

江西财经大学

19—20 学年第二学期期末试卷

试卷代码: 1004703613 A

授课课时: 48

考试时长: 110 分钟

课程名称: 线性代数 (主干课程)

适用对象: 全校

试卷命题人: 乐琦

试卷审核人: 李杰

[请注意: 将各题题号及答案写在答题纸上, 写在试卷上无效]

一、填空题 (将正确答案写在答题纸的相应位置。答错或未答, 该题不得分。本大题共 5 个小题, 每小题 3 分, 共 15 分。)

1. 设 $D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$, 则 $|D| =$ _____.

2. 设 $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, 则 $(AB)^2 =$ _____.

3. 设 $B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} (ad - bc \neq 0)$, 则 $B^{-1} =$ _____.

4. 设 c 为实对称矩阵 A 的 s 重特征值, 则对应于 c 的线性无关向量有 _____ 个.

5. 设 $I = -5A^2 + 6A$, 则 A 的特征值为 _____.

二、单项选择题 (从下列各题四个备选答案中选出一个正确答案, 并将其代号写在答题纸的相应位置。答案错选或未选者, 该题不得分。本大题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分。)

1. 设 $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$, 则矩阵 A 的秩是 ()

A. 4

B. 1

C. 2

D. 3

2. 设 n 阶方阵 A 与 B 等价, 则 ()

A. 存在可逆矩阵 P , 使得 $P^{-1}AP = B$

B. A 与 B 有相同的特征向量

C. 存在可逆矩阵 P 和 Q , 使得 $P^{-1}AQ = B$

D. A 与 B 有相同的特征值

3. 设 n 阶方阵 A 可逆, 则充分必要条件不包括 ()
- A. A 的行列式不为零 B. 矩阵 A 可经过有限次初等变换化成单位阵
C. 可以表示为若干可逆矩阵的乘积 D. A 的秩等于 n
4. 若线性方程组 $AX = a$ 和 $BX = b$ 同解, 则下列说法正确的是 ()
- A. $A = B$ B. $A \neq B$ C. $R(A) = R(B)$ D. $a = b$
5. 设 $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ 是矩阵 $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ a & 1 & 0 \\ b & 0 & 3 \end{bmatrix}$ 的一个特征向量, 则 $a+b$ 为_____.
- A. 6 B. 8
C. -6 D. -8

三、计算题 (请写出主要步骤及结果, 本题 10 分)

设行列式 $D = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 5 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$, A_{ij} 为元素 a_{ij} 的代数余子式, 求下列式子的值:

$$A_{31} - A_{32} - A_{33} - A_{35}.$$

四、计算题 (请写出主要步骤及结果, 本题 10 分)

已知 $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $A = BC^T$, 求 A^n , 求矩阵 A .

五、计算题 (请写出主要步骤及结果, 本题 10 分)

设 a_1, a_2 线性无关, $b_1 = (g-1)a_1 + a_2$, $b_2 = a_1 + (g+1)a_2$, 讨论 b_1 和 b_2 的线性相关性.

六、计算题 (请写出主要步骤及结果, 本题 10 分)

设向量 $a_1 = (1, -1, 0, 0)$, $a_2 = (-1, 2, 1, -1)$, $a_3 = (0, 1, 1, -1)$, $a_4 = (-1, 3, 2, 1)$, $a_5 = (-2, 6, 4, 1)$,

求向量组 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 的秩, 一个极大线性无关组, 并用该极大线性无关组表示其余向量.

七、计算题（请写出主要步骤及结果，本题 10 分）

求线性方程组
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 0 \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0 \end{cases}$$
 的解.

八、计算题（请写出主要步骤及结果，本题 10 分）

求矩阵 $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & -2 & 2 & 0 \\ 2 & -2 & -1 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ 的特征值和特征值为重根的特征向量.

九、证明题（请写出推理步骤及结果，本题 10 分）

证明： $AX = 0$ 和 $A^T AX = 0$ 同解.