



第7章 齿轮传动

- 第1节 概述
- 第2节 渐开线及渐开线直齿圆柱齿轮
- 第3节 渐开线齿轮传动及齿廓啮合特性
- 第4节 渐开线齿轮正确啮合和连续传动条件
- 第5节 渐开线齿轮轮齿的切削加工
- 第6节 轮齿的失效形式和齿轮齿轮
- 第7节 直齿圆柱齿轮传动的强度计算
- 第8节 斜齿圆柱齿轮传动
- 第9节 直齿锥齿轮传动
- 第10节 齿轮的结构



第1节 概述



齿轮传动定义：以**主动轮**（根据第1章内容，**哪一个齿轮为主动轮？**）的轮齿和**从动轮**的轮齿依次啮合来传递两轴之间的运动和动力，是现代机械中应用最为广泛的一种传动形式。

优点：

- 1) 传动比准确；
- 2) 适用的功率和速度范围广，允许传递的功率大，速度高；
- 3) 结构紧凑；
- 4) 传动效率高， $\eta = 0.97 \sim 0.99$ ；
- 5) 工作可靠，寿命长。



第1节 概述

缺点:

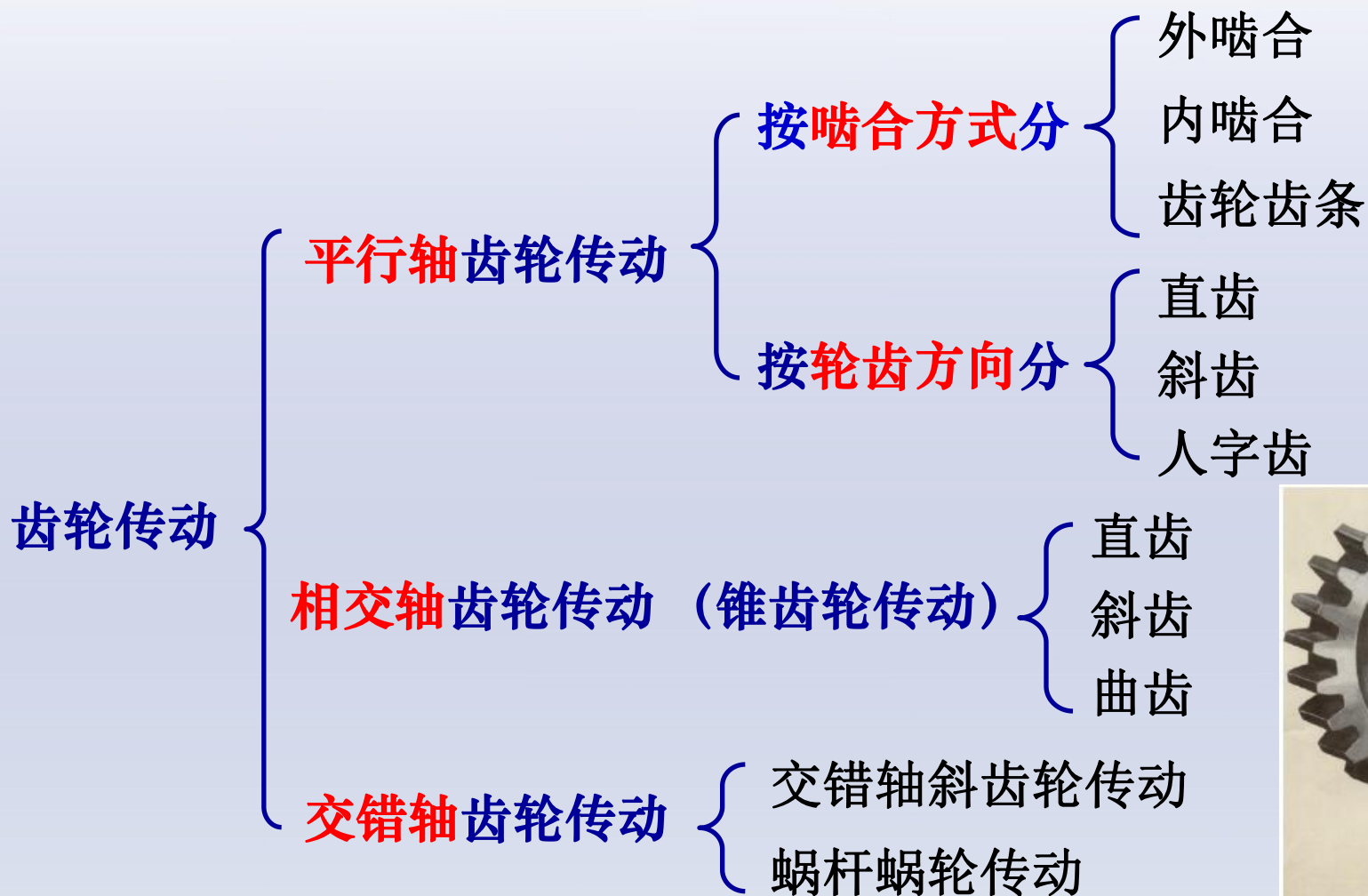
- 1) 制造齿轮需要专用的设备和刀具，成本较高；
- 2) 对制造精度和安装精度要求高，精度低时传动的噪声和振动较大；
- 3) 不适用于远距离的两轴间传动；
- 4) 减振性能和抗冲击性能不如带传动。

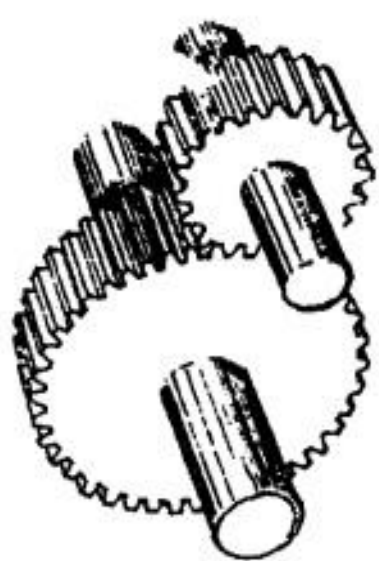




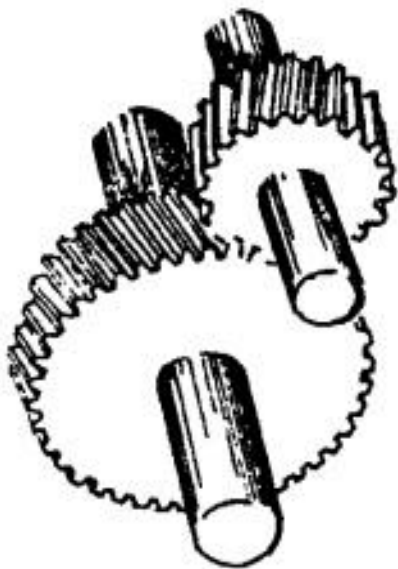
第1节 概述

齿轮传动的类型：按两齿轮轴线的相对位置和齿向分类

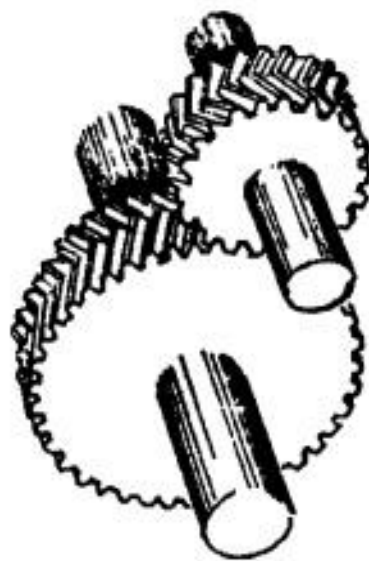




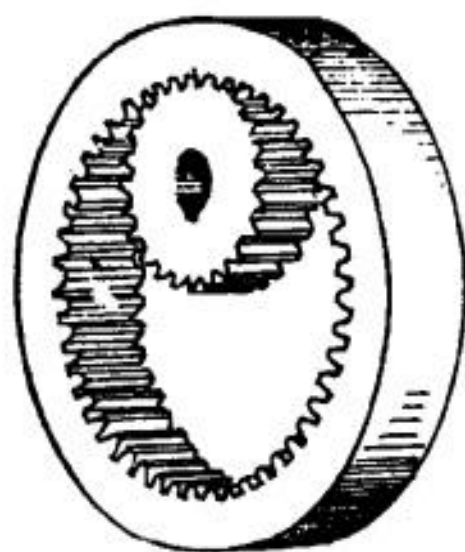
直齿圆柱齿轮传动



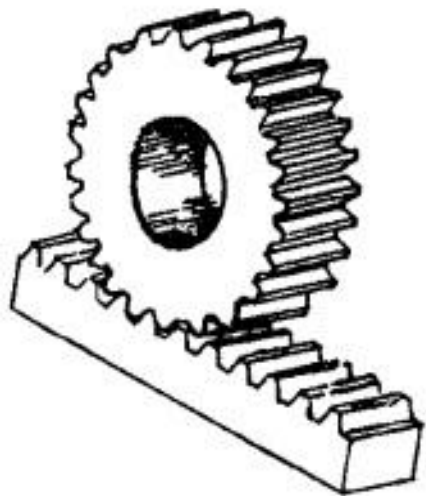
斜齿圆柱齿轮传动



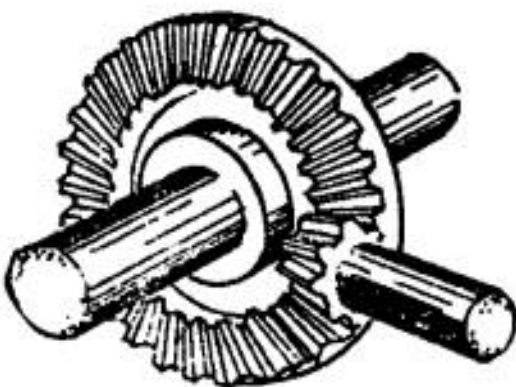
人字齿齿轮传动



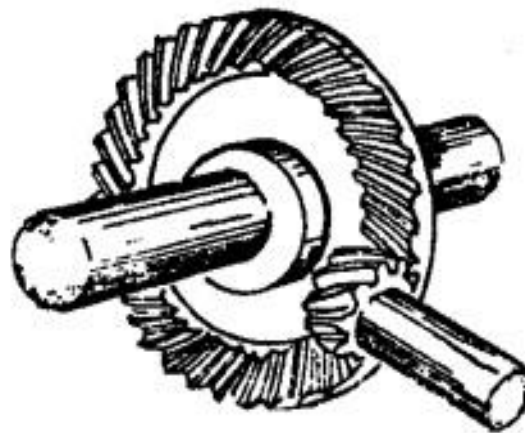
内啮合圆柱齿轮传动



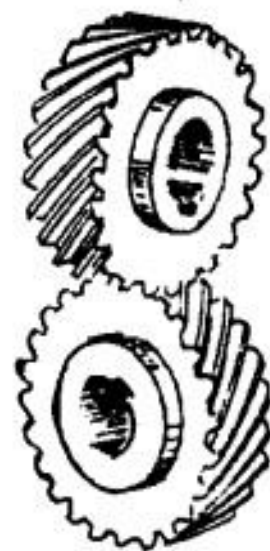
齿轮齿条传动



直齿圆锥齿轮传动



曲齿锥齿轮传动



交错斜齿轮传动



第1节 概述

齿轮传动的类型：按齿轮工作条件分类

1) **闭式齿轮传动：**齿轮安装在封闭的刚性较大的箱体内，能保证良好的润滑条件，重要的齿轮传动一般都采用闭式齿轮传动。

2) **开式齿轮传动：**齿轮外露，不易保证良好的润滑，且难免齿间落入灰尘、杂粒等，齿面易磨损，一般仅用于低速传动和不重要的场合。





第1节 概述

齿轮的精度

1. 齿轮精度等级

渐开线圆柱齿轮精度标准（GB/T 10095）规定齿轮共有13个精度等级，用数字0~12由高到低依次排列，即0级最高，12级最低。

一般机械常用的为6~9级齿轮精度。

2. 齿轮精度等级选择

齿轮精度等级选择，应综合考虑传动用途、使用条件、圆周速度、传递功率等要求。



第1节 概述

6~9级精度齿轮的应用

精度等级	圆周速度 (m/s)			应 用
	直齿圆柱齿轮	斜齿圆柱齿轮	直齿锥齿轮	
6级	< 15	< 30	< 12	高速、重载的齿轮传动，如飞机、汽车和机床中的重要齿轮；分度机构中的齿轮
7级	< 10	< 17	< 8	高速、中载或中速、重载的齿轮，如标准系列减速器中的齿轮、汽车和机床中的齿轮
8级	< 6	< 10	< 4	一般机械中对精度无特殊要求的齿轮
9级	< 2	< 4	< 1.5	低速、不重要的齿轮

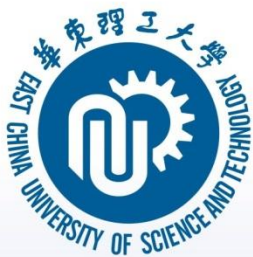


第2节 渐开线及渐开线直齿圆柱齿轮

齿轮传动的基本要求

- 1) **传动准确平稳**。即要求在传动过程中，保证**瞬时传动比** ($i_{12} = \omega_1 / \omega_2$) **恒定不变**，否则当主动齿轮以等角速度回转时，从动齿轮的角速度发生变化而产生惯性力，引起附加动载荷，不仅削弱机件强度，而且引起冲击、振动和噪声，降低传动质量。
- 2) **承载能力高**。即要求齿轮有足够的强度，尺寸小，能够传递较大的功率，在预定的使用期限内正常工作。

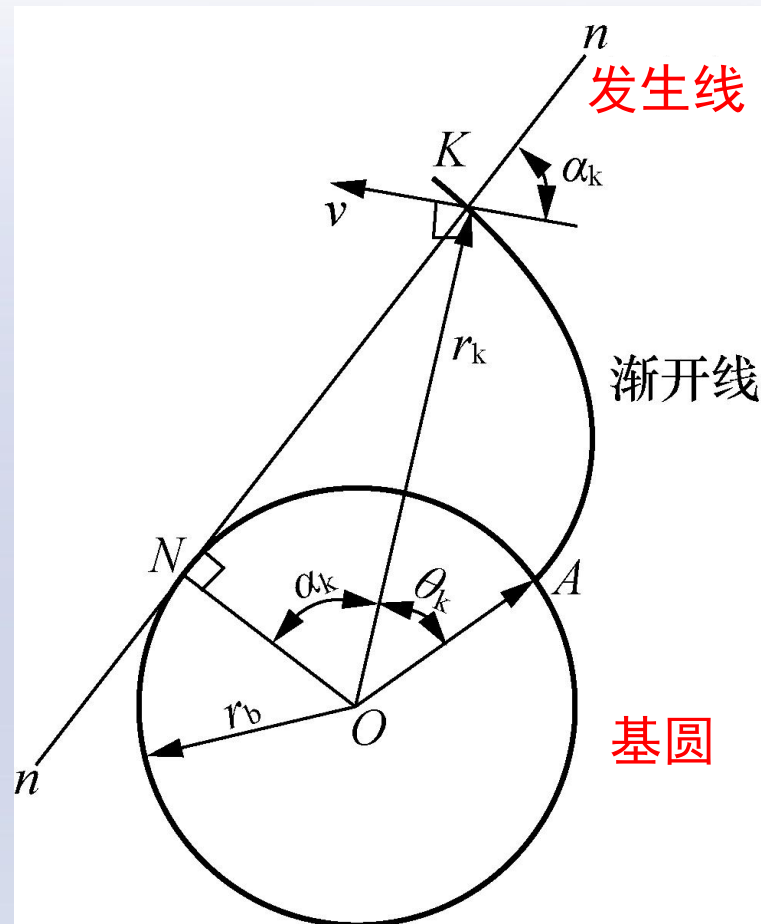
齿轮传动的**瞬时传动比保持恒定不变**，必须使两轮**齿廓曲线形状**符合一定的条件。机械中传动满足这一条件的齿廓曲线有：渐开线齿廓、摆线齿廓、圆弧齿廓等，以**渐开线齿廓**应用最广。



第2节 渐开线及渐开线直齿圆柱齿轮

渐开线齿廓的形成

当一直线与半径为 r_b 的圆相切，设此圆固定不变，而该直线沿圆周作无滑动的纯滚动时，直线上任一点 K 的轨迹称为该圆的**渐开线**，此圆称为渐开线的**基圆**，该直线称为渐开线的**发生线**。

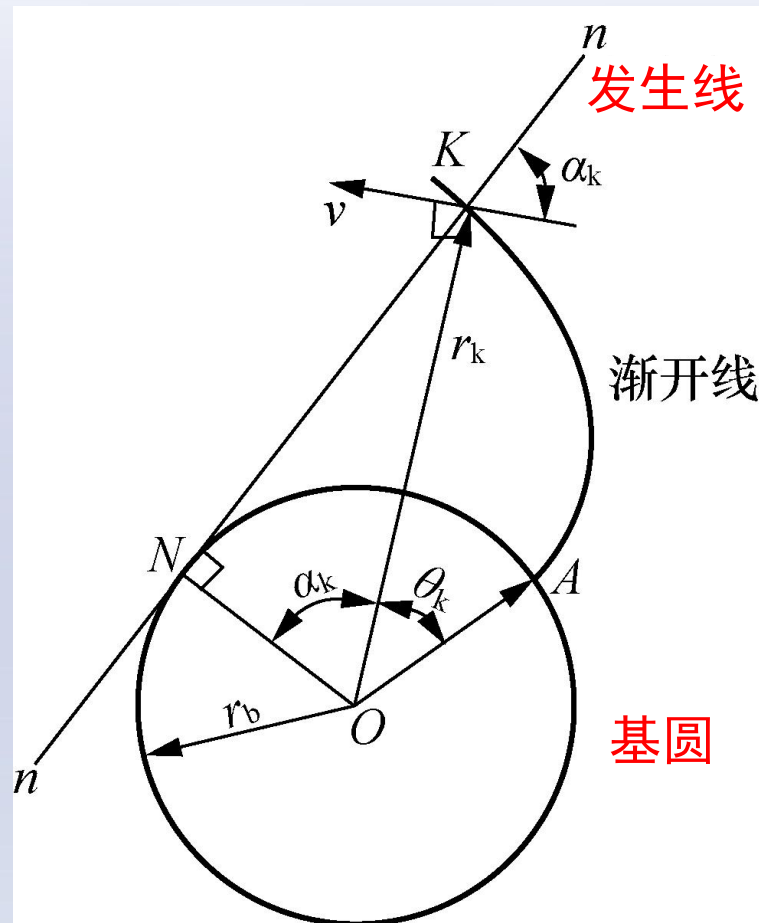




第2节 渐开线及渐开线直齿圆柱齿轮

渐开线齿廓的性质

- 1) 发生线在基圆上滚过的长度 \overline{KN} 等于基圆上相应的弧长 \widehat{NA} 。
- 2) 切点N是渐开线上K点处的曲率中心，线段 \overline{KN} 是渐开线上K点的曲率半径。
- 3) 发生线KN是渐开线上K点处的法线，而发生线始终与基圆相切，因此渐开线上任一点处的法线必与基圆相切。





第2节 渐开线及渐开线直齿圆柱齿轮

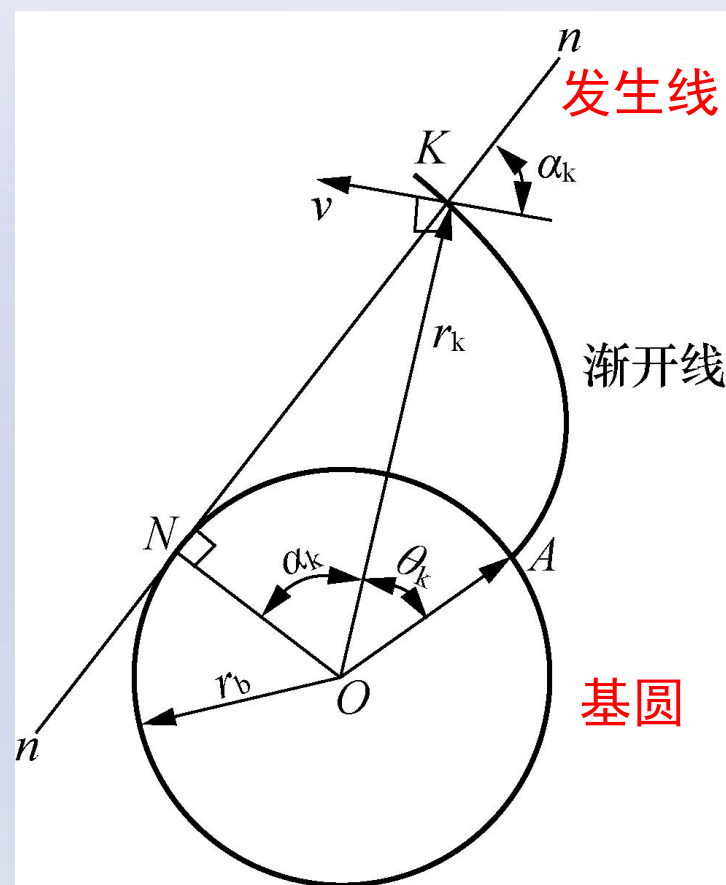
渐开线齿廓的性质

4) 渐开线上任一点K的法线（即该点处力的作用线）与该点速度 v 方向之间所夹的锐角 α_K ，称为该点的压力角，即

$$\cos \alpha_K = \frac{\overline{ON}}{\overline{OK}} = \frac{r_b}{r_K}$$

5) 渐开线的形状与基圆半径有关。基圆半径越大，渐开线趋于平直；当基圆半径为无穷大时，渐开线则成为直线。

渐开线上不同点的压力角不等，越接近基圆部分，压力角越小，渐开线在基圆上的压力角等于零。





第2节 渐开线及渐开线直齿圆柱齿轮

渐开线直齿圆柱齿轮各部分的名称和参数

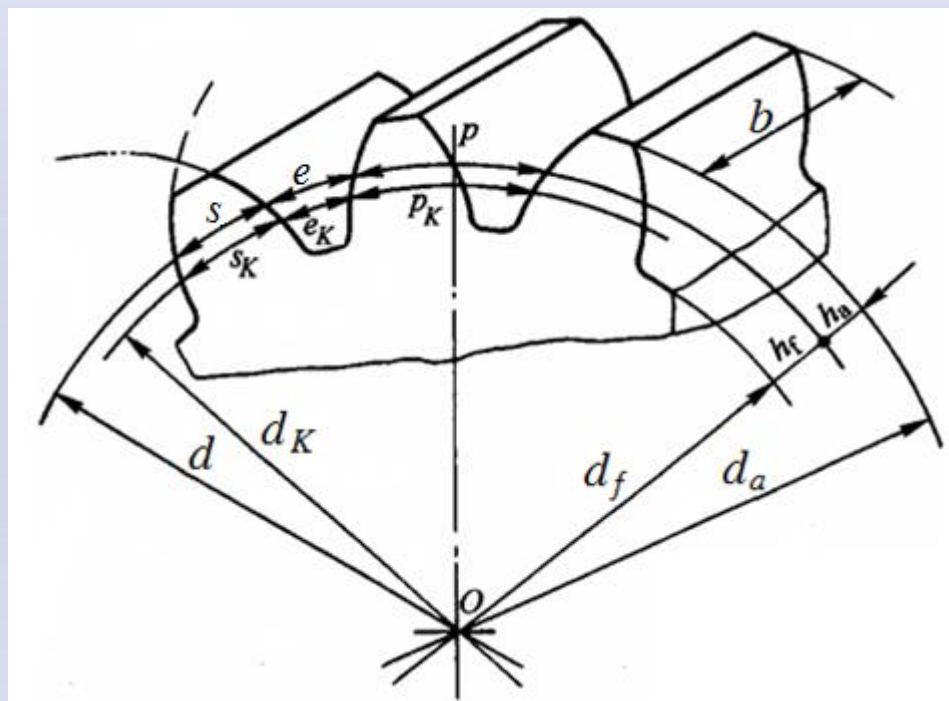
1. 齿槽、齿宽、齿顶圆、齿根圆

齿槽： 齿轮上相邻两齿之间的空间

齿宽： 沿轴向量得的尺寸 b

齿顶圆： 轮齿顶部所在的圆，直径 d_a

齿根圆： 齿槽底部所在的圆，直径 d_f





第2节 渐开线及渐开线直齿圆柱齿轮

2. 齿厚、齿槽宽、齿距

齿厚 s_k : 同一轮齿两侧齿廓间的弧长

齿槽宽 e_k : 同一齿槽两侧齿廓之间的弧长

齿距 p_k : 相邻两齿间同侧齿廓之间的弧长

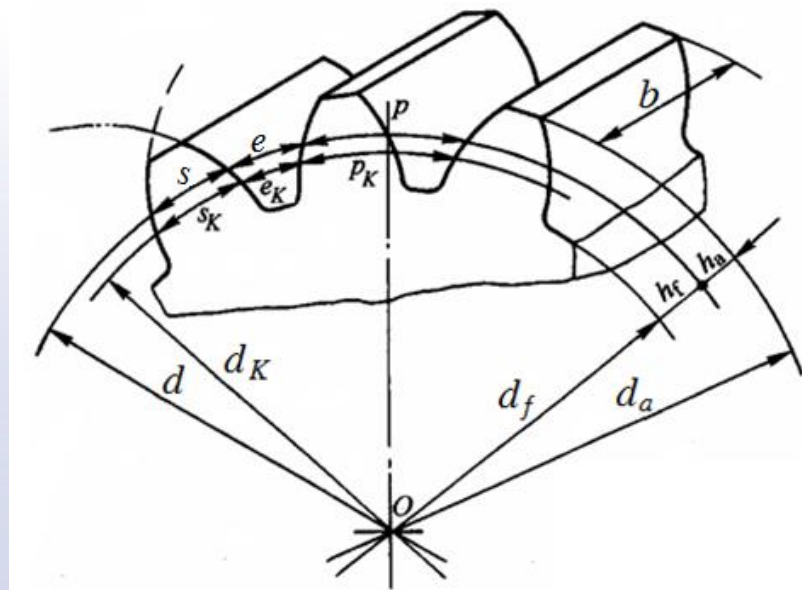
$$p_K = s_K + e_K = \frac{\pi d_K}{z}$$



$$d_K = \frac{p_K}{\pi} z$$

d_K ——任意直径， z ——齿数

对同一齿轮，在不同的圆周上，齿距 p_k 不同，比值 p_k/π 也不同，且含无理数 π ，计算和测量都不方便。由渐开线的性质可知，不同的圆周，压力角 α 也不同。

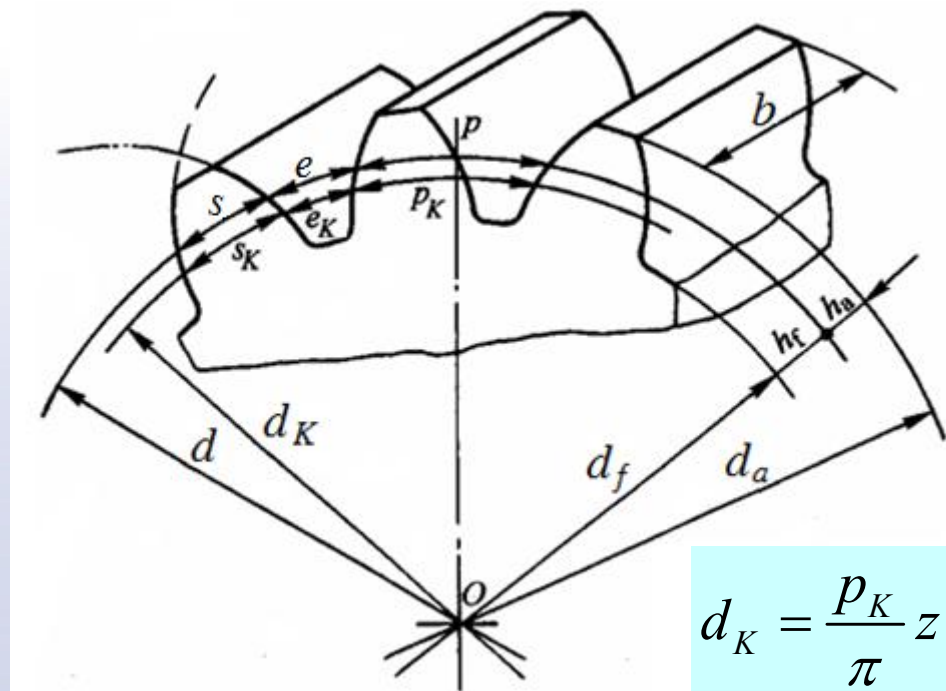




第2节 渐开线及渐开线直齿圆柱齿轮

3. 分度圆、模数和压力角

为便于设计、制造和互换，在齿顶圆和齿根圆之间取一个圆作为**计算的基准圆**，称为**分度圆**。



分度圆上的齿距、齿厚、齿槽宽、压力角简称为齿轮的齿距、齿厚、齿槽宽、压力角，分别用 p 、 s 、 e 、 α 表示，直径用 d 表示。并且：

- 1) 令压力角为标准值，我国规定 $\alpha=20^\circ$
- 2) 定义齿距 p 与 π 的比值为模数，用 m 表示，即

$$m = \frac{p}{\pi}$$



第2节 渐开线及渐开线直齿圆柱齿轮

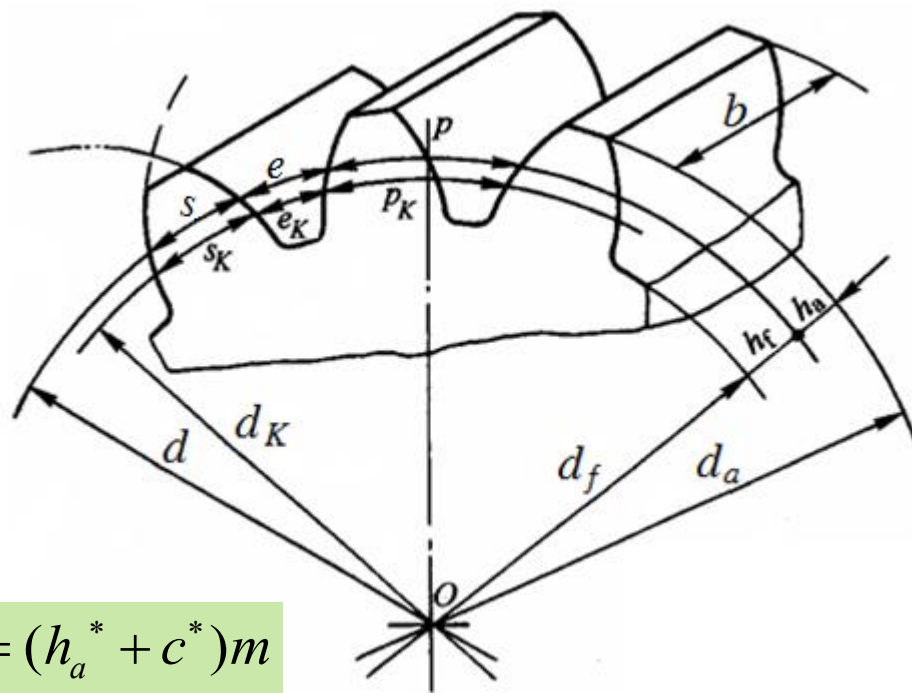
4. 齿顶高、齿根高、齿高

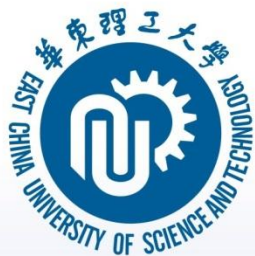
齿顶高 h_a : 轮齿在齿顶圆和分度圆之间的径向距离, $h_a = h_a^* m$

齿根高 h_f : 轮齿在齿根圆和分度圆之间的径向距离, $h_f = h_a + c = (h_a^* + c^*)m$

全齿高 h : 轮齿在齿顶圆和齿根圆之间的径向距离, $h = h_a + h_f = (2h_a^* + c^*)m$

顶隙 c : 一对齿轮啮合时, 一齿轮齿顶与另一齿轮齿根圆之间的径向距离, $c = c^* m$ 。





第2节 渐开线及渐开线直齿圆柱齿轮

4. 齿顶高、齿根高、齿高

h_a^* : 齿顶高系数, 正常齿 $h_a^*=1$, 短齿 $h_a^*=0.8$

c^* : 顶隙系数, 正常齿 $c^*=0.25$, 短齿 $c^*=0.3$

一般情况下, 都是指正常齿。

齿顶高: $h_a = m$

齿根高: $h_f = h_a + c = 1.25m$

全齿高: $h = h_a + h_f = 2.25m$

齿顶圆直径: $d_a = d + 2h_a = m(z + 2)$

齿根圆直径: $d_f = d - 2h_f = m(z - 2.5)$

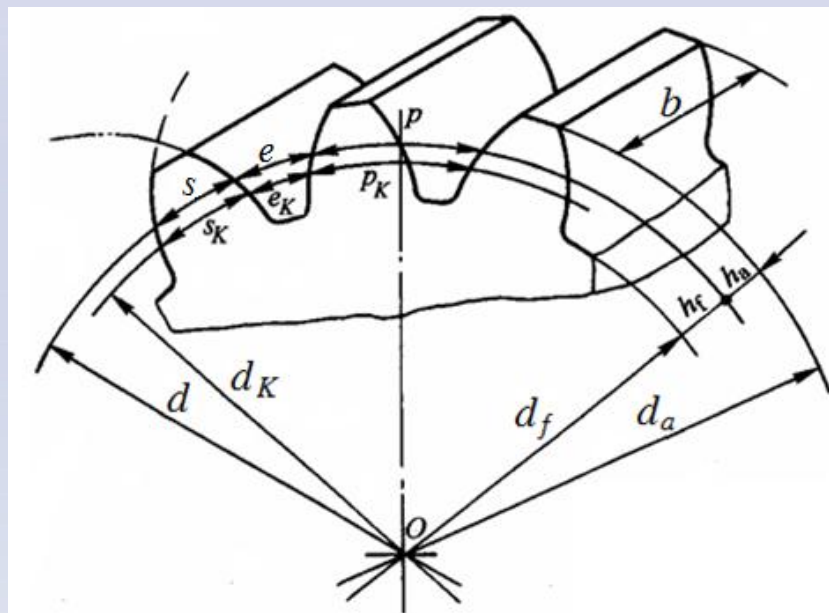
$$d = mz$$

$$h_a = h_a^* m$$

$$c = c^* m$$

$$h_f = h_a + c = (h_a^* + c^*)m$$

$$h = h_a + h_f = (2h_a^* + c^*)m$$





第2节 渐开线及渐开线直齿圆柱齿轮

4. 标准齿轮

具有标准模数、标准压力角、标准齿顶高系数和标准顶隙系数，且分度圆齿厚等于分度圆齿槽宽的齿轮，称为标准齿轮。

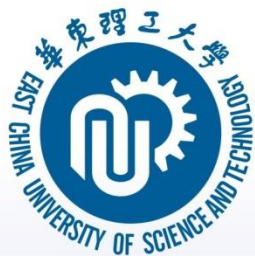
对标准齿轮，

$$s = e = \frac{p}{2} = \frac{\pi m}{2}$$



正常齿标准直齿圆柱齿轮的主要参数和几何尺寸

名 称	代 号	计 算 公 式 与 说 明
齿 数	z	依照工作条件选定
模 数	m	根据强度条件或结构需要选取标准值
压 力 角	α	$\alpha = 20^\circ$
齿 顶 高	h_a	$h_a = h_a^* m$, 其中 $h_a^* = 1$
顶 隙	c	$c = c^* m$, 其中 $c^* = 0.25$
齿 根 高	h_f	$h_f = h_a + c = 1.25m$
齿 高	h	$h = h_a + h_f = 2.25m$
分度圆直径	d	$d = mz$
基圆直径	d_b	$d_b = d \cos \alpha = mz \cos \alpha$
顶圆直径	d_a	$d_a = d + 2h_a = m(z + 2)$
根圆直径	d_f	$d_f = d - 2h_f = m(z - 2.5)$
齿 距	p	$p = \pi m$
齿 厚	s	$s = p/2 = \pi m/2$
齿 槽 宽	e	$e = p/2 = \pi m/2$

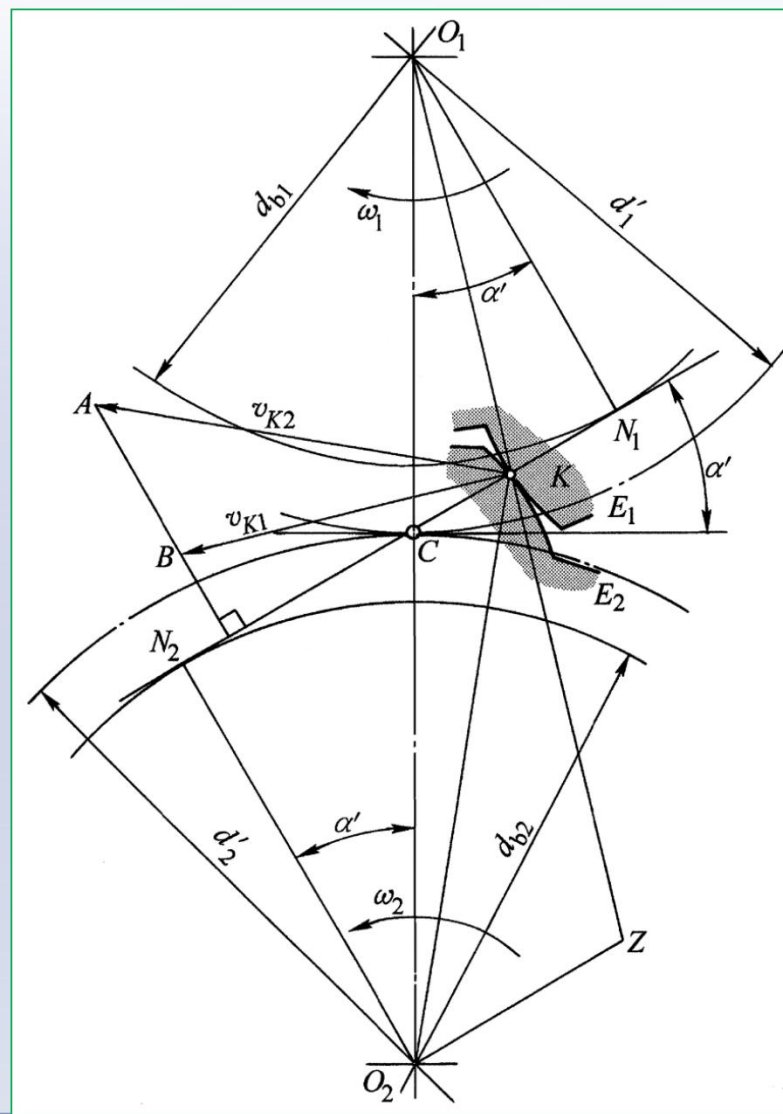


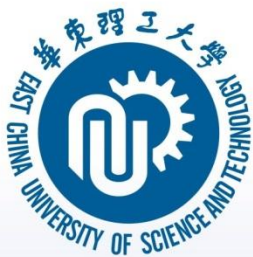
第3节 渐开线齿轮传动即齿廓啮合特性

一、节点、节圆、啮合线和啮合角

一对相互啮合的渐开线齿轮在任一点 K 接触，齿轮1驱动齿轮2，两轮的角速度分别为 ω_1 、 ω_2 。过 K 点作两齿廓的公法线，由渐开线的性质，这条公法线必与**两基圆相切**，即为两轮基圆的内公切线，切点是 N_1 、 N_2 。

当两轮安装完毕之后，两轮的位置不再改变，两基圆沿同一方向的内公切线只有一条，其内公切线 N_1N_2 与两轮连心线 O_1O_2 必交于定点 C ，这个**定点 C 称为节点**，以轮心为圆心，过节点所作的圆称为**节圆**，两轮节圆直径分别用 d_1' 、 d_2' 表示。





第3节 渐开线齿轮传动即齿廓啮合特性

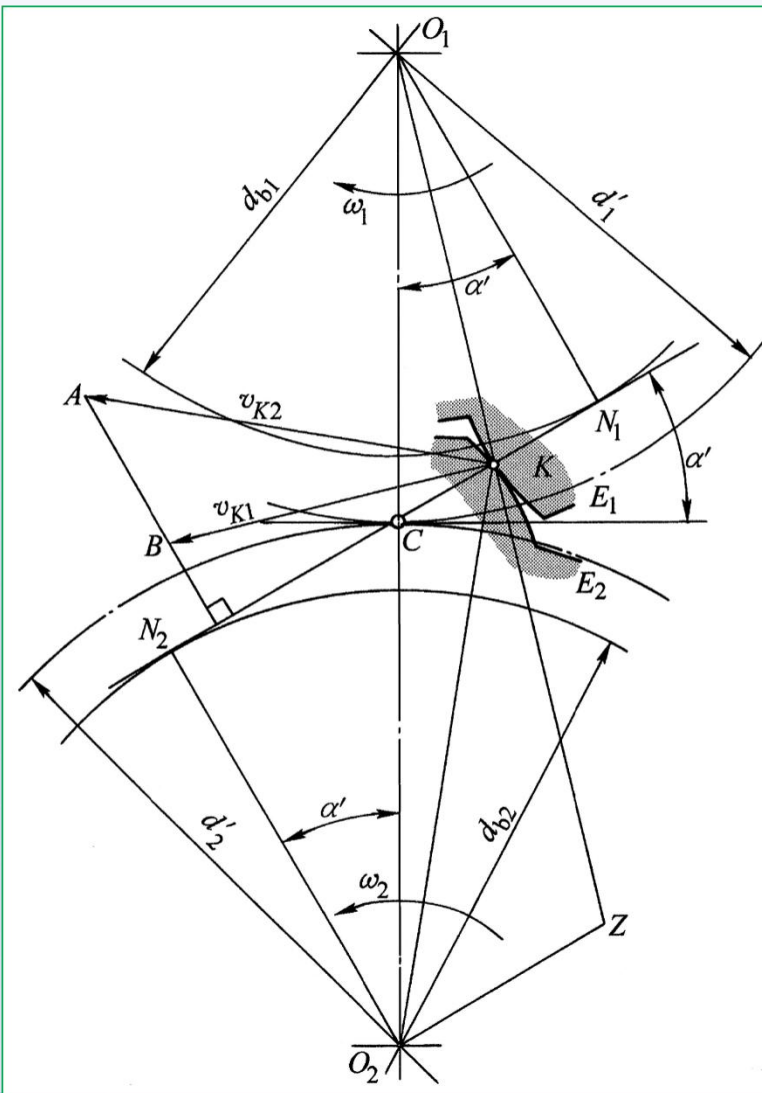
一、节点、节圆、啮合线和啮合角

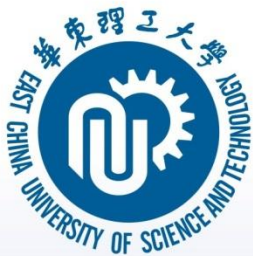
齿廓无论在何处接触，其接触点 K 均应在两基圆的内公切线 N_1N_2 上，故称直线 N_1N_2 为啮合线。

啮合线 N_1N_2 与两轮节圆的内公切线所夹的锐角 α' 称为啮合角。

啮合角在数值上等于齿廓在节点处的压力角。

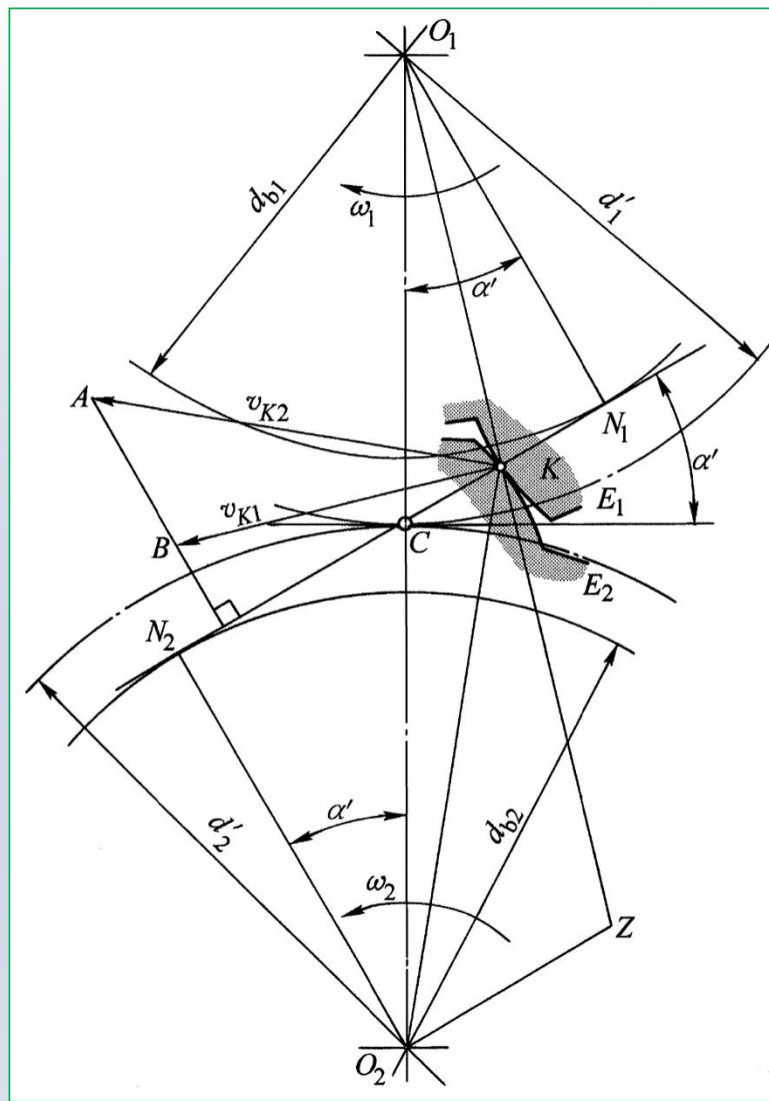
齿轮只有在相互啮合啮合时，才有节圆和啮合角，单个齿轮没有节圆和啮合角。

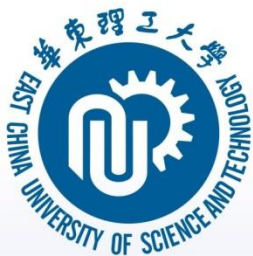




一、节点、节圆、啮合线和啮合角

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\overline{O_2C}}{\overline{O_1C}}$$





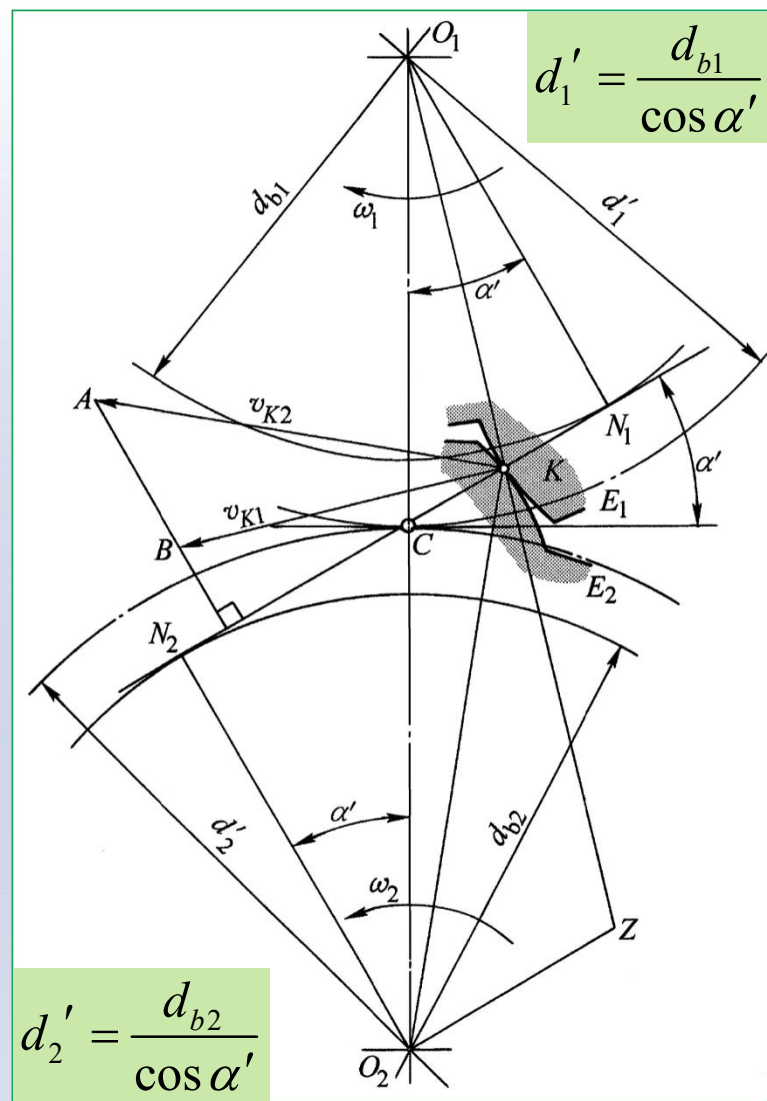
第3节 渐开线齿轮传动即齿廓啮合特性

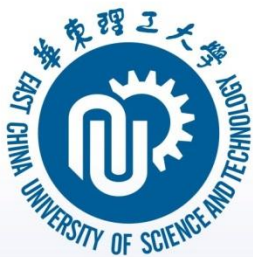
二、渐开线齿廓啮合特性

2. 中心距可分性

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\overline{O_2C}}{\overline{O_1C}} = \frac{d_2'}{d_1'} = \frac{d_{b2}}{d_{b1}}$$

渐开线齿轮传动的传动比等于两轮基圆直径的反比。由于制造、安装误差等因素，使齿轮传动的实际中心距与设计值有微小的差异；但渐开线齿轮制成后，其基圆直径不再改变。即使实际中心距有误差，传动比仍保持不变，此即渐开线齿轮传动的中心距可分性。





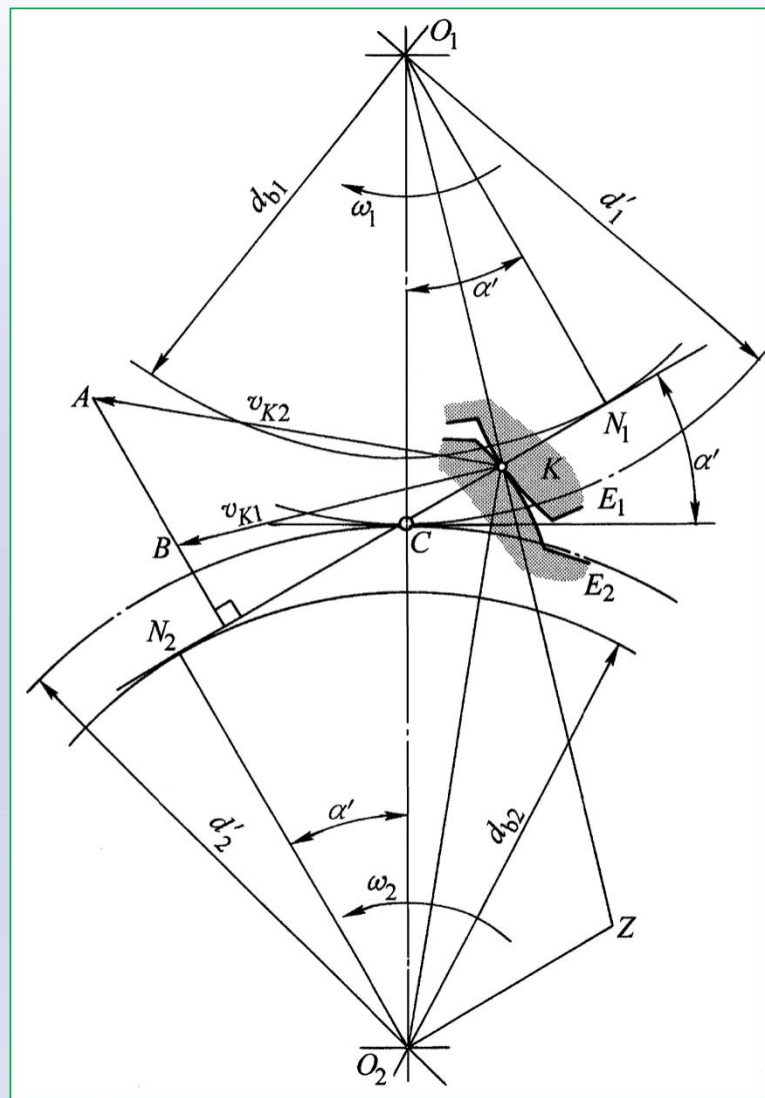
第3节 渐开线齿轮传动即齿廓啮合特性

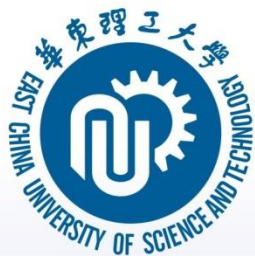
二、渐开线齿廓啮合特性

3. 齿廓间的相对滑动

两齿廓接触点K在其公法线上的分速度必须相等，但在其公切线上的分速度却不一定相等。因此，在啮合传动时，齿廓间将产生相对滑动，从而引起摩擦损失并导致齿面磨损。

两齿轮在节点处的速度相等，因此节点处齿廓间没有相对滑动。距节点越远，齿廓间的相对滑动速度越大。





第4节 渐开线齿廓正确啮合和连续传动的条件

一、渐开线齿廓正确啮合的条件

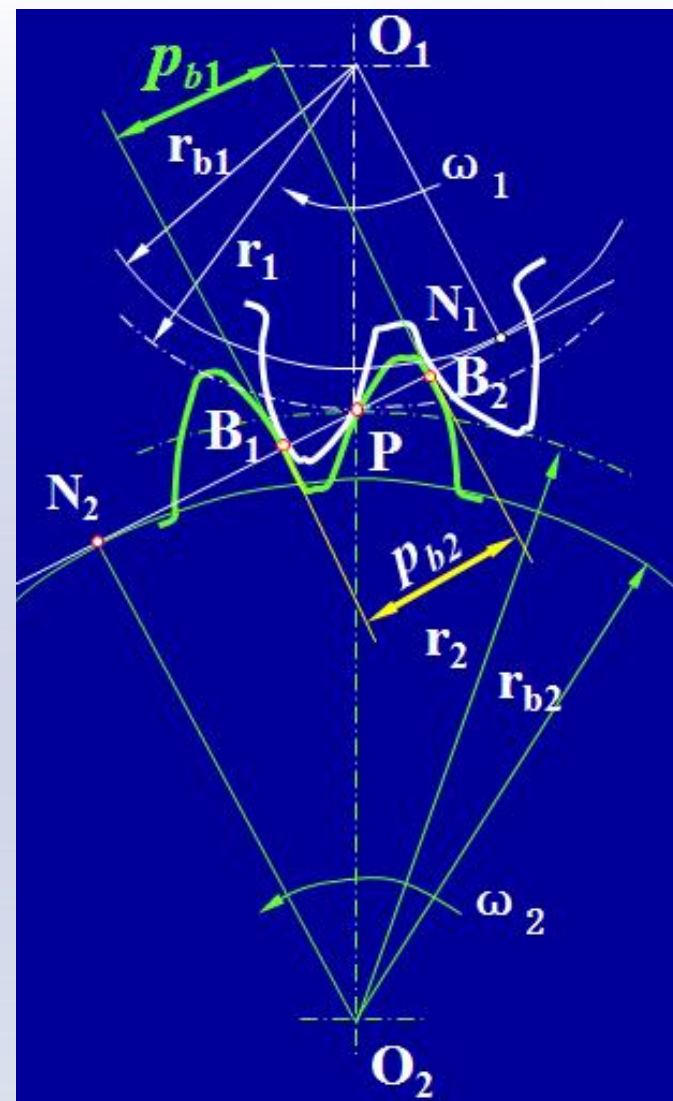
一对渐开线齿轮啮合传动， N_1N_2 是啮合线，前一对轮齿在 B_1 点接触，后一对轮齿在 B_2 点接触。要使齿轮正确啮合，两齿轮的**法向齿距** B_1B_2 必须相等。

由渐开线的性质可以，两齿轮的法向齿距分别等于各自的基圆齿距，即 $p_{b1} = p_{b2}$ ，

而

$$p_{b1} = \frac{\pi d_{b1}}{z_1} = \frac{\pi d_1 \cos \alpha_1}{z_1} = \pi m_1 \cos \alpha_1$$

$$p_{b2} = \frac{\pi d_{b2}}{z_2} = \frac{\pi d_2 \cos \alpha_2}{z_2} = \pi m_2 \cos \alpha_2$$





第4节 渐开线齿廓正确啮合和连续传动的条件

因此，渐开线齿轮正确啮合的条件可以写成：

$$m_1 \cos \alpha_1 = m_2 \cos \alpha_2$$

模数和压力角都已标准化，因此实际上渐开线齿轮正确啮合的条件为：两齿轮上的压力角和模数分别相等，并等于标准值，

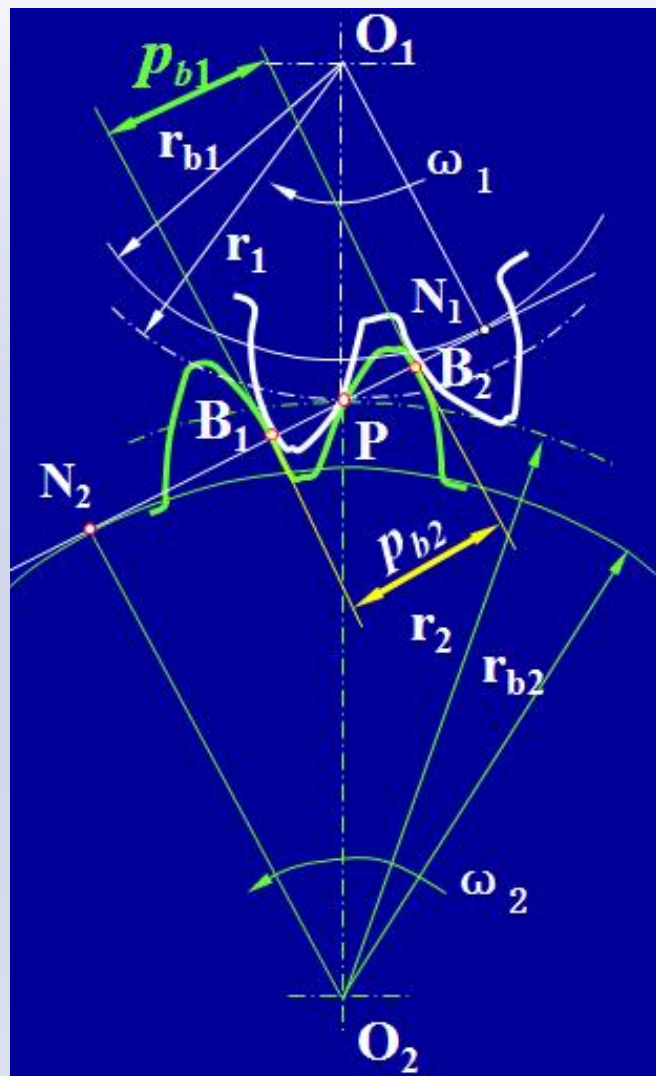
即

$$m_1 = m_2 = m$$

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$$

根据渐开线齿轮正确啮合的条件，传动比还可以表示为：

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_{b2}}{d_{b1}} = \frac{d_2 \cos \alpha}{d_1 \cos \alpha} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{mz_2}{mz_1} = \frac{z_2}{z_1}$$



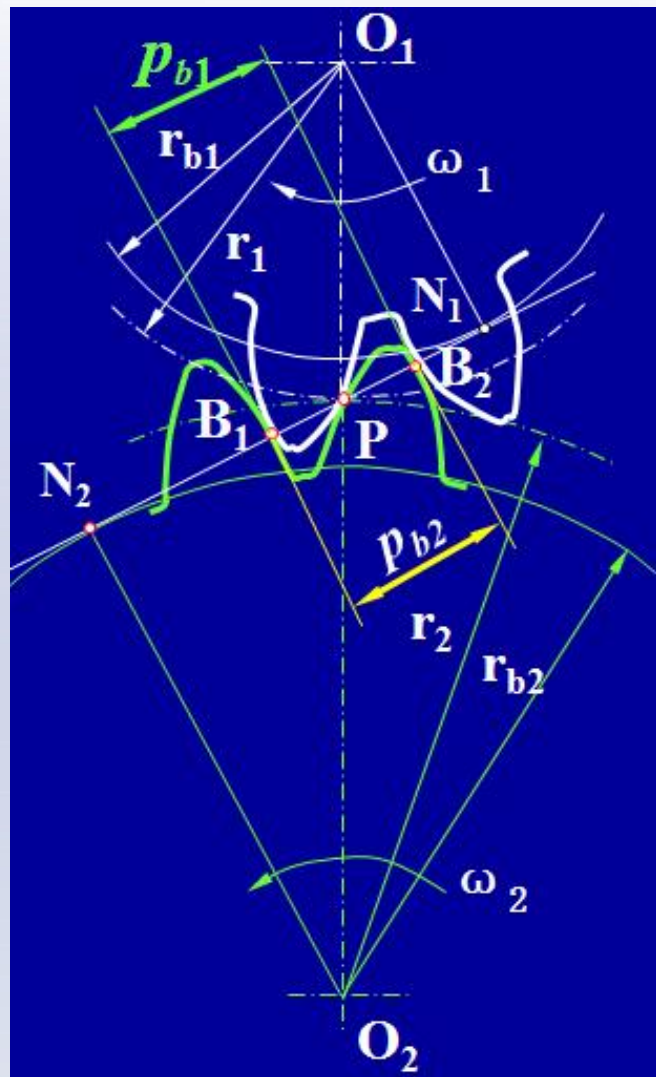


第4节 渐开线齿廓正确啮合和连续传动的条件

一对正确啮合的标准齿轮，一个齿轮的**分度圆齿厚**等于另一个齿轮的**分度圆齿槽宽**，所有在安装时，只有使两轮的分度圆相切，即**分度圆与节圆重合**，才能使齿侧的理论间隙为零。这时的中心距 a 称为正确安装的标准中心距，且

$$a = \frac{1}{2}(d_1' + d_2') = \frac{1}{2}(d_1 + d_2) = \frac{m}{2}(z_1 + z_2)$$

标准齿轮正确安装时，**啮合角**在数值上**等于**分度圆上的**压力角**，即 $\alpha' = \alpha$ 。





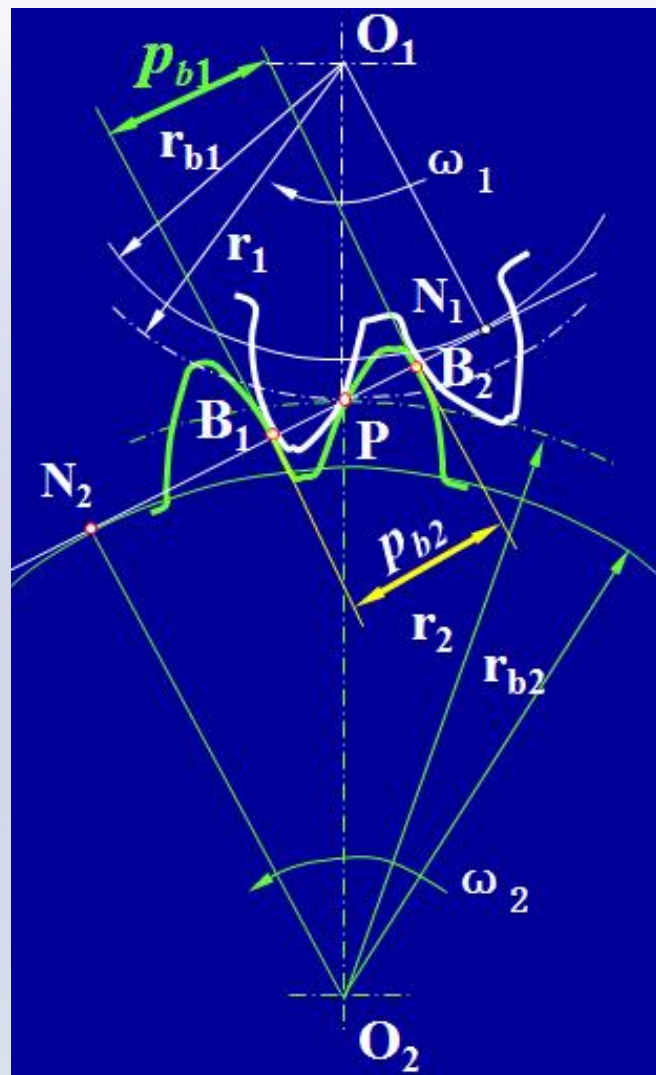
第4节 渐开线齿廓正确啮合和连续传动的条件

二、渐开线齿廓连续传动的条件

1. 实际啮合线段与理论啮合线段

一对齿廓的啮合由从动轮2的齿顶圆与啮合线 N_1N_2 的交点 B_2 开始，这时齿轮1的根部推压齿轮2的齿顶。随着齿轮的转动，两齿廓的啮合点沿着啮合线向左下方移动。当啮合点移到主动轮1的齿顶圆与啮合线 N_1N_2 的交点 B_1 时，这对齿廓将终止啮合。

$\overline{B_1B_2}$ 是齿廓啮合的**实际啮合线段**，而 $\overline{N_1N_2}$ 是理论上可能的最大啮合线，称为**理论啮合线段**。



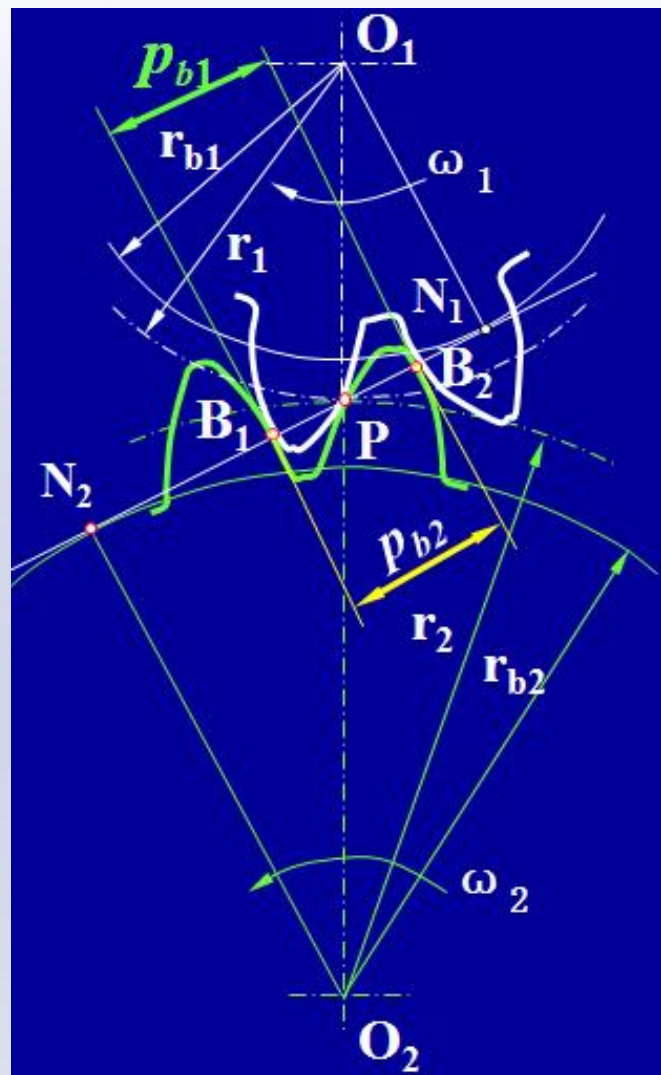


第4节 渐开线齿廓正确啮合和连续传动的条件

2. 连续传动条件

一对轮齿在啮合的终止点 B_1 之前啮合时，后一对轮齿就已经到达啮合的起始点 B_2 ，则传动能连续进行。这时实际啮合线的长度 $\overline{B_1B_2}$ 大于齿轮的法向齿距 P_{b2} 。

若 $\overline{B_1B_2}$ 的长度小于齿轮的法向齿距，则前一对轮齿在 B_1 点脱离啮合时，后一对轮齿尚未到达啮合的起始位置 B_2 ，传动就要中断，并将产生冲击。





第4节 渐开线齿廓正确啮合和连续传动的条件

2. 连续传动条件

一对齿轮**连续传动的条件**：实际啮合线段 $\overline{B_1B_2}$ 的长度大于或等于齿轮的法向齿距 p_{b2} ，而 $p_{b1} = p_{b2} = p_b$ ，即齿轮连续传动的条件为：

$$\varepsilon = \frac{\overline{B_1B_2}}{p_b} \geq 1$$

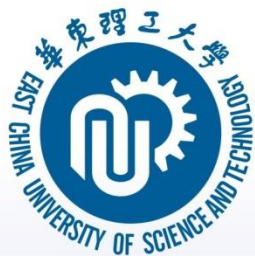
ε 定义为重合度

理论上 $\varepsilon = 1$ ，就可以保证一对齿轮连续传动，但实际上考虑齿轮的制造、安装误差和啮合中齿轮的变形，实际上应使 $\varepsilon > 1$ 。一般机械制造中常使 $\varepsilon = 1.1 \sim 1.4$ 。



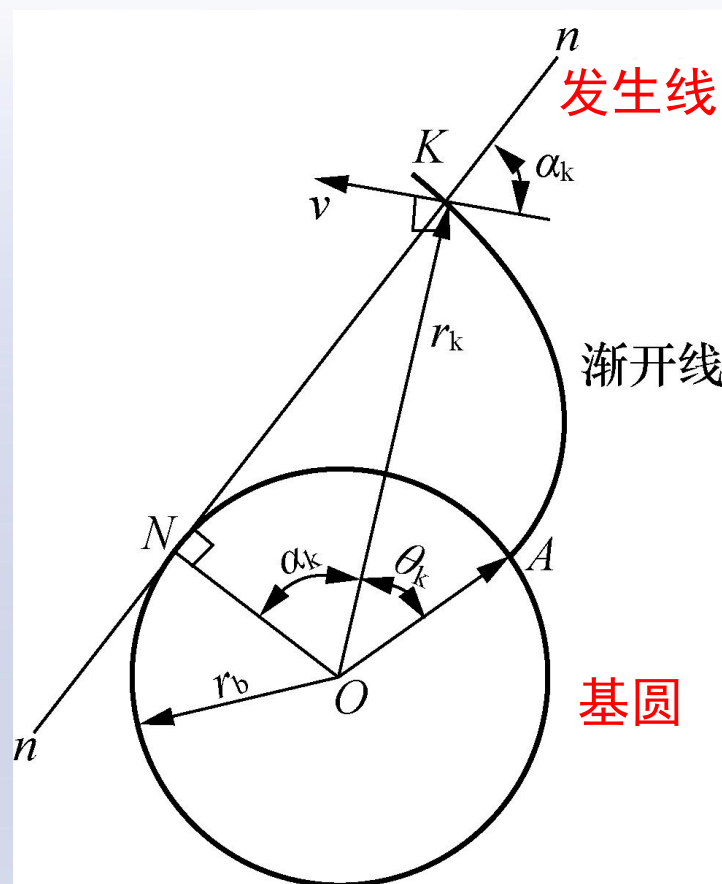
第4节 渐开线齿廓正确啮合和连续传动的条件

【例3-1】一对外啮合标准直齿圆柱齿轮传动，齿数 $z_1=20$ ，传动比 $i=3.5$ ，模数 $m=5\text{mm}$ ，求两齿轮的分度圆直径、齿顶圆直径、齿根圆直径、齿距、齿厚及中心距。



第4节 渐开线齿廓正确啮合和连续传动的条件

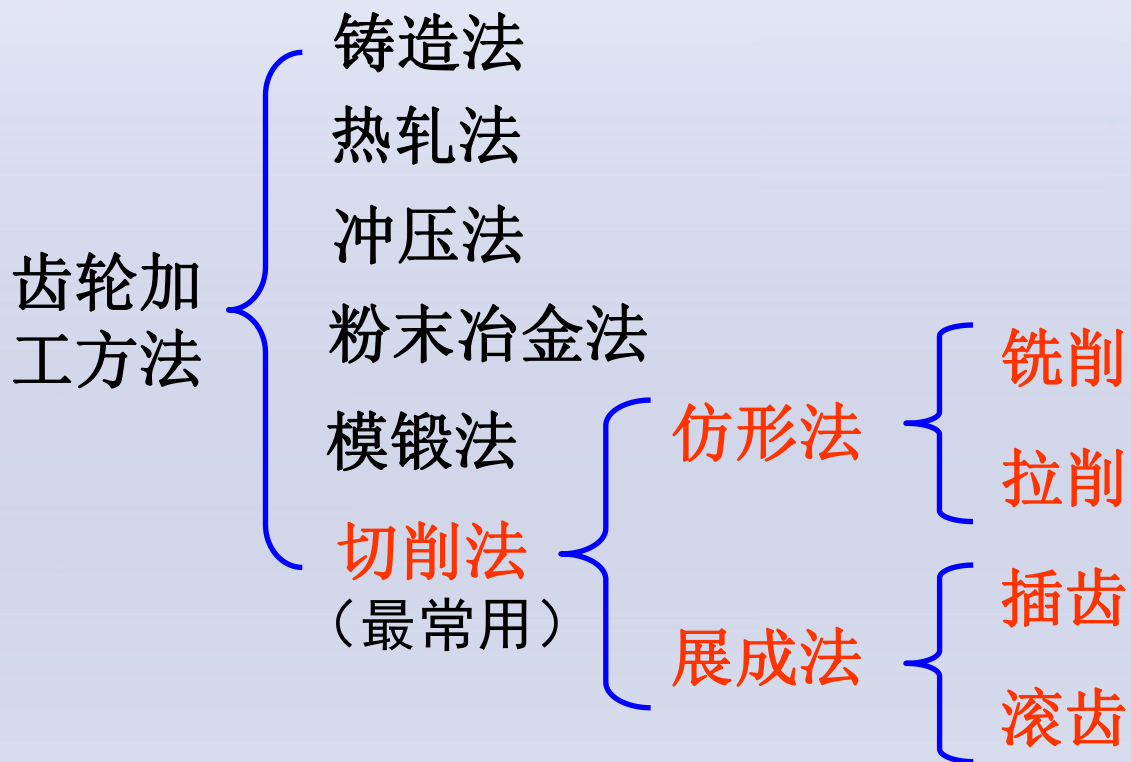
【例3-2】现有一正常齿标准直齿圆柱齿轮，测得齿顶圆直径 $d_a=134.8\text{mm}$ ，齿数 $z=25$ ，求齿轮的模数 m ，分度圆上渐开线的曲率半径 ρ 及直径 $d_K=130\text{mm}$ 圆周上渐开线的压力角 α_K 。





第5节 渐开线齿轮轮齿的切削加工

渐开线轮齿加工方法



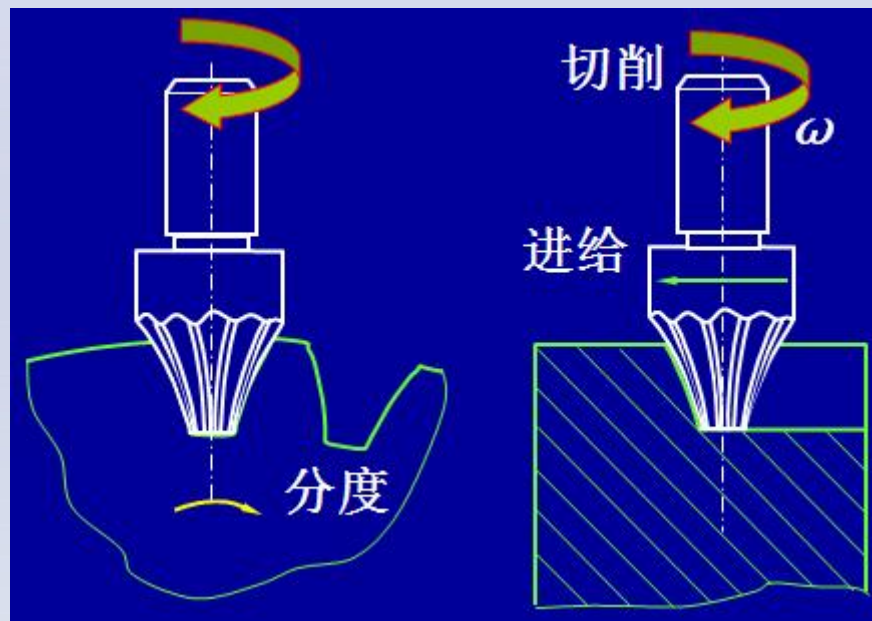
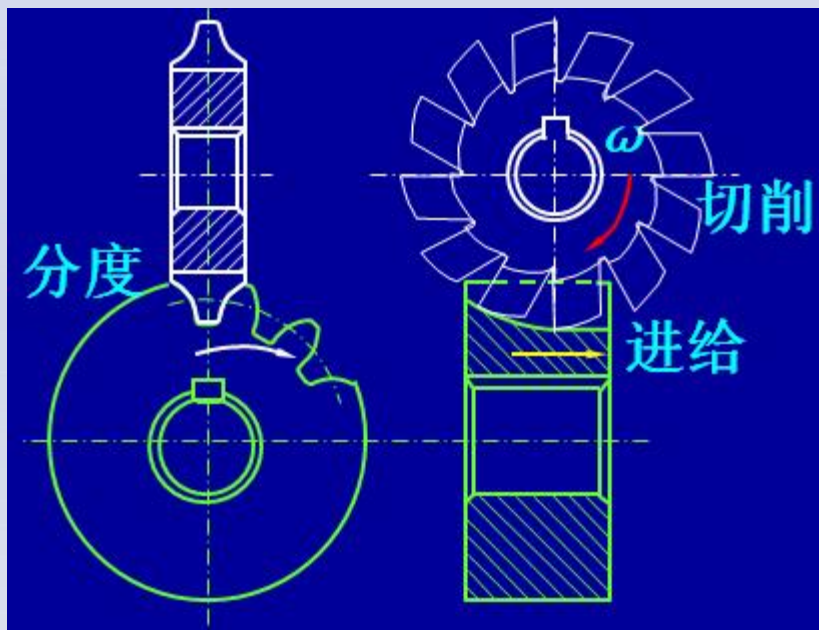


第5节 渐开线齿轮轮齿的切削加工

一、轮齿的切削加工原理

1. 仿形法

——最简单的切齿方法。轮齿在普通铣床上用**盘状齿轮铣刀**或**指状齿轮铣刀**铣出的。

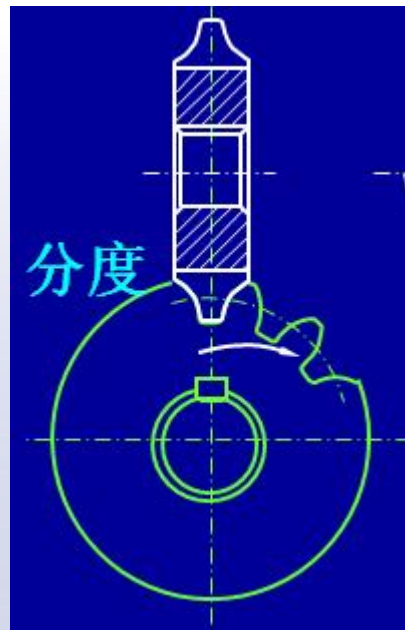




第5节 渐开线齿轮轮齿的切削加工

1. 仿形法

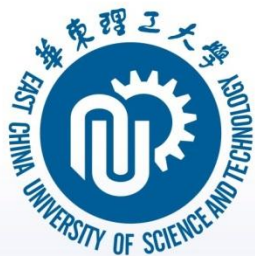
铣刀的轴平面形状与齿轮的齿槽形状相同，铣齿时，把齿轮毛坯安装在铣床工作台上，铣刀绕自身的轴线旋转，同时齿轮毛坯随铣床工作台沿齿轮轴线方向作直线移动。铣出一个齿槽后，齿轮毛坯转过 $360^\circ/z$ 再铣第二个齿槽，直至加工出全部轮齿。



特点及应用：

加工方法简单，不需要专门的齿轮加工设备；缺点是加工出的齿形不够准确，轮齿的分度不易均匀，生产率低。

只适用于修配、单件生产及加工精度要求不高的齿轮。



第5节 渐开线齿轮轮齿的切削加工

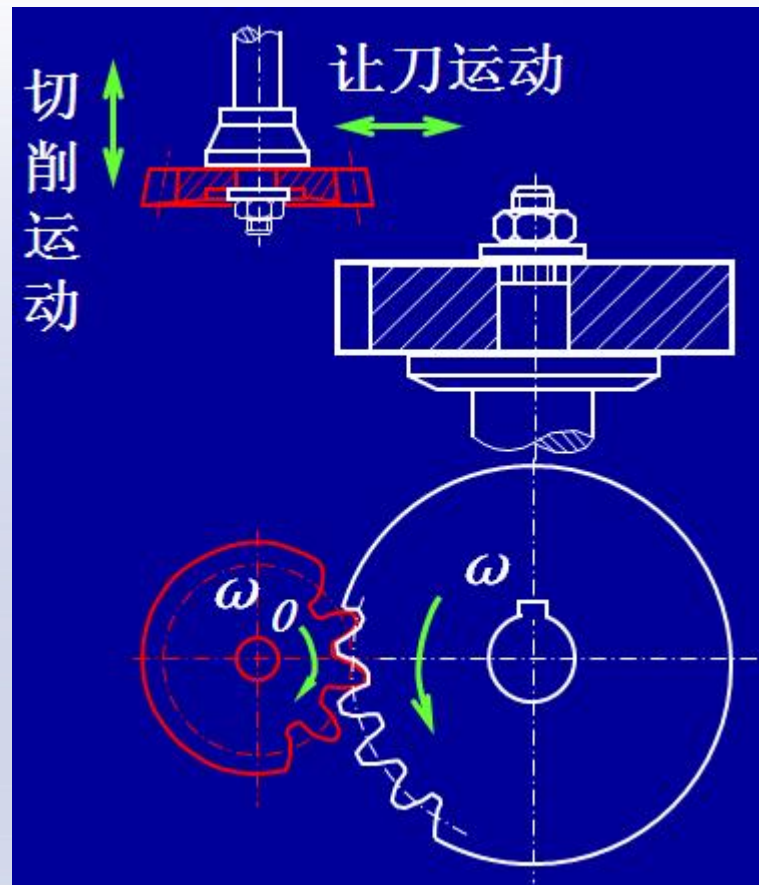
2. 展成法

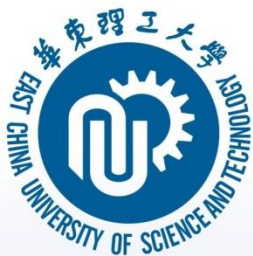
——利用轮齿的**啮合原理**切削轮齿齿廓。采用的刀具有插齿刀和滚刀，因此称插齿加工和滚齿加工。加工精度较高，是目前轮齿切削加工的主要方法。

1) 插齿加工

插齿刀：一个在轮齿上磨出前、后角而产生切削刃的齿轮，其模数和压力角与被加工齿轮相同，刀具齿顶比传动齿轮高出顶隙 c 的距离。

加工过程中，插齿刀作上下往复切削运动的同时，通过机床转动系统迫使刀具与被加工的齿轮轮坯模仿一对齿轮的传动作相对运动，直至切出全部齿槽。





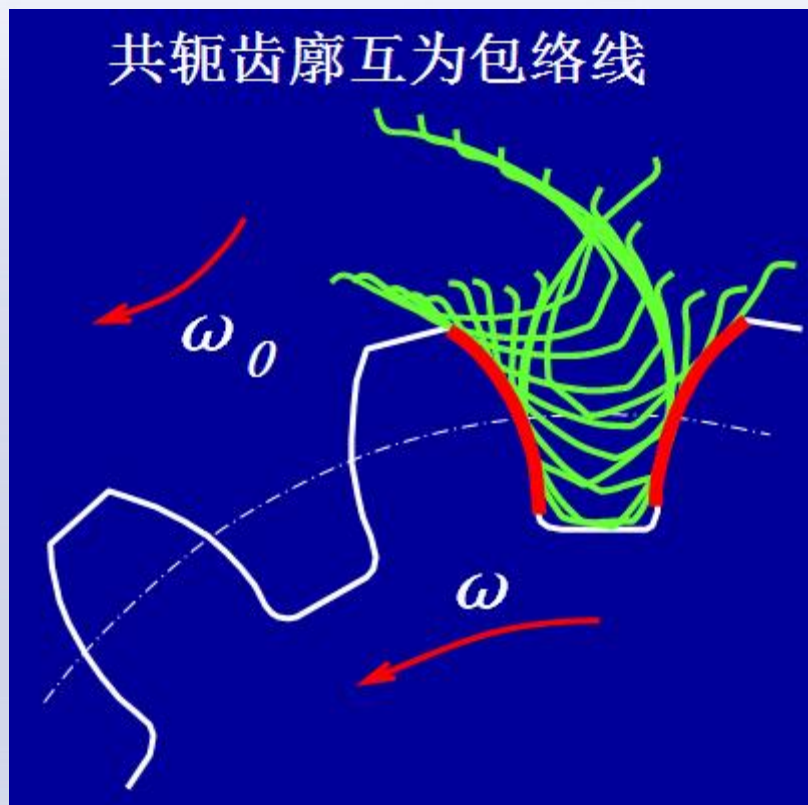
第5节 渐开线齿轮轮齿的切削加工

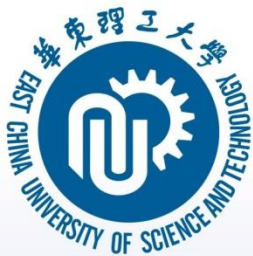
1) 插齿加工

切削出的轮齿齿廓，是插齿刀相对轮坯运动过程中切削刃各位置的包络线，是标准的渐开线齿形。

特点：加工的齿形准确，分度均匀，但由于有空回行程，是间断切削，生产率不高，加工斜齿轮也不方便。

应用：加工双联或三联齿轮，也可以加工内齿轮。



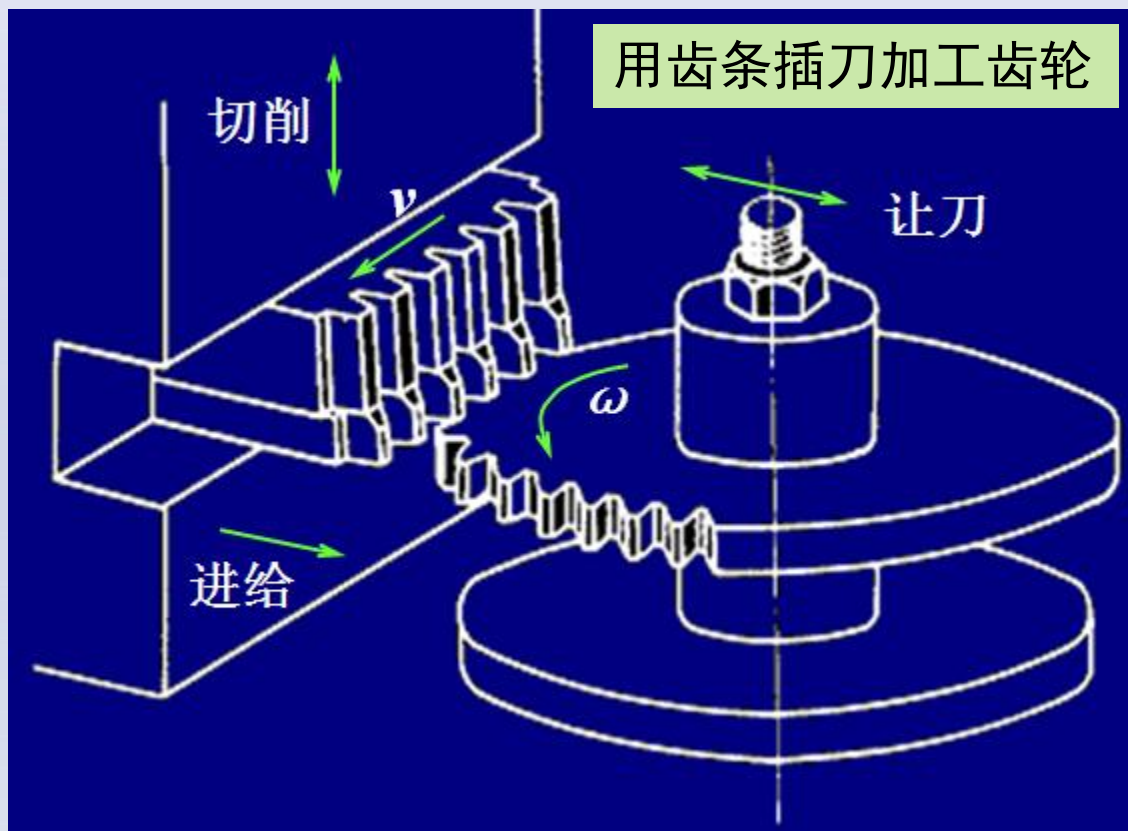


第5节 渐开线齿轮轮齿的切削加工

2) 滚齿加工

当插齿刀的齿数增加到无穷多时，其基圆半径为无穷大，插齿刀的齿廓成为直线，插齿刀变为**齿条插刀**。

由于齿条插刀的长度有限，难以加工齿数较多的齿轮，为此，采用**滚刀**在滚齿机上加工齿轮。





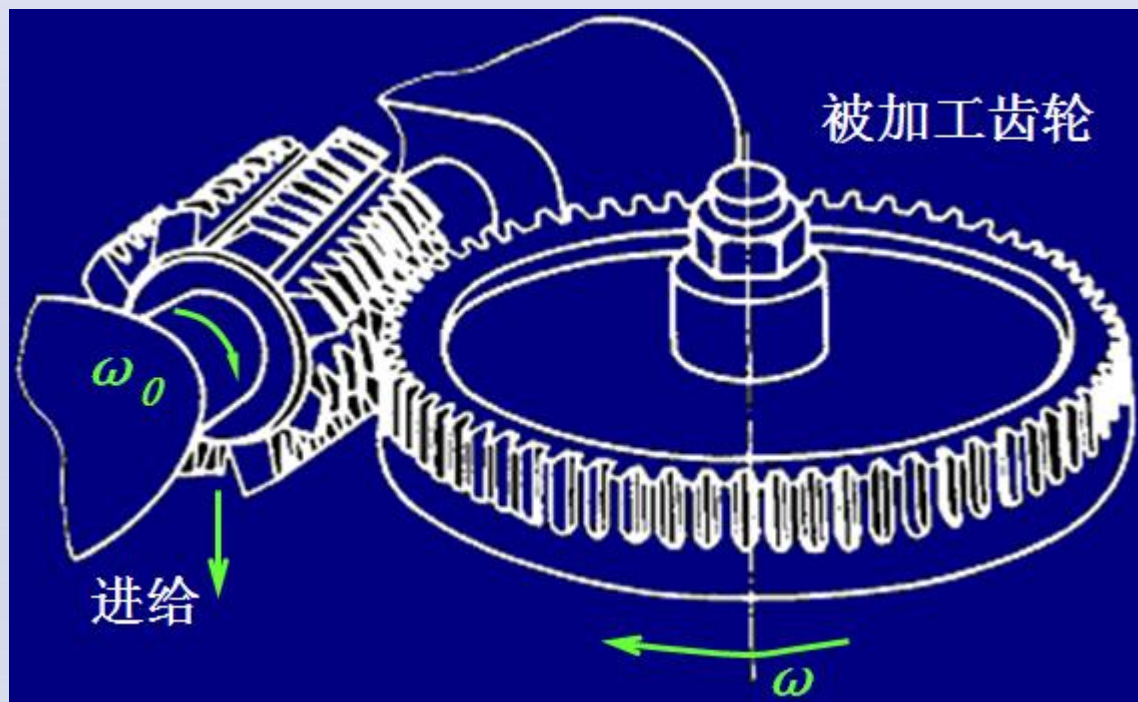
第5节 渐开线齿轮轮齿的切削加工

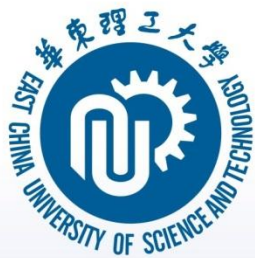
2) 滚齿加工

滚刀：类似于开了纵向沟槽的螺杆，开沟槽的目的是为了产生切削力，滚刀轴平面的齿形与齿条插刀相同。

滚刀转动时，相当于齿条插刀连续地向一个方向移动，齿轮轮坯相当于与齿条插刀作啮合运动的齿轮，滚刀按照啮合原理在齿轮轮坯上连续切出渐开线齿廓。同时，

滚刀沿着齿轮轮坯作轴向缓慢移动，切出整个齿宽的齿廓。





第5节 渐开线齿轮轮齿的切削加工

2) 滚齿加工

滚刀：滚刀轴剖面相当于齿条。



特点及应用：加工精度高，滚刀连续切削，没有空回行程，生产率高，还可以加工斜齿轮，目前应用较广。但不能切削双联或三联齿轮，也不能切削内齿轮。



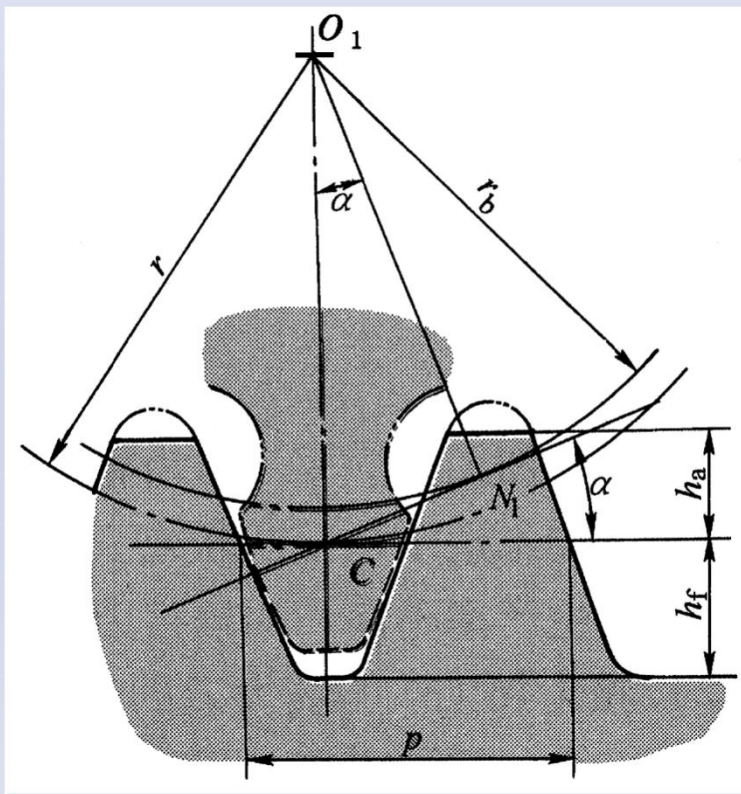
第5节 渐开线齿轮轮齿的切削加工

二、切齿干涉和最少齿数

用展成法加工齿轮时，若齿数太少，刀具顶线就会超过理论啮合线的上界点 N_1 ，这时切削刃将会切去一部分齿轮根部的渐开线齿廓，这种现象称为切齿干涉（或称根切）。

切齿干涉的后果：

- ①削弱轮齿的抗弯强度；
- ②使重合度 ε 下降。





第5节 渐开线齿轮轮齿的切削加工

二、切齿干涉和最少齿数

可以推导，用齿条刀具加工渐开线直齿圆柱齿轮时，不发生切齿干涉的**最少齿数**为：

$$z_{\min} = \frac{2h_a^*}{\sin^2 \alpha}$$

对**正常齿标准直齿圆柱齿轮**， $\alpha=20^\circ$ ， $h_a^*=1$ ，则 $z_{\min}=17$ ，**即不发生切齿干涉的最少齿数为17。**



第6节 轮齿的失效形式和齿轮材料

一、轮齿的失效形式

齿轮的轮齿是传递运动和动力的关键部位，也是齿轮的薄弱环节，故齿轮的失效主要发生在轮齿上。

轮齿的失效形式：

1. 轮齿折断
2. 齿面疲劳点蚀
3. 齿面胶合
4. 齿面磨粒磨损
5. 齿面塑性变形



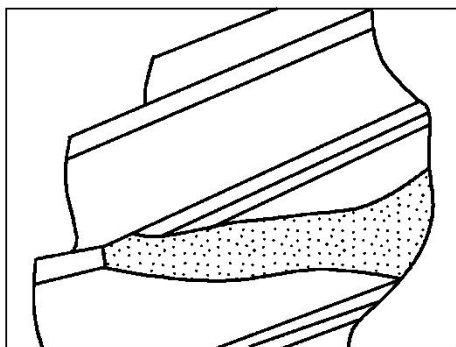
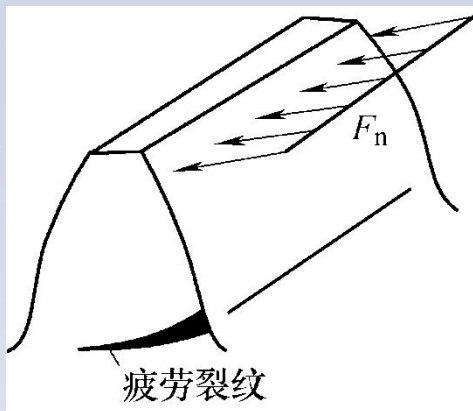
第6节 轮齿的失效形式和齿轮材料

1. 轮齿折断

——轮齿失效中最危险的一种形式，不仅导致齿轮传动丧失工作能力，还可能引起设备和人身安全事故。

1) **疲劳折断**：齿轮工作时，轮齿根部受到**循环变化的弯曲应力**，当齿根处最大应力超过齿轮的**弯曲疲劳极限应力**时，齿根部分产生疲劳裂纹，并逐步扩展，最终造成轮齿疲劳断裂。

2) **过载折断**：轮齿过载或受冲击载荷作用时，突然弯曲折断。

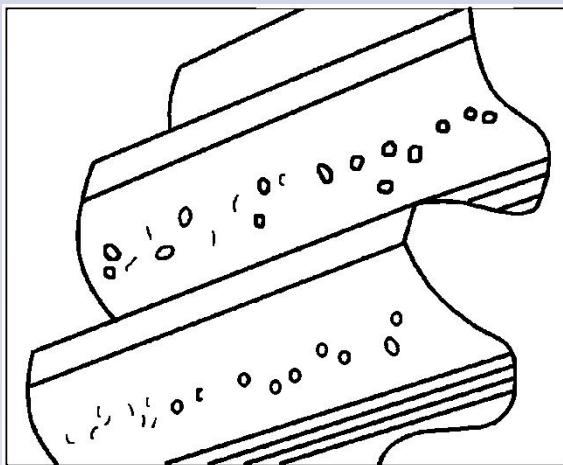




第6节 轮齿的失效形式和齿轮材料

2. 齿面疲劳点蚀

轮齿工作时，齿廓曲面上将产生循环变化的接触应力。当接触应力超过表层材料的接触疲劳极限时，齿面就会出现疲劳点蚀（麻点状凹坑）。疲劳点蚀一般多出现在齿根表面靠近节线处。
齿面疲劳点蚀是闭式软齿面齿轮传动的主要失效形式。

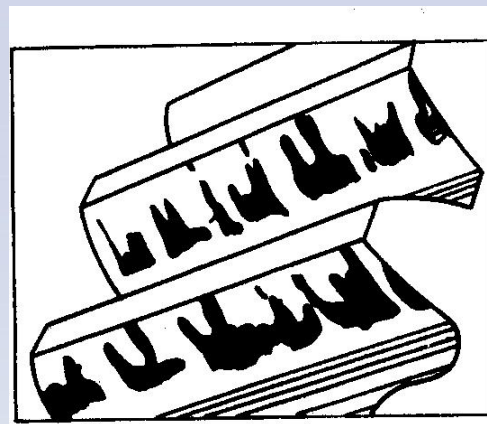
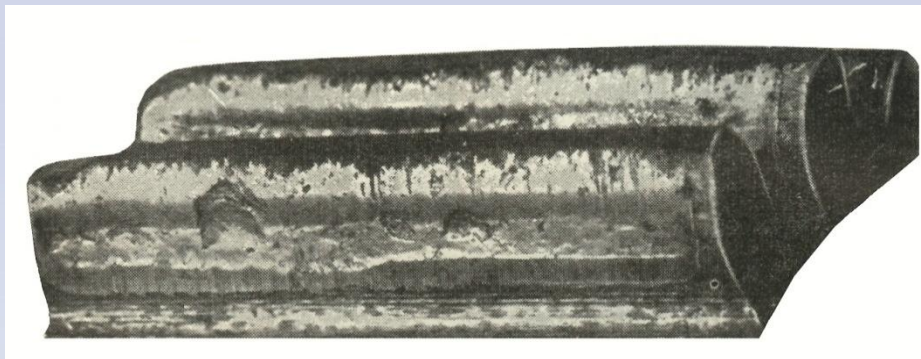




第6节 轮齿的失效形式和齿轮材料

3. 齿面胶合

正常工作时，齿轮齿面被润滑油覆盖着。在**低速、重载**时，齿面不易形成润滑油膜；在**高速、重载**时，由于啮合区的温升使润滑油粘度降低，使润滑油膜破裂。这些都会导致两齿面金属直接接触，出现峰点粘着现象。随着齿面间的相对滑动，粘着点被撕脱，从而在较软齿面上留下与滑动方向已知的粘撕沟痕，这种现象称为**胶合**。



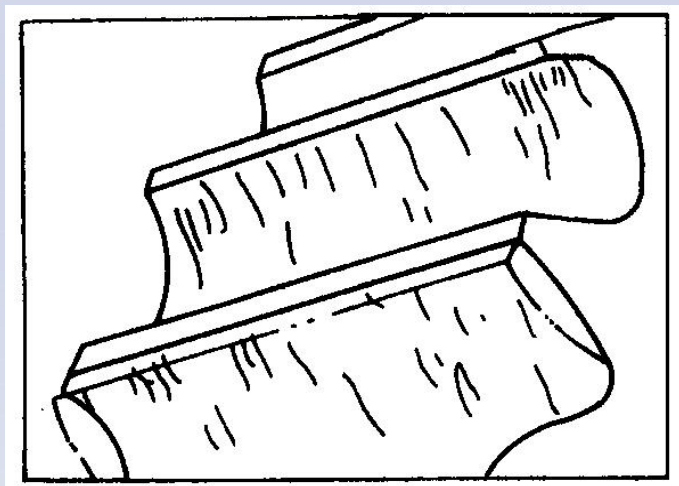


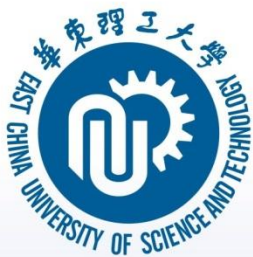
第6节 轮齿的失效形式和齿轮材料

4. 齿面磨粒磨损

当轮齿工作面间落入灰尘、硬屑等磨料物质时，会引起齿面磨损。磨损后，正确齿廓形状遭到破坏，引起冲击、振动和噪声，且齿厚减薄，最后导致轮齿因强度不足而折断。

磨损是开式齿轮传动的主要失效形式。



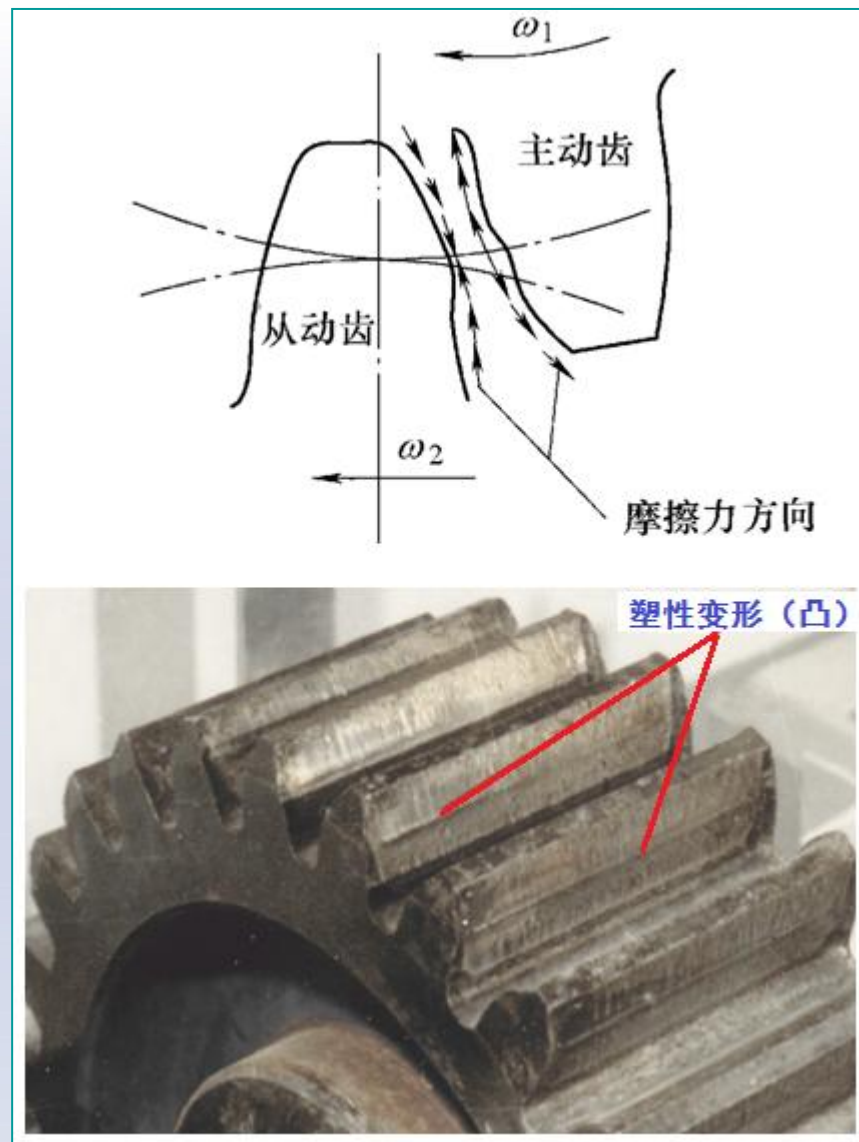


第6节 轮齿的失效形式和齿轮材料

5. 齿面塑性变形

在**重载**作用下，较软的齿面在节线处产生局部的塑性变形，使齿面失去正确的齿形，导致噪声和振动增大，从而破坏齿轮的正常啮合传动。

这种失效常发生在**低速、重载**和**频繁启动**的**软齿面**传动中。





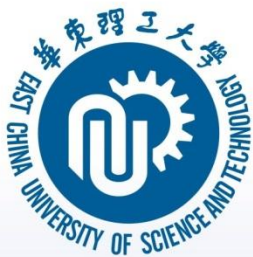
第6节 轮齿的失效形式和齿轮材料

二、齿轮的材料

➤ 齿轮材料的基本要求

由轮齿的失效形式可知，**齿面**应具有较高的抗疲劳点蚀、耐磨损、抗胶合以及抗塑性流动的能力，**齿根**要有较高的抗折断能力。因此，齿轮材料应具有齿面硬度高、齿芯韧性好的基本性能。

此外，还应具有良好的加工性能，以便获得较高的表面质量和精度，而且热处理变形小。



第6节 轮齿的失效形式和齿轮材料

➤ 齿轮的常用材料

常用的齿轮材料是锻钢，其次是铸钢和铸铁，某些情况下也采用非金属材料，如尼龙、聚甲醛等。

1、 锻钢

钢制齿轮的毛坯一般用锻造方法获得，锻钢金属内部组织细密。按齿面硬度不同，锻钢齿轮可分为两类：

(1) 软齿面齿轮 （齿面硬度 $\leq 350\text{HBS}$ ，或 38HRC ）

(2) 硬齿面齿轮 （齿面硬度 $> 350\text{HBS}$ ，或 38HRC ）

2、 铸钢

3、 铸铁



第6节 轮齿的失效形式和齿轮材料

(1) 软齿面齿轮

齿轮常采用35、45、40Cr、35SiMn等中碳钢或中碳合金钢，经调质或正火后再进行切削精加工。

由于小齿轮轮齿的啮合次数较大齿轮多，并且在标准齿轮传动中，小齿轮齿根厚度较小，所以小齿轮的齿面硬度最好比大齿轮齿面硬度高出30~50HBS。

这类齿轮制造工艺简单，多用于对强度、硬度和精度没有过高要求的一般机械中。



第6节 轮齿的失效形式和齿轮材料

(2) 硬齿面齿轮

齿轮常采用20Cr、20CrMnTi等低碳合金钢表面渗碳淬火，或45、40Cr等中碳钢、中碳合金钢表面淬火，齿面硬度通常为40~65HRC，而齿芯韧性较好。

因为齿面硬度高，所以要在切齿加工后再进行最终热处理。为了消除热处理引起的轮齿变形，还需对轮齿进行磨削或研磨。

这类齿轮**制造工艺复杂**，多用于高速、重载、要求尺寸和质量较小的机械中，如航空发动机、机床、汽车及拖拉机等。



第6节 轮齿的失效形式和齿轮材料

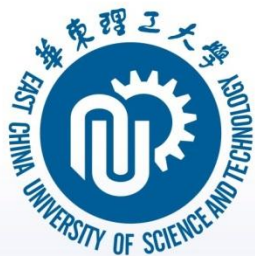
2、 铸钢

当齿轮结构很复杂，或直径大于400mm以上，齿轮毛坯不易锻造时，可采用铸钢，如ZG 270—500、ZG 310—570、ZG 340—640等。

因为铸造收缩率大、内应力大，所以需进行正火或回火处理，以消除其内应力。

3、 铸铁

铸铁中的石墨有自润滑作用，但其抗弯强度和抗冲击能力较低，所以铸铁主要用于开式、低速、轻载、无冲击以及尺寸较大的齿轮传动中。常用的铸铁有HT200、HT300和QT500—7等。



第7节 直齿圆柱齿轮传动的强度计算

一、轮齿的受力和计算载荷

1. 受力分析

一对外啮合直齿圆柱齿轮传动，忽略齿面间的摩擦，以作用在分度圆齿宽中点处的沿啮合线方向的集中法向力 F_n 代替均布载荷。

将 F_n 分解为互相垂直的两个分力，各力的大小为：

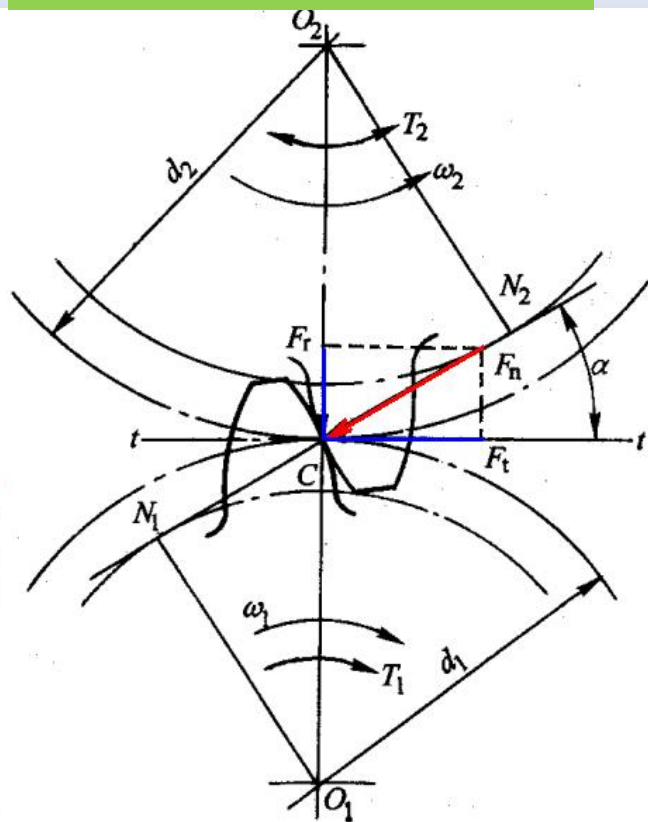
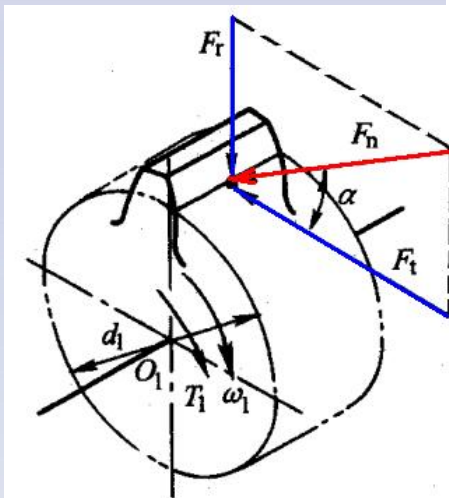
切向力 $F_t = \frac{2T_1}{d_1}$

径向力 $F_r = F_t \tan \alpha$

法向力 $F_n = \frac{F_t}{\cos \alpha} = \frac{2T_1}{d_1 \cos \alpha}$

T_1 : 是作用在小齿轮上转矩;
 d_1 : 是小齿轮分度圆直径;
 α : 分度圆压力角, $\alpha=20^\circ$ 。

小齿轮1是主动齿轮





第7节 直齿圆柱齿轮传动的强度计算

从动轮2上所受的力与主动轮1上所受的力大小相等，方向相反。

各力的作用方向：

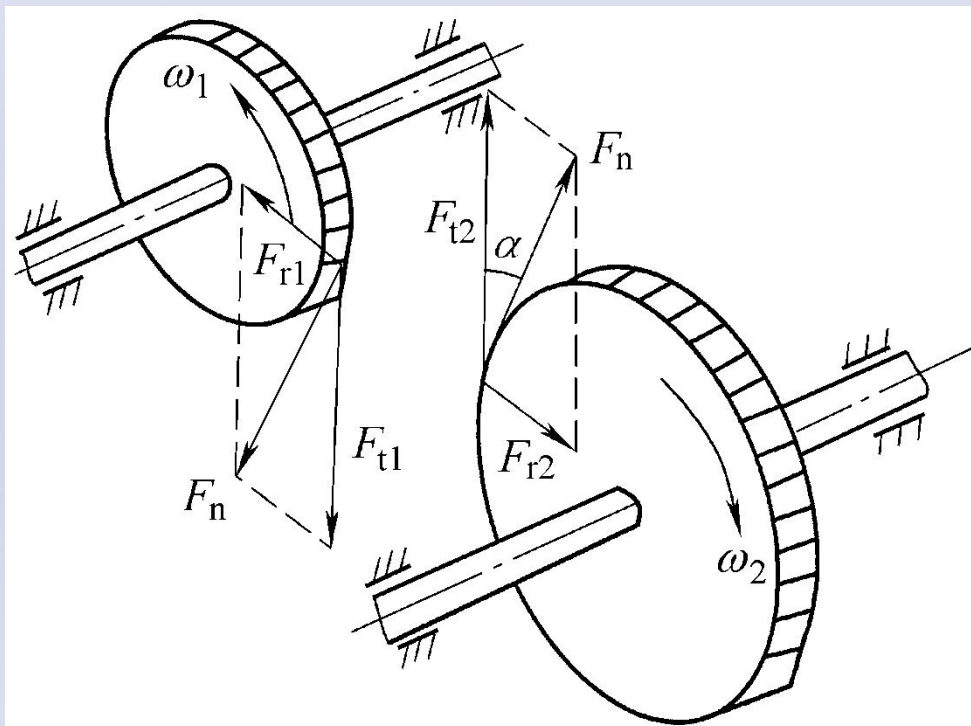
1. 切向力 F_t ：主动轮上圆周力 F_{t1} 的方向与力作用点的运动方向相反，从动轮上圆周力 F_{t2} 的方向与力作用点的运动方向相同。

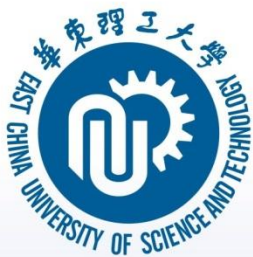
2. 径向力 F_r ：径向力 F_r 的方向，分别指向各自的轮心。

切向力 $F_t = \frac{2T_1}{d_1}$

径向力 $F_r = F_t \tan \alpha$

法向力 $F_n = \frac{F_t}{\cos \alpha} = \frac{2T_1}{d_1 \cos \alpha}$





第7节 直齿圆柱齿轮传动的强度计算

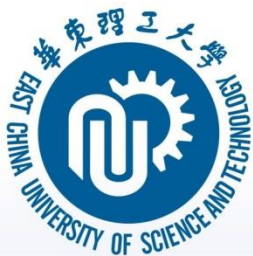
2. 计算载荷与载荷系数

按受力分析计算的法向力 F_n 是**名义载荷**。

实际上，由于制造误差，齿轮、轴、轴承受载后的变形，以及传动中工作载荷和速度的变化，使轮齿上受到的实际载荷大于名义载荷，所以轮齿强度计算应按**计算载荷 F_{nc}** 进行，定义计算载荷为：

$$F_{nc} = KF_n = \frac{2KT_1}{d_1 \cos \alpha}$$

式中， **K 为载荷系数**，粗略计算时可取 $K=1.2\sim 2$ 。当载荷平稳、齿宽系数较小、齿轮相对轴承对称布置、轴的刚性较大、齿轮精度较高以及采用软齿面时，取较小值，反之取较大值，



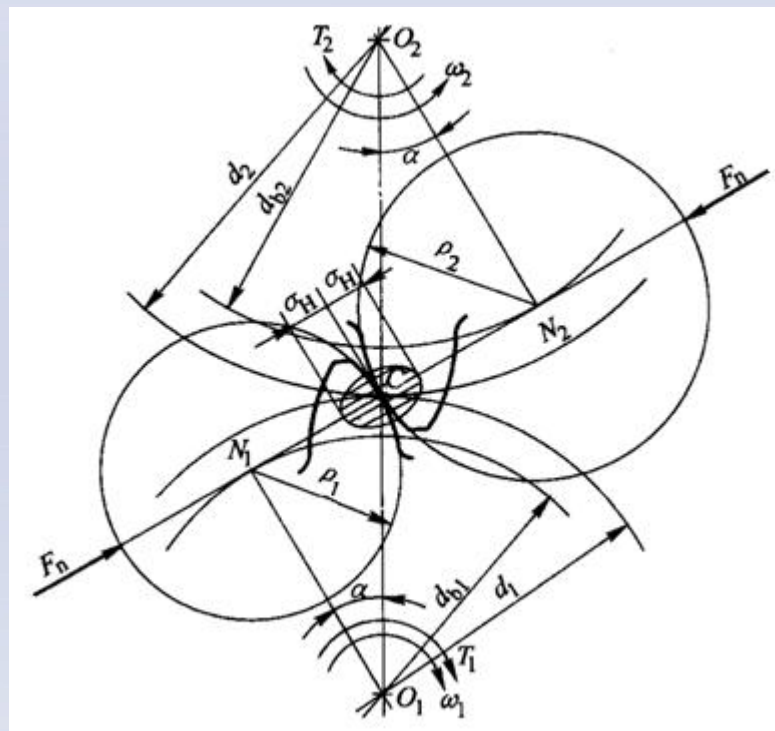
第7节 直齿圆柱齿轮传动的强度计算

二、齿面接触疲劳强度计算

齿面疲劳点蚀与齿面的接触应力有关，齿轮传动在节点处多为**一对轮齿啮合**，实践证明齿面疲劳点蚀多发生在节线附近。因此，选择齿轮传动的**节线处**作为接触应力的计算部位。

将一对齿轮在节线处的啮合，近似地看成半径为 ρ_1 、 ρ_2 的两圆柱体沿齿宽 b 压紧。 ρ_1 、 ρ_2 分别为两渐开线齿廓在节点处的曲率半径。由于弹性变形，接触区实际是一窄平面。由**弹性力学**知，在窄平面的中心，接触应力最大，根据弹性力学中的赫兹（Hertz）公式，其值为：

$$\sigma_H = Z_E \sqrt{\frac{F_n}{b} \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right)}$$





第7节 直齿圆柱齿轮传动的强度计算

对标准直齿圆柱齿轮：

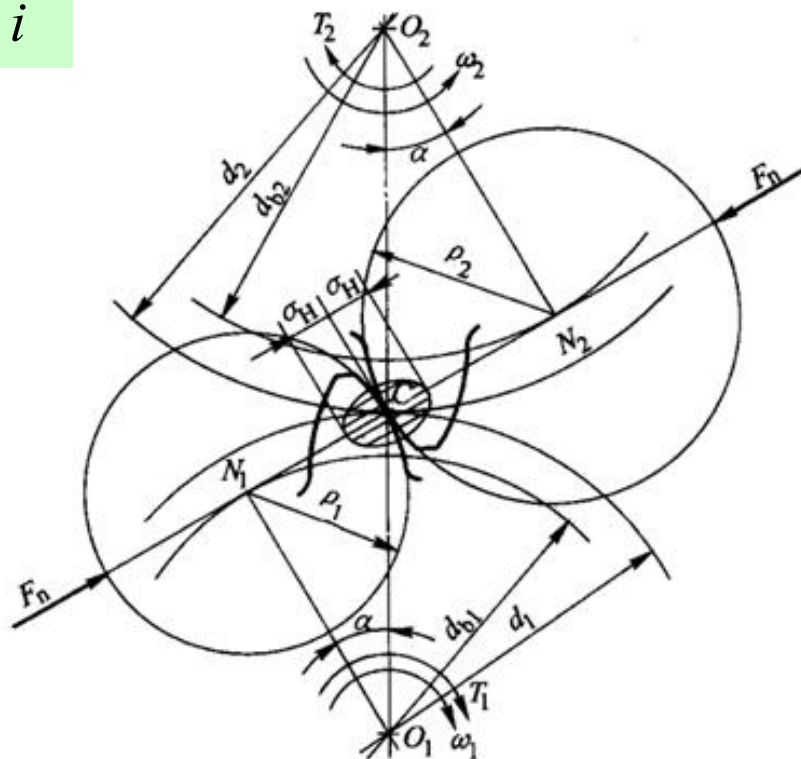
$$\rho_1 = N_1 C = \frac{d_1}{2} \sin \alpha \quad \rho_2 = N_2 C = \frac{d_2}{2} \sin \alpha$$

$$\left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}\right) = \frac{\rho_2 + \rho_1}{\rho_1 \rho_2} = \frac{2(d_2 + d_1)}{d_1 d_2 \sin \alpha} = \frac{2}{d_1 \sin \alpha} \cdot \frac{i+1}{i}$$

用 $F_{nc} = \frac{2KT_1}{d_1 \cos \alpha}$ 代替 F_n ，则

$$\begin{aligned} \sigma_H &= Z_E \sqrt{\frac{F_n}{b} \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}\right)} \\ &= Z_E \sqrt{\frac{2KT_1}{bd_1 \cos \alpha} \left(\frac{2}{d_1 \sin \alpha}\right) \left(\frac{i+1}{i}\right)} \\ &= Z_E \sqrt{\left(\frac{2}{\sin \alpha \cos \alpha}\right) \frac{2KT_1}{bd_1^2} \left(\frac{i+1}{i}\right)} \end{aligned}$$

$$\sigma_H = Z_E \sqrt{\frac{F_n}{b} \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}\right)}$$





第7节 直齿圆柱齿轮传动的强度计算

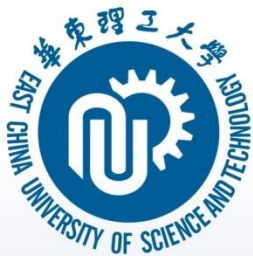
令 $Z_H = \sqrt{\frac{2}{\sin \alpha \cos \alpha}}$ ，得齿面接触疲劳强度校核式

$$\sigma_H = Z_E Z_H \sqrt{\frac{2KT_1}{bd_1^2} \left(\frac{i+1}{i} \right)} \leq [\sigma_H]$$

引入齿宽系数 $\psi_d = b / d_1$ ，得齿面接触疲劳强度设计式

$$d_1 \geq \sqrt[3]{\left(\frac{Z_E Z_H}{[\sigma_H]} \right)^2 \frac{2KT_1}{\psi_d} \left(\frac{i+1}{i} \right)}$$

Z_E 是弹性系数，其值与齿轮的材料有关； Z_H 是节点区域系数，对标准圆柱齿轮传动， $Z_H=2.5$ ； b 是齿轮的有效接触宽度，通常 $b_2=b$ ， $b_1=b+5\sim 10\text{mm}$ ， b_1 、 b_2 分别是小齿轮和大齿轮的齿宽； $[\sigma_H]$ 是许用接触应力，设计时应取两轮中的较小的数值代入式中； i 是传动比； T_1 是主动轮的转矩； d_1 是小齿轮的分度圆直径。

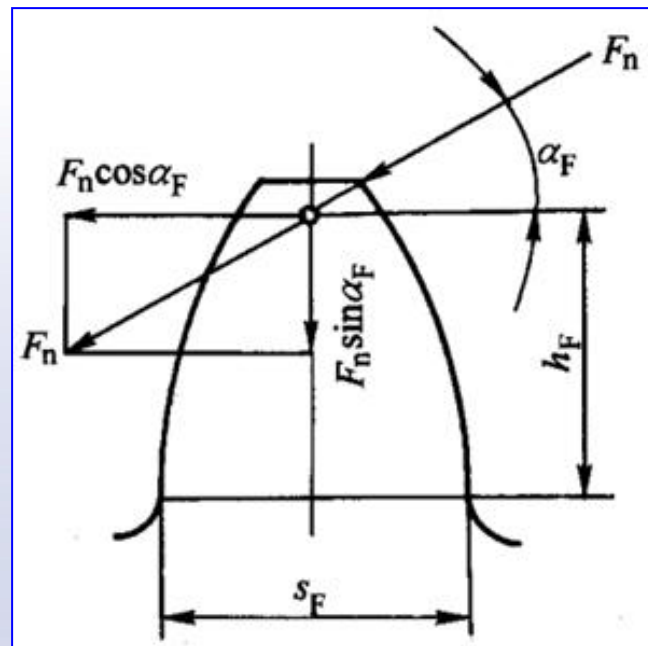


第7节 直齿圆柱齿轮传动的强度计算

三、齿面弯曲疲劳强度计算

轮齿的疲劳折断与齿根弯曲应力有关。在计算齿根弯曲应力时，可以把轮齿看做**悬臂梁**，按最不利的情况考虑：

- (1) 只有一对轮齿承受全部载荷 F_n
- (2) 载荷作用在齿顶上



将 F_n 沿作用线方向移到轮齿中线处，并分解成互相垂直的两个分力。

分力 $F_n \cos \alpha_F$ 使齿根产生弯曲应力和切应力，分力 $F_n \sin \alpha_F$ 使齿根产生压应力。略去切应力和压应力，设轮齿危险截面的厚度为 s_F ，危险截面与分力 $F_n \cos \alpha_F$ 的距离为 h_F ，则危险截面上的弯曲应力为：

$$\sigma_F = \frac{M}{W} = \frac{F_n \cos \alpha_F h_F}{\frac{b}{6} s_F^2}$$



第7节 直齿圆柱齿轮传动的强度计算

以计算载荷 $F_{nc} = \frac{2KT_1}{d_1 \cos \alpha}$ 代替 F_n ，经整理得

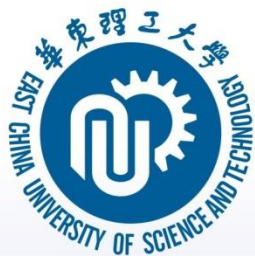
$$\sigma_F = \frac{M}{W} = \frac{F_n \cos \alpha_F h_F}{\frac{b}{6} S_F^2}$$

$$\sigma_F = \frac{2KT_1}{bd_1m} \frac{6(h_F / m) \cos \alpha_F}{(S_F / m)^2 \cos \alpha}$$

令 $Y_{Fa} = \frac{6(h_F / m) \cos \alpha_F}{(s_F / m)^2 \cos \alpha}$ ，称为**齿形系数**，它只与齿形有关，而与模数 m 无关。

再考虑齿根过渡曲线处的应力集中效应，以及切应力和压应力的影响，引入**应力修正系数** Y_{Sa} ，得齿根应力为：

$$\sigma_F = \frac{2KT_1}{bd_1m} Y_{Fa} Y_{Sa}$$



第7节 直齿圆柱齿轮传动的强度计算

引入复合齿形系数 $Y_{FS} = Y_{Fa} Y_{Sa}$ ，得齿根弯曲强度校核式

$$\sigma_F = \frac{2KT_1}{bmd_1} Y_{FS} = \frac{2KT_1}{bm^2 z_1} Y_{FS} \leq [\sigma_F]$$

引入齿宽系数 $\psi_d = b/d_1$ ，并将 $d_1 = mz_1$ 代入上式，得齿根弯曲强度设计公式

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2KT_1}{\psi_d z_1^2} \left(\frac{Y_{FS}}{[\sigma_F]} \right)}$$

Y_{FS} 是复合齿形系数； m 是模数； $[\sigma_F]$ 是许用齿根应力； z_1 是小齿轮的齿数，其它各项同前。

设计公式中应代入 $Y_{FS1}/[\sigma_{F1}]$ 、 $Y_{FS2}/[\sigma_{F2}]$ 两者中较大者。并且求得的模数圆整为标准值。



第7节 直齿圆柱齿轮传动的强度计算

四、许用应力

1. 许用接触应力

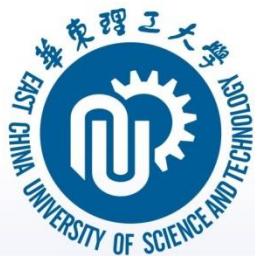
$$[\sigma_H] = \frac{\sigma_{H\lim}}{S_H}$$

$\sigma_{H\lim}$ 为试验齿轮的接触疲劳极限，见表7-4；
 S_H 为接触强度最小安全系数，简化计算时可取 $S_H=1$ 。

2. 许用齿根应力（许用弯曲应力）

$$[\sigma_F] = \frac{\sigma_{F\lim}}{S_F}$$

$\sigma_{F\lim}$ 为试验齿轮的弯曲疲劳极限，单向运转时按表7-4查取，双向运转时将表7-4中数值乘以0.7；
 S_F 为弯曲强度最小安全系数，简化计算时可取 $S_F=1.4$ 。



第7节 直齿圆柱齿轮传动的强度计算

$$\sigma_H = Z_E Z_H \sqrt{\frac{2KT_1}{bd_1^2} \left(\frac{i+1}{i} \right)} \leq [\sigma_H]$$

五、参数的选择

1. 齿数和模数

闭式软齿面：

主要失效：点蚀→传动尺寸由 σ_H 决定→求出 d_1 $\left\{ \begin{array}{l} m \downarrow \\ z_1 \uparrow \end{array} \right.$

∴ 一般取 $z_1=20\sim40$

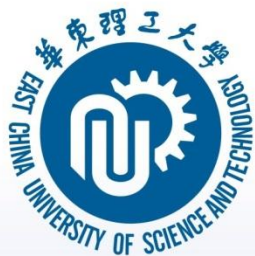
闭式硬齿面和开式传动：

主要失效：轮齿折断→传动尺寸由 σ_F 决定→ $m \uparrow \rightarrow z_1 \downarrow \rightarrow d_1 \downarrow$

但 $z_1 \downarrow \downarrow \rightarrow$ 根切， ∴ 一般取 $z_1=17\sim20$

z_1 、 z_2 互为质数

$$\sigma_F = \frac{2KT_1}{bd_1 m} Y_{Fs} = \frac{2KT_1}{bm^2 z_1} Y_{Fs} \leq [\sigma_F]$$



第7节 直齿圆柱齿轮传动的强度计算

2. 齿宽系数

增大齿宽系数 ψ_d 可以减小齿轮直径，减小整个传动的径向尺寸。但 ψ_d 取得过大，齿轮宽度变得过宽，会加剧载荷沿齿宽分布的不均匀性。

齿宽系数 $\psi_d = b/d_1$

齿轮相对于 轴承的位置	齿面硬度	
	软齿面	硬齿面
对称	0.8~1.4	0.4~0.9
非对称布置	0.6~1.2	0.3~0.6
悬臂布置	0.3~0.4	0.2~0.25

3. 传动比

一对齿轮传动的传动比不宜过大，否则将增加传动装置的结构尺寸，且使两齿轮轮齿的应力循环次数差别太大。一般直齿圆柱齿轮传动的传动比 $i \leq 5$ 。



第7节 直齿圆柱齿轮传动的强度计算

六、齿轮传动的设计准则

一般用途的普通齿轮传动，其设计准则为：

1. 闭式传动

软齿面：齿面疲劳点蚀失效→按齿面接触疲劳强度进行设计→校核齿根弯曲疲劳强度

硬齿面：轮齿折断失效→按齿根弯曲疲劳强度进行设计→校核齿面接触疲劳强度

2. 开式传动

按齿根弯曲疲劳强度进行设计，并增大模数 m 10%~15%。



第7节 直齿圆柱齿轮传动的强度计算

无尺寸限制，软、硬齿面选择主要考虑原材料成本、制造成本。

【例3-3】 设计一单级直齿圆柱齿轮减速器中的齿轮传动。已知传递功率 $P=10\text{kW}$ ，输入轴转速 $n_1=750\text{r/min}$ ，传动比 $i=4$ ，单向运转，载荷平稳。

【解】 一般减速器对传动尺寸无特殊限制，可采用软齿面传动。

小齿轮选用45钢调质，齿面平均硬度240HBW；

大齿轮选用45钢正火，齿面平均硬度200HBW。

闭式软齿面齿轮传动，按接触疲劳强度设计，校核弯曲疲劳强度。.....



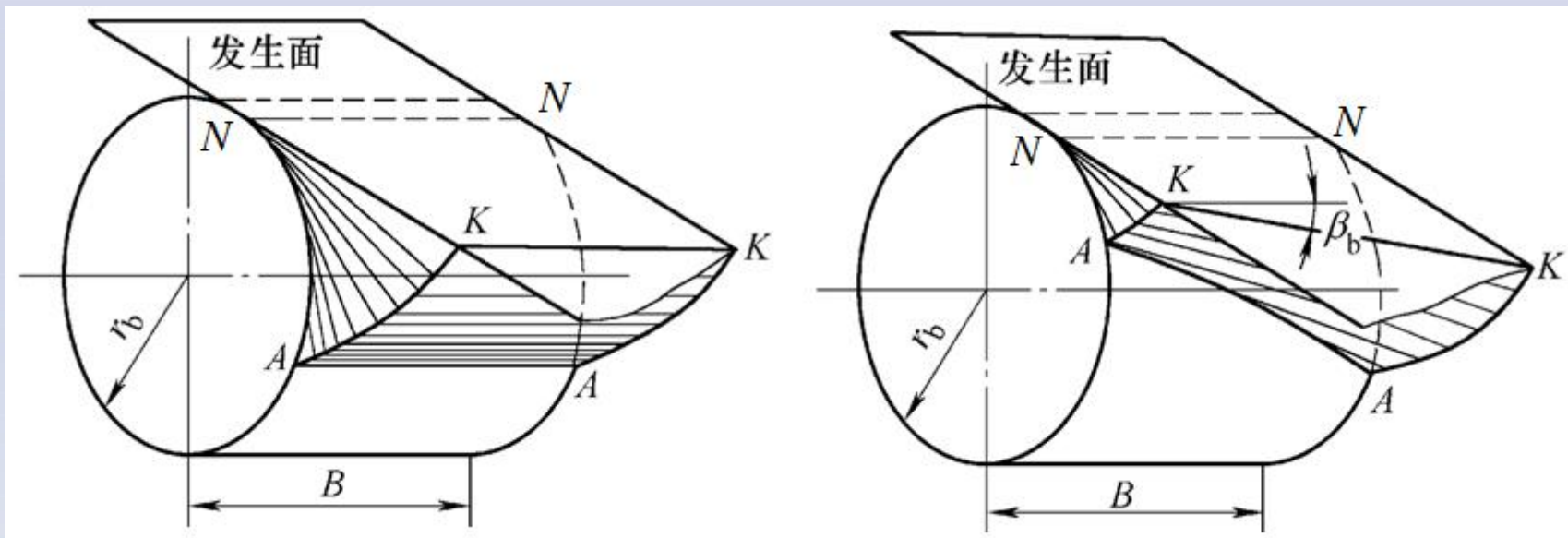
第8节 斜齿圆柱齿轮传动

一、斜齿齿廓曲面的形成及啮合特点

齿面形成：发生面在基圆柱上作纯滚动，其上与圆柱体母线 NN

平行的直线 KK 所形成的轨迹 \longrightarrow 直齿轮齿廓曲面

成一倾角 β_b 的直线 KK 所形成的轨迹 \longrightarrow 斜齿轮齿廓曲面

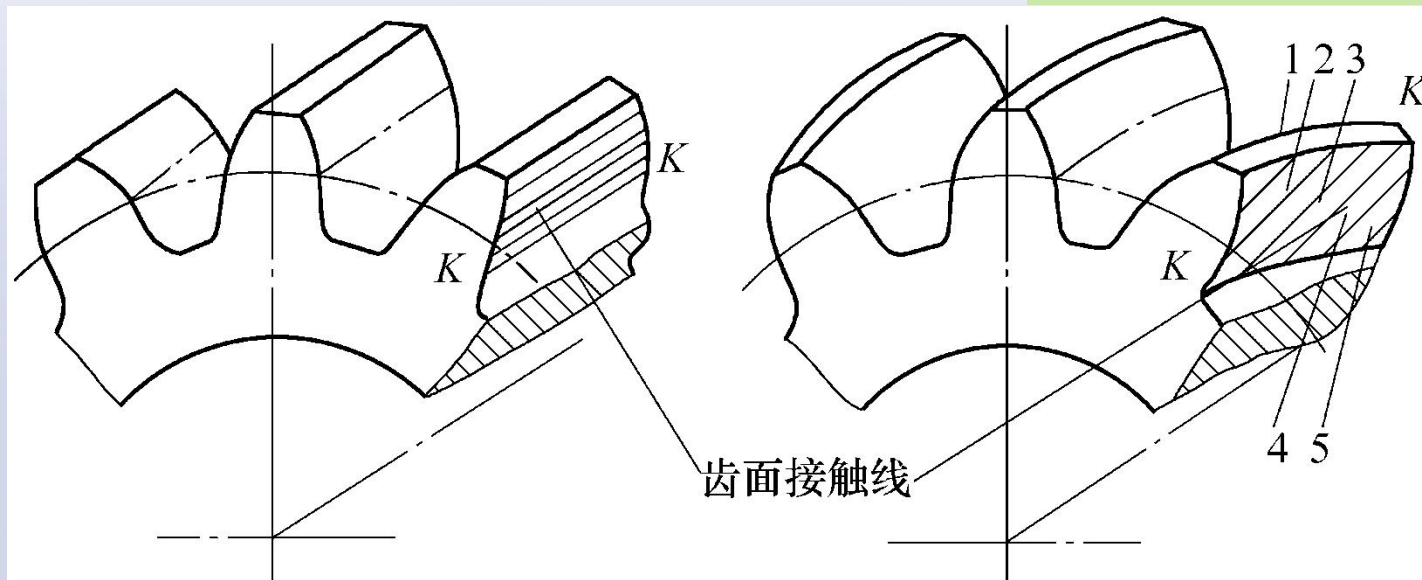




第8节 斜齿圆柱齿轮传动

一、斜齿齿廓曲面的形成及啮合特点

斜齿轮齿面接触线：长度由点到线，并逐渐增长，到某一位置后又逐渐缩短。



直齿轮啮合特点：沿齿宽同时接触，突然啮入，突然啮出，重合度小，容易引起冲击、振动和噪声。

斜齿轮啮合特点：沿齿宽逐渐接触，逐渐啮入，逐渐啮出，重合度大，传动平稳、噪声小、承载能力大，缺点是工作时产生轴向力。



第8节 斜齿圆柱齿轮传动

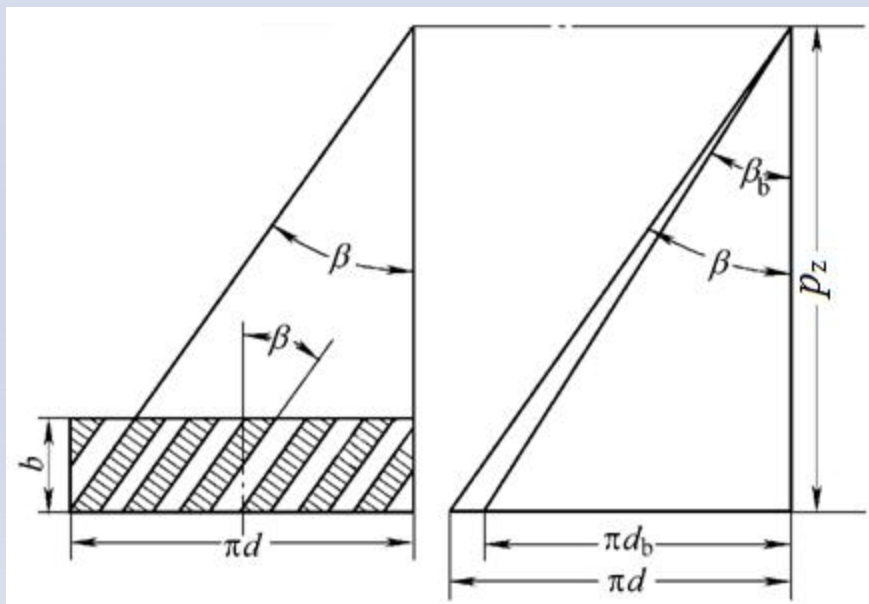
二、斜齿圆柱齿轮传动的几何参数和尺寸计算

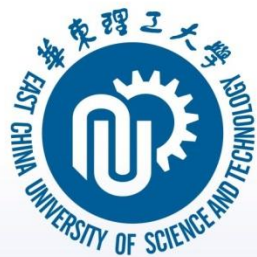
1. 螺旋角

螺旋角 β 是指螺旋线的切线与平行于轴线的母线之间的夹角，通常是指分度圆上的螺旋角。

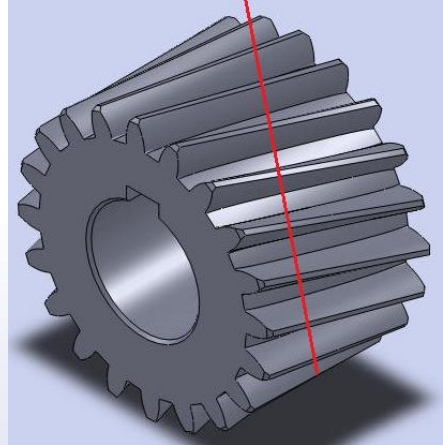
将斜齿圆柱齿轮的分度圆柱展开，该圆柱上的螺旋线便成为斜直线，斜直线与齿轮轴线间的夹角就是分度圆柱上的螺旋角。 β 一般为 $8^\circ \sim 20^\circ$ 。

斜齿轮按其齿廓渐开螺旋面的旋向，可分为右旋和左旋两种。





第8节 斜齿圆柱齿轮传动



2. 模数和压力角

端面：垂直于齿轮轴线的平面，端平面，简称端面。

法面：在垂直于分度圆柱上螺旋线的平面，为法面。

因此，斜齿轮有两种参数，法面参数和端面参数。

切制斜齿轮时，刀具沿轮齿的螺旋槽运动，进刀方向垂直于轮齿法面，因此刀具尺寸由法面参数确定，因而**国标规定斜齿轮的法面参数为标准值，并与直齿轮的参数相同。**

斜齿轮的直径和传动中心距等几何尺寸，是在端平面内进行的，有法面参数与端面参数之间的换算。

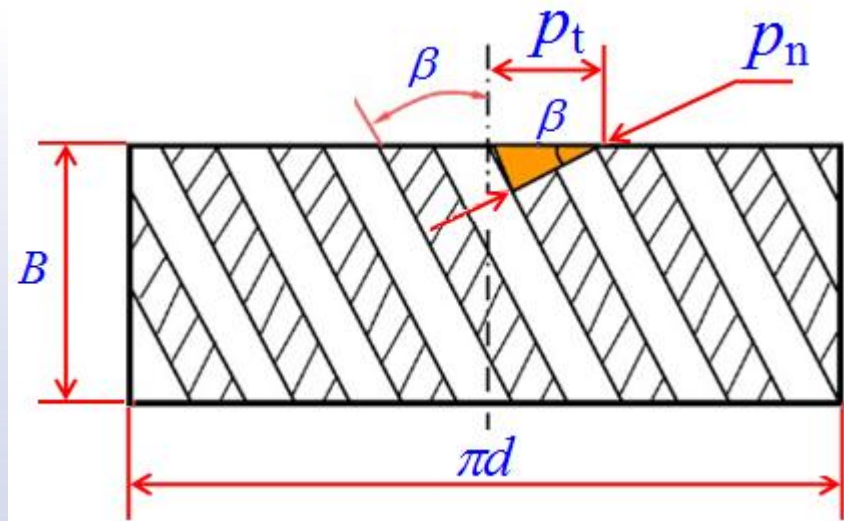


第8节 斜齿圆柱齿轮传动

2. 模数和压力角

p_t 为端面齿距， p_n 为法面齿距，由三角形之间的关系可知

$$p_n = p_t \cos \beta$$



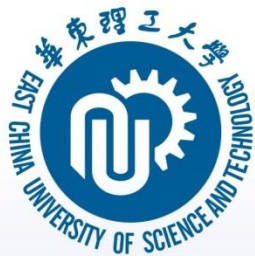
端面模数 $m_t = p_t / \pi$ ，法面模数 $m_n = p_n / \pi$ ，

因此，端面模数与法面模数之间的关系为：

$$m_n = m_t \cos \beta$$

端面压力角 α_t 与法面压力角 α_n 的关系为：

$$\tan \alpha_n = \tan \alpha_t \cos \beta$$



第8节 斜齿圆柱齿轮传动

3. 正确啮合条件

斜齿圆柱齿轮齿廓端面的齿廓曲线为渐开线，因此齿廓曲线满足定传动比的要求，为满足啮合条件应保证：

$$m_{t1} = m_{t2} \quad \alpha_{t1} = \alpha_{t2}$$

又由于轮齿呈螺旋形，为构成两平行轴间的传动，其螺旋角必需匹配，即 β_{b1} 和 β_{b2} 大小相等，方向相反。

因此，一对外啮合斜齿圆柱齿轮传动的正确啮合条件为：

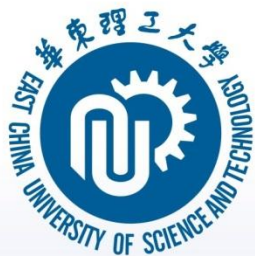
$$\left. \begin{aligned} m_{n1} &= m_{n2} = m_n \\ \alpha_{n1} &= \alpha_{n2} = \alpha_n \\ \beta_1 &= -\beta_2 \end{aligned} \right\}$$



第8节 斜齿圆柱齿轮传动

4. 几何尺寸计算

名称	符号	计算公式
端面模数	m_t	$m_t = \frac{m_n}{\cos \beta}$, m_n 为标准值
端面压力角	α_t	$\alpha_t = \arctan \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta}$
分度圆直径	d	$d = m_t z = (m_n / \cos \beta) z$
齿顶高	h_a	$h_a = m_n h_{an}^*$
齿根高	h_f	$h_f = (h_{an}^* + c_n^*) m_n$
全齿高	h	$h = h_a + h_f = (2h_{an}^* + c_n^*) m_n$
齿顶圆直径	d_a	$d_a = d + 2h_a$
齿根圆直径	d_f	$d_f = d - 2h_f$
中心距	a	$a = \frac{1}{2}(d_1 + d_2) = \frac{1}{2}m_t(z_1 + z_2) = \frac{m_n}{2\cos \beta}(z_1 + z_2)$



第8节 斜齿圆柱齿轮传动

5. 当量齿数和最少齿数

进行强度计算和用成形法加工齿轮选择铣刀时，必须知道斜齿轮的**法向齿形**。但要精确地求出法向齿形比较困难，故通常采用近似方法，即**当量齿轮法**对其进行研究。

如图，过斜齿圆柱齿轮分度圆柱面上的C点作轮齿螺旋线的法平面 $n-n$ ，该法平面与分度圆柱的交线为一椭圆。

椭圆的长半轴

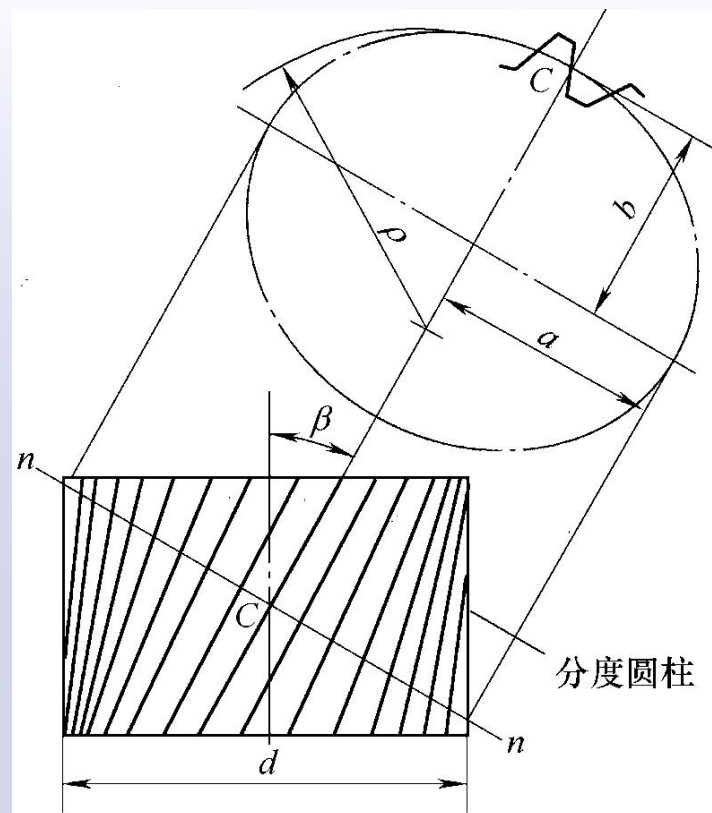
$$a = \frac{r}{\cos \beta}$$

椭圆的短半轴

$$b = r$$

由高等数学知，C点的曲率半径

$$\rho = \frac{a^2}{b} = \frac{r}{\cos^2 \beta} = \frac{m_n z}{2 \cos^3 \beta}$$





第8节 斜齿圆柱齿轮传动

$$\rho = \frac{a^2}{b} = \frac{r}{\cos^2 \beta} = \frac{m_n z}{2 \cos^3 \beta}$$

5. 当量齿数和最少齿数

现以 ρ 为分度圆半径，以 m_n 为模数，以 α_n 为压力角作一直齿轮，该直齿轮的齿形可近似认为是斜齿轮的法向齿形，该直齿轮称为斜齿轮的**当量齿轮**，其齿数称为**当量齿数**，用 z_v 表示，于是

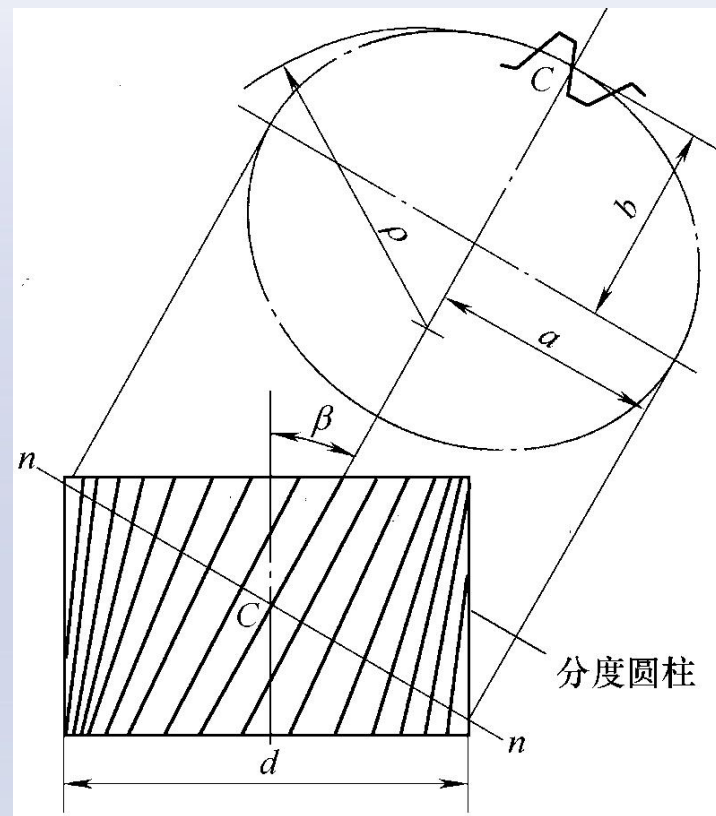
$$\rho = \frac{m_n z_v}{2}$$

直径与模数、齿数的关系

$$d = mz$$

由以上两式，得

$$z_v = \frac{z}{\cos^3 \beta}$$





第8节 斜齿圆柱齿轮传动

$$z_v = \frac{z}{\cos^3 \beta}$$

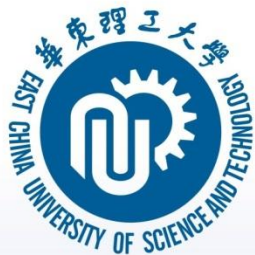
5. 当量齿数和最少齿数

当量齿数是假想齿轮的齿数，可以不是整数，但是总大于实际齿数。由于当量齿轮不发生切齿干涉的最少齿数为 $z_{vmin}=17$ ，所以标准斜齿圆柱齿轮不发生切齿干涉的最小齿数为：

$$z_{min} = z_{vmin} \cos^3 \beta = 17 \cos^3 \beta$$

当量齿数的意义：

- 1) 用 z_v 选择成形铣刀的刀号；
- 2) 齿轮弯曲强度计算时，以 z_v 决定齿形系数 Y_{FS}



第8节 斜齿圆柱齿轮传动

β 一般为 $8^\circ \sim 20^\circ$

【例3-4】欲设计一标准斜齿圆柱齿轮传动，已知传动比 $i=3.5$ ，法向模数 $m_n=2\text{mm}$ ，中心距 $a=90\text{mm}$ 。试确定这对齿轮的螺旋角 β 和齿数，计算分度圆直径、顶圆直径、根圆直径和当量齿数。

【解】初设螺旋角 $\beta=15^\circ$ 。

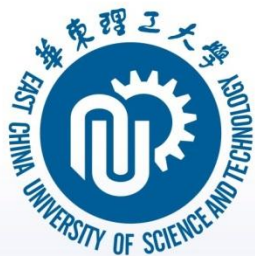
(1) 确定齿数 由
$$a = \frac{m_n(z_1 + z_2)}{2 \cos \beta} = \frac{m_n z_1 (1 + i)}{2 \cos \beta}$$

得
$$z_1 = \frac{2a \cos \beta}{m_n (1 + i)} = \frac{2 \times 90 \times \cos 15^\circ}{2 \times (1 + 3.5)} = 19.3$$
 ，取 $z_1=19$

则 $z_2 = 3.5 \times 19 = 66.5$ ，取 $z_2=67$

实际螺旋角
$$\beta = \arccos \frac{m_n(z_1 + z_2)}{2a} = \arccos \frac{2 \times (19 + 67)}{2 \times 90} = 17^\circ 08' 46''$$

螺旋角在 $8^\circ \sim 20^\circ$ 之间，可以采用。.....



第8节 斜齿圆柱齿轮传动

三、斜齿圆柱齿轮传动的强度计算

1. 受力分析

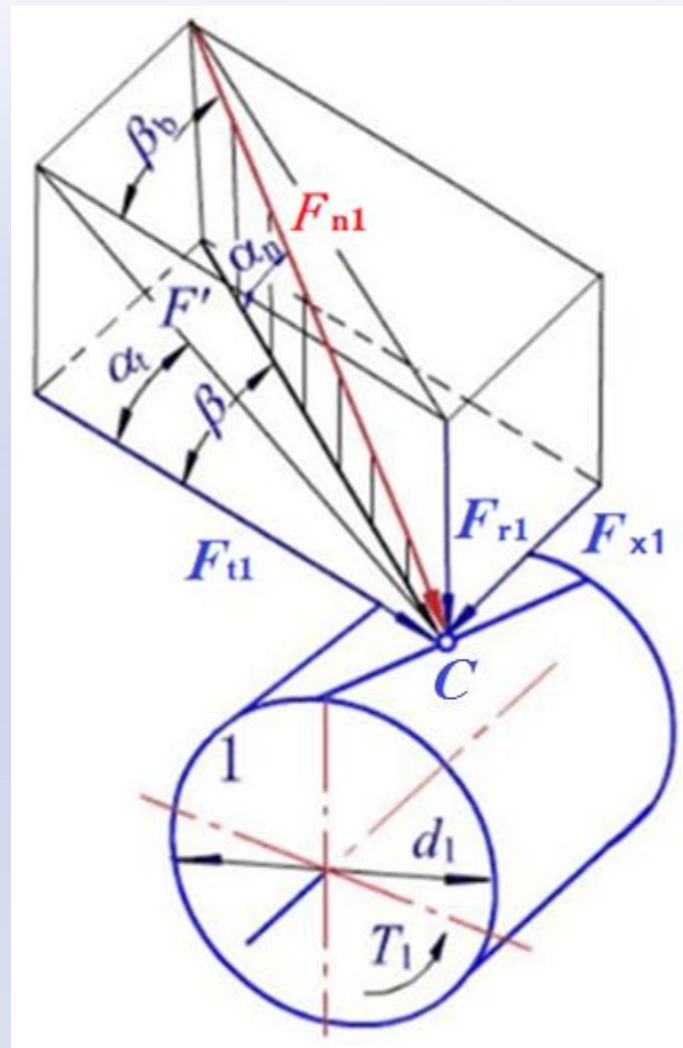
忽略齿面间的摩擦力，作用在斜齿圆柱齿轮齿面上齿宽中点处的法向力 F_n 可分解为三个相互垂直的分力：

切向力
$$F_t = \frac{2T_1}{d_1}$$

径向力
$$F_r = \frac{F_t}{\cos \beta} \tan \alpha_n$$

轴向力
$$F_x = F_t \tan \beta$$

法向力
$$F_n = \frac{F_t}{\cos \beta \cos \alpha_n}$$





第8节 斜齿圆柱齿轮传动

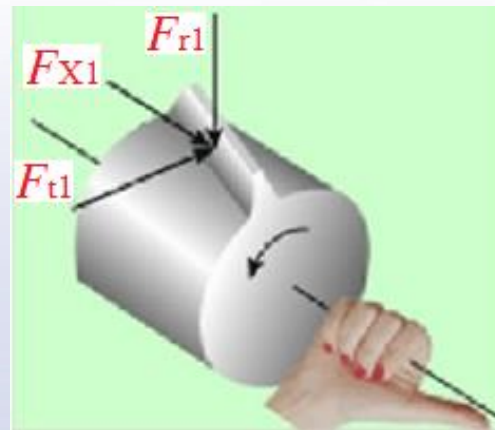
各力的方向判定：

F_t 、 F_r ：判定方法与直齿圆柱齿轮相同

F_x ：主动轮轴向力 F_{x1} 的方向用**左右手定则**判定，从动轮轴向力 F_{x2} 的方向与 F_{x1} 的方向相反。

左右手定则：主动轮左旋用左手，主动轮右旋用右手，用手握住齿轮的轴线，四指弯曲与主动轮转向一致、大拇指伸直指向轴向力方向。

注意：左右手定则不能用在从动轮上



右手定则



左手定则



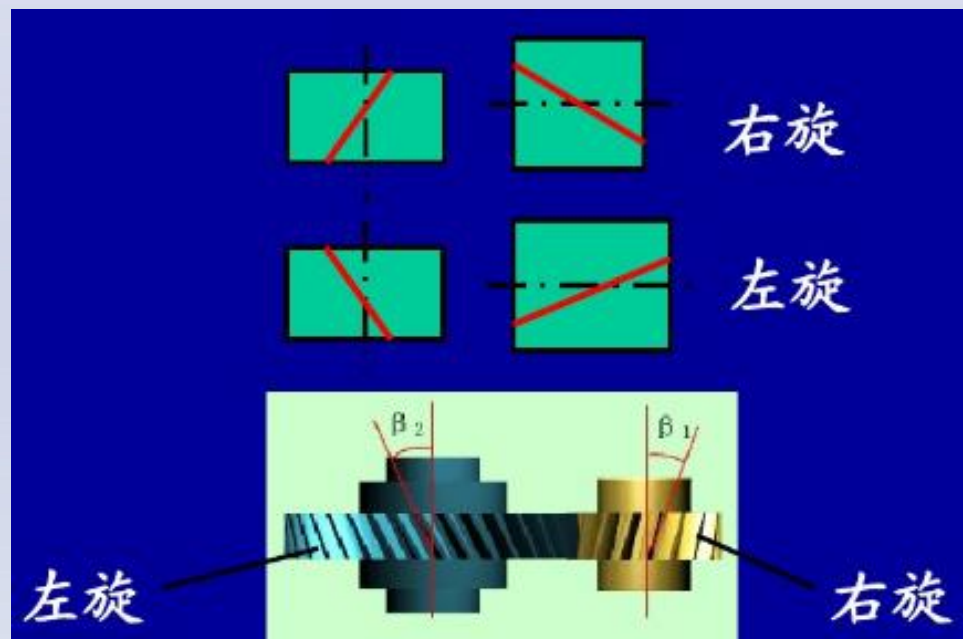
第8节 斜齿圆柱齿轮传动

斜齿轮螺旋线旋向判别

※ 将齿轮轴线垂直：

螺旋线右边高——右旋

螺旋线左边高——左旋





第8节 斜齿圆柱齿轮传动

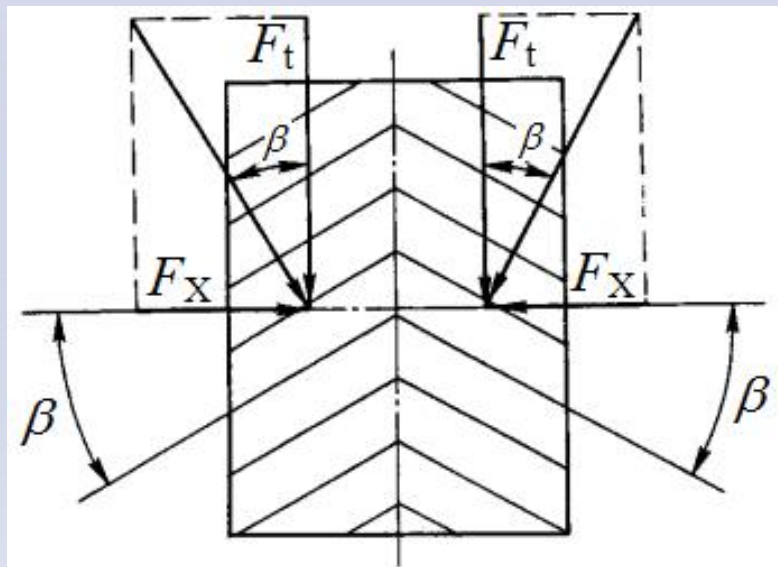
$$\text{轴向力 } F_x = F_t \tan \beta$$

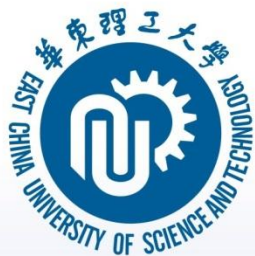
斜齿轮传动的缺点：相对直齿圆柱齿轮，斜齿轮运转时会产生**轴向推力**，将对轴承产生不良影响。

β 越大，轴向力越大，这就限制了斜齿轮采用较大的 β 值，一般取 $\beta = 8^\circ \sim 20^\circ$ 。

另外，还可以采用人字齿轮。

人字齿轮传动常用于大功率传动装置中，缺点是制造困难。





第8节 斜齿圆柱齿轮传动

2. 齿面接触疲劳强度计算

接触疲劳强度计算按当量直齿圆柱齿轮传动进行，沿用直齿轮的强度计算公式，用**法面参数**计算。

校核公式：

$$\sigma_H = Z_E Z_H \sqrt{\frac{2KT_1}{bd_1^2} \left(\frac{i+1}{i} \right)} \leq [\sigma_H]$$

设计公式：

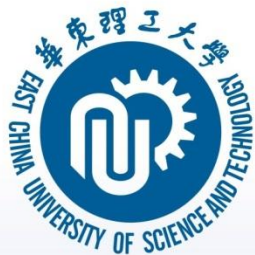
$$d_1 \geq \sqrt[3]{\left(\frac{Z_E Z_H}{[\sigma_H]} \right)^2 \frac{2KT_1}{\psi_d} \left(\frac{i+1}{i} \right)}$$

式中：

Z_E —材料的弹性系数； Z_H —节点区域系数，与 β 有关；

K —取值同直齿轮，应考虑 β 的影响，随 β 增大而取小值

ψ_d —齿宽系数。



第8节 斜齿圆柱齿轮传动

3. 齿根弯曲疲劳强度计算

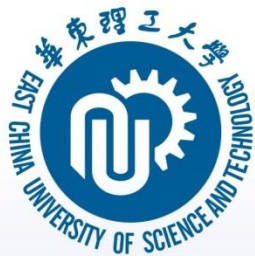
齿根弯曲疲劳强度校核也采用直齿圆柱齿轮的计算公式，需将模数 m 改为**法向模数** m_n 。

校核公式：
$$\sigma_F = \frac{2KT_1}{bm_n d_1} Y_{FS} \leq [\sigma_F]$$

将 $\begin{cases} b = \psi_d d_1 \\ d_1 = m_t z_1 = m_n z_1 / \cos \beta \end{cases}$ 代入上式，得

设计公式：
$$m_n \geq \sqrt[3]{\frac{2KT_1 \cos^2 \beta}{\varphi_d z_1^2} \left(\frac{Y_{FS}}{[\sigma_F]} \right)}$$

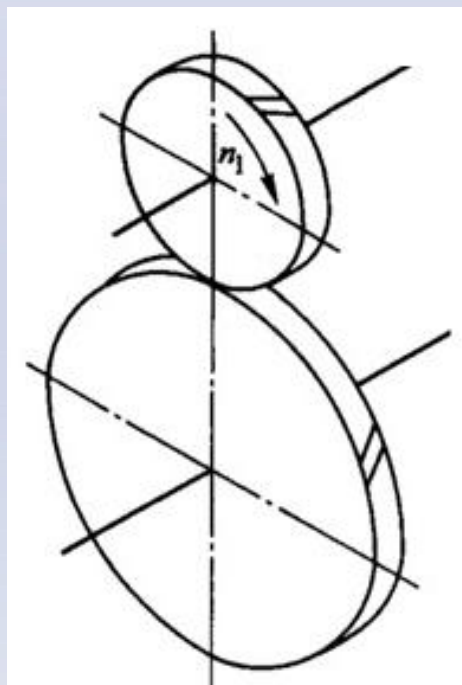
式中： Y_{FS} —复合齿形系数，按当量齿数 $z_v = z / \cos^3 \beta$ 查表；
 K —取值同直齿轮，应考虑 β 的影响，随 β 增大而取小值。



第8节 斜齿圆柱齿轮传动

【例3-5】一标准斜齿圆柱齿轮传动，法向模数 $m_n=2.5\text{mm}$ ，齿数 $z_1=24$ ， $z_2=106$ ，螺旋角 $\beta=9^\circ59'12''$ ，传递功率 $P=10\text{kW}$ ，主动轮转速 $n_1=970\text{r/min}$ ，转动方向和螺旋线方向如图所示。忽略齿面间的摩擦，计算并在图中画出作用在从动轮2上的各分力。

主动轮旋向？

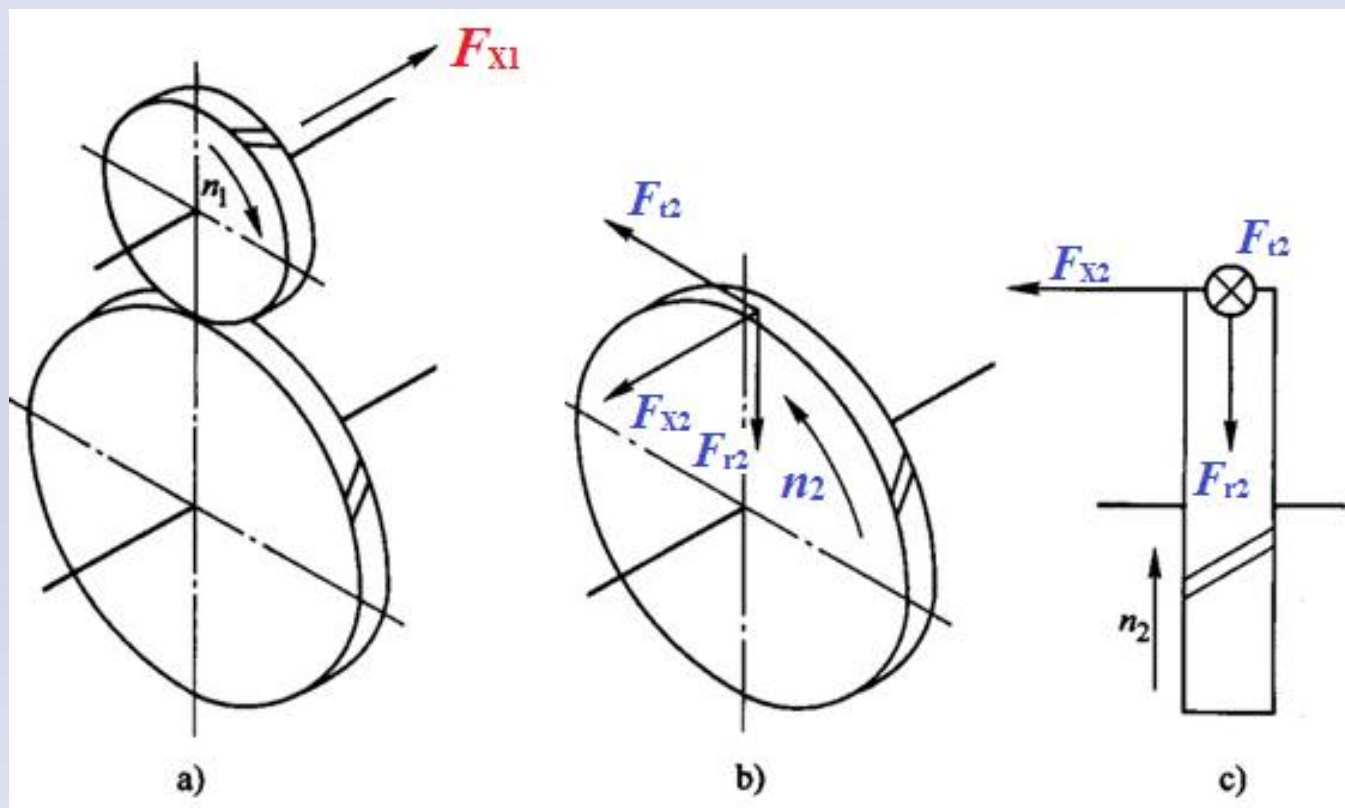


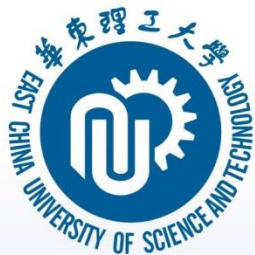


第8节 斜齿圆柱齿轮传动

【解】 1. 确定主动轮的受力方向 主动轮为右旋，用右手定则，判断主动轮受到的轴向力为斜向右上。

2. 确定从动轮的转向和受力，轴向力方向根据作用力与反作用力，进行判断。





第8节 斜齿圆柱齿轮传动

3. 计算从动轮的各分力

小齿轮转矩 $T_1 = 9.55 \times 10^6 \frac{P}{n_1} = 9.55 \times 10^6 \frac{10}{970} = 9.85 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{mm}$

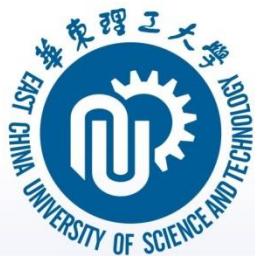
小齿轮分度圆直径 $d_1 = \frac{m_n z_1}{\cos \beta} = \frac{2.5 \times 24}{\cos 9^\circ 59' 12''} = 60.92 \text{ mm}$

从动轮的各分力

$$F_{t2} = F_{t1} = \frac{2T_1}{d_1} = \frac{2 \times 9.85 \times 10^4}{60.92} = 3234 \text{ N}$$

$$F_{r2} = \frac{F_{t2}}{\cos \beta} \tan \alpha_n = \frac{3234}{\cos 9^\circ 59' 12''} \tan 20^\circ = 1195 \text{ N}$$

$$F_{x2} = F_{t2} \tan \beta = 3234 \times \tan 9^\circ 59' 12'' = 569 \text{ N}$$

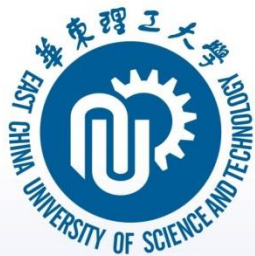


第8节 斜齿圆柱齿轮传动

【例3-6】设计一单级减速器中的斜齿圆柱齿轮传动。已知传递功率 $P=4.5\text{kW}$ ，小齿轮转速 $n_1=328\text{r/min}$ ，传动比 $i=4.68$ ，双向运转，载荷有中等冲击。

【解】小齿轮选用40Cr表面淬火，齿面平均硬度50HRC；大齿轮选用45钢表面淬火，齿面平均硬度46HRC。这是闭式硬齿面齿轮传动，故先按弯曲疲劳强度设计，再校核其接触疲劳强度。

计 算 与 说 明		主 要 结 果
1. 按齿根弯曲疲劳强度设计		
(1) 许用齿根应力		
极限应力	$\sigma_{\text{Flim}} = (10.5\text{HRC} + 195) \times 0.7$ (表 3-4, 双向运转)	$\sigma_{\text{Flim1}} = 504\text{MPa}$ $\sigma_{\text{Flim2}} = 475\text{MPa}$
安全系数	取	$S_F = 1.4$
许用齿根应力	$[\sigma]_F = \frac{\sigma_{\text{Flim}}}{S_F}$	$[\sigma]_{F1} = 360\text{MPa}$ $[\sigma]_{F2} = 339\text{MPa}$



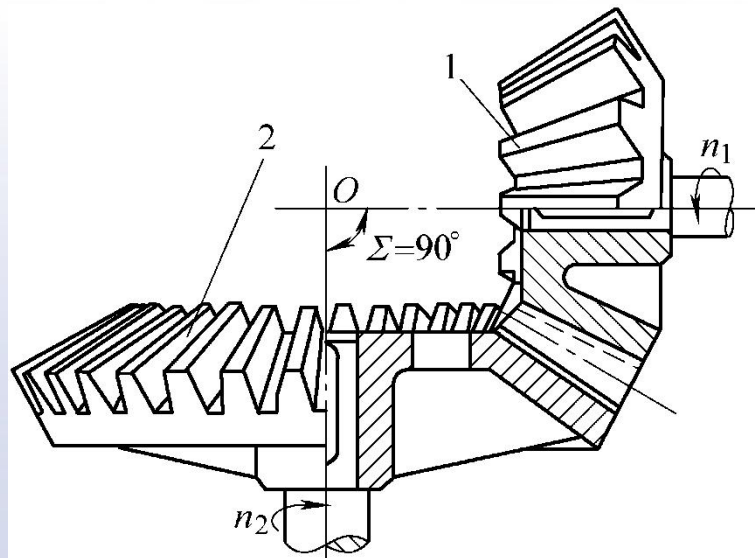
第9节 直齿锥齿轮传动

一、基本参数和几何尺寸计算

应用：用来传递两相交轴（多为 $\Sigma=90^\circ$ ）之间的回转运动和动力。

特点：与圆柱齿轮传动不同，圆锥齿轮的轮齿是在圆锥面上加工出来的，轮齿尺寸从大端到小端逐渐减小。圆柱齿轮中的有关“圆柱”就变成了“圆锥”，有分度圆锥、节圆锥、基圆锥、齿顶圆锥、齿根圆锥等。

国家标准规定，圆锥体大端的参数为标准值，即大端模数和大端压力角为标准值。对应大端的圆分别称为分度圆（其半径为 r ）、齿顶圆、齿根圆和基圆。



第9节 直齿锥齿轮传动

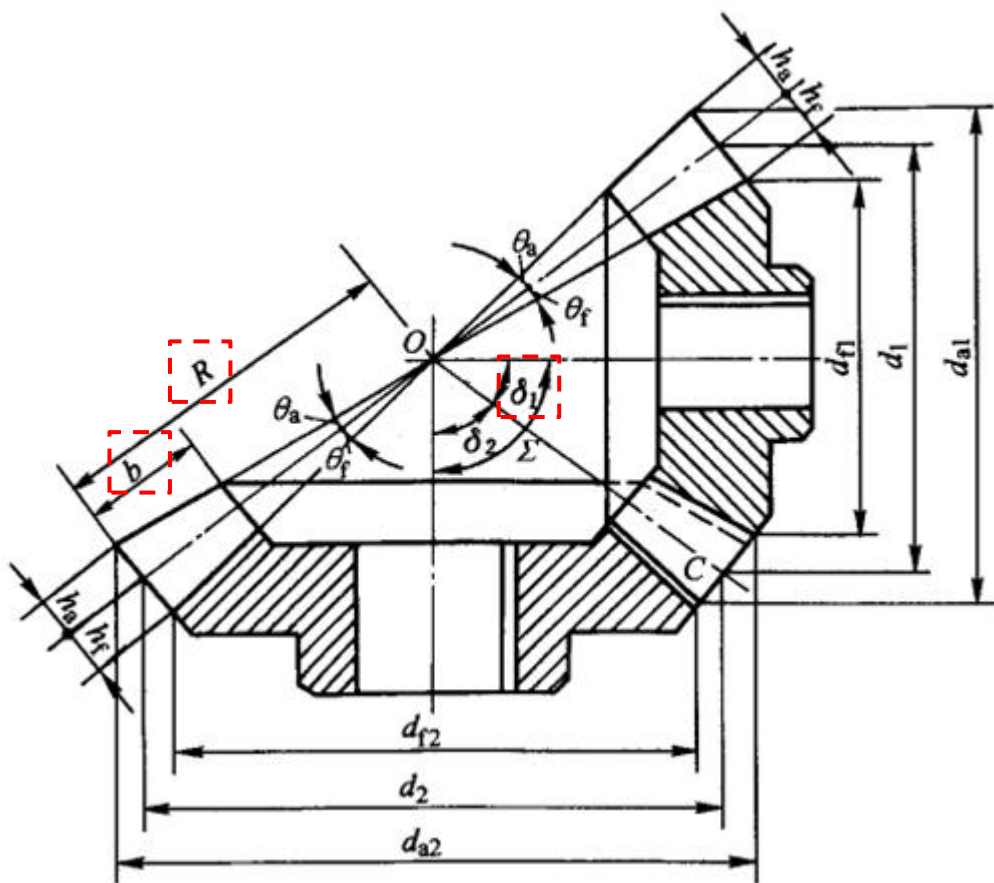
一、基本参数和几何尺寸计算

分度圆锥母线长度称为**锥距**，用 **R** 表示。分度圆锥母线与轴线间的夹角称为**分度圆锥角**，用 **δ** 表示。

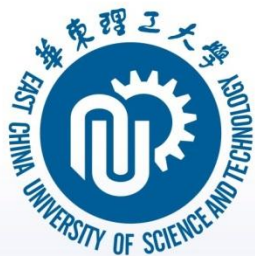
Σ 为两轴线的交角，通常

$$\Sigma = \delta_1 + \delta_2 = 90^\circ$$

锥齿轮齿宽用 **b** 表示。为了保证锥齿轮轮齿小端所必需的刚度并便于加工，齿宽 **b** 一般不应大于 **$0.35R$** ，通常取齿宽系数 **ψ_R** 为：



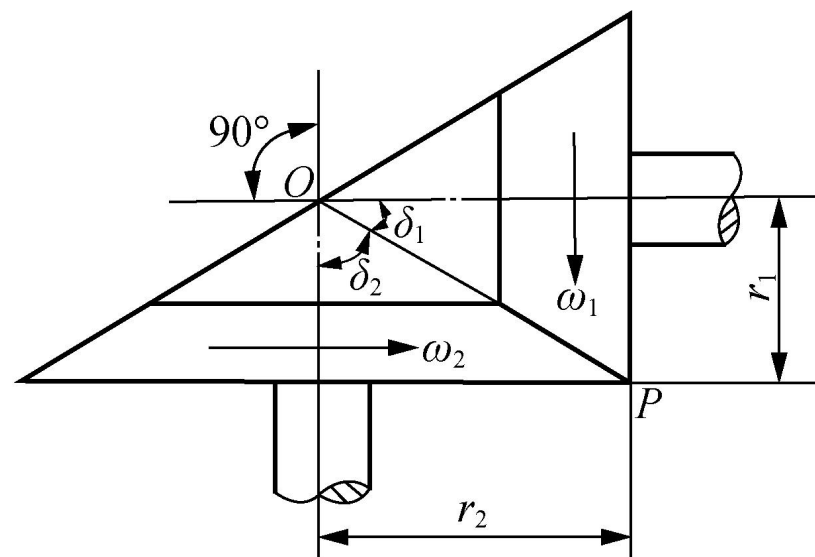
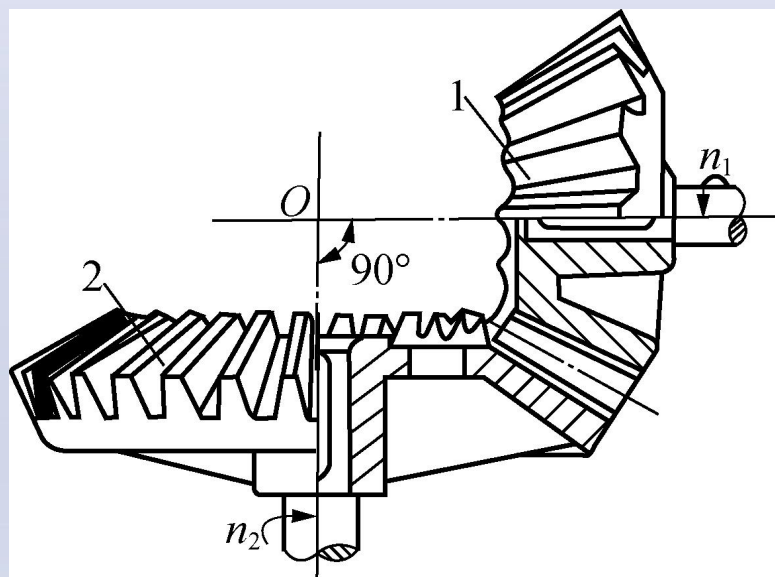
$$\psi_R = \frac{b}{R} = 0.25 \sim 0.3$$



第9节 直齿锥齿轮传动

➤ 标准直齿锥齿轮传动的传动比

一对锥齿轮传动，**正确啮合的条件**是：两轮大端模数相等、压力角相等，且**分度圆锥共顶**。



传动比

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{\overline{OP} \sin \delta_2}{\overline{OP} \sin \delta_1} = \frac{\sin \delta_2}{\sin \delta_1} = \cot \delta_1 = \tan \delta_2$$

$\Sigma = 90^\circ$ 的标准直齿锥齿轮传动的几何尺寸计算



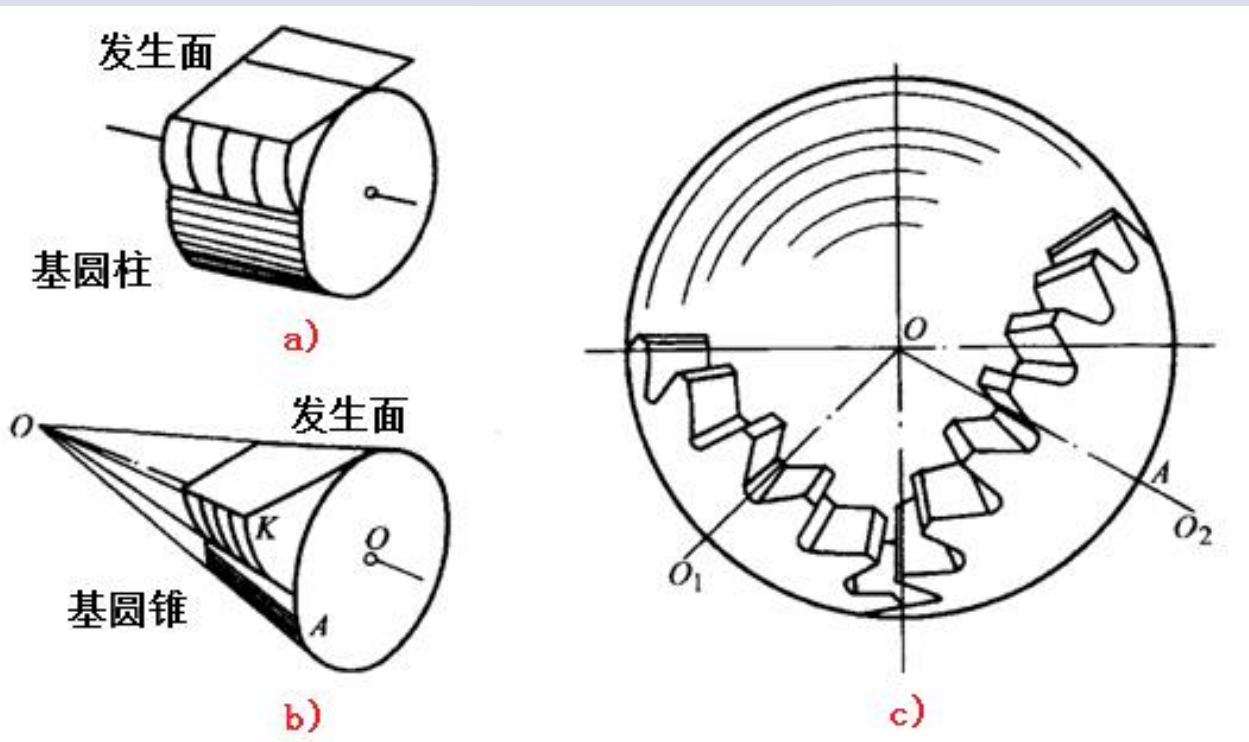
名称	代号	计算公式	
		小齿轮	大齿轮
分锥角	δ	$\delta_1 = \arctan(z_1/z_2)$	$\delta_2 = 90^\circ - \delta_1$
齿顶高	h_a	$h_a = h_a^* m = m$	
齿根高	h_f	$h_f = (h_a^* + c^*) m = 1.2m$	
分度圆直径	d	$d_1 = mz_1$	$d_2 = mz_2$
齿顶圆直径	d_a	$d_{a1} = d_1 + 2h_a \cos \delta_1$	$d_{a2} = d_2 + 2h_a \cos \delta_2$
齿根圆直径	d_f	$d_{f1} = d_1 - 2h_f \cos \delta_1$	$d_{f2} = d_2 - 2h_f \cos \delta_2$
锥距	R	$R = m \sqrt{z_1^2 + z_2^2} / 2$	
齿根角	θ_f	$\tan \theta_f = h_f / R$	
顶锥角	δ_a	$\delta_{a1} = \delta_1 + \theta_f$	$\delta_{a2} = \delta_2 + \theta_f$
根锥角	δ_f	$\delta_{f1} = \delta_1 - \theta_f$	$\delta_{f2} = \delta_2 - \theta_f$
顶隙	c	$c = c^* m$ (一般取 $c^* = 0.2$)	
分度圆齿厚	s	$s = \pi m / 2$	
当量齿数	z_v	$z_{v1} = z_1 / \cos \delta_1$	$z_{v2} = z_2 / \cos \delta_2$
齿宽	B	$B \leq R / 3$ (取整)	
传动比	i_{12}	$i_{12} = w_1 / w_2 = z_2 / z_1 = d_2 / d_1 = \sin \delta_2 / \sin \delta_1 = \cot \delta_1 = \tan \delta_2$	



第9节 直齿锥齿轮传动

二、背锥和当量齿数

圆柱齿轮的齿廓是发生面在基圆柱上作纯滚动时形成。圆锥齿轮的齿廓是发生面在**基圆锥**上作纯滚动时形成。在发生面上产生的渐开线 AK 应在以 OA 为半径的球面上，所以称为**球面渐开线**，其齿廓如图 c)所示。





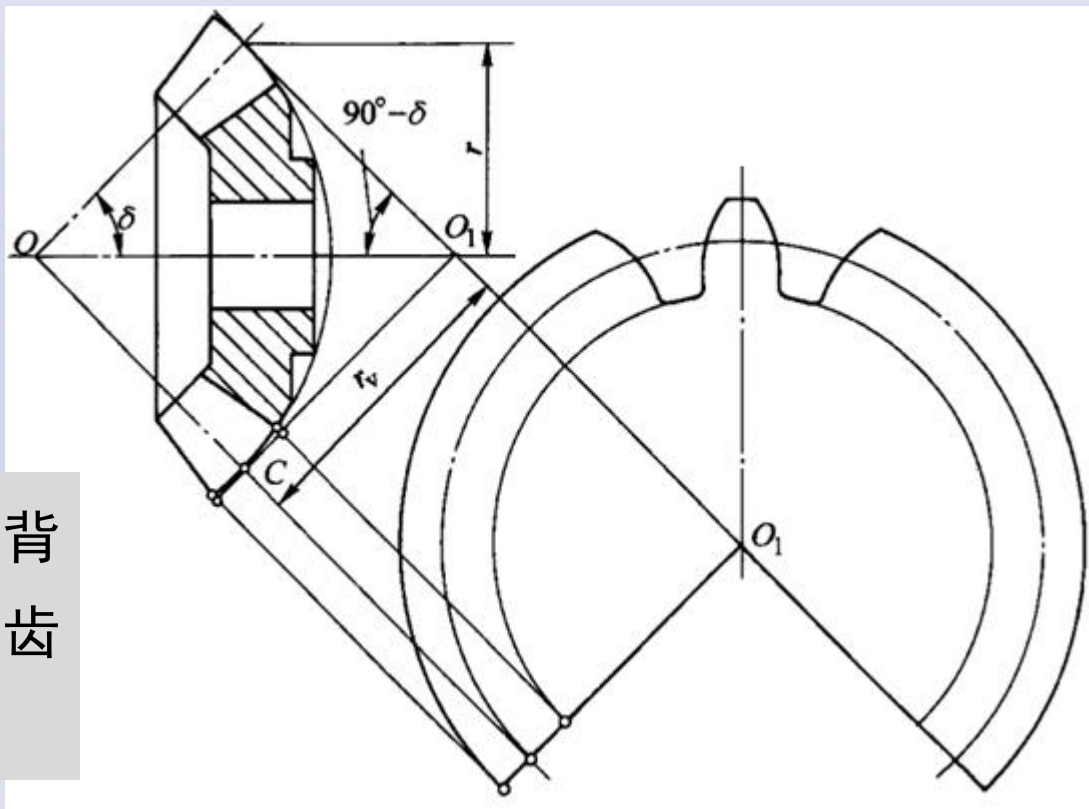
第9节 直齿锥齿轮传动

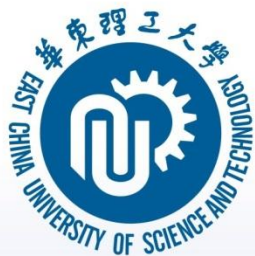
二、背锥和当量齿数

“圆锥齿轮的齿廓曲线为球面曲线（球面渐开线），球面不能展开成平面”

过锥齿轮大端分度圆上C点作球面的切线 O_1C 与轴线交于 O_1 点，以 OO_1 为轴线、 O_1C 为母线作一圆锥，这个圆锥称为锥齿轮的**背锥**。显然，背锥与球面渐开线在分度圆处相切。

将锥齿轮大端球面齿形向背锥上投影，所得齿形与锥齿轮大端齿形非常接近。





第9节 直齿锥齿轮传动

将背锥展开即得扇形平面，以扇形的圆心为圆心，以背锥母线长度 O_1C 为分度圆半径，取锥齿轮大端模数为模数，压力角 $\alpha=20^\circ$ ，可得一扇形齿轮。

将上述扇形齿轮补充成完整的圆柱齿轮，该齿轮称为锥齿轮的**当量齿轮**。其齿数称为**当量齿数**，用 z_v 表示。

当量齿轮的分度圆半径：

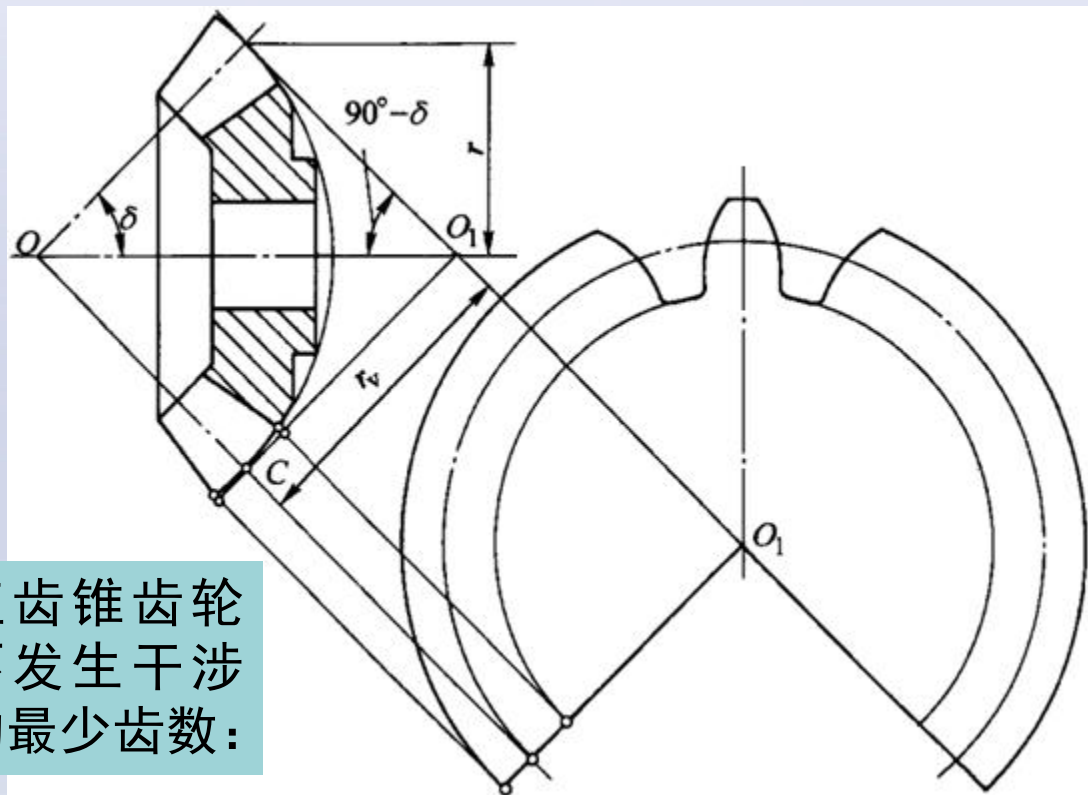
$$r_v = O_1C = r / \cos \delta$$

而 $r_v = \frac{m z_v}{2}$ ， $r = \frac{m z}{2}$

因此 $z_v = \frac{z}{\cos \delta}$

直齿锥齿轮
不发生干涉
的最少齿数：

$$z_{\min} = z_{v \min} \cos \delta = 17 \cos \delta$$



第9节 直齿锥齿轮传动

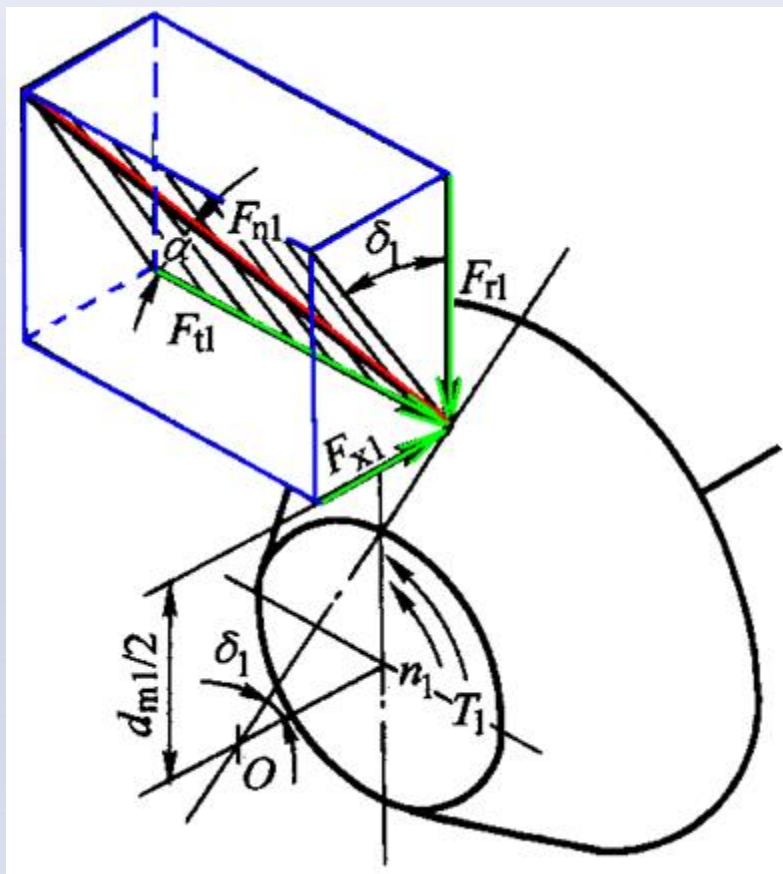
三、直齿锥齿轮传动的受力分析

锥齿轮的受力从小端到大端是不均匀的，为了计算简便，工程上仍将沿齿宽分布的载荷简化为集中作用在分度圆圆锥齿宽中点处的法向力 F_n 。忽略摩擦力，法向力分解为三个互相垂直的分力：

切向力 $F_{t1} = 2T_1/d_{m1}$

径向力 $F_{r1} = F_{t1} \tan \alpha \cos \delta_1$

轴向力 $F_{x1} = F_{t1} \tan \alpha \sin \delta_1$





第9节 直齿锥齿轮传动

d_{m1} 是小锥齿轮在齿宽中点处的直径，即平均直径：

$$d_{m1} = (1 - 0.5\psi_R)d_1$$

α 是压力角；

δ_1 是小锥齿轮的分度圆锥角。

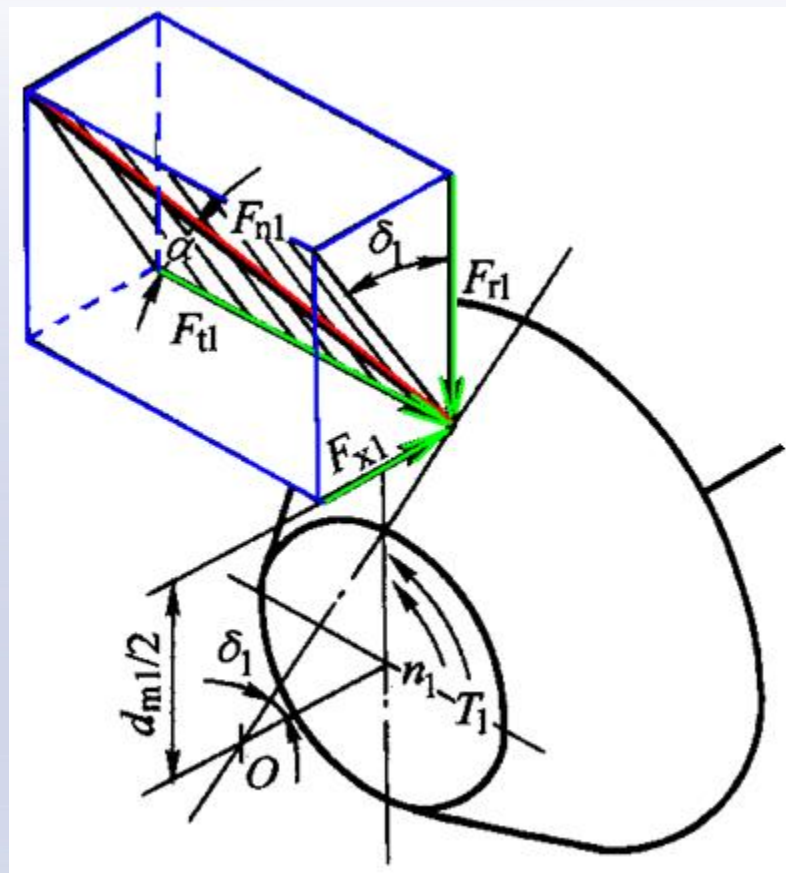
力的方向

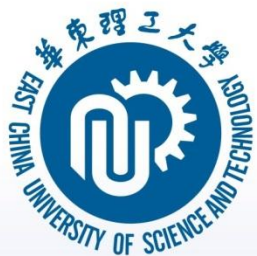
切向力：主动轮 F_{t1} 与 v_1 反向；

从动轮 F_{t2} 与 v_2 同向；

径向力： F_r 指向各自轮心；

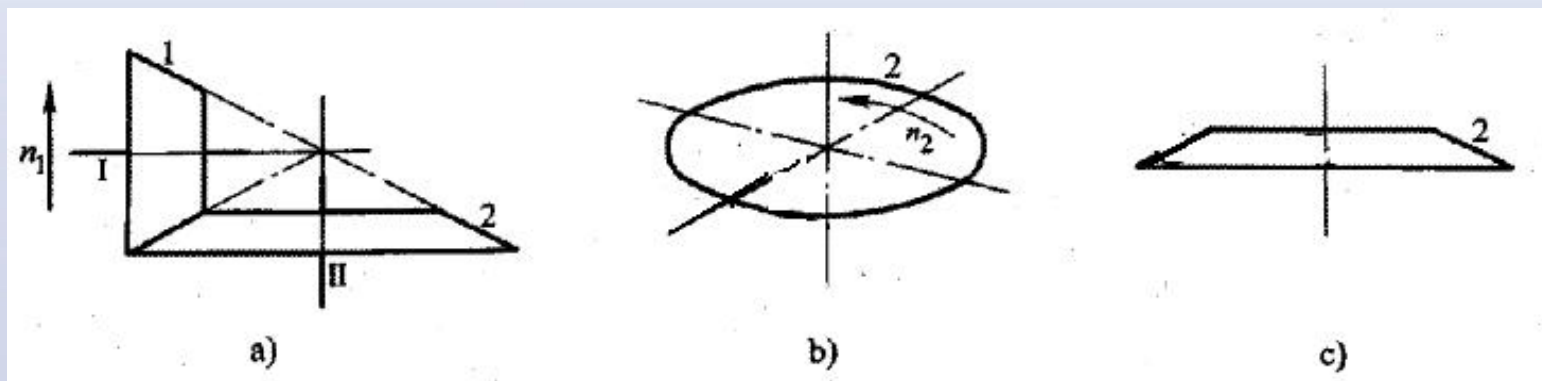
轴向力： F_a 由小端指向大端。



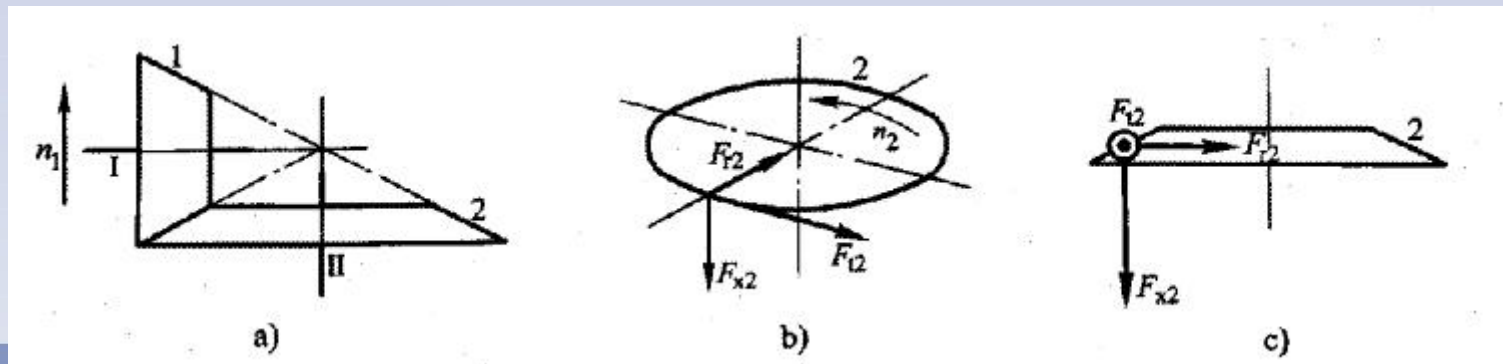


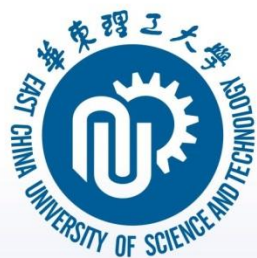
第9节 直齿锥齿轮传动

【例3-7】如图直齿锥齿轮传动，已知齿数 $z_1=24$ ， $z_2=48$ ，模数 $m=3\text{ mm}$ ，齿宽 $b=20\text{ mm}$ ，传递功率 $P=2.5\text{ kW}$ ，主动小齿轮转速 $n_1=750\text{ r/min}$ ，转动方向如图a所示。忽略齿面间的摩擦，计算并在图b、c中画出大齿轮的各分力。



【解】 1、确定大齿轮所受各分力的方向如图所示

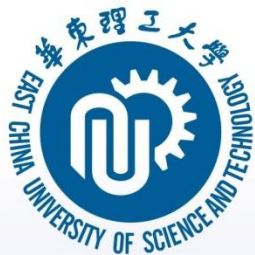




第9节 直齿锥齿轮传动

2、计算大齿轮的受力

	计 算 与 说 明	主 要 结 果
小锥齿轮转矩	$T_1 = 9.55 \times 10^6 \frac{P}{n_1} = 9.55 \times 10^6 \times \frac{2.5}{750} \text{N} \cdot \text{mm}$	$T_1 = 3.2 \times 10^4 \text{N} \cdot \text{mm}$
分度圆直径	$d_1 = mz_1 = 3 \times 24 \text{mm}$ $d_2 = mz_2 = 3 \times 48 \text{mm}$	$d_1 = 72 \text{mm}$ $d_2 = 144 \text{mm}$
锥距	$R = \frac{1}{2} \sqrt{d_1^2 + d_2^2} = \frac{1}{2} \times \sqrt{72^2 + 144^2} \text{mm}$	$R = 80.5 \text{mm}$
齿宽系数	$\psi_R = \frac{b}{R} = \frac{20}{80.5}$	$\psi_R = 0.25$
小锥齿轮平均直径	$d_{m1} = (1 - 0.5\psi_R)d_1 = (1 - 0.5 \times 0.25) \times 72 \text{mm}$	$d_{m1} = 63 \text{mm}$
小锥齿轮分度圆锥角	$\delta_1 = \arctan \frac{z_1}{z_2} = \arctan \frac{24}{48}$	$\delta_1 = 26^\circ 33' 54''$
大锥齿轮的切向力	$F_{t2} = F_{t1} = \frac{2T_1}{d_{m1}} = \frac{2 \times 3.2 \times 10^4}{63} \text{N}$	$F_{t2} = 1016 \text{N}$
大锥齿轮的径向力	$F_{r2} = F_{x1} = F_{t1} \tan \alpha \sin \delta_1 = 1016 \tan 20^\circ \sin 26^\circ 33' 54''$	$F_{r2} = 165 \text{N}$
大锥齿轮的轴向力	$F_{x2} = F_{r1} = F_{t1} \tan \alpha \cos \delta_1 = 1016 \tan 20^\circ \cos 26^\circ 33' 54''$	$F_{x2} = 331 \text{N}$



第9节 直齿锥齿轮传动

四、直齿锥齿轮传动的强度计算（选讲）

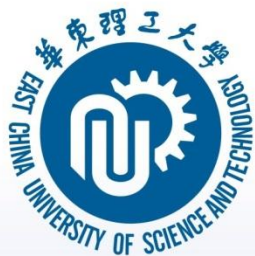
直齿锥齿轮传动的强度计算比较复杂，通常是把直齿锥齿轮传动转化为齿宽中点处的一对当量直齿圆柱齿轮传动作近似计算。

将齿宽中点处当量直齿圆柱齿轮的有关参数代入直齿圆柱齿轮的强度校核式、设计式，分别为：

齿面接触疲劳强度的校核公式、设计公式分别为：

$$\sigma_H = Z_E Z_H \sqrt{\frac{4KT_1}{\psi_R (1 - 0.5\psi_R)^2 d_1^3 i}} \leq [\sigma_H]$$

$$d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{4KT_1}{\psi_R (1 - 0.5\psi_R)^2 i} \left(\frac{Z_E Z_H}{[\sigma_H]} \right)^2}$$



第9节 直齿锥齿轮传动

齿根弯曲疲劳强度的校核公式、设计公式分别为：

$$\sigma_F = \frac{4KT_1}{\psi_R (1 - 0.5\psi_R)^2 z_1^2 m^3 \sqrt{i^2 + 1}} Y_{Fs} \leq [\sigma_F]$$

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{4KT_1}{\psi_R (1 - 0.5\psi_R)^2 z_1^2 \sqrt{i^2 + 1}} \left(\frac{Y_{Fs}}{[\sigma_F]} \right)}$$

复合齿形系数 Y_{Fs} 和许用弯曲应力 $[\sigma_F]$ 之比是指锥齿轮1的 $Y_{Fs1}/[\sigma_{F1}]$ 和锥齿轮2的 $Y_{Fs2}/[\sigma_{F2}]$ 两比值中之大者， Y_{Fs1} 和 Y_{Fs2} 分别按锥齿轮的当量齿数 $z_{v1}=z_1/\cos\delta_1$ 、 $z_{v2}=z_2/\cos\delta_2$ 查取， m 为大端模数，其余符号同直齿圆柱齿轮传动相同。

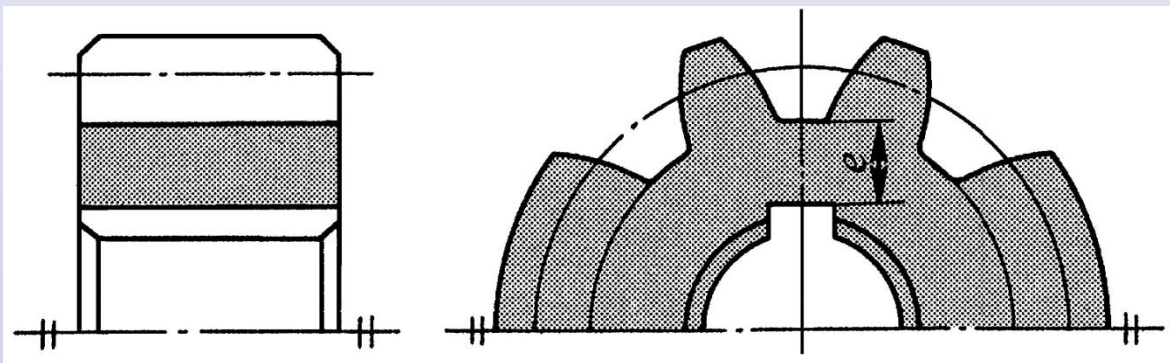


第10节 齿轮的结构

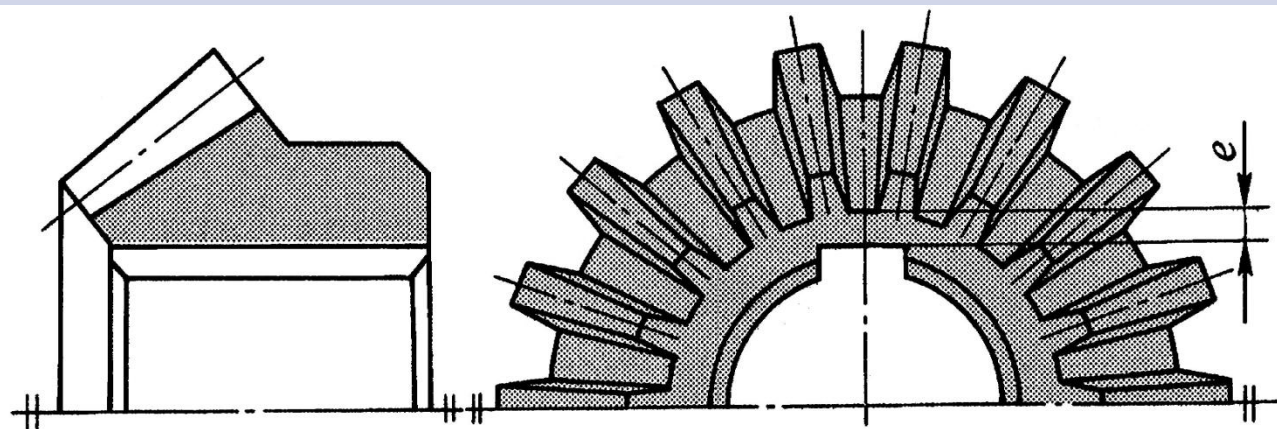
齿轮的结构因其直径不同而不同。

1. **实心齿轮**：齿顶圆直径 $d_a \leq 200\text{mm}$ ，且圆柱齿轮 $e \geq (2 \sim 2.5) m_n$ ，圆锥齿轮 $e \geq (1.6 \sim 2) m$ 。

圆柱
齿轮



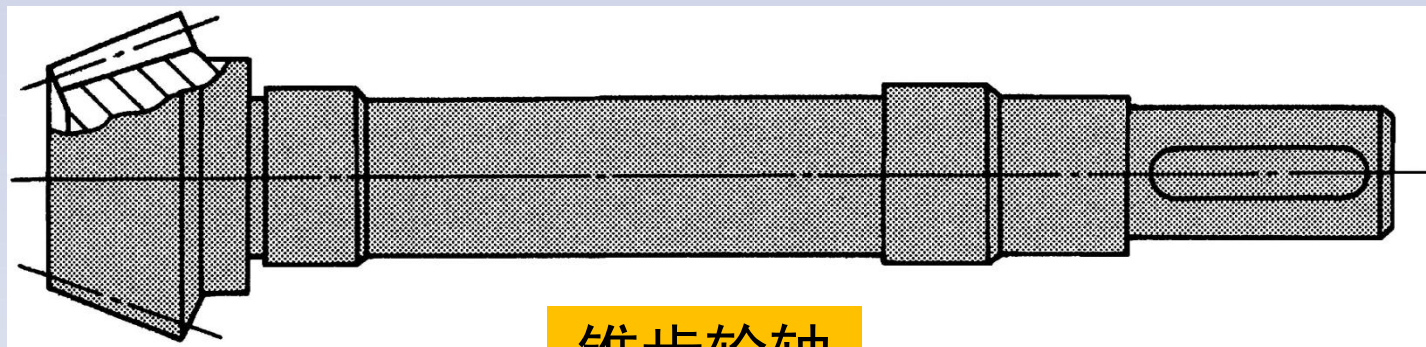
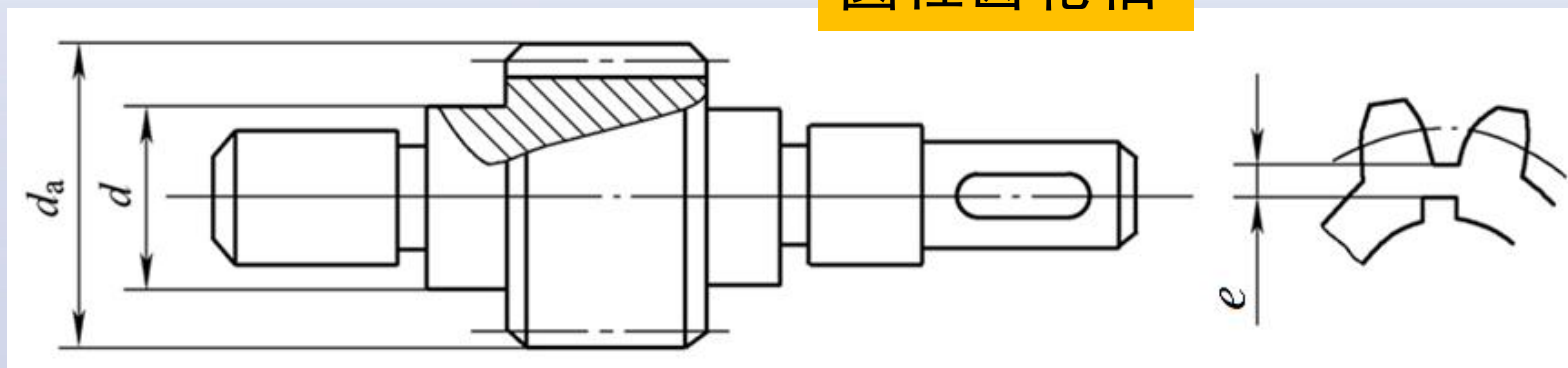
锥
齿轮



第10节 齿轮的结构

2. 齿轮轴：齿轮与轴制成一体，齿顶圆直径 $d_a \leq 200\text{mm}$ ，且 e 不满足前面要求。

圆柱齿轮轴

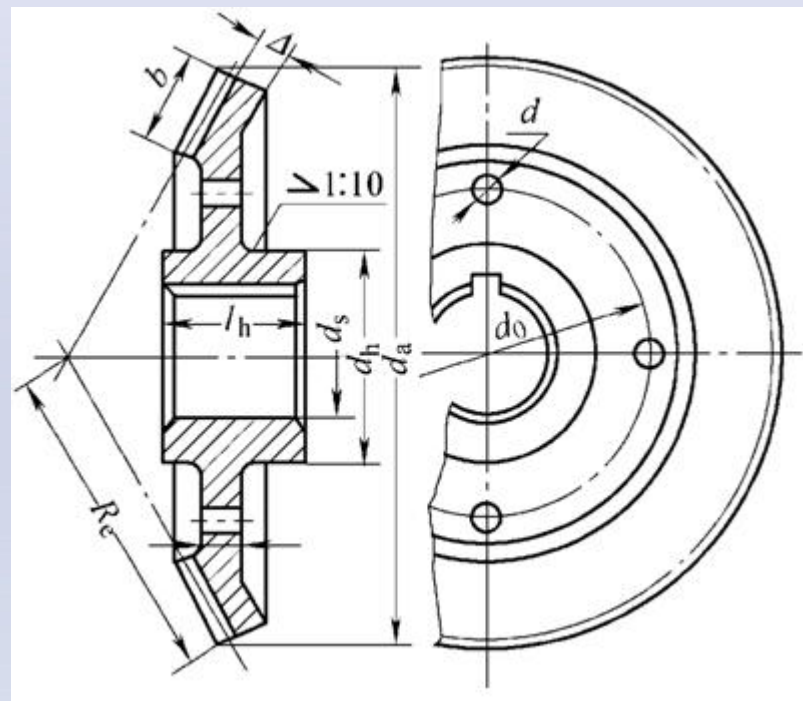
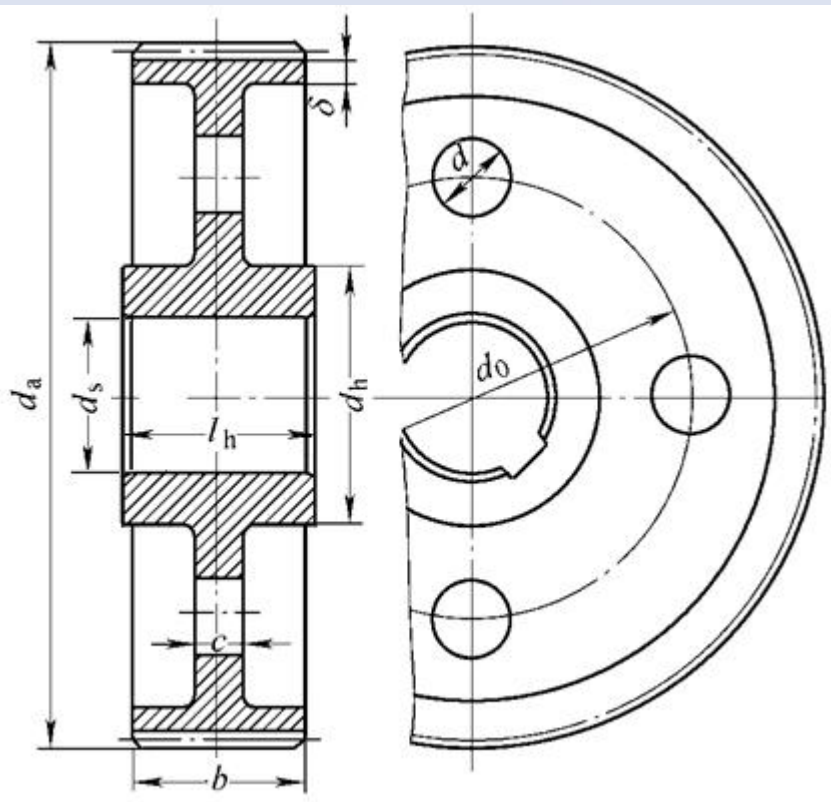


锥齿轮轴

第10节 齿轮的结构

3. 腹板式齿轮：齿顶圆直径 $d_a=200\sim 500\text{mm}$ 。为减轻质量，齿轮上开一定数量的孔。“锻造”

圆柱齿轮

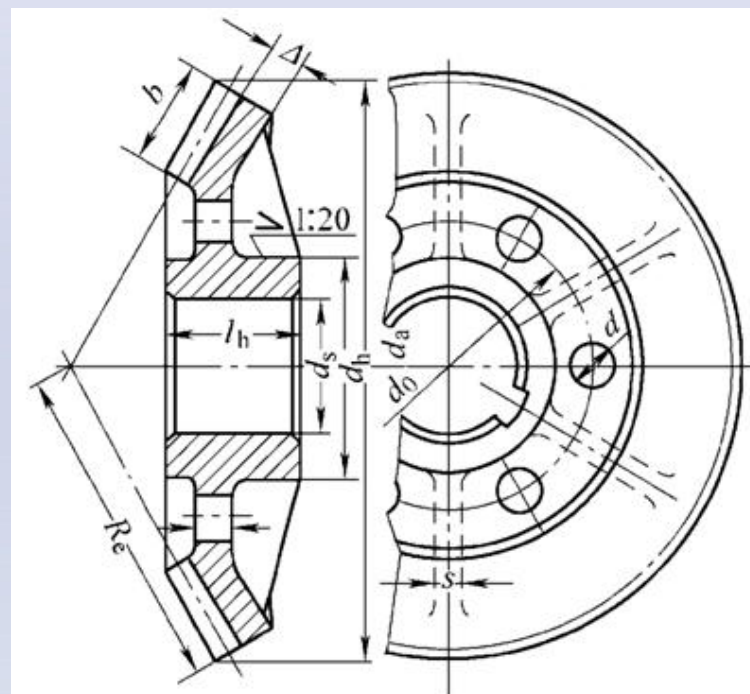
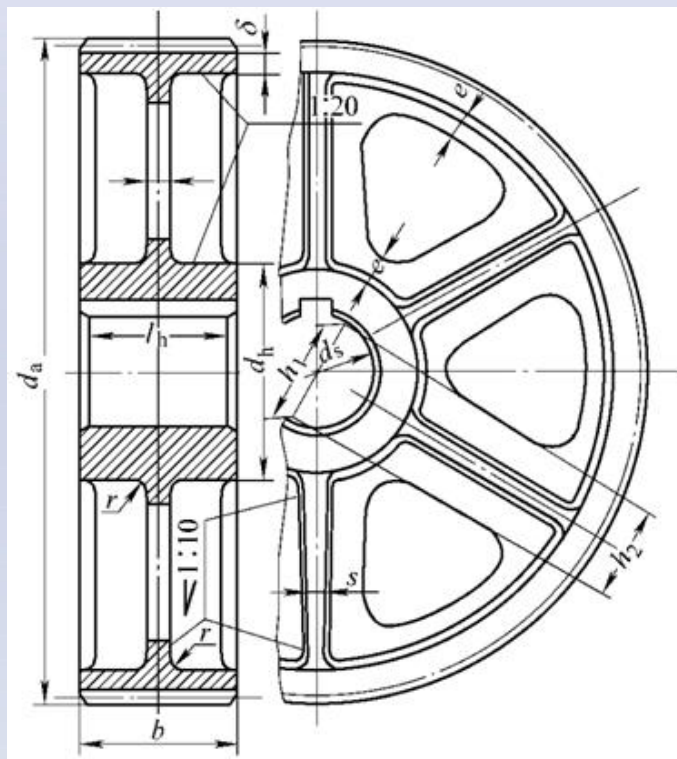


锥齿轮

第10节 齿轮的结构

4. 铸造齿轮：圆柱齿轮，齿顶圆直径 $d_a > 400\text{mm}$ ；锥齿轮，齿顶圆直径 $d_a > 300\text{mm}$ ，因锻造困难，可采用铸造齿轮。圆柱齿轮铸成**轮辐式结构**，锥齿轮铸成**带加强肋的腹板式结构**。

圆柱齿轮



锥齿轮



本章小结

- 直齿圆柱齿轮传动的基本参数、正确啮合条件和几何尺寸计算、受力分析
- 斜齿圆柱齿轮传动的基本参数、正确啮合条件和几何尺寸计算、当量齿数与最少齿数、受力分析
- 直齿锥齿轮传动的基本参数、正确啮合条件和几何尺寸计算、背锥与当量齿数、受力分析
- 轮齿的失效形式
- 直齿圆柱齿轮传动的设计准则