主管领导审核签字

哈尔滨工业大学(深圳) 2019 学年秋季学期

高等数学 A（期中）试题

考试时间：2019 年 11 月 10 日 8：00-9：30

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
阅卷人											

注意行为规范　　遵守考场纪律

姓名________ 学号________ 班号________ 学院________

密　封　线

一、填空题（每小题 1 分，共 5 小题，满分 5 分）

1. 极限 $\lim\limits_{x\to 0}(1+\sin 2x)^{\frac{1}{x}}=$______________.

2.设函数 $y=f(2x+1)$，其中 $f'(x)=\mathrm{e}^{x^2-x+1}$，则微分 $\mathrm{d}y\big|_{x=0}=$______________.

3. 曲线 $x^2\mathrm{e}^{y-1}+y^3=2$ 在点 $(1,1)$ 处的切线方程是______________.

4. 已知函数 $f(x)=x^2\cos(1-x)$，则 $f^{(100)}(0)=$____________.

5. 用“M-δ”语言给出 $\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=+\infty$ 的定义：______________________.

二、选择题（每小题 1 分，共 5 小题，满分 5 分，每小题中给出的四个选项中只有一个是符合题目要求的，把所选项的字母填在题后的括号内）

1. 极限 $\lim\limits_{n\to\infty}n\left(\dfrac{1}{n^2+\mathrm{e}}+\dfrac{1}{n^2+2\mathrm{e}}+\cdots+\dfrac{1}{n^2+n\mathrm{e}}\right)=($　　$)$

(A) 1；　(B) $\dfrac{1}{2}$；　(C) $\dfrac{1}{\mathrm{e}}$；　(D) 0 .

2. 设 $\cos x-1=x\sin\alpha(x)$，其中 $|\alpha(x)|<\dfrac{\pi}{2}$，则当 $x\to 0$ 时，$\alpha(x)$ 是(　　)

(A) 比 x 高阶的无穷小;　(B) 比 x 低阶的无穷小;
(C) 与 x 同阶但不等价的无穷小;　(D) 与 x 等价的无穷小.

3. 设函数 $f(x)=x(x^2-1)(x^2-2)(x^2-3)+4$，则 $f'(x)$ 在区间 $(-1,1)$ 内的零点数是(　　)

(A) 1个;　(B) 2 个;　(C) 3 个;　(D) 3 个以上.

4. 函数 $f(x)=\dfrac{\left(\mathrm{e}^{x}+\mathrm{e}\right)\tan x}{x\left(\mathrm{e}^{\frac{1}{x}}-\mathrm{e}\right)}+\dfrac{\left(x^{2}-2x\right)\left|x+1\right|}{\sin(\pi x)}$ 的跳跃间断点的个数是(　　　)

(A) 0；　(B) 1；　(C) 2；　(D) 3.

5. 设 $f(x)=x, g(x)=\ln\left(1+x^{2}\right), h(x)=\mathrm{e}^{\sqrt[3]{x}}$，则当 x 是充分大的正数时，有(　　　)

(A) $g(x)<h(x)<f(x)$；　(B) $h(x)<g(x)<f(x)$；

(C) $f(x)<g(x)<h(x)$；　(D) $g(x)<f(x)<h(x)$.

三、(4 分) 设函数 $y=f(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x=\dfrac{t^{3}}{3}+t+1 \\ y=\mathrm{e}^{t}+t^{2} \end{cases}$ 所确定，求 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ 和 $\dfrac{\mathrm{d}^{2}y}{\mathrm{d}x^{2}}$.

四、(4 分) 计算极限 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\cos x}{\ln(1+x)}-\dfrac{1}{x}\right)$.

姓名______ 学号______ 班号______ 学院______

密 封 线

五、(5 分) 设函数 $f(x)=\begin{cases} x^{\frac{1}{x-1}}, & x>0 \text{ 且 } x\neq 1, \\ \mathrm{e}, & x=1 \end{cases}$,

(1) 求函数 $f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 内的导数 $f'(x)$；

(2) 讨论 $f'(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 内的连续性.

六、(3 分) 设 $0<a_1<\sqrt{3}, a_{n+1}=\dfrac{3(1+a_n)}{3+a_n}, n=1,2,\cdots$，证明数列 $\{a_n\}$ 收敛，并计算极限 $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$.

七、(4 分) 设函数 $f(x)$ 在闭区间 $\left[0,1\right]$ 上连续，在开区间 $\left(0,1\right)$ 内可导，且 $f(0)=0, f(1)=1$，证明:

(1) 存在 $\xi \in (0,1)$，使得 $f(\xi)=1-\xi$；

(2) 存在两个不同的点 $\eta_1, \eta_2 \in (0,1)$，使得 $f'(\eta_1)f'(\eta_2)=1$.