

传热学

对流换热II

授课老师：苗雨

目录

CONTENTS



華東理工大學

01

课前回顾及
导引

02

对流传热
研究方法

03

对流传热
无量纲数

04

流体外掠
平板层流
传热问题

05

相似原理

01

课前回顾及导引

课前回顾及导引

1

连续性方程的表达式

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

2

二维流体 (x, y方向) 的动量守恒方程

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial \tau} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = F_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \eta \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial \tau} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = F_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \eta \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)$$

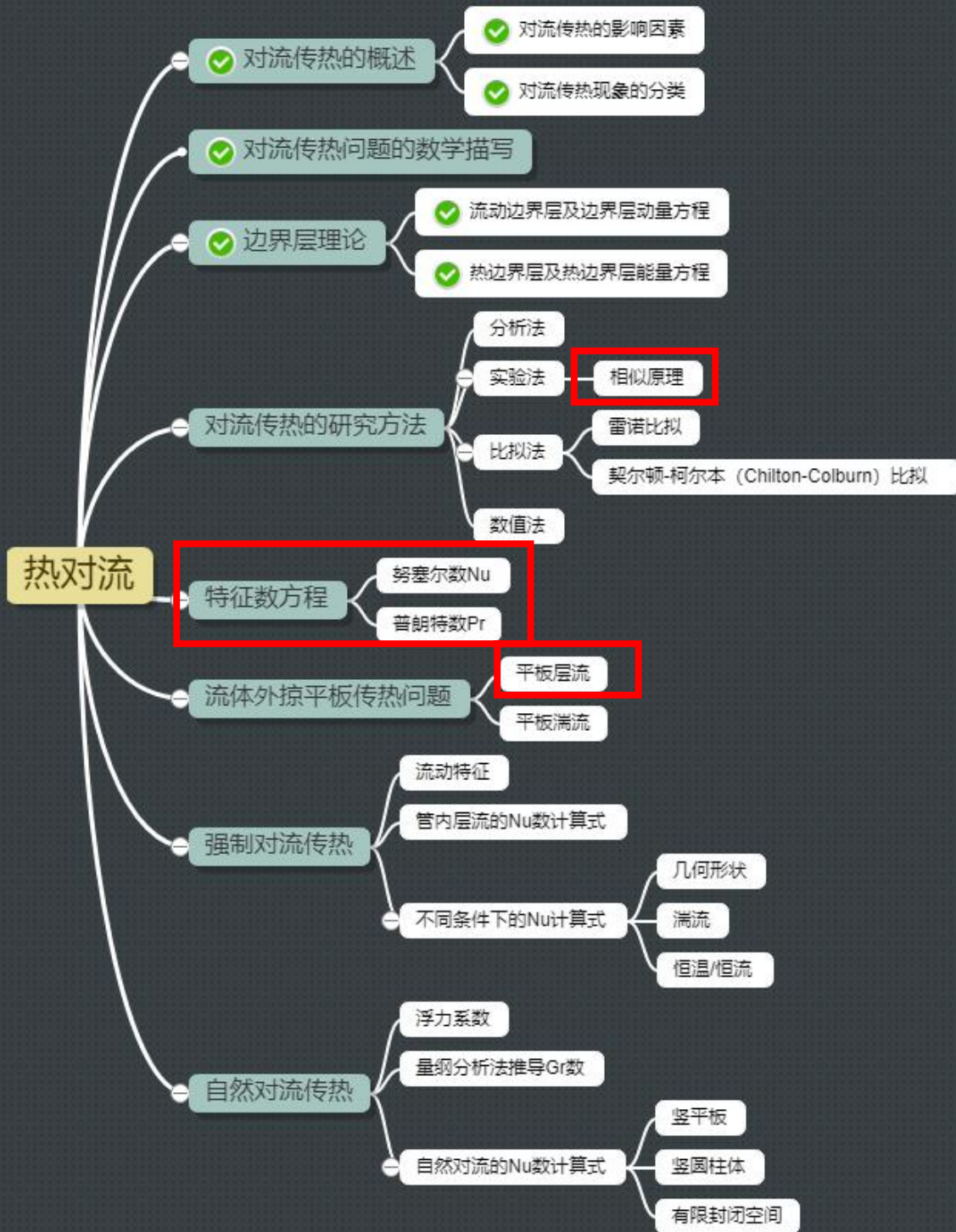
3

二维、常物性、不可压缩、无内热源的能​​量守恒方程

$$\rho c_p \left(u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} + \frac{\partial t}{\partial \tau} \right) = \lambda \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right)$$



课前回顾及导引



02

对流传热研究方法



对流传热研究方法



03

对流传热无量纲数

- 普朗特数
- 努塞尔数



普朗特数Pr

运动粘度 动力粘度

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\frac{\eta}{\rho}}{\frac{\lambda}{\rho c_p}} = \frac{\eta c_p}{\lambda}$$

计算公式

效果

影响因素

普朗特数Pr只和流体及其状态有关。

- 流体力学无量纲数
- 表示运动粘度和热扩散率的比例
- 动量传输及热量传输速率的比例

- 控制动量边界层及热边界层的相对厚度。
- Pr小表示热扩散速率会比速度扩散速率要快
 - $Pr=1$, $\delta=\delta_t$, 比如空气
 - $Pr>1$, $\delta>\delta_t$, 比如高粘度油
 - $Pr<1$, $\delta<\delta_t$, 比如液态金属



努塞尔数Nu

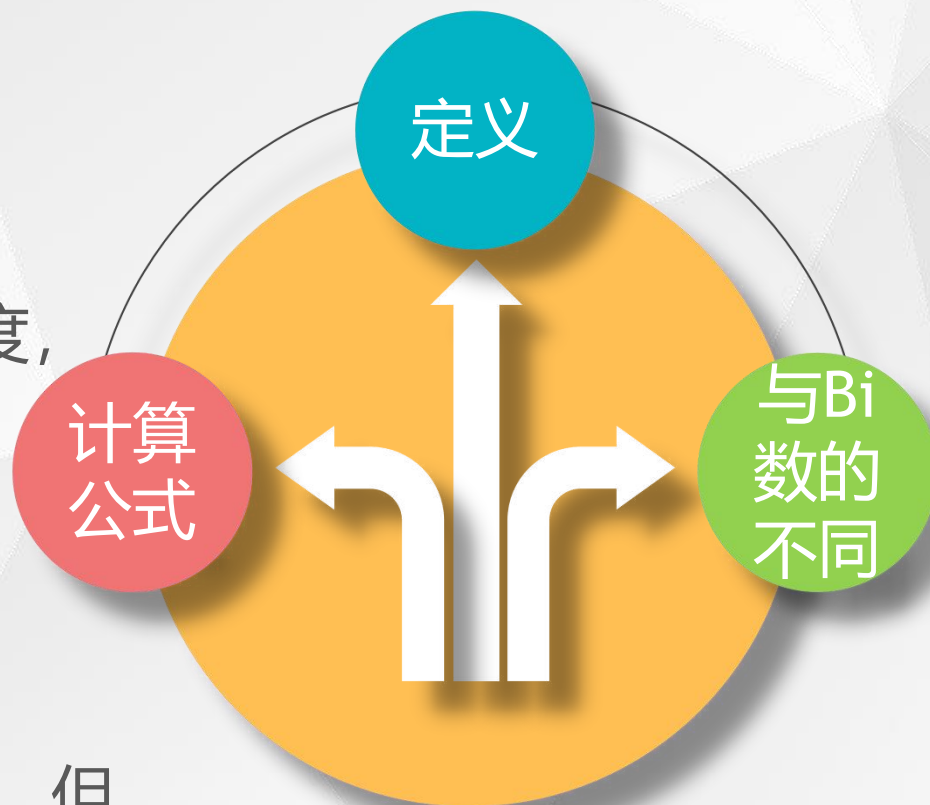
- 流体力学以及传热学的无量纲数
- 表示**对流换热强烈程度**

$$Nu = \frac{hl_c}{\lambda}$$

l_c 为传热面的几何特征长度，
垂直于传热面方向，
比如

- 热管的直径
- 传热平板的厚度

在形式上与Bi数完全相同，但
两者却有着根本上的区别



努塞尔数Nu	毕渥数Bi
λ 是流体的导热系数	λ 是导热物体的导热系数
h 一般未知	h 一般已知
是待求解的无量纲数	是已经确定的无量纲数
表示壁面流体的温度梯度	表示内部导热热阻与外部对流热阻的相对大小

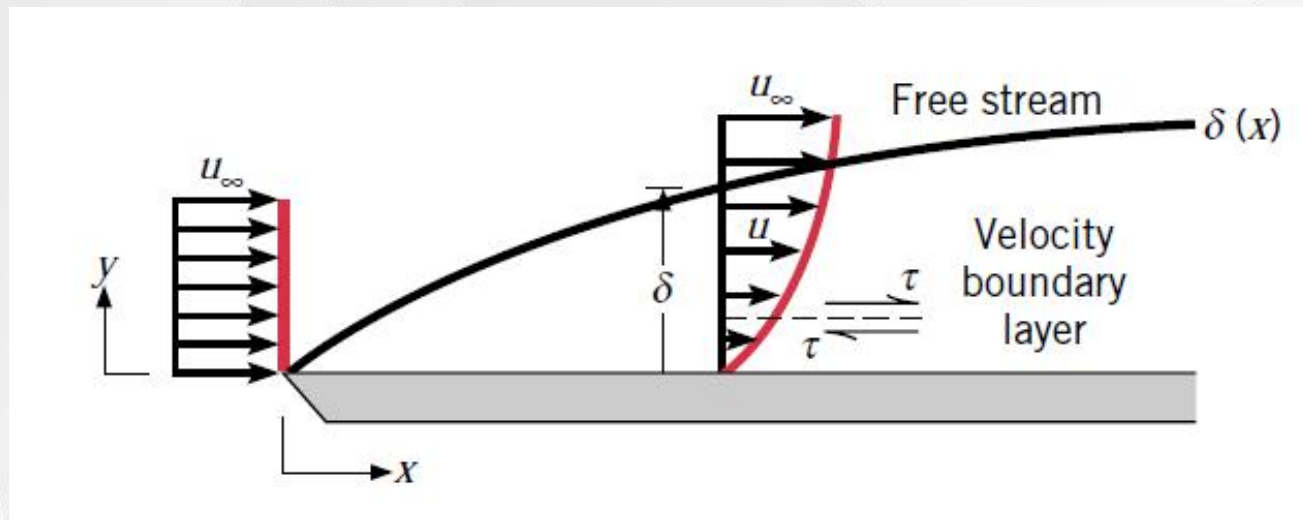
04

流体外掠平板层流传热问题

- 离开前缘 x 处的边界层厚度 δ/x
- 范宁局部摩擦系数 C_f
- 流动边界层与热边界层厚度之比 δ/δ_t
- 局部表面传热系数 h_x
- 特征数方程



离开前缘x处的边界层厚度 δ/x



$$@y = 0, u = 0$$

$$@y = 0, \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad \text{恒压条件}$$

$$@y = \delta, u = u_\infty$$

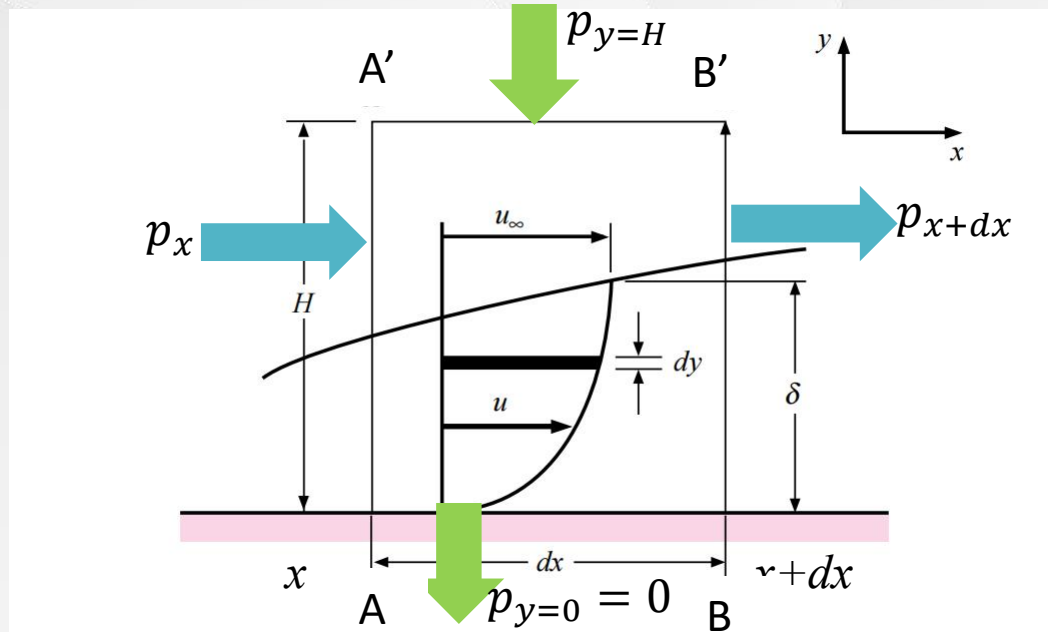
$$@y = \delta, \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

能够同时满足这四个边界条件的函数 $u = C_1 + C_2 y + C_3 y^2 + C_4 y^3$



$$\frac{u}{u_\infty} = \frac{3}{2} \frac{y}{\delta} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3$$

离开前缘x处的边界层厚度 δ/x



微元体净动量 = 剪应力产生的冲量 + 压力梯度

$$p_{x+dx} + p_{y=0} - p_x - p_{y=H}$$

$$\tau_w dx = \mu \left. \frac{du}{dy} \right|_{y=0} dx$$

$$\frac{dp}{dx} H dx$$

$$\frac{d}{dx} \left(\int_0^{\delta} \rho u (u - u_{\infty}) dy \right) dx$$

代入得

$$\frac{d}{dx} \left(\int_0^{\delta} \rho u (u - u_{\infty}) dy \right) dx = \mu \left. \frac{du}{dy} \right|_{y=0} dx$$



离开前缘x处的边界层厚度 δ/x

$$\left. \begin{aligned} \frac{u}{u_\infty} &= \frac{3}{2} \frac{y}{\delta} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3 \\ \frac{d}{dx} \left(\int_0^\delta \rho u (u - u_\infty) dy \right) dx &= \mu \left. \frac{du}{dy} \right|_{y=0} dx \end{aligned} \right\} \delta d\delta = \frac{140}{13} \frac{\mu}{\rho u_\infty} dx$$

$@x = 0, \delta = 0$

$$\frac{\delta}{x} = 4.64 \sqrt{\frac{\mu}{\rho u_\infty x}} \approx 5.0 \sqrt{\frac{\mu}{\rho u_\infty x}} = \frac{5.0}{\sqrt{Re_x}}$$

δ 为离开前缘 x 处的边界层厚度
 Re_x 为以 x 为特征长度的雷诺数



范宁局部摩擦系数 C_f

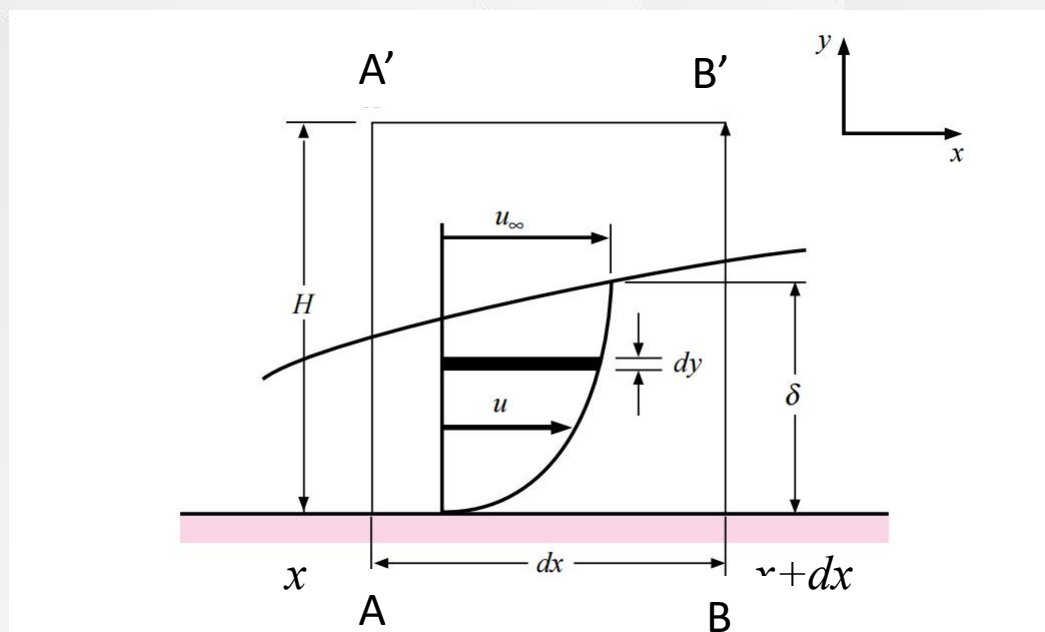
C_f 为范宁局部摩擦系数，无量纲数

施加在壁面上的剪应力 $\tau_w = C_f \frac{\rho u_\infty^2}{2}$

由之前 δ/x 推导得到

$$\left. \begin{aligned} \tau_w &= \mu \left. \frac{du}{dy} \right|_{y=0} \\ \frac{u}{u_\infty} &= \frac{3}{2} \frac{y}{\delta} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3 \\ \frac{\delta}{x} &= 4.64 \sqrt{\frac{\nu x}{u_\infty}} \end{aligned} \right\} \tau_w = \frac{3}{2} \frac{\mu u_\infty}{4.64} \sqrt{\frac{u_\infty}{\nu x}}$$
$$C_f = \frac{0.664}{\sqrt{Re_x}}$$

流动边界层与热边界层厚度之比 δ/δ_t



流体外掠平板的能量守恒：

进入微元体的能量 + **粘性力做功** + **通过平板的导热** = **离开微元体的能量**

$$E_{in} = E_{x,in} + E_{y,in}$$

$$= \rho c_p \int_0^H u t dy$$

$$+ c_p t_{\infty} \frac{d}{dx} \left(\int_0^H \rho u dy \right) dx$$

$$E_{\mu} = \mu \left[\int_0^H \left(\frac{du}{dy} \right)^2 dy \right] dx$$

$$E_{\lambda} = - \lambda dx \frac{\partial t}{\partial y} \Big|_w$$

$$E_{out} = E_{x,out} + E_{y,out}$$

$$= \rho c_p \int_0^H u t dy$$

$$+ \frac{d}{dx} \left(\rho c_p \int_0^H u t dy \right) dx + 0$$

流动边界层与热边界层厚度之比 δ/δ_t

代入化简得到

$$\frac{d}{dx} \left[\int_0^H (t_\infty - t) u dy \right] = \alpha \left. \frac{\partial t}{\partial y} \right|_w$$

与边界层厚度相似

壁面: $y = 0, t = t_w$

$$y = 0, \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} = 0$$

能够同时满足以下四个边界条件的函数

$$t = C_1 + C_2 y + C_3 y^2 + C_4 y^3$$

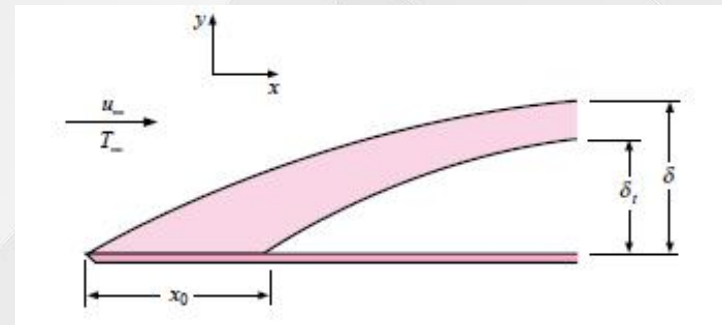
边界层边缘: $y = \delta_t, t = t_\infty$

$$y = \delta_t, \frac{\partial t}{\partial y} = 0$$

$$\frac{t - t_w}{t_\infty - t_w} = \frac{3}{2} \frac{y}{\delta_t} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta_t} \right)^3$$

由之前 δ/x 推导得到

$$\frac{u}{u_\infty} = \frac{3}{2} \frac{y}{\delta} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3$$



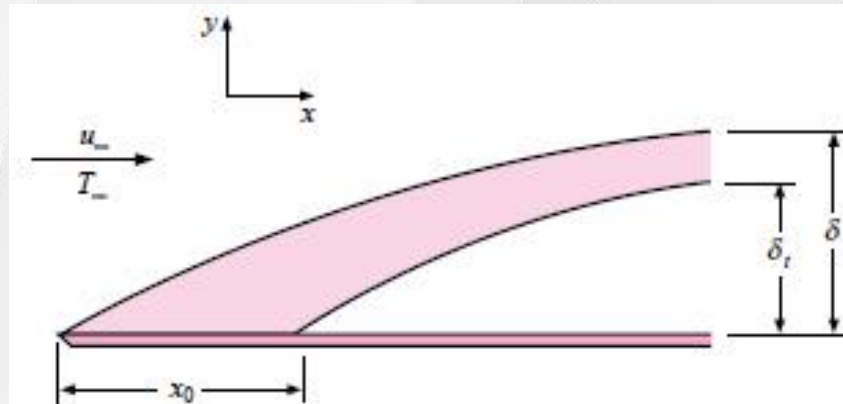
$$x_0 = 0, \frac{\delta_t}{\delta} = \frac{1}{1.026} Pr^{-1/3}$$

$$\boxed{\frac{\delta_t}{\delta} \sim Pr^{-1/3}}$$



局部表面传热系数 h_x

平板表面的对流换热热量 = 导入到流体中的热量



$$h(t_w - t_\infty) = -\lambda \frac{dt}{dy}$$

由之前 δ/x 推导得到

$$\frac{t - t_w}{t_\infty - t_w} = \frac{3}{2} \frac{y}{\delta_t} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta_t} \right)^3$$

$$\frac{\delta}{x} = \frac{4.64}{\sqrt{Re_x}}$$

由之前 δ/δ_t 推导得到 $x_0 = 0, \frac{\delta_t}{\delta} = \frac{1}{1.026} Pr^{-1/3}$

$$x_0 = 0, h_x = 0.332 \frac{\lambda}{x} Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$$



流体外掠平板层流传热问题



● 离开前缘x处的边界层厚度 δ/x

$$\frac{\delta}{x} = 4.64 \sqrt{\frac{\mu x}{\rho u_{\infty}}} \approx \frac{5.0}{\sqrt{Re_x}}$$



● 范宁局部摩擦系数 C_f

$$C_f = \frac{0.664}{\sqrt{Re_x}}$$



● 流动边界层与热边界层厚度之比 δ/δ_t

$$x_0 = 0, \frac{\delta_t}{\delta} = \frac{1}{1.026} Pr^{-1/3}$$



● 局部表面传热系数 h_x

$$x_0 = 0, h_x = 0.332 \frac{\lambda}{x} Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$$

特征数方程

在推导局部表面传热系数时, $h_x = 0.332 \frac{\lambda}{x} Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$

$$Nu_x = \frac{h_x x}{\lambda} = 0.332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$$

1 以特征数表示的对流传热计算关系式称为特征数方程, 又称关联式或准则方程

2 为了得到整个平板的传热表面系数, 可以采用沿长度0到*l*做积分 $Nu_l = 0.664 Re_l^{1/2} Pr^{1/3}$

3 由于流体的物理性质都与温度有关, 当需要通过温度确定流体物性时, 需要使用定性温度

4 对于边界层类型的对流传热, 定性温度为边界层中流体的平均温度 $t_m = \frac{t_w + t_\infty}{2}$



特征数方程

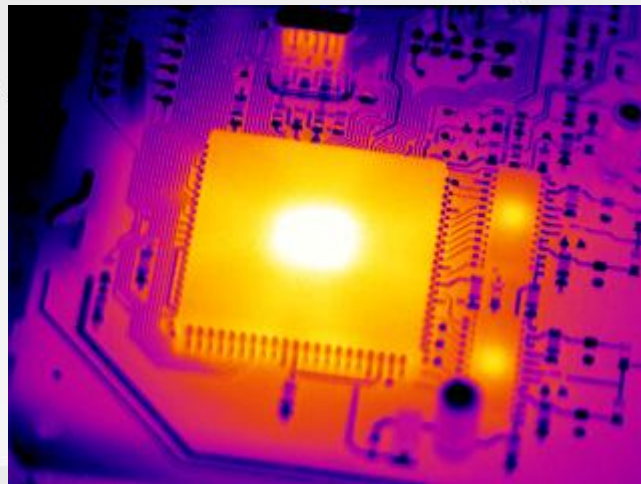
Nu可以用Re和Pr来表达，不同工况的表达式皆不同

Geometry	Equation	Restrictions
Tube flow	$Nu_d = 0.023 Re_d^{0.8} Pr^n$	Fully developed turbulent flow, $n = 0.4$ for heating, $n = 0.3$ for cooling, $0.6 < Pr < 100$, $2500 < Re_d < 1.25 \times 10^5$
Tube flow	$Nu_d = 0.0214(Re_d^{0.8} - 100)Pr^{0.4}$	$0.5 < Pr < 1.5$, $10^4 < Re_d < 5 \times 10^6$
	$Nu_d = 0.012(Re_d^{0.87} - 280)Pr^{0.4}$	$1.5 < Pr < 500$, $3000 < Re_d < 10^6$
Tube flow	$Nu_d = 0.027 Re_d^{0.8} Pr^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)^{0.14}$	Fully developed turbulent flow
Tube flow	$Nu_d = 3.66 + \frac{0.0668(d/L) Re_d Pr}{1 + 0.04[(d/L) Re_d Pr]^{2/3}}$	Laminar, $T_w = \text{const}$.
Tube flow	$Nu_d = 1.86(Re_d Pr)^{1/3} \left(\frac{d}{L}\right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)^{0.14}$	Fully developed laminar flow,

Flow regime	Restrictions	Equation
Laminar, local	$T_w = \text{const}, Re_x < 5 \times 10^5$, $0.6 < Pr < 50$	$Nu_x = 0.332 Pr^{1/3} Re_x^{1/2}$
Laminar, local	$T_w = \text{const}, Re_x < 5 \times 10^5$, $Re_x Pr > 100$	$Nu_x = \frac{0.3387 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}}{\left[1 + \left(\frac{0.0468}{Pr}\right)^{2/3}\right]^{1/4}}$
Laminar, local	$q_w = \text{const}, Re_x < 5 \times 10^5$, $0.6 < Pr < 50$	$Nu_x = 0.453 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$
Laminar, local	$q_w = \text{const}, Re_x < 5 \times 10^5$	$Nu_x = \frac{0.4637 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}}{\left[1 + \left(\frac{0.0207}{Pr}\right)^{2/3}\right]^{1/4}}$
Laminar, average	$Re_L < 5 \times 10^5, T_w = \text{const}$	$\overline{Nu}_L = 2 Nu_{x=L} = 0.664 Re_L^{1/2} Pr^{1/3}$
Laminar, local	$T_w = \text{const}, Re_x < 5 \times 10^5$, $Pr \ll 1$ (liquid metals)	$Nu_x = 0.564(Re_x Pr)^{1/2}$
Laminar, local	$T_w = \text{const}$, starting at $x = x_0, Re_x < 5 \times 10^5$, $0.6 < Pr < 50$	$Nu_x = 0.332 Pr^{1/3} Re_x^{1/2} \left[1 - \left(\frac{x_0}{x}\right)^{3/4}\right]^{-1/3}$

流体外掠平板层流传热问题

例题3：印制电路板时需要一个热扩散板，该板长600mm，宽400mm。速度3m/s、温度40°C、压强70kPa的空气吹过热扩散板顶部。如果热扩散板的最大允许工作温度是100°C，确定距离电路板前缘200mm和400mm处允许的最大热流密度，以及整个散热板允许的最大散热量。假设空气为理想气体，空气在70°C和101.3kPa下的密度 1.0289kg/m^3 ，动力粘度 $2.051 \times 10^{-5}\text{kg/m}\cdot\text{s}$ ， $Pr=0.7101$ ， $\lambda=0.0292\text{W/m}\cdot^\circ\text{C}$ 。



05

相似原理

- 为什么要用相似原理?
- 物理现象相似定义
- 相似原理基本内容
- 相似分析法推导相似特征数
- 量纲分析法推导相似特征数



为什么要用相似原理?

实验变量
多

实验结果
需要进一
步推广

实物实验
无法开展

$$h = f(u, l, \rho, \eta, \lambda, c_p, r, t_m)$$

几何尺度 动力粘性 比热容 温度
速度 密度 导热系数 相变潜热

- 实验的任务量过于庞大
- 重复实验成本太高

- 实验中应测哪些量
- 是否所有的物理量都测
- 实验数据如何整理
- 整理成什么样函数关系





物理现象相似定义

01

只有**同类现象**才能谈论相似问题

02

与现象有关的物理量要**一一对应成比例**

03

对非稳态问题，要求在相应的时刻各物理量的空间分布相似



相似原理基本内容



01

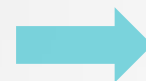
凡是彼此相似的现象，同名相似特征数相等

以流体与固体表面间的对流传热现象为例，

$$h(t_w - t_f) = -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)_{y=0}$$



$$h(t_w - t_f)l = -\lambda l \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)_{y=0} \rightarrow \frac{hl}{\lambda} = \frac{\partial \left(\frac{t_w - t}{t_w - t_f} \right)}{\partial \left(\frac{y}{l} \right)} \bigg|_{y=0}$$



$$\left(\frac{hl}{\lambda} \right)_1 = \left(\frac{hl}{\lambda} \right)_2$$
$$Nu_1 = Nu_2$$



02

同一类现象中相似特征数的数量由 π 定理规定

π 定理：一个表示 n 个物理量间关系的量纲一致的方程式，一定可以转换成包含 $n-r$ 个独立的无量纲物理量群间的关系式

r 是 n 个物理量中所涉及的基本量的数目



量纲分析法推导相似特征数

步骤1 找出组成与研究问题有关的各物理量量纲中的基本量的量纲

以单相介质管内对流传热为例,

$$h = f(u, d, \lambda, \eta, \rho, c_p)$$

- 7个物理量, 量纲均由4个基本量量纲 (时间量纲T, 长度量纲L, 质量量纲M和温度量纲 Θ) 组成, 即 π 定理内容的 $n=7$, $r=4$, 所以可以组成 $(7-4=3)$ 个无量纲量
- 选定4个物理量 (u, d, λ, η) 作为基本物理量, 其量纲必须包括上述四个基本量的量纲

$$\dim u = LT^{-1} \quad \dim d = L \quad \dim \lambda = M\Theta^{-1}T^{-3} \quad \dim \eta = ML^{-1}T^{-1}$$

其余三个物理量的量纲

$$\dim h = M\Theta^{-1}T^{-3} \quad \dim \rho = ML^{-3} \quad \dim c_p = L^2\Theta^{-1}T^{-2}$$



量纲分析法推导相似特征数

步骤2 将基本量逐一与其余各量组成无量纲量

无量纲量采用物理量的幂指数形式表示，指数值待定，用 π_1, π_2, π_3 表示无量纲量

$$\pi_1 = hu^{a_1}d^{b_1}\lambda^{c_1}\eta^{d_1}$$

$$\pi_2 = \rho u^{a_2}d^{b_2}\lambda^{c_2}\eta^{d_2}$$

$$\pi_3 = c_p u^{a_3}d^{b_3}\lambda^{c_3}\eta^{d_3}$$



量纲分析法推导相似特征数

步骤3 应用量纲和谐原理来决定待定指数

$$\dim u = LT^{-1} \quad \dim d = L \quad \dim \lambda = ML\Theta^{-1}T^{-3} \quad \dim \eta = ML^{-1}T^{-1} \quad \dim h = M\Theta^{-1}T^{-3}$$

将量纲相同的项合并到一起

$$\dim \pi_1 = L^{a_1+b_1+c_1-d_1} M^{c_1+d_1+1} \Theta^{-c_1-1} T^{-a_1-3c_1-d_1-3}$$

$$\dim u = LT^{-1} \quad \dim d = L \quad \dim \lambda = ML\Theta^{-1}T^{-3} \quad \dim \eta = ML^{-1}T^{-1} \quad \dim \rho = ML^{-3}$$

将量纲相同的项合并到一起

$$\dim \pi_2 = L^{a_1+b_1+c_1-d_1-3} M^{c_1+d_1+1} \Theta^{-c_1} T^{-a_1-3c_1-d_1}$$

$$\dim u = LT^{-1} \quad \dim d = L \quad \dim \lambda = ML\Theta^{-1}T^{-3} \quad \dim \eta = ML^{-1}T^{-1} \quad \dim c_p = L^2\Theta^{-1}T^{-2}$$

将量纲相同的项合并到一起

$$\dim \pi_3 = L^{a_1+b_1+c_1-d_1+2} M^{c_1+d_1} \Theta^{-c_1-1} T^{-a_1-3c_1-d_1-2}$$



量纲分析法推导相似特征数

步骤3 应用量纲和谐原理来决定待定指数

因为 π_1, π_2, π_3 为无量纲量，根据量纲和谐原理，各量纲的指数必为零

$$\pi_1 \begin{cases} a_1 + b_1 + c_1 - d_1 = 0 \\ c_1 + d_1 + 1 = 0 \\ -c_1 - 1 = 0 \\ -a_1 - 3c_1 - d_1 - 3 = 0 \end{cases}$$



$$a_1 = 0, b_1 = 1, c_1 = -1, d_1 = 0$$



$$\pi_1 = hu^0 d^1 \lambda^{-1} \eta^0 = \frac{hd}{\lambda} = \text{Nu}$$

$$\pi_2 \begin{cases} a_1 + b_1 + c_1 - d_1 - 3 = 0 \\ c_1 + d_1 + 1 = 0 \\ -c_1 = 0 \\ -a_1 - 3c_1 - d_1 = 0 \end{cases}$$



$$a_1 = 1, b_1 = 1, c_1 = 0, d_1 = -1$$



$$\pi_2 = \rho u^1 d^1 \lambda^0 \eta^{-1} = \frac{\rho u d}{\eta} = \text{Re}$$

$$\pi_3 \begin{cases} a_1 + b_1 + c_1 - d_1 + 2 = 0 \\ c_1 + d_1 = 0 \\ -c_1 - 1 = 0 \\ -a_1 - 3c_1 - d_1 - 2 = 0 \end{cases}$$



$$a_1 = 0, b_1 = 0, c_1 = -1, d_1 = 1$$



$$\pi_3 = c_p u^0 d^0 \lambda^{-1} \eta^1 = \frac{c_p \eta}{\lambda} = \text{Pr}$$

03

两个同类物理现象相似的充要条件

- 同名的已定特征数相等
- 单值性条件相似

已定特征数：
由所研究问题的已知量组成的特征数

研究对流传热现象时，
Re数和Pr数是已定特征数，
Nu数是待定特征数

单值性条件：
使所研究的问题能被唯一地确定下来的条件

- 初始条件（稳态问题不需要）
- 边界条件
- 几何条件
- 物理条件

相似分析法推导相似特征数

例题4：一换热设备的工作条件是：壁温 $t_w=120^{\circ}\text{C}$ ，加热 $t_f=80^{\circ}\text{C}$ 的空气，空气流速 $u=0.5\text{m/s}$ 。采用一个全盘缩小成原设备 $1/5$ 的模型来研究它的换热情况。在模型中也对空气加热，空气温度 $t_f'=10^{\circ}\text{C}$ ，壁面温度 $t_w'=30^{\circ}\text{C}$ 。试问模型中流速 u' 应多大才能保证与原设备中的换热现象相似。



预习小测验答案

1.(多选题, 1分)

以下哪些是使用相似原理的原因?

- A. 实验变量多
- B. 实验的任务量过于庞大
- C. 重复实验成本太高
- D. 实物实验无法开展

答案: ABCD

2.(多选题, 1分)

以下关于努塞尔数的描述正确的是?

- A. 努塞尔数表达式中的对流传热系数是待定系数
- B. 努塞尔数的表达式与毕渥数的表达式相同
- C. 努塞尔数表示对流换热强烈程度
- D. 努塞尔数是导热热阻与对流传热热阻之比

答案: ABCD

3.(多选题, 1分)

以下关于普朗特数的描述错误的是?

- A. 普朗特数是动力粘度和热扩散率之比
- B. Pr 小表示热扩散速率会比速度扩散速率要慢
- C. 普朗特数只和流体及其状态有关
- D. 普朗特数可以控制动量边界层及热边界层的相对厚度

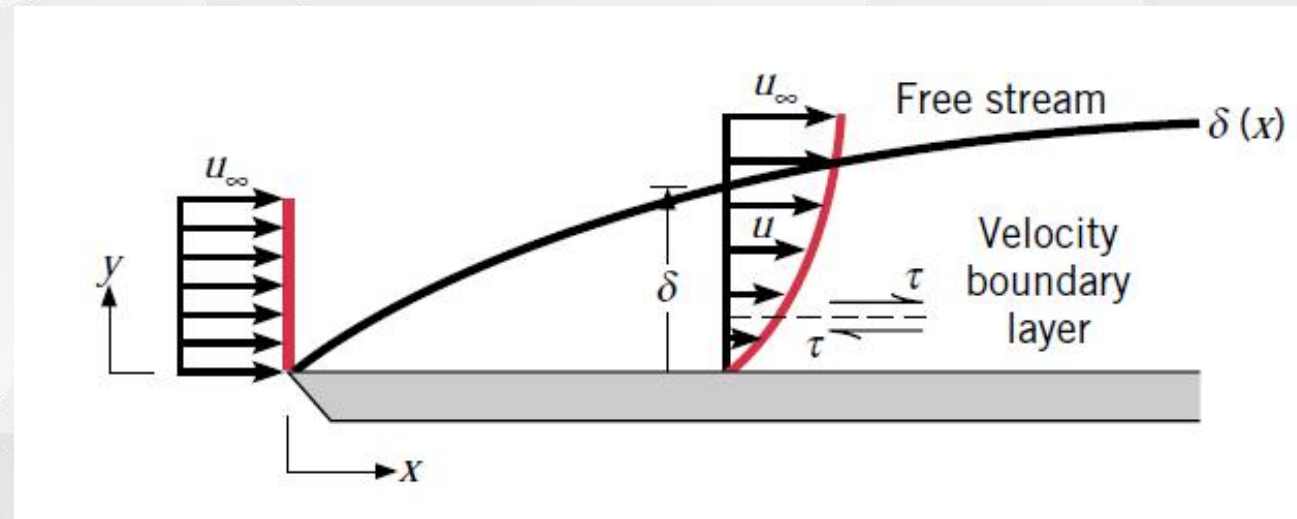
答案: AB

课后作业

作业1：空气在 27°C 、 1atm 气压下以 2m/s 的流速掠过一平板，试计算：

- (1) 离开平板前缘 20cm 和 30cm 处的流动边界层厚度；
- (2) 在 $x=20\text{cm}$ 和 $x=30\text{cm}$ 之间进入流动边界层的质量流量；
- (3) 假设整个平板被加热到 60°C ，且平板长度为 30cm ，计算整个平板的散热量。

已知：空气在 27°C 粘度是 $1.85 \times 10^{-5}\text{kg/m}\cdot\text{s}$ ，密度是 1.177kg/m^3 ， z 方向取单位长度。





课后作业

作业2：压力为大气压的 20°C 空气以 10m/s 的流速掠过一块长 400mm 、温度为 40°C 的平板，试计算：

- (1) 离开平板前缘 200mm 的流动边界层和热边界层厚度；
- (2) 局部切应力 τ_w 和平均阻力系数 \bar{c}_f 。

已知：空气在 30°C 的运动粘度是 $16 \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$ ，密度是 1.165kg/m^3 ， $\text{Pr}=0.701$ ， z 方向取单位长度。

