

# 华东理工大学 2024-2025 学年第一学期

## 《数学分析（上）》〈函数极限与连续函数〉章节测试试卷 2024.12

姓 名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 班级：\_\_\_\_\_ 任课教师： 靳勇飞 \_\_\_\_\_

..... 以下为试卷内容 .....

一、 (每题 4 分，共 8 分) 用分析语言写出下列符号、术语、定理、陈述。

1. 关于  $x \rightarrow x_0^+$  时  $f(x)$  收敛的 Cauchy 收敛原理。
2. 函数  $f$  在集合  $I$  上一致连续

二、 (每题 5 分，共 20 分) 求下列极限。

1.  $\lim_{x \rightarrow 1} (2-x)^{\sec \frac{x}{2}}.$
2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(1+3^x)}{\ln(1+2^x)}.$
3.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{1+x+x^2} - \sqrt{1-x+x^2}).$
4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{\ln(1+x^3) + 3x^3 - 2x^3}.$

三、 (6 分) 讨论函数  $W(x) = \begin{cases} p, & x \in \mathbb{Q}, p = \min\{n \in \mathbb{Z}^+ : nx \in \mathbb{Z}\} \\ 0, & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$  的连续性。

四、 (6 分) 函数  $g$  在  $D$  上一致连续,  $g(D) \subset I$ , 函数  $f$  在  $I$  上一致连续, 证明: 函数  $f \circ g$  在  $D$  上一致连续。