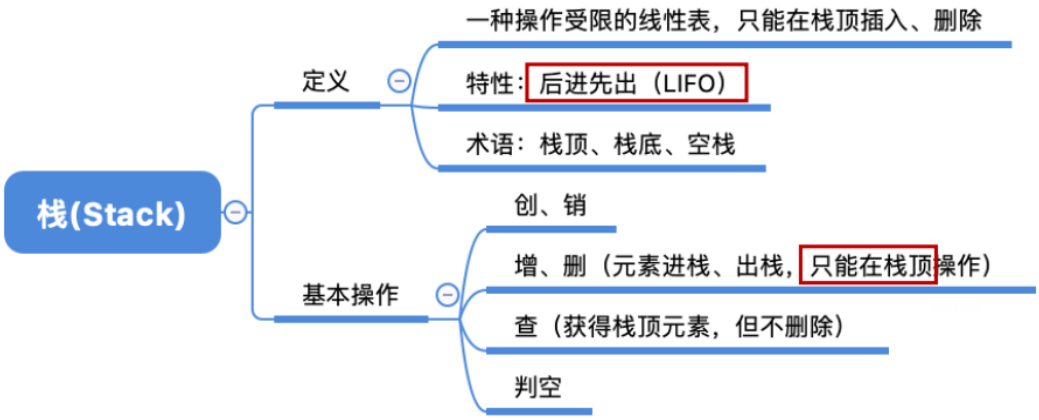
第三章、栈和队列

一、栈（Stack）的基本概念

知识总览：



栈的定义： 栈（Stack）是只允许 *在一端* 进行 *插入或删除* 操作的 *线性表* 。

栈顶（Top）： 线性表允许插入删除的一端。

栈底（Bottom）：固定的，不允许插入删除的另一端。

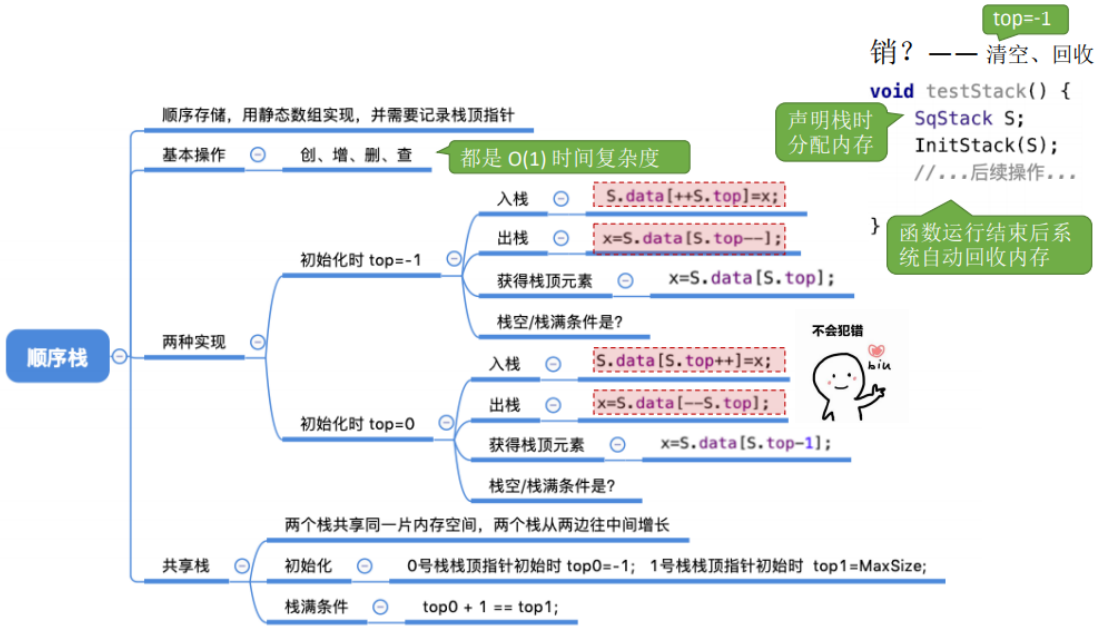
空栈： 不含任何元素的空表。

栈的操作特性为后进先出（$LastInFirstOut, LIFO$）

栈的数学性质：n个不同元素进栈，出栈元素不同排序的个数为$\frac{1}{n+1}C_{2n}^{n}$。上述公式称为卡特兰数。

二、顺序栈

知识总览：



顺序栈的定义：

```
#define MaxSize 10      // 定义栈中元素的最大个数
typedef struct{
    ElemType data[MaxSize];// 静态数组存放栈中元素
    int top;     // 栈顶指针
}SqStack;
```

top 指向栈顶元素

初始化栈：

```
void InitStack(SqStack &S){
    S.top = -1; // 初始化栈顶指针
}
```

判空：

```
bool StackEmpty(SqStack S) {
    if(S.top == -1)
        return true;
    else
        return false;
}
```

进栈操作：

```
bool Push(SqStack &S,ElemType x) {
    if(S.top > MaxSize-1)
        return false;
    S.data[++S.top] = x;
    return true;
}
```

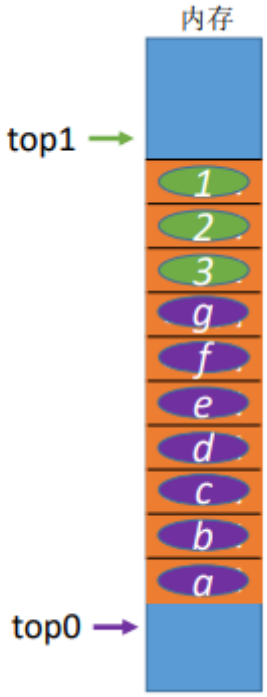
出栈操作：

```
bool Pop(SqStack &S,ElemType &x) {
    if(S.top == -1)
        return false;
    x = S.data[S.top--];
    return true;
}
```

读栈顶元素：

```
bool GetTop(SqStack S,ElemType &x) {
    if(S.top == -1)
        return false;
    x = S.data[S.top];
    return true;
}
```

共享栈： 两个栈共享同一片空间



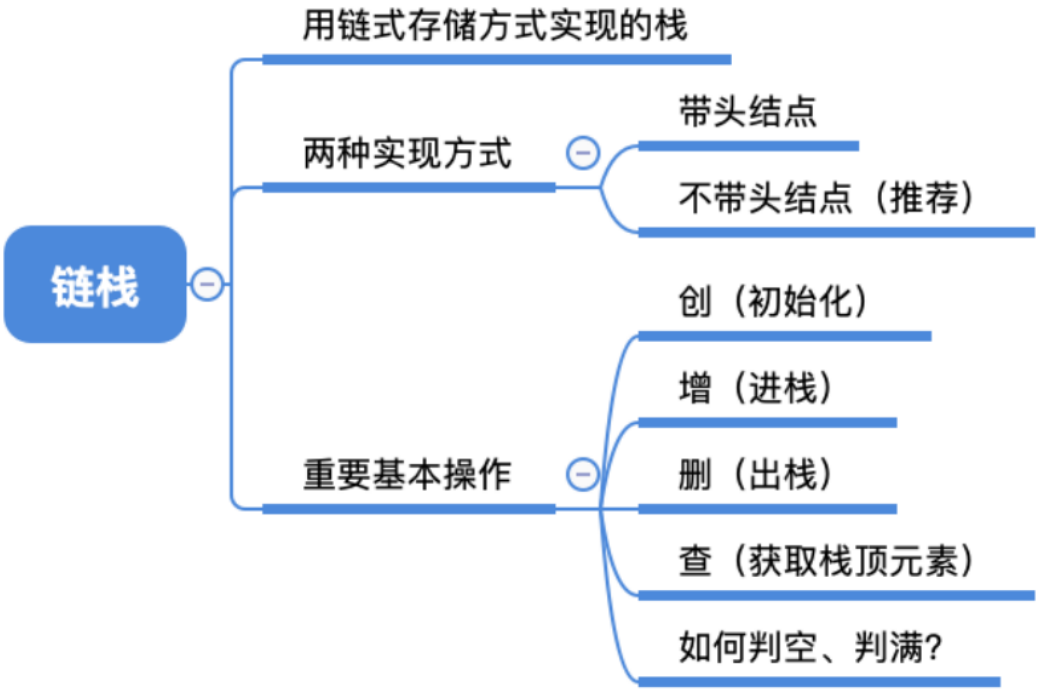
定义：

```
#define MaxSize 10      // 定义栈中元素的最大个数
typedef struct{
    ElemType data[MaxSize];// 静态数组存放栈中元素
    int top0;   // 0号栈顶指针
    int top1;   // 1号栈顶指针
}ShStack;
```

栈满的条件： $top0 + 1 == top1$

三、链栈

知识总览：



链栈的定义：

```
typedef struct Linknode{
    ElemType data;// 数据域
    struct Linknode *next;// 指针域
}LinkNode,*LiStack;
```

初始化栈：

```
// 带头结点
void InitStack(LiStack &S){
    S = (LiStack)malloc(sizeof(Linknode));
    S->next = NULL;
}
```

进栈：

```
bool Push(LiStack &S,ElemType x){
    if(S==NULL)
        return false;
    Linknode *p = (Linknode*)malloc(sizeof(Linknode));
    p.data = x;
    p->next = S->next;
    S->next = p;
    return true;
}
```

出栈：

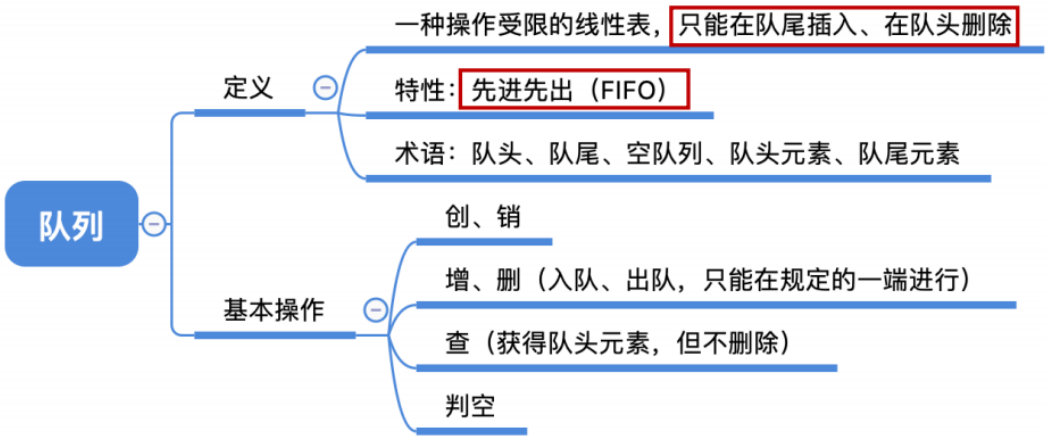
```
bool Pop(LiStack &S,ElemType &x) {
    if(S==NULL)
        return false;
    x = S.data;
    Linknode *p = S;
    S = p->next;
    free(p);
    return true;
}
```

读取栈顶元素：

```
bool GetTop(LiStack &S,ElemType &x) {
    if(S==NULL)
        return false;
    x = S.data;
    return true;
}
```

四、队列（Queue）的基本概念

知识总览：



队列的定义： 是只允许 *在一端进行插入（入队）* ，在 *另一端删除出队* 的 *线性表* 。

队头： 允许删除元素的一端

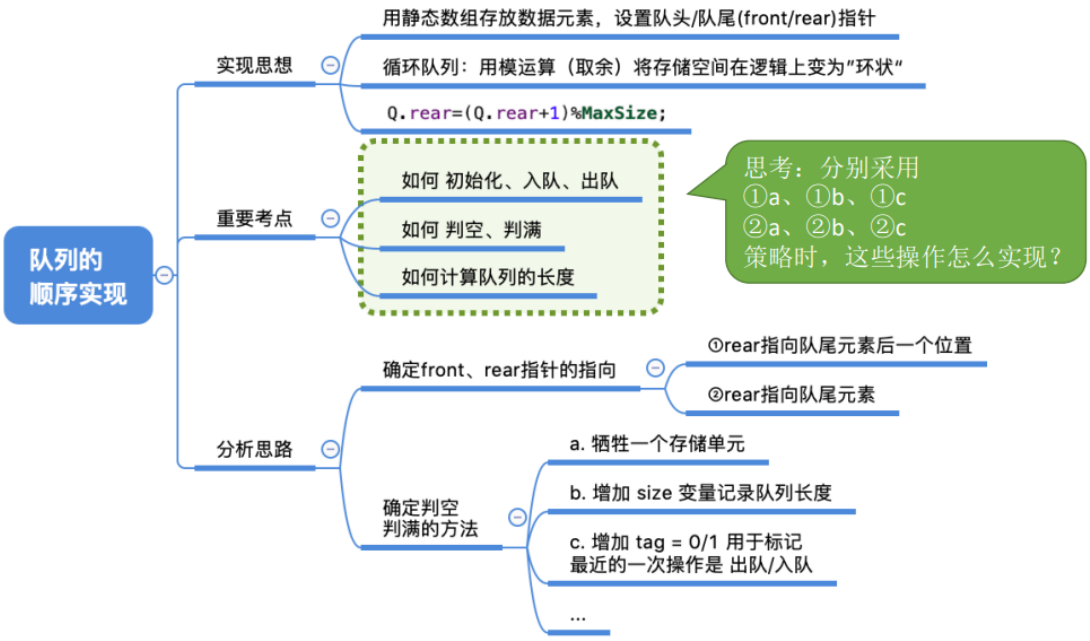
队尾： 允许插入元素的一端

空队列： 不含任何元素的空表

特点：先进先出$FirstInFirstOut(FIFO)$

五、队列的顺序实现

知识总览：



定义：

```
#define MaxSize 10
typedef struct{
    ElemType data[MaxSize];
    int front,rear; // 队头指针和队尾指针
}SqQueue;
```

初始化：

```
void InitQueue(SqQueue &Q) {
    Q.front = Q.rear = 0;
}
```

判空：

```
bool QueueEmpty(SqQueue Q) {
    if(Q.rear == Q.front)
        return true;
    else
        return false;
}
```

循环队列——入队：

```
bool EnQueue(SqQueue &Q,ElemType x) {
    // 判断队列是否满
    // 存在弊端的入队，浪费一个存储空间
    if((Q.rear+1)%MaxSize == Q.front)
        return false;
    Q.data[Q.rear] = x;
    Q.rear = (Q.rear+1)%MaxSize;
    return true;
}
```

循环队列——出队：

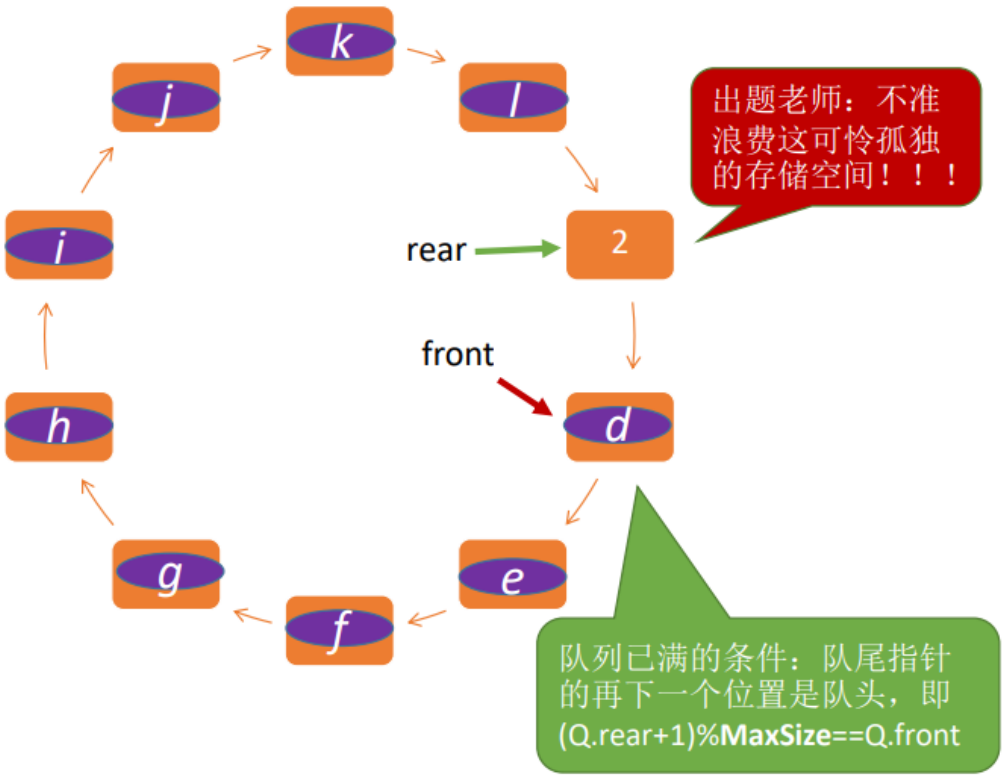
```
bool DeQueue(SqQueue &Q,ElemType &x){
    if(Q.front == Q.rear)
        return false;
    x = Q.data[Q.front];
    Q.front = (Q.front+1)%MaxSize;
    return true;
}
```

循环队列——获取值

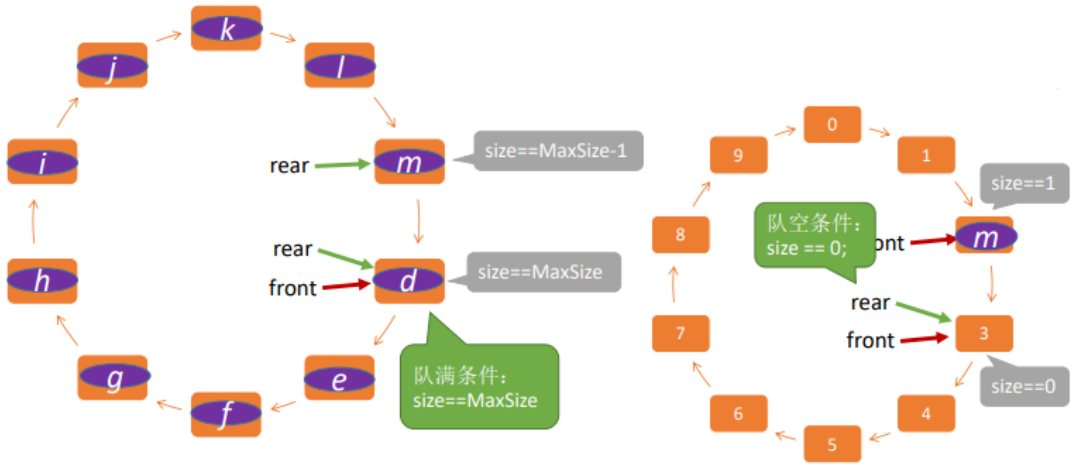
```
bool GetHead(SqQueue Q,ElemType &x){
    if(Q.front == Q.rear)
        return false;
    x = Q.data[Q.front];
    return true;
}
```

注意：队列判断已满/已空

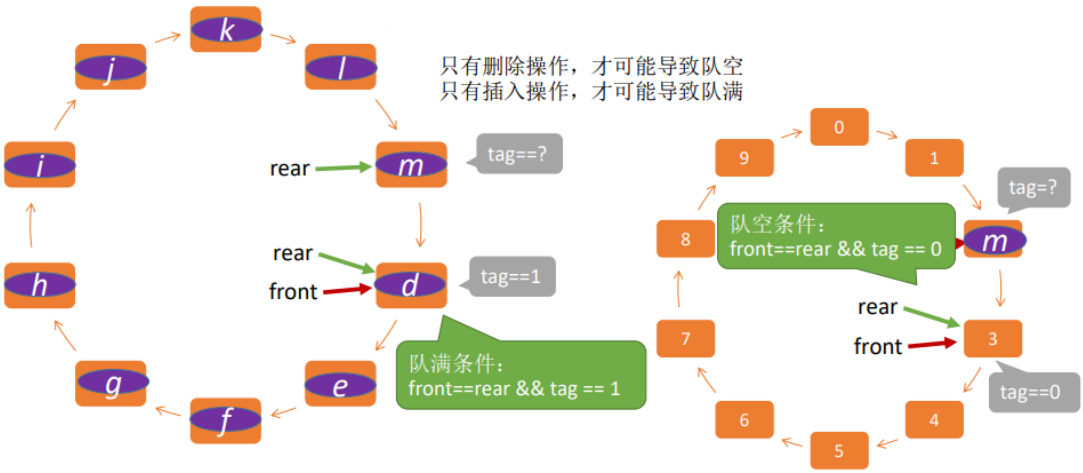
方案一：会浪费一个空间



方案二：用一个变量记录存入数据的大小。

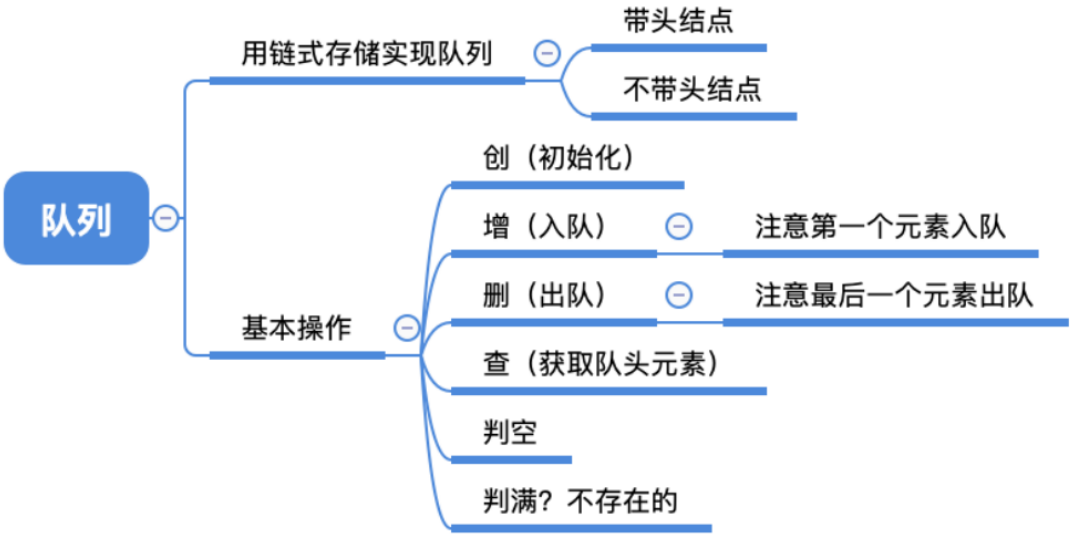


方案三：用一个变量记录最后一步操作。



六、队列链式实现

知识总览：



定义：

```c
typedef struct LinkNode{
    ElemType data;
    struct LinkNode *next;
}LinkNode;
typedef struct{
    LinkNode *front,*rear;
}LinkQueue;
```

初始化：(带头结点)

```c
void InitQueue(LinkQueue &Q){
    Q->front = (LinkNode *)malloc(sizeof(LinkNode));
    Q->rear = Q.front;
    Q->front->next = NULL;
}
```

判空：(带头结点)

```c
bool IsEmpty(LinkQueue Q) {
    if(Q->front->next == NULL)
        return true;
    else
        return false;
}
```

入队：

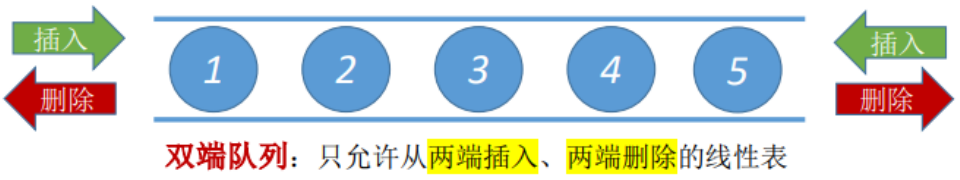
```c
// (带头结点)
void EnQueue(LinkQueue &Q,ElemType x) {
    LinkNode* s = (LinkNode *)malloc(sizeof(LinkNode));
    s->data = x;
    s->next = NULL;
    Q.rear->next = s;
    Q.rear = s;
}
// (不带头结点)
void EnQueue(LinkQueue &Q,ElemType x) {
    LinkNode* s = (LinkNode *)malloc(sizeof(LinkNode));
    s->data = x;
    s->next = NULL;
    if(Q.front == NULL) {
        Q.front = s;
        Q.rear = s;
    } else {
        Q.rear->next = s;
        Q.rear = s;
    }
}
```

出队：

```c
// 带头结点
bool DeQueue(LinkQueue &Q,ElemType &x) {
```

```
    if(Q.front==Q.rear)
        return false;
    LinkNode *p = Q.front->next;
    x = p->data;
    Q.front->next = p->next;
    if(p == Q.rear)
        Q.rear = Q.front;
    free(p);
    return true;
}
// 不带头结点
bool DeQueue(LinkQueue &Q,ElemType &x) {
    if(Q.front == Q.rear)
        return false;
    LinkNode *p = Q.front;
    x = p->data;
    Q.front = p->next;
    if(p == Q.rear){
        Q.front = NULL;
        Q.rear = NULL;
    }
    free(p);
    return true;
}
```

双端队列：



双端队列：只允许从两端插入、两端删除的线性表

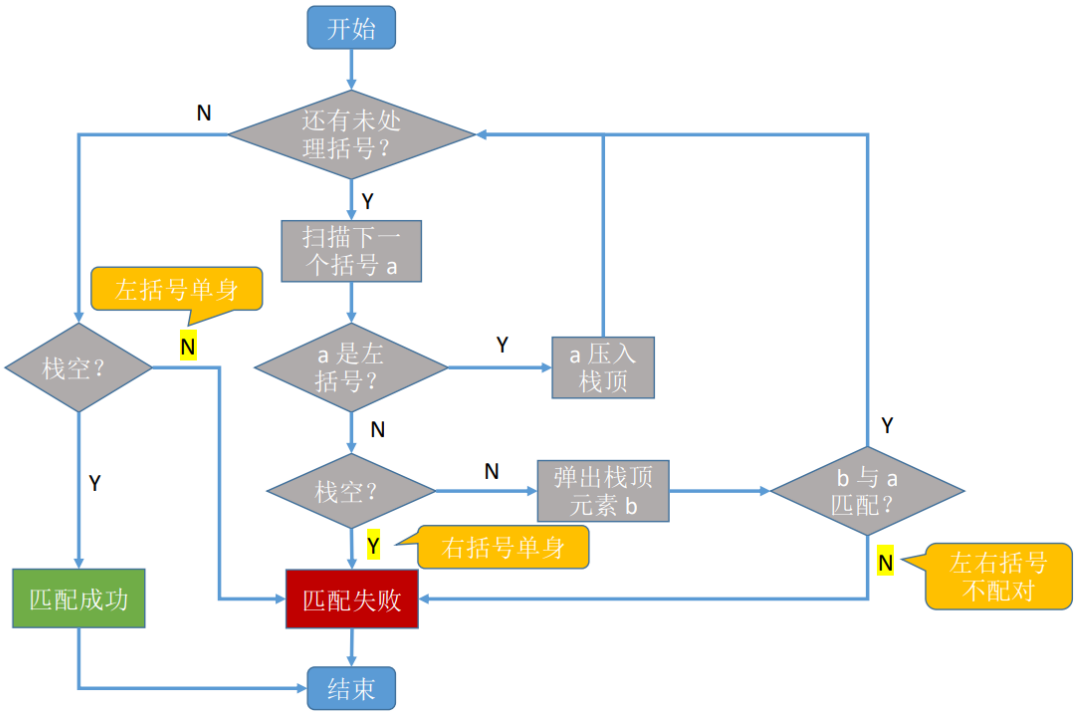
输入受限的双端队列：只允许从一端插入、两端删除的线性表

输出受限的双端队列：只允许从两端插入、一端删除的线性表

七、栈的应用

1.栈在括号匹配中的应用

流程:



实现:

栈的基本操作实现

```
typedef struct StackNode{
    char data;
    struct StackNode* next;
}StackNode,*LinkStack;
void InitStack(LinkStack &S) {
    S = NULL;
}
// 判空
bool StackEmpty(LinkStack S){
    if(S == NULL)
        return true;
    else
        return false;
}
// 入栈(无头结点)
bool Push(LinkStack &S,char x) {
    StackNode *p = (StackNode *)malloc(sizeof(StackNode));
    p->data = x;
    p->next = S;
    S = p;
    return true;
}
// 出栈(无头结点)
bool Pop(LinkStack &S,char &x){
    if(S==NULL)
        return false;
    StackNode *p = S;
```

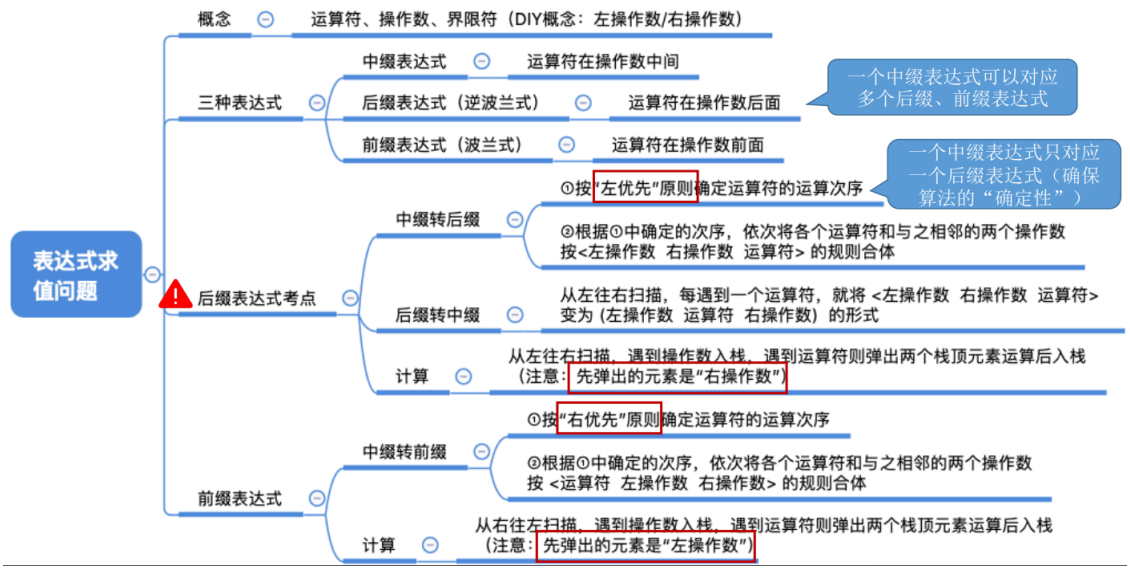
```
    x = p->data;
    S = p->next;
    free(p);
    return true;
}
```

括号匹配实现：

```
bool bracketCheck(char str[],int length){
    LinkStack S;
    InitStack(S);
    for(int i = 0;i<length;i++){
        if(str[i]=='('||str[i]=='['||str[i]=='{')
            Push(S,str[i]);
        else{
            if(StackEmpty(S))
                return false;
            char topElem;
            Pop(S,topElem);
            if(str[i]==')'&&topElem!='(')
                return false;
            if(str[i]==']'&&topElem!='[')
                return false;
            if(str[i]=='}'&&topElem!='{')
                return false;
        }
    }
    return StackEmpty(S);
}
```

2.栈在表达式求值中的应用

知识总览：



- 中缀表达式：运算符在两个操作数中间
- 后缀表达式：运算符在两个操作数后面
- 前缀表达式：运算符在两个操作数前面

中缀转后缀的手算方法：

> ① 确定中缀表达式中各个运算符的运算顺序
>
> ② 选择下一个运算符，按照「左操作数 右操作数 运算符」的方式组合成一个新的操作数
>
> ③ 如果还有运算符没被处理，就继续 ②
>
> *“左优先”原则：只要左边的运算符能先计算，就优先算左边的*

中缀表达式转后缀表达式（机算）

> 初始化一个栈，用于保存暂时还不能确定运算顺序的运算符。 从左到右处理各个元素，直到末尾。可能遇到三种情况：
>
> ① 遇到操作数。直接加入后缀表达式。
>
> ② 遇到界限符。遇到“(”直接入栈；遇到“)”则依次弹出栈内运算符并加入后缀表达式，直到 弹出“(”为止。注意：“(”不加入后缀表达式。 ③ 遇到运算符。依次弹出栈中优先级高于或等于当前运算符的所有运算符，并加入后缀表达式， 若碰到“(” 或栈空则停止。之后再把当前运算符入栈。

用栈实现后缀表达式的计算：

> ①从左往右扫描下一个元素，直到处理完所有元素
>
> ②若扫描到操作数则压入栈，并回到①；否则执行③
>
> ③若扫描到运算符，则弹出两个栈顶元素，执行相应运算，运算结果压回栈顶，回到①

中缀转前缀的手算方法：

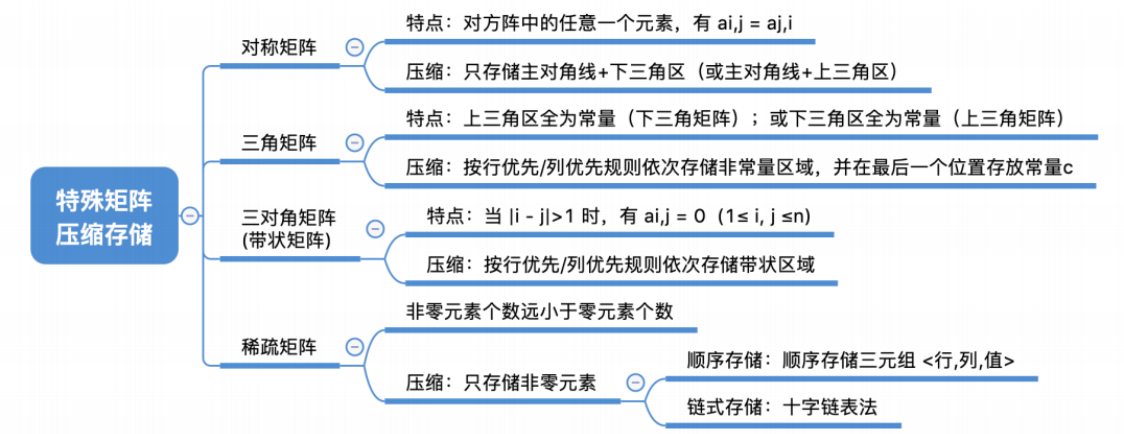
> ① 确定中缀表达式中各个运算符的运算顺序
>
> ② 选择下一个运算符，按照「运算符 左操作数 右操作数」的方式组合成一个新的操作数
>
> ③ 如果还有运算符没被处理，就继续 ②
>
> *“右优先”原则：只要右边的运算符能先计算，就优先算右边的*

中缀表达式的计算（用栈实现）

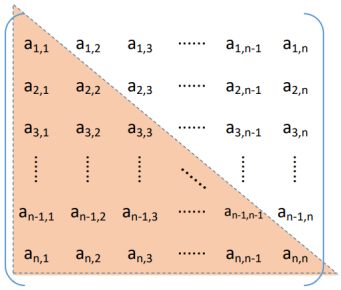
> 用栈实现中缀表达式的计算：
>
> 初始化两个栈，操作数栈和运算符栈
>
> 若扫描到操作数，压入操作数　　栈
>
> 若扫描到运算符或界限符，则按照“中缀转后缀”相同的逻辑压入运算符栈（期间也会弹出运算符，每当弹出一个运算符时，就需要再弹出两个操作数栈的栈顶元素并执行相应运算，运算结果再压回操作数栈）

八、矩阵的压缩存储

总览：



1.对称矩阵

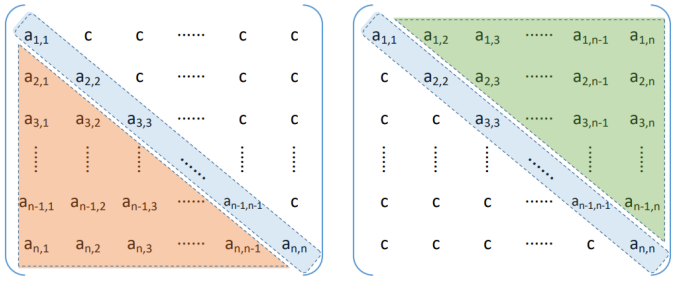


策略：只存储主对角线+下三角区

按行优先原则，$a_{i,j}$是第$\frac{i(i-1)}{2}+j, k=\frac{i(i-1)}{2}+j-1$

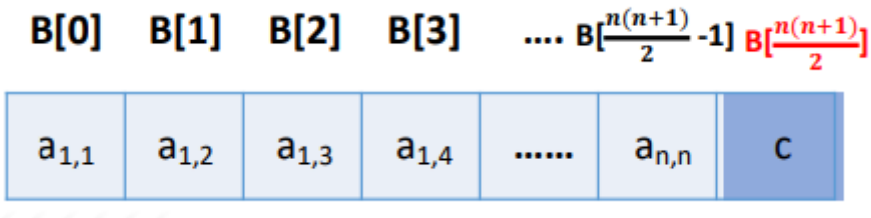
按列优先原则，$a_{i,j}$是第$\frac{i(i-1)}{2}+j, k=\frac{i(i-1)}{2}+j-1$

2.三角矩阵

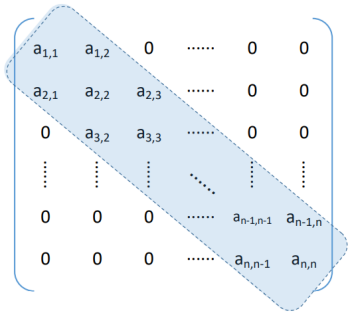


按行优先原则，$a_{i,j}$是第$\frac{i(i-1)}{2}+j, k=\begin{cases}\frac{i(i-1)}{2}+j-1 & ,i\geq j\\ \frac{n(n+1)}{2} & ,i<j\end{cases}$

在最后一个位置存储常 量c



3.三对角矩阵



4.稀疏矩阵

稀疏矩阵：非零元素远远少于矩阵元素的个数

压缩存储策略：

顺序存储——三元组 <行，列，值>

0	0	4	0	0	5
0	3	0	9	0	0
0	0	0	0	7	0
0	2	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0

稀疏矩阵：非零元素远远少于矩阵元素的个数

压缩存储策略：
顺序存储——三元组 <行，列，值>

i（行）	j（列）	v（值）
1	3	4
1	6	5
2	2	3
2	4	9
3	5	7
4	2	2

（注：此处行、列标从1开始）

链式存储——十字链表法

0	0	4	0	0	5
0	3	0	9	0	0
0	0	0	0	7	0
0	2	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0