

主管
领导
审核
签字

哈尔滨工业大学（深圳）2019/2020 学年春季学期

高等数学 B 试题（期末）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
阅卷人											

注意行为规范 遵守考场纪律

姓名

密

学号

封

班号

线

学院

一、填空题（每小题 3 分，共 4 小题，满分 12 分）

1. 函数 $z = 2x^2 + y^2$ 在点 $(1,1)$ 处沿方向 $\vec{l} = \vec{i} - \vec{j}$ 的方向导数

$$\frac{\partial z}{\partial \vec{l}} \Big|_{(1,1)} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

2. 由方程 $2xz + z^3 - xy^2 = 2$ 所确定的隐函数 $z = z(x, y)$ 在点 $(1,1,1)$ 处的全微

$$\text{分 } dz \Big|_{(1,1,1)} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

3. 函数 $f(x) = \frac{1}{x+2}$ 展开成 x 的幂级数的表达式为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

4. 设 $\Sigma = \{(x, y, z) \mid x + y + z = 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$ ，则曲面积分

$$\iint_{\Sigma} (xy + yz + y^2) dS = \underline{\hspace{2cm}}.$$

二、选择题（每小题 3 分，共 4 小题，满分 12 分，每小题中给出的四个选项中只有一个是符合题目要求的，把所选项的字母填在题后的括号内）

1. 设函数 $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处的两个偏导数 $f'_x(x_0, y_0), f'_y(x_0, y_0)$ 都存在，则（ ）

(A) $\lim_{(x,y) \rightarrow (x_0,y_0)} f(x, y)$ 存在； (B) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x, y_0)$ 和 $\lim_{y \rightarrow y_0} f(x_0, y)$ 都存在；

(C) $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处必连续； (D) $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处必可微。

2. 设 $I_1 = \iint_D \frac{x+y}{4} dx dy, I_2 = \iint_D \sqrt{\frac{x+y}{4}} dx dy, I_3 = \iint_D \sqrt[3]{\frac{x+y}{4}} dx dy$,

其中 $D = \{(x, y) | (x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 2\}$, 则下列关系式成立的是()

(A) $I_1 < I_2 < I_3$; (B) $I_3 < I_2 < I_1$; (C) $I_3 < I_1 < I_2$; (D) $I_2 < I_1 < I_3$ 。

3. 设 L 是圆柱面 $x^2 + y^2 = 4$ 与平面 $y + z = 0$ 的交线, 从 z 轴正向往 z 轴负向看去为逆时针方

向, 则曲线积分 $\oint_L z dx + y dz =$ ()

(A) -4π ; (B) -2π ; (C) 2π ; (D) 4π 。

4. 设 $f(x)$ 是周期为 2π 的奇函数, 且 $f(x) = \begin{cases} \pi - x, & 0 \leq x < \frac{\pi}{2}, \\ \pi + x, & \frac{\pi}{2} \leq x < \pi, \end{cases}$ 又设 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$ 是 $f(x)$ 的傅里

叶级数, $s(x)$ 是级数的和函数, 则 $s\left(\frac{5}{2}\pi\right) =$ ()

(A) $\frac{\pi}{2}$; (B) π ; (C) $\frac{3\pi}{2}$; (D) $-\pi$ 。

三、(8 分) 求微分方程 $y'' + y' - 2y = 2e^x$ 的通解。

姓名

学号

班号

学院

密

封

线

四、(8 分) 设函数 $f(u, v)$ 具有连续的二阶偏导数, $z = f(x - 2y, e^{xy})$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ 和 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 。

五、(7 分) 设 $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$, 计算积分 $\iint_D |y^2 - x^2| dx dy$ 。

六、（7 分）设函数 $f(x, y)$ 满足 $f'_x(x, y) = (2x+1)e^{2x-y}$ ，且 $f(0, y) = y+2$ ， L 是从点 $(0,0)$ 到点 $(1,2)$ 的光滑曲线，计算曲线积分 $I = \int_L f'_x(x, y)dx + f'_y(x, y)dy$ 。

七、（7 分）计算曲面积分 $\iint_{\Sigma} \frac{x^3 dydz + y^3 dzdx + (z^3 + 1) dxdy}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$ ，其中曲面 Σ 为下半球面 $z = -\sqrt{4-x^2-y^2}$ 的上侧。

姓名

学号

班号

学院

密

封

线

八、（8分）求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n(n+1)} x^n$ 的收敛域及和函数。

九、（7分）在第一卦限内作曲面 $\Sigma: z = 4 - \frac{x^2}{4} - y^2$ 的切平面，使得切平面与三个坐标面及曲面 Σ 所围成的立体的体积最小，求切点的坐标，并求最小体积。

十、（4 分） 讨论级数 $\sum_{n=2}^{\infty} \ln\left(1 + \frac{(-1)^n}{n^p}\right)$ 的敛散性（常数 $p > 0$ ），若收敛，指出是条件收敛还是绝对收敛。