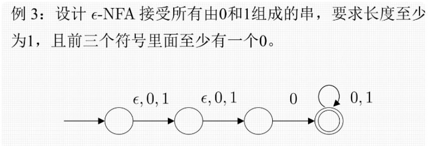
总结

NFA设计

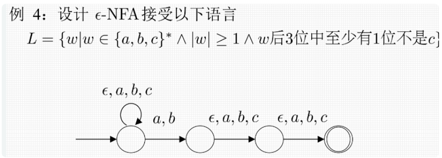
前X位后Y位问题

- **前三位符号至少有一个**

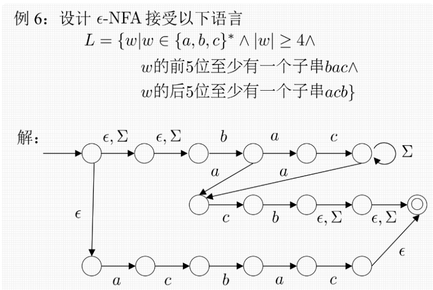
  技巧是，开头可以选择两个空转

- **后三位符号至少有一个**

  技巧是，结尾可以选择两个空转

- **前几位有某子串，后几位有某子串**

  使用类似上面的思考方式，注意**在字符串较短的情况下，后几位的子串可以先于前几位的子串出现**

其他

- **NFA识别克林闭包是比较容易的，识别正闭包只需要没有一开始指向接受状态的转移即可，同时也不用写的像PPT那样复杂**

正则表达式

01数量相等型

- **限制条件：01数量相等，前缀的01个数差不超过1**
  想象一个左边固定的窗口，只要满足，长度为偶数的时候，01相等即可，每个偶数段可以是01或10，故：
  $$(01+10)^*$$

奇数/偶数型

- **01构成，0的数量和1的数量都是偶数**
  考虑空串和每个"单元"
  $$(00+11+(01+10)(00+11)^*(01+10))^*$$

子串型

- **既不包含子串00，也不包含11**
  这句话和
  由交替的0和1构成
  是等价的，采用先直观写一个表达式、再补齐的方法，注意直接写出的表达式，它的限制是什么，主要考虑的是**开头、结尾**
  这道题一个直观的想法是 $E=(\mathbf{01})^*$，但是这样仅包含了以0开头、以1结尾的情况。需要考虑四种情况：
  (1) 以0开头、以1结尾：$E_1=(\mathbf{01})^*$
  (2) 以1开头、以0结尾：$E_2=(\mathbf{10})^*$
  (3) 以0开头、以0结尾：$E_3=\mathbf{0}(\mathbf{10})^*$
  (4) 以1开头、以1结尾：$E_4=\mathbf{1}(\mathbf{01})^*$

  > 其实熟练了之后不需要化简可以直接写答案

- **注意(00+01+10+11)的简写**
  因此，最终结果是
  $$((\mathbf{0}+\mathbf{1})^2)^*\mathbf{0}+(\mathbf{0}+\mathbf{1})^*\mathbf{1}$$

- **由0,1构成，不含101子串的字符串**
  直观考虑，1可以连续，但是一旦出现了0，必须连续出现2个以上
  首尾情况特殊，单独考虑
  $$0^*(1+000^*)^*0^*$$

其他

- **至少有一个a且至少有一个b**
  $$\begin{aligned}E=\;&\mathbf{c}^*\mathbf{a}(\mathbf{a}+\mathbf{c})^*\mathbf{b}(\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c})^*+\\&\mathbf{c}^*\mathbf{b}(\mathbf{b}+\mathbf{c})^*\mathbf{a}(\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c})^*\end{aligned}$$
  从："第一次出现a的时候"和"第一次出现b的时候"这两个角度去考虑

- **每对相邻的0都出现在每对相邻的1之前**

  分成两块，一块**允许0相邻**，一块**允许1相邻**

  以允许1相邻但不允许0相邻为例：

  $$(\mathbf{01}+\mathbf{1})^*(\epsilon+\mathbf{0})$$

- **如果题目的某些条件只能枚举，那就直接枚举**

CFL

数量关系型

- **包含相同个数的0和1（基础）**

  $$\text{CFG}\ \ G=(\{S\},\{0,1\},P,S)$$
  $$P\colon S\to 0S1\text{S}|1S0S|\varepsilon$$

- **包含的a和b数量之差固定（绝对值）**

  例3：请给出下列语言的一个上下文无关文法

  $$L=\{w|w\in\{a,b\}^*,|\text{count}(w,a)-\text{count}(w,b)|=2\}$$

  解：第二种情况是对称的，可以类似地处理。

  因此，最终的文法是

  $$\begin{aligned}&S\to A\mid B\\&A\to CaCaC\\&B\to CbCbC\\&C\to aCbC\mid bCaC\mid\epsilon\end{aligned}$$

- **0的个数是1的个数的两倍**

  $S\to 0S0S1S\mid 0S1S0S\mid 1S0S0S\mid\varepsilon$ 或
  $S\to 0S0S1S\mid 0S1S0S\mid 1S0S0S\mid 001\mid 010\mid 110$ (但此文法无法产生 ε) 或
  $S\to 0S0S1\mid 0S1S0\mid 1S0S0\mid SS\mid\varepsilon$

  若仅为 $S\to 0S0S1\mid 0S1S0\mid 1S0S0\mid\varepsilon$ (产生式中缺少 S 的)，则无法产生：001100 或开头结尾都是 1 的串.

  和上面的类似，这一次0,0,1的不同排列有3种，也是从基础推演过来的

  注意，如果是S0S0S1S这种会稍微复杂一点，因为在X1的开头插入X2就相当于在X2的结尾插入X1

- **设计CFG表示$\{a^ib^jc^k\}$，其中i≠j或j≠k**

  分四种情况讨论

  $$\begin{aligned}&S\to A_1C\mid A_2C\mid AB_1\mid AB_2\\&A_1\to aA_1b\mid aA_1\mid a\\&A_2\to aA_2b\mid A_2b\mid b\\&C\to Cc\mid\varepsilon\\&B_1\to bB_1c\mid bB_1\mid b\\&B_2\to bB_2c\mid B_2c\mid c\\&A\to Aa\mid\varepsilon\end{aligned}$$

- **设计CFG表示$a^i b^j c^k$，其中i=2j或j=2k**

  同上，只需要分两种情况讨论即可

  $S \rightarrow PC \mid AQ$

  $P \rightarrow aaPb \mid \epsilon$

  $C \rightarrow cC \mid \epsilon$

  $A \rightarrow aA \mid \epsilon$

  $Q \rightarrow bbQc \mid \epsilon$

等分串满足某种条件型

- **不是ww的形式**

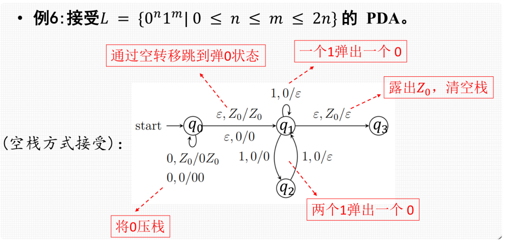
  考虑奇数和偶数，偶数情况下通过XAX、XBX这种特殊的方法保持不同的字符在两串中的位置保持相等

  $$S \rightarrow A \mid B \mid AB \mid BA$$
  $$A \rightarrow XAX \mid a$$
  $$B \rightarrow XBX \mid b$$
  $$X \rightarrow a \mid b$$

PDA

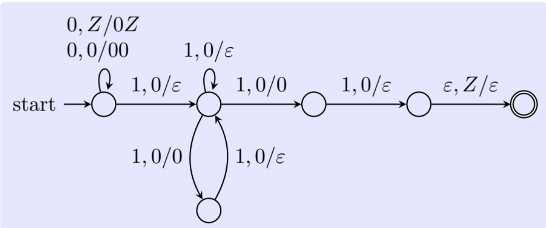
- **范围：n<=m<=2n**

  可以选择接受两个也可以选择接受一个

- **范围：n<m<2n**

  最开始至少要选择接受1个，结束至少要选择接受两个

- **范围：3m<=2n<=5m**

  分奇偶情况进行讨论，即弹2个栈符号，接受3、4、5个输入，弹1个栈符号，接受2个输入，然后看看能不能合并

  $S \rightarrow aaSb \mid aaaSbb \mid aaaaaSbb \mid \varepsilon$

  这里是可以合并的