

1、(20 分) 对

$$f(x) = x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1$$

$$g(x) = 2x^3 + x^2 + 2x + 1$$

求 $(f(x), g(x))$ ，并求多项式 $u(x), v(x)$ ，使得

$$(f(x), g(x)) = u(x)f(x) + v(x)g(x)。$$

2、(30 分) (1) 把 $x^4 + x^2 + 1$ 在实数域及复数域上做因式分解；

(2) 把 $x^6 + 27$ 在实数域及复数域上做因式分解。

3、(20 分) 多项式 $m(x)$ 称为多项式 $f(x), g(x)$ 的一个最小公倍式，如果

(1) $f(x) | m(x), g(x) | m(x)$ ，

(2) $f(x), g(x)$ 的任一公倍式都是 $m(x)$ 的倍式。

我们以 $[f(x), g(x)]$ 表示首项系数是 1 的那个最小公倍式，证明：如果

$f(x), g(x)$ 的首项系数都是 1，那么

$$[f(x), g(x)] = \frac{f(x)g(x)}{(f(x), g(x))}。$$

4、(20 分) 判别 $\sum_{i=0}^{p-1} (x+1)^i$ 是否在有理数域上不可约，这里 p 为素数。

5、(5 分) 计算行列式的值：

$$\begin{vmatrix} 5 & 1 & -2 & 1 \\ 3 & 7 & -1 & 2 \\ 9 & 10 & 1 & 10 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

6、(5 分) 求多项式

$$f(x) = x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 1$$

在实数范围内的因式分解。

姓名： 班级： 学号：