

华东理工大学 2023-2024 学年第一学期

《数学分析（上）》〈微分与导数〉章节测试试卷 2023.12

姓 名：_____ 学号：_____ 班级：_____ 任课教师： 靳勇飞

..... 以下为试卷内容

一、 (每题 4 分, 共 24 分) 求函数 y 关于变量 x 的导数。

1. $y = \ln(e^x + \sqrt{1 + e^{2x}}).$

2. $y = \tan(2 \arctan x).$

3. $y = x|x|.$

4. $x = \arcsin(\sin y + \cos y).$

5.
$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 = r^2 \end{cases} \quad (r > 0)$$

6.
$$\begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = a \sin^3 t \end{cases} \quad (a > 0)$$

二、 (6 分) 函数 φ 在区间 (a, b) 内连续, $x_0 \in (a, b)$. 对任意的 $x \in (a, b)$, $f(x) = (x - x_0)\varphi(x)$, 求 $f'(x_0)$.

三、 (10 分) 设 $f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2}}, & \text{当 } x \neq 0 \text{ 时} \\ 0, & \text{当 } x = 0 \text{ 时} \end{cases}$. 证明: f 在 0 任意阶可导, 并求 $f^{(n)}(0)$.