江西财经大学
2021—2022 第一学期期末考试试卷

试卷代码：1004100554A　　授课课时：64　　考试用时：110 分钟
课程名称：概率论与数理统计（主干课程）　　适用对象：2020 级
试卷命题人 江绍玫　　试卷审核人 谌 利

一、单项选择题（从下列各小题的四个备选答案中选出一个正确答案。请将正确答案写在答题卷上，并在答案前标明题号。答案错选或未选者，该题不得分。每小题 3 分，共 15 分。）

1．设 A,B 为随机事件，则 $0<P(A)<1$，$0<P(B)<1$，则 $P(A\mid B)>P(A\mid \bar{B})$ 的充分必要条件是（　　）

A. $P(B\mid A)<P(B\mid \bar{A})$　　B. $P(B\mid A)>P(B\mid \bar{A})$

C. $P(\bar{B}\mid A)<P(B\mid \bar{A})$　　D. $P(\bar{B}\mid A)>P(B\mid \bar{A})$

2．已知随机变量 X 和 Y 相互独立，$X\sim N(2,4)$，$Y\sim N(2,1)$，则（　　）

A. $X-Y\sim N(0,3)$　　B. $X+Y\sim N(2,5)$

C. $X-Y\sim N(0,5)$　　D. $X+Y\sim N(4,3)$

3．设随机变量 X,Y 不相关，且 $EX=2$，$EY=1$，$DX=3$，则 $E[X(X+Y-2)]=$（　　）

A. 5　　B. 3　　C. −3　　D. −5

4．设总体 $X\sim N(1,5)$，$X_1,X_2,\ldots,X_{10}$ 是来自总体 X 的简单随机样本，则 $D(\bar{X})=$（　　）

A. 1　　B. 5　　C. 0.1　　D. 0.5

5．设 $X_1,X_2,\ldots,X_n(n\geq 2)$ 为来自总体 $N(\mu,1)$ 的简单随机样本。记 $\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，则下列结论中不正确的是（　　）

A. $\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$ 服从 χ^2 分布　　B. $\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$ 服从 χ^2 分布

C. $2(X_n-X_1)^2$ 服从 χ^2 分布　　D. $n(\bar{X}-\mu)^2$ 服从 χ^2 分布

二、填空题（请将下列各小题的正确答案写在答题卷上，并在答案前标明题号。每空 3 分，共 15 分。）

1．已知 $P(\bar{A})=0.3$，$P(B)=0.4$，$P(A\bar{B})=0.5$ 则 $P(B/A\cup\bar{B})=$ ________

2．设随机变量 X 和 Y 的数学期望分别为-2 和 2，方差分别为 1 和 4，相关系数为-0.5，则根据契比雪夫不等式 $P(|X+Y|\geq 6)\leq$________。

3．设随机变量 X 和 Y 相互独立，且均服从参数为λ的指数分布，$P(X>2)=e^{-4}$，则 $P[\max(X,Y)\leq 1)]$ ________。

4．设$(X_1, X_2, \ldots X_9)$为来自总体$N \sim (\mu, 81)$的样本，由一组观测值得到样本均值为 580.15，则总体未知参数μ的 0.95 的置信区间为__________。

【$\Phi(1.96) = 0.975 \quad \Phi(1.645) = 0.95$】

5．设X_1, X_2, X_3, X_4为来自总体$N(1, \sigma^2)\ (\sigma > 0)$的简单随机样本，则统计量$S = \dfrac{X_1 - X_2}{|X_3 + X_4 - 2|}$服从的分布为 __________。

三、计算题（请将正确答案写在答题卷上，并在答案前标明题号，保留必要的计算步骤。共 15 分。）

设随机变量(X, Y) 的联合密度函数为

$$p(x, y) = \begin{cases} k\,\mathrm{e}^{-(3x+4y)}, & x > 0,\ y > 0, \\ 0, & 其他. \end{cases}$$

试求：

（1）常数 k；

（2）(X, Y) 的联合分布函数 $F(x, y)$；

（3）$P\{0 < X \le 1, 0 < Y \le 2\}$。

四、计算题（请将正确答案写在答题卷上，并在答案前标明题号，保留必要的计算步骤。共 15 分。）

设总体X的概率密度为$f(x) = \begin{cases} (\theta+1)x^{\theta}, 0 < x < 1 \\ 0, 其它 \end{cases}$，其中$\theta > -1$为未知参数。

（1）求θ的矩估计量；　　（2）求θ的极大似然估计量。

五、应用题（请将正确答案写在答题卷上，并在答案前标明题号，保留必要的计算步骤。10 分。）

中国大豆、玉米两类农作物的单产不及美国的 60%，而品种抗病性低是影响中国大豆产
的主要因素之一。某大豆专家拟对国内所有大豆品种进行抗病性鉴定，以期筛选到高抗品
现有三小袋编号 1、2、3 的大豆种子，以往数据显示，其植株感病率分别为 0.8、0.9、
专家随机地从一袋种子中抽出 3 粒进行感病性验证，试问这 3 粒种子植株感病的概率多

大？如果种植过程中，发现这三粒种子植株都染病了，那它们来自3号袋的可能性多高？

六、应用题（请将正确答案写在答题卷上，并在答案前标明题号，保留必要的计算步骤。共10分。）

水稻千粒重是以克为单位表示的一千粒种子的重量，是体现种子大小与饱满程度的一项指标，也是田间预测产量时的重要依据。某水稻专家经多年努力，成功选育成出一超级稻品种，该品种每亩可分蘖 2.0×10^5 支有效穗，每支有效穗可结实种子200粒。假设每粒种子生长过程相互独立，且成熟后重量（单位：克）是0.02、0.025和0.03的概率分别为0.2、0.6和0.2。试预测该超级稻品种每亩产量超1000千克（公斤）的可能性多大？

【注：水稻产量（千克/亩） = 每亩有效穗数 × 每穗粒数 × 千粒重 $\times10^{-6}$）】

七、应用题（请将正确答案写在答题卷上，并在答案前标明题号，保留必要的计算步骤。共10分。）

蛋白质含量高低是决定奶制品品质优劣的重要指标。某奶制品厂家申请备案的企业标准规定，250 mL规格盒装纯牛奶，每盒蛋白质含量不低于8.0克，标准差不超过0.5克。现企业某质检员抽取16盒该规格牛奶，测得其平均蛋白含量7.8克，样本修正标准差0.6克。假定盒装牛奶蛋白质含量服从正态分布，试问在显著性水平0.05下，该企业盒装纯牛奶的蛋白质含量均值与方差是否符合其企业标准？

（ $t_{0.05}(15)=1.753$，$\chi^2_{0.95}(15)=7.261$，$\chi^2_{0.05}(15)=24.996$ ）

八、证明题（请将正确答案写在答题卷上，并在答案前标明题号，保留必要的证明步骤。共10分。）

若随机变量 X、Y 相互独立，且 $X\sim N(1,2)$，$Y\sim N(1,4)$，证明：$D(XY)=14$。

江西财经大学
2021—2022 第二学期期末考试试卷

试卷代码：1004100554A　　授课课时：64　　考试用时：110 分钟

课程名称：概率论与数理统计（主干课程）　　适用对象：2020 级

试卷命题人 丁飞鹏　　试卷审核人 谭利

一、单项选择题（从下列各小题的四个备选答案中选出一个正确答案。请将正确答案写在答题卷上，并在答案前标明题号。答案错选或未选者，该题不得分。每小题 3 分，共 15 分。）

1. 对于任意二事件 A 和 B，若 $P(AB)=0$，则必有________

A. $\bar{A}\bar{B}=$ Æ　　B. $P(A\bar{B})=P(A)$

C. $P(A)P(B)=0$　　D. $\bar{A}\bar{B}\neq$ Æ

2. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)$，则 $f(x)$ 一定满足________

A. $0\le f(x)\le 1$　　B. $P(X>x)=\int_{-\infty}^{x}f(x)dx$

C. $\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=1$　　D. $f(+\infty)=1$

3. 已知随机变量 X 服从 $B(n,p)$，$E(X)=4$，$D(X)=3.6$，则________

A. $n=20,p=0.2$　　B. $n=40,p=0.9$

C. $n=10,p=0.4$　　D. $n=40,p=0.1$

4. 若二维随机变量 (X,Y) 的协方差 $\mathrm{cov}(X,Y)=0$，则以下结论正确的是________

A. X 与 Y 相互独立　　B. $D(X-Y)=D(X)-D(Y)$

C. $D(X+Y)=D(X)+D(Y)$　　D. $D(XY)=D(X)D(Y)$

5. X 服从正态分布，$E(X)=-1, E(X^2)=4$，$X_1,\ldots,X_n$ 是来自总体 X 的样本，$\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$ 为样本均值，则 $\bar{X}$ 服从的分布是________

A. $N(-1,3/n)$　　B. $N(-1,4/n)$　　C. $N(-1/n,4)$　　D. $N(-1/n,3/n)$

二、填空题（请将下列各小题的正确答案写在答题卷上，并在答案前标明题号。每空 3 分，共 15 分。）

1．设 $P(A)=0.5$，$P(B)=0.3$，$P(A\cup B)=0.6$，则 $P(A-B)=$________.

2．设随机变量 X 在 $(1,6)$ 上服从均匀分布，则关于 t 的一元二次方程 $t^2-Xt+1=0$ 有实根的概率为________。

3. 设随机变量 X_1,X_2,X_3 相互独立，其中 X_1 服从区间 $[0,6]$ 上的均匀分布，X_2 服从正态分布 $N(0,2^2)$，X_3 服从参数为3泊松分布 $P(3)$，记 $Y=X_1-2X_2+4X_3$，则 $D(Y)=$________。

4．若 $X\sim N(0,1)$，$Y\sim N(0,1)$，且 X 与 Y 相互独立，则 $Z=X+Y$ 服从________。

5. 设 ${S_0}^2$ 是从 $N(0,1)$ 中抽取容量为 16 的未修正样本方差，则 $E({S_0}^2)=$________。

三、计算题（请将正确答案写在答题卷上，并在答案前标明题号，保留必要的计算步骤。共 15 分。） 8

已知连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ A+Be^{-\frac{x^2}{2}}, & x>0\end{cases}$

(1) 求常数 A,B 的值；(2) 求随机变量 X 的密度函数 $f(x)$；(3) 求 $P(\sqrt{2}<X<2)$。

四、计算题（请将正确答案写在答题卷上，并在答案前标明题号，保留必要的计算步骤。共 15 分。）

已知某随机变量 X 服从参数为 λ 的指数分布，设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体的样本，求 λ 的极大似然估计和矩估计。

五、计算题（请将正确答案写在答题卷上，并在答案前标明题号，保留必要的计算步骤。共 10 分。）

设随机变量 X 在区间[1，6]上服从均匀分布，现在对 X 进行 3 次独立观察，求这 3 次观察至少有两次观察值大于 4 的概率。

六、应用题（请将正确答案写在答题卷上，并在答案前标明题号，保留必要的计算步骤。共 10 分。）

某保险公司多年统计资料表明，在索赔户中，被盗索赔户占 20%，以 X 表示在随机抽查的 100 个索赔户中，因被盗向保险公司索赔的户数，求被盗索赔户不少于 14 户且不多于 30 户的概率近似值（保留至小数点后四位）。（$\Phi(1.5)=0.9332$，$\Phi(2.5)=0.9938$）

七、应用题（请将正确答案写在答题卷上，并在答案前标明题号，保留必要的计算步骤。共 10 分。）

一批矿砂的 5 个样品中的镍含量经测定数据如下（%）：

3.24　3.27　3.23　3.26　3.24

今算得样本均值 $\bar{x}=3.248$，修正的样本标准差 $s=0.0164$，设镍含量总体服从正态分布，问在显著性水平 $\alpha=0.01$ 下可否认为这批矿砂的镍含量的均值为 3.25？（$t_{0.005}(4)=4.6041$）

八、证明题（请将正确答案写在答题卷上，并在答案前标明题号，保留必要的证明步骤。共 10 分。）

设总体 X 服从参数为 λ 的泊松分布，$X_1,\ldots,X_n$ 是样本，$\bar{X},S^2$ 分别是样本均值和修正样本方差。证明：对于任意常数 $c(0\le c\le 1)$，$c\bar{X}+(1-c)S^2$ 是 λ 的无偏估计量。