

华东理工大学 2022-2023 学年第一学期

《数学分析（上）》课程期中考试试卷 2022.11

姓 名：_____ 学号：_____ 班级：_____ 任课教师： 靳勇飞

..... 以下为试卷内容

一、 (每题 4 分, 共 16 分) 用 $\varepsilon - \delta$ 语言写出下列符号、术语、定理、陈述。

1. 数列 $\{x_n\}_{n=1}^{+\infty}$ 是柯西 (Cauchy) 列
2. 函数 f 在集合 D 上无界
3. 函数 f 在集合 I 上一致连续
4. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

二、 (每题 4 分, 共 16 分) 求下列极限。

1. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^n + (-3)^n}{2^n + 3^n}.$
2. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n + \sqrt{n + \sqrt{n}}}}{\sqrt{n + 1}}.$
3. $\lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \log_x 2.$
4. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(2e^{\frac{x}{x+1}} - 1 \right)^{\frac{x^2+1}{x}}.$

三、 (8 分) 叙述并证明关于 x 趋于 x_0^+ 时 $f(x)$ 极限存在的 Cauchy 收敛原理。

四、 (8 分) 设 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ 都存在, 证明: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot g(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} g(x).$

五、 (第 1 题 8 分, 第 2 题 4 分, 共 12 分)

1. 证明: 在 $(-\infty, +\infty)$ 上的连续的周期函数是有界的。
2. 证明: 对任意的 $n \in \mathbb{N}^+$, 任何 n 次多项式都不是周期函数。