Transferts de chaleur
Conduction

Pierre Le Cloirec

Ecole Nationale Supérieure de Chimie de Rennes

11 Allée de Beaulieu, CS 50837

35700 Rennes, France

Tel 33 (0) 2 23 23 80 00 e-mail Pierre.Le-Cloirec@ensc-rennes.fr

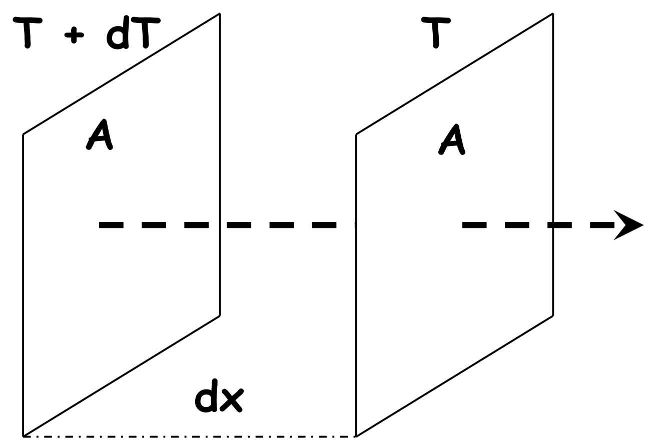
Trois modes de transfert de la chaleur :

- Conduction
- Convection
- Rayonnement

Loi de Fourrier

Hypothèses :
- Corps solide homogène
- Corps isotrope
(propriétés identiques dans toute les directions)
- une seule direction
- régime permanent

$$\Phi = -KA\frac{dT}{dx}$$



Φ : quantité de chaleur échangé par unité de temps ($J\ s^{-1} = W$)
dT/dx : gradient de température ($K\ m^{-1}$)
A : section droite du solide dans la direction de l'écoulement de la chaleur (m^2)
K : coefficient de conductivité thermique ($W\ m^{-1}\ K^{-1}$)

Loi de Fourrier
Généralisation

Milieu quelconque - Densité de flux

$$\Phi = -\overline{\overline{K}}\,\overrightarrow{grad}(T)\vec{n}$$

Milieu isotrope
Vecteur de densité de flux

$$\Phi = -K\,\overrightarrow{grad}(T)$$

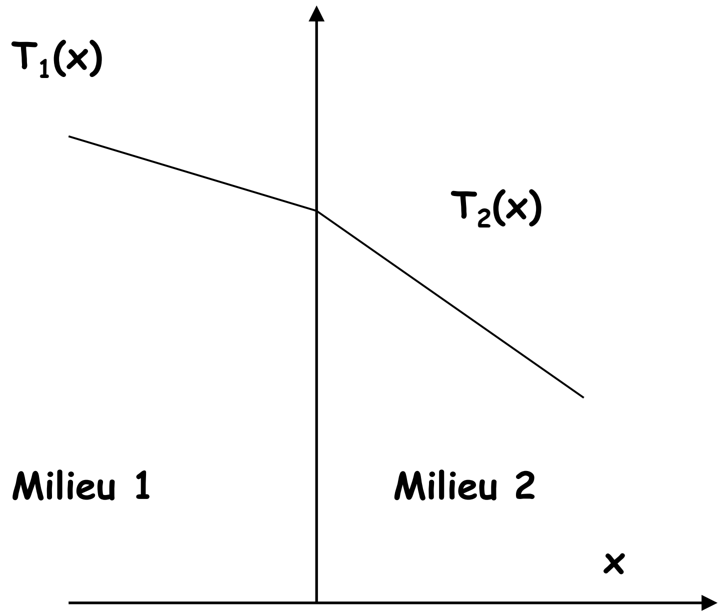
Avec K scalaire positif fonction de $\vec{\mathbf{x}}$ et de T

Milieu isotrope et homogène

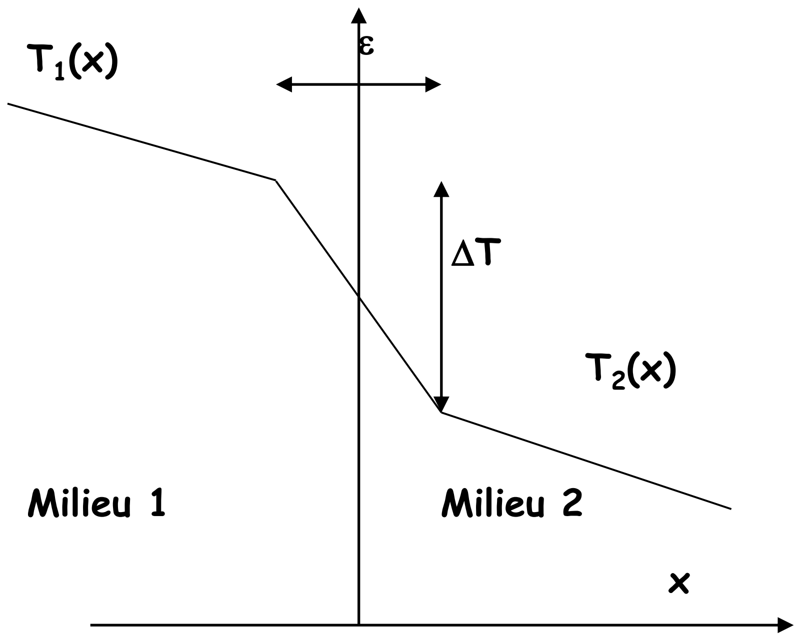
Avec K scalaire positif fonction de T

Si ΔT est faible K est considéré comme constant

Cas de contacts entre deux milieux continus



Contact parfait



Contact imparfait (réel)

Ecole Nationale Supérieure de Chimie de Rennes

CHIMIE SHANGHAI 国际卓越工程师学院 INTL. ELITE ENGINEERING SCHOOL

Fédération Gay-Lussac 20 écoles de chimie

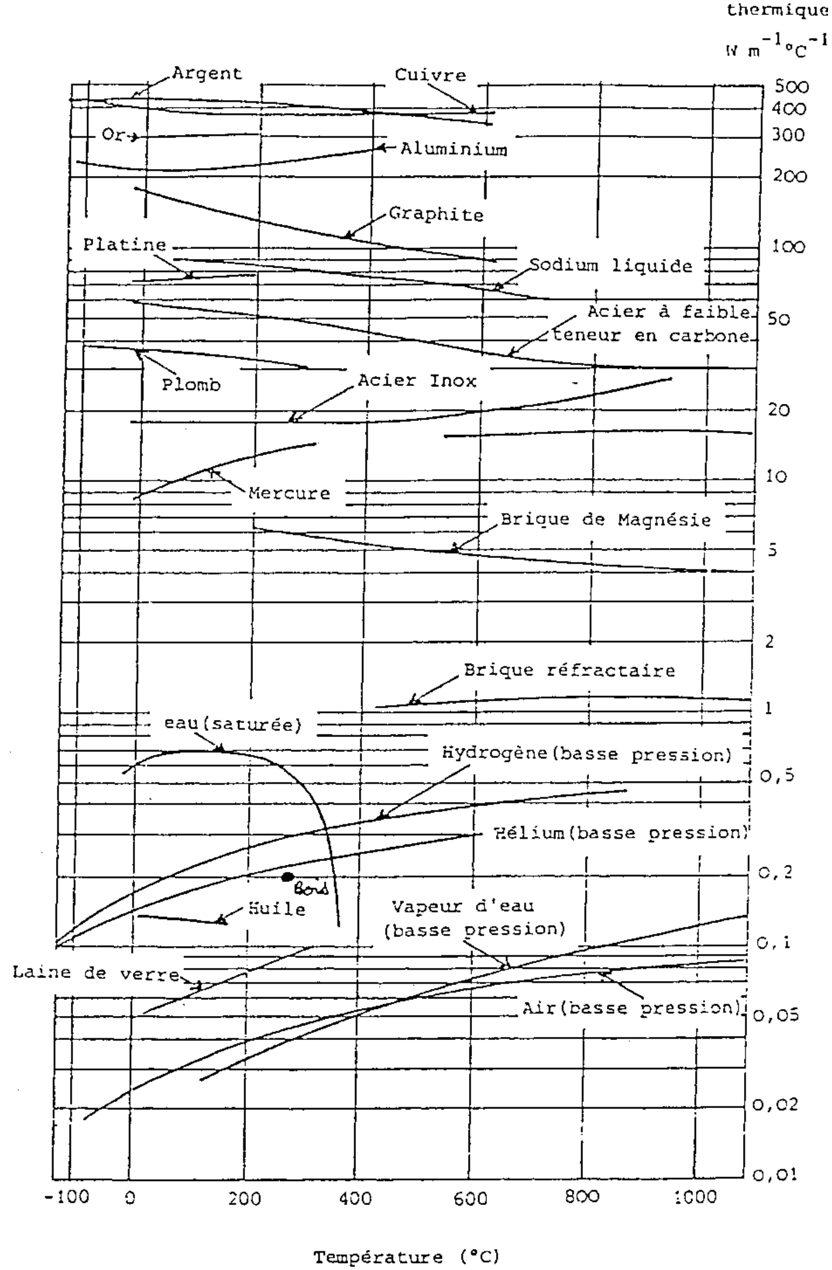
Coefficient de conductivité

$$\Phi = -KA\frac{dT}{dx}$$

$$[K] = J\ s^{-1}m^{-1}K^{-1} = Wm^{-1}K^{-1}$$

Argent	418	Brique	1
Cuivre	383	Bois	0,2
Aluminium	232	Amiante (feuille)	0,0162
Fer (pur)	60,4	Laine de verre	0,05
Acier doux	46,4	Air	0,045
Acier inox	16,3		

à température ordinaire



thermique
W m^{-1}°C^{-1}
Argent
Cuivre
Or
Aluminium
Graphite
Platine
Sodium liquide
Acier à faible teneur en carbone
Plomb
Acier Inox
Mercure
Brique de Magnésie
Brique réfractaire
eau (saturée)
Hydrogène (basse pression)
Hélium (basse pression)
Bois
Huile
Vapeur d'eau (basse pression)
Laine de verre
Air (basse pression)
500
400
300
200
100
50
20
10
5
2
1
0,5
0,2
0,1
0,05
0,02
0,01
-100
0
200
400
600
800
1000
Température (°C)

Coefficient de conductivité

$$\Phi = -KA\frac{dT}{dx}$$

$$[K] = kJ\ s^{-1}m^{-1}K^{-1} = kWm^{-1}K^{-1}$$

NB

- ***K est approximativement proportionnel à la conductivité électrique***
- ***K varie avec la pureté du métal (les impuretés font baisser K)***
- ***K est fonction du tassement (degré de vide) pour un matériau granulaire***
- ***K varie avec la température***

$$K = K_0(1 + a_0 T)$$

Dans l'intervalle $[T_1, T_2]$

$$K_m = K_0[1 + \frac{a_0}{2}(T_1 + T_2)]$$

Intégration générale de l'équation de Fourrier

$$\Phi = -KA\frac{dT}{dx}$$

$$\Phi\frac{dx}{A} = -KdT$$

soit

$$\Phi\int_{x_1}^{x_2}\frac{dx}{A} = -\int_{T_1}^{T_2} KdT$$

$$\Phi\int_{x_1}^{x_2}\frac{dx}{A} = K_m(T_1 - T_2)$$

$K = K_0(1 + a_0 T)$ Dans l'intervalle $[T_1, T_2]$ $K_m = K_0[1 + \frac{a_0}{2}(T_1 + T_2)]$

Intégration générale de l'équation de Fourrier

A est indépendante de x

$$\Phi\int_{x_1}^{x_2}\frac{dx}{A} = K_m(T_1 - T_2)$$

soit

$$\frac{\Phi}{A}(x_2 - x_1) = K_m(T_1 - T_2)$$

$$\boxed{\Phi = K_m A\frac{(T_1 - T_2)}{(x_2 - x_1)}}$$

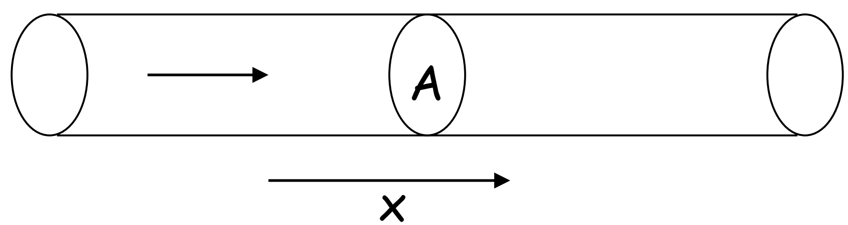
Intégration générale de l'équation de Fourrier

A est indépendante de x

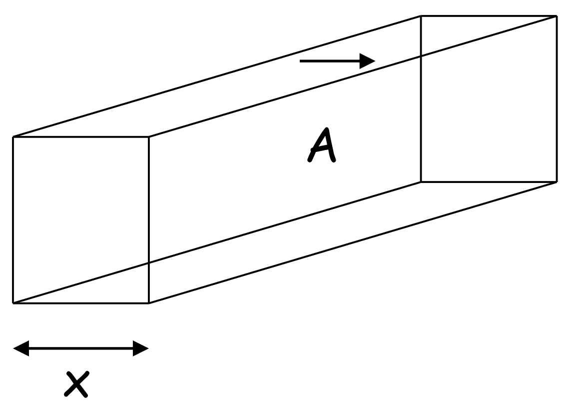
$$\Phi = K_m A \frac{(T_1 - T_2)}{(x_2 - x_1)}$$

Exemples

Cylindre plein



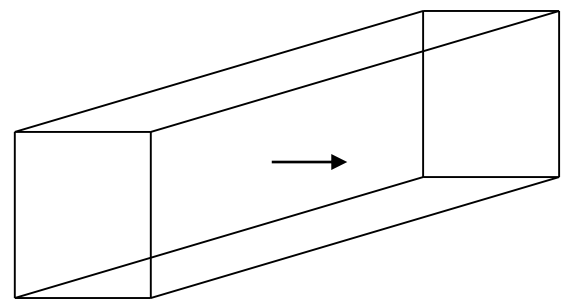
Parallélépipède



Intégration générale de l'équation de Fourrier

A est indépendante de x

Exemple : Calcul de la quantité de chaleur transférée



Une paroi de briques
Epaisseur 0,50 m
Hauteur 3 m
Largeur 2 m
Températures des faces 150 et 50 °C
On prendra $K_m = 7\ 10^{-4}$ kJ $m^{-1}\ s^{-1}\ K^{-1}$

$$\Phi = K_m A \frac{(T_1 - T_2)}{(x_2 - x_1)}$$

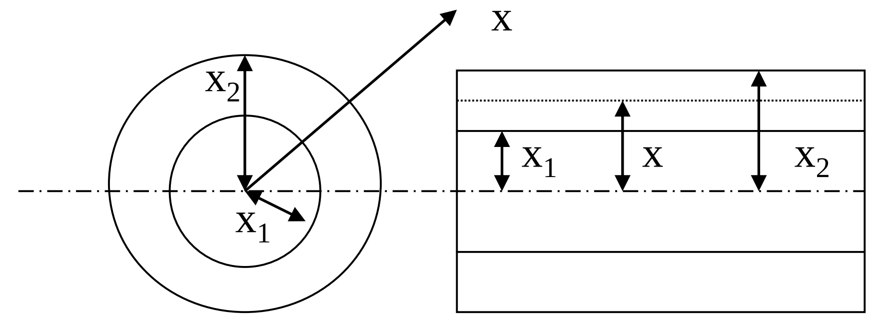
$$\Phi = 7\,10^{-4}\ \ 3\ \ 2\ \ \frac{150 - 50}{0,5}$$

$$\Phi = 0,84\ \ \mathrm{kW} \ \ = 3024\,\mathrm{kJ\,h^{-1}} \ \ = 723\,\mathrm{kcal\,h^{-1}}$$

Intégration générale de l'équation de Fourrier

A est dépendante de x

$$\Phi \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{A} = K_m (T_1 - T_2)$$



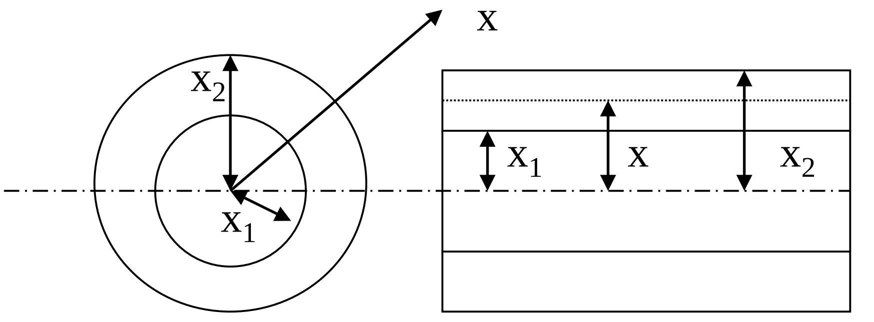
Soit un tube : $A = 2\pi L x$

$$\Phi \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{A} = \frac{\Phi}{2\pi L} \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{x} = \frac{\Phi}{2\pi L} \mathrm{Ln} \frac{x_2}{x_1} = K_m (T_1 - T_2)$$

$$\Phi = 2\pi L K_m (T_1 - T_2) \frac{1}{\mathrm{Ln} \dfrac{x_2}{x_1}}$$

Intégration générale de l'équation de Fourrier
A est dépendante de x

$$\Phi = 2\pi L K_m (T_1 - T_2) \frac{1}{\mathrm{Ln}\,\frac{x_2}{x_1}}$$



$$\Phi = K_m A_m \frac{T_1 - T_2}{x_2 - x_1}$$

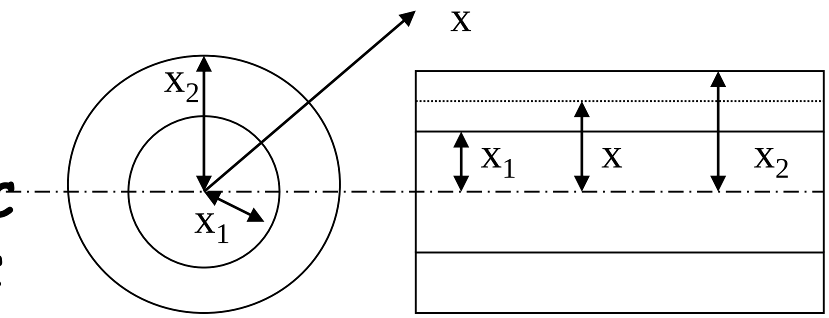
avec

$$A_m = \frac{A_2 - A_1}{\mathrm{Ln}\,\frac{A_2}{A_1}} = 2\pi L \frac{x_2 - x_1}{\mathrm{Ln}\,\frac{x_2}{x_1}}$$

A_m : moyenne logarithmique des aires A_1 et A_2

Intégration générale de l'équation de Fourrier A est dépendante de x

Exemple : Calcul de la quantité de chaleur transférée



Une paroi d'un tube 20/27
Longueur 30 m
Température de la paroi interne 100 °C
Température de la paroi externe 99 °C
On prendra K_m = 0,058 kW m^{-1}

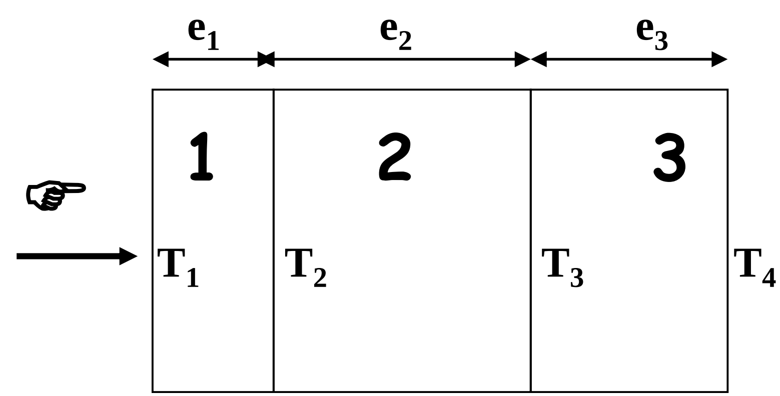
$$\Phi = 2\pi L K_m (T_1 - T_2)\frac{1}{Ln\dfrac{x_2}{x_1}} = 2\pi \;\; 30 \;\; 0{,}058(100 - 99)\frac{1}{Ln\dfrac{27}{20}}$$

$$\Phi = 36{,}4 \;\; \mathrm{kW} \;\; = 131\,078\,\mathrm{kJ\,h^{-1}} \;\; = 31\,358\,\mathrm{kcal\,h^{-1}}$$

Conduction à travers des corps placés en série

Exemple de murs placés en série

On sait que : $$\Phi = K_m A_m \frac{T_1 - T_2}{x_2 - x_1}$$



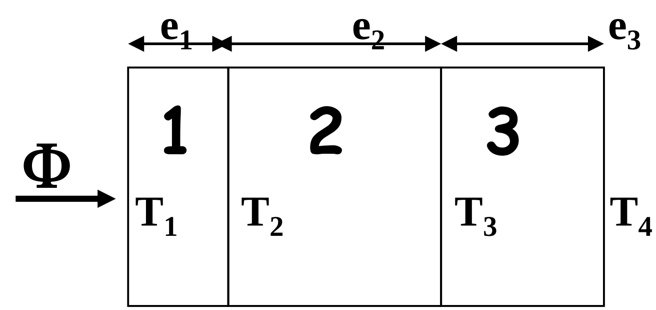
Hypothèses
- $x_{i+1} - x_i = e_i$
- $T_1 > T_2 > T_3 > T_4$
- Pas de résistance de contact ➔ $T_{12} = T_{22}$
- Pas de déperdition de chaleur par les bords extérieurs
- Régime permanent (pas d'accumulation de chaleur dans les parois)
- K_1, K_2 et K_3 les conductivités thermiques des matériaux 1, 2 et 3

$$\Phi = K_1 A_1 \frac{T_1 - T_2}{e_1} = K_2 A_2 \frac{T_2 - T_3}{e_2} = K_3 A_3 \frac{T_3 - T_4}{e_3}$$

Conduction à travers des corps placés en série

Exemple de murs placés en série

$$\Phi = K_1 A_1 \frac{T_1 - T_2}{e_1} = K_2 A_2 \frac{T_2 - T_3}{e_2} = K_3 A_3 \frac{T_3 - T_4}{e_2}$$



ou

$$T_1 - T_2 = \frac{\Phi}{A_1}\frac{e_1}{K_1} \qquad T_2 - T_3 = \frac{\Phi}{A_2}\frac{e_2}{K_2} \qquad T_3 - T_4 = \frac{\Phi}{A_3}\frac{e_3}{K_3}$$

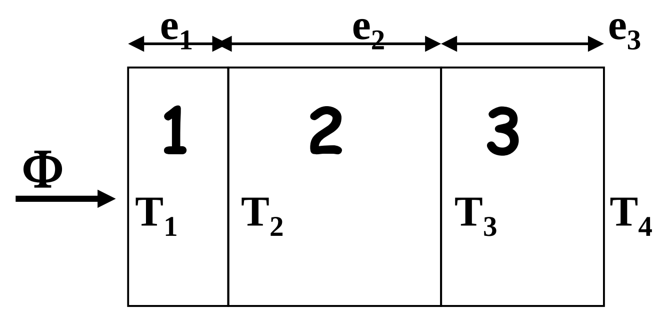
En additionnant

$$T_1 - T_4 = \Phi\left[\frac{e_1}{A_1 K_1} + \frac{e_2}{A_2 K_2} + \frac{e_3}{A_3 K_3}\right]$$

$$T_1 - T_4 = \Phi\left[R_1 + R_2 + R_3\right]$$

Conduction à travers des corps placés en série

Exemple de murs placés en série



$$T_1 - T_4 = \Phi\left[R_1 + R_2 + R_3\right]$$

$$T_1 - T_4 = \Phi\, R = \Phi \sum_i R_i$$

- R_1, R_2 et R_3 : résistances opposées par les murs au transfert de chaleur
- Similaire aux résistance électrique en série

$$R = \frac{e}{AK}$$

$$R = \rho \frac{e}{A} = \frac{e}{A\chi}$$

ρ : résistivité électrique

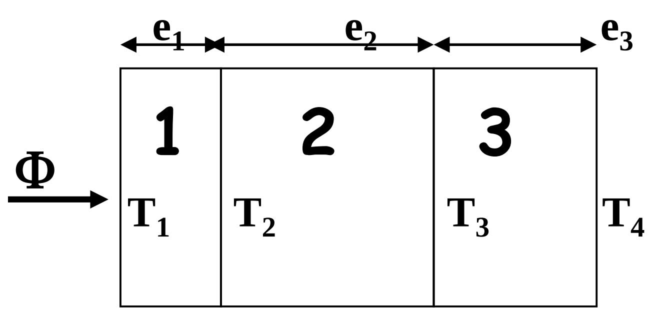
χ : conductivité électrique

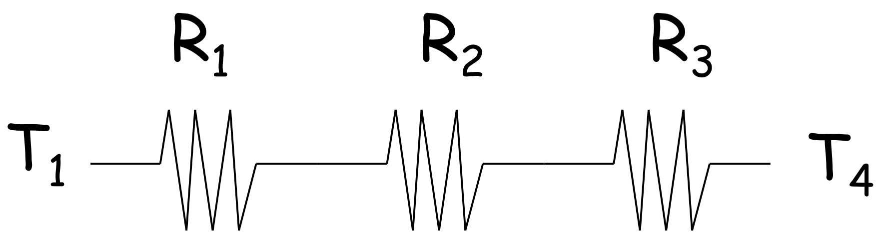
Conduction à travers des corps placés en série

Analogie électrique

$$T_1 - T_4 = \Phi\left[R_1 + R_2 + R_3\right]$$

$$T_1 - T_4 = \Phi R$$





Conduction à travers des corps placés en série

Cas général

$$\Phi = K_1 A_1 \frac{T_1 - T_2}{e_1} = K_2 A_2 \frac{T_2 - T_3}{e_2} = \ldots = K_n A_n \frac{T_{n-1} - T_n}{e_n}$$

$$T_1 - T_n = \Phi \left[\frac{e_1}{A_1 K_1} + \frac{e_2}{A_2 K_2} + \ldots + \frac{e_n}{A_n K_n} \right]$$

$$T_1 - T_n = \Phi \left[R_1 + R_2 + \ldots + R_n \right] = \Phi \sum_{i=1}^{n} R_i$$

$$T_1 - T_n = \Phi R$$