

171 期终试卷

一、计算下列极限（每小题 5 分，共 10 分）：

1、 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\int_1^{x^2} \sin \frac{2\pi}{t} dt}{\ln(2x - x^2)}.$

2、 $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left[2x - 1 - 2x^2 \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right) \right].$

二、解下列各题（每小题 6 分，共 18 分）：

1、求三叶玫瑰线 $\rho = \sin(3\theta)$ 上对应于 $\theta = \frac{\pi}{4}$ 处的切线的直角坐标方程.

2、设函数曲线 $y = y(x)$ 由方程 $x - \int_1^{x+y} e^{-t^2} dt = 0$ 所确定，求该曲线在点 (0,1) 处的曲率.

3、设 $y = (\sin x)^{\cos x}$ ，求 dy .

三、选择题（每小题 4 分，共 20 分）

1、曲线 $y = x$ 与 $y^2 = x$ 所围平面图形绕 x 轴旋转一周所成的旋转体的体积为 （ ）

- (A) $\frac{\pi}{30}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{\pi}{6}$ (D) $\frac{1}{30}$

2、星形线 $x = \cos^3 t$ ， $y = \sin^3 t$ 的全长是 （ ）

- (A) 6 (B) 3 (C) $\frac{3}{2}$ (D) $\frac{3}{8}\pi$

3、若 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$ 是 $\frac{0}{0}$ 型的未定型，则 “ $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)} = A$ ” 是 “ $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = A$ ” 的 （ ）

- (A) 充要条件 (B) 充分条件，非必要条件
(C) 必要条件，非充分条件 (D) 既非充分条件，也非必要条件

4、下列广义积分收敛的是 （ ）

- (A) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}}$ (B) $\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$
(C) $\int_1^e \frac{dx}{x \ln^2 x}$ (D) $\int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$

5、曲线 $x = y^2$ 和 $x = 2 - y^2$ 所围平面图形的面积为 ()

- (A) $\frac{16}{3}\pi$ (B) $\frac{64}{15}\pi$
 (C) $\frac{8}{3}$ (D) $\frac{4}{3}$

四、计算下列不定积分 (每小题 6 分, 共 18 分):

1、 $\int \frac{\arctan \sqrt{x}}{\sqrt{x}(1+x)} dx.$

2、 $\int \frac{1}{\sqrt{4+e^x}} dx.$

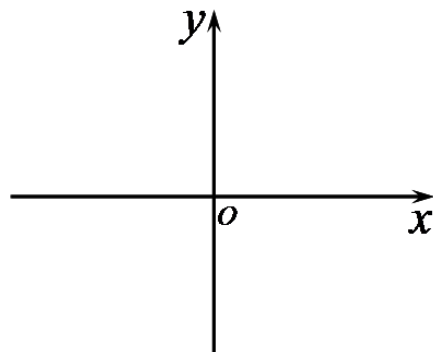
3、 $\int \frac{e^{\sqrt[3]{x}}}{\sqrt[3]{x}} dx.$

五、(本题 6 分) 求函数 $f(x) = \frac{1}{x+1}$ 在基点 $x_0 = 1$ 处的带皮亚诺型余项的 n 阶泰勒公式.

六、(本题 6 分) 计算定积分 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x^7 + |\sin 2x|}{1 + \sin^4 x} dx.$

七、(本题 8 分) 设函数 $y = xe^{\frac{1}{x^2}}$, 填写下表并作出函数的草图.

单调递增区间	
单调递减区间	
凸(∪)区间	
凹(∩)区间	
极大值	
极小值	
铅直或水平渐近线	



八、(本题 8 分) 设 $f(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上连续, 在 $(0, 1)$ 内可导, 且 $f(1) = 0$, 证明存在至少存在一点 $\xi \in (0, 1)$ 使 $2018f(\xi) + \xi f'(\xi) = 0$.

九、(本题 6 分) 设函数 $f(x) = x - [x]$, 其中符号 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 求

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \int_0^x f(x) dx.$$