

# 江西财经大学

## 18—19 第一学期期末考试试卷

课程代码: 06602 (A) 授课课时: 36 考试用时: 110 分钟

课程名称: 高等代数 (上) (主干课程) 适用对象: 18 级统计学类本科生

试卷命题人: 王平平 试卷审核人: 刘庆

**一、填空题** (将正确答案写在答题纸的相应位置, 答错或未答, 该题不得分。每小题 3 分, 共 15 分。)

1. 设  $g(x) = x + 1$  是  $f(x) = x^6 - k^2x^4 + 4kx^2 + x - 4$  的一个因式, 则  $k =$  \_\_\_\_\_.

2. 多项式  $f(x) = 3x^4 + 5x^3 + x^2 + 5x - 2$  的有理根为 \_\_\_\_\_.

3. 四阶行列式

$$\begin{vmatrix} a_1 & 0 & 0 & b_1 \\ 0 & a_2 & b_2 & 0 \\ 0 & b_3 & a_3 & 0 \\ b_4 & 0 & 0 & a_4 \end{vmatrix} = \text{_____}.$$

4. 设  $A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & 1 & 4 \end{vmatrix}$ , 其中  $A_{ij}$  为元素  $a_{ij}$  的代数余子式, 则

$$A_{14} + A_{24} + A_{34} + A_{44} = \text{_____}.$$

5. 矩阵  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 & 0 & -2 \\ -2 & -5 & 8 & -4 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ , 则  $r(A) =$  \_\_\_\_\_.

**二、单项选择题** (从下列各题四个备选答案中选出一个正确答案, 并将其代号写在答题纸的相应位置。答案选错或未选者, 该题不得分。每小题 3 分, 共 15 分。)

1. 下列对于多项式的结论正确的是 ( ) .

A. 如果  $f(x)|g(x), g(x)|f(x)$ , 那么  $f(x) = g(x)$ .

B. 如果多项式在有理数域上可约, 则它一定存在有理根.

C. 每一个多项式都有唯一确定的次数.

D. 奇数次实系数多项式必有实根.

2. 以下乘积中 ( ) 是 4 阶行列式  $D = |a_{ij}|$  展开式中取负号的项.

A.  $a_{11}a_{22}a_{33}a_{44}$ .      B.  $a_{14}a_{23}a_{31}a_{42}$ .      C.  $a_{12}a_{23}a_{31}a_{44}$ .      D.  $a_{23}a_{41}a_{32}a_{14}$ .

3. 设  $A$  是  $n$  阶矩阵且  $r(A)=r < n$ , 则  $A$  中 ( ).

A. 必有  $r$  个行向量线性无关.

B. 任意  $r$  个行向量线性无关.

C. 任意  $r$  个行向量构成一个极大线性无关组.

D. 任意一个行向量都能被其它  $r$  个行向量线性表出.

4. 方程组为  $AX=b$ , 且  $r(A)=r(\bar{A})=r$ , 则和原方程组同解的方程组为 ( ).

A.  $PAX=Pb$  ( $P$  为可逆矩阵)

B.  $QAX=b$  ( $Q$  为初等矩阵)

C.  $A^T X=b$

D. 原方程组前  $r$  个方程组成的方程组

5. 已知  $Q=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & t \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $P$  是三阶非零矩阵, 且  $PQ=O$ , 则  $t=$  ( ).

A.  $-2$ .

B.  $1$ .

C.  $-1$ .

D.  $2$ .

**三、计算题**(要求在答题纸写出主要计算步骤及结果, 15 分。)

求  $f(x)$  与  $g(x)$  的最大公因式:  $f(x)=x^4+x^3-3x^2-4x-1$ ;  $g(x)=x^3+x^2-x-1$

**四、计算题**(要求在答题纸写出主要计算步骤及结果, 10 分。)

计算  $n$  阶行列式 
$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & b_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{n-1} & b_{n-1} \\ b_n & 0 & 0 & \cdots & 0 & a_n \end{vmatrix}.$$

**五、计算题**(要求在答题纸上写出主要计算步骤及结果, 15 分。)

当  $a, b$  为何值时, 线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 6x_3 - x_4 = b \\ 2x_1 + x_2 - 6x_3 + 4x_4 = -1 \\ 3x_1 + 2x_2 + ax_3 + 7x_4 = -1 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$$

有解? 并在有无穷解时, 求出一般解.

**六、计算题**(要求在答题纸上写出主要计算步骤及结果, 10 分。)

设  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ , 且  $AB = A + B$ , 求矩阵  $B$  .

**七、简答题**(要求在答题纸上写出主要计算步骤及结果, 10 分。)

已知  $A$  为  $n$  阶非数量矩阵, 且满足  $A^2 - 5A + 6E = 0$ , 试判断  $A + 3E$  与  $A - 3E$  是否一定可逆? 如果可逆, 求出其逆.

**八、证明题**(要求在答题纸上写出主要推理步骤及结果, 10 分。)

证明: 如果  $(f(x), g(x)) = 1$ , 那么  $(f(x) + g(x), f(x) - g(x)) = 1$  .