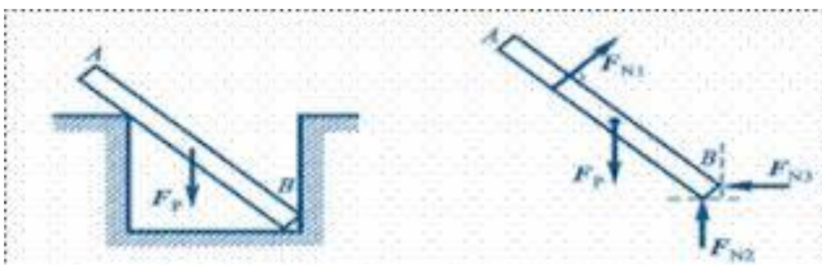
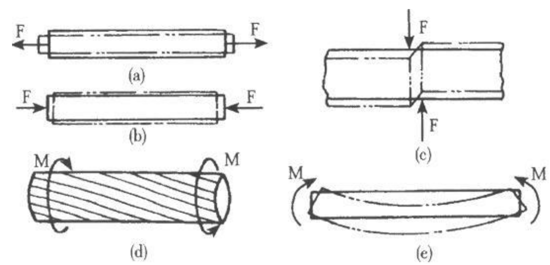
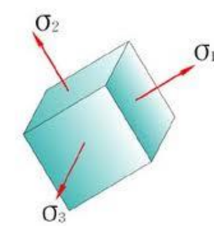
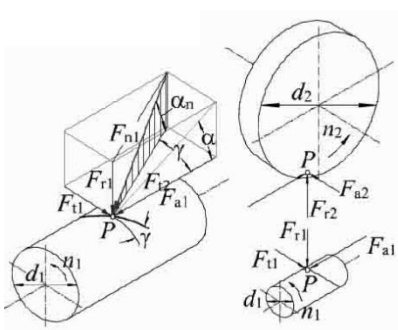
过程设备机械设计基础

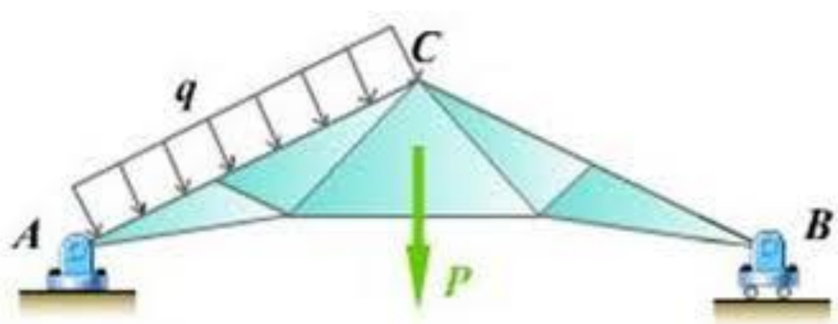
2. 构件的受力分析

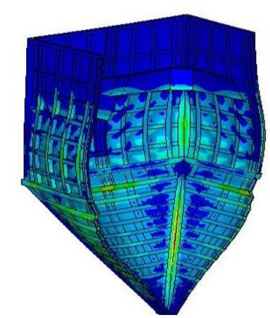










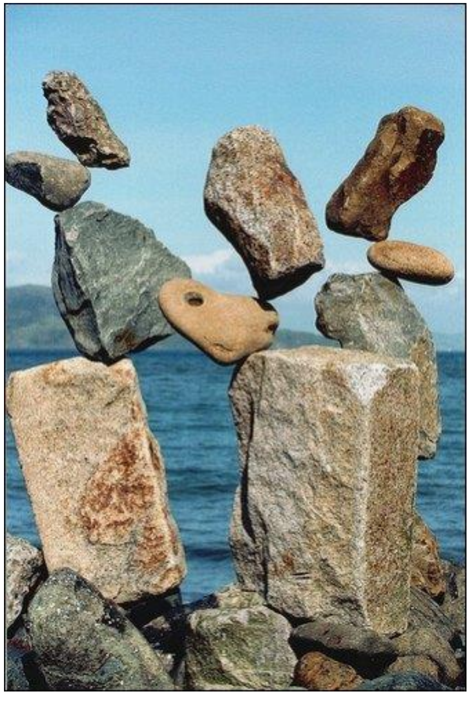


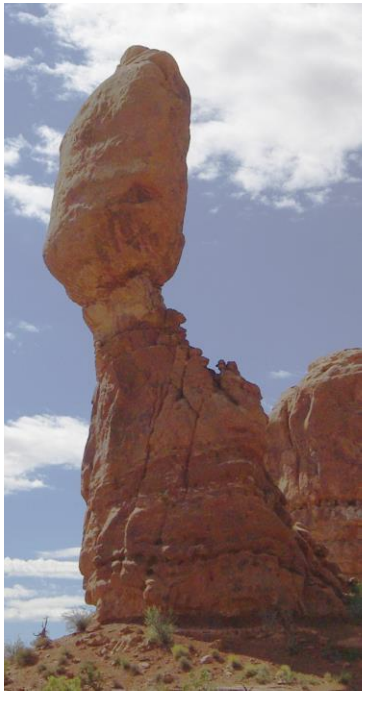
构件的受力分析

本章主要讨论两个问题：

1) 静力平衡的基本规律

2) 求解结构上的未知力





经典力学

- 公元前3世纪阿基米德提出平行力的杠杆平衡公式及重心求解公式
- 16世纪荷兰的S. 史蒂文解决了非平行力下的杠杆平衡，并发现了力的平行四边形法则
- 伽利略在17世纪创立了惯性定律，提出加速度概念
- 牛顿随后推广了力的概念，引入质量概念，总结了机械运动三定律，奠定了经典力学的基础
- 欧拉提出质点及刚体运动的一般微分方程
- 拉格朗日建立了虚功原理的普遍形式，提出广义坐标动力学
- 汉密尔顿用变分原理推导出密尔顿动力学，它是经典统计力学的基础，又是量子力学借鉴的范例。

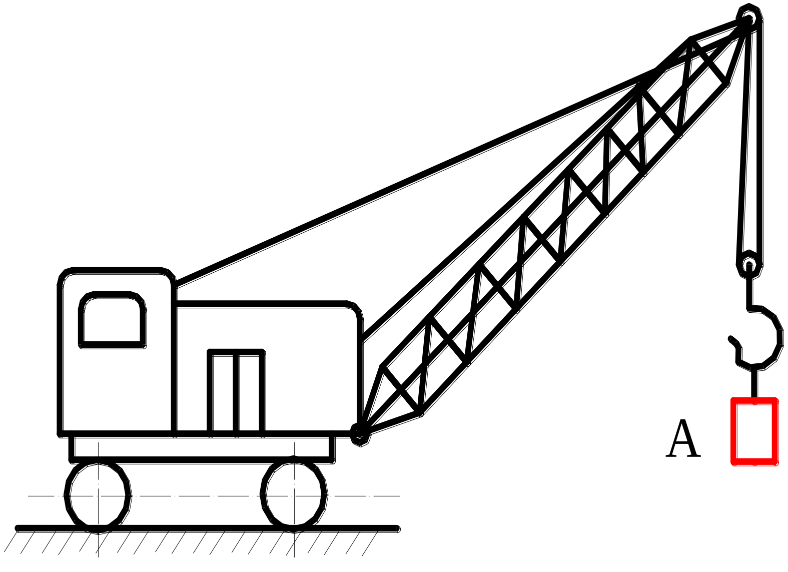
静力学基本概念

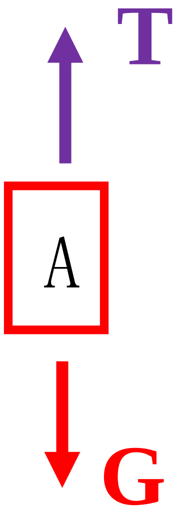
- 力是物体之间相互的机械作用
- 力的三要素：大小、方向、作用点
- 力是一个矢量
- 刚体：力作用下不发生变形的物体
- 力的作用效应：外效应和内效应
- 力系：作用在一个物体上的一组力（所有力作用线均位于同一平面，该力系称为平面力系）
- 等效力系：两组力系对同一刚体产生的效果一样
- 平衡力系（平衡：相对于某一参照物，物体保持静止或匀速直线运动）
- 1 kg*f* = 9.8 N

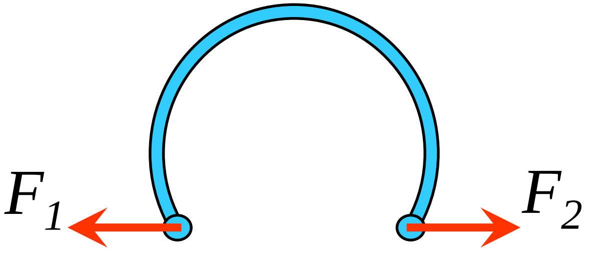
静力学公理 1

二力平衡公理：一个平衡物体上受二个力作用，则这二个力大小相等，方向相反，作用在一条直线上。

二力杆一定是直杆吗？

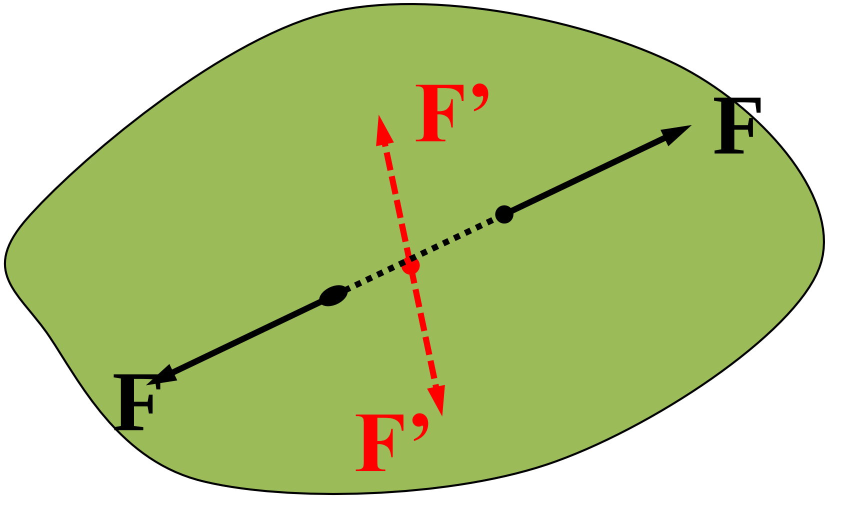






静力学公理 2

加减平衡力系公理：在一刚体上加上或减去一个平衡力系，不改变原力系对刚体的效应。

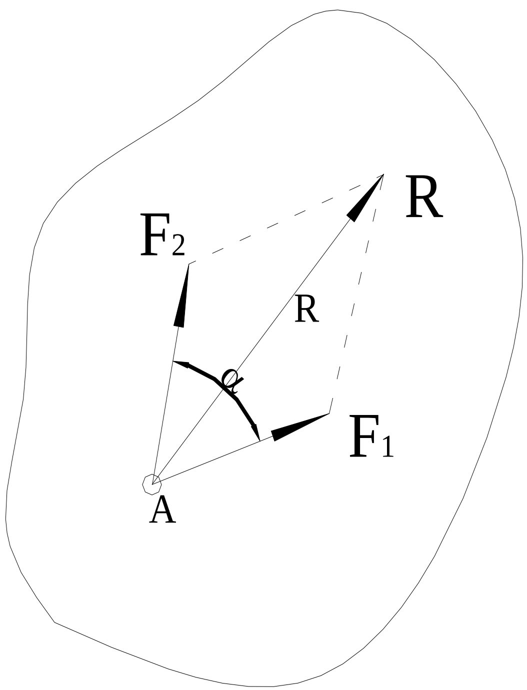


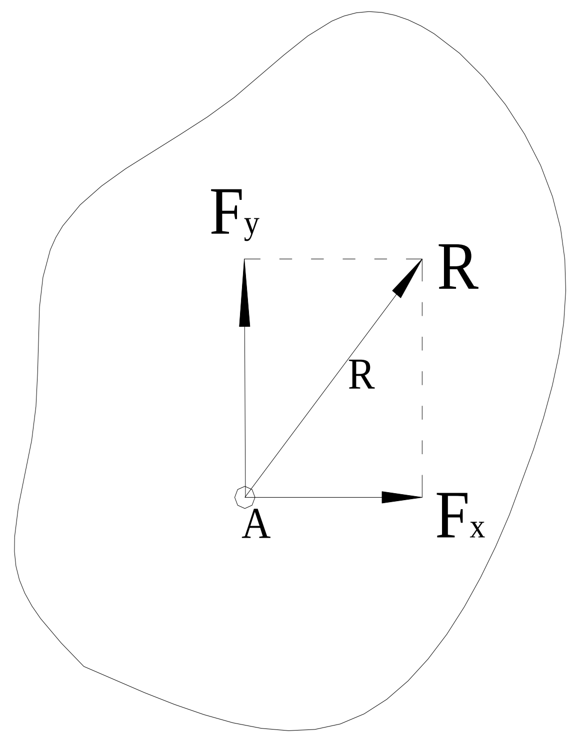
推论：作用于刚体上的力可沿其作用线移动，不改变它对刚体的作用效应

力的合成和分解

力的平行四边形法则（矢量加法）：

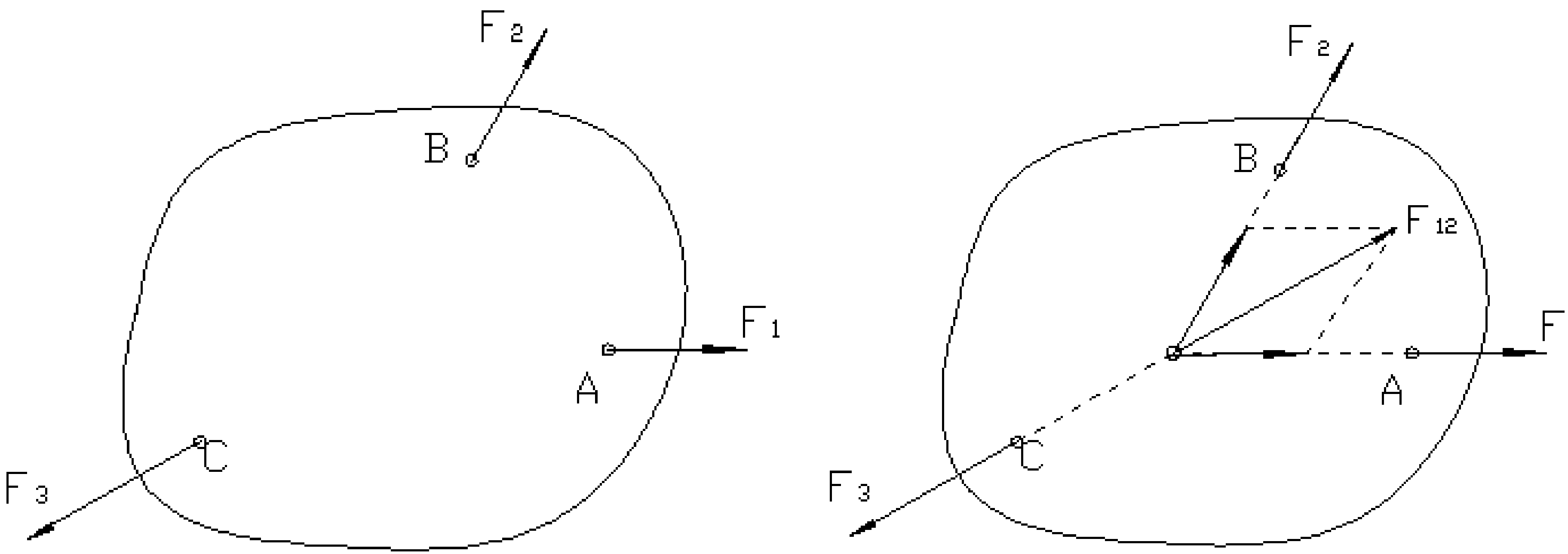
$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{F_1} + \boldsymbol{F_2} \qquad \vec{R} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}$$



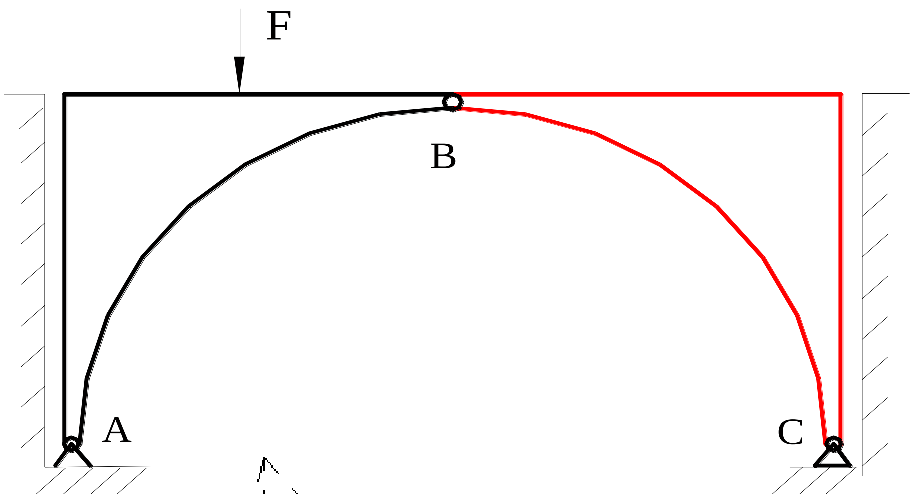


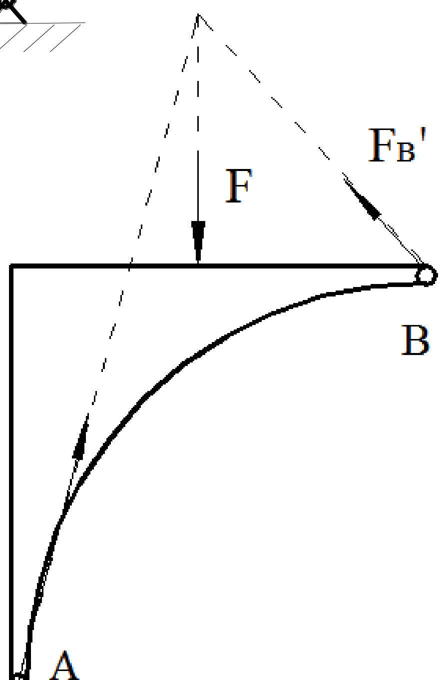
三力平衡汇交定律

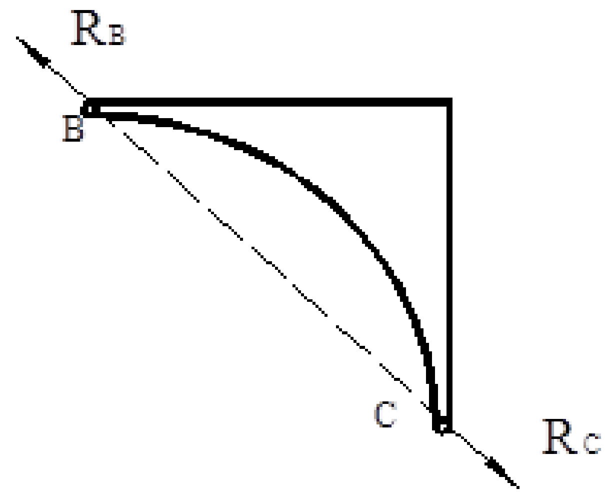
三力平衡汇交定律：刚体在三力作用下平衡，若其中两力的作用线相交于一点，则第三力的作用线必通过该点，且三力共面。



平衡力分析



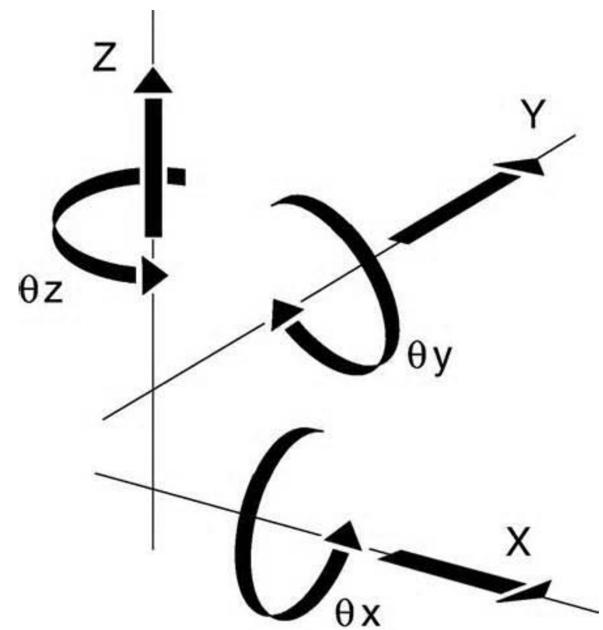




约束、约束反力和受力图

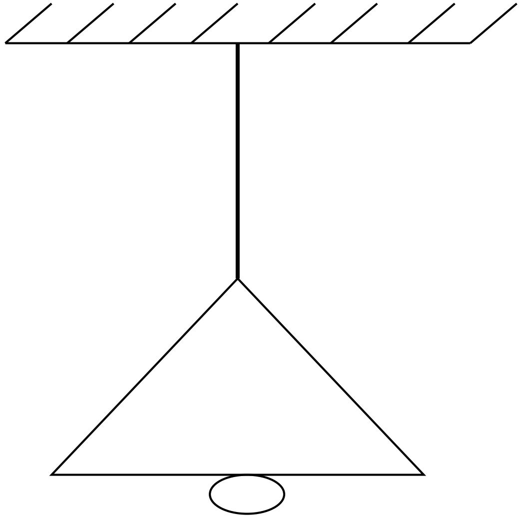
- 约束：对于某一物体的活动起限制作用的其它物体
- 约束反力：限制物体运动的力
- 主动力：引起物体运动和运动趋势的力
- 被动力：由主动力的作用而引起的力

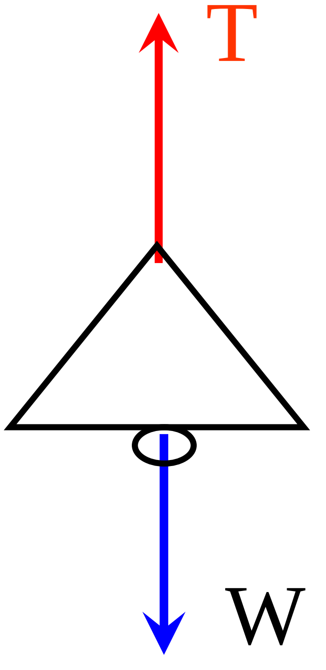
自由度：一个完全没有约束的刚体，在空间上它可以在3个正交方向上平动，还可以以三个正交方向为轴进行转动，所以一共有6个自由度。



典型约束—柔性约束

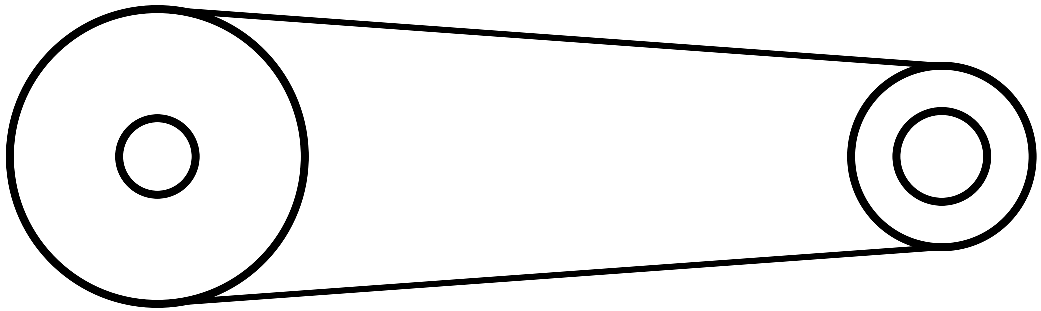
约束反力的作用线沿着被拉直的柔性物体中心线且背离物体运动方向

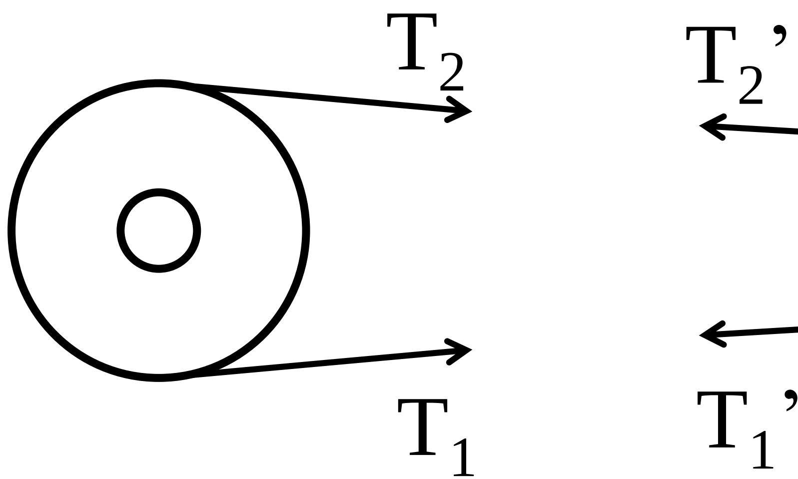




特点：只能承受拉力，不能承受压力和弯曲

典型约束—柔性约束

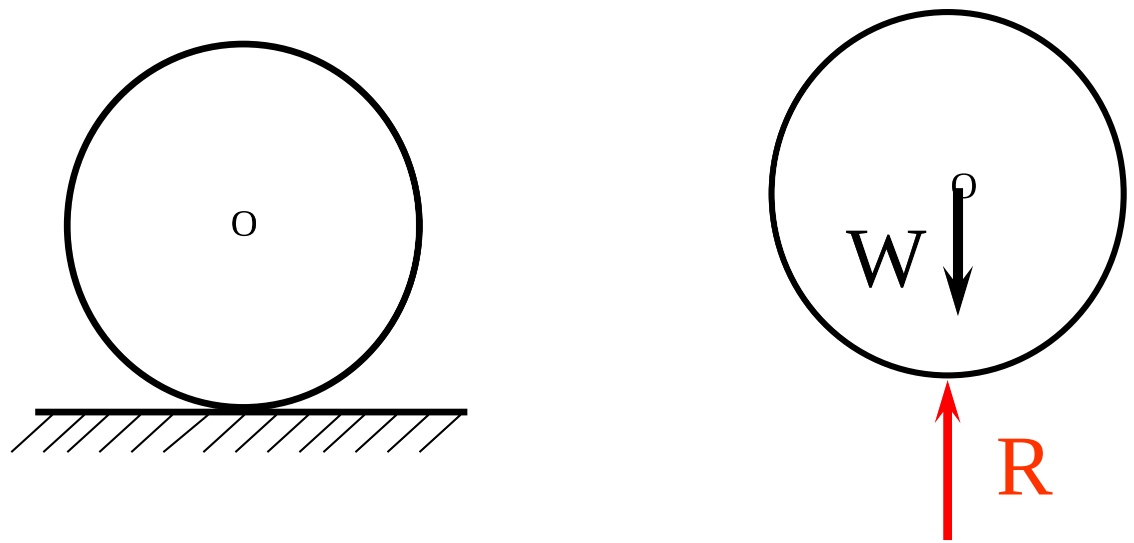




思考题：$T_1 \overset{?}{=} T_2$

典型约束—光滑面约束

约束反力通过接触点，并沿公法线，指向与物体被阻止运动的方向相反（即恒指向被约束的物体）

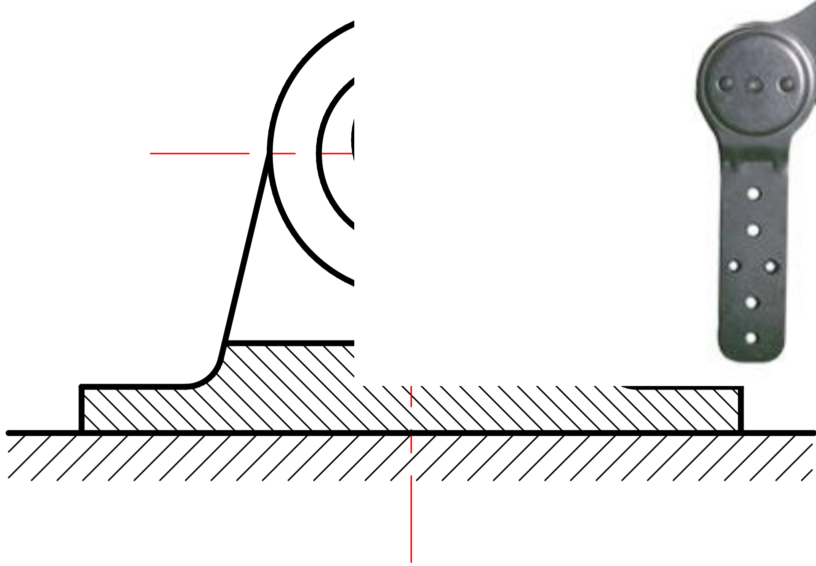


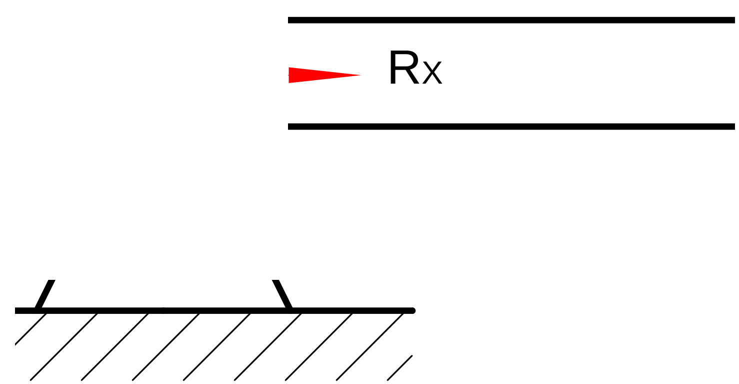
特点：只能承受压力，不能阻止物体滑移

典型约束—固定铰链约束

约束反力的指向随杆件，受力情况的不同而相应地变化

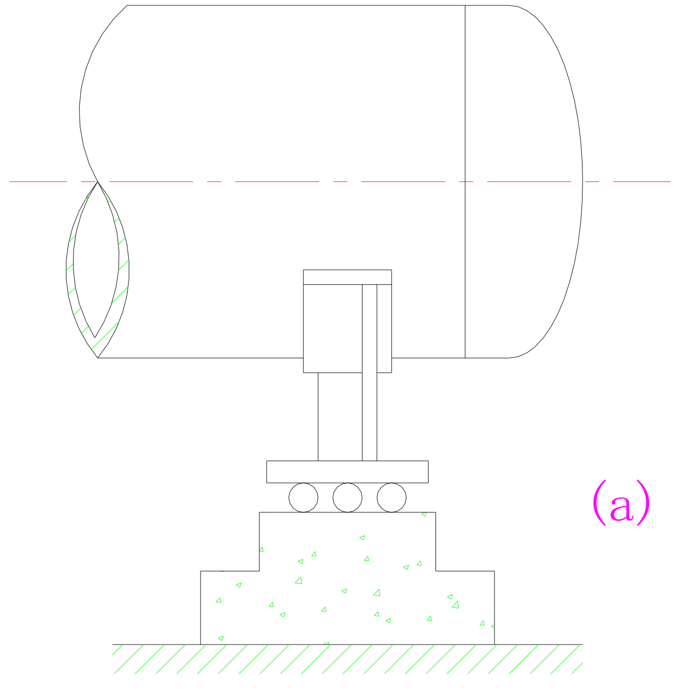
特点：只能限制物体的径向移动，不能限制转动

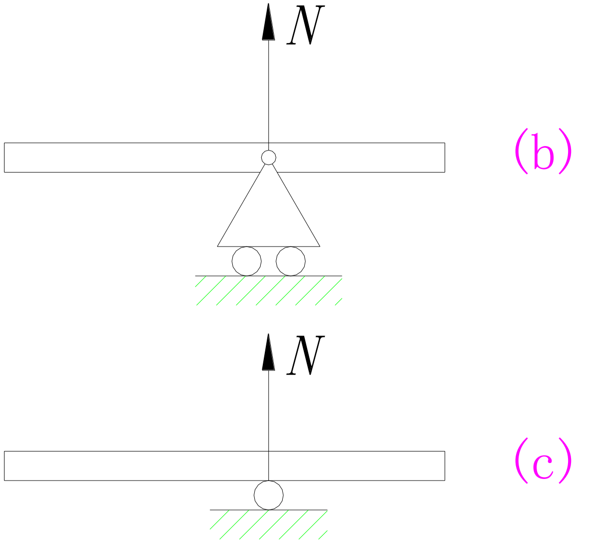




典型约束—辊轴支座约束

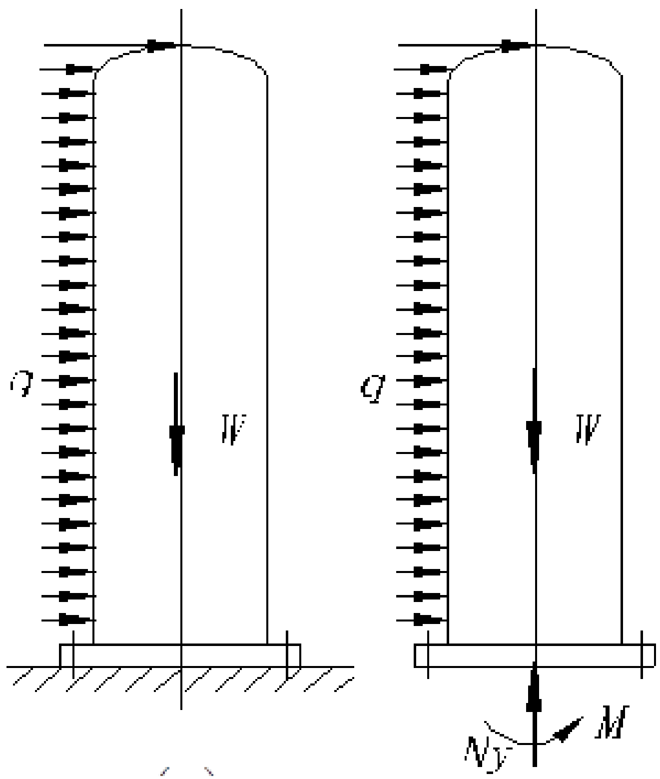
约束反力的指向必定垂直于支承面，并通过铰链中心

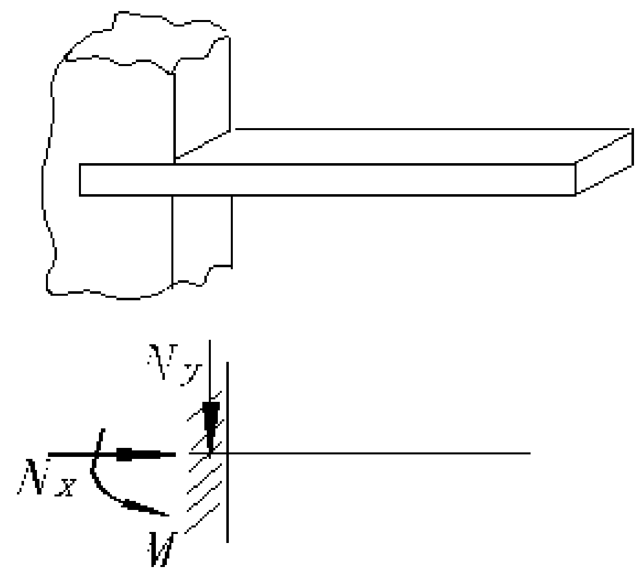




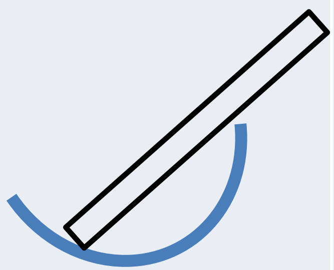
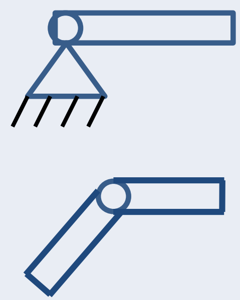
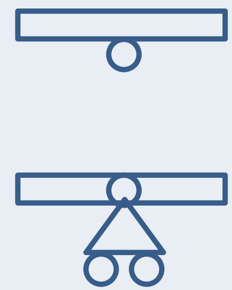
典型约束—固定端约束

限制物体三个方向运动，产生三个约束反力

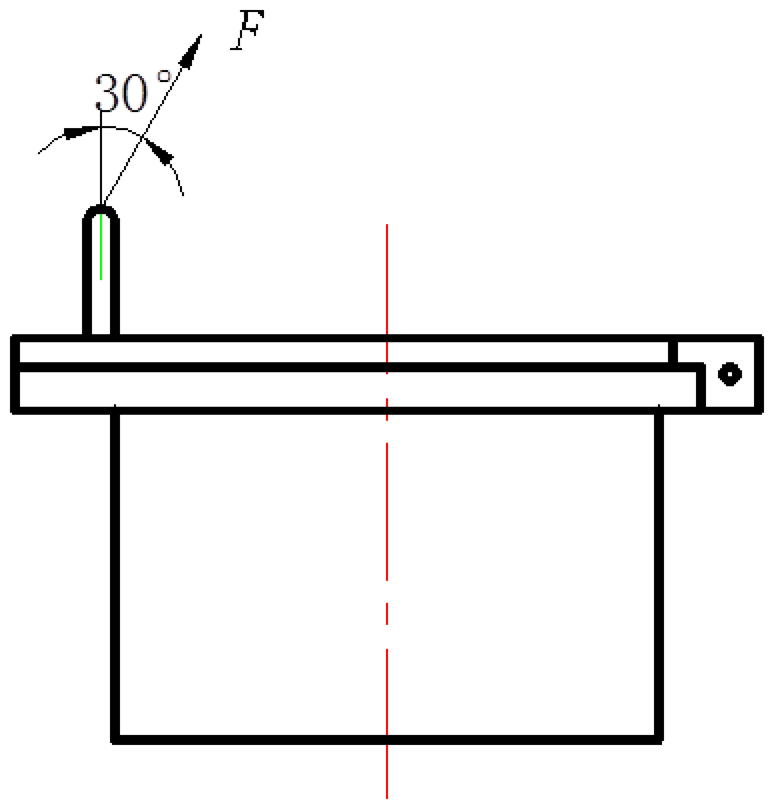


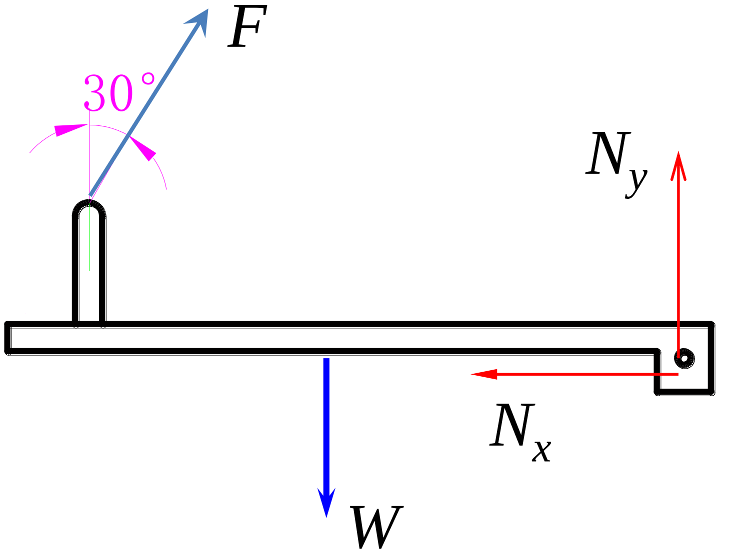


各类约束小结

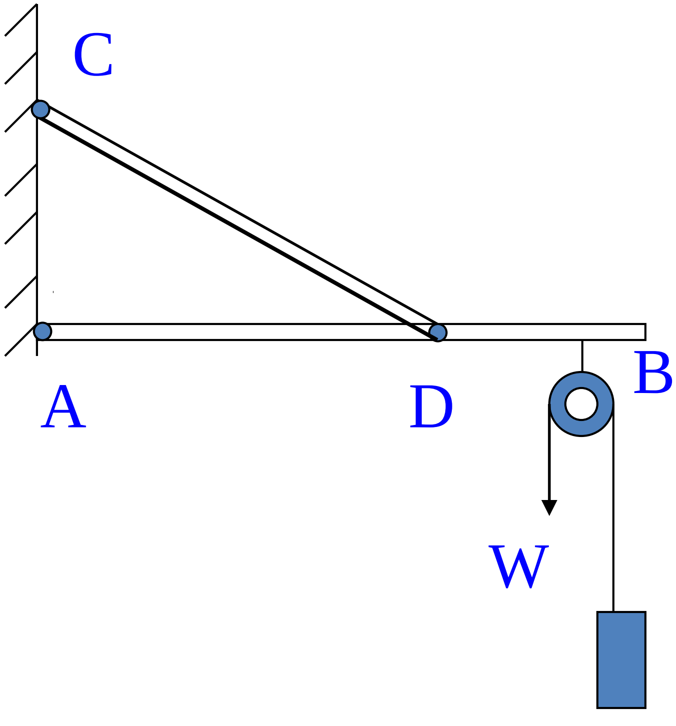
柔性约束	光滑约束	固定铰链	辊轴支座	固定约束
Cable	**Smooth support**	**External/internal pin**	**Roller support**	**Fixed support**
				
只能承受拉力	只承受压力，约束反力沿接触点公法线	约束反力可分解为R_x、R_y	约束反力垂直于支撑面	存在3个约束反力R_x、R_y、M

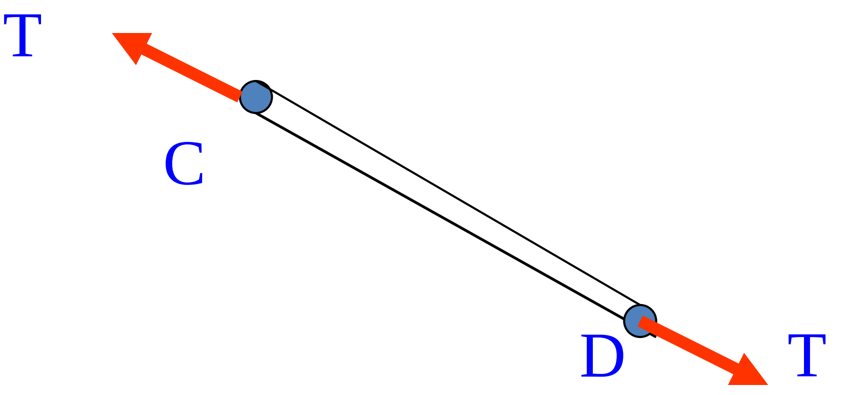
例 人孔盖的受力图

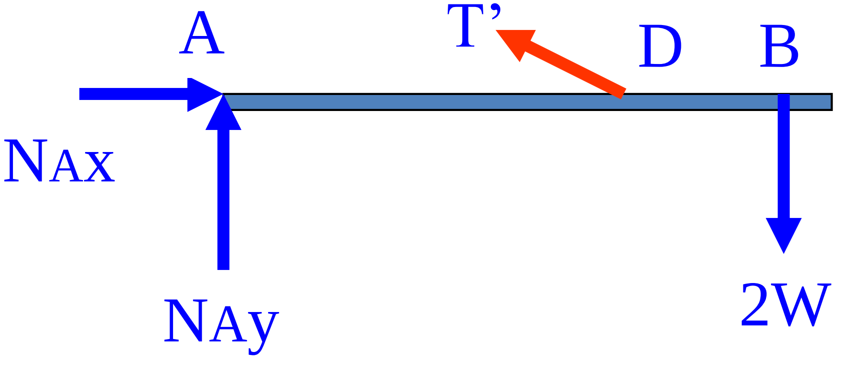




例 画机架的受力图

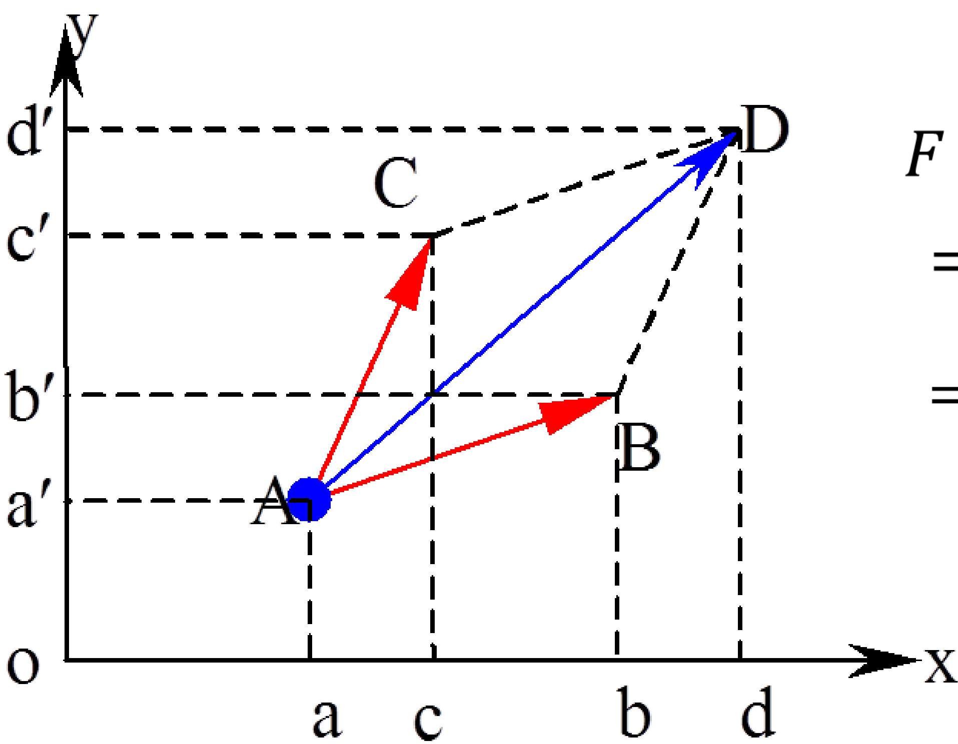






复杂力系中先分析二力杆

平面汇交力系的合成及平衡条件



$$F=\sqrt{(ad)^2+(a'd')^2}$$
$$=\sqrt{(ab+bd)^2+(a'b'+b'd')^2}$$
$$=\sqrt{(F_{1x}+F_{2x})^2+\left(F_{1y}+F_{2y}\right)^2}$$

$$F_x=F_{1x}+F_{2x}\qquad F_y=F_{1y}+F_{2y}$$

$$\tan\theta=\frac{a'd'}{ad}=\frac{F_y}{F_x}$$

多力汇交力系

多个力时

$$F_x = F_{1x} + F_{2x} + \cdots + F_{nx} = \sum F_{nx}$$

$$F_y = F_{1y} + F_{2y} + \cdots + F_{ny} = \sum F_{ny}$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(\sum F_{nx})^2 + \left(\sum F_{ny}\right)^2}$$

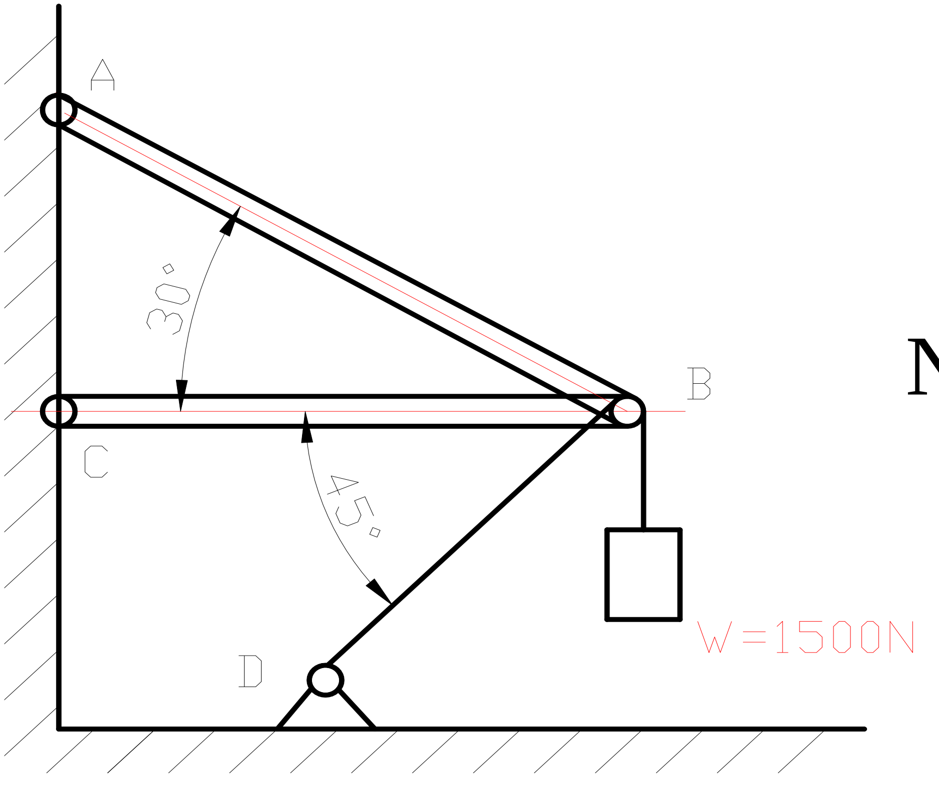
$$\tan\theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{\sum F_{ny}}{\sum F_{nx}}$$

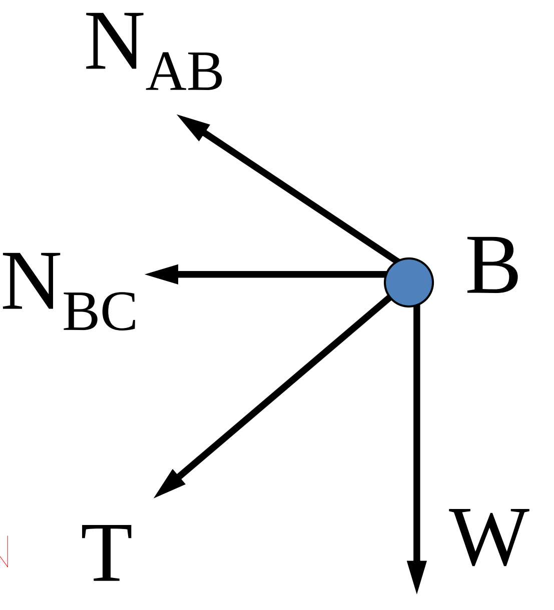
平面汇交力平衡条件

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{cases}$$

力系中所有各力在互为垂直的两坐标轴上投影的代数和为零，平面汇交力系只有这两个独立的方程，故只能求解两个未知力。

例 求AB杆和BC杆所受的力





解答

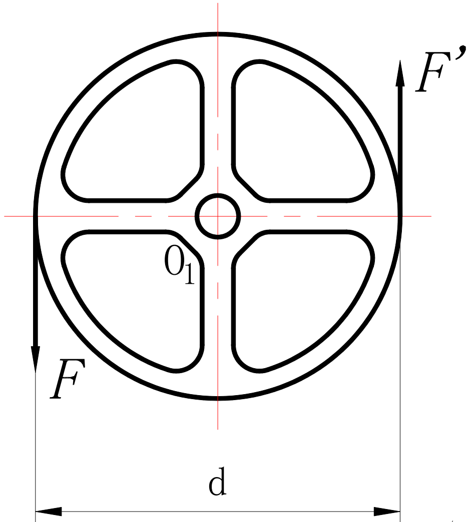
$$\begin{cases}\Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0\end{cases} \quad \begin{aligned} -N_{AB}\cos 30^o - N_{BC} - T\cos 45^{\mathrm{o}} = 0 \\ N_{AB}\sin 30^o - W - T\sin 45^{\mathrm{o}} = 0 \end{aligned}$$

$$\because T = \mathrm{W}$$

$$\therefore \begin{cases} N_{\mathrm{AB}} = 5121\mathrm{N} \\ N_{BC} = -5495\mathrm{N} \end{cases}$$

负号表示N_{BC}的实际方向与假设相反

平面力偶的合成和平衡条件

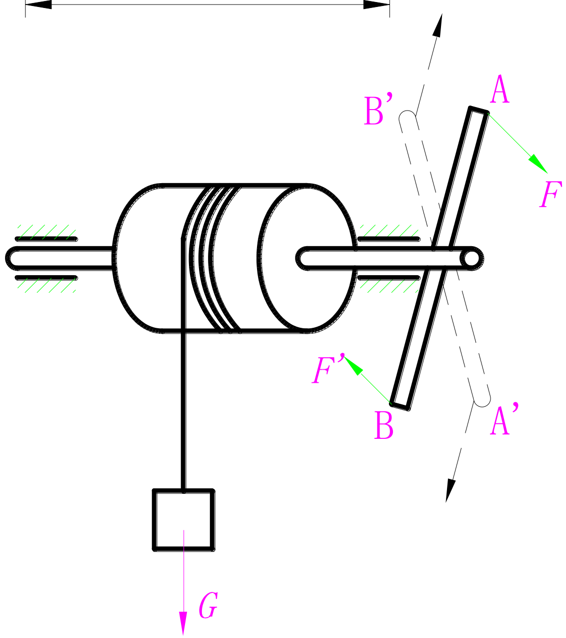


力偶定义：作用在物体上一对大小相等、方向相反、不共作用线的平行力

作用：使物体发生转动

力偶矩：力的数值与力臂的乘积

$$M = F \times d$$

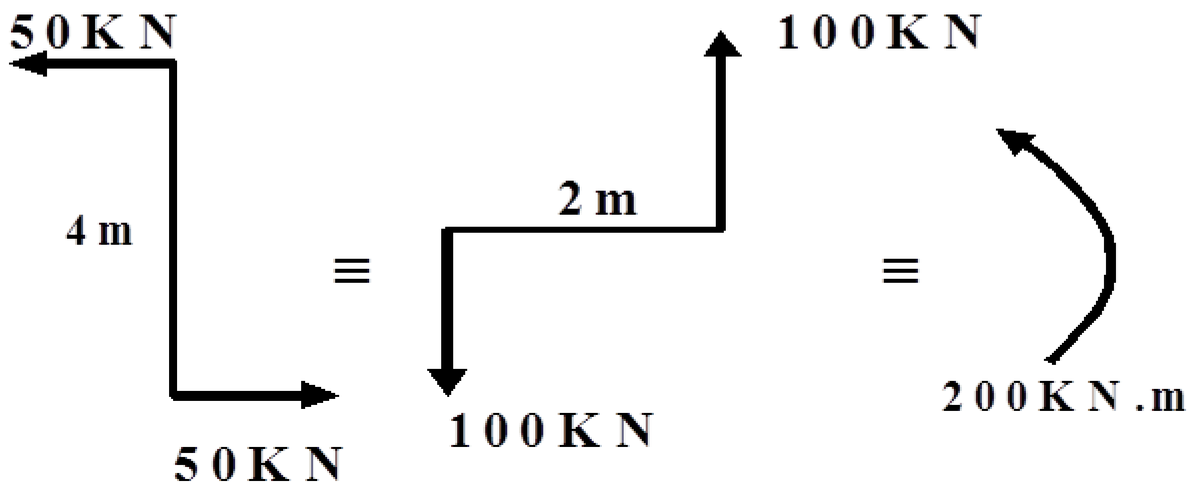


规定：反时针转向的力偶为正，顺时针转向的力偶为负。

等效力偶

力偶三要素：力偶矩大小、力偶转向和作用平面

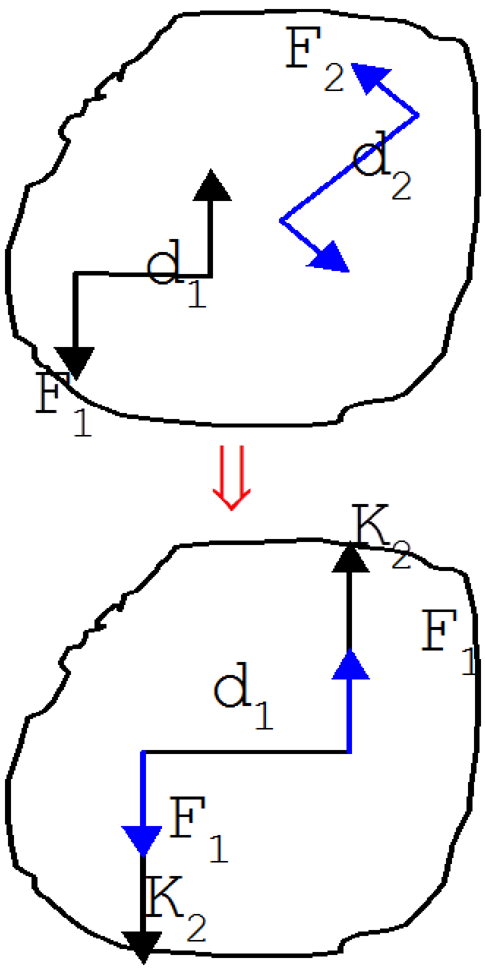
力偶三要素均相同的力偶称为等效力偶,受力分析时可互相代替。



实质：力偶中两个力对平面上任意点力矩的代数和

力偶可以在其作用平面内任意移动，而不改变力偶矩对刚体的转动效应。

力偶的合成和平衡条件



$$M_1 = F_1 d_1$$

$$M_2 = F_2 d_2 = \left(\frac{d_2}{d_1} F_2\right) d_1$$

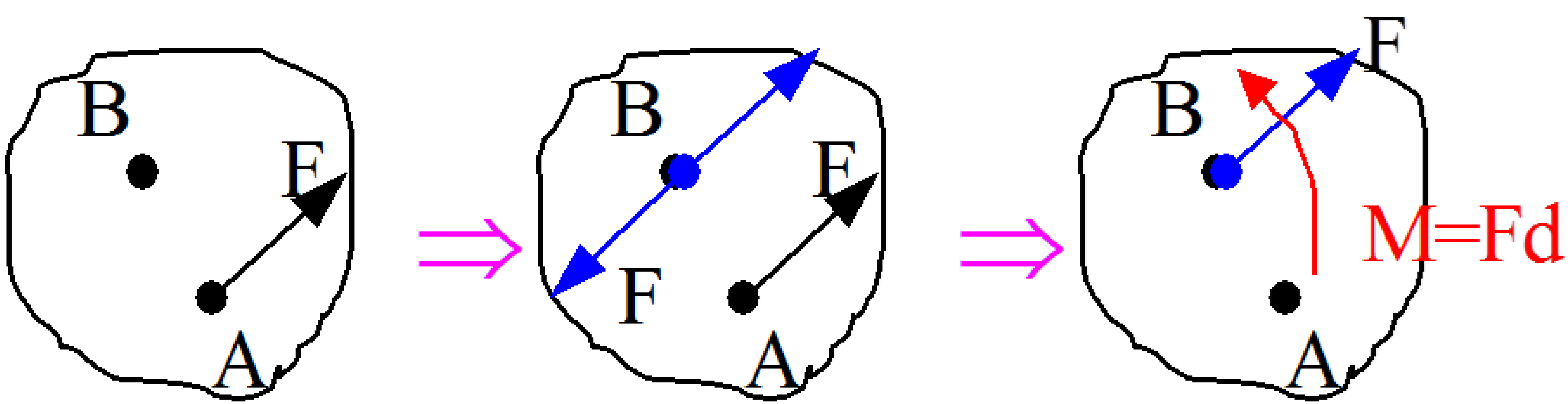
根据等效力偶定义，可将M_2等效为力$K_2 = \frac{d_2}{d_1} F_2$与力臂$d_1$的乘积

$$M = (F_1 + K_2)\,d_1 = F_1 d_1 + F_2 d_2$$

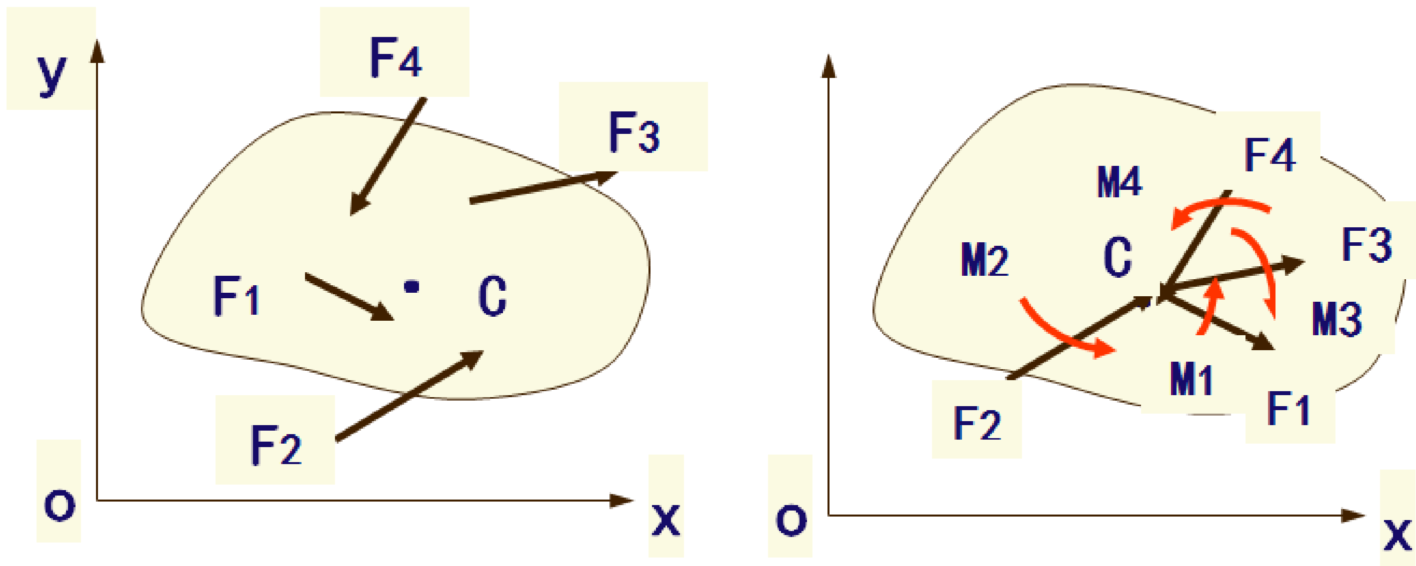
$$= M_1 + M_2$$

平面一般力系的合成和平衡条件

力线平移定理：将刚体A点作用的力F平移到刚体上另一点B时，必须附加一力偶，此力偶矩的大小与方向等于力F对B点的矩的大小与方向。



平面一般力系的平衡条件

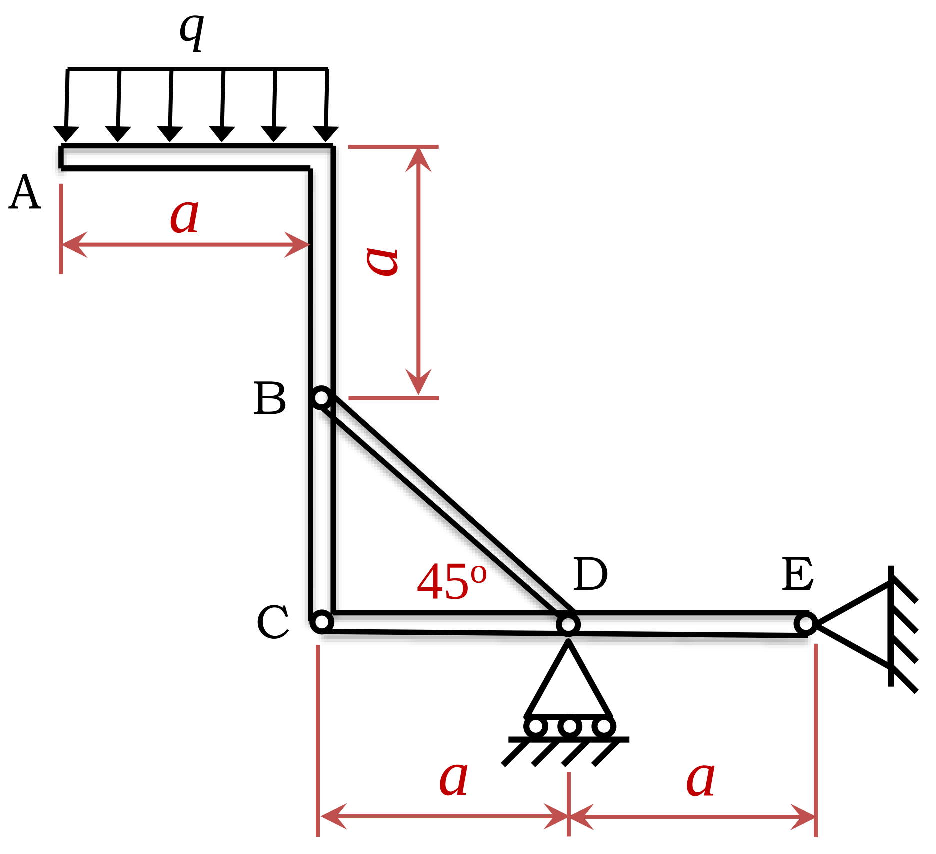


处理方法：将平面一般力系转化为一组汇交力系和一组力偶

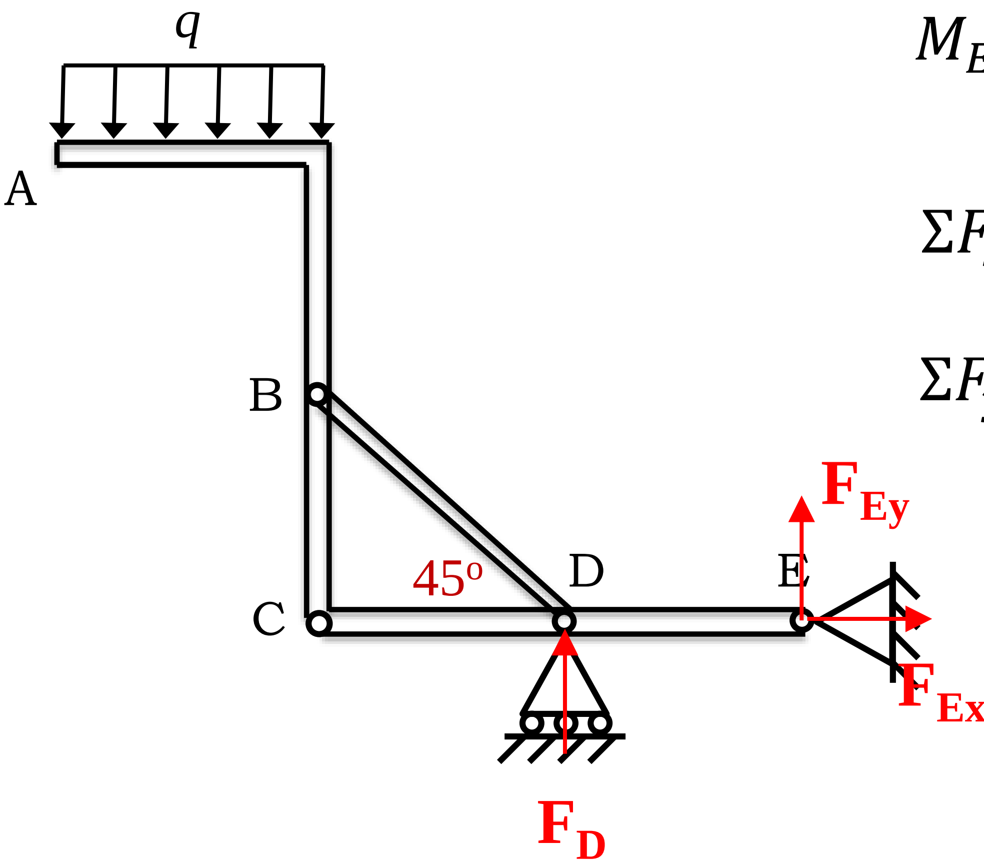
平衡条件：

$$\begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \\ \Sigma M = 0 \end{cases}$$

求辊轴支座的约束反力和BD杆的受力



解答



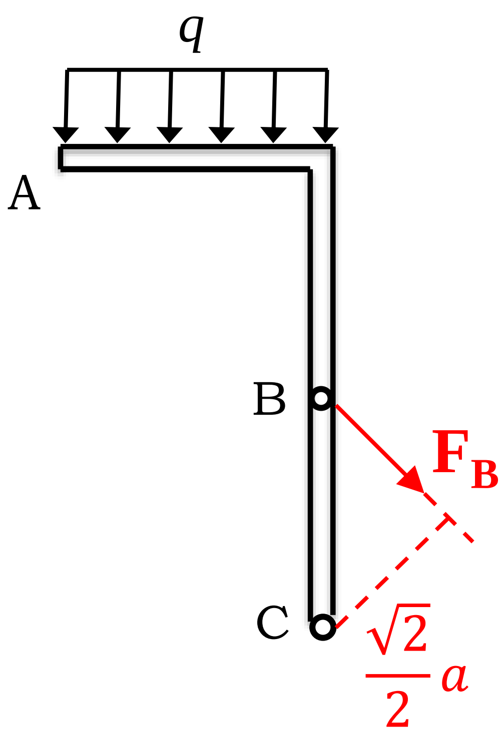
$$M_E = qa \times \left(\frac{a}{2} + 2a\right) - F_D \times a = 0$$

$$\Sigma F_x = F_{Ex} = 0$$

$$\Sigma F_y = -qa + F_D + F_{Ey} = 0$$

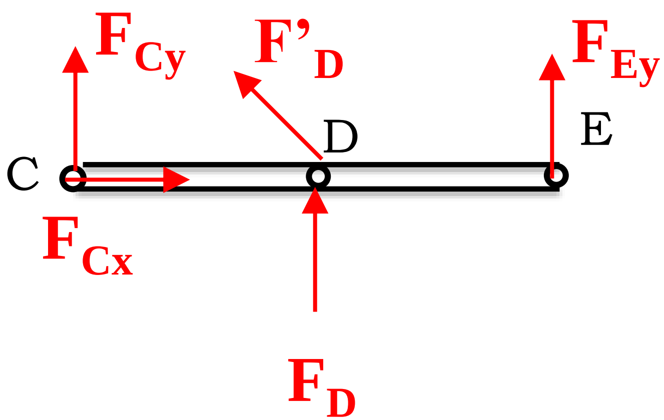
$$\begin{cases} F_D = \dfrac{5qa}{2} \\ F_{Ex} = 0 \\ F_{Ey} = -\dfrac{3qa}{2} \end{cases}$$

解答



$$\Sigma M_C = qa \times \frac{a}{2} - F_B \times \frac{\sqrt{2}}{2}a = 0$$

$$F_B = \frac{\sqrt{2}}{2}qa$$



$$\Sigma M_C = F_D \times a + F_{Ey} \times 2a + F'_D \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$F'_D = \frac{\sqrt{2}}{2} qa$$