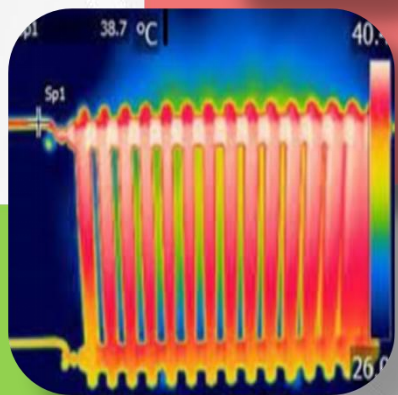




传热学

辐射传热III

授课老师：苗雨



目录

CONTENTS



華東理工大學

01

课前回顾及
导引

02

角系数的
性质及其
计算方法

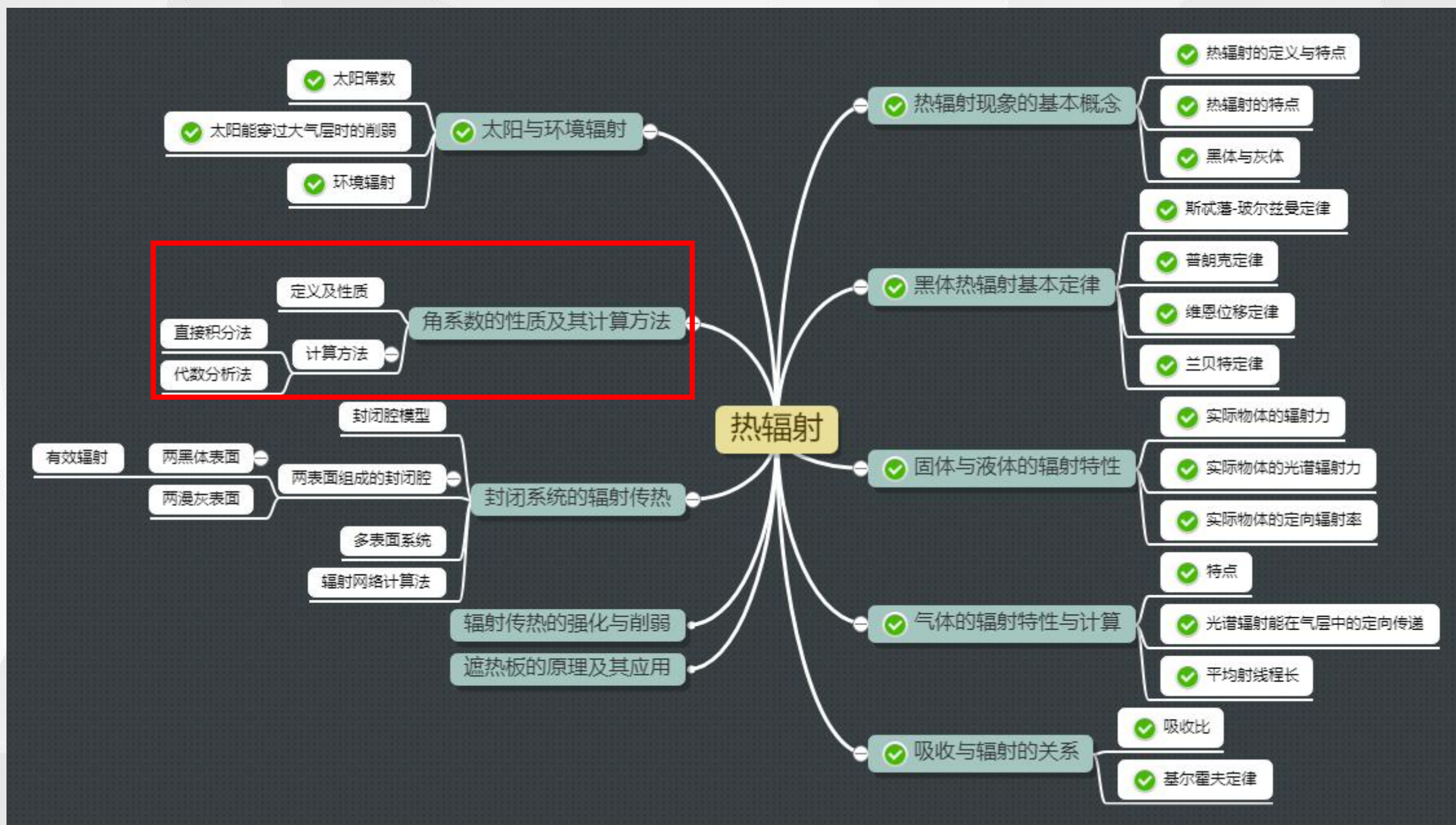
01

课前回顾及导引

课前回顾及导引

- 1 实际物体的辐射力 E 总是小于同温度下黑体的辐射力 E_b 。
- 2 随着温度升高，热辐射中可见光中短波的比例不断增加。
- 3 定向发射率又叫什么？定向黑度
- 4 以下哪种气体没有发射和吸收辐射能的能力？A. 氢气 B. 二氧化硫 C. 氨气 A
- 5 判断题：气体在所有波长区段都有辐射和吸收能力 错
- 6 对于半球气体容积，各个方向的射线路程长都是一样的，即半径 R ；对于其他气体形状，可采用半球来处理 (1) 整个系统处于热平衡状态
- 7 基尔霍夫定律有哪三个限制？(2) 只有在同一温度下，物体的吸收比才等于发射率
(3) 投射辐射源必须是同温度下的黑体
- 8 太阳辐射在大气层时受到吸收和散射两种削弱作用

课前回顾及导引



02

角系数的性质及其计算方法

- 角系数的定义及计算假定
- 角系数的性质
- 角系数的计算方法



角系数的定义及计算假定

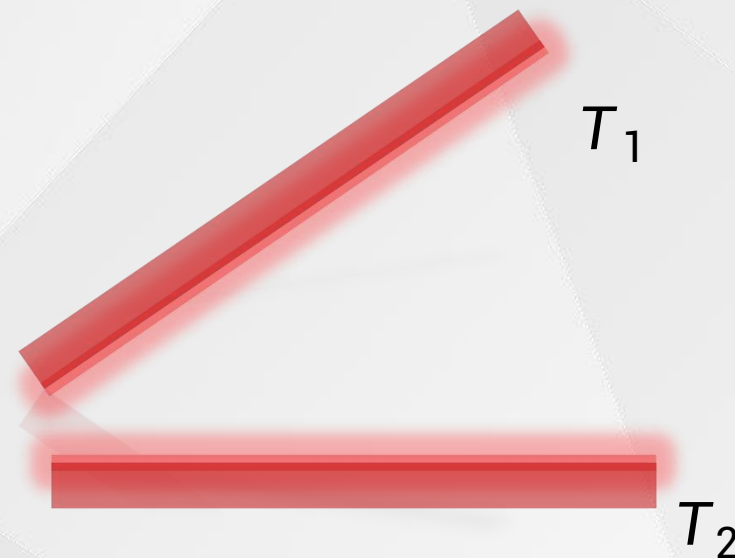
表面1发出的辐射能中落到表面2上的百分数，称为表面1对表面2的**角系数**， $X_{1,2}$

$$X_{1,2} = \frac{\text{离开表面1直接到达表面2的辐射能}}{\text{离开表面1的总辐射能 (表面1的有效辐射)}}$$

同样，也可以定义 $X_{2,1}$

角系数的应用假设：

- 物体表面为**漫射表面**
- 离开所研究表面的**辐射热流密度是均匀的**



注意：

1. 角系数是一个几何因子，方便计算，与两个表面的温度和发射率 ε 没有关系
2. 研究角系数时把物体作为黑体来处理，结论对于漫灰表面均适合



角系数的定义及计算假定

两表面无限接近，
相互间换热热量很大



两表面位于同一平面上，
相互间辐射换热热量为零



两表面之间的辐射换热热量与两个
表面之间的相对位置有很大关系



角系数的性质



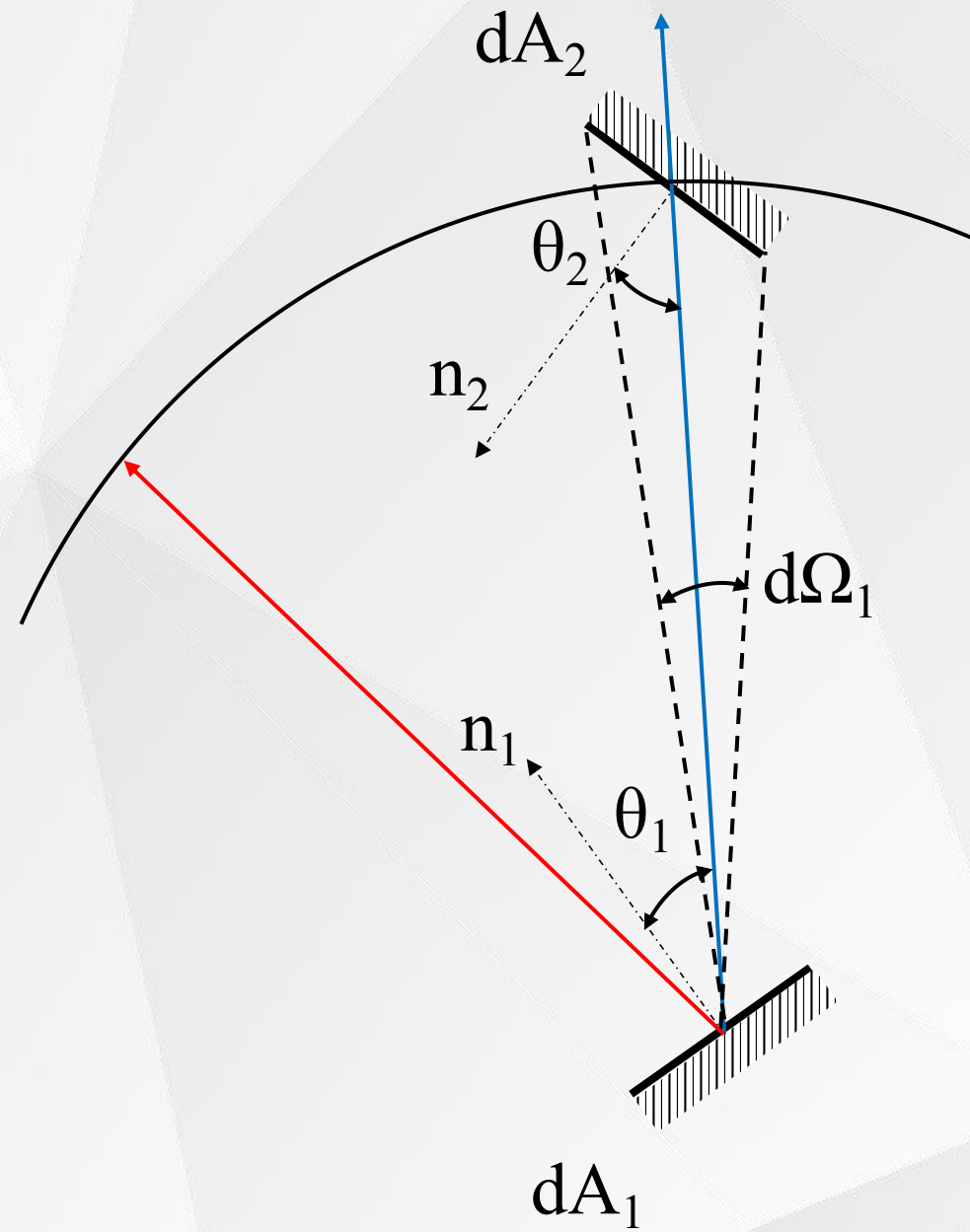


角系数的性质

相对性

从一个微元表面 dA_1 到另一个微元表面 dA_2 的角系数, $X_{d1,d2}$

$$X_{d1,d2} = \frac{\text{落到} dA_2 \text{上由} dA_1 \text{发出的辐射能}}{dA_1 \text{向外发出的总辐射能}} = \frac{d\Phi_{1 \rightarrow 2}}{d\Phi_1}$$





角系数的性质

相对性

根据定向辐射强度的定义

$$I_{b1} = \frac{d\Phi_{1 \rightarrow 2}}{dA_1 d\Omega_1 \cos \theta_1}$$



$$d\Phi_{1 \rightarrow 2} = I_{b1} dA_1 d\Omega_1 \cos \theta_1$$

辐射能的定义

$$d\Phi_1 = E_{b1} dA_1$$

黑体辐射力与定向辐射强度的关系

$$I_{b1} = \frac{E_{b1}}{\pi}$$

立体角的定义

$$d\Omega_1 = \frac{dA_2 \cos \theta_2}{r^2}$$

$$X_{d1,d2} = \frac{d\Phi_{1 \rightarrow 2}}{d\Phi_1} = \frac{I_{b1} \cancel{dA_1} d\Omega_1 \cos \theta_1}{E_{b1} \cancel{dA_1}}$$

$$= \frac{dA_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi r^2}$$

$$X_{d2,d1} = \frac{d\Phi_{2 \rightarrow 1}}{d\Phi_2} = \frac{I_{b2} \cancel{dA_2} d\Omega_2 \cos \theta_2}{E_{b2} \cancel{dA_2}}$$

$$= \frac{dA_1 \cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi r^2}$$

微元表面角系数相对性

$$X_{d1,d2} dA_1 = X_{d2,d1} dA_2$$



角系数的性质

相对性

$$d\Phi_{1 \rightarrow 2} = I_{b1} dA_1 d\Omega_1 \cos \theta_1$$

根据定向辐射强度的定义

$$d\Phi_{1 \rightarrow 2} = \frac{E_{b1}}{\pi} dA_1 \frac{dA_2 \cos \theta_2}{r^2} \cos \theta_1$$

黑体辐射力与定向辐射强度的关系

立体角的定义

$$d\Phi_{1 \rightarrow 2} = \frac{E_{b1} \cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi r^2} dA_1 dA_2$$

角系数的定义

辐射能的定义

$$\Phi_{1 \rightarrow 2} = E_{b1} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi r^2} dA_1 dA_2$$

$$X_{1,2} = \frac{\Phi_{1 \rightarrow 2}}{\Phi_1} = \frac{\Phi_{1 \rightarrow 2}}{A_1 E_{b1}}$$

$$X_{1,2} = \frac{1}{A_1} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi r^2} dA_1 dA_2$$

$$X_{2,1} = \frac{1}{A_2} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi r^2} dA_1 dA_2$$

有限大小表面角系数相对性

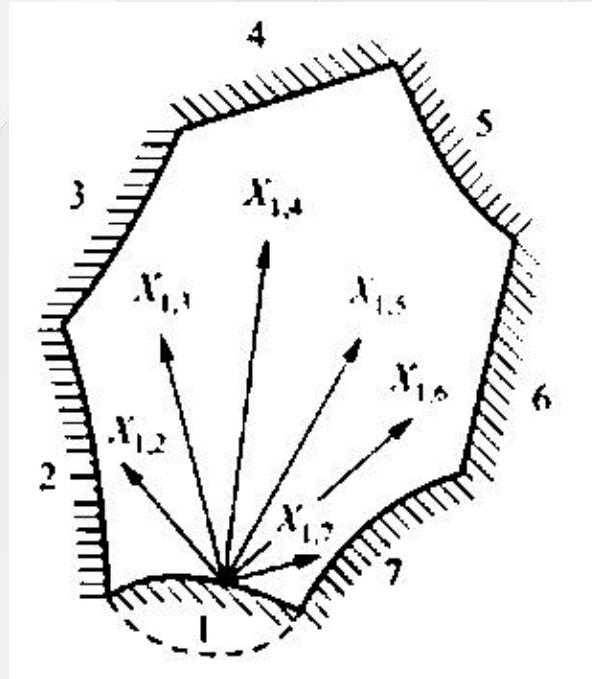
$$X_{1,2} A_1 = X_{2,1} A_2$$



角系数的性质

完整性

对于由几个表面组成的封闭系统，据**能量守恒原理**，从任何一个表面发射出的辐射能必全部落到封闭系统的各表面上



$$X_{1,1} + X_{1,2} + X_{1,3} + \dots + X_{1,n} = \sum_{i=1}^n X_{1,i} = 1$$



表面1为非凹表面

$$X_{1,1} = 0$$



表面1为凹表面

$$X_{1,1} \neq 0$$



角系数的性质

可加性

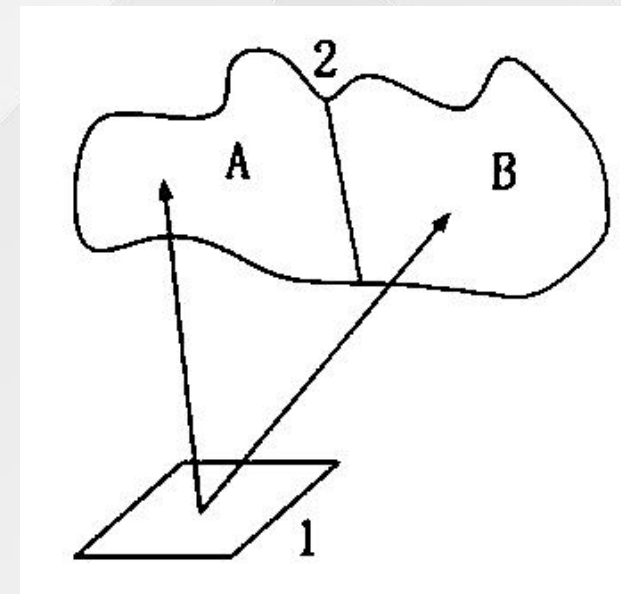
从表面1落到表面2上的总能量等于落到表面2上各部分的辐射能之和

$$A_1 E_{b1} X_{1,2} = A_1 E_{b1} X_{1,2A} + A_1 E_{b1} X_{1,2B}$$



$$X_{1,2} = X_{1,2A} + X_{1,2B}$$

$$X_{1,2} = \sum_{i=1}^n X_{1,2i}$$





角系数的性质

可加性

$$X_{1,2} = X_{1,2A} + X_{1,2B}$$

注意：只对第二个角码可加，第一个角码不存在类似关系

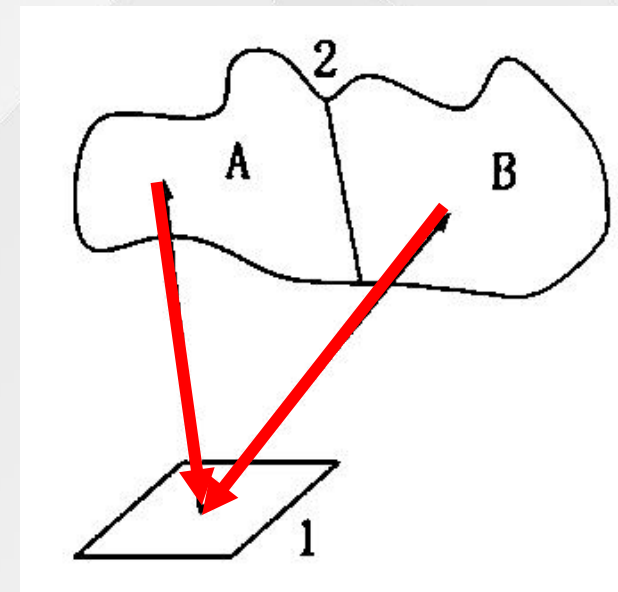
$$A_2 E_{b2} X_{2,1} = A_{2A} E_{b2} X_{2A,1} + A_{2B} E_{b2} X_{2B,1}$$



$$A_2 X_{2,1} = A_{2A} X_{2A,1} + A_{2B} X_{2B,1}$$



$$X_{2,1} = \frac{A_{2A}}{A_2} X_{2A,1} + \frac{A_{2B}}{A_2} X_{2B,1}$$





角系数的计算方法

角系数的计算方法



直接积分法



代数分析法



角系数的计算方法



直接积分法：按角系数的基本定义通过求解多重积分而获得角系数的方法

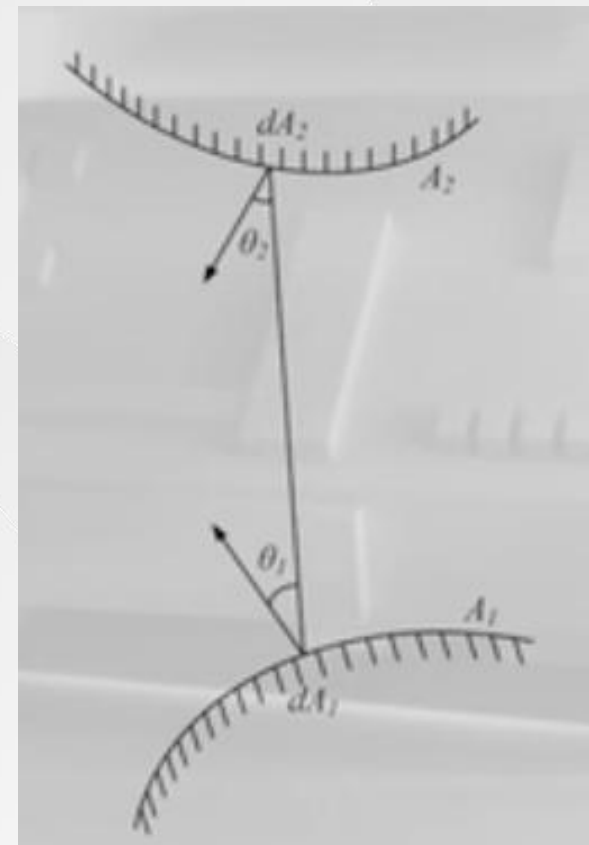
微元 dA_1 和 dA_2 之间的角系数 $X_{d1,d2} = \frac{dA_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi r^2}$

微元 dA_1 和有限空间 A_2 之间的角系数 $X_{d1,2} = \int_{A_2} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi r^2} dA_2$

有限空间 A_1 和 A_2 之间的角系数

$$A_1 X_{1,2} = \int_{A_1} \left(\int_{A_2} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi r^2} dA_2 \right) dA_1$$

$$X_{1,2} = \frac{1}{A_1} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi r^2} dA_1 dA_2$$





角系数的计算方法



直接积分法

$$X_{1,2} = \frac{1}{A_1} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi r^2} dA_1 dA_2$$

由于这是一个四重积分，不少情况下会遇到一些数学上的困难
工程上已将大量几何结构角系数的求解结果总结成计算公式或
绘制成图线

- 表9-1, 9-2
- 图9-7, 9-8, 9-9



角系数的计算方法



代数分析法：利用角系数的相对性、完整性及可加性，通过求解代数方程而获得角系数的方法

以三个非凹表面组成的封闭系统为例，面积分别为 A_1 ， A_2 和 A_3

相对性

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1 X_{1,2} = A_2 X_{2,1} \\ A_1 X_{1,3} = A_3 X_{3,1} \\ A_2 X_{2,3} = A_3 X_{3,2} \end{array} \right.$$

完整性

$$\left\{ \begin{array}{l} X_{1,2} + X_{1,3} = 1 \\ X_{2,1} + X_{2,3} = 1 \\ X_{3,1} + X_{3,2} = 1 \end{array} \right.$$

$$X_{1,2} = \frac{A_1 + A_2 - A_3}{2A_1}$$

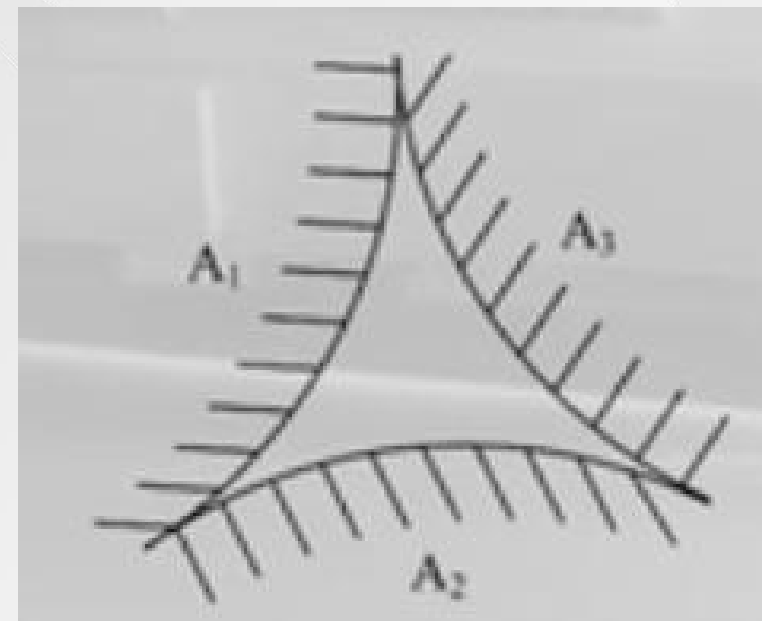
$$X_{1,3} = \frac{A_1 - A_2 + A_3}{2A_1}$$

$$X_{2,1} = \frac{A_1 + A_2 - A_3}{2A_2}$$

$$X_{2,3} = \frac{-A_1 + A_2 + A_3}{2A_2}$$

$$X_{3,1} = \frac{A_1 - A_2 + A_3}{2A_3}$$

$$X_{3,2} = \frac{-A_1 + A_2 + A_3}{2A_3}$$





角系数的计算方法



代数分析法

$$\left. \begin{array}{l} A_1 X_{1,2} = A_2 X_{2,1} \\ X_{2,1} + X_{2,3} = 1 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} A_1 X_{1,2} = A_2 (1 - X_{2,3}) = A_2 - A_2 X_{2,3} \\ A_2 X_{2,3} = A_3 X_{3,2} \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} A_1 X_{1,2} = A_2 - A_3 X_{3,2} \\ X_{3,1} + X_{3,2} = 1 \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} A_1 X_{1,2} = A_2 - A_3 (1 - X_{3,1}) = A_2 - A_3 + A_3 X_{3,1} \\ A_1 X_{1,3} = A_3 X_{3,1} \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} A_1 X_{1,2} = A_2 - A_3 + A_1 X_{1,3} \\ X_{1,2} + X_{1,3} = 1 \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow A_1 X_{1,2} = A_2 - A_3 + A_1 (1 - X_{1,2}) = A_1 + A_2 - A_3 - A_1 X_{1,2} \Rightarrow X_{1,2} = \frac{A_1 + A_2 - A_3}{2A_1}$$



角系数的计算方法



代数分析法

$$X_{1,2} = \frac{A_1 + A_2 - A_3}{2A_1}$$

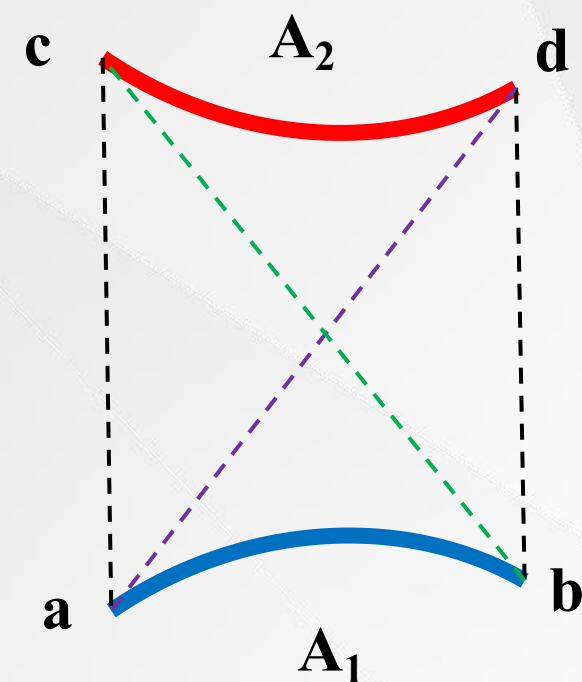
欲求表面 A_1 和 A_2 之间的角系数，假定在垂直于纸面的方向上表面的长度是无限延伸的

连接ac和bd，根据角系数的完整性，

$$X_{ab,cd} = 1 - X_{ab,ac} - X_{ab,bd}$$

连接bc和ad，则可将abc和abd看成由三个表面组成的封闭的系统

$$\left. \begin{aligned} X_{ab,ac} &= \frac{ab + ac - bc}{2ab} \\ X_{ab,bd} &= \frac{ab + bd - ad}{2ab} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} X_{ab,cd} &= \frac{(bc + ad) - (ac + bd)}{2ab} \\ X_{1,2} &= \frac{\text{交叉线之和} - \text{不交叉线之和}}{2 \times \text{表面} A_1 \text{断面长度}} \end{aligned}$$

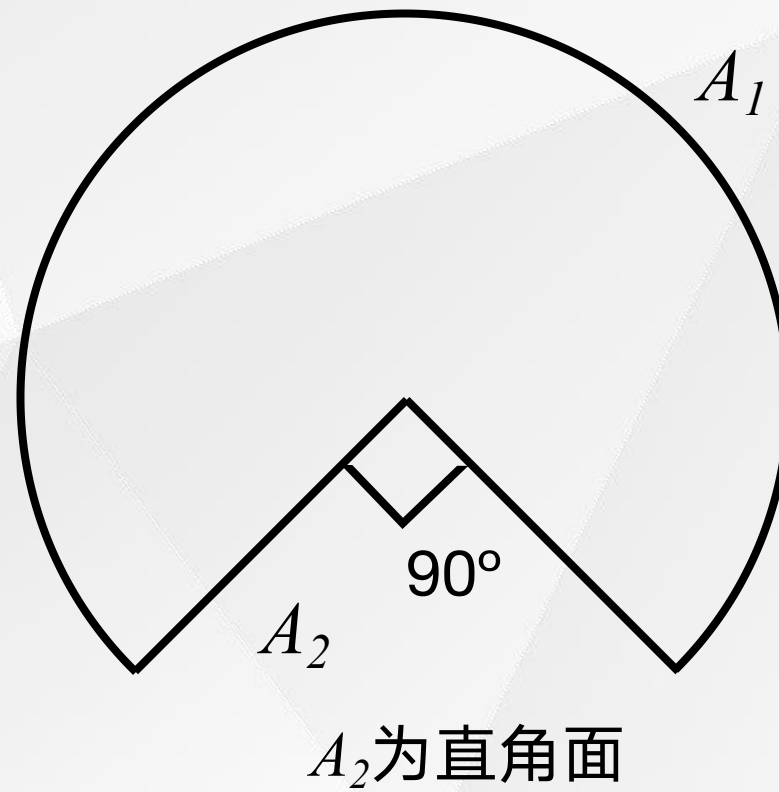


交叉线法



角系数的计算方法

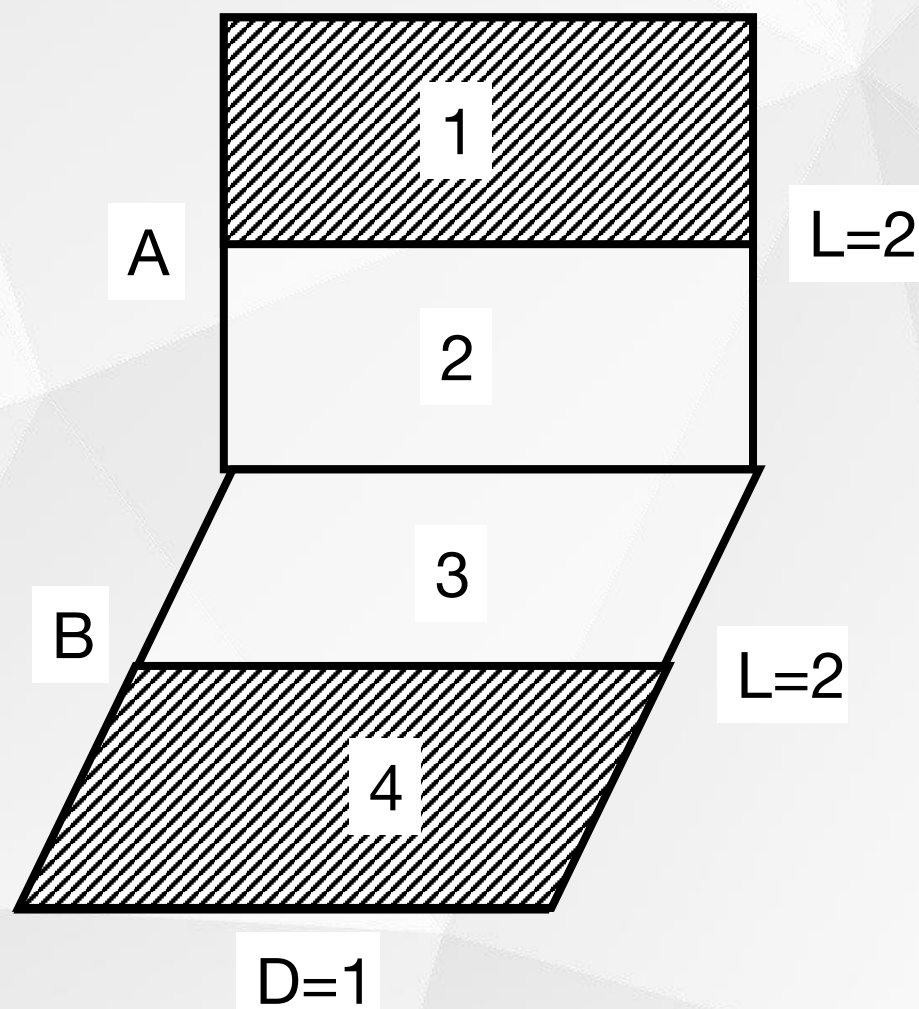
例题1：求下列图形中的角系数 $X_{1,2}$ 。





角系数的计算方法

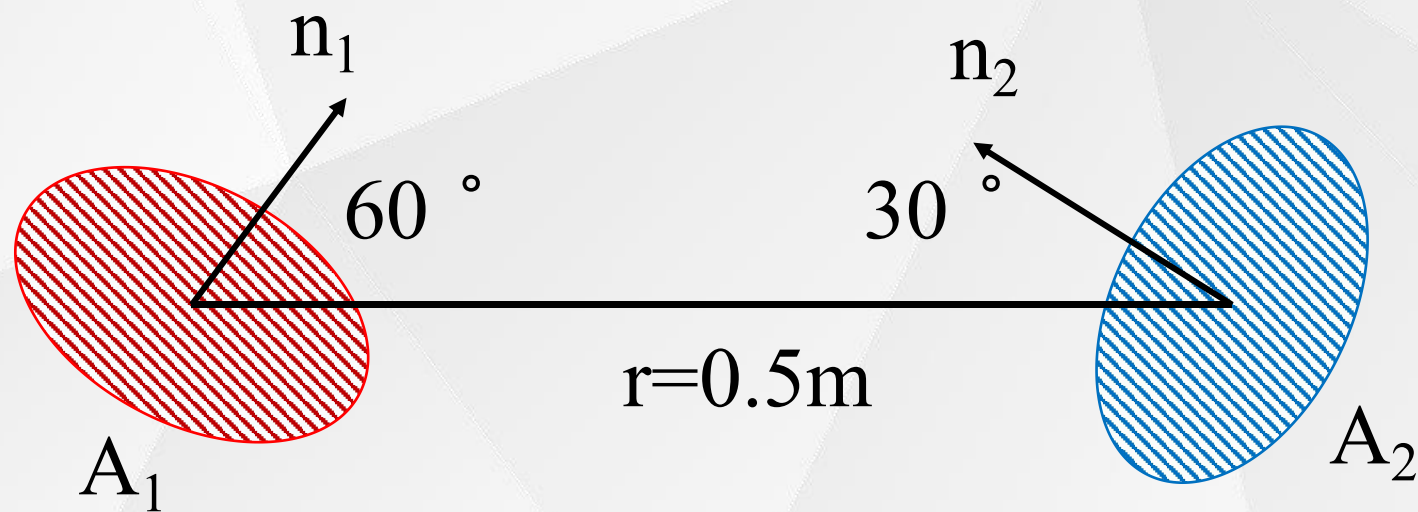
例题2：已知：表面A、B分别被平均分成表面1、2和表面3、4。表面B与表面1的角系数 $X_{B,1}=0.5$ ，表面3与表面1的角系数 $X_{3,1}=0.2$ ，求图中表面1、4间的角系数 $X_{1,4}$ 。





角系数的计算方法

例题3：设有如下图所示的两个微小面积 A_1 、 A_2 ， $A_1=2\times 10^{-4}\text{m}^2$ 、 $A_2=3\times 10^{-4}\text{m}^2$ 。 A_1 为漫射表面，辐射力 $E_1=5\times 10^4\text{W/m}^2$ 。试计算由 A_1 发出而落到 A_2 上的辐射能。





角系数的计算方法

例题4：求下列图形中的角系数 $X_{1,2}$ 。

