2019-2020-1 概率统计（A）参考答案

一、 选择题

1. B；2. C；3. A；4. A；5. D ；6. C

1、填空题

1. 0.6； 2. $\begin{cases} 1-\frac{x}{2} & 0\le x\le 2 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$;1/4；3. 0.4，0.1；4. 68,21.6；5. 22，5.2；

6. $\left(\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)},\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)}\right)$。

三、**解**：A=“在第i箱取球” i=1，2，3，B=“取出一球为白球”

(1) $P(B)=\sum_{i=1}^{3}P(A_i)P(B|A_i)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}+\frac{1}{3}\times\frac{2}{5}+\frac{1}{3}\times\frac{4}{10}=\frac{1}{3}$

四、解： $X_1+X_2\sim N(0,2)$，$\frac{X_1+X_2}{\sqrt{2}}\sim N(0,1)$

$X_3^2+X_4^2+X_5^2+X_6^2\sim\chi^2(4)$

且 $X_1,X_2,\cdots,X_5,X_6$ 相互独立

则 $\frac{\frac{X_1+X_2}{\sqrt{2}}}{\sqrt{\frac{X_3^2+X_4^2+X_5^2+X_6^2}{4}}}=\sqrt{2}\frac{X_1+X_2}{\sqrt{X_3^2+X_4^2+X_5^2+X_6^2}}\sim t(4)$

常数 $C=\sqrt{2}$，自由度为 4.

五、解：

（1）$P\{-1<X<3\}=P\{X=1\}+P\{X=2\}=0.3$

(2) $F(x)=\begin{cases} 0 & X<1 \\ 0.1 & 1\le X<2 \\ 0.3 & 2\le X<3 \\ 0.6 & 3\le X<4 \\ 1 & X\ge 4 \end{cases}$

(3) $EX=0.1+2\times0.2+3\times0.3+4\times0.4=3$

$E(2X+1)=2EX+1=7$

(4)

X	1	2	3	4
$Y=X^2-3X+2$	0	0	2	6
P	0.1	0.2	0.3	0.4

Y	0	2	6
P	0.3	0.3	0.4

六、解：(1) X 的边缘密度函数：

$$f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dy=\begin{cases} x/2 & 0<x<2 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}。$$

Y 的边缘密度函数

$$f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dx=\begin{cases} 2y & 0<y<1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

(2)由于对任 x，y，有 $f(x,y)=f_X(x)f_Y(y)$。所以，X 与 Y 相互独立。

（3） $P(X+Y\le 1)=\int_0^1 dx\int_0^{1-x} xydy=\int_0^1 \frac{1}{2}x(1-x)^2dx=\frac{1}{24}$,

七 、（1） $P\{1<X\le 5\}=\Phi\left(\frac{5-2}{3}\right)-\Phi\left(\frac{1-2}{3}\right)=\Phi(1)-\Phi(-0.33)$

$=\Phi(1)-1+\Phi(0.33)=0.8413-1+0.6293=0.4706$

（2） $P\{|X|>3\}=1-P\{|X|\le 3\}=1-P\{-3\le X\le 3\}$

$=1-\Phi\left(\frac{3-2}{3}\right)+\Phi\left(\frac{-3-2}{3}\right)=1-\Phi(0.33)+\Phi(-1.67)$

$=2-\Phi(0.33)-\Phi(1.67)=2-0.6293-0.9526=0.4181$

（3）$c=2$

八、解：因为 $EX=\int_0^1 x\cdot(\theta+1)x^{\theta}dx=\frac{\theta+1}{\theta+2}$,

用样本一阶原点矩作为总体一阶原点矩的估计，

即： $\overline{X}=EX=\frac{\theta+1}{\theta+2}$,　　得 $\theta=\frac{2\overline{X}-1}{1-\overline{X}}$.

故θ的矩估计量为$\dfrac{2\overline{X}-1}{1-\overline{X}}$.

当$0<x_i<1\left(i=1,2,\cdots,n\right)$时，似然函数为

$$L(\theta)=\prod_{i=1}^{n}(\theta+1)x_i^{\theta}=(\theta+1)^n\left(\prod_{i=1}^{n}x_i\right)^{\theta},$$

即$\ln L(\theta)=n\ln(\theta+1)+\theta\sum_{i=1}^{n}\ln x_i$

则 $\dfrac{d\ln L(\theta)}{d\theta}=\dfrac{n}{\theta+1}+\sum_{i=1}^{n}\ln x_i$，令$\dfrac{d\ln L(\theta)}{d\theta}=0$，

得 $\hat{\theta}_L=-1-\dfrac{n}{\sum_{i=1}^{n}\ln x_i}$

九、解：假设$\boldsymbol{H_0:\mu=500}$，$\boldsymbol{H_1:\mu\neq 500}$

选择统计量：$T=\dfrac{\bar{X}-500}{6.5/\sqrt{9}}\sim t\left(8\right)$

统计量的样本值：$|t|=\left|\dfrac{496-500}{6.5/\sqrt{9}}\right|\approx 1.84$

由于$|T|=1.84<t_{0.005}\left(8\right)=3.355$，接受原假设$\boldsymbol{H_0}$。

所以在显著性水平$\alpha=0.01$下，可以认为自动装罐机工作正常。