

# 基于最优前轮侧偏力的智能汽车 LQR 横向控制

陈 亮<sup>1</sup>, 秦兆博<sup>1</sup>, 孔伟伟<sup>2</sup>, 陈 鑫<sup>1</sup>

(1. 湖南大学 汽车车身先进设计制造国家重点实验室, 长沙 410082; 2. 清华大学 汽车安全与节能国家重点实验室, 北京 100084)

**摘 要:** 为提高智能汽车在大曲率高速工况下的车辆横向稳定性和跟踪精度, 该文提出了一种基于最优前轮侧偏力的智能汽车线性二次型调节器(LQR)路径跟踪横向控制方法。通过构建基于“前馈+反馈”的 LQR 控制器对期望前轮侧偏力进行实时在线求解并使跟踪误差收敛, 最终通过刷子轮胎模型将控制量转化为期望前轮转角。该方法有效地保持了车辆模型与轮胎模型原有的非线性特性。基于 PreScan 搭建了仿真模型, 结果表明: 与应用线性轮胎模型的 LQR 控制器相比, 所提出的控制方法在降低路径跟踪误差的同时, 还能有效提升车辆的横向稳定性。

**关键词:** 智能汽车; 路径跟踪控制; 车辆横向稳定性; 线性二次型调节器(LQR)

中图分类号: U463.6

文献标志码: A

文章编号: 1000-0054(2021)09-0906-07

DOI: 10.16511/j.cnki.qhdxxb.2020.22.028

## Lateral control using LQR for intelligent vehicles based on the optimal front-tire lateral force

CHEN Liang<sup>1</sup>, QIN Zhaobo<sup>1</sup>, KONG Weiwei<sup>2</sup>, CHEN Xin<sup>1</sup>

(1. State Key Laboratory of Advanced Design and Manufacturing for Vehicle Body, Hunan University, Changsha 410082, China;

2. State Key Laboratory of Automotive Safety and Energy, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

**Abstract:** A lateral control method for intelligent vehicles is developed based on the optimal front-tire lateral force to improve the lateral stability and the path tracking accuracy of intelligent vehicles going around large curvature turns. A linear quadratic regulator (LQR) controller using feedforward and feedback control is used to determine the desired front-tire lateral force in real time to reduce the tracking error. The control input is then converted into the desired steering angle based on the brush tire model. This method properly retains the nonlinear characteristics of the vehicle and tire models. The LQR controller is verified via simulations on PreScan. The results show that this LQR controller not only reduces the path tracking error relative to the general LQR method, but also ensures

lateral stability of the vehicle.

**Key words:** intelligent vehicle; path tracking control; vehicle lateral stability; linear quadratic regulator (LQR)

智能汽车具有提升驾驶安全性、缓解交通压力和减少交通事故发生等一系列优点, 在未来的智能交通系统中有着非常广阔的应用前景<sup>[1]</sup>。作为实现智能汽车自动驾驶的关键技术之一, 车辆横向控制的主要功能是通过控制车辆转向系统使车辆按照期望的参考路径行驶, 减小跟踪误差, 同时保证车辆的安全性和稳定性<sup>[2]</sup>。由于车辆具有高度非线性, 行驶工况复杂多变, 如何使路径跟踪横向控制器具有精确、高效以及可靠的系统性能受到了国内外学者的广泛关注<sup>[3]</sup>。

智能车辆横向控制领域已经有较多的研究成果<sup>[4]</sup>。现有的方法可以分为 3 类: 第 1 类是无模型反馈控制方法, 这类方法一般不考虑车辆系统的特性, 直接根据系统反馈的跟踪误差通过控制律得到前轮转角, 例如比例积分微分 (proportional integral and derivative, PID) 控制方法<sup>[5]</sup>与模糊逻辑控制方法<sup>[6]</sup>。第 2 类是基于几何学的控制方法, 通过车辆运动学模型或者车辆与路径的几何关系计算前轮转角, 例如前轮反馈控制方法<sup>[7-8]</sup>、纯跟踪控制方法<sup>[9]</sup>与后轮反馈控制方法<sup>[10]</sup>。上述两类控制方法简单易行、实时性好, 在特定工况下能有效控制车辆。但是, 无模型反馈控制方法因为鲁棒性较差需要不断地调整参数或者需要大量的工程经验; 而基于几何学的控制方法因为没有考虑车辆动

收稿日期: 2020-06-15

基金项目: 国家自然科学基金创新研究群体项目(51621004)

作者简介: 陈亮(1996—), 男, 硕士研究生。

通信作者: 秦兆博, 副研究员, E-mail: qzb@hnu.edu.cn

力学因素,当车速较高或道路曲率过大时,车辆的高度非线性会导致系统失稳,甚至发生危险。第3类是基于车辆动力学模型的控制方法,单轨动力学模型和线性轮胎模型被广泛应用于车辆横向控制算法中。Lin 等设计了一种模型预测控制器(model predictive controller, MPC),并利用递归最小二乘法对线性轮胎模型的侧偏刚度进行估计,提升了控制器的自适应能力<sup>[11]</sup>。Xu 等基于单轨动力学模型设计了多点预瞄线性二次型调节器(linear quadratic regulator, LQR)横向控制器,将系统的扰动项作为状态向量以构建增广的 LQR 问题,从而提高了路径跟踪精度<sup>[12]</sup>;但是,当较大的车辆横向加速度使得侧偏角超过  $5^\circ$  时,线性轮胎模型就会不准确,尤其当轮胎力达到饱和状态时,车辆容易发生侧滑等危险状况。

为了提高车辆在大曲率工况下的横向稳定性,有学者提出引入前方道路曲率的预瞄模型来进行路径跟踪控制。李爽等在传统的最优预瞄模型基础上提出一种侧向位移的弧长预瞄方法,提升了路径跟踪精度<sup>[13]</sup>。预瞄模型通常与线性轮胎模型相结合,但仍不能从根本上保证车辆在高速下的横向稳定性。

Sun 等基于车辆撞击中心设计了 MPC 横向控制器,在一定程度上提高了车辆的横向稳定性<sup>[14]</sup>。但是,在设计控制器的过程中,轮胎模型被局部线性化,降低了模型的准确性。此外, MPC 需要在每个预测时域内不断地重复优化求解,这会带来非常大的计算量,当车速较高时不能完全满足车辆的实时控制要求。

本文针对智能汽车在大曲率高速工况下的路径跟踪问题,提出了一种基于最优前轮侧偏力的智能汽车 LQR 横向控制方法,建立了二自由度车辆动力学模型和基于车辆撞击中心的路径跟踪模型。通过构建基于“前馈+反馈”的 LQR 控制器对前轮侧偏力进行实时在线求解,该方法有效地保持了车辆模型与轮胎模型原有的非线性特性。仿真对比结果表明,该方法在降低路径跟踪误差的同时还能有效提升车辆的横向稳定性与操纵性。

## 1 智能汽车路径跟踪系统模型

### 1.1 智能汽车路径跟踪系统模型

智能汽车的路径跟踪实际上只需考虑车辆的横向动力学控制,因此采用二自由度模型。该模型只考虑沿  $y$  轴的侧向运动和绕  $z$  轴的横摆运动,沿  $x$

轴的车速保持不变。如图 1 所示,图中:  $\alpha_f$  和  $\alpha_r$  分别为前轮和后轮的侧偏角,  $\delta$  为前轮转角,  $\beta$  为车辆侧偏角。

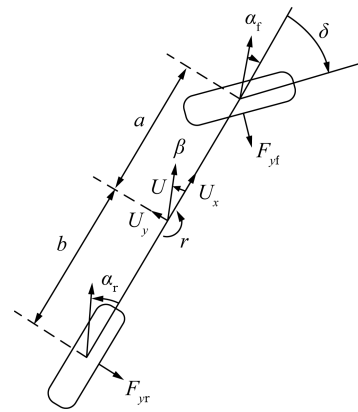


图 1 二自由度模型

车辆侧向和横摆运动的动力学方程分别为:

$$F_{yf} \cos \delta + F_{yr} = m(\dot{U}_y + U_x r), \quad (1)$$

$$a F_{yf} \cos \delta - b F_{yr} = I_z \dot{r}. \quad (2)$$

式中:  $F_{yf}$ 、 $F_{yr}$  分别为前、后车轮的侧偏力;  $m$  为车辆质量;  $U_y$  为横向车速,  $U_x$  为纵向车速;  $r$  为横摆角速度;  $a$  为质心距前轴的距离,  $b$  为质心距后轴的距离;  $I_z$  为车辆绕  $z$  轴的转动惯量。

### 1.2 轮胎模型

车辆的前后轮侧向轮胎力可以被建模为关于车轮侧偏角的函数。1954 年 Fiala 提出了一种刷子轮胎模型<sup>[15]</sup>, Pacejka 在其基础上作了进一步改进<sup>[16]</sup>,

$$F_y = \begin{cases} -C_a \tan \alpha + \frac{C_a^2}{3\mu F_z} |\tan \alpha| \tan \alpha - \frac{C_a^3}{27\mu F_z} \tan^3 \alpha, \\ |\alpha| < \arctan\left(\frac{3\mu F_z}{C_a}\right); \\ -\mu F_z \operatorname{sgn} \alpha, |\alpha| \geq \arctan\left(\frac{3\mu F_z}{C_a}\right). \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $C_a$  为车辆轮胎侧偏刚度,  $\alpha$  为车轮侧偏角,  $\mu$  为路面附着系数,  $F_z$  为车辆的法向力。

由图 1 中车辆模型的几何关系,前后轮的侧偏角分别可以近似表示为

$$\begin{cases} \alpha_f = \tan^{-1}\left(\beta + \frac{ar}{U_x}\right) - \delta \approx \beta + \frac{ar}{U_x} - \delta, \\ \alpha_r = \tan^{-1}\left(\beta - \frac{br}{U_x}\right) \approx \beta - \frac{br}{U_x}. \end{cases} \quad (4)$$

根据车辆轮胎的侧向力可以迅速通过刷子轮胎模型得到车轮侧偏角,式(4)中的车辆横摆角、纵

向车速和横摆角速度信息在实际应用中都可以通过传感器数据进行估计或测量, 因此只要计算出前轮侧偏角就可以得到相应的前轮转角来控制车辆的横向运动。在本文的仿真中, 上述车辆状态信息可直接通过 PreScan 获取。

### 1.3 车辆路径跟踪模型

本文采用基于车辆撞击中心的路径跟踪模型, 如图 2 所示。图中:  $s$  为参考路径,  $G$  为直线与参考路径的切点,  $\varphi$  为车辆横摆角,  $\varphi_{\text{des}}$  为车辆期望的横摆角,  $\Delta\varphi$  为航向误差,  $e$  为基于车辆质心的横向误差,  $x_{\text{cop}}$  为车辆撞击中心到质心的距离,  $e_{\text{cop}}$  为基于车辆撞击中心的横向误差。

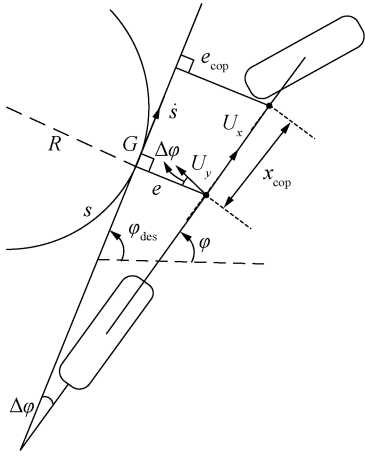


图 2 路径跟踪模型

车辆与参考路径的航向误差及其微分方程为

$$\Delta\varphi = \varphi - \varphi_{\text{des}}. \quad (5)$$

根据路径曲率, 期望横摆角速度可表示为

$$\dot{\varphi}_{\text{des}} = \frac{\dot{s}}{R} = c\dot{s}. \quad (6)$$

式中:  $R$  为  $G$  点处参考路径的半径,  $\dot{s}$  为  $G$  点处的期望速度,  $c$  为路径点的曲率。

对  $\Delta\varphi$  求导可得:

$$\Delta\dot{\varphi} = \dot{\varphi} - c\dot{s}, \quad (7)$$

$$\dot{s} = U_x \cos(\Delta\varphi) + U_y \sin(\Delta\varphi). \quad (8)$$

对  $\Delta\dot{\varphi}$  求导可得

$$\Delta\ddot{\varphi} = \ddot{\varphi} - c\ddot{s}. \quad (9)$$

车辆撞击中心与参考路径的横向误差及其微分方程为

$$e_{\text{cop}} = e + x_{\text{cop}} \sin\Delta\varphi. \quad (10)$$

因  $\sin\Delta\varphi \approx \Delta\varphi$ , 故对  $e_{\text{cop}}$  求导为

$$\dot{e}_{\text{cop}} = \dot{e} + x_{\text{cop}} \Delta\dot{\varphi}. \quad (11)$$

由图 2 中的几何关系可得

$$\dot{e} = U_y \cos(\Delta\varphi) - U_x \sin(\Delta\varphi). \quad (12)$$

根据小角度近似值,  $\cos\Delta\varphi \approx 1$ 。将式(12)代入式(11)可得:

$$\dot{e}_{\text{cop}} = U_y - U_x \Delta\varphi + x_{\text{cop}} \Delta\dot{\varphi}, \quad (13)$$

$$\ddot{e}_{\text{cop}} = \dot{U}_y - U_x \dot{r} + U_x c \dot{s} + x_{\text{cop}} (\ddot{r} - c\ddot{s}). \quad (14)$$

分别将式(1)和(2)代入式(14)和(9)得:

$$\Delta\ddot{\varphi} = \frac{aF_{yf} \cos\delta - bF_{yr}}{I_z} - c\ddot{s}, \quad (15)$$

$$\ddot{e}_{\text{cop}} = \frac{F_{yf} \cos\delta + F_{yr}}{m} - U_x c \dot{s} + x_{\text{cop}} \frac{aF_{yf} \cos\delta - bF_{yr}}{I_z} - x_{\text{cop}} c\ddot{s}. \quad (16)$$

Milliken 等发现当车辆转弯时, 后轮侧偏力会引起车辆的横向角加速度与横向加速度, 但两者会在车辆撞击中心处相互抵消<sup>[17]</sup>。在车辆撞击中心处有

$$\frac{F_{yr}}{m} + x_{\text{cop}} \frac{-bF_{yr}}{I_z} = 0. \quad (17)$$

为此,  $x_{\text{cop}}$  定义为

$$x_{\text{cop}} = \frac{I_z}{bm}. \quad (18)$$

将式(18)代入式(16),  $\ddot{e}_{\text{cop}}$  简化为

$$\ddot{e}_{\text{cop}} = \frac{LF_{yf} \cos\delta}{bm} - U_x c \dot{s} - x_{\text{cop}} c\ddot{s}. \quad (19)$$

式中  $L$  为车辆的轴距。

由于式(15)中  $\Delta\ddot{\varphi}$  还会受到后轮侧偏力的影响, 本文采用非线性轮胎模型, 将后轮侧偏力描述为后轮侧偏角  $\alpha_r$  的函数<sup>[18]</sup>,

$$F_{yr} = -\eta C_r \alpha_r. \quad (20)$$

式中:  $C_r$  为后轮轮胎侧偏刚度,  $\eta$  为表征轮胎非线性特性的系数。后轮侧偏力可表示为

$$F_{yr} = -\eta C_r \frac{\dot{e}_{\text{cop}} - L' \Delta\dot{\varphi} - U_x \Delta\varphi - b c \dot{s}}{U_x}. \quad (21)$$

式中  $L' = b + x_{\text{cop}}$ 。

由式(15)、(19)、(21)可以得到一个以  $\mathbf{x} = [e_{\text{cop}}, \dot{e}_{\text{cop}}, \Delta\varphi, \Delta\dot{\varphi}]^T$  为状态向量、以前轮侧偏力  $F_{yf}$  为系统控制输入的状态方程,

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ b_{21} \\ 0 \\ b_{41} \end{bmatrix} F_{yf} + \begin{bmatrix} 0 \\ c_{21} \\ 0 \\ c_{41} \end{bmatrix} c. \quad (22)$$

其中:

$$\begin{aligned}
a_{42} &= \frac{\eta b C_r}{I_z U_x}, a_{43} = -\frac{\eta b C_r}{I_z}, a_{44} = -\frac{\eta L' b C_r}{I_z U_x}, \\
b_{21} &= \frac{L \cos(\delta)}{b m}, b_{41} = \frac{a \cos(\delta)}{I_z}, \\
c_{21} &= -U_x \dot{s} - x_{\text{cop}} \ddot{s}, c_{41} = \frac{-I_z U_x \ddot{s} - b^2 C_r \dot{s}}{I_z U_x}.
\end{aligned} \quad (23)$$

## 2 LQR 路径跟踪控制系统设计

针对智能汽车路径跟踪控制系统,本文提出了一种基于横向动力学特征的智能汽车 LQR 路径跟踪控制器,控制流程图如图 3 所示。

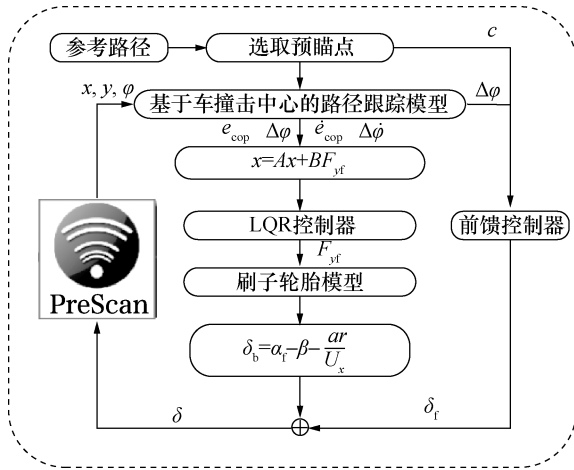


图3 路径跟踪控制系统流程图

为了方便控制器的设计与功能实现,将连续时间系统(22)转换为具有固定采样时间的离散时间系统,

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}F_{yf}(k) + \mathbf{D}c(k). \quad (24)$$

式中:  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ ,  $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^4$ ,  $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^4$  是系统的系数矩阵。

LQR 横向控制系统的代价函数和状态方程分别为:

$$J(\mathbf{x}, F_{yf}) = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} (\mathbf{x}^T(k) \mathbf{Q} \mathbf{x}(k) + \mathbf{R} F_{yf}^2(k)), \quad (25)$$

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}F_{yf}(k). \quad (26)$$

式中:  $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$  与  $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$  都是正定的权重矩阵。

根据迭代计算可以直接得出最优控制量  $F_{yf}^*(k)^{[12]}$  为

$$F_{yf}^*(k) = -(\mathbf{R} + \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{A} \mathbf{x}(k) = -\mathbf{K} \mathbf{x}(k). \quad (27)$$

式中:  $\mathbf{K}$  为反馈增益;  $\mathbf{P}$  为 Riccati 方程的正定解,

$$-\mathbf{P} \mathbf{A} - \mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} - \mathbf{Q} = \mathbf{0}. \quad (28)$$

根据式(4),可以求解得到最优控制量  $F_{yf}^*(k)$ 。

通过刷子轮胎模型计算车轮转角的反馈量  $\delta_b$ ,

$$\delta_b = \beta + \frac{ar}{U_x} - f_{\text{tire}}^{-1}(F_{yf}). \quad (29)$$

式中  $f_{\text{tire}}^{-1}$  可以通过刷子轮胎模型查表计算。

在状态反馈下用于闭环横向控制系统的状态空间模型可表示为

$$\dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{K}) \mathbf{x} + \mathbf{D} c. \quad (30)$$

由于  $\mathbf{D} c$  项的存在,当车辆在弯道行驶时,即使矩阵  $(\mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{K}) \mathbf{x}$  趋于稳定,跟踪误差也不会完全收敛到 0,系统将会有稳态误差  $e_s^{[19]}$ ,

$$e_s = \frac{1}{K_1} (\delta_i - K_3 \Delta \varphi - L c - \zeta). \quad (31)$$

式中:  $K_i$  为增益矩阵中第  $i$  列元素,  $\zeta$  为常数。令  $e_s = 0$ , 即可得到离散的车轮转角前馈量  $\delta_i$ 。根据式(4)、(27)和(31)即可计算出车轮转角  $\delta$ ,

$$\delta = \delta_b + \delta_i. \quad (32)$$

## 3 仿真结果

为验证本文提出的基于刷子轮胎模型的智能汽车 LQR 路径跟踪控制方法,基于 PreScan 搭建了场景和仿真模型,分别针对半圆型工况与双移线工况进行了仿真,考虑到本文设置的工况道路曲率较大,因此每个工况仿真的车速设置为 15 m/s。相对于较大的路径曲率,该工况属于高速工况。为进一步验证所提出的方法在路径跟踪与车辆横向稳定性方面的表现,本文设置了 3 种控制器对比分析方案,分别为所提出的基于刷子轮胎模型的 LQR 加前馈控制器、基于刷子轮胎模型的 LQR 控制器、基于线性轮胎模型的 LQR 控制器。仿真采用的整车模型参数如表 1 所示。

表1 仿真采用的整车参数

车辆参数	数值
车辆质量 $m/\text{kg}$	1 650
质心距前轴的距离 $a/\text{m}$	1.16
质心距后轴的距离 $b/\text{m}$	1.74
横摆转动惯量 $I_z/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	3 269
前轮侧偏刚度 $C_r/(\text{N} \cdot \text{rad}^{-1})$	66 479
后轮侧偏刚度 $C_r/(\text{N} \cdot \text{rad}^{-1})$	70 000

### 3.1 半圆型工况仿真

图 4 为 3 种控制器在 15 m/s 车速下的路径与车辆轨迹对比。图 5 为横向误差对比。可以发现,从路程 60 m 处到 120 m 之间进入弯道后,基于刷子轮胎模型的 LQR 加前馈控制器产生的横向误差最小,基本在 0.05 m 之内;基于线性模型的 LQR 控制器造成



误差最大,在 0.13 m 左右。

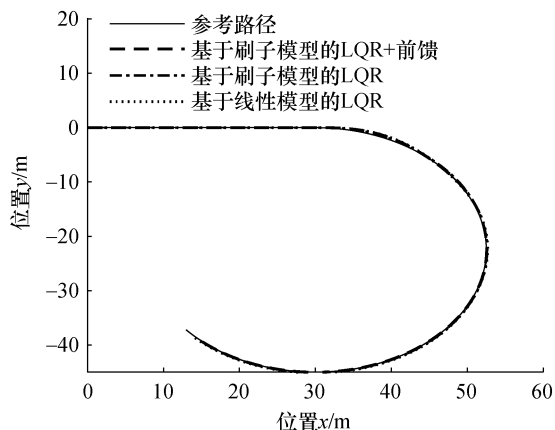


图4 路径与车辆轨迹对比

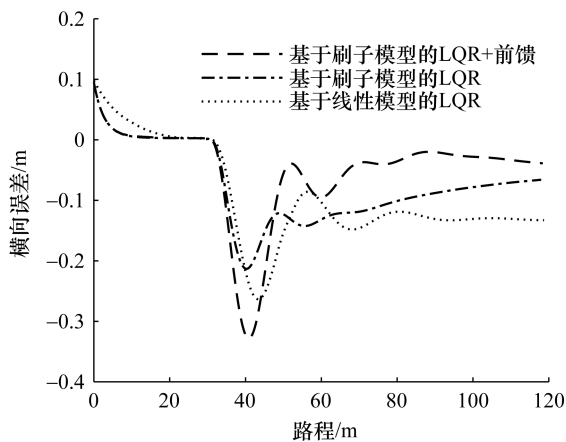


图5 横向误差对比

由于直线进入弯道时路径曲率不连续且突变较大,在路程 40 m 处控制器有较大超调。但从图 5 可以看出,基于刷子轮胎模型的 LQR 控制器造成的横向误差只有 0.2 m,基于刷子轮胎模型的 LQR 加前馈控制器造成的横向误差虽然较大,但前馈控制器能使该误差快速收敛。

图 6 为前轮侧偏力对比。可以看出,车辆进入弯道稳定行驶时,基于刷子轮胎模型的 LQR 控制器的车辆前轮侧偏力要比基于线性轮胎模型的 LQR 控制器小大约 1 500 N。图 7 为车辆质心侧偏角对比。质心侧偏角是衡量车辆稳定性的重要指标。从图 7 可以看出,基于刷子轮胎模型的 LQR 控制器的车辆质心侧偏角比基于线性轮胎模型的 LQR 控制器小 0.012 rad。

图 8 是车辆质心的横向加速度对比。横向加速度是衡量车辆乘坐舒适性的重要指标。从图 8 可以看出,本文提出的控制方法对应的车辆横向加速度比基于线性轮胎模型的 LQR 控制器小  $1.5 \text{ m/s}^2$  左右,基于刷子轮胎模型的 LQR 控制器在大曲率高速

路径也能在一定程度上提高车辆的乘坐舒适性。在路程 40 m 处,基于刷子轮胎模型的 LQR 控制器对应的横向加速度也明显小于基于线性轮胎模型的 LQR 控制器。

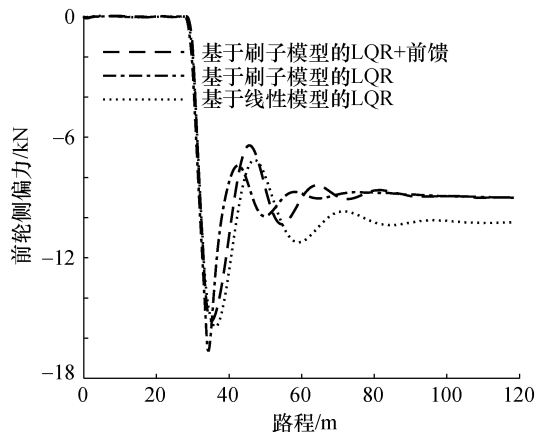


图6 前轮侧偏力对比

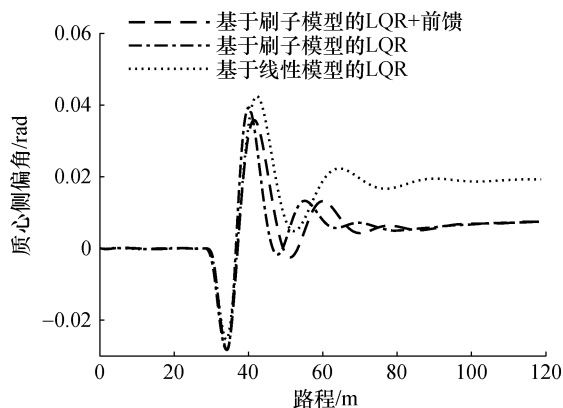


图7 质心侧偏角对比

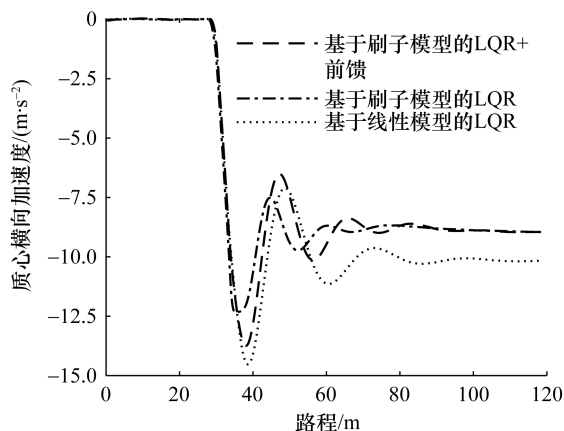


图8 质心横向加速度对比

结合以上仿真结果可以分析得出,与基于线性轮胎模型的 LQR 控制器相比,基于刷子轮胎模型的 LQR 路径跟踪控制器在半圆型工况下既能保证车辆具有较小的路径跟踪误差,又有效地减小了车

辆的前轮侧偏力,降低侧向加速度,在一定程度上避免了车辆发生侧滑的风险,使车辆可以在大曲率高速条件下保持较好的横向稳定性。基于刷子轮胎模型的 LQR 加前馈控制器的横向加速度与质心侧偏角几乎与基于刷子轮胎模型的 LQR 相同,但前馈控制器可以进一步减小跟踪误差。

### 3.2 双移线工况仿真

为了进一步验证本文设计的路径跟踪控制器的有效性,选择曲率连续变化的双移线工况进行了仿真。双移线工况模拟车辆在公路上超越同车道的前方车辆时的情景,参考路径如图 9 所示,纵向速度为 15 m/s。在具有相同预瞄距离的条件下,基于线性轮胎模型的 LQR 控制器在转弯处使车辆偏离了路径,发生了较大的超调。图 10 为横向误差对比。基于刷子模型的 LQR 加前馈控制器造成的最大横向误差只有 0.06 m,在转弯处小于基于刷子模型的 LQR 控制器,而基于线性轮胎模型的 LQR 控制器最大误差已达到 0.18 m。

图 11 为前轮侧偏力对比。当车辆回正方向盘进

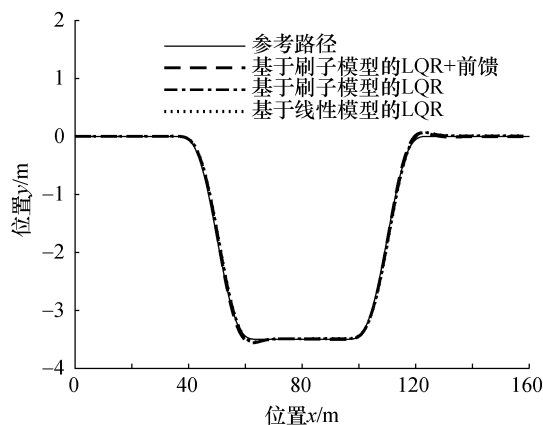


图 9 参考路径与车辆轨迹

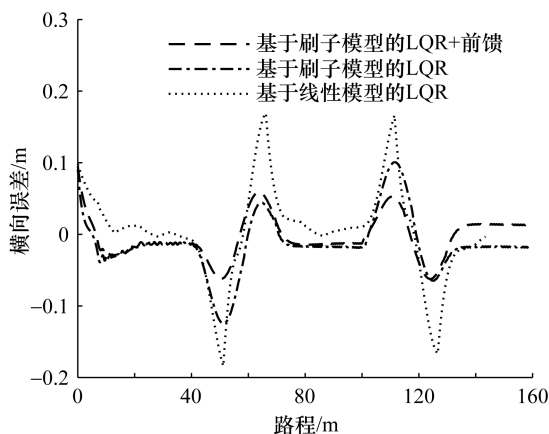


图 10 横向误差对比

入直道时,可以看出基于刷子模型的 LQR 控制器的车辆前轮侧偏力要比基于线性轮胎模型的 LQR 控制器小 1 000 N 左右。图 12 为质心加速度对比。当车速为 15 m/s 时,图 12 显示基于刷子轮胎模型的 LQR 控制器的质心加速度的最大值为  $6 \text{ m/s}^2$ ,明显小于基于线性轮胎模型的 LQR 控制器的对应值。图 13 为质心侧偏角对比。在路径曲率连续变化时,基于刷子模型的 LQR 控制器能有效降低车辆质心侧偏角。

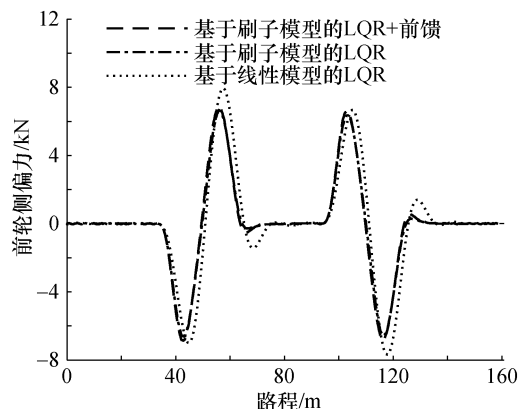


图 11 前轮侧偏力对比

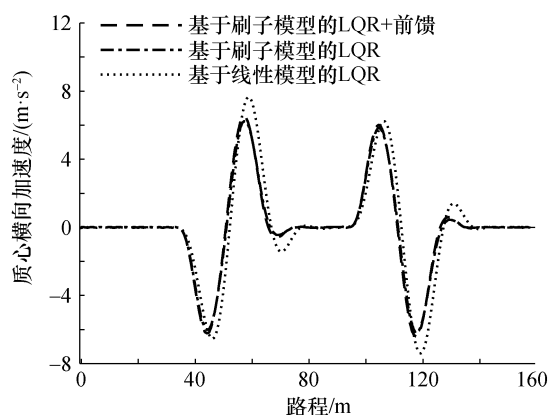


图 12 质心横向加速度对比

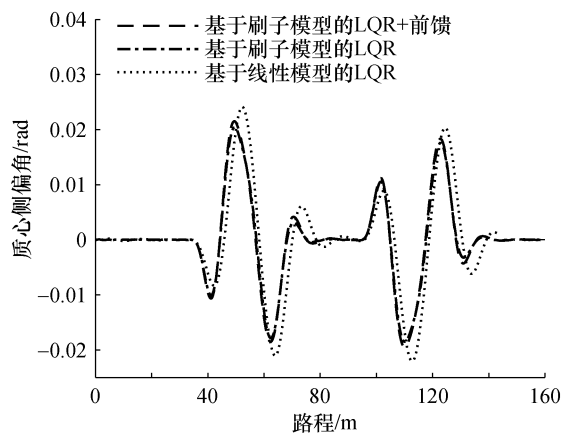


图 13 质心侧偏角对比

综上所述,双移线工况的仿真结果与半圆型工况相似,从仿真结果的分析来看,基于刷子轮胎模型的LQR加前馈控制器的路径跟踪性能明显优于基于线性模型的LQR横向控制器。

#### 4 结 论

本文设计了一种基于最优前轮侧偏力的智能汽车LQR路径跟踪横向控制方法,建立车辆二自由度模型和基于车辆撞击中心的路径跟踪模型。该方法有效地保持车辆和轮胎的非线性,能在很大程度上降低车轮侧偏力对系统的影响。利用LQR最优控制原理设计了路径跟踪横向控制器,通过求解最优前轮侧偏力使跟踪误差收敛。基于PreScan搭建了仿真模型和场景并进行了仿真实验。与基于线性轮胎模型的LQR横向器相比,仿真结果表明,本文设计的基于最优前轮侧偏力的LQR路径跟踪控制器不但能在高速大侧向加速度的条件下准确地进行路径跟踪,还能进一步提升车辆的横向稳定性与操纵性。

#### 参考文献 (References)

- [1] 吴艳,王丽芳,李芳. 基于滑模自抗扰的智能车路径跟踪控制[J]. 控制与决策, 2019, 34(10): 2150-2156.  
WU Y, WANG L F, LI F. Intelligent vehicle path following control based on sliding mode active disturbance rejection control[J]. Control and Decision, 2019, 34(10): 2150-2156. (in Chinese)
- [2] 陈特,陈龙,徐兴,等. 分布式驱动无人车路径跟踪与稳定性协调控制[J]. 汽车工程, 2019, 41(10): 1109-1116.  
CHEN T, CHEN L, XU X, et al. Integrated control of unmanned distributed driven vehicles path tracking and stability[J]. Automotive Engineering, 2019, 41(10): 1109-1116. (in Chinese)
- [3] 林荣,倪兰青,赵又群,等. 考虑横向稳定性的智能车辆路径跟踪控制[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2018, 46(1): 78-84.  
LIN F, NI L Q, ZHAO Y Q, et al. Path following control of intelligent vehicles considering lateral stability[J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition), 2018, 46(1): 78-84. (in Chinese)
- [4] 陈慧岩,陈舒平,龚建伟. 智能汽车横向控制方法研究综述[J]. 兵工学报, 2017, 38(6): 1203-1214.  
CHEN H Y, CHEN S P, GONG J W. A review on the research of lateral control for intelligent vehicles[J]. Acta Armamentarii, 2017, 38(6): 1203-1214. (in Chinese)
- [5] MARINO R, SCALZI S, NETTO M. Nested PID steering control for lane keeping in autonomous vehicles[J]. Control Engineering Practice, 2011, 19(12): 1459-1467.
- [6] NARANJO J E, GONZALEZ C, GARCIA R, et al. Lane-change fuzzy control in autonomous vehicles for the overtaking maneuver[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2008, 9(3): 438-450.
- [7] THRUN S, MONTEMERLO M, DAHLKAMP H, et al. Stanley: The robot that won the DARPA grand challenge[J]. Journal of Field Robotics, 2006, 23(9): 661-692.
- [8] HOFFMANN G M, TOMLIN C J, MONTEMERLO M, et al. Autonomous automobile trajectory tracking for off-road driving: Controller design, experimental validation and racing[C]// 2007 American Control Conference. New York, USA, 2007: 2296-2301.
- [9] ELBANHAWI M, SIMIC M, JAZAR R. Receding horizon lateral vehicle control for pure pursuit path tracking[J]. Journal of Vibration and Control, 2018, 24(3): 619-642.
- [10] SAMSON C. Path following and time-varying feedback stabilization of a wheeled mobile robot[C]// Proceedings of the International Conference on Advanced Robotics and Computer Vision. Singapore, 1992: 1-5.
- [11] LIN F, CHEN Y K, ZHAO Y Q, et al. Path tracking of autonomous vehicle based on adaptive model predictive control[J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2019, 16(5): 1729881419880089.
- [12] XU S B, PENG H E. Design, analysis, and experiments of preview path tracking control for autonomous vehicles[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2020, 21(1): 48-58.
- [13] 李爽,徐延海,陈静,等. 基于弧长预瞄的车辆侧向跟踪控制研究[J]. 汽车工程, 2019, 41(6): 668-675.  
LI S, XU Y H, CHEN J, et al. A study on vehicle lateral tracking control based on arc-length preview[J]. Automotive Engineering, 2019, 41(6): 668-675. (in Chinese)
- [14] SUN C Y, ZHANG X, XI L H, et al. Design of a path-tracking steering controller for autonomous vehicles[J]. Energies, 2018, 11(6): 1451.
- [15] BROWN M, FUNKE J, ERLIEN S, et al. Safe driving envelopes for path tracking in autonomous vehicles[J]. Control Engineering Practice, 2017, 61: 307-316.
- [16] PACEJKA H. Tire and vehicle dynamics[M]. 2nd ed. Amsterdam, Netherlands: Elsevier, 2005: 90-94.
- [17] MILLIKEN W F, MILLIKEN D L, OLLEY M. Chassis design: Principles and analysis[M]. Warrendale, USA: Society of Automotive Engineers, 2002.
- [18] 陶冰冰,周海鹰,王思山. 自动驾驶车辆LQR轨迹跟踪控制器设计[J]. 湖北汽车工业学院学报, 2017, 31(4): 1-6, 11.  
TAO B B, ZHOU H Y, WANG S S. Design of LQR trajectory tracking controller for autonomous vehicle[J]. Journal of Hubei University of Automotive Technology, 2017, 31(4): 1-6, 11. (in Chinese)
- [19] RAJAMANI R. Vehicle dynamics and control[M]. New York, USA: Springer Science & Business Media, 2011.

(责任编辑 李丽)