

# 华东理工大学 2023-2024 学年第一学期

## 《数学分析（上）》< 数列极限 > 章节测试试卷 2023.11

姓 名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 班级：\_\_\_\_\_ 任课教师： 靳勇飞 \_\_\_\_\_

..... 以下为试卷内容 .....

一、 (每题 4 分, 共 8 分) 用  $\varepsilon - \delta$  语言写出下列符号、术语、定理、陈述。

1. 数列  $\{x_n\}_{n=1}^{+\infty}$  是柯西 (Cauchy) 列
2. 有限覆盖定理

二、 (每题 4 分, 共 16 分) 求下列极限。

1.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^{20} + (-23)^n}{n^{20} + 23^n}.$
2.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^{\frac{1}{3}} \left[ (n+1)^{\frac{2}{3}} - (n-1)^{\frac{2}{3}} \right].$
3.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{\sqrt[n]{n!}}.$
4.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n + 3 \ln n + 4 \ln^2 n}{n - 3 \ln n + 5 \ln^2 n}.$

三、 (6 分) 叙述用闭区间套定理证明 Bolzano-Weierstrass 定理的主要过程。

四、 (10 分)  $x_1 = a > 0, y_1 = b > 0$ , 对任意的  $n \in \mathbb{N}^+, x_{n+1} = \sqrt{x_n y_n}, y_{n+1} = \frac{x_n + y_n}{2}$ . 证明:  
 $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} y_n.$