

江西财经大学

2023—2024 第一学期期末考试试卷

课程代码: 1004100513 (A) 授课课时: 48 考试用时: 110 分钟

课程名称: 概率论 (主干课程) 适用对象: 经管类本科生

试卷命题人: 韩瑜 试卷审核人: 谭利

一、填空题 (将正确答案写在答题纸的相应位置, 答错或未答, 该题不得分。每小题 3 分, 共 15 分)

1. 若事件 A 和事件 B 相互独立, 且 $P(A) = \alpha$, $P(B) = 0.4$, $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0.8$ 则 $\alpha =$ _____.
2. 设随机变量 $X \sim N(5, 16)$, $P(X \geq a) = \frac{1}{2}$, 则 $a =$ _____.
3. 设 X 和 Y 是两个随机变量, 且 $P(X \geq 0, Y \geq 0) = 0.4$, 则 $P(\min\{X, Y\} < 0) =$ _____.
4. 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 则 $E(X^5) =$ _____.
5. 设随机变量 X 和 Y 的数学期望分别为 2 和 -1, 方差分别为 9 和 4, 而相关系数为 -0.5, 则根据切比雪夫不等式估计 $P\{|X + 3Y + 1| \geq 6\} \leq$ _____.

二、选择题 (从下列各题四个备选答案中选出一个正确答案, 并将其代号写在答题纸的相应位置. 答案选错或未选者, 该题不得分. 每小题 3 分, 共 15 分)

1. 设事件 A 和事件 B 同时发生时会导致事件 C 必然发生, 则 ()
A. $P(AB) = P(C)$ B. $P(A) + P(B) \leq P(C)$
C. $P(A) + P(B) - P(C) \geq 1$ D. $P(A) + P(B) - P(C) \leq 1$
2. 设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)$, 令 $Y = 1 - X$, 则 Y 的概率密度函数为 ()
A. $1 - f(y)$ B. $1 - f(-y)$ C. $f(1 - y)$ D. $f(-y) - 1$
3. 设 (X, Y) 是二维随机变量, 则随机变量 $U = X + Y$ 与 $V = X - Y$ 不相关的充要条件是 ()
A. $E(X) = E(Y)$. B. $E(X^2) - (E(X))^2 = E(Y^2) - (E(Y))^2$.
C. $E(X^2) + (E(X))^2 = E(Y^2) + (E(Y))^2$ D. $E(X^2) = E(Y^2)$.
4. 下列函数为某个随机变量的概率密度函数的是 ()

A.
$$f(x) = \begin{cases} \cos x, & 0 < x < \frac{3\pi}{2} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

B.
$$f(x) = \begin{cases} \sin x, & 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$C. f(x) = \begin{cases} \sin x, & 0 < x < \pi \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$D. f(x) = \begin{cases} \cos x, & 0 < x < 2\pi \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

5. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(1,4)$ ，则 $E(X(X-3)) = (\quad)$

A. 2

B. 4

C. 0

D. 1

三、计算题 (请将下列各小题的答案写在答题纸上, 请在答案前标明题号, 并保留必要的计算步骤及结果; 每小题 12 分, 共 36 分)

1. 设随机变量 X 服从二项分布 $B(3, p)$, 且 $P\{X \geq 1\} = \frac{19}{27}$ 。

(1) 确定参数 p 的值; (2) 求 $P(X=1)$ 。

2. 已知随机变量 X 和 Y 的概率分布为

X	-1	0	1
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

Y	-2	0	2
P	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{12}$

而且 $P\{XY=0\}=1$ 。

(1) 求随机变量 X 和 Y 的联合分布;

(2) 判断 X 与 Y 是否相互独立?

(3) 求 X 和 Y 的相关系数 ρ_{XY} 。

3. 设随机变量 (X, Y) 的分布密度为 $f(x, y) = \begin{cases} kx^2y & 0 < x < 1, 0 < y < 3 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$

求 (1) 常数 k ; (2) 关于 X 和 Y 的边缘分布密度 $f_X(x), f_Y(y)$; (3) $P(X+Y > 1)$ 。

四、应用题 (请将下列各小题的答案写在答题纸上, 请在答案前标明题号, 并保留必要的计算步骤及结果; 每小题 12 分, 共 24 分)

1. 病树的主人外出, 委托邻居浇水。已知如果不浇水, 树死去的概率为 0.8。若浇水则树死去的概率为 0.2。有 0.9 的把握确定邻居会记得浇水。

(1) 求主人回来树还活着的概率;

(2) 若主人回来树已死去, 求邻居忘记浇水的概率。

2. 设供电站供应某地区 1200 户居民用电, 各户用电情况相互独立。已知每户每日用电量 (单位: 度) 服从 $[0, 10]$ 上的均匀分布, 利用中心极限定理求这 1200 户居民每日用电量超过 6100 度的概率。 ($\Phi(1) = 0.8413$, $\Phi(2) = 0.9772$)

五、证明题(要求在答题纸上写出主要推理步骤及结果, 每小题 5 分, 共 10 分)

1. 设 A, B 为两个随机事件, 且 $P(A) = P(\overline{B})$ 。证明: $P(AB) = P(\overline{AB})$ 。

2. (1) 设事件 A, B, C 满足 $AB \subseteq C$, 证明: $1 + P(C) \geq P(A) + P(B)$;

(2) 设事件 A, B, C, D 满足 $ABC \subseteq D$, 证明: $2 + P(D) \geq P(A) + P(B) + P(C)$ 。