人工智能原理与应用

华东理工大学
钟伟民 彭鑫 姜庆超 宋冰

课程目的

本课程是为智能与机器人大类本科生开设的专业核心课程

其学习的目的在于：

- 了解主要人工智能的基本概念；
- 掌握经典人工智能算法的基本理论、概念和范例；
- 熟悉人工智能方法的编程和应用技术。

通过本课程的学习，做到：

- 掌握几种典型人工智能算法；
- 能通过Matlab进行算法的编程和性能测试；
- 具有采用人工智能算法促进相关学术研究的能力。

人工智能原理与应用

◆ 课程大纲

- ✓ **第1章: 人工智能简介**

  概述；基本概念；产生与发展；基本内容；不同学派；研究和应用领域；国内外发展现状、挑战与未来趋势

- ✓ **第2章: 数学基础**

  矩阵及其运算；导数与微分；泰勒展开式；梯度及其运算； 概率论相关知识

- ✓ **第3章: 确定性知识系统**

  概述；确定性知识表示；确定性知识推理；确定性知识系统简例

- ✓ **第4章: 不确定性知识系统**

  概述；可信度推理；主观Bayese推理；证据理论；模糊推理；概率推理

- ✓ **第5章: 智能搜索技术**

  概述；状态空间搜索；与/或树搜索；博弈树搜索；进化搜索 (遗传算法、蚁群算法、粒子群优化算法)

人工智能原理与应用

◆ 课程大纲

- ✓ **第6章: 机器学习**

  记忆学习；示例学习；决策树学习; 统计学习；集成学习；粗糙集知识发现；线性回归模型建立；线性回归原理

- ✓ **第7章: 支持向量机**

  线性可分支持向量机；线性支持向量机；非线性支持向量机

- ✓ **第8章: 人工神经网络与连接学习**

  概述；生物机理；经元及神经网络的结构；浅层模型；深层模型；浅层连接学习(感知器、BP网络、Hopfield网络)

- ✓ **第9章: 卷积神经网络**

  卷积神经网络的构成，卷积神经网络模型的实现；卷积神经网络的应用

人工智能原理与应用

◆ 课程大纲

- ✓ **第10章: 循环神经网络**

  循环神经网络原理；标准循环神经网络(RNN)模型；长短时记忆网络(LSTM)模型；循环神经网络的应用

- ✓ **第11章：分类与聚类**

  基于判别函数的分类方法；基于已知样本类别的分类方法；基于未知样本类别的分类方法;

- ✓ **第12章: 智能应用简介与实例**

  自然语言理解简介；专家系统简介；典型案例（房价预测，支持向量机的二分类应用；豆瓣读书评价与分析；手写数字识别）

人工智能原理与应用

考试形式

1. **填空题** （4′ ×5题=20分，概念为主）
2. **简答题** （8′ ×5题=40分，人工智能的概念，算法理解为主）
3. **计算分析** （ 8′ ×3题=24分，算法应用及计算为主）
4. **设计应用** （8′ ×2题=16分，人工智能的实际应用为主 ）

从工业1.0到工业4.0：迈向第四次工业革命

From Industry 1.0 to Industry 4.0: Towards the 4th Industrial Revolution

机械化

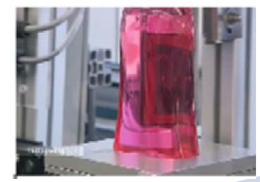
工业1.0是指18世纪末到19世纪初的工业革命阶段，以蒸汽机的发明和应用为代表。这一时期的制造业主要依赖于机械动力，工人手工操作机器。

电气化

工业2.0发生在19世纪末到20世纪初，以电力、内燃机和装配线生产为代表。这一时期的制造业实现了大规模生产，通过分工和流水线工作来提高生产效率。

信息化
自动化

工业3.0是指20世纪70年代到80年代，以计算机技术的广泛应用为代表。制造业开始自动化，计算机控制了生产过程，使生产更加精确和高效。



智能化

工业4.0是指21世纪初，以物联网、大数据、人工智能和自动化技术的发展为代表。在工业4.0中，制造业进一步智能化，设备和系统可以实时通信和协作。

人工智能原理与应用

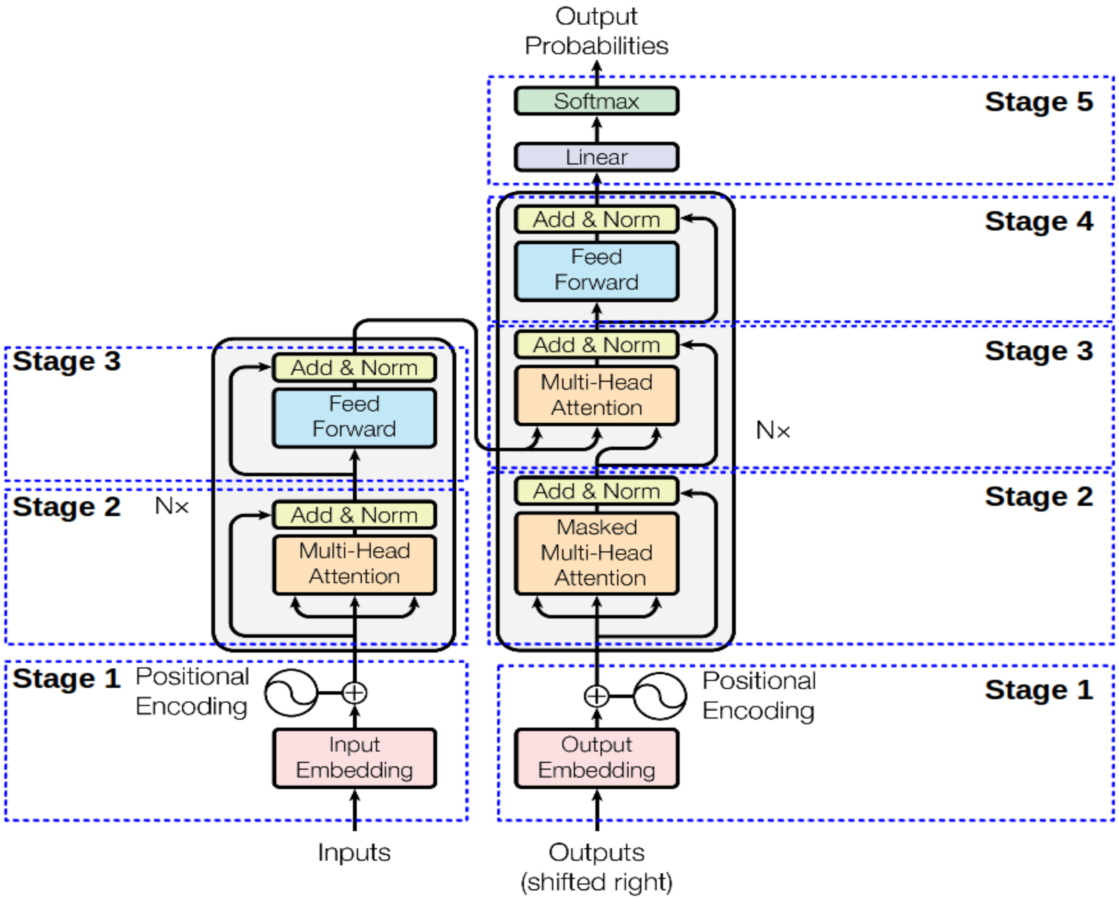
阿尔法围棋（AlphaGo）是一款围棋人工智能程序，由谷歌（Google）旗下DeepMind公司的戴密斯·哈萨比斯、大卫·席尔瓦、黄士杰和与他们的团队开发。

其主要工作原理是**"深度学习"**。**"深度学习"**是指多层的**人工神经网络**和训练它的方法。一层神经网络会把大量矩阵数字作为输入，通过非线性激活方法取权重，再产生另一个数据集合作为输出。这就像生物神经大脑的工作机理一样，通过合适的矩阵数量，多层组织链接一起，形成神经网络"大脑"进行精准复杂的处理，就像人们识别物体标注图片一样。

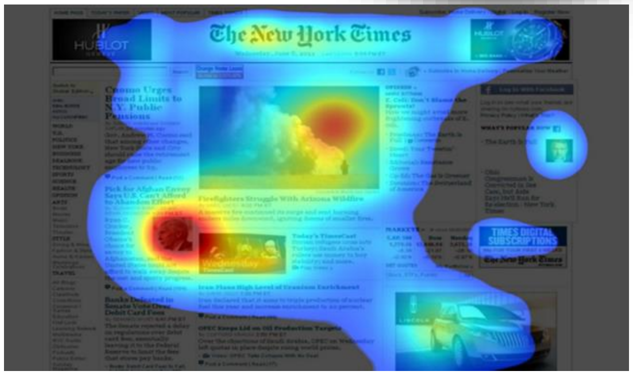
自然语言理解、图像理解、推理、决策等问题依然存在

人工智能原理与应用

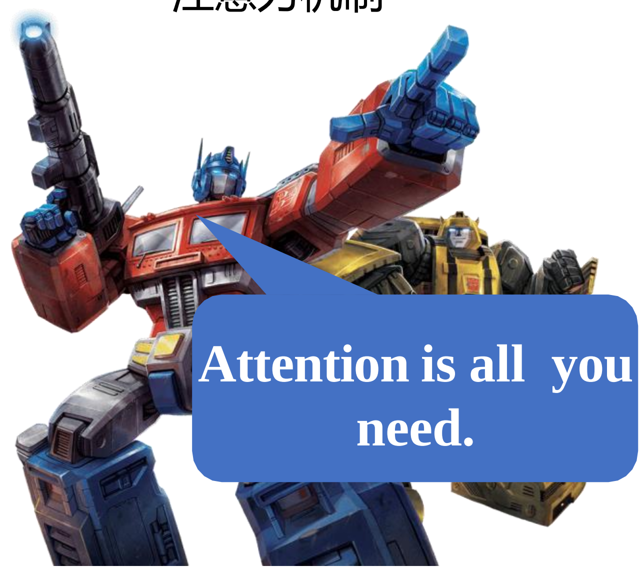
Transformer是一种基于注意力机制的序列模型，最初由Google的研究团队提出并应用于机器翻译任务



Transformer



注意力机制



https://arxiv.org/abs/1706.03762 Widely used in Natural Langue Processing (NLP)!

课时内容

第1章 人工智能简介

1 人工智能简介

- **人工智能的基本概念**
  a. 智能的概念
  b. 人工智能的概念
  c. 人工智能的研究目标
- **人工智能的产生与发展**
- **人工智能研究的基本内容**
- **人工智能研究中的不同学派**
- **人工智能的研究和应用领域**
- **国内外发展现状、挑战与未来趋势**

1 智能的概念

智能是对自然智能的简称，其确切含义还有待于对人脑奥秘的彻底揭示。因此，因此下面先从智能的现象谈起。

- **智能(自然智能)现象1:**

人是怎样思考问题的? 如: 树上还有几只鸟? (知识推理过程)

如果用算术的方法: 7-1=6，错

如果用知识推理的方法:

知识1：如果开枪，则有枪声；

知识2：如果有枪声，则鸟会受到惊吓；

知识3：如果鸟受到惊吓，则鸟会飞走。

逻辑思维：智能是利用知识 (或常识)，经过思维 (推理)得到问题的解

1 智能的概念

■ **智能(自然智能)现象2:**

人是怎样识别景物的? 小孩是怎样识别亲人的? (形象思维过程)

松树

柳树

亲人

陌生人

客观环境信息 ⇒ 脑中已有模式 ⇒ 匹配、认知等 ⇒ 认知结果

形象思维：智能是利用头脑中已有模式，通过对外界环境信息的匹配、识别得到对客观事物的认识。

1 智能的概念

- **智能(自然智能)现象3:**

  人是怎样实现感知、学习、思维、决策等的? (神经系统的心智活动)

神经心理学： **智能是中枢神经系统的心智活动过程。**

■ 智能的一般解释:

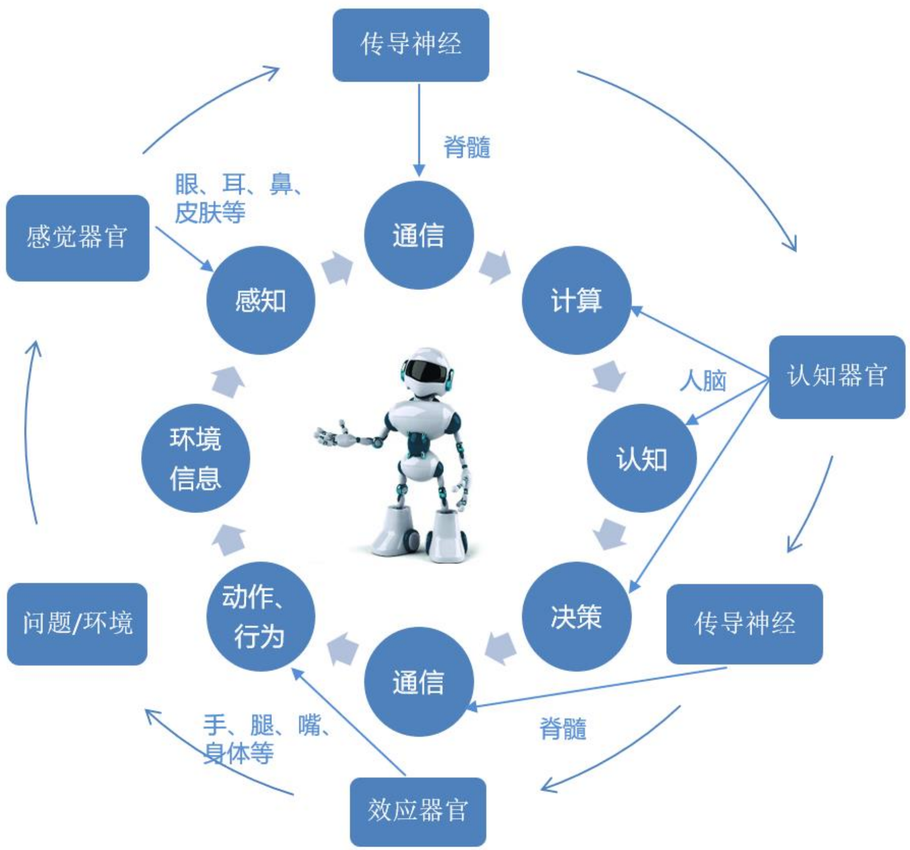
智能的一般解释: 智能指人类在认识客观世界中，由思维过程和脑力活动所表现出的综合能力。其基本过程如下:

智能的能力:

感知
记忆
学习
思维
决策
行为

情感:

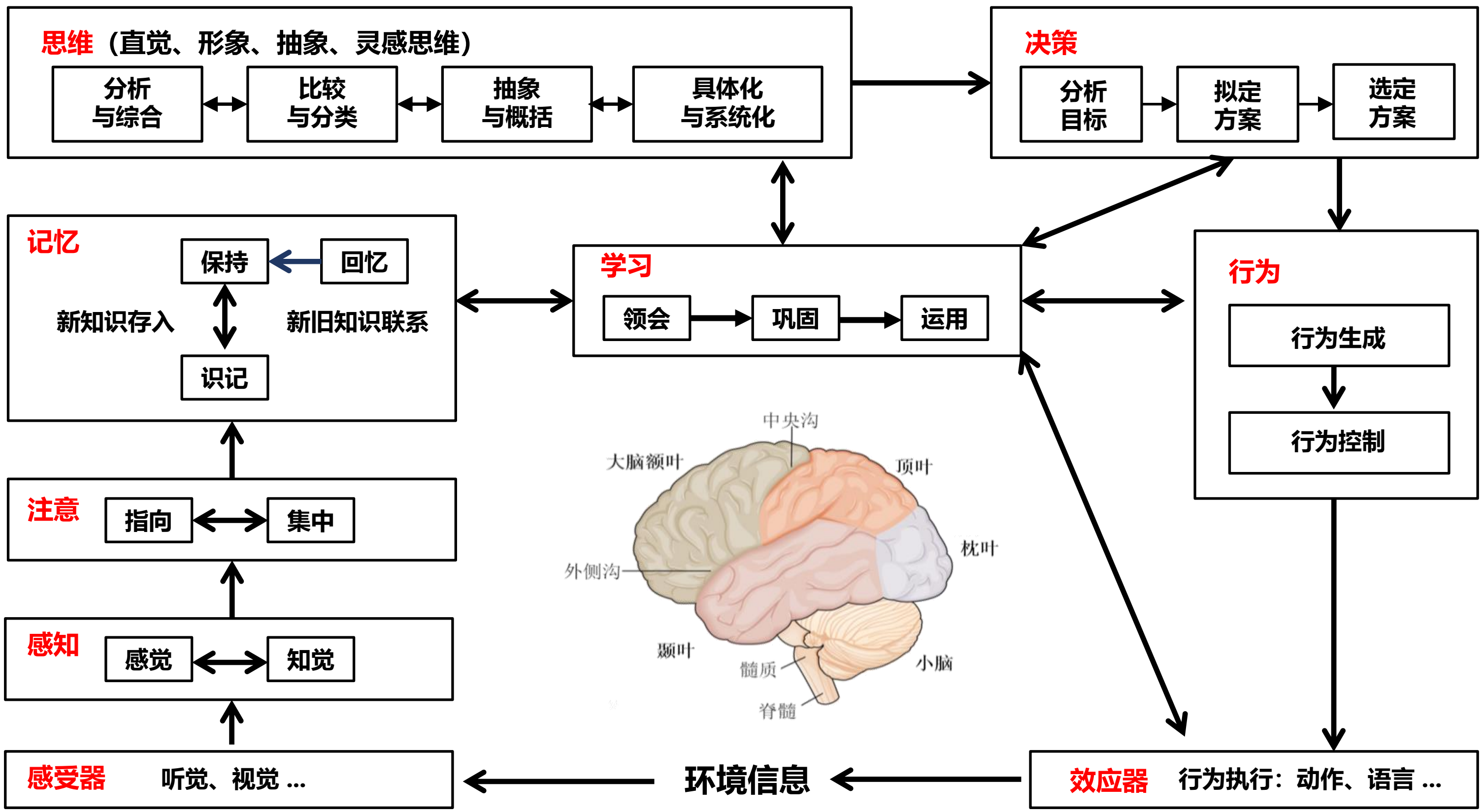
情感
情绪
意志



1 智能的概念

■ 智能的基本结构:

从认知生理学的角度，智能的基本结构如下：



智能的确切含义：还有待于人类对人脑奥秘的彻底揭示

1 智能的概念

■ 智能的不同观点及层次结构

◆ 不同观点

思维理论: 智能来源于思维活动，智能的核心是思维，人的一切知识都是思维的产物。可望通过对思维规律和思维方法的研究，来揭示智能的本质。

知识阈值理论: 智能取决于知识的数量及其可运用程度。一个系统所具有的可运用知识越多，其智能就会越高。

进化理论: 智能取决于感知和行为，取决于对外界复杂环境的适应，智能不需要知识、不需要表示、不需要推理，智能可由逐步进化来实现。

◆ 层次结构

高层智能: 以大脑皮层为主，主要完成记忆、思维等活动。

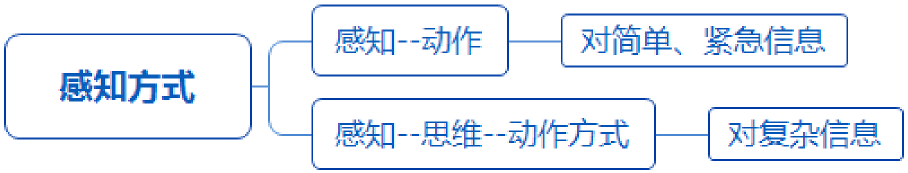
中层智能: 以间脑为主，主要完成感知活动。

低层智能: 以小脑、脊髓为主，主要完成动作反应活动。

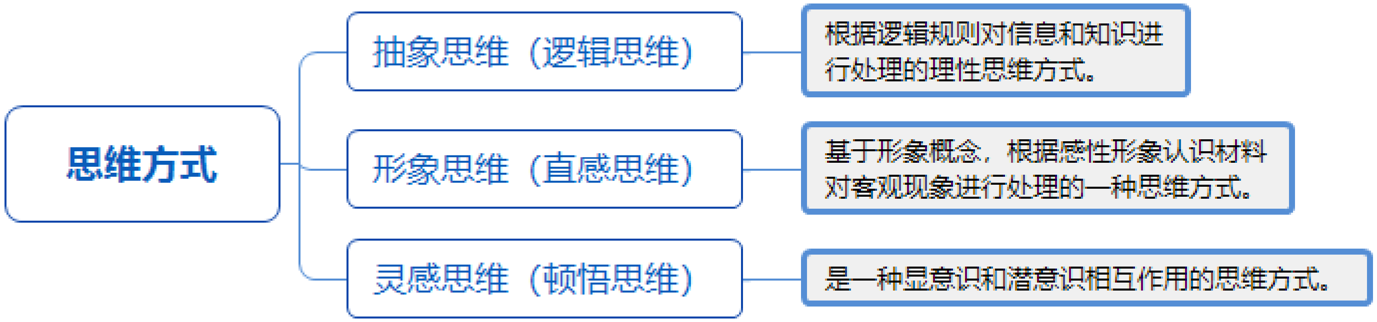
1 智能的概念

■ 智能包含的能力

- ◆ **感知能力:** 通过感知器官感知外界的能力。



- ◆ **记忆能力:** 对感知到的外界信息和由思维产生的内部知识的存储过程。
- ◆ **思维能力:** 对已存储信息或知识的本质属性、内部知识的认识过程。



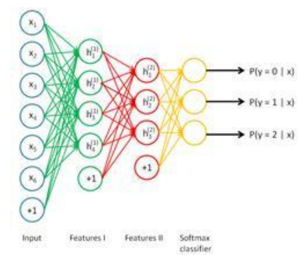
- ◆ **学习能力:** 是一个具有特定目的的知识获取过程，学习是人的一种本能。
- ◆ **自适应能力:** 是一种通过自我调节适应外界环境的过程，是人的一种本能。
- ◆ **行为能力:** 是人们对感知到的外界信息作出动作反应的能力。

1 人工智能的概念

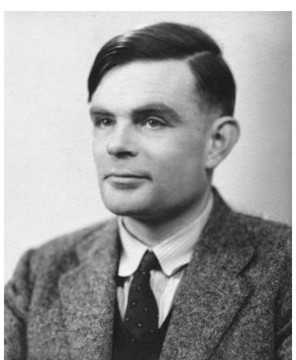
■ 概念解释及测试标准

◆ **能力角度:** 用人工的方法在机器上实现的智能 (也称机器智能)

◆ **学科角度:** 研究如何构造智能机器或智能系统，以模拟、延伸和扩展人类智能。



◆ **图灵测试：** 图灵1950年设计了一个测试，测试方式如图，如果机器的回答超过30%能让测试主持人误认为自己是人，则认为机器具有了智能。



图灵: 1912年6月-1954年6月
英国数学家: 图灵机 (可计算理论)
人工智能之父: 1950年在论文《计算机器与智能》中提出了著名的“图灵测试”

1 人工智能的概念

■ 人工智能的能力和载体

◆ 人工智能的能力

机器感知 (输入: 机器视觉、机器听觉等)

机器学习 (获取知识: 符号学习、统计学习、神经学习、深度学习)

机器思维(认识事物: 推理 (确定性、不确定性) 、搜索 (启发式))

机器决策 (解决方案: 明确目标，形成方案 (智能决策支持系统))

机器情感(态度体验: 喜、怒、哀、乐、爱、恨)

机器行为(输出:走、跑、跳、说、唱等)

◆ 人工智能的载体

智能系统 (智能网络、搜索引擎、微软小冰、谷歌眼镜、专家系统)

智能机器(IBM沃森、智能机器人、百度大脑、阿尔法狗、智能手机)

1 人工智能的研究目标

■ 人工智能的研究目标

◆ **远期目标**

揭示人类智能的根本机理，用智能机器去模拟、延伸和扩展人类的智能

涉及到脑科学、认知科学、计算机科学、系统科学、控制论等多种学科并依赖于它们的共同发展机器情感。

◆ **近期目标**

研究如何使现有的计算机（系统）更聪明，即使它能够运用知识去处理问题，能够模拟人类的智能行为。

◆ **相互关系**

远期目标为近期目标指明了方向，近期目标则为远期目标奠定了理论和技术基础。

1 人工智能简介

- 人工智能的基本概念
- 人工智能的产生与发展
  - a. 孕育期 (1956年以前)
  - b. 形成期 (1956----20世纪60年代末)
  - c. 知识应用期 (20世纪70年代初---- 80年代初)
  - d. 从学派分立走向综合 (20世纪80年代中----21世纪初)
  - e. 机器学习和深度学习引领发展 (21世纪初至今)
- 人工智能研究的基本内容
- 人工智能研究中的不同学派
- 人工智能的研究和应用领域
- 国内外发展现状、挑战与未来趋势

1 人工智能的产生与发展

口人工智能发展史

1943-1956年 人工智能的诞生

- 1950年，图灵提出著名的图灵测试。
- 1956年，达特茅斯会议：AI的诞生。

1950-1970年 早期发展热潮

- 符号主义
- 早期推理系统
- 早期神经网络
- 专家系统

1980-2000年 第二次发展热潮

- 统计学派
- 机器学习
- 神经网络(连接主义重获新生）

2006年至今 第三次发展热潮

- 大数据广泛应用
- 深度学习(非深度）
- 机器学
- AlphaGo传播

预计至2040年 强/超人工智能出现

- 各方面能力水平将与人类相当
- 全面超越人类智能水平的人工智能

人工智能概念提出之后的最初几十年，发展极其缓慢

计算能力不足是人工智能发展缓慢的主要瓶颈

1 从学派分立走向综合

■ 20世纪80年代中到21世纪初

◆ **人工智能研究的三大学派:**

人们通常把1956年诞生的人工智能称为符号主义学派，把基于神经网络的研究称为连接主义学派，把MIT布鲁克教授基于机器虫的研究称为行为主义学派。

符号主义学派：是指基于符号运算的人工智能学派，他们认为知识可以用符号来表示，认知可以通过符号运算来实现。例如，专家系统等。

连接主义学派：是指神经网络学派，在神经网络方面，继鲁梅尔哈特研制出BP网络之后，人工神经网络研究掀起了第二次高潮。之后，随着模糊逻辑和进化计算的逐步成熟，又形成了“计算智能”这个统一的学科范畴。

行为主义学派：是指进化主义学派，在行为模拟方面，麻省理工学院的布鲁克教授1991年研制成功了能在未知的动态环境中漫游的有6条腿的机器虫。

三大学派的综合集成：随着研究和应用的深入，人们又逐步认识到，三个学派各有所长，各有所短，应相互结合、取长补短，综合集成。（如阿尔法狗，深度强化学习和蒙特卡洛搜索)

1 机器学习和深度学习引领发展

■ 21世纪初至今

机器学习的历史几乎与人工智能相当。例如，上个世纪50年代的感知器学习、60—70年代基于逻辑的符号主义学习、80年代的决策树学习、90年代的连接学习和统计学习。

进入本世纪初，人工智能所依赖的计算环境、计算资源和学习模型发生了巨大变化，**云计算为人工智能提供了强大的计算环境，大数据为人工智能提供了丰富的数据资源，深度学习为人工智能提供了有效的学习模型**。机器学习和深度学习在一个新的背景下异军突起，以机器学习和深度学习为引领是这一时期人工智能发展的一个最主要特征。例如，2006年多伦多大学教授辛顿（HintonG E）在前向神经网络的基础上提出的深度学习，以及近几年迅速崛起的迁移学习等。

除上述主要特征外，这一时期人工智能的发展还呈现出了**明显的多样性**。例如，国家战略需求，企业应用推动，类脑智能引导，群体智能支撑，数据知识融合，混合增强协调，跨媒体感知理解及跨媒体推理决策等。

1 人工智能简介

- 人工智能的基本概念
- 人工智能的产生与发展
- 人工智能研究的基本内容
  a. 智能的脑与认知机理研究
  b. 智能模拟的理论、方法和技术研究
- 人工智能研究中的不同学派
- 人工智能的研究和应用领域
- 国内外发展现状、挑战与未来趋势

1 智能模拟的方法和技术研究

■ 智能的认知科学基础

- **智能模拟方法**
  - **基本模拟方法**
    - 功能模拟
    - 结构模拟
    - 行为模拟
    - 计算模拟
  - **类脑模拟方法**
    - 类脑机理
    - 类脑模型
    - 类脑机器
  - **其他模拟方法**
    - 群集智能
    - 分布智能
    - 混合智能

- **智能模拟方法**
  - **机器感知**：机器听觉、视觉，环境、跨媒体感知
  - **机器思维与决策**：推理，搜索，规划，决策，识别
  - **机器学习**：符号、统计、连接、强化、集成学习等
  - **机器感知**：智能机器人、无人系统，人机协同交互等
  - **…**

1 人工智能简介

- 人工智能的基本概念
- 人工智能的产生与发展
- 人工智能研究的基本内容
- 人工智能研究中的不同学派
  - a. 符号主义
  - b. 联结主义
  - c. 行为主义
- 人工智能的研究和应用领域
- 国内外发展现状、挑战与未来趋势

1 人工智能研究中的不同学派

■ 不同学派

符号主义学派 (逻辑主义、心理学派)

主要观点: AI起源于数理逻辑，人类认知的基元是符号，认知过程是符号表示上的一种运算；**代表性成果:** 纽厄尔和西蒙等人研制的称为逻辑理论机的数学定理证明程序LT；**代表人物:** 纽厄尔、肖、西蒙和尼尔逊(Nilsson)等

连接主义学派 (仿生学派或生理学派)

主要观点: AI起源于仿生学，特别是人脑模型，人类认知的基元是神经元，认知过程是神经元的联结活动过程；**代表性成果:** 由麦克洛奇和皮兹创立的脑模型，即MP模型；**代表人物:** 麦克洛奇和皮兹

行为主义学派 (进化主义、控制论学派)

主要观点: AI起源于控制论，智能取决于感知和行为，取决于对外界复杂环境的适应，而不是推理；**代表性成果:** Brooks教授研制的机器虫；**代表人物:** Brooks教授

1 人工智能研究中的不同学派

■ 不同学派的理论之争

符号主义

智能的基础是知识，其核心是知识表示和知识推理：知识可用符号表示也可用符号进行推理，因而可以建立基于知识的人类智能和机器智能的统一的理论体系。

连接主义

思维的基元是神经元，而不是符号;思维过程是神经元的联结活动过程而不是符号运算过程:反对符号主义关于物理符号系统的假设。

行为主义

智能取决于感知和行动，提出了智能行为的“感知动作”模型：智能不需要知识、不需要表示、不需要推理: 人工智能可以像人类智能那样逐步进化。

1 人工智能研究中的不同学派

■ 不同学派的方法之争

符号主义：

功能模拟

构造能够模拟大脑功能的智能系统。

连接主义：

结构模拟

构造模拟大脑结构的神经网络系统。

行为主义：

行为模拟

构造具有进化能力的智能系统。

1 人工智能简介

- 人工智能的基本概念
- 人工智能的产生与发展
- 人工智能研究的基本内容
- 人工智能研究中的不同学派
- 人工智能的研究和应用领域
  - a. 机器思维
  - b. 机器学习
  - c. 机器感知
  - d. 机器行为
  - e. 计算智能
  - f. 分布智能
  - g. 智能系统
  - h. 人工心理与人工情感
  - i. 人工智能的研究和应用领域
- 国内外发展现状、挑战与未来趋势

1

机器思维

■ 推理

概念： 是指按照某种策略从已知事实出发利用知识推出所需结论的过程。

推理方法： 是指实现推理的具体办法（归纳、演绎、确定性和不确定性推理等）。

■ 搜索

概念： 依靠经验，利用已有知识，根据问题的实际情况，不断寻找可利用知识，从而构造一条代价最小的推理路线，使问题得以解决的过程称为搜索。

智能搜索： 是指利用搜索过程得到的中间信息来引导搜索向最优方向发展的算法。

■ 规划

概念： 是指从某个特定问题状态出发，寻找并建立一个操作序列，直到求得目标状态为止的一个行动过程的描述。

规划的特点： 与一般问题求解技术相比，规划更侧重于问题求解过程，并且要解决的问题一般是真实世界的实际问题，而不是抽象的数学模型。例如，机器人移盒子、猴子摘香蕉等问题。

1 机器学习

按照对人类学习的模拟方式，机器学习可分为**符号主义机器学习**和**连接主义机器学习**两种类型。

■ 符号主义机器学习

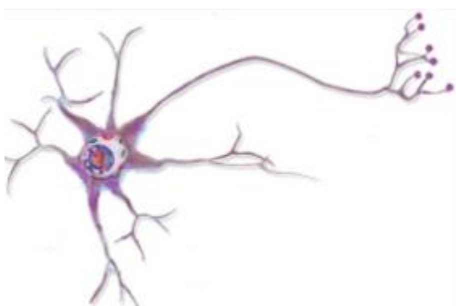
符号主义机器学习泛指各种从功能上模拟人类学习能力的机器学习方法，是符号主义学派的机器学习观点。根据学习策略、理论基础及学习能力等，符号主义机器学习可划分为多种类型。

- 符号主义机器学习
  - 记忆学习
  - 符号学习
    - 归纳学习
      - 示例分析
      - 决策树学习
    - 解释学习
    - 类比学习
  - 统计学习（分类预测）
    - 贝叶斯网络
    - 隐马尔科夫模型
    - 支持向量机
  - 发现学习（分类预测）
    - 粗集
    - 聚类分析
    - 复杂类型数据挖掘
  - 其他学习方法
    - 强化学习
    - 集成学习
  - 大规模机器学习
    - 大数据分析与挖掘

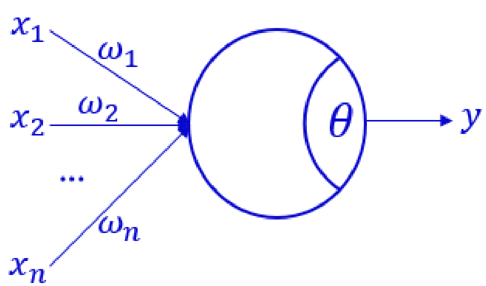
■ 连接主义机器学习

连接学习：连接主义机器学习简称连接学习或神经学习，是一种基于人工神经网络、从结构上模拟人类学习能力的方法。其生理基础是中枢神经系统，基本单位是单个神经元。

生物神经元



人工神经元

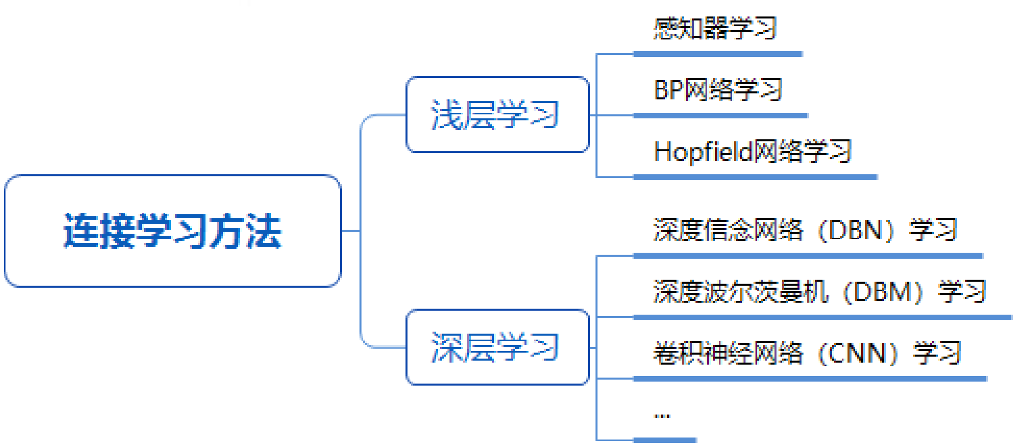


x_i为神经元的输入

ω_i为输入的权重

θ为神经元阈值

y_i为神经元的输出



1 机器学习

■ 大数据分析挖掘

- **大数据特性：**

  规模性 (Volume)，多样性 (Variety)，实时性 (Velocity)，价值性 (Value)

- **分析挖掘方法：**

大数据分析挖掘
- 关联分析
  - 经典频繁集算法，多层关联规划，多维关联规划
- 分类与回归(有监督学习)
  - 决策树
  - 贝叶斯网络
  - 神经网络（感知器、BP、CNN、…)
  - 支持向量机
  - 其他方法（K最近邻、遗传算法、粗集、模糊集、…)
  - 回归（线性、非线性、其他回归)
- 聚类分析(无监督学习)
  - 划分法（K-Means算法(K均值)、EM算法(期望最大化))
  - 层次法（BIRCH、CURE、…)
  - 基于模型的方法（统计方法、神经网络的方法)
  - 双聚类方法
- 关联分析
  - 基于统计的方法，基于距离的方法，基于偏差的方法
- 复杂数据类型挖掘
  - 文本、Web、时空数据、多媒体数据挖掘

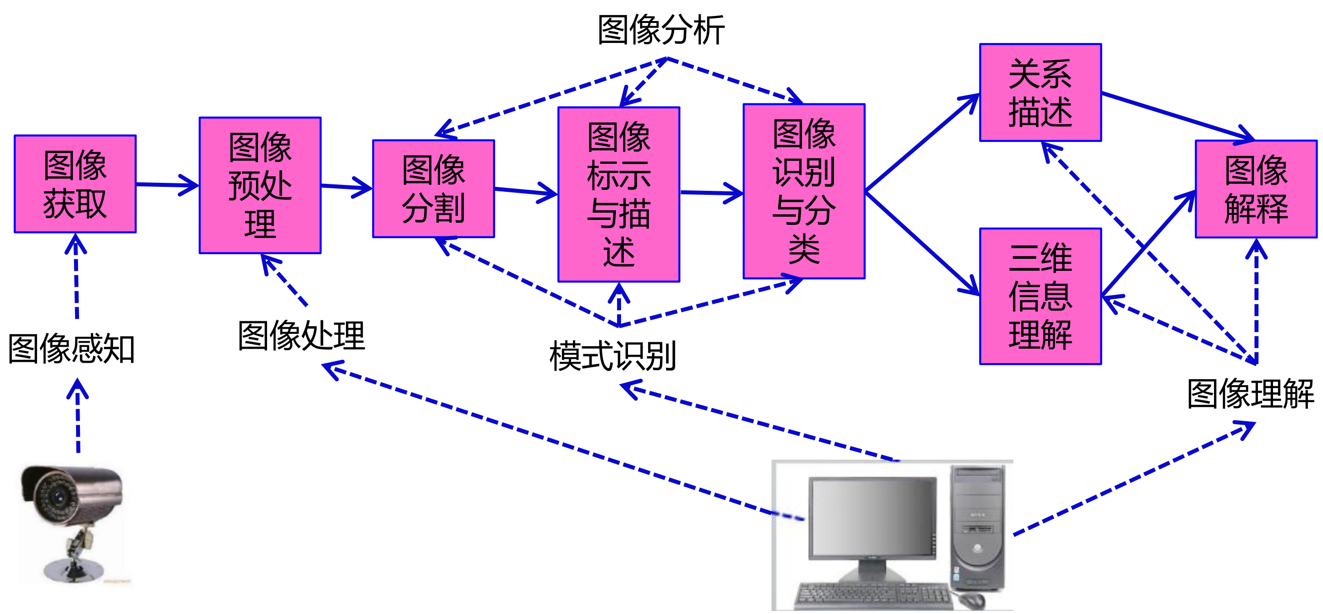
■ 机器视觉

- **机器视觉的含义**

  用机器模拟人和生物的视觉系统功能。

- **机器视觉的任务及流程**

  包括从图像获取到图像解释的全部过程。



1 机器感知

■ 模式识别

- **模式识别的概念**

  是指让计算机能够对给定的事务进行鉴别，并把它归入与其相同或相似的模式中。

  被鉴别的事物可以是物理的、化学的、生理的，也可以是文字、图像、声音等。

- **模式识别的一般过程**

  (1) 采集待识别事物的模式信息；

  (2) 对其进行各种变换和预处理，从中抽出有意义的特征或基元，得到待识别事物的模式；

  (3) 与机器中原有的各种标准模式进行比较，完成对待识别事物的分类识别；

  (4) 输出识别结果。

■ 自然语言理处理

- 自然语言处理就是要研究人类与计算机之间进行有效交流的各种理论和方法。

自然语言处理
- 语音处理
  - 就是要让计算机能够听懂人类的语言
- 自然语言理解
  - 词法分析：按照词法，切成一个一个词
  - 句法分析：按照句法，把词组成句子
  - 语义分析：上下文无关，分析句子的语义
  - 语用分析：上下文有关，分析句子在段落中的意思
- 机器翻译
  - 是要用计算机把一种语言翻译成另外一种语言
- …

不仅对智能人机接口，而且对不确定人工智能的研究都具有重大的理论价值

■ 智能控制

- **智能控制**

  是指那种无需或需要尽可能少的人工干预就能独立的驱动智能机器实现其目标的控制过程。**它是人工智能技术与传统自动控制技术相结合的产物。**

- **智能控制系统**

  是指那种能够实现某种控制任务，具有自学习、自适应和自组织功能的智能系统。从结构上，它由传感器、感知信息处理模块、认知模块、规划和控制模块、执行器和通信接口模块等主要部件所组成。

- **常用的智能控制方法**

  模糊控制，神经网络控制，专家控制，学习控制等。

1 机器行为

■ 智能制造

- **智能制造的概念**

  是指以计算机为核心而集成有关技术，以取代、延伸与强化有关专门人才在制造中的有关部分脑力活动所形成、发展、乃至创新了的制造。

- **需要的人工智能技术**

  传统人工智能技术: 机器学习、数据挖掘、知识发现，基于Web的工艺规划、监控、诊断维护等方面的集成。

  软计算技术： 扎德提出的“硬计算”和“软计算”的概念。硬计算是指传统的计算和逻辑演算;软计算与人脑相对应，具有在不确定、不精确环境中进行推理和学习的卓越能力。

  计算智能： 神经计算、进化计算和模糊计算统称为计算智能。

  智能Agent技术: Agent是一种能够在一定环境中自主运行和自主交互，以满足其设计目标的计算实体。主要是多Agent系统和移动Agent技术。

■ 计算智能

计算智能（Computational Intelligence，CI）是借鉴仿生学的思想，基于人们对生物体智能机理的认识，采用数值计算的方法去模拟和实现人类的智能。

计算智能的概念最早产生于1992年，它是在神经计算、进化计算、模糊计算这三个学科相对成熟的基础上，将这三个学科合并在一起所形成的一个统一的学科概念。

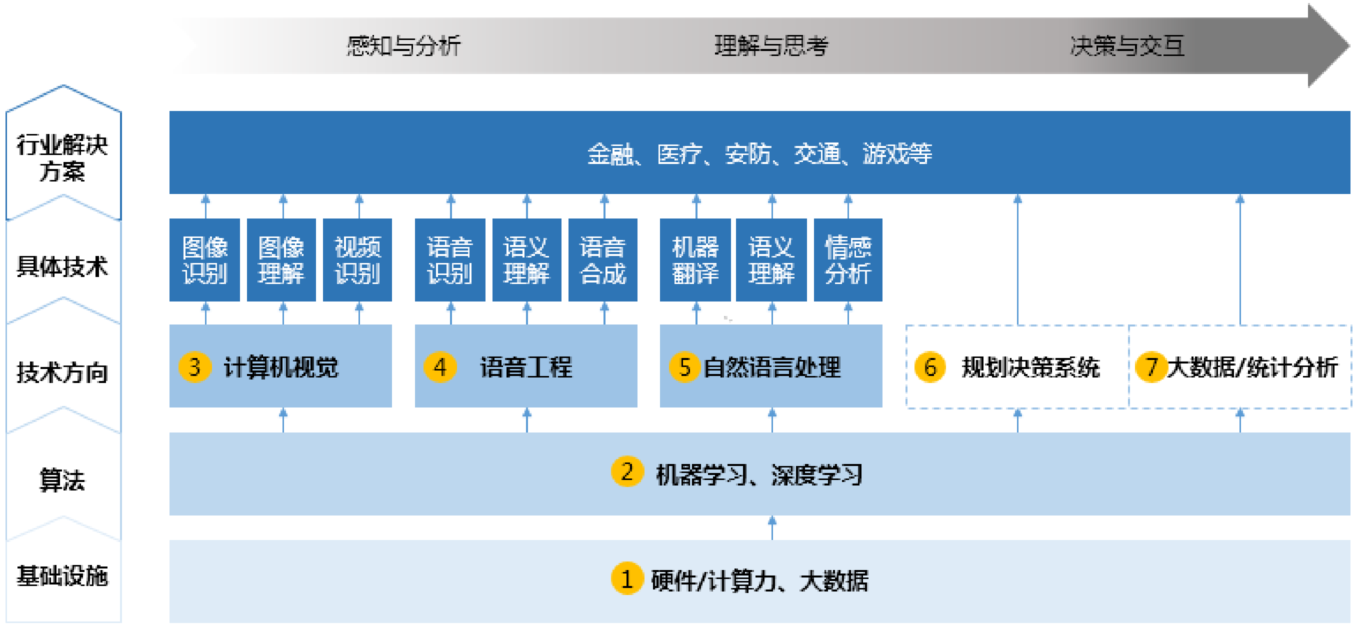
考虑到计算智能这一学科概念的相对松散性，以及人工智能学科其它内容的相对紧凑型，没有将计算智能作为独立的一章单列，而是将其内容分散到了不同章节。

同时，也考虑到计算智能概念的相对独立性，因此在本章从概述的角度还是将其作为一个相对独立内容单独介绍。

从学科结构上，计算智能主要包括**神经计算、进化计算**和**模糊计算**这三大部分。

■ 人工智能的研究领域

研究领域主要有5层，最底层是基础设施建设，包括数据和计算能力。往上一层是算法，比如深度学习等算法。再上一层是主要的技术方向，如计算机视觉、语音工程、NLP等。第二层是各个技术方向中的技术。最上层为人工智能的应用领域。



1 人工智能的研究和应用领域

■ 人工智能的应用领域

- **计算机视觉：**车牌识别、人脸识别、无人驾驶、行为识别等。
- **语音工程：**2010年后，深度学习的应用使语音识别的准确率大幅提升，像Siri、Voice Search 和 Echo 等，可以实现不同语言间的交流，从语音中说一段话，随之将其翻译为另一种文字。
- **自然语言处理：**问答系统、机器翻译、对话系统等。
- **决策系统：**决策系统的发展是随着棋类问题的解决而不断提升，从80年代西洋跳棋开始，到90年代的国际象棋对弈，再到AlphaGo，机器的胜利标志了科技的进步。决策系统可在自动化、量化投资等系统上广泛应用。
- **大数据应用：**分析客户的喜好进行个性推荐，精准营销；分析各个股票的行情，进行量化交易。

1 人工智能的研究和应用领域

■ 人工智能的未来是怎么样?

	现有技术瓶颈	下一步研究方向	长期愿景
计算机视觉	• 自然条件影响 • 主体识别/判断	• 识别效果的持续优化 • 从识别逐渐走向理解	
语音工程	• 特定场合噪音 • 远场识别 • 口语化、方言等长尾内容识别		
自然语言处理	• 缺少语义理解 • 与物理世界缺少对应 • 口语、不规范用语内容识别	• 建立文本含义与物理世界间的映射关系	• 整体解决人工智能在创造力、通用性、对物理世界理解上的问题，制造出智能机器人 • 探索更多算法/交叉学科上的融合
规划决策系统	• 不通用，仅能应用在具体场景 • 依赖大量模拟数据	• 算法提升 • 自动（模拟）数据生成	
总体问题	• 依赖大量高质量训练数据 • 难以处理数据稀少的长尾问题 • 依赖应用场景，不通用	• 通用化 • 自适应能力 • 数据缺失时的训练	

将促进全行业数据的加速产生，推动移动化计算的发展

1 人工智能简介

- 人工智能的基本概念
- 人工智能的产生与发展
- 人工智能研究的基本内容
- 人工智能研究中的不同学派
- 人工智能的研究和应用领域
- 国内外发展现状、挑战与未来趋势
  a. 发展现状
  b. 发展问题
  c. 未来趋势

1 国内外发展现状

■ 国内外发展现状

- **国内：**

  我国正处于人工智能的**发展起步阶段**，与世界上发达国家还有不小的差距，特别是在基础理论研究方面，需要投入大量的人力物力。

- **国外：**

  美国领跑人工智能的发展潮流，欧洲人工智能总体发展情况较好，加拿大、日本和韩国人工智能也发展迅速。

中华人民共和国中央人民政府
www.gov.cn
首页 | 繁体 | 英文EN | 登录

首页 > 信息公开 > 国务院文件 > 科技、教育 > 科技

索 引 号：	000014349/2017-00142	主题分类：	科技、教育\科技
发文机关：	国务院	成文日期：	2017年07月08日
标　　题：	国务院关于印发新一代人工智能发展规划的通知		
发文字号：	国发〔2017〕35号	发布日期：	2017年07月20日

国务院关于印发
新一代人工智能发展规划的通知
国发〔2017〕35号

各省、自治区、直辖市人民政府，国务院各部委、各直属机构：
现将《新一代人工智能发展规划》印发给你们，请认真贯彻执行。

国务院
2017年7月8日

（此件公开发布）

新一代人工智能发展规划

人工智能的迅速发展将深刻改变人类社会生活、改变世界。为抢抓人工智能发展的重大战略机遇，构筑我国人工智能发展的先发优势，加快建设创新型国家和世界科技强国，按照党中央、国务院部署要求，制定本规划。

8月15日起施行！国家网信办等7部门发文促进生成式人工智能健康发展

人民网
2023-07-13 15:11 | 人民网官方账号
关注

中华人民共和国国家互联网信息办公室
Cyberspace Administration of China
首 页 | 时政要闻 | 网信政务 | 互动服务 | 热点专题

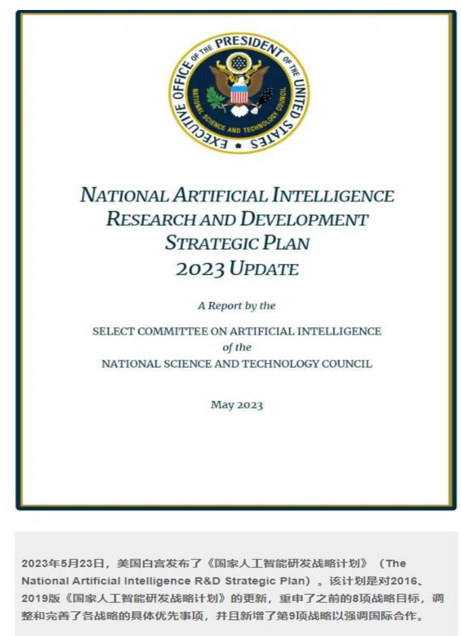
生成式人工智能服务管理暂行办法

【打印】【纠错】

国家互联网信息办公室
中华人民共和国国家发展和改革委员会
中华人民共和国教育部
中华人民共和国科学技术部
中华人民共和国工业和信息化部
中华人民共和国公安部
国家广播电视总局
令
第15号

图片来源：中国网信网

人民网北京7月13日电 (记者申佳平)据中国网信网消息，近日，国家网信办联合国家发展改革委、教育部、科技部、工业和信息化部、公安部、广电总局公布《生成式人工智能服务管理暂行办法》(以下简称《办法》)，自2023年8月15日起施行。



NATIONAL ARTIFICIAL INTELLIGENCE RESEARCH AND DEVELOPMENT STRATEGIC PLAN 2023 UPDATE

A Report by the
SELECT COMMITTEE ON ARTIFICIAL INTELLIGENCE
of the
NATIONAL SCIENCE AND TECHNOLOGY COUNCIL

May 2023

2023年5月23日，美国白宫发布了《国家人工智能研发战略计划》（The National Artificial Intelligence R&D Strategic Plan）。该计划是对2016、2019版《国家人工智能研发战略计划》的更新，重申了之前的8项战略目标，调整和完善了各战略的具体优先事项，并且新增了第9项战略以强调国际合作。

1 国内外发展现状

■ **最新的研究成果——AI再一次击败人类世界冠军，登上Nature封面**


AI抢占Nature最新封面，人工智能再次战胜了人类冠军

上海科技 2023-09-01 15:13 发表于上海

关注上海科技 领略创新精彩

这一次，Nature最新封面不是科学家，而是AI。

AI再一次击败人类世界冠军，登上Nature封面。

与上一次AlphaGo下围棋不同，
这次不是脑力运动，
而是在真实物理环境中的
竞技体育项目——
"空中F1"无人机竞速。

苏黎世大学和英特尔团队设计了一种名为Swift的自动驾驶系统，可以在一对一的冠军赛中击败人类对手。这一研究成果在Nature杂志上发表。Swift在与人类飞行员的比赛中表现优异，取得了多个胜利，并创下了最快的比赛时间记录。系统还需解决适应性、干扰和环境变化等挑战。

此次成果作者之一Davide Scaramuzza认为，这是国际象棋的深蓝、围棋的AlphaGo之后的又一大突破。

https://www.nature.com/articles/s41586-023-06419-4

1 发展面临的问题

■ 面临的问题

通用人工智能实现问题：

目前人工智能属于弱人工智能。

道德伦理问题：

如何与机器人公民、伴侣机器人相处等一些列问题。

稀缺数据资源条件下的学习：

利用一些特定领域的稀缺数据资源学习。

法律法规的制定问题：

健全有关人工智能的法律法规，规范人们的行为。

安全问题：

信息安全、交通安全、人身安全等。

1 发展面临的问题

■ 未来发展趋势

01 **从专用智能向通用智能发展**

通用人工智能尚处于起步阶段，探索道路漫长

02 **从人工智能向人机融合智能发展**

充分发挥人的认知能力和机的快速计算能力

03 **自动化AI技术**

自动化开发人工智能产品

04 **可解释性和鲁棒性将受到更多关注**

模型为何有效、模型结果是否可靠

05 **人工智能将减少对数据的需求**

数据合成方法兴起，对真实数据的需求减少

06 **AI药物的研发**

通过人工智能技术提高药物研发速度

课时内容

第2章 数学基础

2 数学基础

- 矩阵及其运算
  - a. 向量
  - b. 矩阵
  - c. 矩阵运算
  - d. 范数
- 导数与微分
- 泰勒展开式
- 梯度及其运算
- 概率论相关知识

■ 向量

定义 2.1[1] 由n个数组成的有序数组被称为n维向量，其中这n个数则为向量的n个元素（或分量），第i个数就代表向量的第i个元素。例如，一个n维行向量α可以表示为$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \cdots & \alpha_n \end{bmatrix}$，而$n$维列向量$\beta$则可以表示为

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_n \end{bmatrix}$$

其中$\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_n$为行向量$\alpha$的元素，$\beta_1,\beta_2,\ldots,\beta_n$为列向量$\beta$的元素。

[1] 同济大学数学系.工程数学线性代数(第五版)[M].北京：高等教育出版社,2007.

■ 向量

定义 2.2[1] 设n维向量α与β分别为

$$\alpha=\begin{bmatrix}\alpha_1\\ \alpha_2\\ \vdots\\ \alpha_n\end{bmatrix},\quad \beta=\begin{bmatrix}\beta_1\\ \beta_2\\ \vdots\\ \beta_n\end{bmatrix}$$

则称$\alpha_1\beta_1+\alpha_2\beta_2+\cdots+\alpha_n\beta_n$为向量$\alpha$与向量$\beta$的内积，可以记为$[\alpha,\beta]$或$(\alpha,\beta)$，即$[\alpha,\beta]=(\alpha,\beta)=\alpha^T\beta=\alpha_1\beta_1+\alpha_2\beta_2+\cdots+\alpha_n\beta_n$。

内积的几个重要性质[1]：设α,β,γ是n维向量，λ为实数，则：

1）$[\alpha,\beta]=[\beta,\alpha]$；

2）$[\lambda\alpha,\beta]=[\alpha,\lambda\beta]$；

3）$[\alpha+\beta,\gamma]=[\alpha,\gamma]+[\beta,\gamma]$；

4）$[\alpha,\alpha]\geq 0$；当且仅当$\alpha=0$时$[\alpha,\alpha]=0$。

■ 矩阵

定义 2.3[1] 由$n\times m$个数组成的n行m列的数组称为n行m列矩阵。例如，一个n行m列的矩阵A可以表示为

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2j} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{im} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nj} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix}$$

其中，$a_{ij}\,(i=1,\cdots,n;j=1,\cdots,m)$ 称为矩阵A位于第i行第j列的元素。n行m列的矩阵A可以记作$A\in R^{n\times m}$或$A_{n\times m}$。

[1] 同济大学数学系.工程数学线性代数(第五版)[M].北京：高等教育出版社,2007.

■ 矩阵

例 2.1 某出版社为 4 所高校出版 3 类书籍的数量可以用如下矩阵表示

$$X=\begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \\ x_{41} & x_{42} & x_{43} \end{bmatrix}$$

其中，$x_{ij}\ (i=1,2,3,4;\ j=1,2,3)$ 表示出版社为第 i 个高校出版第 j 类书籍的数量。

■ 矩阵运算

- **矩阵的加减运算**

定义 2.4[1] 两个$n\times m$矩阵$X=(x_{ij})$与$Y=(y_{ij})$的和（差）可以记为$X\pm Y$，即

$$X\pm Y=\begin{bmatrix} x_{11}\pm y_{11} & x_{12}\pm y_{12} & \cdots & x_{1m}\pm y_{1m} \\ x_{21}\pm y_{21} & x_{22}\pm y_{22} & \cdots & x_{2m}\pm y_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1}\pm y_{n1} & x_{n2}\pm y_{n2} & \cdots & x_{nm}\pm y_{nm} \end{bmatrix}$$

注意，当且仅当两个矩阵行数相等，列数也相等时，两个矩阵之间才能进行加减运算。另外，设X,Y,Z都为$n\times m$矩阵，不难发现矩阵的加减运算满足

$$X\pm Y=\mathrm{Y}\pm X \text{ 及 } (X+Y)+Z=X+(Y+Z)。$$

■ 矩阵运算

- **矩阵的加减运算**

例 2.2 已知矩阵 $X=\begin{bmatrix}3 & 2\\ 5 & 1\end{bmatrix}$，$Y=\begin{bmatrix}2 & 6\\ 3 & 4\end{bmatrix}$，分别求 $X+Y$ 与 $X-Y$。

解 $$X+Y=\begin{bmatrix}3+2 & 2+6\\ 5+3 & 1+4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5 & 8\\ 8 & 5\end{bmatrix};$$

$$X-Y=\begin{bmatrix}3-2 & 2-6\\ 5-3 & 1-4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & -4\\ 2 & -3\end{bmatrix}。$$

■ 矩阵运算

- **矩阵与数相乘**

定义 2.5[1] $n\times m$矩阵 X 与数 μ 的乘积记作 $X\mu$ 或 μX，即

$$X\mu=\mu X=\begin{bmatrix} \mu x_{11} & \mu x_{12} & \cdots & \mu x_{1m} \\ \mu x_{21} & \mu x_{22} & \cdots & \mu x_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu x_{n1} & \mu x_{n2} & \cdots & \mu x_{nm} \end{bmatrix}$$

几个重要性质：设 X,Y 为 $n\times m$矩阵，μ,η 为数，易得

1) $(\mu\eta)X=\mu(\eta X)$；

2) $(\mu+\eta)X=\mu X+\eta X$；

3) $\mu(X+Y)=\mu X+\mu Y$。

■ 矩阵运算

- **矩阵与矩阵相乘**

定义 2.6[1] 设 $X=(x_{ij})$ 是一个 $n\times l$ 矩阵，$Y=(y_{ij})$ 是一个 $l\times m$ 矩阵，记 $Z=XY$，则 $Z=(z_{ij})$ 是一个 $n\times m$ 矩阵，其中 $z_{ij}=x_{i1}y_{1j}+x_{i2}y_{2j}+\cdots+x_{il}y_{lj}$。

注意：当且仅当 X 的列数与 Y 的行数相等时，XY 才能运算。

例 2.3 已知 $X=\begin{bmatrix}3 & 2\\5 & 1\end{bmatrix}$，$Y=\begin{bmatrix}2 & 6\\3 & 4\end{bmatrix}$，分别求 XY 与 YX。

解 因为 X 与 Y 都是 2×2 的矩阵，X 的列数（或行数）与 Y 的行数（或列数）相等，因而矩阵 XY 与 YX 均存在。由定义 2.6，可得

■ 矩阵运算

- **矩阵与矩阵相乘**

$$XY=\begin{bmatrix}3\times2+2\times3 & 3\times6+2\times4\\ 5\times2+1\times3 & 5\times6+1\times4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}12 & 26\\ 13 & 34\end{bmatrix};$$

$$YX=\begin{bmatrix}2\times3+6\times5 & 2\times2+6\times1\\ 3\times3+4\times5 & 3\times2+4\times1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}36 & 10\\ 29 & 10\end{bmatrix},$$

显然， $XY\neq YX$ ，因此在矩阵与矩阵相乘运算时需要特别注意矩阵相乘的顺序。

■ 向量的范数

定义 2.7[2] 若V是数域K的线性空间，对任意一个向量$\alpha \in V$定义一个实值函数$\|\alpha\|$，如果$\|\alpha\|$同时满足

1）非负性 $\|\alpha\| \geq 0$，等号当且仅当$\alpha = 0$时成立

2）齐次性 $\|\mu\alpha\| = |\mu|\ \|\alpha\|, \forall\, \mu \in K$

3）三角不等式 $\|\alpha + \beta\| \leq \|\alpha\| + \|\beta\|, \forall\, \alpha, \beta \in V$

则$\|\alpha\|$称为V上α的一个范数。

几种常见的向量范数如下：

定理 2.1[2] 设$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \cdots & \alpha_n \end{bmatrix}^T \in C^n$，则关于向量$\alpha$的几类常用范数有：

1）1–范数 $\|\alpha\|_1 = |\alpha_1| + |\alpha_2| + \cdots + |\alpha_n|$

2）2–范数 $\|\alpha\|_2 = \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \cdots + \alpha_n^2}$

■ 向量的范数

3) ∞−范数 $\|\alpha\|_\infty = \max\{|\alpha_1|, |\alpha_2|, \cdots, |\alpha_n|\}$

4) p−范数 $\|\alpha\|_p = \left(\sum_{i=1}^{n} |\alpha_i|^p\right)^{1/p}$, $p \ge 1$

例 2.4 已知向量$\alpha = [1 \quad -2 \quad -4 \quad 3]^T$，分别求$\|\alpha\|_1, \|\alpha\|_2, \|\alpha\|_\infty$。

解 由定理 2.1，可得

$$\|\alpha\|_1 = 1 + |-2| + |-4| + 3 = 10;$$

$$\|\alpha\|_2 = \sqrt{1 + (-2)^2 + (-4)^2 + 3^2} = \sqrt{30};$$

$$\|\alpha\|_\infty = \max\{1, |-2|, |-4|, 3\} = 4。$$

[2] 李新,何传江.矩阵理论及其应用[M].重庆：重庆大学出版社,2005.

■ 矩阵的范数

定义 2.8[2] 设 $X,Y\in C^{n\times n}$，$\mu\in C$，在 $C^{n\times n}$ 上按某一法则定义一个关于 X 的实值函数，记为 $\|X\|$，若 $\|X\|$ 同时满足以下条件：

1) 非负性 $\|X\|\geq 0$，等号当且仅当 $X=0$ 时成立

2) 齐次性 $\|\mu X\|=|\mu|\,\|X\|,\forall\,\mu\in C$

3) 三角不等式 $\|X+Y\|\leq\|X\|+\|Y\|$

4) 相容性 $\|XY\|\leq\|X\|\,\|Y\|$

则 $\|X\|$ 称为矩阵范数。

定理 2.2[2] 设 $X=(x_{ij})\in C^{n\times n}$，则关于矩阵 X 的几种范数分别为

1) Frobenius 范数（F-范数） $\|X\|_F=\left(\sum_{i,j=1}^{n}|x_{ij}|^2\right)^{1/2}=\left(trX^HX\right)^{1/2}$；

■ 矩阵的范数

2）1−范数 $\|X\|_1 = \max_j \sum_{i=1}^{3} |x_{ij}|$；

3）2−范数 $\|X\|_2 = \sqrt{\lambda}$，其中 λ 为 $X^H X$ 的最大特征值；

4）∞−范数 $\|X\|_\infty = \max_i \sum_{j=1}^{n} |x_{ij}|$。

其中，X^H 为 X 的共轭转置矩阵。

例 2.5 已知矩阵 $X = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$，分别求 $\|X\|_1, \|X\|_2, \|X\|_\infty, \|X\|_F$。

解 由定理 2.2，可得

$$\|X\|_1 = \max_j \sum_{i=1}^{2} |x_{ij}| = \max\{1+2, |-1|+2\} = 3;$$

■ 矩阵的范数

因为

$$X^H X=\begin{bmatrix}1 & 2\\ -1 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & -1\\ 2 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5 & 3\\ 3 & 5\end{bmatrix};$$

易得矩阵 $X^H X$ 的特征值为 2 和 8，故 $\|X\|_2=\sqrt{\max\{2,8\}}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$；以及

$$\|X\|_\infty=\max_i\sum_{j=1}^{2}|x_{ij}|$$

$$=\max\{1+|-1|,2+2\}$$

$$=4;$$

$$\|X\|_F=\left(trX^H X\right)^{1/2}=(5+5)^{1/2}=\sqrt{10}\text{。}$$

2 数学基础

- 矩阵及其运算
- 导数与微分
    - a. 导数
    - b. 微分
    - c. 偏导数
- 泰勒展开式
- 梯度及其运算
- 概率论相关知识

■ 导数

- **函数在一点处的导数**

定义 2.9[3] 设函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 的某个邻域内有定义，且当 x 在点 x_0 处取得增量 Δx（其中点 $x_0+\Delta x$ 仍在该邻域内）时，函数也相应的取得增量 $\Delta y=f(x_0+\Delta x)-f(x_0)$；如果 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ 存在，那么称函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处可导，该极限则称为函数 $y=f(x)$ 在 x_0 处的导数，记作 $f'(x_0)$，即

$$f'(x_0)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$$

也可表示为 $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ 。

[3] 同济大学数学系.高等数学(第六版 上册)[M].北京：高等教育出版社,2007.

■ 导数

• **函数在一点处的导数**

例 2.6 求函数 $f(x)=x$ 在 $x=1$ 处的导数。

解 根据导数定义，可得

$$f'(1)=\lim_{x\to1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$$

$$=\lim_{x\to1}\frac{x-1}{x-1}=1$$

故 $f(x)=x$ 在 $x=1$ 处的导数为 1。

■ 导数

- **函数在一点处可导的充要条件**

根据Δx趋于0^-或者趋于0^+两种情况，可以将函数$y=f(x)$在点x_0处的导数分为在该点处的左导数与右导数[3]，记为

左导数：$$f'_-(x_0)=\lim_{\Delta x\to 0^-}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$$

右导数：$$f'_+(x_0)=\lim_{\Delta x\to 0^+}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$$

由于$y=f(x)$函数在点x_0处的导数是一个极限，而极限存在的充要条件是左、右极限都存在且相等，因此，函数$y=f(x)$在x_0处的可导的充要条件是函数在点x_0处的左导数与右导数都存在且相等，即$f'_-(x_0)=f'_+(x_0)$。

■ 导数

- **函数在一点处可导的充要条件**

例 2.7 已知 $f(x)=|x|$，讨论函数 $f(x)$ 分别在 $x=0$ 和 $x=1$ 处的可导性。

解 为了讨论函数在 $x=0$ 和 $x=1$ 处的可导性，我们首先求出函数在这两点处的左导数与右导数，易得

$$f'_{-}(0)=\lim_{\Delta x\to 0^{-}}\frac{f(0+\Delta x)-f(0)}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0^{-}}\frac{-\Delta x-0}{\Delta x}=-1$$

$$f'_{+}(0)=\lim_{\Delta x\to 0^{+}}\frac{f(0+\Delta x)-f(0)}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0^{+}}\frac{\Delta x-0}{\Delta x}=1$$

因为 $f'_{-}(0)\neq f'_{+}(0)$，所以函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处不可导。

又 $$f'_{-}(1)=\lim_{\Delta x\to 0^{-}}\frac{f(1+\Delta x)-f(1)}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0^{-}}\frac{(1+\Delta x)-1}{\Delta x}=1$$

$$f'_{+}(1)=\lim_{\Delta x\to 0^{+}}\frac{f(1+\Delta x)-f(1)}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0^{+}}\frac{(1+\Delta x)-1}{\Delta x}=1$$

显然 $f'_{-}(1)=f'_{+}(1)=1$，所以函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处是可导的。

■ 导数

- **函数在一点处可导的充要条件**

定理 2.3[3] 若函数 $y=f(x)$ 在开区间 I 内的**每一点处都可导**，则称函数 $f(x)$ 在开区间 I 内可导。此时，对于任意一个 $x\in I$，都有一个关于 $f(x)$ 的确定的导数值，由此就构成了一个新的函数，这个新的函数就称为函数 $y=f(x)$ 的导函数，记为 $y', f'(x), \dfrac{dy}{dx}$ 或 $\dfrac{df(x)}{dx}$，即

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$$

例 2.8 求 $f(x)=x^2$ 的导数。

解 函数的导数为

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{(x+\Delta x)^2-x^2}{\Delta x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{2x\Delta x+(\Delta x)^2}{\Delta x}=2x$$

2 导数与微分

■ 导数

- **基本初等函数的导数**

$$(1)\ C' = 0$$

$$(2)\ \left(\sin(x)\right)' = \cos(x)$$

$$(3)\ \left(\cos(x)\right)' = -\sin(x)$$

$$(4)\ \left(\tan(x)\right)' = \sec^2(x)$$

$$(5)\ \left(\cot(x)\right)' = -\csc^2(x)$$

$$(6)\ \left(\sec(x)\right)' = \sec(x)\tan(x)$$

$$(7)\ \left(\csc(x)\right)' = -\csc(x)\cot(x)$$

$$(8)\ \left(x^{\mu}\right)' = \mu x^{\mu-1}$$

$$(9)\ \left(a^{x}\right)' = a^{x}\ln(a)$$

$$(10)\ \left(e^{x}\right)' = e^{x}$$

$$(11)\ \left(\ln(x)\right)' = \frac{1}{x}$$

$$(12)\ \left(\log_a x\right)' = \frac{1}{x\ln(a)}$$

$$(13)\ \left(\arcsin(x)\right)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(14)\ \left(\arccos(x)\right)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(15)\ \left(\arctan(x)\right)' = \frac{1}{1+x^2}$$

$$(16)\ \left(\operatorname{arccot}(x)\right)' = -\frac{1}{1+x^2}$$

■ 导数

- **函数导数的运算法则**

定理 2.4[3] 如果函数 $f=f(x)$ 与 $g=g(x)$ 在点 x 处均可导，那么它们的和、差、积、商（分母等于 0 的点除外）点 x 处也可导，且

1） $[f(x)\pm g(x)]'=f'(x)\pm g'(x)$

2） $[f(x)g(x)]'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$

3） $\left[\dfrac{f(x)}{g(x)}\right]'=\dfrac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{g^2(x)}\quad(g(x)\neq 0)$

例 2.9 求 $y=3x^3+x^2-\sin(x)$ 的导数。

解 由定理 2.4，易得函数的导数为

$$y'=\left(3x^3+x^2-\sin(x)\right)'=\left(3x^3\right)'+\left(x^2\right)'-\left(\sin(x)\right)'$$

$$=9x^2+2x-\cos(x)$$

■ 导数

- **反函数求导法则**

定理 2.5[3] 若函数 $x=f(y)$ 在区间 I_y 内为单调且可导的函数，而且 $f'(y)\neq 0$，则它的反函数 $y=f^{-1}(x)$ 在区间 $I_x=\{x\,|\,x=f(y),y\in I_y\}$ 内也可导，且 $\left[f^{-1}(x)\right]'=\dfrac{1}{f'(y)}$ 或 $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{1}{\dfrac{dx}{dy}}$。

例 2.12 设 $y=e^x$ 为直接函数，则 $x=\ln(y)$ 为它的反函数。函数 $y=e^x$ 在区间 $I_x=(-\infty,+\infty)$ 内单调可导，且 $\dfrac{dy}{dx}=\left(e^x\right)'=e^x$，因此在对应区间 $I_y=(0,+\infty)$ 有

$$\frac{dx}{dy}=\left(\ln(y)\right)'=\frac{1}{e^x}=\frac{1}{y}。$$

■ 导数

- **复合函数求导法则**

定理 2.6[3] 若$h=g(x)$在点x可导，而$y=f(h)$在点$h=g(x)$可导，则复合函数$y=f[g(x)]$在点x可导，且其导数为$\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{dy}{dh}\bullet\dfrac{dh}{dx}$。

例 2.13 求$y=\sin\left(\dfrac{x}{1+x^2}\right)$的导数。

解 $y=\sin\left(\dfrac{x}{1+x^2}\right)$可看为由$y=\sin(h), h=\dfrac{x}{1+x^2}$复合而成的函数，又

$$\frac{dy}{dh}=\cos(h)\text{及}\frac{dh}{dx}=\frac{1+x^2-x\bullet 2x}{\left(1+x^2\right)^2}=\frac{1-x^2}{\left(1+x^2\right)^2}$$

因此，$\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{dy}{dh}\bullet\dfrac{dh}{dx}=\cos(h)\bullet\dfrac{1-x^2}{\left(1+x^2\right)^2}=\cos(\dfrac{x}{1+x^2})\bullet\dfrac{1-x^2}{\left(1+x^2\right)^2}$。

■ 偏导数

定义 2.11[4] 设函数 $z=f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 的某一邻域内有定义且当 x 在 x_0 处有增量 Δx 而 y 固定在 y_0 时，相应的函数有增量 $f(x_0+\Delta x,y_0)-f(x_0,y_0)$，如果 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0+\Delta x,y_0)-f(x_0,y_0)}{\Delta x}$ 存在，则该极限被称为函数 $z=f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处对 x 的偏导数，记为 $\left.\dfrac{\partial z}{\partial x}\right|_{\substack{x=x_0\\y=y_0}}$，$\left.z_x\right|_{\substack{x=x_0\\y=y_0}}$ 或 $f_x(x_0,y_0)$。同理，可以定义函数 $z=f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处对 y 的偏导数为 $\lim\limits_{\Delta y\to 0}\dfrac{f(x_0,y_0+\Delta y)-f(x_0,y_0)}{\Delta y}$，可记为 $\left.\dfrac{\partial z}{\partial y}\right|_{\substack{x=x_0\\y=y_0}}$，$\left.z_y\right|_{\substack{x=x_0\\y=y_0}}$ 或 $f_y(x_0,y_0)$。

[4] 同济大学数学系.高等数学(第六版 下册)[M].北京：高等教育出版社,2007.

■ 偏导数

若函数 $z=f(x,y)$ 在**区域 D 内每一点 (x,y) 处对 x 的偏导数都存在**

该偏导数则称为函数 $z=f(x,y)$ 对 x 的偏导数，记为 $\frac{\partial z}{\partial x}$, z_x 或 $f_x(x,y)$。

同理，可以定义函数 $z=f(x,y)$ 对 y 的偏导数，记为 $\frac{\partial z}{\partial y}$, z_y 或 $f_y(x,y)$。

例 2.17 求 $z=x^2\sin(2y)$ 的在点 $\left(1,\frac{\pi}{4}\right)$ 处的偏导数。

解 把 y 看作常量得 $\frac{\partial z}{\partial x}=2x\sin(2y)$，把 x 看作常量得 $\frac{\partial z}{\partial y}=2x^2\cos(2y)$，因此可得

$$\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{\substack{x=1\\ y=\frac{\pi}{4}}}=2\cdot 1\cdot\sin\left(2\cdot\frac{\pi}{4}\right)=2,$$

■ 偏导数

$$\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{\substack{x=1\\ y=\frac{\pi}{4}}} = 2\bullet 1\bullet \cos\left(2\bullet\frac{\pi}{4}\right) = 0\text{。}$$

例 2. 18 求 $f(x,y,z)=x^2+y^3+z$ 的偏导数。

解 把 y 和 z 看作常量，可得 $\dfrac{\partial f}{\partial x}=2x$

同理，把 x 和 z 看作常量，可得 $\dfrac{\partial f}{\partial y}=3y^2$，

把 x 和 y 看作常量，可得 $\dfrac{\partial f}{\partial z}=1$。

2 数学基础

- 矩阵及其运算
- 导数与微分
- 泰勒展开式
- 梯度及其运算
  - a. 梯度
  - b. 梯度下降
- 概率论相关知识

2 梯度及其运算

■ 梯度

定义 2.12[4] 如果函数 $f(x,y)$ 在平面区域 D 内具有一阶连续的偏导数，那么对于任意一点 $P_0(x_0,y_0)\in D$，都可以定出一个向量

$$f_x(x_0,y_0)i+f_y(x_0,y_0)j$$

该向量就称为函数 $f(x,y)$ 在点 $P_0(x_0,y_0)$ 的梯度，记为 $\mathrm{grad}\ f(x_0,y_0)$ 或者 $\nabla f(x_0,y_0)$，即

$$\mathrm{grad}\ f(x_0,y_0)=\nabla f(x_0,y_0)=f_x(x_0,y_0)i+f_y(x_0,y_0)j$$

其中，$\nabla=\frac{\partial}{\partial x}i+\frac{\partial}{\partial y}j$ 称为向量微分算子或者 Nabla 算子，

$\nabla f=\frac{\partial f}{\partial x}i+\frac{\partial f}{\partial y}j$，也可表示为坐标形式 $\nabla f=\left(\frac{\partial f}{\partial x},\frac{\partial f}{\partial y}\right)$。

■ 梯度

推论 2.1[5] 若函数 $f(x):R^n \to R$ 是一个标量函数，其中 $x=[x_1;\cdots;x_n]^T \in R^n$，函数 $f(x)$ 关于 x 的梯度为 $\nabla f(x)=\left(\dfrac{\partial f}{\partial x_1},\cdots,\dfrac{\partial f}{\partial x_n}\right)$。

例 2.20 已知 $f(x,y)=e^x+2xy$，求 $\operatorname{grad} f(x,y)$。

解 由 $f(x,y)=e^x+2xy$ 可得

$$\frac{\partial f}{\partial x}=e^x+2y,\ \frac{\partial f}{\partial y}=2x$$

故

$$\operatorname{grad} f(x,y)=\frac{\partial f}{\partial x}i+\frac{\partial f}{\partial y}j$$

$$=(e^x+2y)i+2xj$$

[5] 王诗翔.深度学习数学基础[DB/OL].2019.https://www.jianshu.com/p/c7178bc93b40.

■ 梯度

定理 2.12[4] 如果函数 $f(x,y)$ 在点 $P_0(x_0,y_0)$ 可微，$e_l=(\cos(\alpha),\cos(\beta))$ 是与方向 l 方向相同的单位向量，则

$$
\begin{aligned}
\left.\frac{\partial f}{\partial l}\right|_{(x_0,y_0)} &= f_x(x_0,y_0)\cos(\alpha)+f_y(x_0,y_0)\cos(\beta)\\
&=\operatorname{grad} f(x_0,y_0)\cdot e_l\\
&=\left|\operatorname{grad} f(x_0,y_0)\right|\cos(\theta)
\end{aligned}
$$

其中，θ 为 $\operatorname{grad} f(x_0,y_0)$ 与 e_l 之间的夹角。

[4]同济大学数学系.高等数学(第六版 下册)[M].北京：高等教育出版社,2007.

■ 梯度

例 2.21 求函数 $f(x,y)=e^x+2xy$ 在点 $(0,1)$ 处沿从 $(1,2)$ 到 $(2,3)$ 的方向的方向导数。

解 由上个例得 $\operatorname{grad} f(0,1)=3i$，其坐标形式为 $\operatorname{grad} f(0,1)=(3,0)$

而从 $(1,2)$ 到 $(2,3)$ 的向量为 $(2,3)-(1,2)=(1,1)$，与之方向相同的单位向量为 $e_l=\dfrac{(1,1)}{\sqrt{1+1}}=\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}},\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$

那么 $f(x,y)$ 在点 $(0,1)$ 处沿从 $(1,2)$ 到 $(2,3)$ 的方向的方向导数为

$$\operatorname{grad} f(0,1)\bullet e_l=(3,0)\bullet\left(\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=\frac{3}{\sqrt{2}}$$

■ 梯度下降

梯度下降在机器学习中的应用非常广泛，其主要目标是通过迭代的方式寻找目标函数的最小值，或者收敛到最小值。

梯度下降法的过程和下山类似[6]。把可微分的一个目标函数看作一座山，目的是找到该函数的最小值，即对应着山底。假定因天气原因，山上的可视度很低，导致无法确定下山的路径，因而只好**利用周围的信息一步一步地寻找下山的路**。所以，下山最快的方式是沿着当前位置最陡峭的方向向下走，即找到该点对应的梯度并沿着与之相反的方向，便能使函数下降最快。

[6] Arrow and Bullet.梯度下降算法原理讲解——机器学习[DB/OL]. 2015.

https://blog.csdn.net/benpaobagzb/article/details/50269235.

■ 梯度下降

梯度下降法的数学表示[6]：

$$\omega^1 = \omega^0 - \rho\nabla J(\omega^0)$$

其中，ω^1表示下个时刻的位置；ω^0指当前时刻的位置；ρ为学习率或者步长，控制着每一步走的距离；$J(\omega)$是目标函数，而$\nabla J(\omega^0)$为$J(\omega)$在ω^0处的梯度。

注：这里的**负号表明与梯度方向相反，代表下降最快的方向**，若为梯度上升法，则和梯度方向相同。

为了便于理解，下面首先给出一个单变量函数的梯度下降算法的例子，然后再给出两个变量函数的梯度下降算法的例子，多变量的情况以此类推。

■ 梯度下降

例 2.22 设目标函数为$J(\omega)=\omega^2$，用梯度下降法求$J(\omega)$最小值点

解 显然函数的微分为2ω。我们假定初始位置为$\omega^0=0.5$，学习率我们在这里选取为 $\rho=0.3$，那么根据梯度下降公式可得

$$\omega^0=0.5$$

$$\begin{aligned}\omega^1&=\omega^0-\rho\nabla J(\omega^0)\\&=0.5-0.3\times(2\times0.5)\\&=0.2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\omega^2&=\omega^1-\rho\nabla J(\omega^1)\\&=0.2-0.3\times(2\times0.2)\\&=0.08\end{aligned}$$

■ 梯度下降

$$\omega^{3} = \omega^{2} - \rho\nabla J(\omega^{2})$$
$$=0.08 - 0.3\times(2\times0.08)$$
$$=0.032$$
$$\omega^{4} = \omega^{3} - \rho\nabla J(\omega^{3})$$
$$=0.032 - 0.3\times(2\times0.032)$$
$$=0.0128$$
$$\omega^{5} = \omega^{4} - \rho\nabla J(\omega^{4})$$
$$=0.0128 - 0.3\times(2\times0.0128)$$
$$=0.00512$$
$$\omega^{6} = \omega^{5} - \rho\nabla J(\omega^{5})$$
$$=0.00512 - 0.3\times(2\times0.00512)$$
$$=0.002048$$

■ 梯度下降

$$\omega^7=\omega^6-\rho\nabla J(\omega^6)$$
$$=0.002048-0.3\times(2\times0.002048)$$
$$=0.0008192$$

由此可知，经过 7 次运算，基本上可以认为达到了目标函数最小值点 0。

例 2.23 设目标函数为 $J(\omega)=\omega_1^2+\omega_2^2$，通过梯度下降法求该目标函数的最小值点。

解 显然函数的梯度为 $(2\omega_1,2\omega_2)$。我们假定初始位置为 $\omega^0=(1,2)$ 学习率我们在这里选取为 $\rho=0.25$，那么根据梯度下降公式可得

$$\omega^0=(1,2)$$
$$\omega^1=\omega^0-\rho\nabla J(\omega^0)$$
$$=(1,2)-0.25\times(2,4)$$
$$=(0.5,1)$$

■ 梯度下降

$$\omega^2 = \omega^1 - \rho\nabla J(\omega^1)$$
$$=(0.5,1) - 0.25\times(1,2)$$
$$=(0.25,0.5)$$
$$\omega^3 = \omega^2 - \rho\nabla J(\omega^2)$$
$$=(0.25,0.5) - 0.25\times(0.5,1)$$
$$=(0.125,0.25)$$
$$\omega^4 = \omega^3 - \rho\nabla J(\omega^3)$$
$$=(0.125,0.25) - 0.25\times(0.25,0.5)$$
$$=(0.0625,0.125)$$
$$\omega^5 = \omega^4 - \rho\nabla J(\omega^4)$$
$$=(0.0625,0.125) - 0.25\times(0.125,0.25)$$
$$=(0.03125,0.0625)$$

■ 梯度下降

以此类推，可得

$$\omega^{6} = (0.015625, 0.03125)$$

$$\omega^{7} = (0.0078125, 0.015625)$$

$$\omega^{8} = (0.00390625, 0.0078125)$$

$$\omega^{9} = (0.001953125, 0.00390625)$$

$$\omega^{10} = (0.000976562, 0.001953125)$$

经过 10 次运算，基本达到了目标函数最小值(0,0)。

END