

# 华东理工大学 2023-2024 学年第一学期

## 《数学分析（上）》〈函数极限与连续函数〉章节测试试卷 2023.12

姓 名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 班级：\_\_\_\_\_ 任课教师： 靳勇飞

..... 以下为试卷内容 .....

一、 (每题 4 分, 共 24 分) 求下列极限。

$$1. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{1+x}{2+x} \right)^{\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin px - \cos px + 1}{\sin x - \cos x + 1}.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2 \sin^2 x + \sin x - 1}{2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{2 + e^{\frac{1}{x}}}{1 + e^{\frac{4}{x}}} + \frac{\sin x}{|x|} \right).$$

$$5. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt[5]{x^5 + x^4} - \sqrt[5]{x^5 - x^4} \right).$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{\tan x} \right).$$

二、 (6 分) 叙述并证明关于  $x \rightarrow x_0$  时  $f(x)$  收敛的 Cauchy 收敛原理。

三、 (10 分)

1. 函数  $f$  在区间  $I$  上有定义。用  $\varepsilon - \delta$  语言写出函数  $f$  在区间  $I$  上一致连续的定义, 及定义的否定。
2. 写出三个可用来判断函数在区间上一致连续的结论, 不用证明。
3. 就参数  $p$  的范围, 讨论  $f(x) = x^p$  在  $(0, +\infty)$  上的一致连续性。