

Physique moderne - TD 2

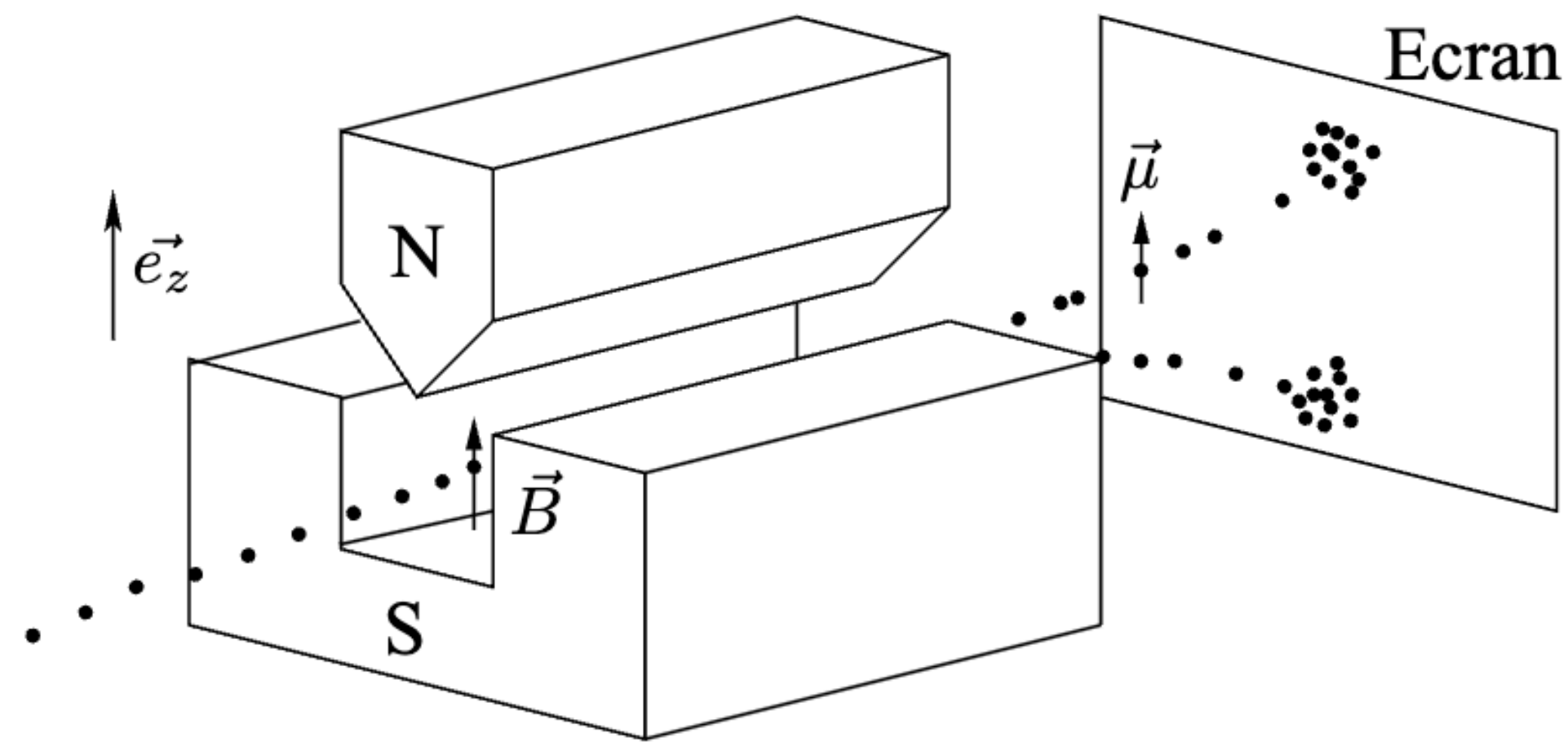
12 octobre 2024 - Chimie Shanghai - 华东理工大学

email: pascal.wang.tao@ecust.edu.cn

Objectifs du TD 2

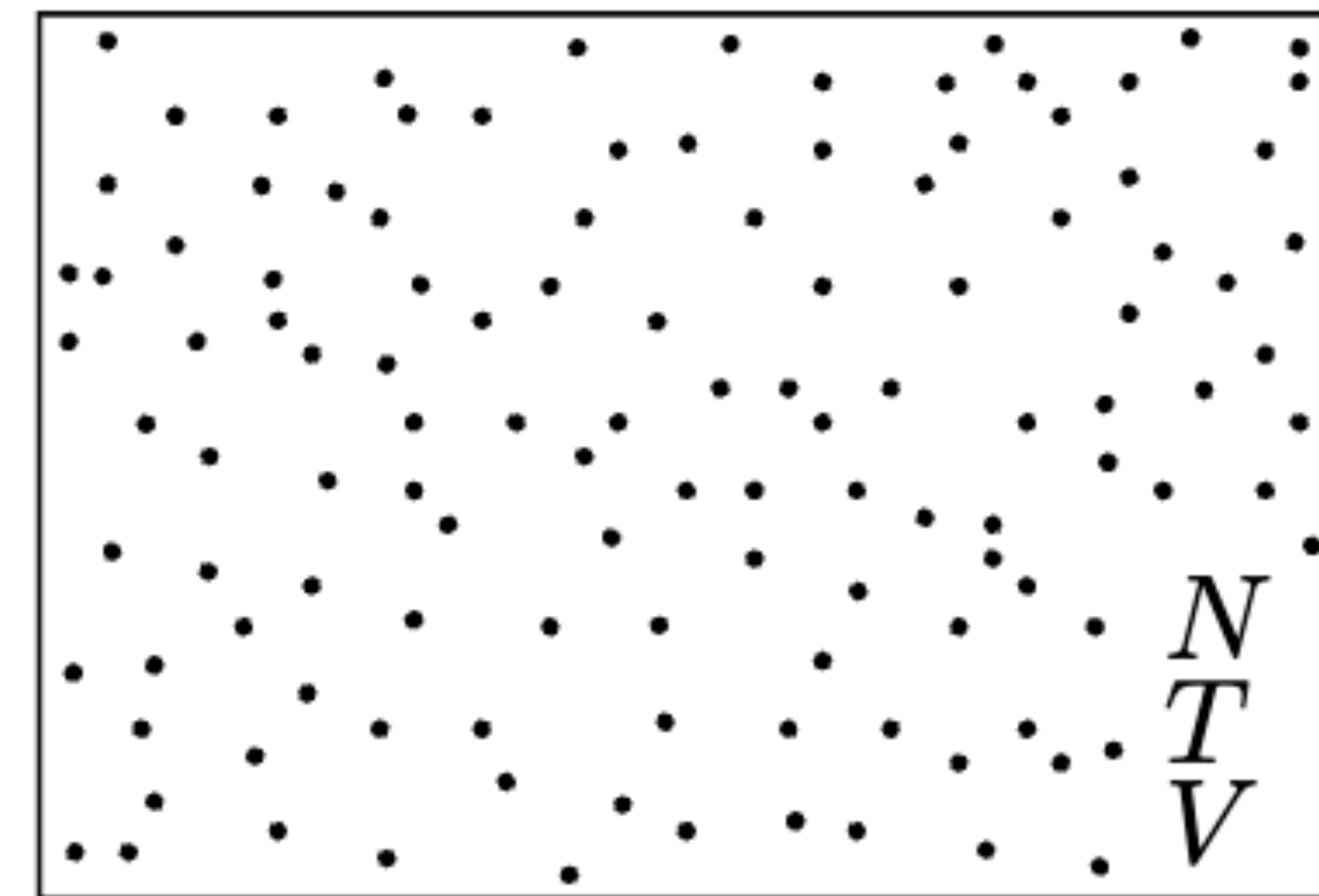
Objectifs de ce TD : s'entraîner sur le formalisme de la **physique statistique** (统计物理学)

Exercice 1 : l'expérience de Stern et Gerlach



Expérience historique (1922) qui a mis en évidence le **spin des électrons** (电子自旋)

Exercice 2 : le gaz parfait monoatomique (完美的单原子气体)

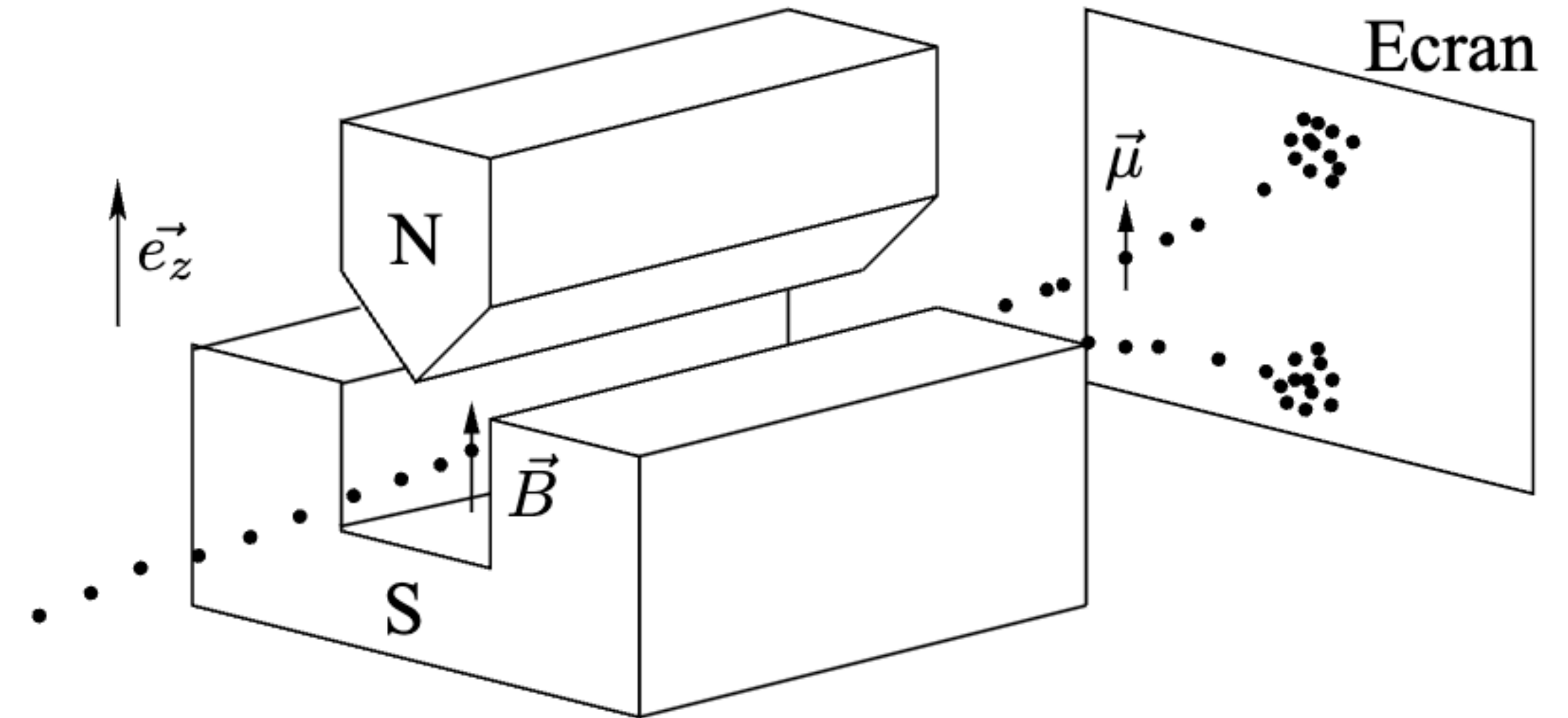


Démonstration de la **loi des gaz parfaits** (理想气体定律) $PV = nRT$

Exercice 1 - Expérience de Stern et Gerlach

Les atomes d'argent (Ag, $Z=47$), passent dans une région de **champ magnétique** $\vec{B} = B_z \vec{e}_z$. Les atomes d'argent possèdent un **moment magnétique** $\vec{\mu}$ et subissent donc une force magnétique

$$\vec{F} = (\vec{\mu} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} = \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z} \vec{e}_z = \pm \frac{e\hbar}{2m_e} \frac{\partial B_z}{\partial z} \vec{e}_z$$



- 1)
 - a) Déterminer la **configuration électronique** (电子配置) d'un atome d'argent.
 - b) En déduire la valeur du **nombre quantique azimutal** (方位量子数) ℓ de l'électron de valence.
- 2) Pour décrire l'assemblée d'atomes d'argent dans l'expérience de Stern et Gerlach, dans quel **ensemble statistique** (microcanonique, canonique, grand canonique) faut-il se placer?

Méthode de résolution

Etape 1 : Déterminer l'ensemble statistique pertinent. Ici c'est l'**ensemble canonique** (正则系综) i.e. **température** (温度) T et nombre de particules N fixés.

Etape 2 : Déterminer les **micro-états** (微观状态) et éventuellement leur **dégénérescence** $W(E)$ (简并度) ou la **densité d'états** $\rho(E)$ (状态密度)

Etape 3 : Calculer la **fonction de partition** (配分函数) Z en sommant sur les **micro-états**

Etape 4 : On déduit toutes les **grandeurs thermodynamiques** (热力学量) avec Z et ses **dérivées** (导数). Par exemple

$$\text{énergie (能量)} \langle E \rangle = - \frac{\partial}{\partial \beta} (\ln Z)$$

$$\text{énergie libre (自由能)} F = - k_B T \ln Z$$

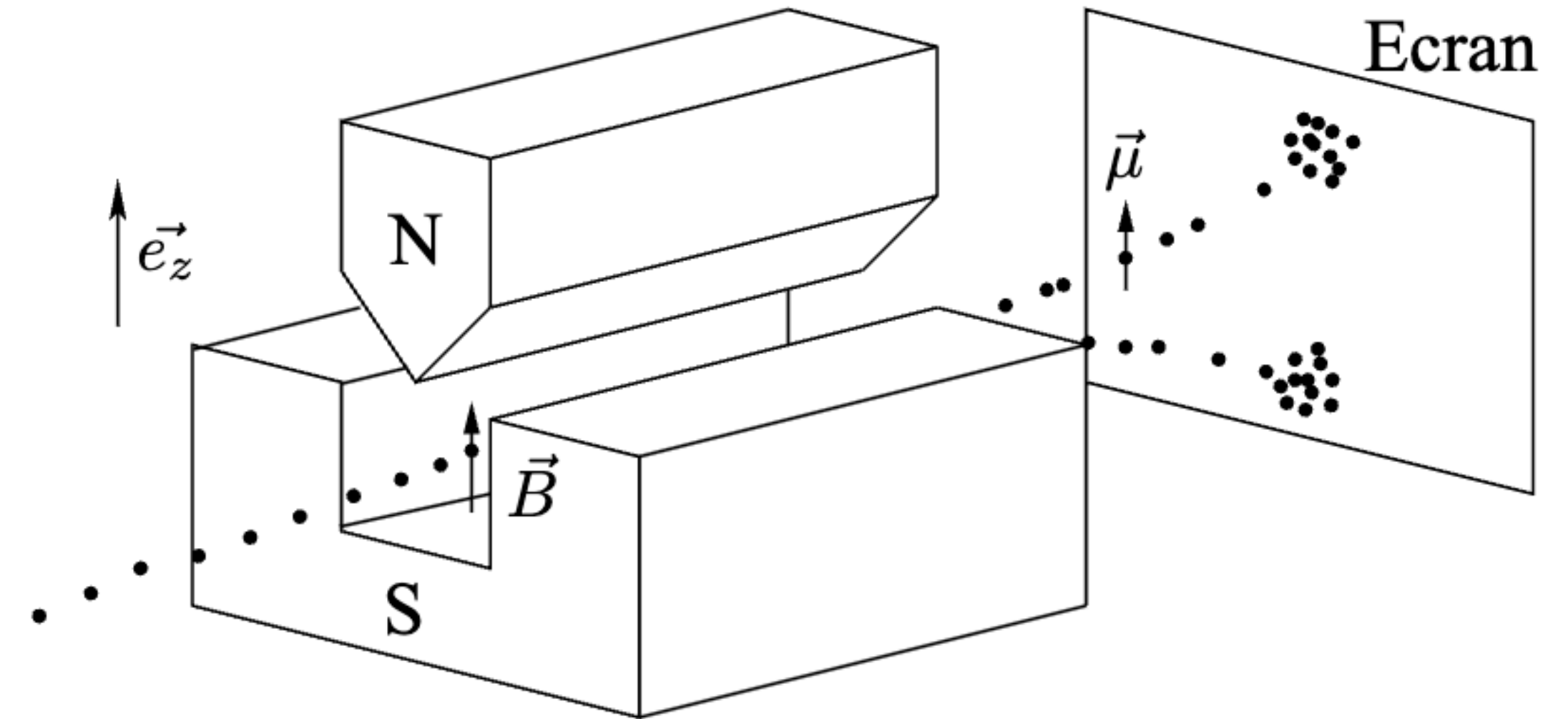
$$\text{entropie (熵)} S = (\langle E \rangle - F)/T$$

$$\text{pression (压力)} P = - \left(\frac{\partial F}{\partial V} \right)_{T,N} \quad \text{etc.}$$

Exercice 1 - Expérience de Stern et Gerlach

Les atomes d'argent (Ag, $Z=47$), passent dans une région de **champ magnétique** $\vec{B} = B_z \vec{e}_z$. Les atomes d'argent possèdent un **moment magnétique** $\vec{\mu}$ et subissent donc une force magnétique

$$\vec{F} = (\vec{\mu} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} = \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z} \vec{e}_z = \pm \frac{e\hbar}{2m_e} \frac{\partial B_z}{\partial z} \vec{e}_z$$



3. Donner l'**énergie** (能量) des atomes d'argent et montrer qu'elle ne peut prendre que deux valeurs E_{\pm} dont on donne l'expression en fonction de B_z et du **magnéton de Bohr** (玻尔磁子)

$$\mu_B \text{ défini par } \mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}.$$

4. Donner l'expression de la **fonction de partition** (配分函数) Z_N des atomes d'argent.

Méthode de résolution

Etape 1 : Déterminer l'ensemble statistique pertinent. Ici c'est l'**ensemble canonique** (正则系综) i.e. **température** (温度) T et nombre de particules N fixés.

Etape 2 : Déterminer les **micro-états** (微观状态) et éventuellement leur **dégénérescence** $W(E)$ (简并度) ou la **densité d'états** $\rho(E)$ (状态密度)

Etape 3 : Calculer la **fonction de partition** (配分函数) Z en sommant sur les **micro-états**

Etape 4 : On déduit toutes les **grandeurs thermodynamiques** (热力学量) avec Z et ses **dérivées** (导数). Par exemple

$$\text{énergie (能量)} \langle E \rangle = - \frac{\partial}{\partial \beta} (\ln Z)$$

$$\text{énergie libre (自由能)} F = - k_B T \ln Z$$

$$\text{entropie (熵)} S = (\langle E \rangle - F)/T$$

$$\text{pression (压力)} P = - \left(\frac{\partial F}{\partial V} \right)_{T,N} \quad \text{etc.}$$

Exercice 1 - Expérience de Stern et Gerlach

5. Montrer que l'expression de l'énergie moyenne (平均能量) $\langle E \rangle$ des atomes est

$$\langle E \rangle = - N \mu_B B_z \operatorname{th} (\beta \mu_B B_z)$$

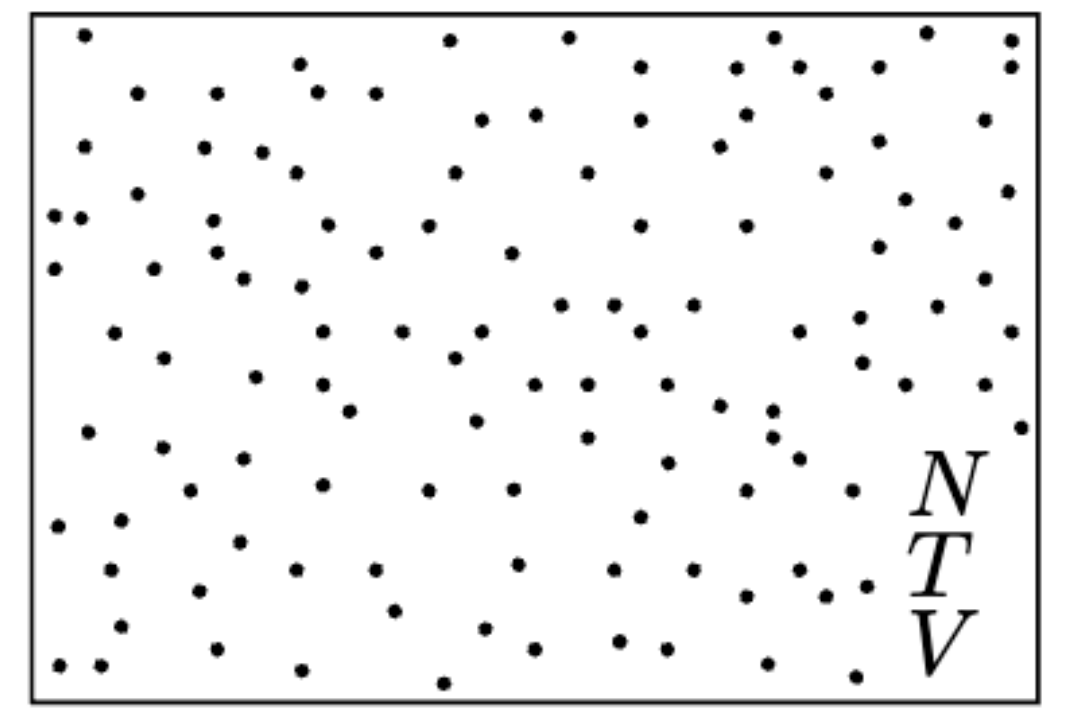
6. Donner l'expression de l'énergie libre F (自由能) des atomes d'argent.

7.a. En déduire l'expression de l'entropie (熵) S des atomes d'argent.

7.b. Montrer que $\lim_{B_z \rightarrow 0} S = \lim_{T \rightarrow +\infty} S = N k_B \ln 2$. puis commenter.

7.c Montrer que $\lim_{B_z \rightarrow +\infty} S = \lim_{T \rightarrow 0} S = 0$ puis commenter.

Exercice 2 - Le gaz parfait monoatomique (完美的单原子气体)



Etape 1 : On a justifié que l'ensemble statistique pertinent est l'**ensemble canonique** (正则系综)

Etape 2 : On détermine la **densité d'états** $\rho(E)$ (状态密度) ← fait au TD1

Etape 3 : Calculer la **fonction de partition** (配分函数) Z_N

Etape 4 : On déduit toutes les **grandeurs thermodynamiques** (热力学量) et l'**équation d'état** (状态方程) avec Z et ses **dérivées** (导数). Par exemple

énergie (能量) $\langle E \rangle = - \frac{\partial}{\partial \beta} (\ln Z)$

énergie libre (自由能) $F = - k_B T \ln Z$

entropie (熵) $S = (\langle E \rangle - F)/T$

pression (压力) $P = - \left(\frac{\partial F}{\partial V} \right)_{T,N} = \frac{nRT}{V}$ ici

