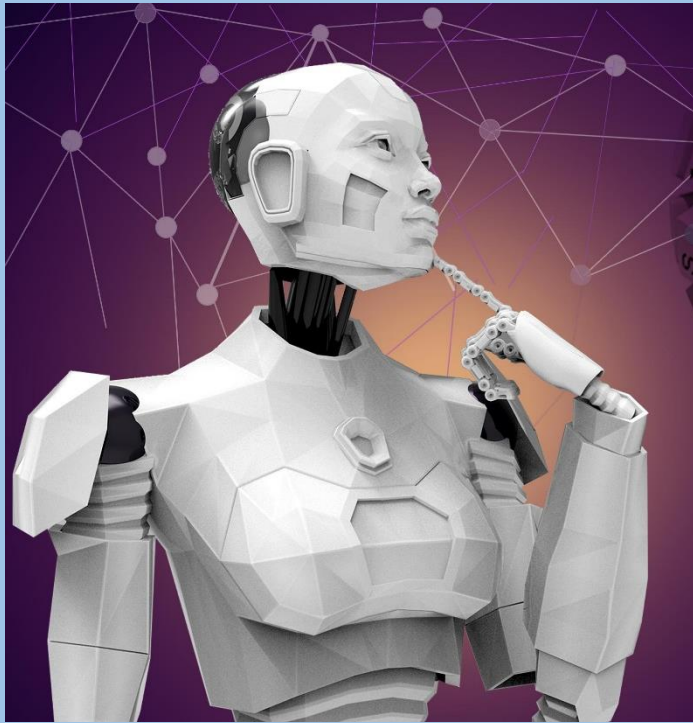


第11章 协调控制



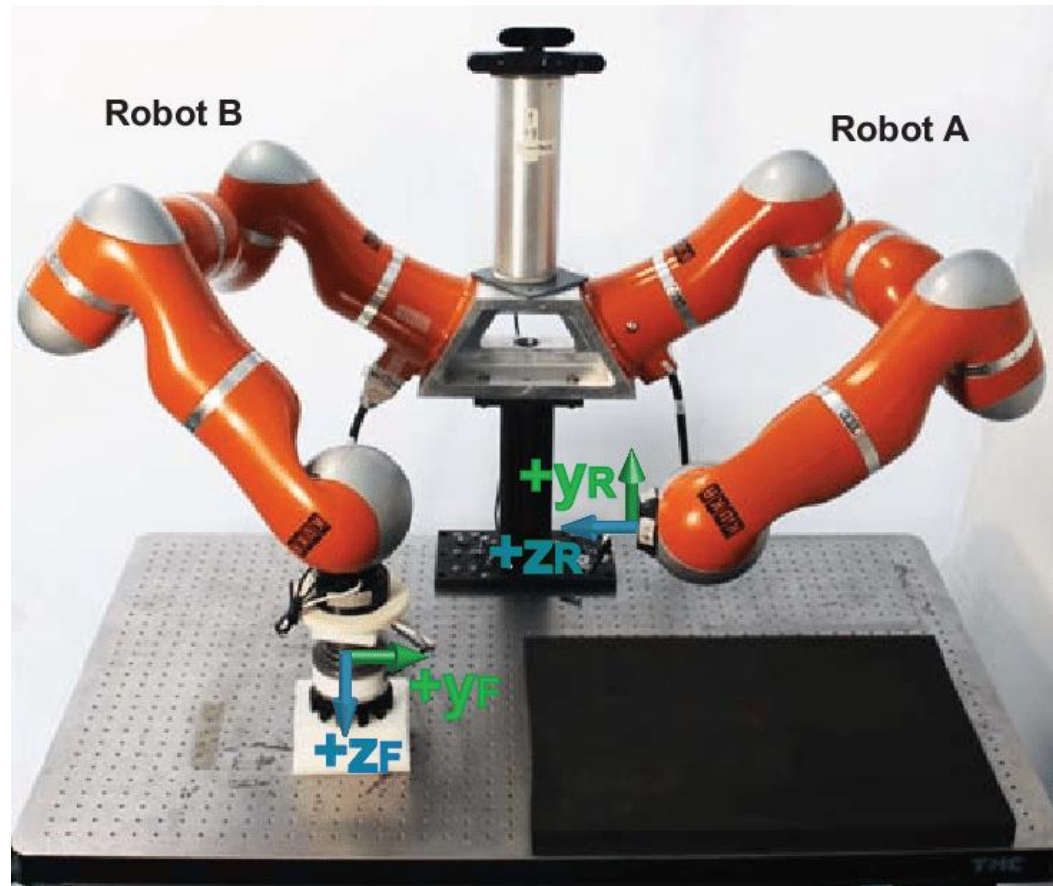
主讲：许璟、周家乐

单位：信息科学与工程学院

邮箱：jingxu@ecust.edu.cn

办公：徐汇校区 实验19楼1213室

协调控制



对于一些搬运、拉锯、剪切、安装作业等，**双臂协调**操作比单臂机器人更灵活

本章内容

11.1 概述

11.2 双臂协调运动的约束关系

11.3 双臂协调的关节力矩计算

11.4 多指手爪的运动分析

11.5 抓取的稳定性和可操作性

11.6 多指抓取规划和协调控制

11.1 概述

- **双臂协调：**
 - (1) 两个操作臂之间的运动必须满足一组运动约束关系，称为协调运动。
 - (2) 双臂协调作业时的两个动力学方程可组合成一个单一的 动力学方程，但是维数会增加，并且会产生内力（相互耦合）的影响。
 - (3) 双臂协调的控制结构比单臂的复杂。单臂机器人，其 控制器具有两级：关节级和手臂级。若要实现双臂协调控制，还要增加协调级。

- **多指抓取：**多指抓取与双臂协调有许多相似之处。多指手爪的每一个手指是由多个关节组成的，相当于一个操作臂。但是，由于手指与物体接触时是非完整约束，因此，在运动的过程中，使手指与物体保持接触，必须满足另一组约束条件。

本章内容

11.1 概述

11.2 双臂协调运动的约束关系

11.3 双臂协调的关节力矩计算

11.4 多指手爪的运动分析

11.5 抓取的稳定性和可操作性

11.6 多指抓取规划和协调控制

11.2 双臂协调运动的约束关系

双臂机器人完成某一复杂任务时，双臂共同抓住某一物体或操纵某一机构，这样一来，双臂和被操作的物体便构成**闭式运动链**。显然，在操作和运动过程中，必须使双臂的**位置**和**方向**满足一组**等式约束**。

□ 三种常见协调操作的约束关系

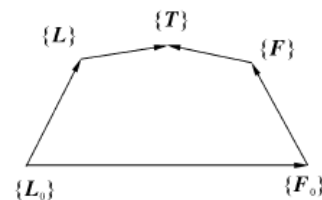
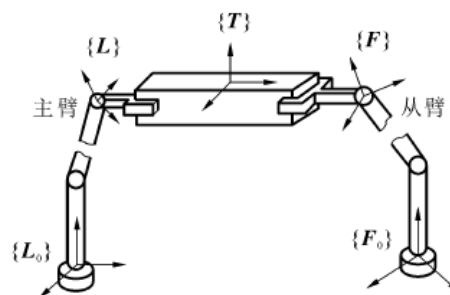
□ 1. 双臂抓持同一刚体

双臂位姿约束： ${}^{F_0}T = {}^{L_0}T^{-1} {}^{L_0}T {}^L_F T$

$$\text{令： } {}^L_F T = {}^L_T T ({}^F_T T)^1 = \begin{bmatrix} {}^L_F R & {}^L P_{F_0} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

得位置约束： $p(q^f) = p(q^1) + R(q^1)^L p_{F_0}$

方向约束： $R(q^f) = R(q^1)^L R$



示意图及尺寸链

11.2 双臂协调运动的约束关系

关节速度约束条件: $\dot{q}^f = J^{-1}(q^f) \begin{bmatrix} J_1(q^1) + L(q^1) \\ J_a(q^f) \end{bmatrix} \dot{q}^1$

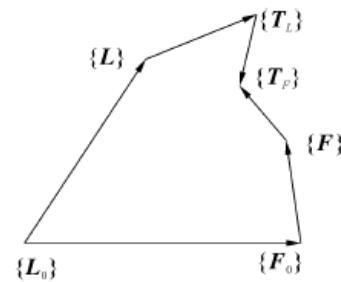
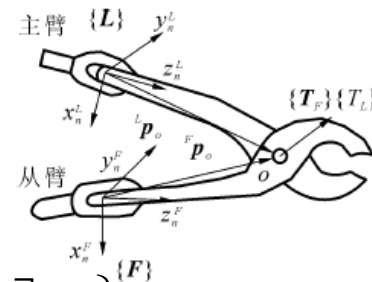
式中: $J^{-1}(q^f) = \begin{bmatrix} J_1(q^f) \\ J_a(q^f) \end{bmatrix}^{-1}$

□ 2. 双臂操作剪刀 (或钳子)

位置约束: $p(q^f) + R(q^f)^F p_0 = p(q^1) + R(q^1)^L p_0$

姿态约束: $R(q^f) = R(q^1)R(y, \theta_d)$

关节速度约束条件: $\dot{q}^f = J_F^{-1}(q^f) \left\{ J_L(q^1) \dot{q}^1 \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ o(q^1) \end{bmatrix} \dot{\theta}_d \right\}$

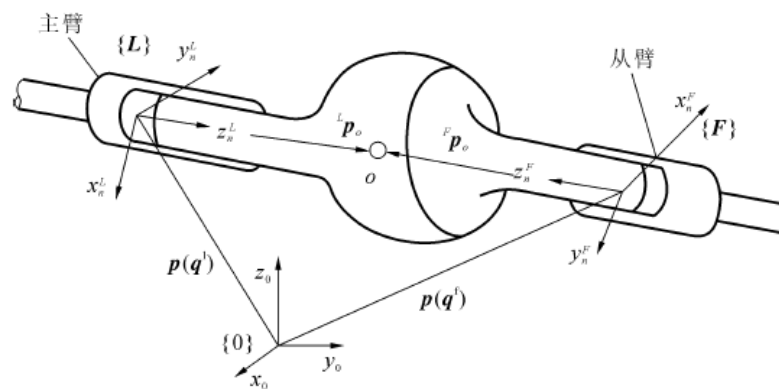


示意图及尺寸链

剪刀关节速度: $\dot{\theta}_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & o^T(q^1) \end{bmatrix} \left[(I - J_F(q^f) J^+ M) J_L(q^1) \dot{q}^1 \right]$

11.2 双臂协调运动的约束关系

□ 3. 双臂操作具有球面副的两连杆



双臂操作球面副的两端

位置约束: $p(q^f) + R(q^f)^F p_0 = p(q^1) + R(q^1)^L p_0$

姿态约束: 由于球面副具有2个转动自由度, 因此, 主臂和从臂之间的方位不存在任何约束。

关节速度约束条件: $\dot{q}^f = J^{0+} J_L \dot{q}^1$

球面副关节角速度: $\dot{\theta}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & R(q^1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (J_L(q^1) - J^F(q^f) J^+ J_L) \end{bmatrix} \dot{q}^1$

本章内容

11.1 概述

11.2 双臂协调运动的约束关系

11.3 双臂协调的关节力矩计算

11.4 多指手爪的运动分析

11.5 抓取的稳定性和可操作性

11.6 多指抓取规划和协调控制

11.3 双臂协调的关节力矩计算

11.3.1 关节加速度约束关系

将前面三种情况下的**关节速度约束对时间求导**即可得出相应的**加速度约束**。

□ 第一种情况

关节加速度约束关系： $\ddot{q}^f = B(q^f, q^1)\ddot{q}^1 + \dot{B}(q^f, q^1)\dot{q}^1$

式中：
$$B(q^f, q^1) = J^{-1}(q^f) \begin{bmatrix} J_1(q^1) + L(q^1) \\ J_a(q^f) \end{bmatrix}$$

□ 第二种情况

关节加速度约束关系： $\ddot{q}^f = J^+ \left\{ d \left[MJ_L(q^1)\dot{q}^1 \right] / dt - d \left[MJ_L(q^1) \right] / dt \bullet \dot{q}^f \right\}$

11.3 双臂协调的关节力矩计算

剪刀关节加速度: $\ddot{\theta}_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & o^T(q^1) \end{bmatrix} \left\{ J_L(q^1)\dot{q}^1 - J_F(q^f) \left[\ddot{q}^f + \dot{K}(q^1, q^f)\dot{\theta}_d \right] + \dot{G}(q^1, q^f)\dot{q}^1 \right\}$

□ 第三种情况

关节加速度约束关系: $\ddot{q}^f = J^+ \left\{ J_L\ddot{q}^1 + \dot{J}_F\dot{q}^1 - \dot{J}_L\dot{q}^f \right\}$

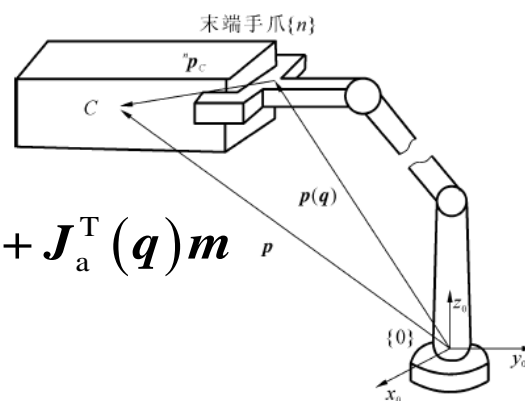
球面副关节角加速度:

$$\ddot{\theta}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & R(q^1) \end{bmatrix} \left\{ J_L(q^1)\ddot{q}^1 - J^F(q^f) \left[\ddot{q}^f - \dot{G}(q^1, q^f)\dot{q}^1 - \dot{K}(q^1, q^f)\dot{\theta}_d \right] \right\}$$

11.3.2 广义输入力的计算

末端手爪作用力 f ,
力矩与关节力矩 τ
的关系:

$$\tau = J^T(q) \begin{bmatrix} f \\ m \end{bmatrix} = J_1^T(q) f + J_a^T(q) m$$



C点线速度: $\dot{p} = \left\{ \left[\partial p(q) / \partial q \right] + L(q) \right\} \dot{q}$

末端手爪与被抓物之间的关系

11.3 双臂协调的关节力矩计算

下面计算上述三种情况下的**广义输入力**

□ 第一种情况

主臂从臂广义输入力 τ^1, τ^f 的约束关系:

$$\begin{aligned}\tau^1 + B^T(q^f, q^1)\tau^f = & \left[D(q^1) + B^T(q^f, q^1)D(q^f)B(q^f, q^1) \right] \ddot{q}^1 \\ & + \left\{ h(\dot{q}^1, q^1) + B^T(q^f, q^1) \left[D(q^f) \dot{B}(q^f, q^1) \dot{q}^1 + h(\dot{q}^f, q^f) \right] \right\} \\ & + \left[g(q^1) + B^T(q^f, q^1)g(q^f) \right]\end{aligned}$$

□ 第二种情况

主臂从臂广义输入力 τ^1, τ^f 的约束关系:

$$\begin{aligned}C^T(q^f, q^1) \begin{bmatrix} \tau^1 \\ \tau^f \end{bmatrix} = & C^T(q^f, q^1) \begin{bmatrix} D(q^1) & 0 \\ 0 & D(q^f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}^1 \\ \ddot{q}^f \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} h(\dot{q}^1, q^1) \\ h(\dot{q}^f, q^f) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g(q^1) \\ g(q^f) \end{bmatrix}\end{aligned}$$

11.3 双臂协调的关节力矩计算

□ 第三种情况

主臂从臂广义输入力 τ^l, τ^f 的约束关系：

$$E^T(q^f, q^l) \begin{bmatrix} \tau^l \\ \tau^f \end{bmatrix} = E^T(q^f, q^l) \begin{bmatrix} H^l \\ H^f \end{bmatrix}$$

式中：

$$H^l = D(q^l) \ddot{q}^l + h(\dot{q}^l, q^l) + g(q^l)$$

$$H^f = D(q^f) \ddot{q}^f + h(\dot{q}^f, q^f) + g(q^f)$$

目前关于双臂协调的规划与控制，双臂协调作业时的动力学和力矩的计算有许多研究。尽管双臂协调的控制比单臂复杂得多，但是许多作业必须采用双臂协调才能完成。

本章内容

11.1 概述

11.2 双臂协调运动的约束关系

11.3 双臂协调的关节力矩计算

11.4 多指手爪的运动分析

11.5 抓取的稳定性和可操作性

11.6 多指抓取规划和协调控制

11.4 多指手爪的运动分析

□ 1.接触矩阵C和抓取矩阵G

抓取是通过手指与物体的接触实现的,手指与物体之间的接触可抽象为三种基本形式: (1)无摩擦的点接触;(2) 有摩擦的点接触;(3)软手指接触。

(1) 无摩擦点接触: 有1个独立的力旋量, 记为 $n_c = 1$, 则

$$F = \begin{bmatrix} \mathbf{n} \\ \mathbf{r} \times \mathbf{n} \end{bmatrix} f, f \geq 0$$

(2) 有摩擦点接触: 有3个独立的力旋量, 记为 $n_c = 3$, 则

$$F = \begin{bmatrix} \mathbf{n} & \mathbf{t}_1 & \mathbf{t}_2 \\ \mathbf{r} \times \mathbf{n} & \mathbf{r} \times \mathbf{t}_1 & \mathbf{r} \times \mathbf{t}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f \\ \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}$$

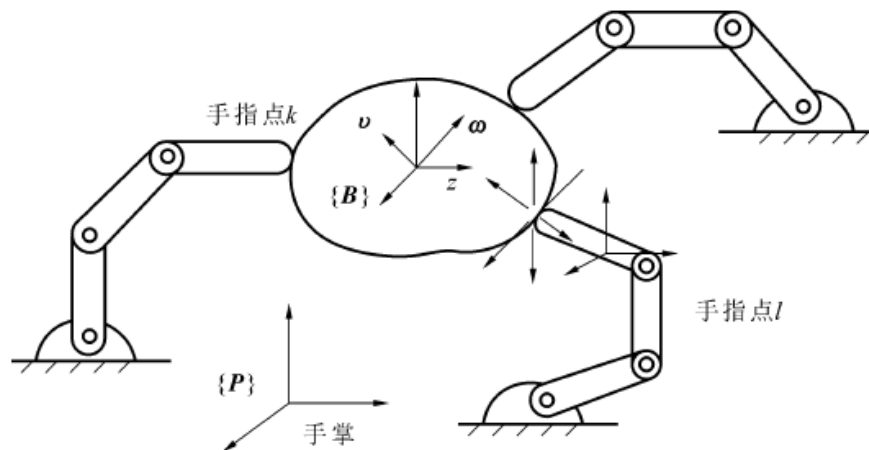
(3) 软手指接触: 有4个独立的力旋量, 记为 $n_c = 4$, 则

$$F = \begin{bmatrix} \mathbf{n} & \mathbf{t}_1 & \mathbf{t}_2 & 0 \\ \mathbf{r} \times \mathbf{n} & \mathbf{r} \times \mathbf{t}_1 & \mathbf{r} \times \mathbf{t}_2 & \mathbf{n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ m \end{bmatrix}$$

11.4 多指手爪的运动分析

□ 我们将上式统一地记为：

$$F = Cf_c$$



多指手爪抓取的结构简图

□ 抓取可以看成是由若干个接触作用 组成的。如上图所示有 k 个手指与物体接触,则对物体产生的总的力旋量为：

$$F = \sum_{i=1}^k F_i = \sum_{i=1}^k C_i f_{ci}$$

即：

$$F = Gf$$

11.4 多指手爪的运动分析

□ 2.多指手爪的雅可比矩阵 J_h

对于上图 k 个手指抓取的结构简图，每个手指有多个关节，相当于一个操作臂。令各手指的关节数为 $m_i (i=1, 2, \dots, k)$ ，关节变量和关节力矢量分别为 θ_i, τ_i ，且 $\theta_i, \tau_i \in R^{m_i}$ 。为了描述手指与物体之间的接触约束，我们规定以下坐标系：

- (1) 参考系 $\{P\}$ ，与手掌固连；
- (2) 物体坐标系 $\{B\}$ ，与被抓物体相连，原点设在物体质心上；
- (3) 触点坐标系 $\{C_i\}$ ，与物体相连，原点设在第 i 个接触点上，而 z_i 轴与物体在该点的内法线重合；
- (4) 手指触点坐标系 $\{L_i\}$ ，与手指末端连杆相连，原点与 $\{C_i\}$ 的重合， z_i 轴也与 $\{C_i\}$ 的重合， x_i 和 y_i 轴都在切面内，令 γ_i 是 $\{C_i\}$ 和 $\{L_i\}$ 的 x_i 轴间的夹角。

□ 把每个手指看出=成单个操作臂，则广义速度与手指各关节速度关系：

$$\begin{bmatrix} v_{Fi} \\ \omega_{Fi} \end{bmatrix} = J_i(\theta_i) \dot{\theta}_i$$

11.4 多指手爪的运动分析

指端广义速度:
$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{Li} \\ \boldsymbol{\omega}_{Li} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{Fi}_{Li} \mathbf{R}^T & -{}^{Fi}_{Li} \mathbf{R}^T \begin{bmatrix} {}^{Fi} \mathbf{r}_{Li} \end{bmatrix} \\ 0 & {}^{Fi}_{Li} \mathbf{R}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{Fi} \\ \boldsymbol{\omega}_{Fi} \end{bmatrix} \triangleq {}^{Fi}_{Li} \mathbf{T} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{Fi} \\ \boldsymbol{\omega}_{Fi} \end{bmatrix}$$

则:
$$\lambda_i = S_i \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{Ci} \\ \boldsymbol{\omega}_{Ci} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_{Fi} \dot{\boldsymbol{\theta}}_i \quad (i = 1, 2, \dots, k)$$

□ 将上式统一为:
$$\lambda = \mathbf{J}_h(\boldsymbol{\theta}) \dot{\boldsymbol{\theta}}$$

式中:
$$\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1^T & \lambda_2^T & \dots & \lambda_k^T \end{bmatrix}^T \in R^n \left(n = \sum_{i=1}^k n_{ci} \right)$$

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\theta}}_1^T & \dot{\boldsymbol{\theta}}_2^T & \dots & \dot{\boldsymbol{\theta}}_k^T \end{bmatrix}^T \in R^m \left(m = \sum_{i=1}^k m_i \right)$$

$$\mathbf{J}_h(\boldsymbol{\theta}) = \text{diag}(\mathbf{J}_{F1}, \mathbf{J}_{F2}, \dots, \mathbf{J}_{Fk})$$

$\mathbf{J}_h(\boldsymbol{\theta})$ 称为手爪的雅可比矩阵

□ 接触力旋量和关节矢量平衡条件:
$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{J}_h^T(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{f}$$

本章内容

11.1 概述

11.2 双臂协调运动的约束关系

11.3 双臂协调的关节力矩计算

11.4 多指手爪的运动分析

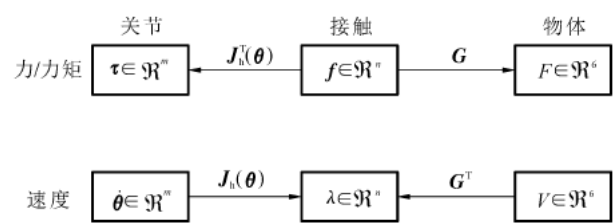
11.5 抓取的稳定性和可操作性

11.6 多指抓取规划和协调控制

11.5 抓取的稳定性和可操作性

1.力和速度的变换

我们利用抓取矩阵**G** 和手爪雅可比矩阵**J_h** 可以将手爪的**关节空间**、**接触空间**和**物体的直角空间**三者之间的**相互映射关系**明显直观地表示出来。力和速度的变换关系如下图和表所示：



力和速度变换关系

类 型	力旋量关系	速度关系
从物体到手指	$F=Gf$	$\lambda=G^TV=G^T\begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}$
从手指到关节	$\tau=J_h^T(\theta)f$	$\lambda=J_h(\theta)\dot{\theta}$

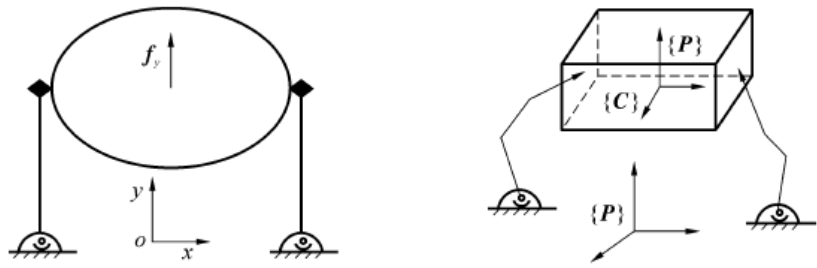
力旋量和广义速度的映射关系

在单向接触和有限摩擦力的情况下，抓取是稳定的和可操作的充要条件是：

$$R\left(K \cap R\left(J_h\right)\right)=\mathbb{R}^6$$

且

$$R\left(J_h\right) \cap R\left(G^T\right)$$



抓取的稳定性和可操作性

11.5 抓取的稳定性和可操作性

□ 2.形封闭抓取

在无摩擦点接触约束条件下，仅多手指的法向力是否能够平衡作用于物体的任意力旋量？若能，则称为**形封闭抓取**。此时，物体的运动自由度受到**完全约束**，形封闭完全取决于抓取的几何特征，与摩擦无关。可以证明，在**平面抓取**情况下，要使抓取达到形封闭，至少需要**4**个接触点；在**空间抓取**情况下，要使抓取达到形封闭，至少需要**7**个接触点；回转体不可能达到形封闭。

□ 形封闭抓取的判别问题可以转化为判断下式所示的线性规划的解是否为零的问题：

$$\begin{cases} \text{maximize} & F^T V \\ \text{s.t.} & N^T G^T V \geq 0 \end{cases}$$

当上式有不为零的解**V**时，虚功不为零，物体可以运动，此时抓取不为形封闭抓取；当式的解**V**为零时，虚功为零，此时物体处于稳定的抓取状态，对应的抓取为形封闭抓取。

本章内容

11.1 概述

11.2 双臂协调运动的约束关系

11.3 双臂协调的关节力矩计算

11.4 多指手爪的运动分析

11.5 抓取的稳定性和可操作性

11.6 多指抓取规划和协调控制

11.6 多指抓取规划和协调控制

显然，对抓取的基本要求是抓取的**稳定性**和**可操作性**。除此之外，抓取规划还应考虑**抓取轮廓的安全性**、**可达性**和**尽量减少被抓物体的不确定性**。

□ 选择安全抓取轮廓的步骤：

- (1) 根据物体的几何形状，抓取稳定性和减少不确定性的需要，确定所有稳定抓取轮廓；
- (2) 在稳定抓取轮廓中删除不可达的和导致碰撞的轮廓；
- (3) 确定所谓“最优抓取”。对于剩余的稳定抓取轮廓，再按某种准则或性能指标选取。最常见的定量评定指标有以下几种：**G** 的最小奇异值，力旋量空间的体积和任务椭球。

□ **G** 的最小奇异。令抓取矩阵 $G \in R^{6 \times n}$ 的秩为 r ， $G^T G$ 的特征值按降序排列，即 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r > 0 = \sigma_{r+1} = \dots = \sigma_n$ ，用最小奇异值

$$\sigma(G) = \sigma_{\min}(G) = \sigma$$

作为评定抓取的定量指标，显然，这一指标实质上代表抓取的稳定性裕度。

□ 力旋量空间的体积。体积指标定义为

$$v(G) = \int_{G(B_1 \cap K)} dv$$

11.6 多指抓取规划和协调控制

□ 任务椭圆。对于具体的作业任务，其模型可用力旋量空间的椭圆 A_α 和速度旋量空间的椭圆 B_β 来表示，即

$$A_\alpha = \left\{ y \in \mathbb{R}^6 \mid y = \alpha Ax + c, x, c \in \mathbb{R}^6, x \leq 1, A \in \mathbb{R}^{6 \times 6} \right\}$$

$$B_\beta = \left\{ y \in \mathbb{R}^6 \mid y = \beta Bx + d, x, d \in \mathbb{R}^6, x \leq 1, B \in \mathbb{R}^{6 \times 6} \right\}$$

根据上面所规定的性能指标，结合被抓物体的几何形状和手爪的结构约束，抓取规划便归结为相应的优化问题，求解优化问题得到最终的抓取轮廓。

□ 计算力矩控制：

□ 计算力矩控制

控制规律写成：

$$\tau = N(\theta, \dot{\theta}) + J_h^T G^T \begin{bmatrix} m\omega_{b,p} & x v_{b,p} \\ \omega_{b,p} & x I v_{b,p} \end{bmatrix} - M(\theta) J_h^{-1} \dot{J}_h + \tau_1$$

□ 以合力为控制变量

第*i*个手指操作物体所需的驱动力为：

$$\tau_i = \tau_{ip} + \tau_{if}$$

11.6 多指抓取规划和协调控制

□ 平面抓取的控制：

□ 计单关节控制算法。采用这种方法时，将忽略物体动力学，而考虑手指动力学，系统模型为

$$M(\theta)\ddot{\theta} + N(\theta, \dot{\theta}) = \tau$$

总的控制规律为 $\tau = M(\theta)(\ddot{\theta}_d + k_v \dot{e}_\theta + k_p e_\theta) + N(\theta, \dot{\theta}) + J_h^T f_N$

□ 力变换控制算法。力矩控制律为

$$\tau = J_h^T G^+ M(\ddot{X}_d + k_v \dot{e}_x + k_p e_x)$$

□ 广义计算力矩控制。力矩控制律为

$$\tau = J_h^T G^+ \left[M_h(\ddot{X}_d + k_v \dot{e}_x + k_p e_x) + C_h \dot{X}_d + N_h \right] + J_h^T f_N$$

□ 特征控制器和刚度控制器。对于跟踪控制问题，特征控制器是渐近稳定的，其形式为

$$\tau = J_h^T G^+ \left[M_h \ddot{X}_d + C_h \dot{X}_d + N_h + k_v \dot{e}_x + k_p e_x \right] + J_h^T f_N$$

11.6 多指抓取规划和协调控制

□ 刚度控制是特征控制的推广，具有指数稳定的误差动态性能，其控制规律为

$$\tau = J_h^T G^+ \left[M_h \left(\ddot{X}_d + \lambda \dot{e} \right) + C_h \left(\dot{X} + \lambda e \right) + N_h + k_v \dot{e} + k_p e \right] + J_h^T f_N$$

□ 选择夹持力 f_N 。

上面所有算法都依赖于夹持力 $f_N \in N(G)$ 的选择。计算夹持内力的方法很多。因为纯内力 f_N 并不影响作用在物体质心的合力，所以可以任意选择大小。最简单的方法是把 f_N 规定为常值，其值应充分大，使得在整个运动过程中手指对物体的作用力在摩擦锥内，应该预先知道物体上作用的外力范围。其优点是 $J_h^T f_N$ 的计算速率可以与 J_h^T 相同，节省计算时间。因此，计算力矩控制规律对多手指抓取的位置控制而言也是一种具有吸引力的控制方案。