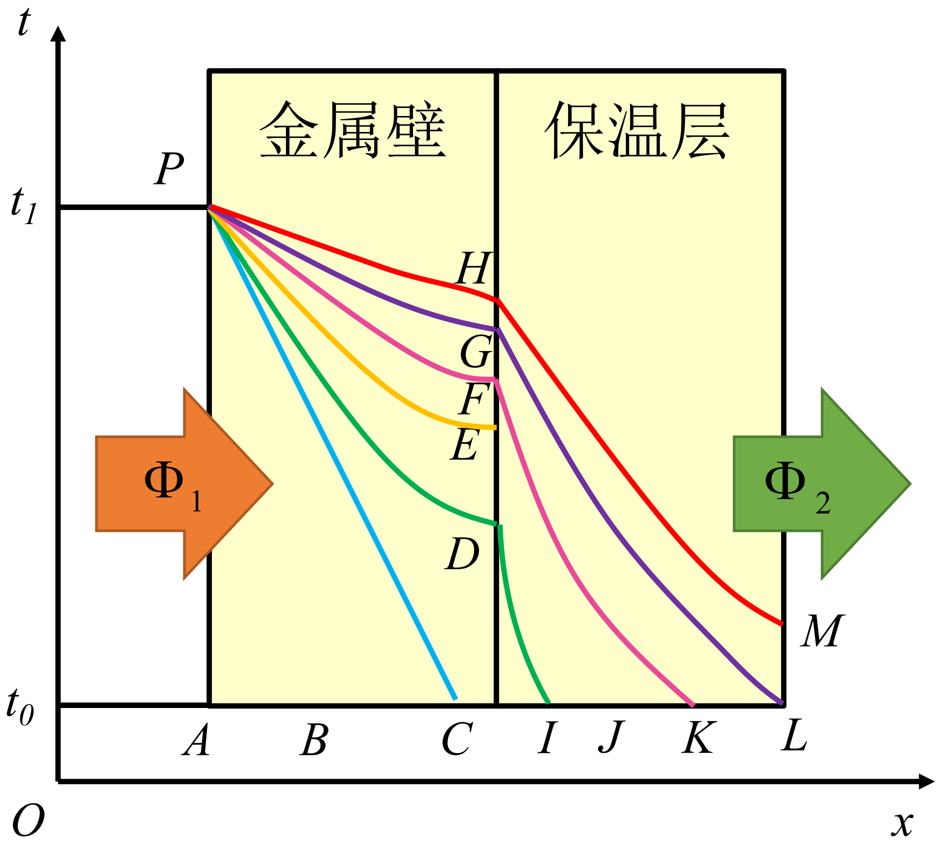
- 温度分布主要受初始温度分布的控制，比如PBL, PCL, 为**非正规状况阶段**
- 温度分布主要受热边界条件的影响，比如PD, PE, PF, PG, PH, 为**正规状况阶段**

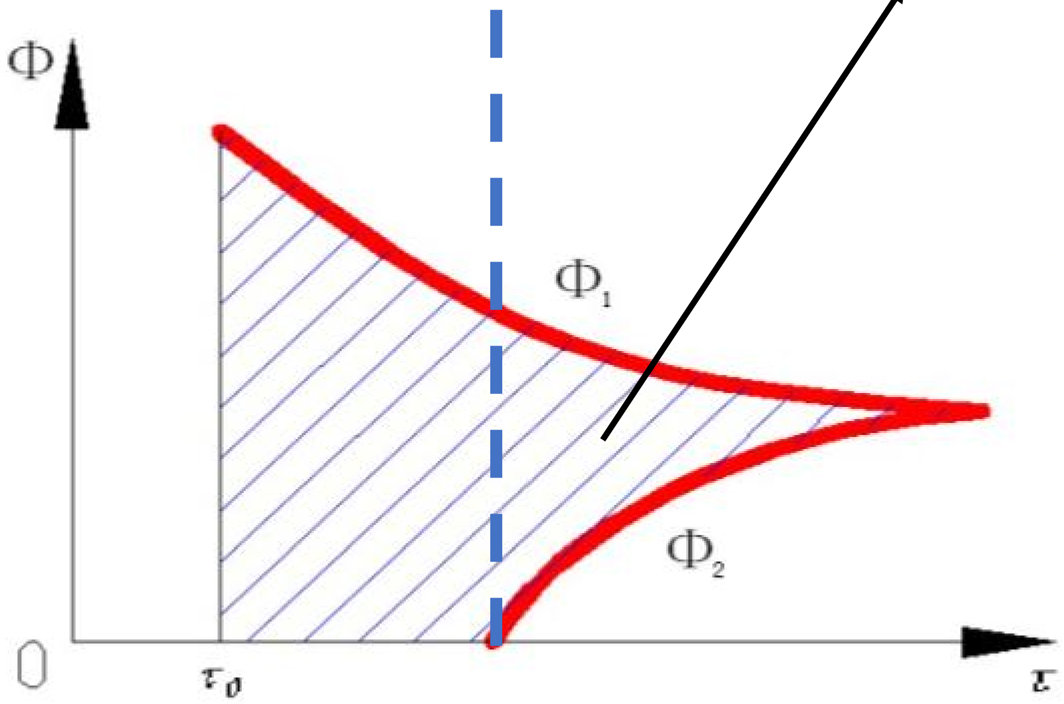




非稳态导热的特点

- 非正规状况阶段：Φ_1急剧减小，Φ_2保持不变
- 正规状况阶段：Φ_1逐渐减小，Φ_2逐渐增大

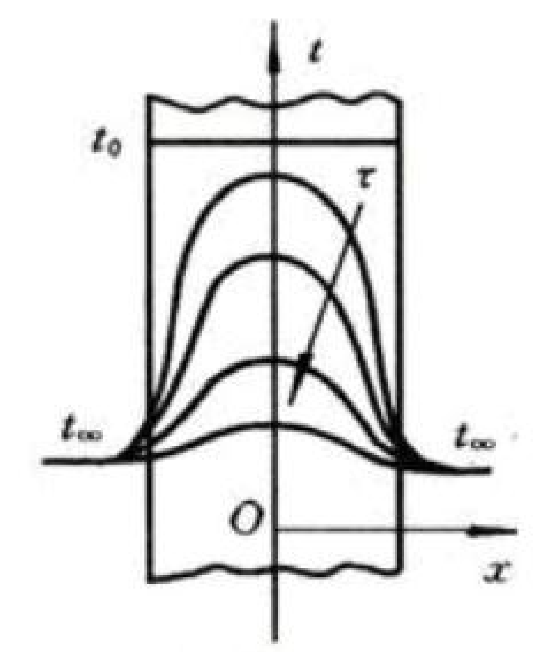




目 录

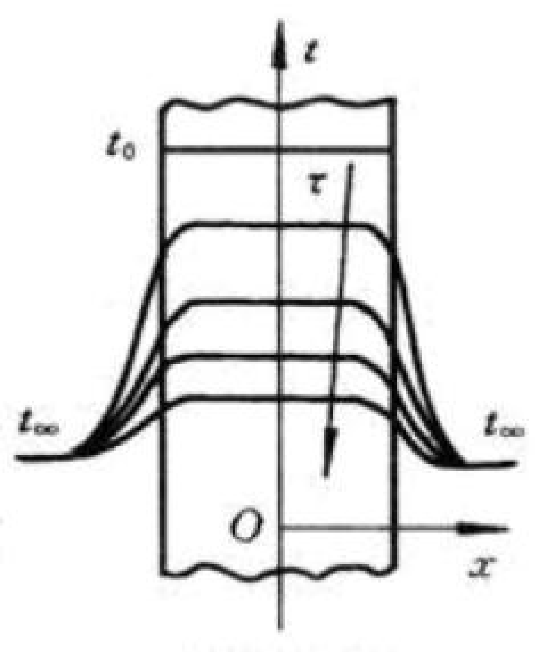
非稳态导热的几种常见问题

有一块厚为2δ的金属平板，初始温度为t_0，突然将它置于温度为t_∞的流体中进行冷却，表面传热系数为h，平板的导热系数为λ。平板中温度场的变化会出现以下三种情况：



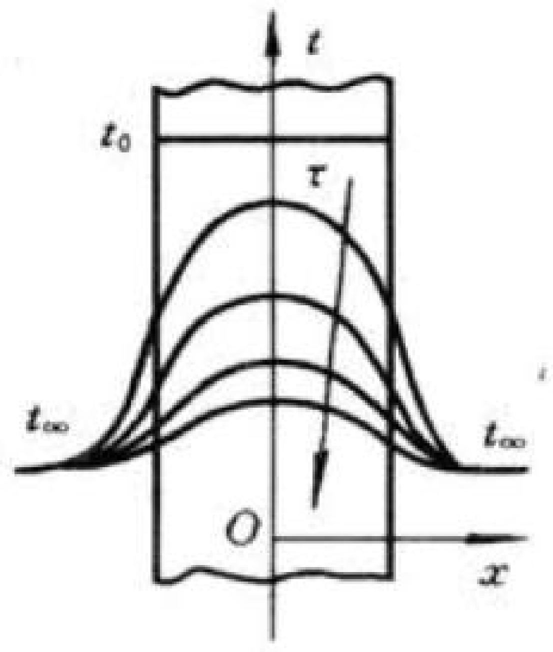
$1/h \ll \delta/\lambda$

表面对流换热热阻$1/h$可以忽略



$1/h \gg \delta/\lambda$

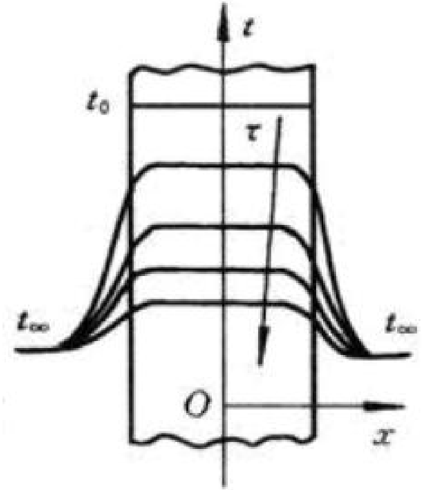
平板内部导热热阻δ/λ几乎可以忽略



$1/h$与δ/λ的数值比较接近

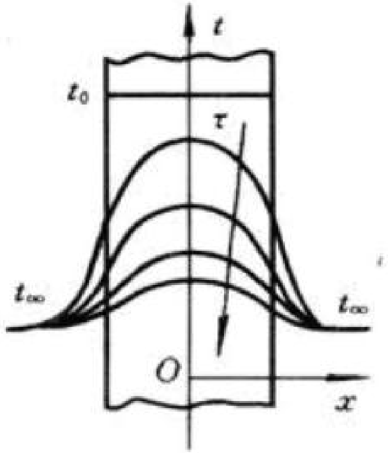
平板中不同时刻的温度分布介于两种极端情况之间

非稳态导热的几种常见问题



$$1/h \gg \delta/\lambda$$

任何时刻固体内部的温度都趋于一致，所要求解的温度仅是时间τ的一元函数，而与空间坐标 x,y,z 无关



所要求解的温度是时间τ与单一空间坐标 x 的函数

所要求解的温度是时间τ与空间坐标 x,y,z 的函数

需要判定 $1/h$与 δ/λ的关系，引入无量纲数

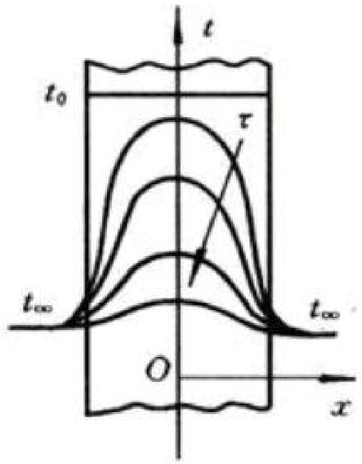
目 录

非稳态导热相关的无量纲数

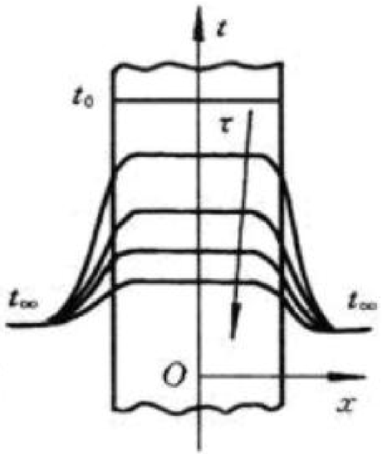
□ 需要判定表面对流换热热阻1/h与导热热阻δ/λ的关系，引入无量纲数毕渥数Bi

$$Bi = \frac{\text{固体内部单位导热面积上的导热热阻}}{\text{单位表面积上的换热热阻}} = \frac{\frac{\delta}{\lambda}}{\frac{1}{h}} = \frac{\delta h}{\lambda}$$

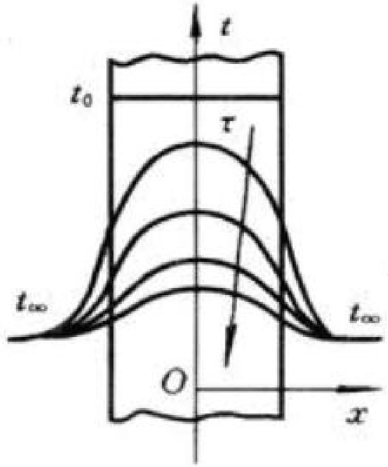
毕渥数（Bi）反映了物体在非稳态导热条件下物体内温度场的分布规律



Bi→∞
可以忽略对流热阻



Bi→0
可以忽略导热热阻

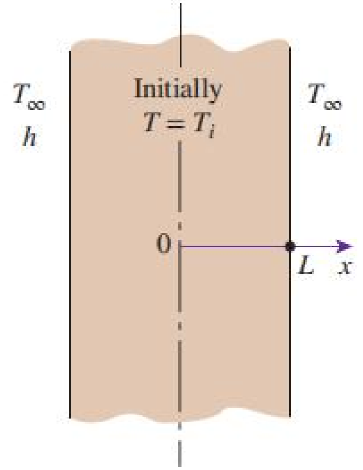


Bi ≈ 1
需要同时考虑两种热阻

非稳态导热相关的无量纲数

□ 一维非稳态导热，平板厚2L，导热系数λ，热扩散率α，无内热源，对流传热系数h，初始温度T_i，突然置于温度为T_∞的流体中，设$T_\infty<T_i$，确定温度分布T=f(x,τ)。

$$\rho c\frac{\partial T}{\partial \tau}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\cancel{\frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial y}\right)}+\cancel{\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial z}\right)}+\cancel{\dot{\Phi}}$$



$$\boxed{\alpha=\frac{\lambda}{\rho c}}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau}=\alpha\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\ (0\le x<L,\tau>0)$$

边界条件： $@\,x=0,\frac{dT}{dx}=0 \qquad @\,x=L,-\lambda\frac{dT}{dx}=h\left(T-T_\infty\right)$

初始条件： $@\,\tau=0,T=T_i$

$$T=f\left(\tau,\alpha,x,L,h,T_\infty,T_i\right)$$

非稳态导热相关的无量纲数

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} (0 \le x < \delta, \tau > 0)$$ 无量纲化处理 $$\theta = \frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty} \qquad X = \frac{x}{L}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{\partial \left(\frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty} \right)}{\partial \left(\frac{x}{L} \right)} = \frac{L}{T_i - T_\infty} \frac{\partial T}{\partial x} \qquad \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} = \frac{\partial \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)}{\partial X} = \frac{\partial \left(\frac{L}{T_i - T_\infty} \frac{\partial T}{\partial x} \right)}{\partial \left(\frac{x}{L} \right)} = \frac{L^2}{T_i - T_\infty} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \qquad \boxed{\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T_i - T_\infty}{L^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2}}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial \left(\frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty} \right)}{\partial \tau} = \frac{1}{T_i - T_\infty} \frac{\partial T}{\partial \tau} \qquad \boxed{\frac{\partial T}{\partial \tau} = (T_i - T_\infty) \frac{\partial \theta}{\partial \tau}}$$

$$t = \frac{\alpha \tau}{L^2}$$

傅里叶数Fo

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \Rightarrow \cancel{(T_i - T_\infty)} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \alpha \frac{\cancel{T_i - T_\infty}}{L^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} \Rightarrow \frac{\partial \theta}{\partial \left(\frac{\alpha \tau}{L^2} \right)} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} = \frac{\partial \theta}{\partial t}$$

非稳态导热相关的无量纲数

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} (0 \le x < \delta, \tau > 0)$$

无量纲化处理

$$\theta = \frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty}$$

$$X = \frac{x}{L}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2}$$

边界条件：

$$@\, x = 0, \frac{dT}{dx} = 0$$

$$@\, x = L, -\lambda \frac{dT}{dx} = h\left(T - T_\infty\right)$$

初始条件：

$$@\, \tau = 0, T = T_i$$

边界条件：

$$@X = 0, \frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{\partial\left(\dfrac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty}\right)}{\partial\left(\dfrac{x}{L}\right)} = \frac{L}{T_i - T_\infty}\frac{\partial T}{\partial x} = 0$$

$$@X = 1, \frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{L}{T_i - T_\infty}\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{L}{T_i - T_\infty}\frac{h\left(T - T_\infty\right)}{-\lambda} = -Bi\theta$$

初始条件：

$$@t = 0, \theta = \frac{T_i - T_\infty}{T_i - T_\infty}$$

$$\theta = f\left(X, Bi, t\right)$$

非稳态导热相关的无量纲数

□ 傅里叶数（Fo）是表征非稳态导热过程进行深度的无量纲数

$$Fo=\frac{\alpha\tau}{l_c^2}=\frac{\tau}{\frac{l_c^2}{\alpha}}=\frac{\text{从边界上开始发生热扰动的时刻起至计算时刻的时间间隔}}{\text{边界上发生的热扰动穿过一定厚度扩散到}l_c^2\text{面积上所需时间}}$$

在非稳态导热过程中，Fo越大，热扰动就越深入地传播到物体内部

l_c为特征长度

$$l_c=\frac{V}{A_s}$$

平板（δ很小） $l_c=\frac{V}{A_s}=\frac{ab\delta}{2ab+2a\delta+2b\delta}\approx\frac{\delta}{2}$

立方体 $l_c=\frac{V}{A_s}=\frac{a^3}{6a^2}=\frac{a}{6}$

圆柱 $l_c=\frac{V}{A_s}=\frac{h}{2}$ （扁片，$h\ll r$） $l_c=\frac{V}{A_s}=\frac{r}{2}$ （棒，$r\ll h$）

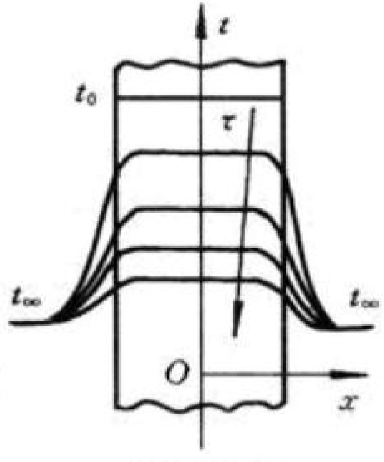
球 $l_c=\frac{V}{A_s}=\frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{4\pi r^2}=\frac{r}{3}$

目 录

零维问题

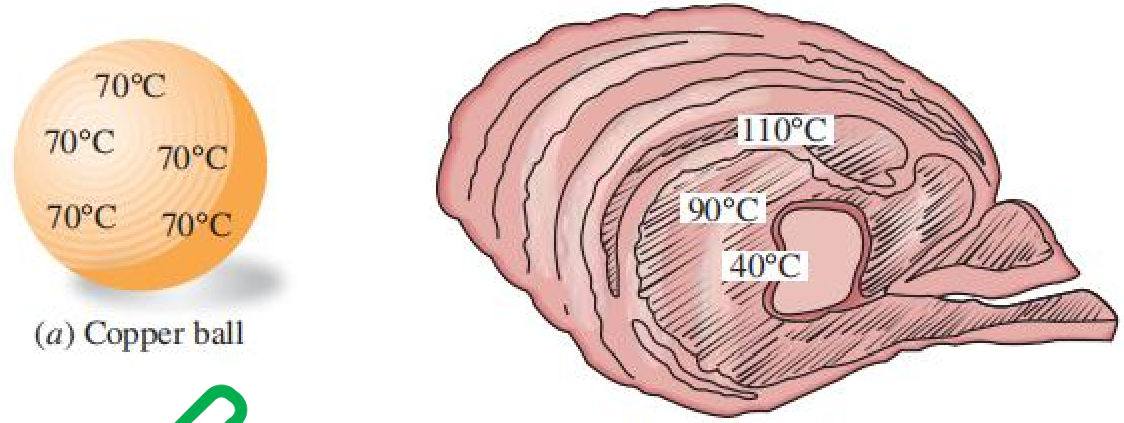
□ 零维问题特点

- 任何时刻固体内部的温度都趋于一致
- 整个固体在同一瞬间处于同一温度下
- 所要求解的温度仅是时间的一元函数，而与空间坐标无关



Bi→0

$$\delta / \lambda \ll 1 / h$$



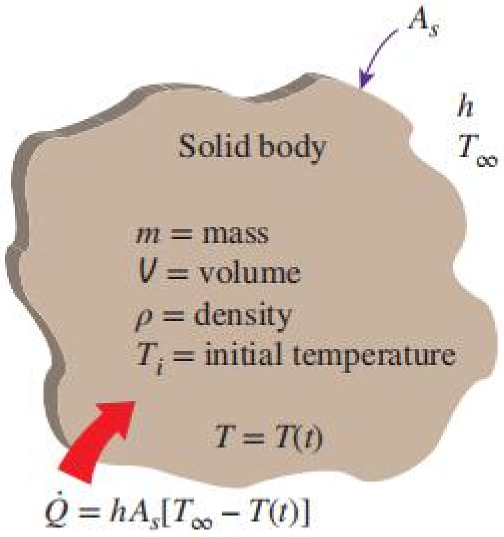
(a) Copper ball

(b) Roast beef

忽略物体内部导热热阻的简化分析方法称为**集中参数法**（又称集总容量法，lumped parameter method）

零维问题

□ 任意形状物体，质量m，体积V，表面积A_s，密度ρ，比热容c_p，无内热源，对流传热系数h，初始温度T_i，突然置于温度为T_∞的流体中，设$T_\infty<T_i$，确定温度分布。假设该系统Bi→0。



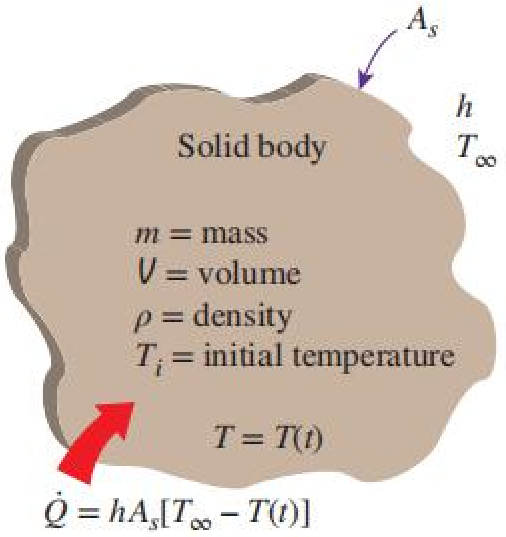
进入系统的能量 = 系统增加的能量

$$hA_s\left(T_\infty - T\right)d\tau = mc_p d\left(T - T_\infty\right) = \rho V c_p d\left(T - T_\infty\right)$$

$$\frac{d\left(T - T_\infty\right)}{T - T_\infty} = -\frac{hA_s}{\rho V c_p}d\tau$$

$$\frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \exp\left(-\frac{hA_s}{\rho V c_p}\tau\right)$$

零维问题



$$\frac{T-T_\infty}{T_i-T_\infty}=\exp\left(-\boxed{\frac{hA_s}{\rho V c_p}\tau}\right)$$

$$\frac{hA_s}{\rho V c_p}\tau=\frac{h}{\rho c_p l_c}\tau=\frac{hl_c}{\lambda}\frac{\lambda}{\rho c_p}\frac{\tau}{l_c^2}=\frac{hl_c}{\lambda}\frac{\alpha\tau}{l_c^2}=Bi\cdot Fo$$

以l_c为特征长度的傅里叶数

$$\frac{T-T_\infty}{T_i-T_\infty}=\exp(-Bi\cdot Fo)$$

以l_c为特征长度的毕渥数

零维问题

□ 瞬时热流量

$$\Phi = \rho c_p V \frac{dT}{d\tau} = A_s h(T_\infty - T) = (T_\infty - T_i)A_s h \frac{T_\infty - T}{T_\infty - T_i} = (T_\infty - T_i)A_s h \exp\left(-\frac{hA_s}{\rho c_p V}\tau\right)$$

□ 导热体在时间0~τ内传给流体的总热量

$$Q_r = \int_0^\tau \Phi(\tau)\, d\tau = (T_\infty - T_i)\rho c_p V\left[1 - \exp\left(-\frac{hA_s}{\rho c_p V}\tau\right)\right]$$

$T_\infty > T_i$

(物体被加热情况)

$$Q_r = \int_0^\tau \Phi(\tau)\, d\tau = (T_i - T_\infty)\rho c_p V\left[1 - \exp\left(-\frac{hA_s}{\rho c_p V}\tau\right)\right]$$

$T_\infty < T_i$

(物体被冷却情况)

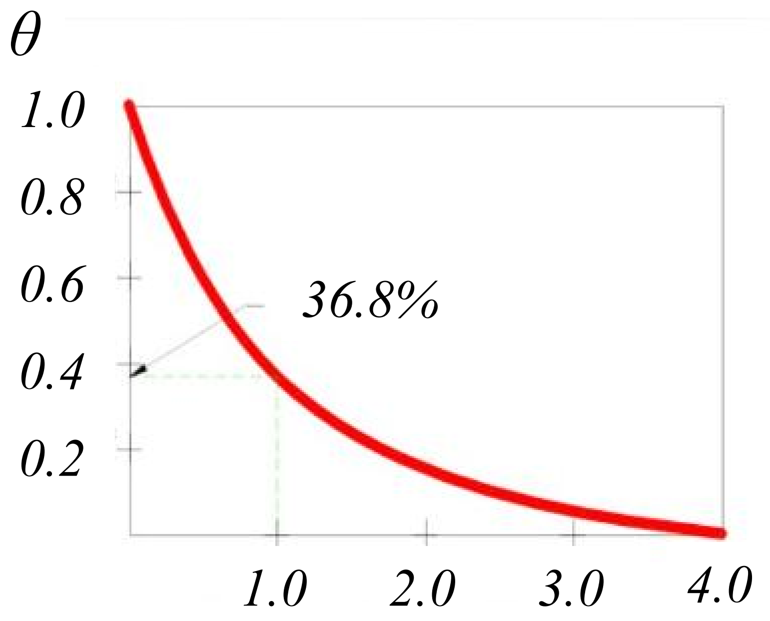
物体内部导热热阻可以忽略时的加热或者冷却，又称牛顿加热或牛顿冷却

零维问题

□ 时间常数（time constant）

$$\tau_c = \frac{\rho c_p V}{h A_s}$$

$$\frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \exp\left(-\frac{h A_s}{\rho V c_p}\tau_c\right) = \exp(-1) = 36.8\%$$



时间常数是对流体温度变动响应快慢的指标：时间常数越小，越能迅速反映出流体温度的变动

时间常数与几何形状、密度、比热、与环境的换热情况有关

零维问题

□ 集中参数法的适用范围

几何尺寸很小

$$\frac{\delta}{\lambda} \ll \frac{1}{h} \quad (Bi \to 0)$$

导热系数很大

表面传热系数很小

使用集中参数法第一步必须做Bi数的判定

对于平板、圆柱与球中的一维非稳态Robin边界条件下的导热问题，

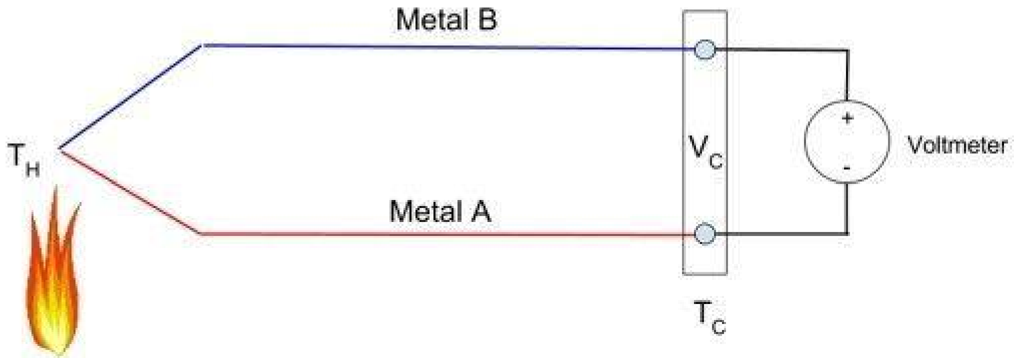
$$Bi = \frac{hl_c}{\lambda} < 0.1$$

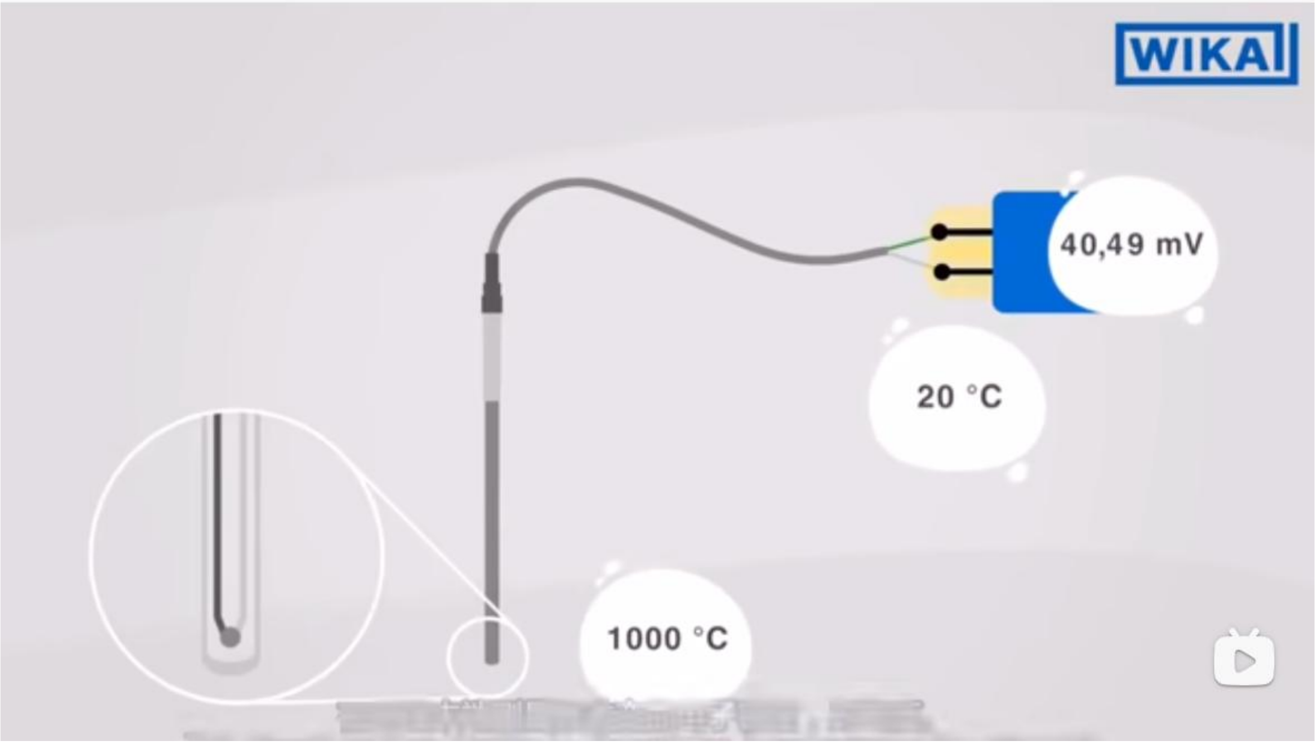
物体中最大与最小的过余温度之差小于5%

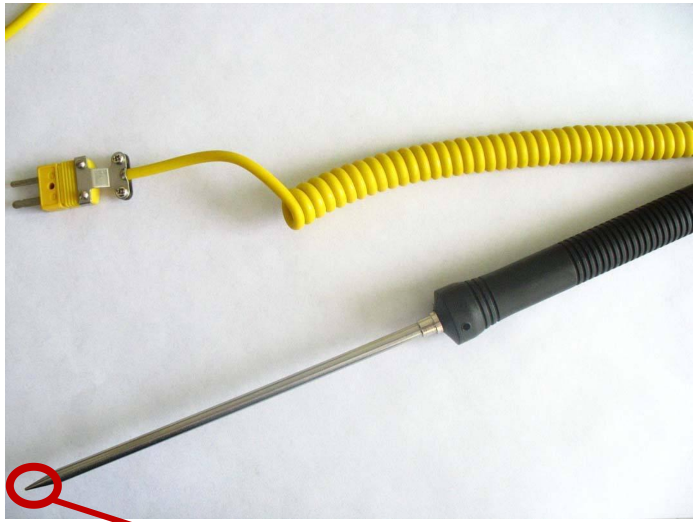
目 录

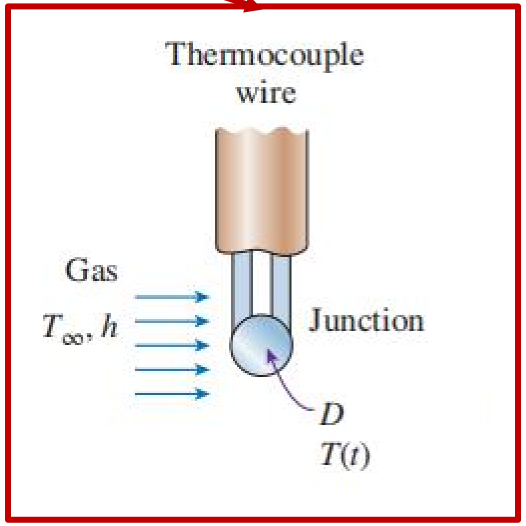
零维问题的实际应用

▫ 热电偶测温





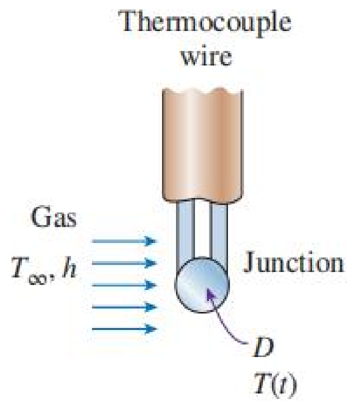




零维问题的实际应用

□ 热电偶测温

例题：一热电偶热接点可近似地看成球形，初始温度为25℃，后被置于温度为200℃的气流中。问欲使热电偶的时间常数τ_c=1s，热接点的直径应为多大？已知热接点与气流间的表面传热系数为35W/m²·K，热接点的物性为：c=400J/(kg·K)，ρ =8500kg/m³，λ =20W/(m·K)。如果气流与热接点之间还有辐射换热，对所需的热接点直径有何影响？热电偶引线的影响忽略不计。



零维问题的实际应用

□ 等离子体喷镀

粉末由送粉气体送入等离子体射流后被熔化、加速、喷射到基体材料表面形成涂层，可以改善材料的耐腐蚀性和耐磨性

零维问题的实际应用

□ 等离子体喷镀

例题：喷镀过程中，把陶瓷粉末粉末注入温度高达10^4K的等离子气流中，在到达被喷镀的表面之前，陶瓷粉末吸收等离子气流的热量迅速升温到熔点并完全溶化为液滴，然后被冲击到被喷镀表面迅速凝固，形成一镀层。设陶瓷粉末颗粒的直径为50μm，密度ρ =3970kg/m^3，导热系数λ =11W/(m·K)，比热容 c=1560J/(kg·K)，这些粉末颗粒与气流间的表面换热系数为10000W/m^2·K，粉末颗粒的熔点为2350K，溶解潜热为3580kJ/kg。试在不考虑颗粒的辐射热损失时确定从t_0=300K加热到其熔点所需的时间，以及从刚到达熔点直至全部熔为液滴所需的时间。

预习小测验答案

1.(多选题，1分)
关于非稳态导热，描述正确的是

A. 非稳态导热过程分为两类：1. 温度随时间的推移逐渐趋近于恒定的值； 2. 温度随时间而做周期性的变化

B. 非正规状况阶段的温度分布主要受热边界条件影响控制

C. 非稳态导热是物体的温度随时间而变化的导热过程

D. 正规状况阶段的温度分布主要受初始温度分布影响控制

答案： AC

2.(多选题，1分)
关于与非稳态导热相关的两个无量纲数，描述正确的是

A. 傅里叶数越大，热扰动就越深入地传播到物体内部

B. 毕渥数反映了物体在非稳态导热条件下物体内温度场的分布规律

C. 毕渥数越大，导热热阻越小

D. 傅里叶数是表征非稳态导热过程进行深度的无量纲数

答案： ABD

3.(多选题，1分)
关于集中参数法描述错误的是

A. 集中参数法所要求解的温度仅是时间的一元函数，而与空间坐标x, y, z无关

B. 当毕渥数趋近于无穷大时，可以使用集中参数法

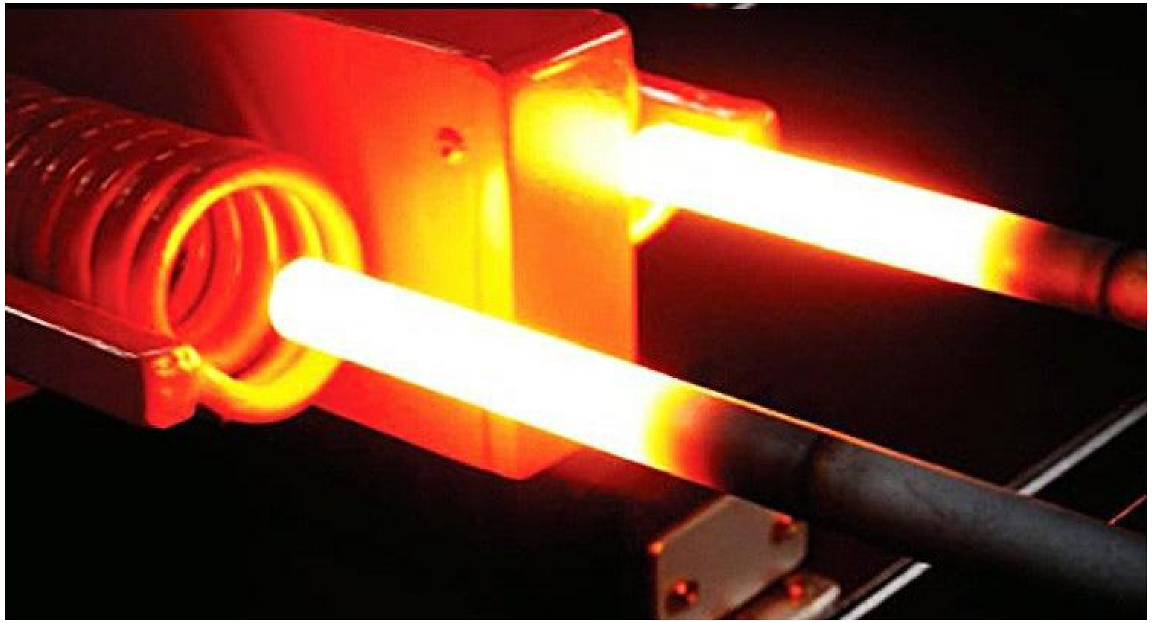
C. 集中参数法是忽略表面换热热阻的简化分析方法

D. 使用集中参数法第一步必须做毕渥数的判定

答案： BC

练习题

一根2m长铜棒，刚刚从控温在300℃的炉中取出，被立在35℃的房间里的一个绝热台面上。表面传热系数为10W/(m^2·℃)。铜棒的半径为1cm。试使用集中参数法计算使这根铜棒冷却到100℃所需要的时间以及这段时间所散发的热量Q。已知c=0.38kJ/(kg·℃)，ρ =8954kg/m^3，λ =386W/(m·℃)。



课后作业

陶文铨《传热学》（第五版）P137 3-14