

实验 57 验证快速电子的相对论效应

相对论是近代物理学中两大理论支柱之一，它的出现掀起了近代物理学的一场革命，使人们对时间和空间有了新的认识，产生了新的时空观。

由于观测相对论效应需要接近光速的快速运动粒子，所以使得大众性实验受到限制。本实验巧妙地利用原子核衰变过程中放射出的快速运动电子作为实验对象，非常直观、方便地观测到相对论效应，使学生从实验上接近了相对论，加深了对相对论的感性认识。

【实验目的】

- (1) 通过对快速电子动量和动能的测量，验证动量和动能的相对论关系。
- (2) 了解平面半圆磁聚焦β磁谱仪的工作原理。

【实验原理】

经典力学总结了低速物体的运动规律，它反映了牛顿的绝对时空观：认为时间和空间是两个独立的观念，彼此之间没有联系；同一物体在不同惯性参照系中观察到的运动学量（如坐标、速度）可通过伽利略变换建立起联系，这就是力学相对性原理：一切力学规律在伽利略变换下是不变的。19 世纪末 20 世纪初，人们在试图将伽利略变换和力学相对性原理推广到电磁学和光学时遇到了困难。实验也证明对高速运动的物体伽利略变换是不正确的，实验还证明在所有惯性参照系中光在真空中的传播速度为一常数。在此基础上，爱因斯坦于 1905 年提出了狭义相对论，并据此导出从一个惯性系到另一个惯性系的变换方程即“洛伦兹变换”。

洛伦兹变换下，静止质量为 m_0 ，速度为 v 的物体，狭义相对论定义其动量 p 为：

$$p = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \cdot v = mv \quad (1-1)$$

式中 $m = m_0 / \sqrt{1-\beta^2}$ ， $\beta = v/c$ 。相对论的能量为

$$E = mc^2 \quad (1-2)$$

这就是著名的质能关系。 mc^2 是运动物体的总能量，当物体静止时 $v=0$ ，物体的能量为 $E_0 = m_0c^2$ ，称为静止能量。两者之差即为物体的相对论动能 E_K ，即：

$$E_K = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) \quad (1-3)$$

由式 (1-1) 和式 (1-2) 得

$$E^2 - c^2 p^2 = E_0^2 \quad (1-4)$$

这就是狭义相对论的动量和能量关系.

由式 (1-3) 和式 (1-4) 可得动能与动量的关系为:

$$E_K = E - E_0 = \sqrt{c^2 p^2 + m_0^2 c^4} - m_0 c^2 \quad (1-5)$$

这就是本实验要验证的狭义相对论的动量与动能的关系. 对于高速运动的电子其关系如图 1-1 所示, 电子的 $m_0 c^2 = 0.511 \text{ MeV}$, 式 (1-5) 可表为

$$E_K = \sqrt{c^2 p^2 + 0.511^2} - 0.511 \text{ MeV} \quad (1-6)$$

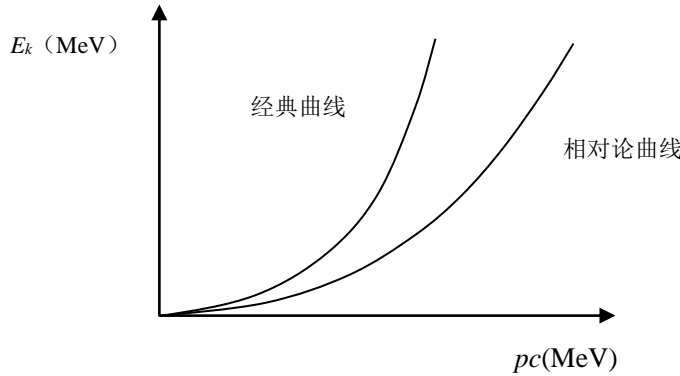


图 1-1 经典力学与狭义相对论的动量—动能曲线

在本实验中, 我们分别测量同一束电子的 E_K 和 P , 从而可以验证 E_K 和 P 是否满足式 (1-6) 的相对论关系.

另外, 对相对论动能的定义式 (1-3) 按级数展开, 当 $\beta \ll 1$ 时, 取二阶近似有

$$\begin{aligned} E_K &= m_0 c^2 \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{c^2} + \frac{1}{6} \cdot \frac{v^3}{c^2} + \dots \right) - m_0 c^2 \\ &\approx m_0 c^2 \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{c^2} \right) - m_0 c^2 \\ &= \frac{1}{2} m_0 v^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{p^2}{m_0} \end{aligned} \quad (1-7)$$

这便是经典物理中, 动能与动量的关系式, 对电子得

$$E_K = \frac{1}{2} \cdot \frac{p^2}{m_0} = \frac{c^2 p^2}{2 m_0 c^2} = \frac{c^2 p^2}{2 \times 0.511} \quad (1-8)$$

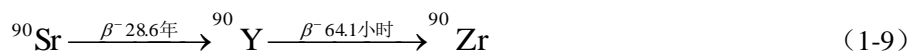
为计算方便, 式中动量 p 用 pc 表示, 并且取单位为 MeV .

【实验仪器】

本实验装置主要由以下部分组成: β 放射源、半圆聚焦 β 磁谱仪、真空室、NaI 闪烁探头、高压电源、放大器、多道脉冲幅度分析器、微机与数据处理软件、 γ 放射源.

1. β 放射源

本实验选用 ^{90}Sr — ^{90}Y β 放射源，其衰变链为



其衰变而放射出的 β^- (β^- 表示负电子，本实验为简化表示统一用 β 表示 β^- .) 的能谱是连续谱，能量的范围为 0~2.27MeV. 本放射源为点源，强度约为 1mCi ($1\text{Ci}=3.7\times 10^{10}\text{Bq}$)，外壳由铝铅组合做成圆柱形防护壳，完全达到安全防护的要求.

2. 半圆聚焦 β 磁谱仪

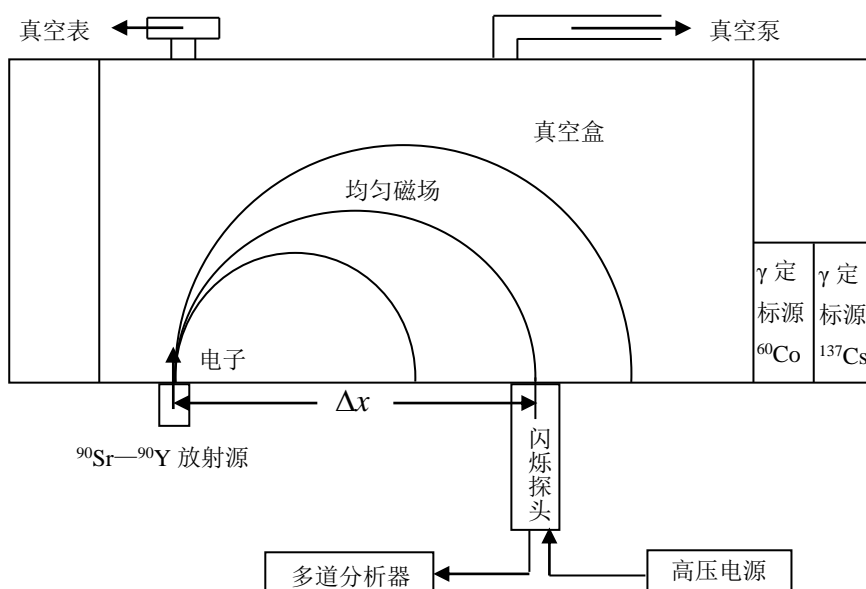


图 1-2 实验装置示意图

β 源射出的高速 β 粒子经准直后垂直射入一均匀磁场中，粒子因受到与运动方向垂直的洛伦兹力的作用而做圆周运动. 如果不考虑其在空气中的能量损失（一般情况下为小量），则粒子具有恒定的动量数值而仅仅是方向不断变化. 粒子做圆周运动的方程为

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = -e\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (1-10)$$

式中 e 为电子电荷， v 为电子速度， B 为磁感应强度. 对于某一特定电子，由于电子在均匀磁场中运动的速度和动量数值不变，因此质量 m 不变,于是有

$$\frac{dp}{dt} = m \frac{dv}{dt} \quad (1-11)$$

$$\text{而} \quad \left| \frac{dv}{dt} \right| = \frac{v^2}{R} \quad (1-12)$$

$$\text{故有} \quad p = eBR = \frac{1}{2} \Delta x \cdot eB \quad (1-13)$$

其中 R 为粒子轨道的半径，它为源与探测器之间的距离 Δx 的一半. 这样，由放射源射出的不同动量（能量）的 β 粒子，经过磁场后，其出射的位置各不同. 因此，在不同位置通过探测器测得的 β

粒子的动量，再由探测器测得该处出射电子的动能，就可以实现对同一状态下的电子动量和动能进行比较。

实际上，由于边缘磁场的非均匀性，直接由（1-13）式来计算电子的动量是有一定误差的。有兴趣的同学可以参阅相关书籍对边缘磁场的非均匀性进行修正。

3. 真空室

β 粒子与物质相互作用时，会损失能量。如果让电子在空气中运动，其动能（动量）会逐渐减小，其运动轨迹不再是圆周，从而影响测量的精度。为此，需要电子在真空中运动。本实验装置中有一个真空盒，放置在磁场当中，由放射源射出的电子进入真空盒，在盒中完成半圆周运动，从盒中出射后，进入探测器，因此在测量电子动能前，要对真空盒抽真空。

但是，由于密封真空室的有机塑料薄膜的存在，电子在穿过时，会有严重的动能损失，因此要对电子穿过有机薄膜前后的动能进行修正。实际上，电子在进入真空室和出射真空室要经过两次塑料薄膜。但在本实验中，我们只需对电子动能进行一次修正。这是因为我们想要探测的是电子从真空室出射前（到达薄膜前）的动能和动量，这一点的动能和动量的大小在真空室中并没有改变，即电子刚刚穿过塑料薄膜后进入真空室点的值，而非电子进入真空室前的动能和动量。因此只需对电子在出射真空室后穿过塑料膜的动能进行一次修正，如果对电子在穿过塑料膜进入真空室时进行修正动能反而是错误的。

电子从真空室进入塑料膜前的动能 E_K 和穿过塑料膜后的出射动能 E_I （进入探测器前的动能）的关系，可以通过表 1-1 所列的几个离散的能量点，采用分段线性插值的方法进行计算。

表 1-1 电子穿过塑料膜前后的动能 E_K 、 E_I 的关系

$E_K(\text{MeV})$	0.382	0.581	0.777	0.973	1.173	1.367	1.567	1.752
$E_I(\text{MeV})$	0.365	0.571	0.770	0.966	1.166	1.360	1.557	1.747

4. NaI 探测器

NaI 探测器主要由 NaI 闪烁晶体和光电倍增管以及相应的电子线路组成。探测器的最前端是一个对射线灵敏并能产生闪烁光的闪烁体，当射线（如 γ 、 β 射线）进入闪烁体时，在这一点产生次级电子，它使闪烁分子电离和激发，退激时发出大量光子。在闪烁体周围包以反射物质，使光子集中向光电倍增管方向射出去。光电倍增管是一个电真空器件，由光阴极、若干打拿极和阳极组成；通过高压电源和分压电阻使阳极、各打拿极和阴极间建立从高到低的电位分布。当闪烁光子入射到光阴极上时，由于光电效应就会产生光电子，这些光电子受极间电场加速和聚焦，在各级打拿极上发生倍增（一个光电子最终产生 $10^4 \sim 10^9$ 个电子），最后被阳极收集。大量电子会在阳极负载上建立起电信号，通常为电流脉冲或电压脉冲，然后通过起阻抗匹配作用的射极跟随器，由电缆将信号传输到电子学仪器中去。电脉冲幅度包含入射粒子能量信息，输出的脉冲幅度与带电粒子能量一般成线性关系。

因为探测器的 NaI 闪烁晶体容量潮解，因此在其表面用了 $200\mu\text{m}$ 的铝来密封，此外还有 $20\mu\text{m}$ 的铝膜反射层。这时候 $220\mu\text{m}$ 的铝膜对入射的 γ 射线的能量没有任何影响，只是会使 γ 射线的强

度（粒子数）降低，到达 NaI 晶体的 γ 射线的能量不变，但这 220 μm 的铝膜对于入射的 β 粒子影响却很大， β 射线电子在穿过 220 μm 铝膜时会逐渐损失其能量，因此到达 NaI 的 β 射线中电子的能量不是入射到探头上的电子的能量，因此必须对电子的动能进行修正。

对于入射到探头上的电子，其动能 E_1 （这就是由真空室有机塑料薄膜出射后，入射到探头上的铝膜前的电子的动能）通过铝膜后进入 NaI 闪烁晶体的电子的动能 E_2 （这实际上就是后面的多道分析器上测得的电子的动能）之间的关系，可以通过表 1-2 提供的部分数据进行分段线性内插而得到。

表 1-2 电子穿过探测器铝膜前后的动能 E_1 、 E_2 的关系

E_1 (MeV)	E_2 (MeV)	E_1 (MeV)	E_2 (MeV)	E_1 (MeV)	E_2 (MeV)
0.317	0.200	0.887	0.800	1.489	1.400
0.360	0.250	0.937	0.850	1.536	1.450
0.404	0.300	0.988	0.900	1.583	1.500
0.451	0.350	1.039	0.950	1.638	1.550
0.497	0.400	1.090	1.000	1.685	1.600
0.545	0.450	1.137	1.050	1.740	1.650
0.595	0.500	1.184	1.100	1.787	1.700
0.640	0.550	1.239	1.150	1.834	1.750
0.690	0.600	1.286	1.200	1.889	1.800
0.740	0.650	1.333	1.250	1.936	1.850
0.790	0.700	1.388	1.300	1.991	1.900
0.840	0.750	1.435	1.350	2.038	1.950

5. 高压电源、线性放大器、多道脉冲幅度分析器

高压电源和线性放大器给探头提供其工作时所需要的高压和低压电源；并将接收探头传输来的包含入射粒子能量信息的电脉冲信号放大；将放大信号传输给脉冲分析器。

单道脉冲幅度分析器是分析射线能谱的一种仪器。所谓射线能谱，是指各种不同能量粒子的相对强度分布。以能量 E 为横坐标，单位时间内测到的射线粒子数为纵坐标，我们可以清楚地看到此种射线中各种能量的粒子所占的百分比。我们知道，闪烁探测器可将入射粒子能量转换为电压脉冲信号，而信号幅度大小与入射粒子能量成正比。因此，只要测到不同幅度的脉冲数目，也就得到了不同能量的粒子数目。由于射线与 NaI 晶体相互作用机制的差异，从探测器出来的脉冲幅度有大小，单道就起到从中“数出”某一幅度脉冲数目的作用。

单道脉冲分析器的功能是把线性脉冲放大器的输出脉冲按幅度分类，比如，若线性脉冲放大器的输出是 0~10V，如果把它按脉冲幅度分成 500 级，或称 500 道，则每道宽度为 0.02V，也就是把输出脉冲幅度按 0.02V 的级差来分类。在实际测量能谱时，我们保持道宽 ΔV 不变（道宽的选择必须恰当，过大会使谱畸变，分辨率变坏，能谱曲线上实验点过少；道宽过小则使每道的计

数减小，统计涨落增大，或者使测量时间相应增加），逐点增加 V ，这样就可以测出整个谱形。特别指出的是，道位数与电压脉冲幅度成线性关系，而电压脉冲的幅度又与射线的动能成线性关系。因此，道位数值就与射线的动能成线性关系，如果找到这种线性关系，就可以用道位数来代替（计算）射线粒子的动能。

单道是逐点改变甄别电压进行计数，测量不太方便，因而在本实验中采用多道脉冲分析器。它的作用相当于数百个单道分析与定标器，它主要由 0~10V 的 A/D 转换器和存储器组成，经过 A/D 转换器后即按幅度大小转换成与脉高成正比的数字输出，因此可以同时对不同幅度的脉冲进行计数，一次测量同时得到整个能谱曲线。

6. γ 放源射及定标

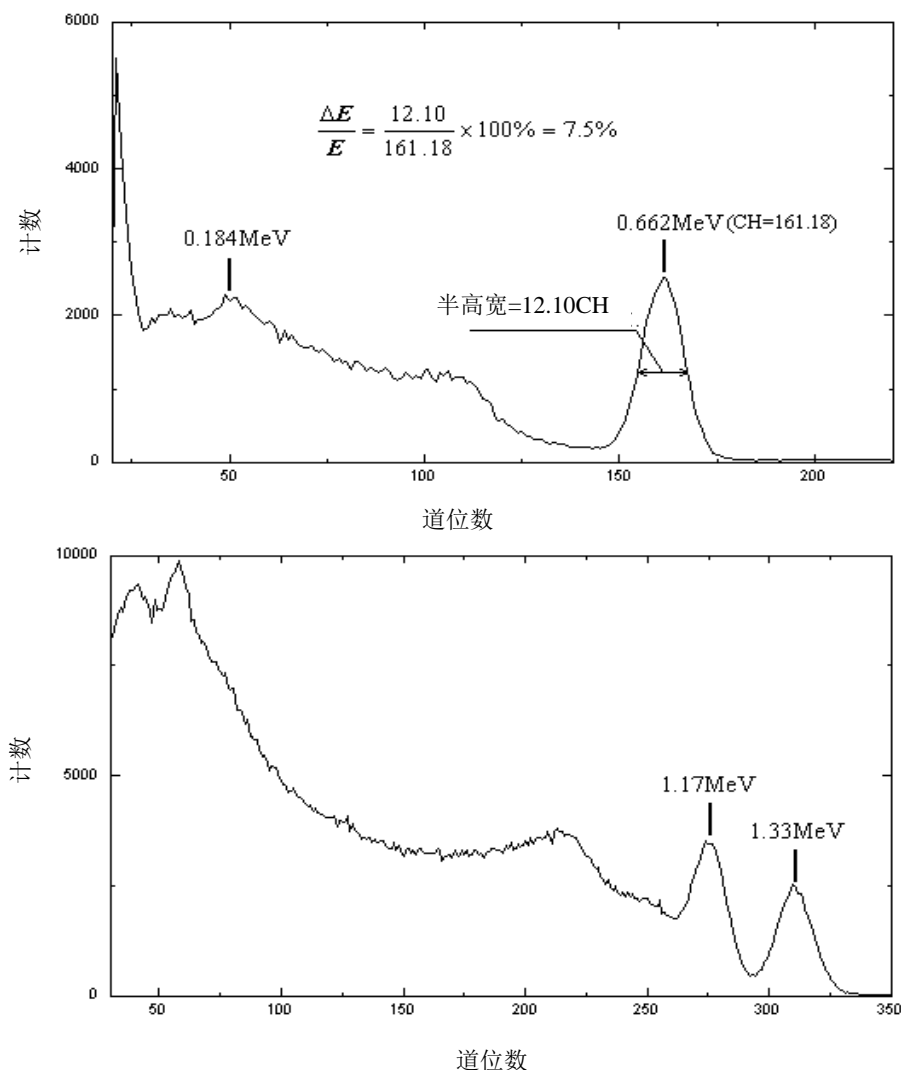


图 1-3 定标源 ^{137}Cs 和 ^{60}Co 的能谱图

图 1-3 为定标源 ^{137}Cs 和 ^{60}Co 的能谱图，由于单能电子的能量与峰道位数成线性关系：

$$E_2 = a \cdot CH + b \quad (1-14)$$

实验中利用 ^{137}Cs 和 ^{60}Co 衰变后发出的 γ 光子与 NaI 晶体相互作用所产生的一个反散射峰和

三个光电峰（四个已知能量），分别测出其峰道位数，应用最小二乘法，确定系数 a 、 b ，称为能量定标。根据式（1-14）利用实验探测的各单能电子的峰道位数，可以计算入射到 NaI 晶体上的电子的能量。

由于每台仪器以及每次实验，实验者所使用的高电压的大小和放大倍数可能各不相同，使得定标时式（1-14）中的系数 a 、 b 值会不同，因此每次实验时，必须重新进行能量定标。

【实验内容及操作】

1. 实验内容

（1）闪烁能谱仪的能量定标

闪烁能谱仪在测量 β 粒子动能之前，先要用 ^{137}Cs 和 ^{60}Co 源进行能量精确定标。实验中分别测量 ^{137}Cs 和 ^{60}Co 的 γ 能谱，并从中求出各个峰的峰位道数，根据各峰位的道数和相应的已知能量进行能量定标，求出道位数与能量的对应关系。

（2） β 粒子动能及动量的测量

谱仪能量标定后，即可对 β 粒子的动能及动量进行测量。对不同的电子偏转半径，分别测量 β 能谱，并导出各个能谱的峰位道数。根据能量定标，由道数求得各个峰位对应的能量，并对能量做出修正。各个测量位置的动量可由标尺读出 Δx ，根据式（1-14）求出相应的 β 粒子的动量值。

2. 实验步骤

1) 准备

- (1) 检查仪器线路连接是否正确。开启总电源，开启计算机。
- (2) 将 BH1324 型一体化多道分析器主机面板上的 HV 钮反时针钮到最小，开启电源，慢慢顺时针转动 HV 钮，将电压调至大约 550V。稳定 15 分钟。
- (3) 取来放射源 ^{60}Co 、 ^{137}Cs 、 ^{90}Sr 各一枚，不得打开放射源。
- (4) 打开并安放好放射源 ^{60}Co ，移动探测器，对准放射源。
- (5) 熟悉计算机软件的使用。
- (6) 进入采集状态，观察测得的 ^{60}Co 的 1.33MeV 峰的峰位道数是否在一个比较合适的位置（建议：在多道分析仪器总道数的 60% 附近，这样既可保证测量高能 β 粒子（1.8~1.9MeV）时不超出量程范围，又能充分利用多道脉冲分析仪器的有效探测范围）。否则调整多道分析器主机上的放大倍数使之合适为止。然后停止计数，退出采集状态。

2) 能量定标

- (1) 正式进入采集状态，待采集时间达到设定时间后，停止计数。对能谱进行数据分析，记录下 1.17MeV 和 1.33MeV 两个光电峰的峰位道数。
- (2) 移开探测器，关上 ^{60}Co 。打开并安放好 ^{137}Cs ，探测器对准 ^{137}Cs ，采集计数。待采集时间达到设定时间后，停止计数。对能谱进行数据分析，记录下 0.184MeV 反射峰和 0.662MeV 光电峰的峰位道数。关闭 ^{137}Cs 源。

3) 测量电子的动能和动量

- (1) 打开机械泵，抽真空. 机械泵正常工作 2~3 分钟即可停止工作.
 - (2) 选定多个探测器的位置. 并使探测器对准真空室的开放处.
 - (3) 打开并安放好 β 源，记录放射源的位置坐标 x_0 .
 - (4) 移动探测器，分别按选定的探测位置逐个测量单能电子能峰，记录峰的道位数 CH_i 和相应的位置坐标 x_i .
 - (5) 全部数据测量完毕后，取出并关闭放射源.
- 4) 结束实验
- (1) 关闭计算机.
 - (2) 慢慢旋转放大盒前面板上的 HV 钮反时针钮到最小. 电压降为零后，关闭放大盒电源.
 - (3) 将全部放射源放回库房，关闭总电源.
 - (4) 充分洗手后，结束本次实验. 经教师同意后，可以离开实验室.

【注意事项】

- (1) 严禁将放射源对准人体，尤其眼部.
- (2) 闪烁探测器上的高压电源、前置电源、信号线绝对不可以接错；实验老师已经接好，不要再动.
- (3) 高压电源在打开和关闭之前应先把电压调到零（即 HV 钮逆时针旋到底），且高压严禁超过 1000V；注意高压，人身安全.
- (4) 严禁探测器在工作状态下见光，以免光电倍增管烧坏. 通高压的情况下，不得拆卸探测器.
- (5) 在打开 β 源开始测量前，盖上有有机玻璃罩，装置的有机玻璃罩打开之前应先关闭 β 源.
- (6) 应防止 β 源强烈震动，以免损坏它的密封薄膜.
- (7) 移动真空盒时，应格外小心，以防损坏其密封薄膜.
- (8) 严禁放射源被误携出实验室.
- (9) 做完实验后，及时关闭所有放射源，并放置于固定位置，及时用水冲洗手.

【数据记录与处理】

1. 数据记录

能量定标

E (MeV)	1.17	1.33	0.662	0.184
CH_{0i}				

电子动能及动量

$B =$ _____	β 源位置=_____							
	1	2	3	4	5	6	7	8
CH_i								
x_i								

2. 数据处理

(1) 能量定标. 根据 ^{60}Co 、 ^{137}Cs 的已知能量 E_{0i} 和测得的道位数 CH_{0i} , 用最小二乘法做能量定标.

(2) 求电子动能. 根据能量定标曲线和测得各单能电子的峰道位数, 计算入射到 NaI 晶体上的电子的动能 E_{2i} .

(3) 电子穿过 $220\mu\text{m}$ 铝薄膜时动能的修正.

根据表 1-2 给出的 E_2 、 E_1 数据, 分段做线性插值, 分别求出入射铝膜前, 即出射有机塑料薄膜后电子的动能 E_{1i} .

(4) 电子穿过有机塑料薄膜时动能的修正. 根据表 1-1 所给的 E_1 和 E_K 数据, 分段做线性差值, 分别求出入射有机塑料薄膜前, 电子的动能 E_{ki} . 即为最终的电子动能.

(5) 求电子动量的实验值. 为方便计算和对比, 动量用 pc 表示, 而且取单位为 MeV.

(6) 根据电子动能的实验值 E_{ki} , 利用动能和动量的相对论关系求出电子的动量, 作为电子动量的理论值, 并求出电子动量的实验值与该理论值的相对偏差.

(7) 根据电子动能的实验值 E_{ki} , 利用动能和动量的经典物理关系求出电子的动量, 作为电子动量的经典理论值, 求出电子动量的实验值与该经典物理理论值的相对偏差.

(8) 根据电子动能的实验值 E_{ki} , 在同一坐标纸上作出: 电子动量和动能关系的实验曲线; 电子动量和动能相对论关系的理论曲线; 电子动量和动能的经典物理关系曲线.

(9) 取高能和低能电子, 计算其速度, 并分别对实验动量与相对论关系理论计算的动量的偏差以及实验动量与经典物理计算的动量的偏差加以讨论.

【思考题】

(1) 用 γ 放射源进行能量定标时, 为什么不需要对 γ 射线穿过 $220\mu\text{m}$ 铝膜时进行“能量损失的修正”?

(2) 为什么用 γ 放射源进行能量定标的闪烁探测器可以直接用来测量 β 粒子的能量?

(3) 如果在非真空条件下做实验, 这时 β 粒子的动能不仅要对铝膜的影响进行修正, 而且还要对空气的影响进行修正. 在空气中, β 粒子也有能量损失, $\Delta E_{\text{空气}}$ 如何修正, 请实验者自行考

虑.

(提示: $\rho_{\text{空气}}=1.293\times 10^{-3}\text{g/cm}^3$, $\frac{dE}{\rho_{\text{空气}}dx}=1.70\text{MeVcm}^2/\text{g}$)

【参考文献】

吴思诚等. 近代物理实验. 北京:北京大学出版社, 1995.