Escuela Superior de Física y Matemáticas
Ecuaciones Diferenciales Parciales I
Problemario 2022

Intrucciones: Resuelva los ejercicios de la manera más detallada, completa y clara posible.

1. Resuelva las siguientes ecuaciones, para $u(x, y)$.
   (a) $\frac{\partial u}{\partial x} = 0$
   (b) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$

2. Resuelva las ecuaciones de primer orden.
   (a) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - u = 0$
   (b) $u_{xy} + u_x = 0$
   (c) $x\frac{\partial u}{\partial x} + 3u = x^2$

3. La ecuación $u_t + cu_x + \lambda u = f(x, t)$ puede resolverse introduciendo las variables $\zeta = x - ct$, $\tau = t$.
   (a) Use la regla de la cadena para demostrar que $u_\tau + \lambda u = f(\zeta + c\tau, \tau)$, la cual es una ecuación diferencial ordinaria de primer orden en la variable τ y donde ζ es un parámetro.
   (b) Resuelva la ecuación $u_t + u_x - u = t$ utilizando la técnica descrita.

4. Resuelva las ecuaciones de primer orden para $u(x, y)$ con las condiciones de frontera dadas.
   (a) $x\frac{\partial u}{\partial x} + xy = u$, $u = 2y$ sobre la línea $x = 1$.
   (b) $1 + x\frac{\partial u}{\partial x} = xu$, $u(x, 0) = x$.
   (c) $\frac{\partial U}{\partial x} = \sin y$, $\quad U(0, y) = 0$
   (d) $u_y - u_x = 0$, con $u(x, 0) = e^{-3x^2}$

5. Use el método de separación de variables para resolver las ecuaciones de primer orden para $U(x, y)$ con las condiciones de frontera dadas.
   (a) $\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} = U$, para $U(0, y) = 2e^{-y} + 3e^{-2y}$.
   (b) $4\frac{\partial Y}{\partial t} + \frac{\partial Y}{\partial x} = 3Y$, para $Y(x, 0) = 4e^{-x} - e^{-5x}$.

6. Clasifique las ecuaciones de segundo orden de dos variables con coeficientes constantes y redúzcalas a su forma canónica.
   (a) $u_{xx} + 8u_{xy} + 16u_{yy} = 0$
   (b) $9u_{xx} + 10u_{xy} + u_{yy} + 2u_x - u_y + xy = 0$
   (c) $2u_{xx} + 4u_{xy} + 5u_{yy} - u = 0$

7. Encuentre la solución general de las ecuaciones de segundo orden de dos variables con coeficientes constantes, reduciéndolas primero a su forma canónica.
   (a) $2u_{xx} + 6u_{xy} - 5u_{yy} = 1$