



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM EM CIÊNCIAS DA TERRA E DO AMBIENTE

Doutorado em Modelagem em Ciências da Terra e do Ambiente

Tese de doutorado

 DMC_x^2 e aprendizado de máquina aplicados à análise de dados se séries temporais do clima

Apresentada por: Fernando Ferraz Ribeiro Orientador: Gilney Figueira Zebende Co-orientador: Juan Alberto Leyva Cruz

Fernando Ferraz Ribeiro

DMC_x^2 e aprendizado de máquina aplicados à análise de dados se séries temporais do clima

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Modelagem em Ciências da Terra e do Ambiente, Curso de Doutorado em Modelagem em Ciências da Terra e do Ambiente da UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA, como requisito parcial para a obtenção do título de **Doutor em Modelagem em Ciências Ambientais**.

Área de conhecimento: Estudos Ambientais e Geotecnologias

Orientador: Dr. Gilney Figueira Zebende

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA

Co-orientador: Dr. Juan Alberto Leyva Cruz

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA

Nota sobre o estilo do PPGM-UEFS

Esta tese de doutorado foi elaborada considerando as normas de estilo propostas e aprovadas pelo colegiado do Programa de Pós-graduação em Modelagem em Ciências da Terra e do Ambiente e estão disponíveis no formato eletrônico ((http://ppgm.uefs.br/banco-de-dissertacoes)) ou no formato impresso para consulta.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA

Programa de Pós-graduação em Modelagem em Ciências da Terra e do Ambiente Doutorado em Modelagem em Ciências da Terra e do Ambiente

A Banca Examinadora, constituída pelos professores listados abaixo, leu e recomenda a aprovação da Tese de doutorado, intitulada " DMC_x^2 e aprendizado de máquina aplicados à análise de dados se séries temporais do clima", apresentada no dia (dia) de (mês) de (ano), como requisito parcial para a obtenção do título de **Doutor em Modelagem em Ciências Ambientais**.

Orientador:	
	Prof. Dr. Gilney Figueira Zebende
	UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA
Co-Orientador:	
	Prof. Dr. Juan Alberto Leyva Cruz
	UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA
Membro externo da Banca:	
	Prof. Dr. Ciclano
	INSTITUTO FEDERAL DA BAHIA
Membro externo da Banca:	
Memoro externo da Danca:	Profa. Dra. Fulana
	UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
M. l. i. i l. D	
Membro interno da Banca:	Prof. Dr. Fulano
	UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA
M l : / l D	
Membro interno da Banca:	Profa. Dra. Beltrana
	UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA

Agradecimentos

Ao Prof. Dr. Gilney Figueira Zebende , pela orientação e dedicação ao tema escolhido, e por ter acreditado na pesquisa .

Ao Prof. Dr. Fulano de Tal.

Ao colega João Paulo, por ter me ensinado a usar o LATEX.

A UEFS e ao PPGM pelos recursos proporcionados para a elaboração da pesquisa

Feira de Santana, BA, Brasil 15 de maio de 2023 Fernando Ferraz Ribeiro

Resumo

Escreva aqui o seu resumo em português.

Palavras Chaves: Séries Temporais, Clima , DMC_x^2 , ρ_{DCCA} , Ciência de Dados, Aprendizado de Máquina

Abstract

Write here your abstract in english.

Keywords: Time Series, Climate, DMC_x^2 , ρ_{DCCA} , Data Science, Machine Learning

Sumário

1	Introdução		
	1.1	Definição do problema	2
	1.2	Objetivos	
	1.3	Importância da Pesquisa	2
	1.4	Questões e Hipóteses	3
1.5 Aspectos Metodológicos			
		1.5.1 implementação do DMC_x^2 para um número qualquer de Variáveis	
		independentes	4
		1.5.2 Validação do modelo de AM	4
	1.6	Organização da Tese	5
2	Fun	damentação Teórica	7
	2.1	Métodos de Análise de Séries Temporais	7
	2.2	Aprendizado de Máquina e Redes Neurais Artificiais	8
3	Met	todologia	10
4	Res	ultados e Conclusões	11
\mathbf{A}	A Anexo I		
R	ferê	ncias	13

Lista de Tabelas

Lista de Figuras

1.1	Diagrama de Grimm e Railsback	5
2.1	Aprendizado de Máquina- diagrama conceitual	9

Lista de Quadros

Lista de Algoritmos

Lista de Siglas

UEFS Universidade Estadual de Feira de Santana

PPGM Programa de Pós-Graduação em Modelagem em Ciências da Terra e do Ambiente

CAPES Coordenação de Aprefeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

 ${\tt DCCA} \ \dots \dots \ {\tt Detrended} \ {\tt Cross-Correlation} \ {\tt Analysis}$

 $DFA \ \dots \dots \ Detrended \ Fluctuation \ Analysis$

 DMC_x^2 Detrended Multiple Cross-Correlation Coefficient

 ρ_{DCCA} Detrended Cross-Correlation Coefficient

Introdução

"Ordinary life is pretty complex stuff."
(Harvey Pekar)

Os sistemas complexos compreendem um campo interdisciplinar da ciência que não possui uma definição exata. Este campo procura estudar numericamente um conjunto amplo de fenômenos não determinísticos, formados pela contribuição de um conjunto (geralmente grande) de componentes (muitas vezes simples) que, interagindo, estruturam-se de forma auto-organizada, gerando resultados inesperados, que não podem ser previstos pelos estudos estatísticos e/ou matemáticos tradicionais dos elementos formadores do sistema.

Na área dos estudos ambientais, os sistemas complexos possuem diversas aplicações: sistemas de transportes, redes de energia e comunicação, organizações sociais e econômicas, densidade e ocupação humana do espaço, dentre outas. Os estudos do clima ocupam um espaço de particular relevância na intercessão entre os estudos ambientais e os sistemas complexos. Em 2021 a Academia Real das Ciências da Suécia concedeu metade do Prêmio Nobel de Física para Syukuro Manabe e Klaus Hasselmann, cujos estudos apresentam modelos complexos para a análise do clima. Em particular apontam uma correlação entre as emissões de dióxido de carbono e as mudanças climáticas.

A aquisição, manipulação, gestão, armazenamento e criação de valor a partir de dados, através de ambientes computacionais, tem-se apresentado como um novo paradigma tecnológico. Um campo do conhecimento que recebeu a denominação de Ciência de Dados, conceito que envelopa alguns termos frequentemente associados à inovação científica, técnica e social como *Big Data*, mineração de dados, *Business Intelligence* internet das coisas, inteligência artificial e aprendizado de máquina(AM), dentre outros (EMC EDUCATION SERVICE, 2015, p. 12-13).

As séries temporais são definidas como um conjunto de observações (numéricas ou categóricas) ordenado no tempo. Embora muitos dos dados que descrevem as dinâmicas espaciais podem ser registrados na forma de sérias temporais (abastecimento de água nas tubulações, consumo de energia elétrica nos imóveis, fluxos de pessoas e veículos pela cidade, casos de uma doença por dia, etc.), contudo as técnicas de medição de correlações, bem como a devida exploração destas para inferir novos conhecimentos, permanecem como perguntas abertas em muitas sub-áreas das ciências ambientais(Bermudez-Edo; BARNAGHI; MOESSNER, 2018).

1.1 Definição do problema

Os fenômenos climáticos apresentam as características dos sistemas complexos. Um sistema integrado, envolvendo aspectos globais e as condicionantes planetárias, fatores locais de cobertura da terra, proximidade de corpos d'agua, regime de ventos, dentre outros. Em alguns casos, podendo citar o bioma dominante de um determinado lugar, o fator tanto influencia o clima quanto é influenciado por ele.

As inter-relações entre as diversas variáveis climáticas não podem ser facilmente correlacionadas em grande escala. É possível estabelecer relações entre certas medidas meteorológicas em uma determinada localidade, ainda que as relações entre essas não sejam necessariamente relações que podem ser transportadas para toda e qualquer localidade do planeta. Mas a possibilidade de estabelecer relações em rede entre as variáveis climáticas de diferentes localidades umas com as outras ainda é um problema aberto.

1.2 Objetivos

O objetivo geral desta pesquisa é: investigar as correlações entre as variáveis climáticas através do coeficiente DMC_x^2 e utilizar o conhecimento destas correlações para alimentar um modelo preditivo do clima.

Como objetivos específico foram elencados:

- 1. Implementar um algoritmo computacional geral para calcular o DMC_x^2 para qualquer número de séries temporais.
- 2. Analisar um conjunto de dados climáticos contendo medições meteorológicas de todas as capitais brasileiras.
- 3. Analisar um conjunto de dados meteorológicos sobre radiação solar com estações locadas em diversas partes do globo.
- 4. Desenvolver e implementar um algoritmo de predição baseado em aprendizado de máquina e redes neurais artificias agregados com o coeficiente DMC_x^2 .

1.3 Importância da Pesquisa

Um estudo mais amplo destas correlações pode levar a um entendimento maior dos fenômenos climáticos, e a modelos mais eficazes para previsão de aspectos do clima,

podendo incluir os eventos climáticos extremos.

A Organização das Nações Unidas (ONU) estabeleceu um conjunto de 17 objetivos em uma agenda que busca a melhoria das condições de vida no planeta e a mitigação de efeitos das mudanças climáticas (Agenda 2030). Denominados de Objetivos de desenvolvimento Sustentável (ODS). Pesquisas sobre o clima podem ser relacionadas diretamente com o ODS (13) Ação contra a mudança global do clima. Pode-se encontrar importantes relações desta pesquisa com outros objetivos (2) Fome zero e agricultura sustentável, (6) Água potável e saneamento, (7) Energia limpa e acessível, (11) Cidades e comunidades sustentáveis, (14) Vida na água, (15) Vida na terra e, a difusão do conhecimento gerado nesta pesquisa pode levar a (17) Parceria e meios de implementação.

1.4 Questões e Hipóteses

Esta proposta foi baseada em duas premissas:

- 1. Os fenômenos climáticos estão relacionados de forma complexa. Por exemplo: massas de ar percorrem distâncias na atmosfera e influenciam uma série de variáveis climáticas nas localidades por onde passam, mas que também são influenciadas, em seu percurso ou sua dissolução pelas mesmas variáveis.
- 2. O DMC_x^2 , pelas características de análise do método, pode ajudar a entender estas correlações.

Partindo destas premissas, procuramos responder duas perguntas basilares:

- 1. É possível estabelecer e medir correlações entre aspectos climáticos de uma determinada localidade e um conjunto de outras localidades?
- 2. Em caso de resposta positiva, seria possível utilizar essas correlações para melhorar modelos climáticos preditivos?

Para orientar o trabalho, duas hipóteses foram formuladas:

- 1. Um método baseado no DMC_x^2 seria um ferramental importante no estudo de correlações de variáveis climáticas envolvendo um grande número de localidades.
- 2. É possível criar uma modelo preditivo para séries temporais de aprendizado de Máquina eficiente baseado no DMC_x^2 .

1.5 Aspectos Metodológicos

1.5.1 implementação do DMC_x^2 para um número qualquer de Variáveis independentes

Embora esteja matematicamente definido, o DMC_x^2 utiliza a inversão de matrizes no cálculo do coeficiente múltiplo. Este cálculo envolve o determinante da matriz e pode ser computacionalmente muito custoso.

A generalização proposta é a implementação de um algoritmo eficiente para o calculo do DMC_x^2 . A ideia é que este algoritmo seja publicado como um programa e um artigo sobre este programa pode ser submetido ao periódico $Software\ X$, que tem um foco em publicações sobre programas científicos livres. Caso se entenda que o produto deste trabalho tem potencial para publicação em uma revista de maior fator de impacto, a mudança será feita.

Esta implementação é necessária para possibilitar a criação de um algoritmo de AM baseado no DMC_x^2 , visto que os estudos de ML baseiam-se na busca por padrões em um conjunto de atributos que costuma ser maior do que 1. Em seguida abordaremos o problema da criação do algoritmo.

1.5.2 Validação do modelo de AM

A validação do modelo de AM está representado na Figura 1.1, baseada no diagrama de modelagem de Grimm e Railsback, um fluxograma circular que procura representar o trabalho de modelagem. Cada um dos nós deste fluxograma representa uma etapa do trabalho de modelagem.

Os nós da Pergunta (1) e Hipótese (2) estão descritos na Seção ?? do Capitulo ?? deste projeto. Os padrões esperados (3) são os padrões de um algoritmo de AM: que após o treinamento, caso não aconteça um sobre-ajuste (*overfitting*), o modelo seja capaz de generalizar a informação obtida através da busca por padrões para as aplicações pretendidas.

O nó Estrutura do modelo (4) representa um dos maiores desafios da tese: o de validar uma nova estrutura de modelos. Ao invés de buscar uma ferramenta de modelagem conhecida, pretende-se buscar, dentre as ferramentas conhecidas, aspectos que possam ser aproveitados na formatação de uma estratégia de AM baseada nas ferramentas também conhecidas do ρ_{DCCA} e DMC_r^2 .

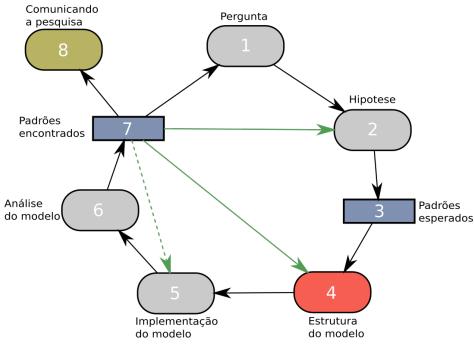


Figura 1.1: Diagrama de Grimm e Railsback

Fonte: Elaborada Pelo Autor

A partir destas suposições, um modelo é implementado (5) e será trainado e validado de acordo com os critérios de validação de um algoritmo de ML (separação dos dados em treinamento, validação e testes. Montagem da matriz de confusão, etc). O modelo será analisado(6) para verificar se ele repete os padrões esperados de um algoritmo de AM. A linha tracejada que parte do nó 7 para o nó 5 não existe no diagrama de Grimm e Railsback original, mas faz parte da rotina de ajustes de um modelo de AM. Caso se chegue a conclusão que o ajuste não é possível, retorna-se ao nó 4 e se reorganiza as bases utilizadas para criar o modelo. Caso se chegue a conclusão que nenhum ajuste é possível, refaz-se as hipóteses e/ou as perguntas norteadoras.

1.6 Organização da Tese

A tese será formada pelos seguintes capítulos:

- 1. Introdução
- 2. Referencial teórico
- 3. Metodologia
- 4. Análise dos dados meteorológicos pelo DMC_x^2
- 5. Características e validação do modelo de AM proposto

- 6. Tratamento dos dados de mobilidade urbana
- 7. Aplicação do modelo proposto na análise da mobilidade urbana
- 8. Conclusões

Fundamentação Teórica

2.1 Métodos de Análise de Séries Temporais

O coeficiente ρ_{DCCA} (ZEBENDE, 2011) foi formulado tendo como bases o *Detrended Fluctuation Analysis* (DFA) (PENG et al., 1994) e o *Detrended Cross-Correlation Analysis* (DCCA) (PODOBNIK; STANLEY, 2008). O DFA é um método de análise de uma série temporal que fornece um parâmetro de auto-afinidade. O termo *Detrended* refere-se a eliminação de uma tendência. O processo é executado em 6 passos:

- 1. Pegando a série temporal $\{x_i\}$ com i variando de 1 à N, a série integrada X_k é calculada por $X_k = \sum_{i=1}^k [x_i \langle x \rangle]$ com k também variando entre 1 e N;
- 2. A série X_k e dividida em N-n caixas de tamanhan (escala temporal), cada caixa contendo n+1 observações, iniciando em i até i+n;
- 3. Para cada caixa um polinômio (geralmente de grau 1) é ajustado, gerando $\widetilde{X}_{k,i}$ with $i \leq k \leq (i+n)$ eliminando assim a tendência (detrended values);
- 4. para cada caixa é calculado: $f^2_{DFA}(n,i) = \frac{1}{1+n} \sum_{k=i}^{i+n} (X_k \widetilde{X}_{k,i})^2$
- 5. Para todas as caixas de umaescala temporal o DFA é calculado como: $F_{DFA}(n) = \sqrt{\frac{1}{N-n}\sum_{i=1}^{N-n}f_{DFA}^2(n,i)};$
- 6. Para um número de diferentes escalas temorais (n), com valores possíveis entre $4 \le n \le \frac{N}{4}$, a função F_{DFA} é calculada para encontrar a relação entre $F_{DFA} \times n$

DFA também representa as propriedades de auto-correlação de longo alcance de uma lei de potência (ZEBENDE; SILVA; FILHO, 2013). Se a correlação não existe, ou é uma correlação de curto alcance o valor do parâmetro $\alpha=0.5,\,\alpha<0.5$ indica antipersistência e $\alpha>0.5$ persistência.

O *DCCA* generaliza o DFA para estabelecer a correlação entre duas séries temporais (PODOBNIK; STANLEY, 2008). O valor deste coeficiente tende a ser a média dos valores do DFA das duas séries.

Este coeficiente λ indica a existência de uma correlação entre duas séries regidas por leis de potência, mas não quantifica o nível desta correlação. O Detrended cross-correlation coefficient ou ρ_{DCCA} (equação 2.1) é um coeficiente que, variando entre -1 e 1, aponta

ausência de correlação cruzada para valores próximos de zero, sendo maior a correlação quanto mais o valor se aproximar de 1 e maior a antecorrelação quanto mais o valor se aproximar de -1 (ZEBENDE, 2011).

$$\rho DCCA(n) = \frac{F_{DCCA}^{2}(n)}{F_{DFA1}(n)F_{DFA2}(n)}$$
(2.1)

O método foi estatisticamente validado (PODOBNIK et al., 2011), testado (VASSOLER; ZEBENDE, 2012; GUEDES et al., 2017; FERREIRA et al., 2018), e critérios para avaliação de relevância estatísticas do resultados foram desenvolvidos (GUEDES et al., 2018a; GUEDES et al., 2018b).

O ρ_{DCCA} foi estendido para calcular a correlação cruzada de múltiplas series temporais. Denominado *Detrended Multiple Cross-Correlation Coefficient* (DMC_x^2), representa a generalização do ρ_{DCCA} para múltiplas variáveis (ZEBENDE; SILVA, 2018). Implementado com abordagem de janelas móveis (GUEDES; da Silva Filho; ZEBENDE, 2021) e foi desenvolvido um teste estatístico para o coeficiente múltiplo (da Silva Filho et al., 2021)

Já que muitos dos problemas que envolvem sistemas complexos lidam com mais de uma variável independente. E os sistemas e AM costumam abordar múltiplas variáveis independentes em suas buscas por padrões, dentre os métodos correlatos ao ρ_{DCCA} , o DMC_x^2 apresenta as qualidades mais promissoras para embasar um algoritmo de AM.

2.2 Aprendizado de Máquina e Redes Neurais Artificiais

O aprendizado de máquina consiste na aplicação de algoritmos capazes de, através do processamento de um grande conjunto de dados, encontrar padrões, generalizar os critérios de encontrar padrões e prever eventos futuros(Shalev-Shwartz; Ben-David, 2014).

Um campo guiado pela experimentação prática (BISHOP, 2006), pode ser definido pela busca em melhorar o desempenho computacional na realização de uma tarefa, através da experiência (MITCHELL, 1997). O desempenho nesta definição refere-se principalmente a quantificação dos acertos de acordo com uma métrica adequada à resolução do problema em questão e a experiência refere-se a um conjunto de dados coletados.

As tarefas em que os métodos de ML costumam superar os outros algoritmos também apresentam características peculiares: tratam de problemas fracamente definidos do ponto de vista matemático e/ou cujos métodos de resolução matemática são muito custosos do ponto de vista computacional em relação à velocidade necessária para a solução do

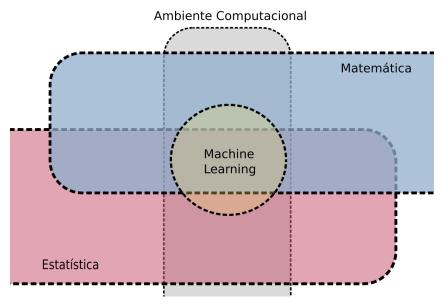


Figura 2.1: Aprendizado de Máquina- diagrama conceitual

Fonte: Elaborada Pelos Autores

problema na prática.

Reconhecimento facial e outras formas de interpretação de imagens, máquinas que andam, nadam e dirigem veículos, processamento de linguagem natural (falada e escrita) são exemplos de problemas fracamente definidos. Como definir com instruções de programação convencionais a sequência de instruções necessárias para ensinar um computador a resolver um dos destes problemas? Os algoritmos de ML tem apresentado boas respostas para este tipo de problema.

Metodologia

Resultados e Conclusões

Apêndice A	
Anexo I	

Aqui pode ser um Título do seu Anexo

Texto do Anexo.

Referências Bibliográficas

Bermudez-Edo, M.; BARNAGHI, P.; MOESSNER, K. Analysing real world data streams with spatio-temporal correlations: Entropy vs. Pearson correlation. *Automation in Construction*, v. 88, n. May 2017, p. 87–100, 2018. ISSN 09265805. 1

BISHOP, C. M. Pattern Recognition and Machine Learning. New York, NY, USA: Springer, 2006. ISBN 978-0-387-31073-2. 2.2

da Silva Filho, A. M. et al. Statistical test for Multiple Detrended Cross-Correlation Coefficient. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier B.V., v. 562, p. 125285, 2021. ISSN 03784371. 2.1

EMC EDUCATION SERVICE. *Data Science and Big Data Analytics: Discovering, Analyzing, Visualizing and Presenting Data.* Indianapolis, Indiana, USA: JOHN WILEY & SONS, 2015. ISBN 978-1-118-87605-3 1-118-87605-9 978-1-118-87613-8 1-118-87613-X 978-1-118-87622-0 1-118-87622-9. 1

FERREIRA, P. et al. A sliding windows approach to analyse the evolution of bank shares in the European Union. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 490, p. 1355–1367, 2018. ISSN 03784371. 2.1

GUEDES, E. et al. DCCA cross-correlation in blue-chips companies: A view of the 2008 financial crisis in the Eurozone. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier B.V., v. 479, p. 38–47, 2017. ISSN 03784371. 2.1

GUEDES, E. F. et al. Statistical test for $\Delta\rho$ DCCA cross-correlation coefficient. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier B.V., v. 501, p. 134–140, 2018. ISSN 03784371. 2.1

GUEDES, E. F. et al. Statistical test for $\Delta \rho$ DCCA: Methods and data. *Data in Brief*, v. 18, p. 795–798, 2018. ISSN 23523409. 2.1

GUEDES, E. F.; da Silva Filho, A. M.; ZEBENDE, G. F. Detrended multiple cross-correlation coefficient with sliding windows approach. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier B.V., v. 574, p. 125990, 2021. ISSN 03784371. 2.1

MITCHELL, T. M. $Machine\ Learning.$ [S.l.]: McGraw-Hill, 1997. ISBN 978-0-07-042807-2. 2.2

PENG, C.-K. et al. Mosaic Organization of DNA Nucleotides. v. 49, n. 2, p. 1685–1689, 1994. 2.1

PODOBNIK, B. et al. Statistical tests for power-law cross-correlated processes. *Phys. Rev. E*, American Physical Society, v. 84, n. 6, p. 66118, 2011. 2.1

PODOBNIK, B.; STANLEY, H. E. Detrended cross-correlation analysis: A new method for analyzing two nonstationary time series. *Physical Review Letters*, v. 100, n. 8, 2008. ISSN 00319007. 2.1, 2.1

Shalev-Shwartz, S.; Ben-David, S. *Understanding Machine Learning: From Theory to Algorithms*. New York: Cambridge University Press, 2014. ISBN 978-1-107-05713-5. 2.2

VASSOLER, R. T.; ZEBENDE, G. F. DCCA cross-correlation coefficient apply in time series of air temperature and air relative humidity. *Physica A*, Elsevier B.V., v. 391, n. 7, p. 2438–2443, 2012. ISSN 0378-4371. 2.1

ZEBENDE, G. F. DCCA cross-correlation coefficient: Quantifying level of cross-correlation. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier B.V., v. 390, n. 4, p. 614–618, 2011. ISSN 03784371. 2.1, 2.1

ZEBENDE, G. F.; SILVA, A. M. Detrended Multiple Cross-Correlation Coefficient. *Physica A*, Elsevier B.V., v. 510, p. 91–97, 2018. ISSN 0378-4371. 2.1

ZEBENDE, G. F.; SILVA, M. F.; FILHO, A. M. DCCA cross-correlation coefficient differentiation : Theoretical and practical approaches. *Physica A*, v. 392, p. 1756–1761, 2013. 2.1

DMC_x^2 e aprendizado de máquina aplicados à análise de dados se séries temporais do clima
Fernando Ferraz Ribeiro
Feira de Santana, BA, maio de 2023.