1 题 3) This year marks the 100th anniversary of the founding of the Communist Party of China (CPC).

是命题，真值为 True。

4 题 求主析取范式。$(P\land Q)\lor(\neg P\land R)\lor(Q\land R)$

一些同学求错了，求成合取范式了；还有同学的析取子式不全对，对一项得 1 分。

方法一：等值推演法

$(P\land Q)\lor(\neg P\land R)\lor(Q\land R)$

$\Leftrightarrow(P\land Q\land(\neg R\lor R))\lor(\neg P\land R\land(\neg Q\lor Q))\lor(Q\land R\land(\neg P\lor P))$

$\Leftrightarrow(P\land Q\land R)\lor(P\land Q\land\neg R)\lor(\neg P\land\neg Q\land R)\lor(\neg P\land Q\land R)$

方法二:真值表法

5 题 In the questions below suppose the variable x represents students and y represents courses, and:

$U(y)$: y is an upper-level course $M(y)$: y is a math course $F(x)$: x is a freshman

$A(x)$: x is a part-time student $T(x,y)$: student x is taking course y.

Write the statement using these predicates and any needed quantifiers.

b) There is a part-time student who is not taking any math course.

$\exists x\forall y\ (A(x)\ \land\ (M(y)\rightarrow\neg T(x, y)))$

c) Every part-time freshman is taking some upper-level course.

$\forall x\exists y\ [(F(x)\land A(x))\rightarrow(U(y)\land T(x, y))]$

6 题求前束范式，

$((\forall x)P(x)\lor(\exists y)Q(y))\rightarrow(\forall x)R(x)$

$\equiv((\forall x)P(x)\lor(\exists y)Q(y))\rightarrow(\forall z)R(z)$ 异变元换名原则

$\equiv(\forall x\exists y)(P(x)\lor Q(y))\rightarrow(\forall z)R(z)$ 异变元量词自由进出原则

$\equiv(\exists x\forall y)\ ((P(x)\lor Q(y)\rightarrow(\forall z)R(z))$ 蕴含式前件量词辖域扩张,量词反转

$\equiv(\exists x\forall y\forall z)\ ((P(x)\lor Q(y)\rightarrow R(z))$ 蕴含式后件量词辖域扩张,量词不变

7 题 Determine whether the following two propositions are logically equivalent:

(1) $\exists x\,\forall y\,(A(x)\rightarrow B(y))$ and $\forall x\,A(x)\rightarrow\forall y B(y)$ [**Yes**]

8 题 In the questions below suppose the variable x represents students, $F(x)$ means "x is a freshman", and $M(x)$ means "x is a math major". Match the statement in symbols with one of the English statements in this list:

h) $\forall x\,(\neg M(x)\lor\neg F(x))$. [**3**] No math major is a freshman.

9 题 In the questions below suppose $P(x,y)$ is a predicate and the universe for the variables x and y is {1,2,3}. Suppose $P(1,3)$, $P(2,1)$, $P(2,2)$, $P(2,3)$, $P(3,1)$, $P(3,2)$ are true, and $P(x,y)$ is false otherwise. Determine whether the following statements are true.

d) $\forall y\exists x\,(P(x,y)\rightarrow P(y,x))$. [**True**]

10 题 Show that the arguments. If Superman were able and willing to prevent evil, he would

do so. If Superman were unable to prevent evil, he would be impotent; if he were unwilling to prevent evil, he would be malevolent. Superman does not prevent evil. If Superman exists, he is neither impotent nor malevolent. Therefore, Superman does not exist.

前半部分要给出 6 个语句的命题逻辑描述，3 分；

后半部分推理过程 5 分，错一步扣 1 分，全部不写推理依据扣 3 分，某些步骤不写依据酌情扣分。

证：

（1）设 A 表示超人能够防止邪恶，W 表示超人愿意防止邪恶，P 表示超人防止了邪恶；I 表示超人是无能的，M 表示超人是恶意的，E 表示超人存在。

前提表示为：

$A\wedge W\to P$,

$\neg A\to I$,

$\neg W\to M$,

$\neg P$,

$E\to\neg I\wedge\neg M$.

结论表示为： $\neg E$.

（2）推理过程：

序号	逻辑式	依据
1	$A\wedge W\to P$	前提 1
2	$\neg P$	前提 4
3	$\neg(A\wedge W)$	由 1，2 用拒取式
4	$\neg A\vee\neg W$	德摩根律
5	$\neg A\to I$	前提 2
6	$A\vee I$	由 5 蕴含等值式
7	$A\vee I\vee SE$	由 6 附加律
8	$\neg A\to(I\vee M)$	由 7 用蕴含等值式
9	$\neg W\to M$	前提 3
10	$W\vee M$	由 9 蕴含等值式
11	$W\vee M\vee I$	由 10 附加律
12	$\neg W\to(I\vee M)$	由 11 用蕴含等值式
13	$(\neg A\vee\neg W)\to(I\vee M)$	由 8,12 用蕴含等价式
14	$I\vee M$	由 4,13 用假言推理
15	$\neg(\neg I\wedge\neg M)$	由 14 用德摩根律
16	$E\to\neg I\wedge\neg M$	前提 5
17	$\neg E$	由 15，16 用拒取式

11 题：Are these propositions consistent?

Rainy days make gardens grow.

Gardens don't grow if it is not hot.

It always rains on a day if it is not hot.

4 分，给出答案 1 分，命题符号化 1 分，论证 2 分。

答：Not consistent.

Let r denote rainy days, g denote gardens grow, h denote It is hot.

$r\to g$

$\neg h \rightarrow \neg g$

$\neg h \rightarrow r$

As $\neg h \rightarrow r$ and $r \rightarrow g$, so $\neg h \rightarrow g$. but $\neg h \rightarrow \neg g$, then contradiction.

12 题：Hypotheses: Everyone in the class has a graphing calculator. Everyone who has a graphing calculator understands the trigonometric functions. Conclusion: Ralphie, who is in the class, understands the trigonometric functions. Give an argument using the rules of inference to show that conclusion from the hypotheses.

前半部分 3 分，包括：给出命题函数定义，可得 2 分（缺或错，扣 1 分）；用逻辑式正确表示前提和结论，可得 1 分（缺或错，扣 1 分）。

后半部分推理过程 5 分，错一步扣 1 分，全部不写推理依据扣 3 分，某些步骤不写依据酌情扣分。

解：

前半部分：

Let S(x)：x is a student in the class, P(x)：x has a graphing calculator. Q(x)：x understands the trigonometric functions.

Hypotheses: $\forall x(S(x) \rightarrow P(x))$, $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$, S(Ralphie)

Conclusion: Q(Ralphie)

后半部分：注意证明过程不唯一，且和前提表达有关。

解法 1：

No	Assertion	Reasons
1	$\forall x\ (S(x) \rightarrow P(x))$	Hypothesis （前提）
2	S(Ralphie) → P(Ralphie)	Univ. instantiation using Step 1（全称实例）
3	$\forall x\ (P(x) \rightarrow Q(x))$	Hypothesis（前提）
4	P(Ralphie) → Q(Ralphie)	Univ. instantiation using Step 3（全称实例）
5	S(Ralphie) → Q(Ralphie)	Hypothetical syllogism using Steps 2 & 4（假言三段论）
6	S(Ralphie)	Hypothesis（前提）
7	Q(Ralphie)	Modus ponens using Steps 2 and 3（假言推理）

解法 2：限定个体域

Universe of Discourse：All the students in the class.

Let P(x)：x has a graphing calculator. Q(x)：x understands the trigonometric functions.

Hypotheses: $\forall x\ P(x)$, $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$, Ralphie in U.

Conclusion: Q(Ralphie)

No	Assertion	Reasons
1	$\forall x\ P(x)$	Hypothesis （前提）
2	P(Ralphie)	Univ. instantiation using Step 1（全称实例）
3	$\forall x\ (P(x) \rightarrow Q(x))$	Hypothesis（前提）
4	P(Ralphie) → Q(Ralphie)	Univ. instantiation using Step 3（全称实例）
5	Q(Ralphie)	Modus ponens using Steps 2 and 4（假言推理）

或者

4 Q(Ralphie) Universal modus ponens using Steps 2 and 3（全称假言推理）

14 题证明题，Prove or disprove that

1）If $a+b$ is irrational, then a or b is irrational.

2）If $a+b$ is irrational, then a and b are irrational.

第一小题，错的多数是不知道 irrational 是无理数的单词，或者忘记有理数的数学定义了。论证关键是使用反证法，过程和教材 1.7 中证明两个有理数的和一定是有理数一样。

第二小题，不成立，要求举出反例。错误原因多数是不知道 irrational 是无理数的单词。

disproof: Counterexamples

$\sqrt{2}$ is a irrational. 0 is a rational. But $\sqrt{2}+0=\sqrt{2}$ is a irrational.