



# $\rho_{DCCA}$ e $DMC_x^2$ : Implementação, Otimização e Aplicações

Defesa de Tese

---

Discente: Fernando Ferraz Ribeiro

Orientador: Prof. Dr. Gilney Figueira Zebende

Coorientador: Prof. Dr. Juan Alberto Leyva Cruz

23/05/2024

PPGM UEFS - Feira de Santana, BA

# Sumário

1. Introdução
2. Metodologia
3. Fundamentação Teórica
4. Pesquisas e resultados
5. Conclusões
6. Referências

# Introdução

---

# Sistemas Complexos

Este conjunto amplo de fenômenos é comumente identificado e agrupado por algumas de suas características: são formados pela contribuição de um conjunto (geralmente grande) de componentes (muitas vezes simples) que, interagindo, estruturam-se de forma auto-organizada, gerando resultados inesperados, que não podem ser previstos pelos estudos estatísticos e/ou matemáticos tradicionais dos elementos formadores do sistema.

## Reconhecimento

Em 2021, a Academia Real das Ciências da Suécia concedeu metade do Prêmio Nobel de Física para Syukuro Manabe e Klaus Hasselmann, cujos estudos apresentam modelos complexos para a análise do clima. Em particular apontam uma correlação entre as emissões de dióxido de carbono e as mudanças climáticas.

# Sistemas Complexos e Ciência de Dados

Muitos fenômenos complexos são investigados pela análise de grandes conjuntos de dados. É notável a velocidade e quantidade de dados que são gerados e armazenados pela humanidade atualmente. A aquisição, manipulação, gestão, armazenamento e criação de valor a partir de dados, através de ambientes computacionais, tem-se apresentado como um novo paradigma tecnológico.

Um campo do conhecimento que recebeu a denominação de **Ciência de Dados**, conceito que envelopa alguns termos frequentemente associados à inovação científica, técnica e social como **Big Data, mineração de dados, Business Intelligence internet das coisas, inteligência artificial e aprendizado de máquina(AM)**, dentre outros (EMC EDUCATION SERVICE, 2015, p. 12-13).

## Séries Temporais

As séries temporais são definidas como um conjunto de observações (numéricas ou categóricas) ordenado no tempo. Embora muitos dos dados que descrevem as dinâmicas espaciais podem ser registrados na forma de séries temporais (abastecimento de água nas tubulações, consumo de energia elétrica nos imóveis, fluxos de pessoas e veículos pela cidade, casos de uma doença por dia, etc.), contudo as técnicas de medição de correlações, bem como a devida exploração destas para inferir novos conhecimentos, permanecem como perguntas abertas em muitas sub-áreas das ciências ambientais(Bermudez-Edo; BARNAGHI; MOESSNER, 2018).

## Definição do Problema

O coeficiente  $DMC_x^2$  é uma ferramenta promissora para a análise de correlações em séries temporais múltiplas. No entanto, sua aplicação ainda é limitada devido à falta de implementações computacionais eficientes e estudos que explorem seu potencial em diferentes contextos.

## Objetivo Principal

Investigar a aplicabilidade do  $\rho_{DCCA}$  e do  $DMC_x^2$  com o objetivo, não só de identificar correlações entre variáveis, mas também de entender o algoritmo, propor e aperfeiçoar ferramentas computacionais para a realização dos cálculos.

## Objetivos Gerais

1. Testar os algoritmos e os métodos.
2. Implementar um algoritmo computacional geral para calcular o  $DMC_x^2$  para qualquer número de séries temporais.
3. Testar as ferramentas implementadas em novas análises.

## Premissas

1. O  $DMC_x^2$ , pelas características de análise do método, pode ajudar a entender características de séries temporais e aplicado em problemas de diversas áreas.
2. O  $DMC_x^2$  é uma generalização do método  $\rho_{DCCA}$  para múltiplas séries temporais.
3. O  $\rho_{DCCA}$ , em determinadas condições testadas, apresentou resultados mais interessantes (como melhor descrição dos fenômenos) que os apresentados pelo coeficiente de Pearson quando aplicado à séries temporais não estacionárias (WANG et al., 2013).

## Hipóteses

1. É possível otimizar os cálculos do  $\rho_{DCCA}$  e do  $DMC_x^2$ .
2. Com maior poder de cálculo a aplicação dos coeficientes seria potencializada.
3. Uma ferramenta adequada para o cálculo dos coeficientes seria um impulso na utilização e divulgação destes.

## Metodología

---

## Etapas do processo

Abordagem experimental.

Etapas:

- Revisão bibliográfica.
- Análise das ferramentas computacionais existentes.
- Proposta de uma nova ferramenta computacional.
- Implementação.
- Testes.
- Exploração das novas possibilidades de análise.

## Fundamentação Teórica

---

1. **Cálculo da série integrada:** dada uma série temporal  $\{x_i\}$ , com  $i$  variando de 1 a  $N$ , a série integrada  $X_k$  é calculada por  $X_k = \sum_{i=1}^k [x_i - \langle x \rangle]$ , com  $k$  também variando de 1 a  $N$ ;
2. **Divisão da série em caixas:** a série integrada  $X_k$  é dividida em  $(N - n)$  caixas de tamanho  $n$  (escala temporal), cada caixa contendo  $n + 1$  valores, começando em  $i$  até  $i + n$ ;
3. **Cálculo do ajuste polinomial:** para cada caixa, é calculado polinômio (geralmente de grau 1) que melhor se ajusta, obtendo  $\tilde{X}_{k,i}$  com  $i \leq k \leq (i + n)$ ;

4. **Cálculo da função  $f_{DFA}^2$  para cada caixa:** para cada caixa de uma escala temporal é calculada a função de DFA pela expressão:

$$f_{DFA}^2(n, i) = \frac{1}{1+n} \sum_{k=i}^{i+n} (X_{k,i} - \tilde{X}_{k,i})^2;$$

5. **Cálculo da função de flutuação para uma escala temporal:** para todas as caixas de uma escala de tempo, o DFA é calculado como:

$$F_{DFA}(n) = \sqrt{\frac{1}{N-n} \sum_{i=1}^{N-n} f_{DFA}^2(n, i)};$$

6. **Análise em diferentes escalas temporais:** para diferentes escalas de tempo ( $n$ ), com valores possíveis  $4 \leq n \leq \frac{N}{4}$ , é calculada a função  $F_{DFA}$  para encontrar uma relação entre  $F_{DFA} \times n$

1. **Cálculo das séries integradas:** tomando duas séries temporais com a mesma extensão  $\{x_i^{j1}\}$  e  $\{x_i^{j2}\}$  com  $i$  variando de 1 a  $N$ , as séries integradas  $X\alpha_k$  e  $X\beta_k$  são calculadas por  $X_k = \sum_{i=1}^k [x_i - \langle x \rangle]$  para cada série, com  $k$  também variando de  $i$  a  $N$ ;
2. **Divisão das séries em caixas:** as séries  $X_k^{j1}$  e  $X_k^{j2}$  são divididas em  $(N - n)$  caixas de tamanho  $n$  (escala de tempo), cada caixa contendo  $n + 1$  valores, começando em  $i$  até  $i + n$ ;
3. **Cálculo dos ajustes de polinômios:** para cada caixa, um polinômio (geralmente de grau 1) melhor se ajusta, obtendo  $\widetilde{X^{j1}}_{k,i}$  e  $\widetilde{X^{j2}}_{k,i}$ , para séries  $\{x_i^{j1}\}$  e  $\{x_i^{j2}\}$  respectivamente, com  $i \leq k \leq (i + n)$ ;

4. **Cálculo da função  $f_{DCCA}^2$  em cada caixa:** para cada caixa uma das  $N - n$  caixas de uma mesma escala temporal a função é calculada por:

$$f_{DCCA}^2(n, i) = \frac{1}{1+n} \sum_{k=i}^{i+n} (X_{k,i}^{j1} - \widetilde{X_{k,i}^{j1}}) \times (X_{k,i}^{j2} - \widetilde{X_{k,i}^{j2}})$$

5. **Cálculo do DCCA para toda a escala temporal:** para todas as caixas de uma mesma escala temporal, o DCCA é calculado como:

$$F_{DCCA}^2(n) = \frac{1}{N-n} \sum_{i=1}^{N-n} f_{DCCA}^2(n, i);$$

6. **Análise em diferentes escalas temporais:** para um número de escalas de tempo ( $n$ ), com valores possíveis  $4 \leq n \leq \frac{N}{4}$ , o DCCA é calculado para encontrar uma relação entre  $F_{DCCA} \times n$

$\rho_{DCCA}$  - (ZEBENDE, 2011)

$$\rho_{DCCA}(n) = \frac{F_{DCCA \ (x^{j1}, \ x^{j2})}^2(n)}{F_{DFA \ (x^{j1})}(n) \times F_{DFA \ (x^{j2})}(n)} \quad (1)$$

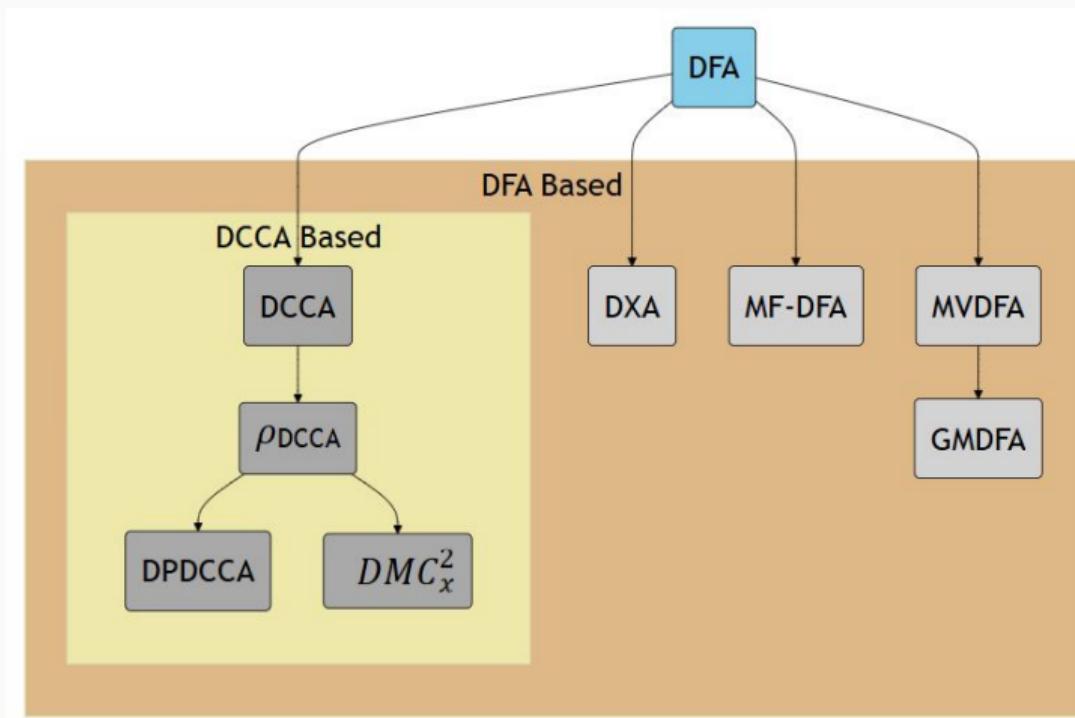
$$DMC_x^2 \equiv \rho_{Y,X^j}(n)^T \times \rho^{-1}(n) \times \rho_{Y,X^j}(n) \quad (2)$$

$$\rho_{Y,X^j}(n)^T = [\rho_{Y,X^1}(n), \rho_{Y,X^2}(n), \dots, \rho_{Y,X^m}(n)] \quad (3)$$

$$\rho(n) = \begin{pmatrix} 1 & \rho_{X^1,X^2}(n) & \rho_{X^1,X^3}(n) & \dots & \rho_{X^1,X^m}(n) \\ \rho_{X^2,X^1}(n) & 1 & \rho_{X^2,X^3}(n) & \dots & \rho_{X_2,X^m}(n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \rho_{X^m,X^1}(n) & \rho_{X^m,X^2}(n) & \rho_{X^m,X^3}(n) & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

# Variações do DFA.

Figure 1: Diagrama



## Detrended Partial-Cross-Correlation Analysis - DPDCCA

$$C(n) = \rho^{-1}(n) = \begin{pmatrix} C_{1,1}(n) & C_{1,2}(n) & \dots & C_{1,m}(n) \\ C_{2,1}(n) & C_{2,2}(n) & \dots & C_{2,m}(n) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ C_{m,1}(n) & C_{m,2}(n) & \dots & C_{m,m}(n) \end{pmatrix} \quad (5)$$

O cálculo final do *DPDCCA* é realizado pela Equação 6, a partir dos valores obtidos pela inversão da matriz do  $\rho_{DCCA}$ .

$$\rho_{DPCCA}(j_1, j_2; n) = \frac{-C_{j_1, j_2}(n)}{\sqrt{C_{j_1, j_1}(n) \cdot C_{j_2, j_2}(n)}} \quad (6)$$

(YUAN et al., 2015)

## Aplicações das funções e coeficientes i

Muitas aplicações foram testadas para essas funções e coeficientes. Muitas aplicações na área de medicina e saúde (CHEN et al., 2018; FILHO et al., 2023a; GE; LIN, 2023; GHOSH et al., 2018). Questões de economia e mercado financeiro na China (LI; TIAN, 2024), América Latina (Contreras-Reyes; Jeldes-Delgado; CARRASCO, 2024), Estados Unidos e China (CHEN et al., 2024) e no mercado de energia (ASLAM et al., 2024), dentre outros, provando que os estudos de correlação entre mercados costuma tratar de aspectos globais e locais, apresentando forte relação com as ciências ambientais.

Muitos estudos também utilizaram esses métodos em outros aspectos das ciências ambientais: estudos sobre dados sísmicos (SHADKHOO; JAFARI, 2009) e geológicos (BIANCHI; LONGO; PLASTINO, 2018; QIN et al., 2024); transportes (SHI et al., 2018; ZEBENDE; da Silva; FILHO, 2011; ZEBENDE; FILHO, 2009); estudos

## Aplicações das funções e coeficientes ii

técnicos que podem trazer melhorias para questões de infra-estrutura (SANTOS et al., 2018); pesquisas sobre violência urbana (FILHO; da Silva; ZEBENDE, 2014); e muitos estudos sobre o clima.

Dentre os estudos sobre o clima, destacamos: correlações entre temperatura (YU; LI; ZHOU, 2019); chuvas (ADARSH et al., 2020), (LI et al., 2024); entre temperatura e umidade (ZEBENDE et al., 2018); entre dados meteorológicos, e poluentes (SHI, 2014), (HE, 2017), (ZHANG; NI; NI, 2015), (SHEN; LI; SI, 2015); Chuva e doenças tropicais (OLIVEIRA et al., 2023); aquecimento global (CHATTERJEE; GHOSH, 2021), (YUAN; FU, 2014); meteorologia e previsões (AFUECHETA; OMAR, 2021; SHIN et al., 2019); temperatura do solo e composição (KAR; CHATTERJEE; GHOSH, 2019).

## Aplicações das funções e coeficientes iii

Com base nesta pequena amostra dos inúmeros trabalhos que abordam esse conjunto de funções e coeficientes, é possível afirmar que, do ponto de vista das ciências ambientais, o estudos destes algorítimos é uma significativa contribuição.

## Pesquisas e resultados

---

**Figure 2:** (FILHO et al., 2023b)

---



ELSEVIER

Contents lists available at [ScienceDirect](#)

**Physica A**

journal homepage: [www.elsevier.com/locate/physa](http://www.elsevier.com/locate/physa)



---

## Statistical study of the EEG in motor tasks (real and imaginary)

F.M. Oliveira Filho <sup>a,b</sup>, F.F. Ribeiro <sup>a,e</sup>, J.A. Leyva Cruz <sup>c</sup>, A.P. Nunes de Castro <sup>d</sup>,  
G.F. Zebende <sup>c,\*</sup>



<sup>a</sup> Earth Sciences and Environment Modeling Program, State University of Feira de Santana, Bahia, Brazil

<sup>b</sup> SENAI CIMATEC University Center, Salvador, Bahia, Brazil

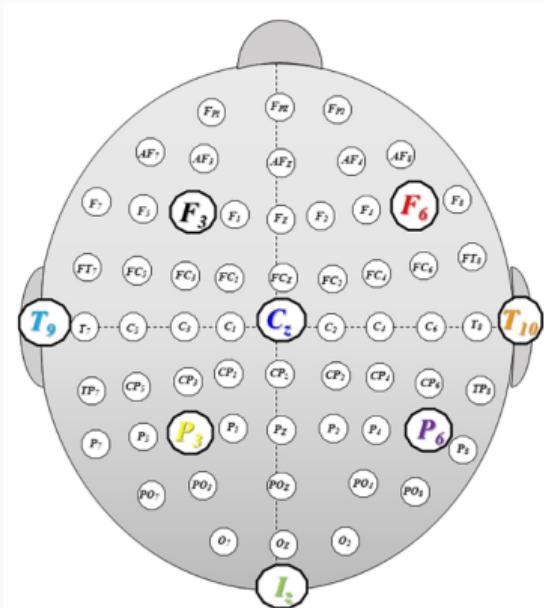
<sup>c</sup> State University of Feira de Santana, Bahia, Brazil

<sup>d</sup> Jorge Amado University Center, Salvador, Bahia, Brazil

<sup>e</sup> Federal University of Bahia, Salvador, Bahia, Brazil

---

**Figure 3:** International 10–10 system of 64 EEG electrodes.



Utilizando 11 pacientes selecionados aleatoriamente dentre os 109.



Contents lists available at [ScienceDirect](#)

## Biomedical Signal Processing and Control

journal homepage: [www.elsevier.com/locate/bspc](http://www.elsevier.com/locate/bspc)



### DCCA multi cross-correlation analysis applied on EEG signals to study motor activity (Real/Imaginary)

Fernando Ferraz Ribeiro <sup>a,b,c</sup>, Andréa de Almeida Brito <sup>d</sup>, Florêncio Mendes Oliveira Filho <sup>a,c</sup>, Juan Alberto Leyva Cruz <sup>e</sup>, Gilney Figueira Zebende <sup>e</sup>,\*

<sup>a</sup> Earth Sciences and Environment Modeling Program, State University of Feira de Santana, Bahia, Brazil

<sup>b</sup> Federal University of Bahia, Salvador, Brazil

<sup>c</sup> SENAI CIMATEC University Center, Salvador, Bahia, Brazil

<sup>d</sup> Federal Institute of Education, Science and Technology, Salvador, Bahia, Brazil

<sup>e</sup> State University of Feira de Santana, Bahia, Brazil

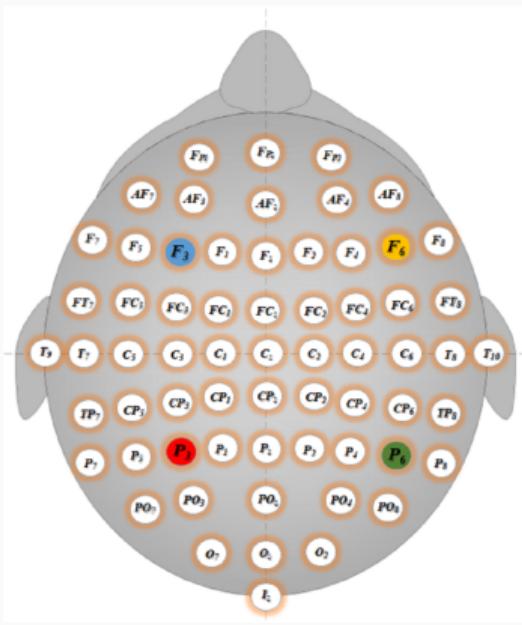


## Tarefas e experimentos

**Table 1:** The activity executed and the experiment number for two one-minute baseline runs (one with eyes open, one with eyes closed) and three two-minute runs of a particular task.

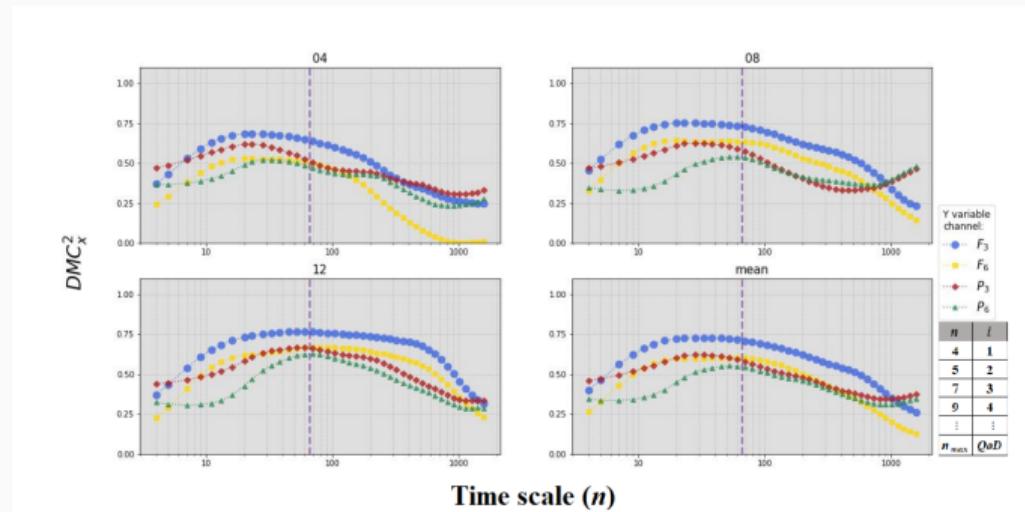
Activity\Experiment	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Baseline 1 (eyes open)	0													
Baseline 2 (eyes closed)		0												
task 1: Real (L/R)			X			X				X				
task 2: Imag (L/R)				X			X				X			
task 3: Real (T/D)					X			X				X		
task 4: Imag (T/D)						X			X				X	

## Artigo 02



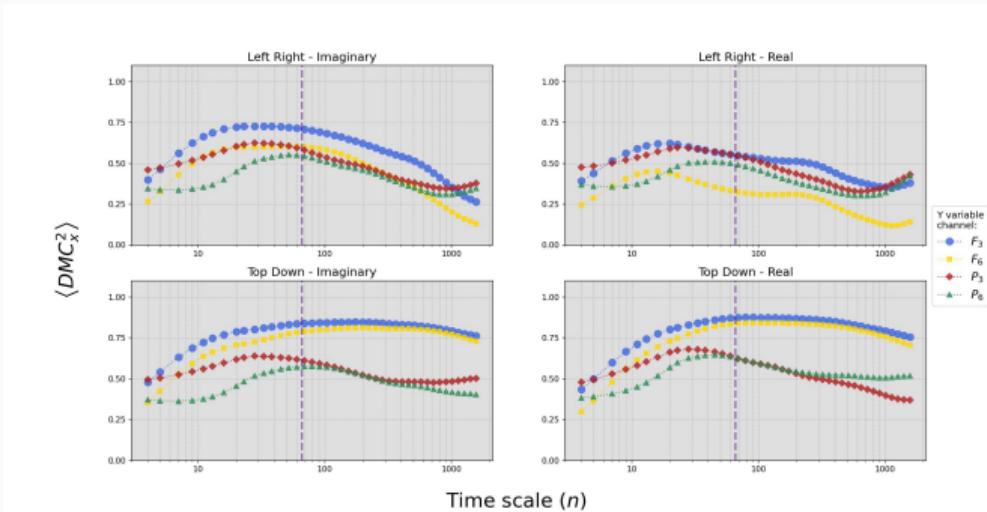
**Figure 4:** Posição dos canais de EEG e canais utilizados

## Artigo 02



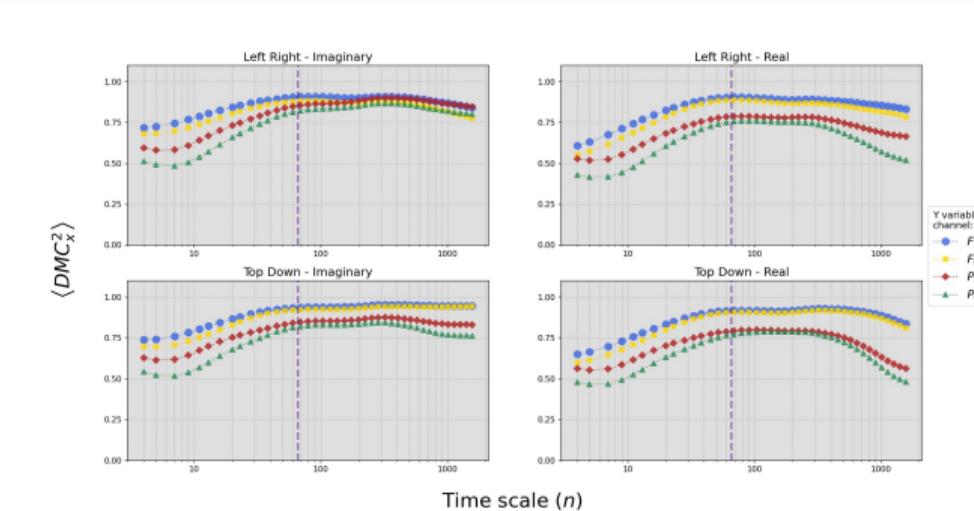
**Figure 5:**  $DMC_x^2$  as a function of time scale  $n$ . Here is showing the results for subject S014 recordings for Task 2, presenting experiments 04, 08, 12 and the mean values for these experiments. The vertical line represents  $n = 67$  and  $QoD$  is the total amount of time scales involved in  $DMC_x^2$  calculations.

## Artigo 02



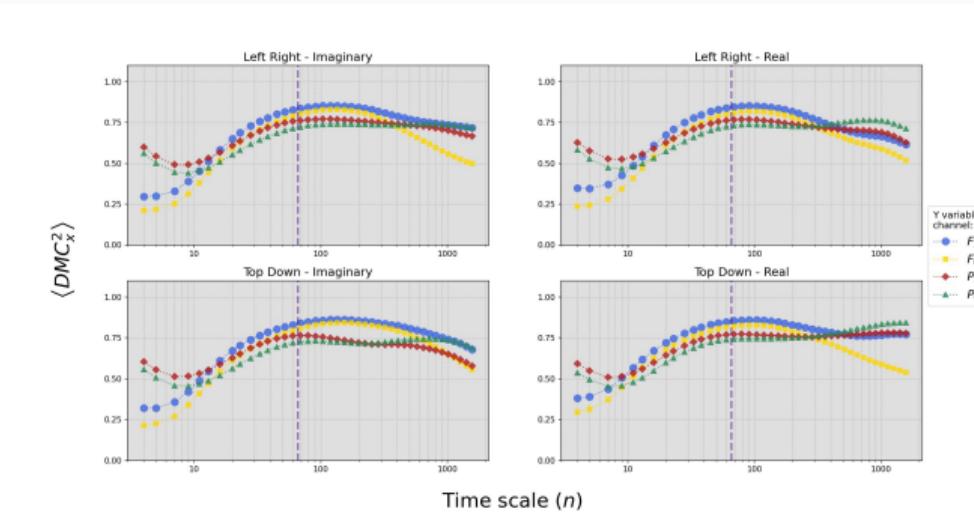
**Figure 6:** Mean values of  $DMC_x^2 \times n$  for all Tasks: Left/Right (Imaginary), Left/Right (Real), Top/Down (Imaginary), and Top/Down (Real) for the S014 subject.

## Artigo 02



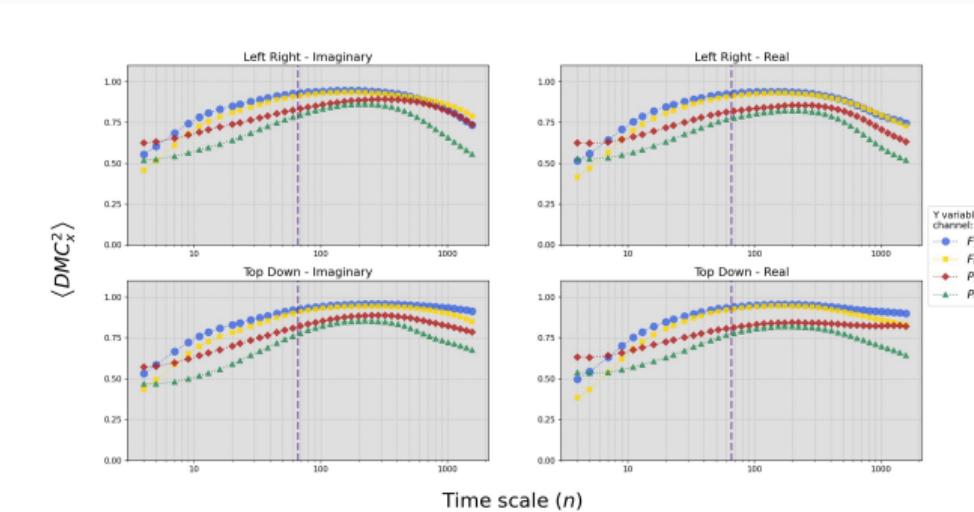
**Figure 7:** Mean values of  $DMC_x^2 \times n$  for all Tasks: Left/Right (Imaginary), Left/Right (Real), Top/Down (Imaginary), and Top/Down (Real) for the S036 subject.

## Artigo 02



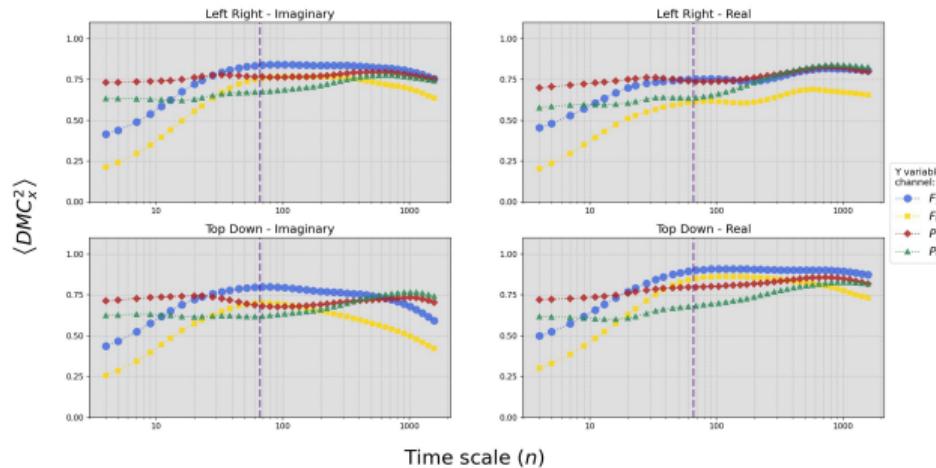
**Figure 8:** Mean values of  $DMC_x^2 \times n$  for all Tasks: Left/Right (Imaginary), Left/Right (Real), Top/Down (Imaginary), and Top/Down (Real) for the S039 subject.

## Artigo 02



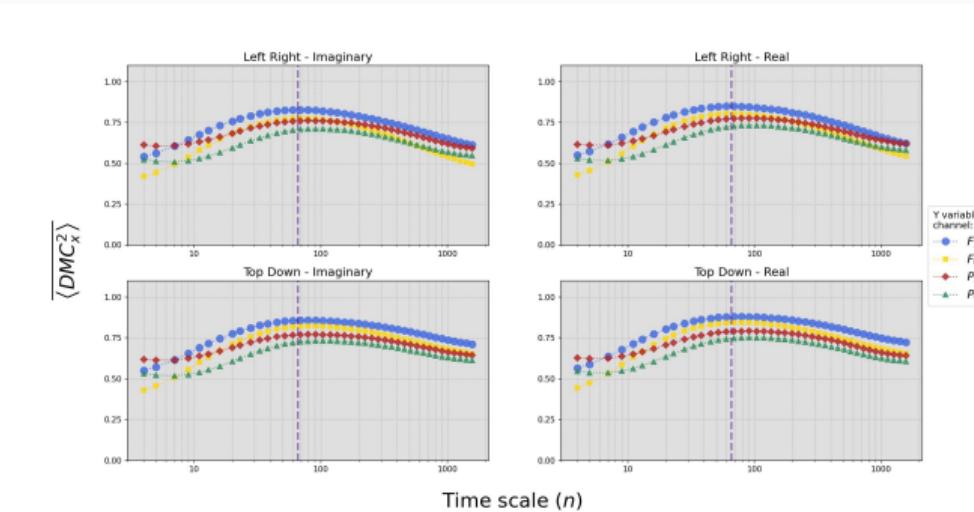
**Figure 9:** Mean values of  $DMC_x^2 \times n$  for all Tasks: Left/Right (Imaginary), Left/Right (Real), Top/Down (Imaginary), and Top/Down (Real) for the S078 subject.

## Artigo 02



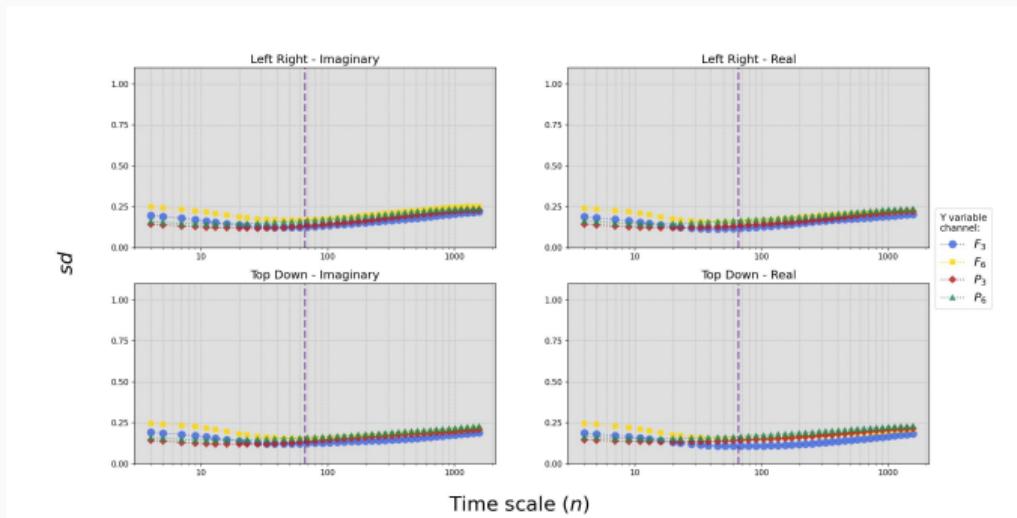
**Figure 10:** Mean values of  $DMC_x^2 \times n$  for all Tasks: Left/Right (Imaginary), Left/Right (Real), Top/Down (Imaginary), and Top/Down (Real) for the S099 subject.

## Artigo 02



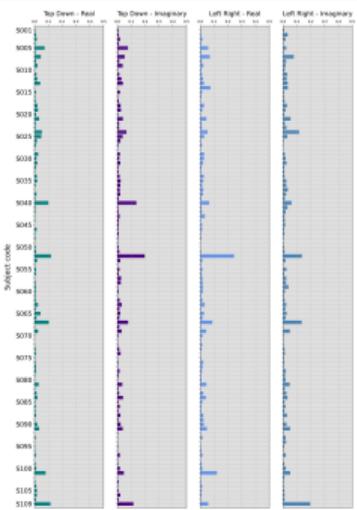
**Figure 11:**  $DMC_x^2 \times n$  mean global for all Subjects and Tasks: Left/Right (Imaginary), Left/Right (Real), Top/Down (Imaginary), and Top/Down (Real).

## Artigo 02

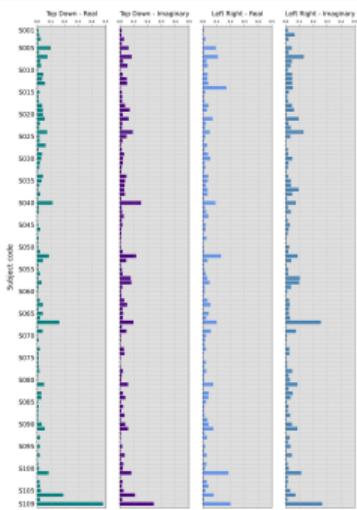


**Figure 12:** Standard deviation,  $sd$ , of the global mean for all Subjects and Tasks.

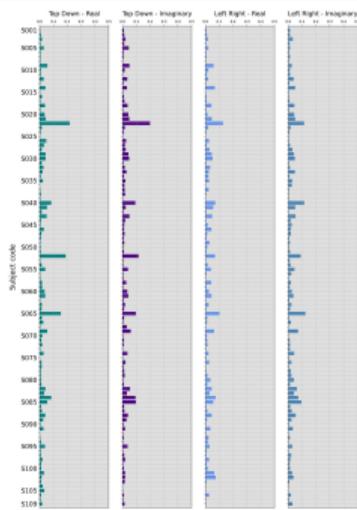
# Artigo 02



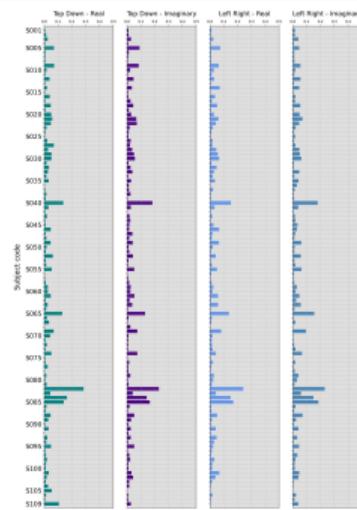
**Figure 13:** MSE  
for the Channel  $F_3$ .



**Figure 14:** MSE  
for the Channel  $F_6$ .



**Figure 15:** MSE  
for the Channel  $P_3$ .



**Figure 16:** MSE  
for the Channel  $P_6$ .

## Algoritmo registrado - 01

$$\begin{aligned} DMC_x^2 &= \left( \rho_{X_2, X_3}^2 \times \rho_{Y, X_1}^2 - \rho_{Y, X_1}^2 + \rho_{X_1, X_3}^2 \times \rho_{Y, X_2}^2 - \rho_{Y, X_2}^2 \right. \\ &\quad + 2 \times \rho_{X_1, X_2} \times \rho_{Y, X_1} \times \rho_{Y, X_2} - 2 \times \rho_{X_1, X_3} \times \rho_{X_2, X_3} \times \rho_{Y, X_1} \\ &\quad + \rho_{X_1, X_2}^2 \times \rho_{Y, X_3}^2 - \rho_{Y, X_3}^2 + 2 \times \rho_{X_1, X_3} \times \rho_{Y, X_1} \times \rho_{Y, X_3} \\ &\quad - 2 \times \rho_{X_1, X_2} \times \rho_{X_2, X_3} \times \rho_{Y, X_1} \times \rho_{Y, X_3} \\ &\quad - 2 \times \rho_{X_1, X_2} \times \rho_{X_1, X_3} \times \rho_{Y, X_2} \times \rho_{Y, X_3} \\ &\quad \left. + 2 \times \rho_{X_2, X_3} \times \rho_{Y, X_2} \times \rho_{Y, X_3} \right) \Bigg/ \\ &\quad \left( \rho_{X_1, X_2}^2 + \rho_{X_1, X_3}^2 + \rho_{X_2, X_3}^2 - 2 \times \rho_{X_1, X_2} \times \rho_{X_1, X_3} \times \rho_{X_2, X_3}^{-1} \right) \end{aligned} \tag{7}$$

# Algoritmo registrado

**Figure 17:** Registro de Software



## Algoritmo - biblioteca Python/Zig

```
pip install zebende  
(https://pypi.org/project/zebende/)
```

exemplos:

```
(https://255ribeiro.github.io/paper\_zebendelib/notebooks/test\_nb.html)
```

# Algoritmo - biblioteca Python/Zig

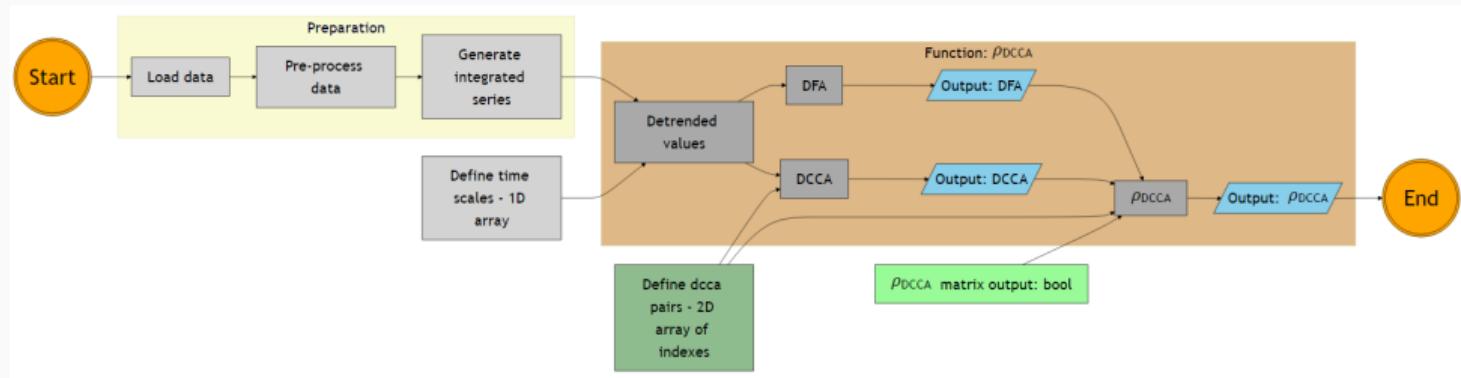
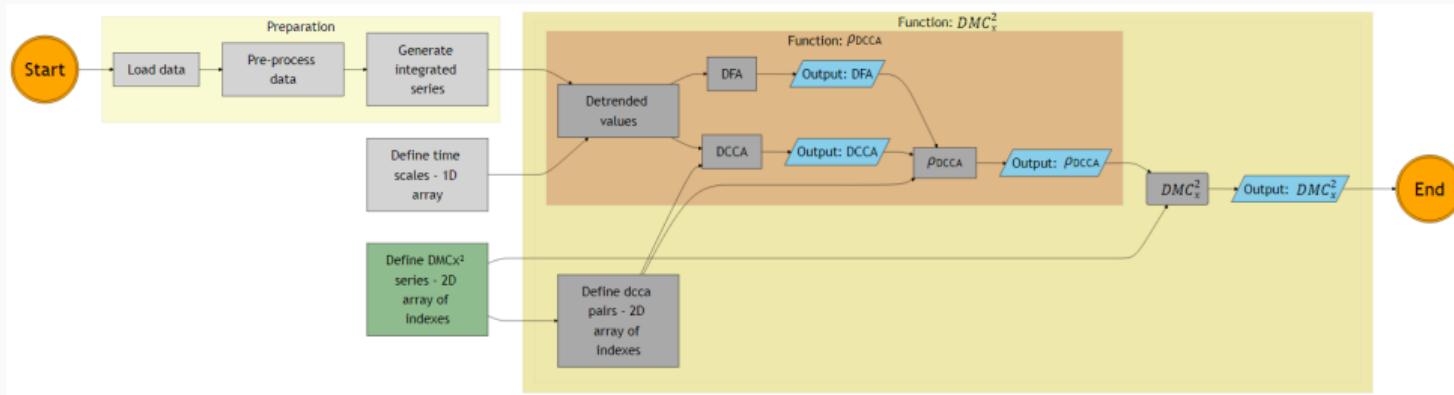


Figure 18:  $\rho_{DCCA}$  flowchart.

# Algoritmo - biblioteca Python/Zig



**Figure 19:**  $DMC_x^2$  flowchart.

## Otimização

Proposta por Hartmann et al. (2013) para o *DFA*, transposta para o *DCCA* e  $\rho_{DCCA}$  por Kaposzta et al. (2022).

$$\forall 1 < i \leq (N - n), \sum_{k=i}^{i+n} T_k = \left( \sum_{j=i-1}^{(i+n)-1} T_j \right) - T_{i-1} + T_{i+n} \quad (8)$$

$$\forall 1 < i \leq (N - n), \sum_{k=i}^{i+n} T_k^2 = \left( \sum_{j=i-1}^{(i+n)-1} T_j^2 \right) - T_{i-1}^2 + T_{i+n}^2 \quad (9)$$

## Otimização

$$\forall 1 < i \leq (N - n), \sum_{k=i}^{i+n} S_k = \left( \sum_{j=i-1}^{(i+n)-1} S_j \right) - S_{i-1} + S_{i+n} \quad (10)$$

$$\forall 1 < i \leq (N - n), \sum_{k=i}^{i+n} (S_k \times T_k) = \left( \sum_{j=i-1}^{(i+n)-1} (S_j \times T_j) \right) - (S_{i-1} \times T_{i-1}) + (S_{i+n} \times T_{i+n}) \quad (11)$$

## Otimização Detrended Saved i

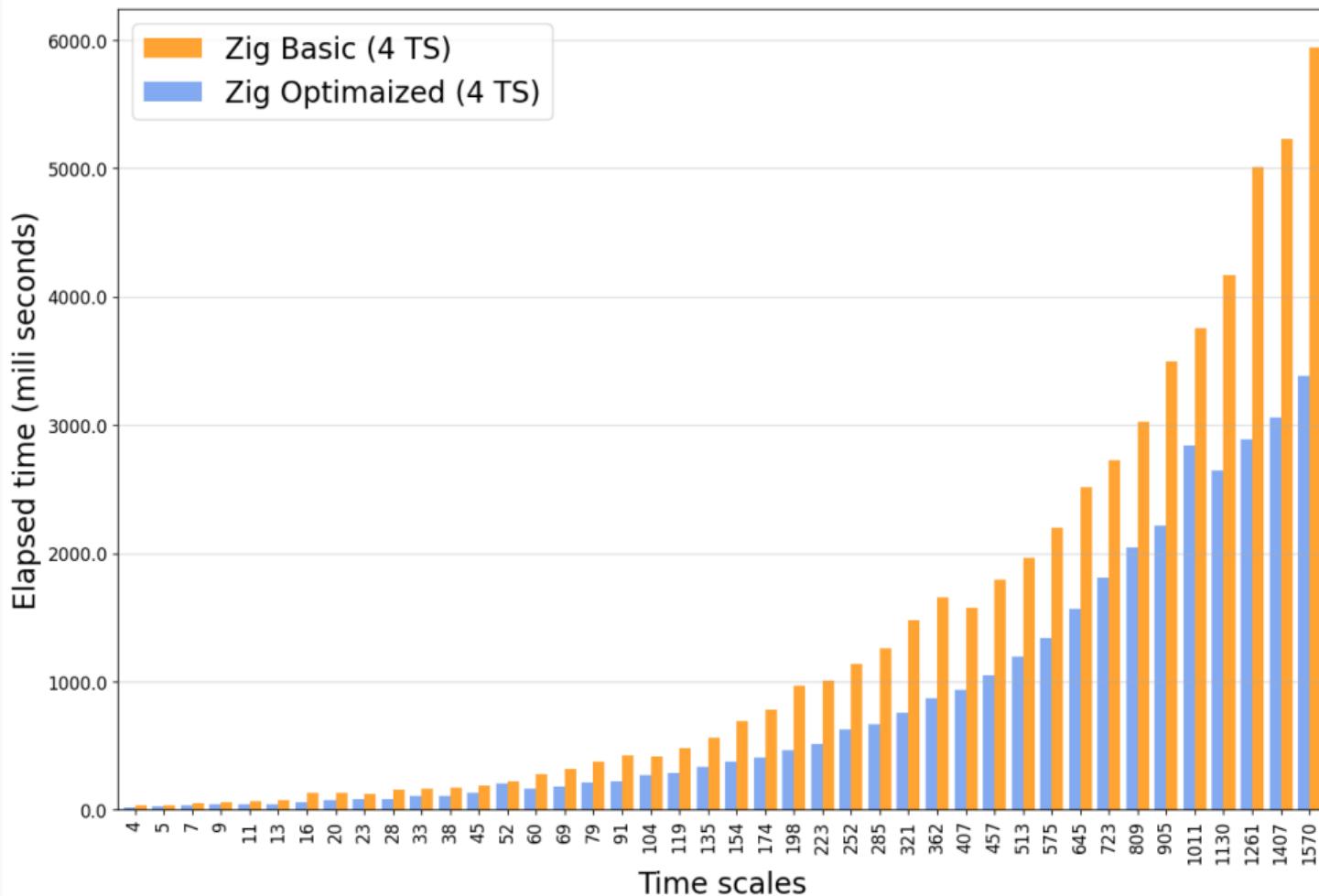
- 4.a **Calculando o Detrended Value:** Para cada série  $X^j$  (incluindo a variável dependente) onde  $1 \leq j \leq m$ , sendo  $m$  o número de séries temporais; para cada escala temporal, em cada caixa  $i$ , calcula-se o valor de  $DV_{k,i}^j = (X_{k,i}^j - \widetilde{X}_{k,i}^j)$  e armazena-se em uma matriz. A matrix tem por dimensões  $m, n + 1$ , onde cada linha corresponde a uma série temporal e as colunas correspondem ao número de pontos em cada caixa.
- 4.b **Cálculo da função  $f_{DFA}^2$  para cada caixa:** Calcula-se o valor do  $DFA$  :

$$f_{DFA}^2(n, i) = \frac{1}{1+n} \sum_{k=i}^{i+n} (DV_{k,i}^{j1})^2;$$

- 4.c **Cálculo da função  $f_{DCCA}^2$  em cada caixa:** com a matriz  $DV$  devidamente preenchida, para uma das  $N - n$  caixas de uma mesma escala temporal a função é calculada para todas as combinações de séries temporais duas à duas por:

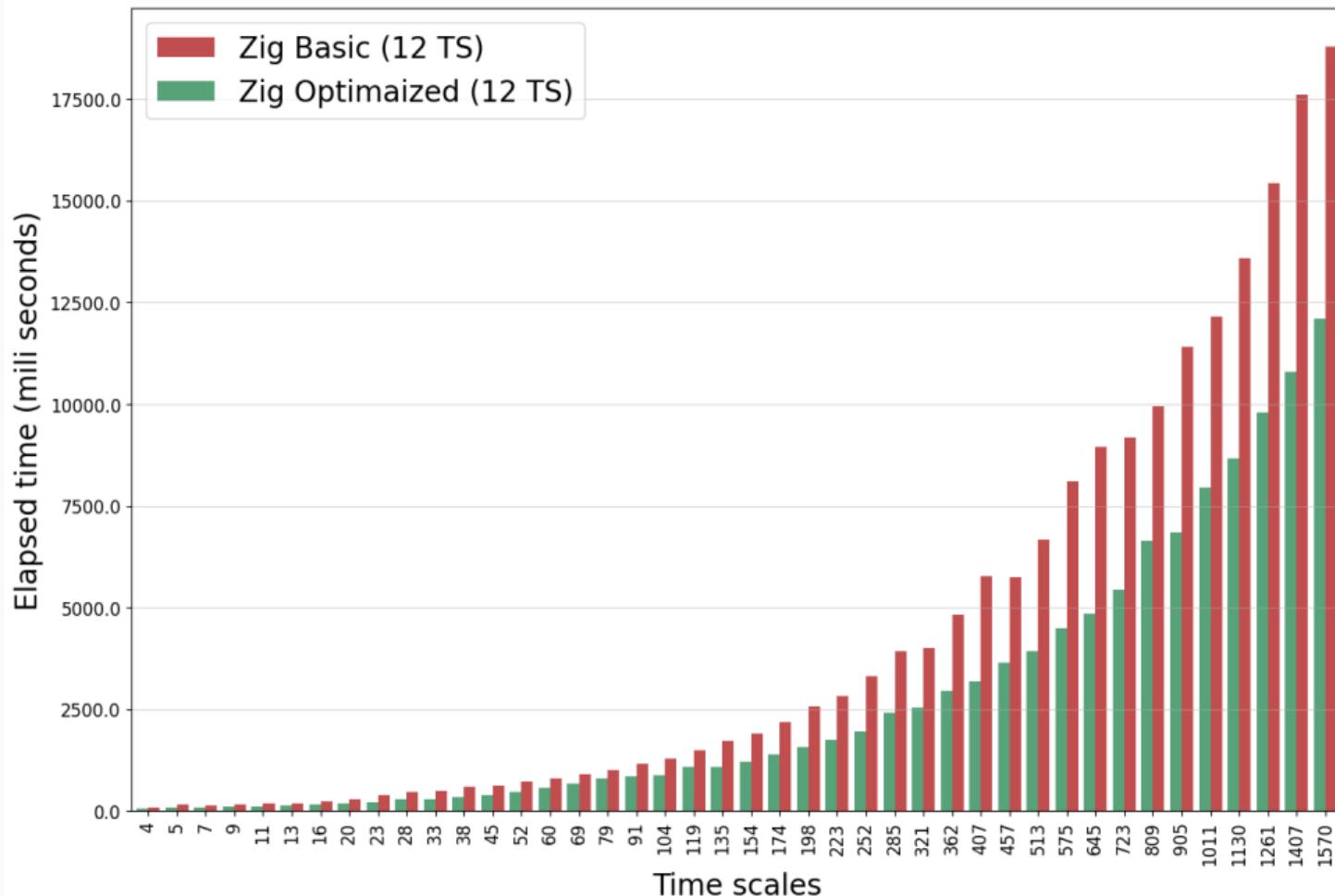
$$f_{DCCA}^2(n, i) = \frac{1}{1+n} \sum_{k=i}^{i+n} (DV_{k,i}^{j1}) \times (DV_{k,i}^{j2})$$

- 4.d **Retomando o algorítimo padrão:** Após o cálculo de todas as caixas, aplica-se o passo 5 do *DFA* e *DCCA*.



**Table 2:** Elapsed Time Comparison with four series

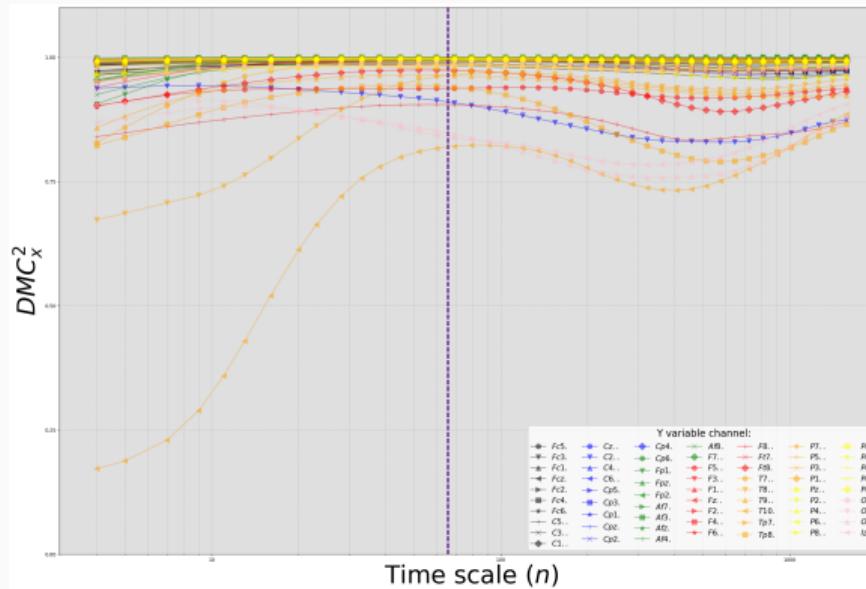
Package	Implementation	Elapsed Time(s)	Performance Increase
Zebende	Zig (opt)	35.88	-
Zebende	Zig (basic)	59.74	66.50%
DCCA	Python	447.67	1,147.69%
DCCA	R-Java	2,206.2	6,048.83%
Zebende	Python	3,076.23	8,473.66%
DFA	R	28,116.00	78,261.20%



**Table 3:** Elapsed Time Comparison with twelve series

Package	Implementation	Elapsed Time(s)	Performance Increase
Zebende	Zig (opt)	120.55	-
Zebende	Zig (basic)	213.08	76.64%
Zebende	Python	3,761.40	3,020.20%
DCCA	Python	4,675.17	3,778.20%
DCCA	R-Java	28,980.00	23,939.82%
DFA	R	309,276.00	256,454.13%

# Maximização do coeficiente $DMC_x^2$ utilizando matriz $\rho_{DCCA}$ e $DPDCCA$



**Figure 22:**  $DMC_x^2$  de todo os canais do experimento para cada canal como variável dependente.

## Maximização do coeficiente $DMC_x^2$ utilizando matriz $\rho_{DCCA}$ e $DPDCCA$

**Table 4:** Maximização do  $DMC_x^2$ .  $n = 4$ ,  $count = 8$ , referência= 0.6726

Critério	canais selecionados	valor	percentual
$\rho_{DCCA}$	T8 Fc6 C6 Cp6 F6 F8 Ft8 P4 P6	0.6330	94.1108%
$ \rho_{DCCA} $	T8 Fc6 C6 Cp6 F6 F8 Ft8 P4 P6	0.6330	94.1108%
$\Sigma DPDCCA$	T8 Fc6 C6 Cp6 F2 F4 F6 F8 Ft8	0.6329	94.0908%
$DPDCCA$	T8 C6 Cp6 Fp2 Afz F3 F4 Ft8 P6	0.5686	84.5341%
Random	T8 P6 P5 C1 F1 F4 Cp6 Fc1 F6	0.3138	46.6517%

## Maximização do coeficiente $DMC_x^2$ utilizando matriz $\rho_{DCCA}$ e $DPDCCA$

**Table 5:** Maximização do  $DMC_x^2$ .  $n = 69$ ,  $count = 8$ , referência= 0.9643

Critério	canais selecionados	valor	percentual
$\rho_{DCCA}$	T8 Fc4 Fc6 C4 C6 Cp6 F6 Ft8 Tp8	0.9581	99.3548%
$ \rho_{DCCA} $	T8 Fc4 Fc6 C4 C6 Cp6 F6 Ft8 Tp8	0.9581	99.3548%
$\Sigma DPDCCA$	T8 Fc6 C6 Cp6 Ft8 T10 Tp8 P6 P8	0.9597	99.5189%
$DPDCCA$	T8 C6 Cp6 Ft8 T7 T10 Tp7 Tp8 P8	0.9572	99.2568%
Random	T8 Fp1 Po7 F7 P6 Cp3 C3 Po4 P2	0.8083	83.8165%

# $\rho_{DCCA}$ : Matriz de correlação

Figure 23: Matriz de correlação do  $\rho_{DCCA}$ .

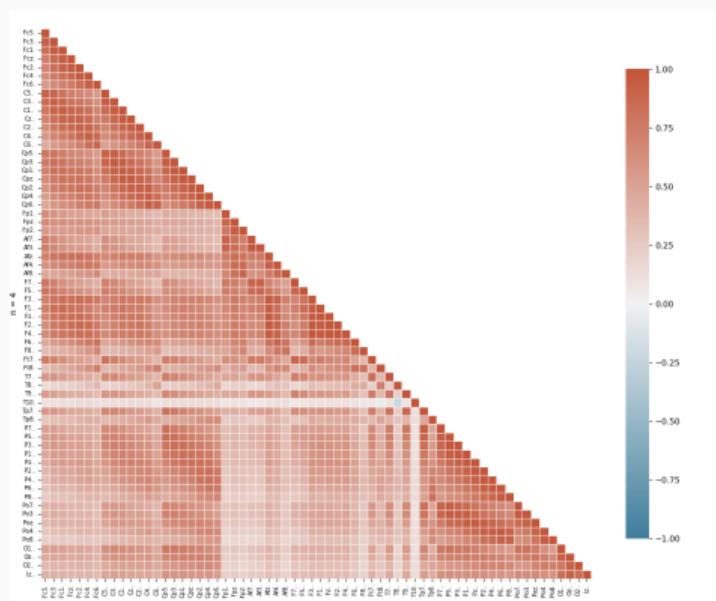


Figure 24:  $\rho_{DCCA} \quad n = 4$

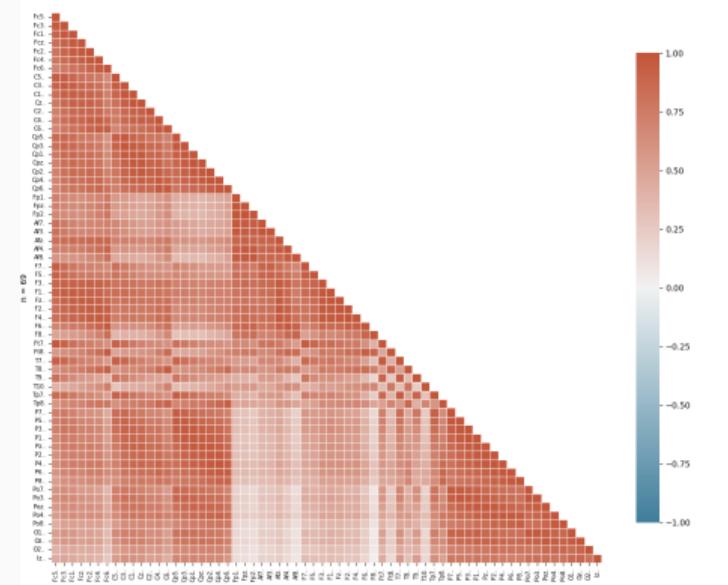


Figure 25:  $\rho_{DCCA} \quad n = 69$

# DPDCCA: Matriz de correlação

Figure 26: Matriz de correlação do DPDCCA

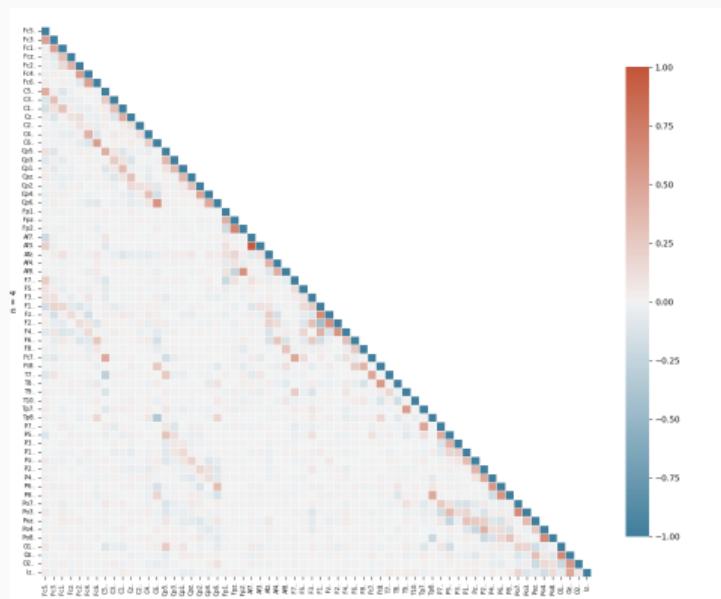


Figure 27: DPDCCA  $n = 4$

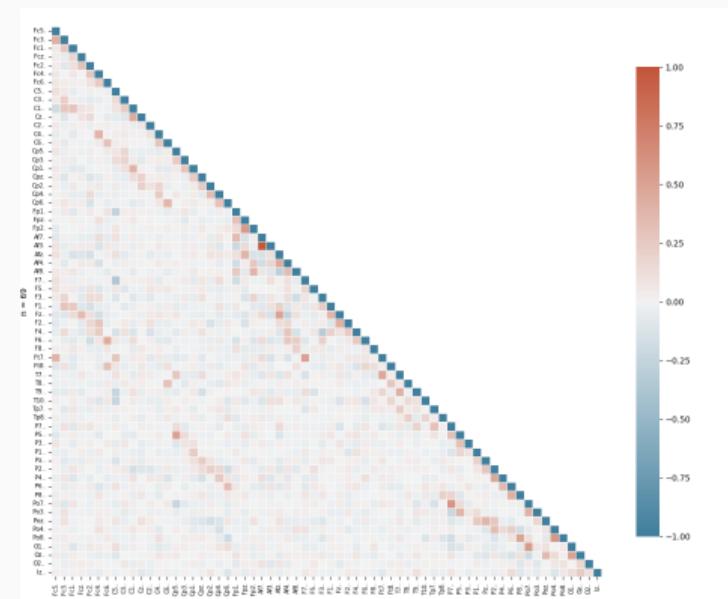
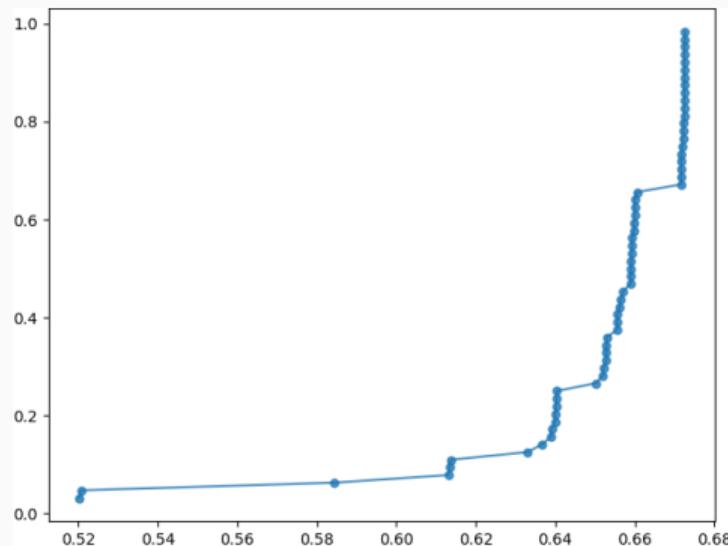


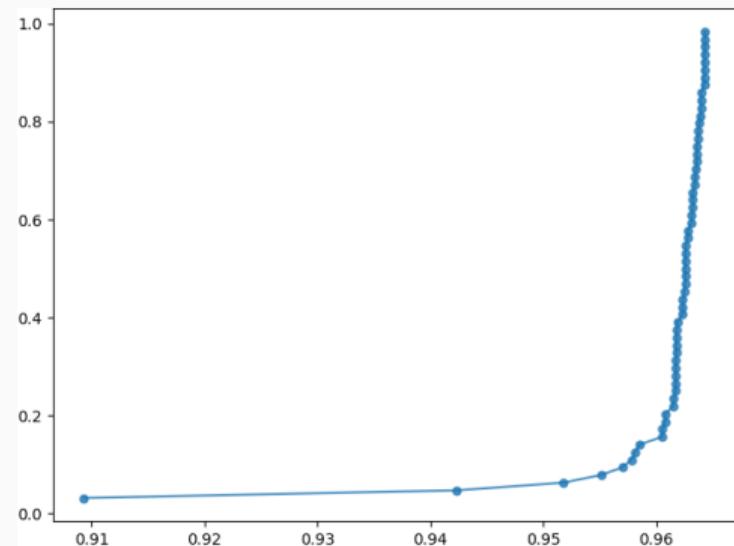
Figure 28: DPDCCA  $n = 69$

# DPDCCA: Matriz de correlação

**Figure 29:** Matriz de correlação do *DPDCCA*



**Figure 30:** Channel: Tf8  $n = 4$



**Figure 31:** Channel: Tf8  $n = 69$

## DPDCCA: Matriz de correlação

Figure 32: Matriz de correlação do DPDCCA

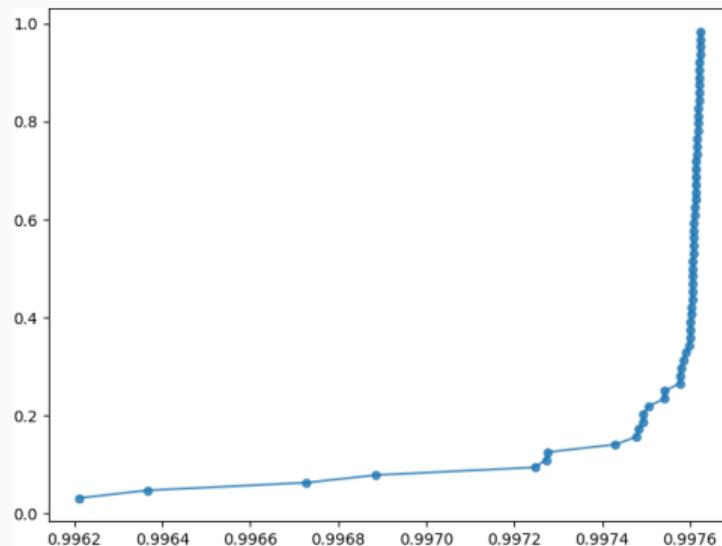


Figure 33: Channel: Af3  $n = 4$

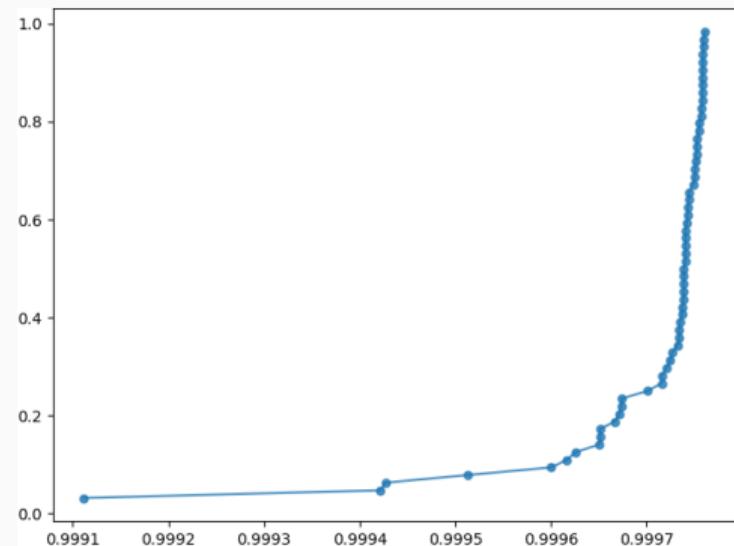


Figure 34: Channel: Af3  $n = 69$

## Conclusões

---

## Conclusões

- A hipótese 1 da Tese (É possível otimizar os cálculos do  $\rho_{DCCA}$  e do  $DMC_x^2$  .) foi validada.
- A hipótese 2 (Com maior poder de cálculo o a aplicação dos coeficientes seria potencializada.) foi validada.
- A hipótese 3 (Uma ferramenta adequada para o cálculo dos coeficientes seria um impulso na utilização e divulgação destes.) só será validada ou descartada com o tempo.

## Trabalhos Futuros

- O pacote *Zebende* continua sua evolução, mudanças na usabilidade de certas funções serão implementadas, assim como novos algoritmos devem fazer parte da biblioteca.
- Investigar a possibilidade de implementar paralelismo no cálculo das funções e coeficientes, tanto em *CPU* quanto em *GPU*.
- investigar, através da ferramenta computacional criada, explorar critérios de proximidade entre séries temporais e a sua aplicabilidade como seleção de atributos para algoritmos de aprendizado de máquina.
- Investigar bancos de dados ligados ao Urbanismo

## Referências

---



ADARSH, S. et al. Multifractal description of daily rainfall fields over India.

*Journal of Hydrology*, v. 586, p. 124913, 2020. ISSN 0022-1694. 26



AFUECHETA, E.; OMAR, M. H. Characterization of variability and trends in daily precipitation and temperature extremes in the Horn of Africa. *Climate Risk Management*, v. 32, p. 100295, 2021. ISSN 2212-0963.

**26**



ASLAM, F. et al. Interplay of multifractal dynamics between shadow policy rates and energy markets. *The North American Journal of Economics and Finance*, v. 71, p. 102085, 2024. ISSN 1062-9408.

**25**



Bermudez-Edo, M.; BARNAGHI, P.; MOESSNER, K. Analysing real world data streams with spatio-temporal correlations: Entropy vs. Pearson correlation. *Automation in Construction*, v. 88, n. May 2017, p. 87–100, 2018. ISSN 09265805.

8

 BIANCHI, S.; LONGO, A.; PLASTINO, W. A new methodological approach for worldwide beryllium-7 time series analysis. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 501, p. 377–387, 2018. ISSN 0378-4371.

25

 CHATTERJEE, S.; GHOSH, D. Impact of Global Warming on SENSEX fluctuations — A study based on Multifractal detrended cross correlation analysis between the temperature anomalies and the SENSEX fluctuations. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 571, p. 125815, 2021. ISSN 0378-4371.

26

 CHEN, Y. et al. DCCA cross-correlation coefficients reveals the change of both synchronization and oscillation in EEG of Alzheimer disease patients. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 490, p. 171–184, 2018. ISSN 0378-4371.

25

 CHEN, Y. et al. Cross-correlation and multifractality analysis of the Chinese and American stock markets based on the MF-DCCA model. *Heliyon*, v. 10, n. 17, p. e36537, 2024. ISSN 2405-8440.

25

 Contreras-Reyes, J. E.; Jeldes-Delgado, F.; CARRASCO, R. Jensen-Detrended Cross-Correlation function for non-stationary time series with application to Latin American stock markets. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 654, p. 130115, 2024. ISSN 0378-4371.

25

 EMC EDUCATION SERVICE. *Data Science and Big Data Analytics: Discovering, Analyzing, Visualizing and Presenting Data*. Indianapolis, Indiana, USA: JOHN WILEY \& SONS, 2015. ISBN 978-1-118-87605-3 1-118-87605-9 978-1-118-87613-8 1-118-87613-X 978-1-118-87622-0 1-118-87622-9.

7

 FILHO, A. M.; da Silva, M.; ZEBENDE, G. Autocorrelation and cross-correlation in time series of homicide and attempted homicide. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 400, p. 12–19, 2014. ISSN 0378-4371.

26

 FILHO, F. O. et al. Statistical study of the EEG in motor tasks (real and imaginary). *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 622, p. 128802, 2023. ISSN 0378-4371.

25

 FILHO, F. O. et al. Statistical study of the EEG in motor tasks (real and imaginary). *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 622, p. 128802, jul. 2023. ISSN 03784371.

29

 GE, X.; LIN, A. Quantifying the direct and indirect interactions for EEG signals by using detrended permutation mutual information. *Chaos, Solitons & Fractals*, v. 176, p. 114155, 2023. ISSN 0960-0779.

25

 GHOSH, D. et al. Chaos based nonlinear analysis to study cardiovascular responses to changes in posture. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 512, p. 392–403, 2018. ISSN 0378-4371.

25

 HARTMANN, A. et al. Real-time fractal signal processing in the time domain. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 392, n. 1, p. 89–102, jan. 2013. ISSN 03784371.

48

 HE, H.-d. Multifractal analysis of interactive patterns between meteorological factors and pollutants in urban and rural areas. *Atmospheric Environment*, v. 149, p. 47–54, 2017. ISSN 1352-2310.

26

 KAPOSZTA, Z. et al. Real-Time Algorithm for Detrended Cross-Correlation Analysis of Long-Range Coupled Processes. *Frontiers in Physiology*, v. 13, p. 817268, mar. 2022. ISSN 1664-042X.

48

 KAR, A.; CHATTERJEE, S.; GHOSH, D. Multifractal detrended cross correlation analysis of Land-surface temperature anomalies and Soil radon concentration. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 521, p. 236–247, 2019. ISSN 0378-4371.

26

 LI, T. et al. Identifying the possible driving mechanisms in Precipitation-Runoff relationships with nonstationary and nonlinear theory approaches. *Journal of Hydrology*, v. 639, p. 131535, 2024. ISSN 0022-1694.

26

 LI, Z.; TIAN, Y. Skewed multifractal cross-correlation between price and volume during the COVID-19 pandemic: Evidence from China and European carbon markets. *Applied Energy*, v. 371, p. 123716, 2024. ISSN 0306-2619.

25

 OLIVEIRA, J. B. et al. Paradox between adequate sanitation and rainfall in dengue fever cases. *Science of The Total Environment*, v. 860, p. 160491, 2023. ISSN 0048-9697.

26

 PENG, C.-K. et al. Mosaic Organization of DNA Nucleotides. v. 49, n. 2, p. 1685–1689, 1994.

17, 18

 PODOBNIK, B.; STANLEY, H. E. Detrended cross-correlation analysis: A new method for analyzing two nonstationary time series. *Physical Review Letters*, v. 100, n. 8, 2008. ISSN 00319007.

19, 20

 QIN, L. et al. A multi-index fusion prediction method for dynamic seismic damage of an arch dam. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, v. 179, p. 108559, 2024. ISSN 0267-7261.

25

 SANTOS, F. R. et al. Detection of the persistency of the blockages symmetry influence on the multi-scale cross-correlations of the velocity fields in internal turbulent flows in pipelines. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 509, p. 294–301, 2018. ISSN 0378-4371.

26

 SHADKHOO, S.; JAFARI, G. R. Multifractal detrended cross-correlation analysis of temporal and spatial seismic data. *The European Physical Journal B*, v. 72, n. 4, p. 679–683, dez. 2009. ISSN 1434-6028, 1434-6036.

25

 SHEN, C.-h.; LI, C.-l.; SI, Y.-l. A detrended cross-correlation analysis of meteorological and API data in Nanjing, China. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 419, p. 417–428, 2015. ISSN 0378-4371.

26

 SHI, K. Detrended cross-correlation analysis of temperature, rainfall, PM10 and ambient dioxins in Hong Kong. *Atmospheric Environment*, v. 97, p. 130–135, 2014. ISSN 1352-2310.

26

 SHI, K. et al. Detrended cross-correlation analysis of urban traffic congestion and NO<sub>2</sub> concentrations in Chengdu. *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, v. 61, p. 165–173, 2018. ISSN 1361-9209.

25

 SHIN, K.-H. et al. Neural network and regression methods for optimizations between two meteorological factors. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 523, p. 778–796, 2019. ISSN 0378-4371.

26

 WANG, G. J. et al. Random matrix theory analysis of cross-correlations in the US stock market: Evidence from Pearson's correlation coefficient and detrended cross-correlation coefficient. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier B.V., v. 392, n. 17, p. 3715–3730, 2013. ISSN 03784371.

12

 YU, D.-L.; LI, W.-J.; ZHOU, Y. Analysis of trends in air temperature at Chinese stations considering the long-range correlation effect. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 533, p. 122034, 2019. ISSN 0378-4371.

26

 YUAN, N.; FU, Z. Different spatial cross-correlation patterns of temperature records over China: A DCCA study on different time scales. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 400, p. 71–79, 2014. ISSN 0378-4371.

26

 YUAN, N. et al. Detrended Partial-Cross-Correlation Analysis: A New Method for Analyzing Correlations in Complex System. *Scientific Reports*, v. 5, n. 1, p. 8143, jan. 2015. ISSN 2045-2322.

24

 ZEBENDE, G. et al.  $\rho$ DCCA applied between air temperature and relative humidity: An hour/hour view. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 494, p. 17–26, 2018. ISSN 0378-4371.

26

 ZEBENDE, G.; da Silva, P.; FILHO, A. M. Study of cross-correlation in a self-affine time series of taxi accidents. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 390, n. 9, p. 1677–1683, 2011. ISSN 0378-4371.

25

 ZEBENDE, G.; FILHO, A. M. Cross-correlation between time series of vehicles and passengers. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 388, n. 23, p. 4863–4866, 2009. ISSN 0378-4371.

25

 ZEBENDE, G. F. DCCA cross-correlation coefficient: Quantifying level of cross-correlation. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier B.V., v. 390, n. 4, p. 614–618, 2011. ISSN 03784371.

21

 ZEBENDE, G. F.; SILVA, A. M. Detrended Multiple Cross-Correlation Coefficient. *Physica A*, Elsevier B.V., v. 510, p. 91–97, 2018. ISSN 0378-4371.

22

 ZHANG, C.; NI, Z.; NI, L. Multifractal detrended cross-correlation analysis between PM2.5 and meteorological factors. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 438, p. 114–123, 2015. ISSN 0378-4371.

26

**Obrigado**

---