华东理工大学 2017–2018 学年第二学期

《高等数学(下)》(11 学分) 课程期末考试试卷 (A) 2018.7

开课学院：理学院， 专业：大面积， 考试形式：闭卷， 所需时间 120 分钟

考生姓名：__________ 学号：__________ 班级：__________ 任课教师：__________

题序	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
满分	12	18	18	18	16	6	6	6	100
得分									
阅卷人									

注 意：试 卷 共 三 页 八 大 题

一、解下列各题（每小题 6 分，共 12 分）：

1. 已知曲线 L 的方程为 $x=\mathrm{e}^t\cos t$， $y=\mathrm{e}^t\sin t$， $z=\mathrm{e}^t$， $0\le t\le 1$，计算积分 $\int_L \mathrm{d}s$.

2. 计算积分 $\iint\limits_{\Sigma}\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2+y^2}}\mathrm{d}S$，其中 Σ 为曲面 $z=\dfrac{x^2+y^2}{2}$ 在平面 $z=2$ 下方的部分.

二、解下列各题（每小题 6 分，共 18 分）：

1. 求微分方程 $y''' - 5y'' + 6y' = 0$ 的通解.

2. 求经过点 $(-1, 0, 2)$ 且与两条直线 $x = y = z$ 及 $\dfrac{x+1}{0} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z}{-1}$ 都垂直的直线方程.

3. 求微分方程 $y'' + \dfrac{y'}{x} = 0$ 满足初始条件 $y(1) = y'(1) = 1$ 的特解.

三、解下列各题（每小题 6 分，共 18 分）：

1. 求由方程 $\dfrac{x}{z}=\arctan\dfrac{z}{y}$ 所确定的函数 $z=z(x,y)$ 的全微分 $\mathrm{d}z$，以及偏导数 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ 和 $\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

2. 求曲线 L： $xy+yz+zx=11$， $xyz=6$ 在点 $M(3,2,1)$ 处的切线方程和法平面方程.

3. 用拉格朗日乘数法求表面积为 S，体积最大的圆柱体的体积.

四、解下列各题（每小题 6 分，共 18 分）：

1. 计算二次积分 $\int_0^{\pi}\mathrm{d}y\int_y^{\pi}\frac{\sin x}{x}\mathrm{d}x$.

2. 计算二重积分 $\iint\limits_D (x^2+y^2-1)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$，其中 D 为圆 $x^2+y^2=4$ 所围成的区域.

3. 判别二重极限 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\frac{x^2y}{x^4+y^2}$ 是否存在？若存在，请计算其值；若不存在，请说明理由.

五、选择题(在每小题中选出唯一正确的选项, 每小题 4 分, 共 16 分)

1. 设 $u=\ln\sqrt{x^2+y^2+z^2}$，则 $\operatorname{div}(\operatorname{grad} u)=$ (　　)

(A) $\dfrac{2}{x^2+y^2+z^2}$　　(B) $\dfrac{1}{x^2+y^2+z^2}$

(C) $\vec{0}$　　(D) $\dfrac{-2\{yz, zx, xy\}}{(x^2+y^2+z^2)^2}$

2. 设函数 $f(x,y)$ 可微，且对任意的 x,y 都有 $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}>0$ 和 $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}<0$，则使不等式 $f(x_1,y_1)>f(x_2,y_2)$ 成立的一个充分条件是 (　　)

(A) $x_1<x_2, y_1<y_2$　　(B) $x_1>x_2, y_1>y_2$

(C) $x_1>x_2, y_1<y_2$　　(D) $x_1<x_2, y_1>y_2$

3. 设 Σ 是正方体 $|x|\le 1$，$|y|\le 1$，$|z|\le 1$ 的外表面，则 $\oiint\limits_{\Sigma} x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z+y\,\mathrm{d}z\,\mathrm{d}x+z\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$ 的值为 (　　)

(A) 3　　(B) 6　　(C) 9　　(D) 24

4. 设 L 为上半椭圆 $x^2+xy+y^2=1\,(y\ge 0)$ 上从点 $(-1,0)$ 到点 $(1,0)$ 的弧段，则 $I=\int_L [1+(xy+y^2)\sin x]\,\mathrm{d}x+(x^2+xy)\sin y\,\mathrm{d}y=$ (　　)

(A) 0　　(B) 1　　(C) 2　　(D) -1

六、(本题 6 分) 计算 $I=\oint\limits_L \dfrac{x\mathrm{d}y-y\mathrm{d}x}{x^2+y^2}$，其中 L 为圆周 $x^2+y^2=4$，方向为逆时针方向.

七、(本题 6 分) 计算$\iiint\limits_{\Omega} z\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z$，其中$\Omega$是由锥面$z=\sqrt{x^2+y^2}$和平面$z=2$所围成的闭区域.

八、(本题 6 分) 求定义在$[0,+\infty)$上的连续函数$f(t)$使得

$$f(t)=2\iint\limits_{x^2+y^2\le t^2}(x^2+y^2)f(\sqrt{x^2+y^2})\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y+t^4.$$