

数理逻辑 2022 春期末试题（回忆版）

By CandyOre¹

1. 求出公式 $p \wedge \neg q \rightarrow q \vee \neg r$ 的主合取范式和主析取范式。（10 分）
2. 分别用“ \uparrow ”和“ \downarrow ”表示公式 $p \vee \neg q \rightarrow q \wedge r$ 。（10 分）
3. 判断下列逻辑蕴含式是否成立，给出理由，其中 A, B, C, D 是命题公式。（10 分）
 - a) $A \rightarrow (A \rightarrow B) \Leftrightarrow A \rightarrow B$
 - b) $A \wedge B \rightarrow \neg C, C \vee \neg D, D \Rightarrow A \rightarrow \neg B$
4. 在命题演算系统 PC 中证明。（20 分）
 - a) $\vdash_{PC} (A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow (A \rightarrow B)$
 - b) $\vdash_{PC} ((A \rightarrow B) \rightarrow C) \rightarrow ((C \rightarrow A) \rightarrow A)$
 - c) $\vdash_{PC} (A \rightarrow \neg(A \rightarrow A)) \rightarrow \neg A$
 - d) $\vdash_{PC} ((A \rightarrow \neg A) \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow B)$
5. 在 ND 中证明。（15 分）
 - a) $\vdash_{ND} (A \vee C) \wedge (B \vee C), \neg C \rightarrow A \wedge B$
 - b) $\vdash_{ND} A \vee (A \wedge B) \leftrightarrow A$
6. 在 FC 中证明 $\vdash_{FC} \forall v(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow \forall vB)$ ，其中 v 在 B 中无自由出现。（10 分）
7. 在 FC 中证明 $\vdash_{FC} (A \rightarrow \exists xB) \rightarrow \exists x(A \rightarrow B)$ 。（10 分）
8. 找出语义和指派使得 $\forall xP(f(x), a) \rightarrow Q(g(x), b)$ 为真。（10 分）
9. 将“每个人都是要死的，苏格拉底是人，苏格拉底也是要死的”符号化。（5 分）

¹ 试题属于哈尔滨工业大学（深圳）。本文档允许不修改地转载，但任何基于本文档的修改/重构等行为，应事先与 CandyOre 取得联系。