

1. 授课内容

| 序号 | 教学内容 | 教学要求 |
|----|--|--|
| 1 | 数论： 1. 认识数论，数论研究范畴； 2. 带余除法与辗转相除，最大公因数的求法； 3. 二元一次不定方程及多元一次不定方程； 4. 背包问题及公钥算法，构造背包公钥算法（第一步）； | 1. 理解 带余除法的意义（与后面整数环的概念呼应）； 2. 掌握 辗转相除及回带的计算方法； 3. 掌握 二元一次不定方程的解法； 4. 初步 理解 公开密钥体制的含义及其构建原理， 掌握 基于背包问题构造公钥体制的思路。 |
| 2 | 数论： 1. 同余方程初步，背包算法构造； 2. 素数与合数，整数唯一分解； 3. 剩余系与欧拉函数； 4. 欧拉函数的计算； | 1. 掌握 一次同余方程的概念及解法； 2. 基于不定方程和同余方程完成背包公钥体制的构建； 3. 理解 整数唯一分解定理； 4. 掌握 欧拉函数的概念及计算方法。 |
| 3 | 数论： 1. 欧拉定理与费马小定理； 2. RSA 算法的数学原理； 3. RSA 算法实现中的若干问题； | 1. 理解 欧拉定理与费马小定理； 2. 了解 RSA 算法的背景； 3. 理解 RSA 算法的流程、数学原理及安全性分析； 4. 了解 RSA 算法在实际使用中的安全和计算问题。 |
| 4 | 数论： 1. 一次同余方程与同余方程组； 2. 一般同余方程的概念； 3. 快速模幂、零知识证明。 | 1. 了解中国剩余定理，及同余方程组的解法； 2. 了解一般同余方程的形式及求解思路； 3. 基于上述数学原理，了解快速模幂的计算方法及原理； 4. 了解零知识证明的概念。 |
| 5 | 数论： 1. 认识素数，素数的数量； 2. 关于素数的著名猜想； 3. 梅森素数与完全数。 | 1. 理解 无穷多素数定理的证明； 2. 了解素数计数定理的含义； 3. 了解哥德巴赫猜想、孪生素数猜想等关于素数的著名数学猜想； 4. 了解梅森素数与完全数的含义。 |
| 6 | 数论： 1. 模数的阶，及其计算； 2. 原根，及其计算； 3. D-H 算法、ElGamal 算法的数学原理。 4. 素数的判断。 | 1. 理解 阶的概念，了解阶的计算方法； 2. 理解 原根的概念，了解原根的计算方法； 3. 了解 D-H 算法的数学原理，了解离散对数问题及其在构建公钥体制中的作用； 4. 了解常见的几种素性判别法：整除判别法、威尔逊判别法、莱美判别法、普罗兹判别法。 |
| 7 | 近世代数： 1. 近世代数的介绍，代数结构的概念； 2. 集合上的二元运算； 3. 群的概念及举例； 4. 子群的概念及举例。 | 1. 了解代数结构的概念； 2. 理解 集合上二元运算的概念； 3. 理解 群的概念， 掌握 群的判断方法； 4. 理解 子群的概念。 |
| 8 | 近世代数： 1. 循环群及其生成元； 2. 置换与对称群； 3. 古典密码的群描述； 4. 群上离散对数。 | 1. 理解 循环群、生成元、阶的概念； 2. 了解置换的定义，以及基于置换集合构建的群（对称群）； 3. 了解希尔密码、置换密码、代换密码的原理，以及用群的方式如何描述； |

| | | |
|----|--|---|
| | | 4.了解群上离散对数问题。 |
| 9 | 近世代数： 1.环的定义及举例； 2.零因子与整环； 3.理想和主理想； 4.环上的多项式，多项式环。 | 1.理解环的定义，及与体、域的关系； 2.理解零因子和整环的概念，通过零因子深化对代数结构的理解； 3.了解理想和主理想的概念； 4.理解环上多项式的概念，能判断环上多项式构成的代数结构； 5.了解循环环与多项式环的关系。 |
| 10 | 近世代数： 1.域的定义及举例； 2.有限域， $GF(2)$ ； 3.域的基本性质； 4.域上多项式。 | 1.理解域的定义及判断方法； 2.理解有限域，特别是 $GF(2)$ ； 3.了解域的基本性质，对比群、环的性质，深入理解代数结构的含义； 4.了解域上多项式的概念。 |
| 11 | 近世代数： 1.多项式的带余除法，公因式、公倍式的求法； 2.既约多项式，既约多项式分解； 3.多项式的同余，剩余类； 4.子域、扩域，数据组与多项式。 | 1.掌握多项式的带余除法、欧几里得算法； 2.理解多项式的同余、剩余类、既约以及多项式的既约多项式分解等概念； 3.理解子域、扩域的概念，了解数据组与多项式的关系； 4.了解 AES 算法中涉及到的运算，及其与多项式的关系。 |
| 12 | 近世代数： 1.有限域的加法特性； 2.域的特征，二项式运算； 3.有限域的乘法特性； 4.本原元与生成元； 5.最小多项式与本原多项式。 | 1.了解有限域的特征与有限域元素数量之间的关系； 2.了解有限域的乘法特性，结合循环群的概念，进一步理解阶的概念； 3.了解本原元与生成元的概念，以及最小多项式和本原多项式的概念； 4.了解椭圆曲线的概念及 ECC 的构造。 |
| 13 | 数理逻辑： 1.逻辑学与数理逻辑的介绍； 2.命题、命题变量、命题常量； 3.命题联结词与真值； 4.命题逻辑公式，逻辑等价式。 | 1.理解命题逻辑中的基本概念； 2.掌握命题逻辑公式与自然语言之间的转换； 3.掌握命题逻辑公式等值判断的方法； 4.理解永真式、矛盾式、命题公式的等值等概念； 5.了解命题逻辑公式的逻辑等价式。 |
| 14 | 数理逻辑： 1.命题逻辑公式的等值演算； 2.命题逻辑公式的范式； 3.命题演算系统。 | 1.了解等值演算、限制性公式的概念； 2.了解范式的概念； 3.理解命题演算系统的定义及演算方法； 4.通过实例了解命题演算系统的推理流程。 |
| 15 | 数理逻辑： 1.一阶逻辑的概念； 2.一阶逻辑语言的符号及项； 3.合式公式，换名规则与替换原则； 4.等值式与前束范式； | 1.了解一阶逻辑与命题逻辑的区别； 2.了解一阶逻辑语言的符号、项等概念； 3.了解合式公式，能够使用换名规则、替换原则； 4.了解等值式，了解前束范式的概念。 |
| 16 | 数理逻辑： 1.一阶逻辑推理及推理定理； 2.全称量词的消除和引入； | 1.了解一阶逻辑推理的概念、推理定理； 2.能够使用全称量词和存在量词的消除和引入规则对公式进行变换； |

| | | |
|--|---------------------------------|------------------------------------|
| | 3.存在量词的消除和引入; 4.非经典逻辑, 模态逻辑。 | 3.了解非经典逻辑的范畴; 4.了解模态逻辑的定义和基本概念。 |
|--|---------------------------------|------------------------------------|

2. 实验内容

| 序号 | 实验内容 | 教学要求说明 |
|----|--|---|
| 1 | 数论基础算法的计算机实现: 1.辗转相除法的实现及应用; 2.素性判断方法的实现。 | 1.掌握辗转相除法的计算机实现; 2.掌握基于辗转相除的最大公因数、最小公倍数的计算; 3.掌握一种素性判断法的计算机实现。 |
| 2 | RSA 算法数学原理的计算机实现与验证: 1.快速模幂算法的实现; 2.公钥、私钥的生成; 3.加密、解密模块的实现。 | 1.掌握快速模幂算法的计算机实现; 2.掌握 RSA 公钥体制的实现方法; 3.掌握 RSA 密钥对的生成方法及计算机实现; 4.掌握 RSA 算法加解密算法的计算机实现。 |
| 3 | 有限域算法的计算机实现: 1.GF(2)上多项式的基本运算; 2.GF(2)上多项式的辗转相除法; 3.GF(2)上多项式的最大公因式、最小公倍式的计算。 | 1.多项式基本运算的计算机实现, 包括加、减、乘、模; 2.多项式的辗转相除法的计算机实现; 3.基于辗转相除法的多项式最大公因式、最小公倍式的计算机实现。 |
| 4 | AES 算法数学原理的计算机实现与验证: 1.GF(2 ⁿ)上的运算及辗转相除; 2.AES 算法中的加法、乘法及循环移位算法。 | 1.GF(2 ⁿ)上多项式基本运算的计算机实现; 2.AES 算法中基本运算的计算机实现; 3.AES 算法流程的部分计算机实现。 |