华东理工大学 2020–2021 学年第二学期

《高等数学(下)》(11 学分) 课程期末考试试卷 (A) 2021.7

开课学院：理学院， 专业：大面积， 考试形式：闭卷， 所需时间 120 分钟

考生姓名：__________学号：______________ 班级 ______________ 任课教师 _________

题序	一	二	三	四	五	六	七	八	总 分
得分									
评卷人									

一、解下列各题（每小题 6 分，共 12 分）：

1、假设二阶可导函数 $f(x)$ 满足如下条件，$x=\pi$ 为 $f(x)$ 的驻点，$f(\pi)=1$ 且

$f''(x)+f(x)=0$ ，求 $f(x)$。

2. 求微分方程 $y''+\dfrac{y'}{x}=0$ 满足初始条件 $y(1)=y'(1)=1$ 的特解.

二、解下列各题（每小题 6 分，共 18 分）：

1. 求二元函数 $f\left(x,y\right)=x^2\left(2+y^2\right)+y\ln y$ 的极值

2. 求曲线 $L: xy+yz+zx=11,\quad xyz=6$ 在点 $M_0=(1,2,3)$ 处的切线方程.

3. 将函数 $f\left(x\right)=\dfrac{x}{2+x-x^2}$ 展开成 x 的幂级数.

三、　　填空题（每小题 4 分，共 32 分）：

1、设函数 $u(x,y,z)=1+\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{12}+\frac{z^2}{18}$，单位向量 $\vec{n}=\frac{1}{\sqrt{3}}\{1,1,1\}$，则

$\left.\frac{\partial u}{\partial \vec{n}}\right|_{(1,2,3)}=$________________.

2、微分方程 $y'=\frac{y(1-x)}{x}$ 的通解是________________.

3. 设 $u(x,y,z)=xye^{2z}$，则 $du(x,y,z)=$____________________________ .

4、平面通过 y 轴,且过点 $(1,0,-1)$，则其方程为____________________________.

5、级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$ 的敛散性是________________________.（填收敛或者发散）

6、设 L 为 $x^2+y^2=1$ 的第一象限部分，曲线积分

$\int_L (x+y)ds=$____________________.

7、设 $x^2=\sum_{n=0}^{\infty}a_n\cos nx(-\pi\le x\le\pi)$，则 $a_2=$________.

8、设 L 为圆周 $x^2+y^2=2$, 方向为逆时针方向，则曲线

积分 $\int_L x\mathrm{d}y-2y\mathrm{d}x=$________________.

四、解下列各题（每小题 6 分，共 12 分）：

1. 计算二重积分 $\iint\limits_D x^2\sqrt{1-y}d\sigma$，其中 $D=\{(x,y)\big|\ 0\le y\le 1-x^2\}$.

2、计算 $\int_0^2 dx\int_{\sqrt{2x-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}}\sqrt{x^2+y^2}dy+\int_0^2 dx\int_{-\sqrt{4-x^2}}^{-\sqrt{2x-x^2}}\sqrt{x^2+y^2}dy$

五、(本题 6 分)设 $\Omega=\left\{\left(x,y,z\right)\middle|x^2+y^2+z^2\le 1\right\}$，计算 $\iiint\limits_{\Omega} z^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$.

六、(本题 8 分) 半径为 R 的球壳，质量为 M，其方程为 $x^2+y^2+z^2=R^2$.

（1）若球壳的面密度为常数，计算其绕 z 轴的转动惯量；

（2）若球壳的面密度 $\mu(x,y,z)=k\sqrt{R^2-x^2-y^2}$（其中 k 为未知常数），计算其绕 z 轴的转动惯量。

七、(本题 6 分)

判断下列命题是否正确，如果正确，请给出证明；否则给出反例，并说明反例的正确性（即说明给出的反例满足命题条件，但不满足结论）。

命题 若二元函数 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处的沿着任何方向的方向导数都存在，则 $f(x,y)$ 的偏导数 $f_x(0,0)$， $f_y(0,0)$ 也都存在。

八、(本题 6 分) 计算曲面积分 $I=\oiint\limits_{\Sigma}\dfrac{x\mathrm{d}y\mathrm{d}z+y\mathrm{d}z\mathrm{d}x+z\mathrm{d}x\mathrm{d}y}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}$，其中 $\sum$ 是曲面 $2x^2+2y^2+z^2=4$ 的外侧.