

## 南京信息工程大学高等数学滨江学院 I(1) 标准化作业参考答案

### 第一章

#### 第1节

1 (1)  $[-2, -1) \cup (-1, 1) \cup [1, +\infty)$ ; (2)  $(2, 3]$ ;

2 (1)  $[0, 2]$ ; (2)  $[1, e]$ .

3  $f[f(x)] = \frac{1+x}{2+x}$ ;  $f[g(x)] = \frac{1}{1+e^x}$ .

4  $\frac{1}{2}$ ; 0.

#### 第2节

1 略

2 (1)  $\frac{1}{2}$ ; (2) 3; (3)  $\frac{3}{2}$ .

#### 第3节

1. 略. 2. 略.

3.  $f(x)$  当  $x \rightarrow 0^-$  时  $-1$ ,  $x \rightarrow 0^+$  时  $1$ ;

$g(x)$  当  $x \rightarrow 0^-$  时  $-\frac{\pi}{2}$ ,  $x \rightarrow 0^+$  时  $\frac{\pi}{2}$ .

#### 第4节

1. (1) 1; (2)  $\infty$ ; (3)  $2x$ ; (4)  $-\frac{1}{2}$ ; (5) 8; (6)  $\frac{1}{3}$ ;  
(7)  $\frac{4}{3}$ ; (8)  $\frac{1}{3}$ ; (9)  $\frac{2}{3}$ ; (10) 0; (11) 2; (12)  $\frac{1}{6}$ .

#### 第5节

1. (1)  $\frac{m}{n}$ ; (2) 0; (3)  $\frac{1}{6}$ ; (4)  $\frac{3}{2}$ ; (5)  $\frac{1}{2}$ ; (6)  $-1$

2. (1)  $e^{-2}$ ; (2)  $e^{2a}$ ; (2)  $e^{-1}$ ; (4)  $e^3$ .

3. 1;

4. 1.

#### 第6节

1. (1) 当  $x \rightarrow \infty$  时,  $y = \frac{1}{x^2}$  为无穷小, 当  $x \rightarrow 0$  时,  $y = \frac{1}{x^2}$  为无穷大.

(2) 当  $x \rightarrow 0^-$  时,  $y = 3^{\frac{1}{x}}$  为无穷小; 当  $x \rightarrow 0^+$  时,  $y = 3^{\frac{1}{x}}$  为无穷大.

2. (1) 0; (2) 0; (3) 0; (4) 0.

3. (1)  $-2$ ; (2) 2; (2) 2; (4)  $\frac{1}{2}$ ; (5) 3; (6)  $\frac{1}{2}$ .

#### 第7节

1. (1) 第一类 (跳跃型) 间断点; (2) 第二类 (无穷型) 间断点;  
 (3) 第一类 (跳跃型) 间断点.
2. (1)  $x=2$  为第二类 (无穷型) 间断点;  $x=1$  为第一类 (可去型) 间断点;  
 (2)  $x=0, x=k\pi+\frac{\pi}{2} (k=0, \pm 1, \pm 2, \dots)$  为第一类 (可去型) 间断点;  
 $x=k\pi (k=\pm 1, \pm 2, \dots)$  为第二类 (无穷型) 间断点.
3.  $a=1, b=2$ . 4.  $a=e$ , 第二类 (无穷型) 间断点.

第 8 节 略.

## 第二章

### 第 1 节

1. 1; 2. (1)  $-2f'(a)$ , (2)  $-f'(a)$  3. 2; 4.  $a$ ; 5.  $a=2, b=-1$ ;  
 6. 连续且可导; 7.  $f(x)=\begin{cases} \cos x, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases}$ .

### 第 2 节

1. (1)  $-1$ ; (2)  $\frac{3}{25}, \frac{17}{15}$ .
2. (1)  $y' = 2\sec^2 x + \sec x \tan x$ ; (2)  $y' = x + 2x \ln x$ ;  
 (3)  $y' = \frac{x \cos x - \sin x}{x^2}$ ; (4)  $y' = -\frac{4x^2}{(1+x^2)^2}$ ;  
 (5)  $y' = \frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}}$ ; (6)  $y' = \frac{2}{e^{2x}+1}$ .  
 3. (1)  $y' = e^{f(x)} f'(x) + e^x f'(e^x)$  (2)  $y' = \frac{f'(\ln x)}{x} - \frac{f'(x)}{f(x)} + 2f(x)f'(x)$ .  
 (3)  $y' = \frac{2f(x)f'(x) + 2g(x)g'(x)}{2\sqrt{f^2(x) + g^2(x)}}$

### 第 3 节

1. (1)  $y' = -\csc^2(x+y)$ ; (2);  $-\sqrt{\frac{y}{x}}$ ; (3)  $y' \Big|_{(0, \frac{\pi}{2})} = 1 - \frac{\pi}{2}$ .

$$2. (1) y' = (x-1) \sqrt[3]{\frac{(x-2)^2}{x-3}} \left[ \frac{1}{x-1} + \frac{2}{3} \frac{1}{x-2} - \frac{1}{3(x-3)} \right];$$

$$(2) y' = x^{\sin x} \left( \frac{\sin x}{x} + \ln x \cdot \cos x \right).$$

$$3. (1) \frac{dy}{dx} = \frac{3}{2}(1+t); \quad (2) \left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=1} = 2; \quad (3) \frac{dy}{dx} = \frac{\cos \theta - \theta \sin \theta}{1 - \sin \theta - \theta \cos \theta}.$$

#### 第4节

$$1. (1) y'' = 2x(2x^2 + 3)e^{x^2}; \quad (2) y'' = -\frac{x}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}};$$

$$(3) y'' = \cos^2 x f''(\sin x) - \sin x f'(\sin x);$$

$$(4) y'' = \frac{f''(x)f(x) - [f'(x)]^2}{[f(x)]^2}.$$

$$2. y^{(n)} = e^x [x^2 + (2n-2)x + n^2 - 3n - 1].$$

$$3. y'' = \frac{e^{2y}(3-y)}{(2-y)^3}. \quad 4. \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{1+t^2}{4t}.$$

#### 第5节

$$1. (1) dy = \left( -\frac{1}{x^2} + \frac{\sqrt{x}}{x} \right) dx; \quad (2) dy = \frac{-x}{|x| \sqrt{1-x^2}} dx;$$

$$(3) dy = e^{2x}(2 \cos 3x - 3 \sin 3x) dx; \quad (4) dy = (\sin 2x + 2x \cos 2x) dx.$$

$$2. dy = \frac{2(e^x - y \cos xy)}{1 + 2x \cos xy} dx.$$

$$3. dy = \sin 2x [f'(\sin^2 x) - f'(\cos^2 x)] dx;$$

$$4. \Delta y = 0.0401, dy = 0.04.$$

$$5. (1) \ln x + C; \quad (2) \tan x + C; \quad (3) \arcsin x + C; \quad (4) \frac{\sin \sqrt{\cos x}}{2\sqrt{\cos x}} \quad (5) -\frac{1}{3}e^{-x^3}$$

### 第三章

#### 第1节

4. 3个根, 分别属于区间(1,2), (2,3), (3,4); 其余略.

#### 第2节

1. (1)  $\frac{\cos a}{2a}$ ; (2)  $\frac{1-\ln 2}{2}$ ; (3)  $\frac{1}{2}(\beta^2 - \alpha^2)$ ; (4)  $\frac{1}{2}$ ;  
 (5)  $-\frac{1}{3}$ ; (6)  $\infty$ ; (7)  $\frac{1}{2}$ ; (8) 1.

2.  $e^2$ . 3. 1.

### 第3节

1.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2}(x-1) + \frac{1}{2^3}(x-1)^2 + \frac{1}{2^4}(x-1)^3 + o((x-1)^3)$ ;

2.  $x + x^2 + \frac{1}{2!}x^3 + \cdots + \frac{1}{(n-1)!}x^n + \frac{(\xi+n+1)e^\xi}{(n+1)!}x^{n+1}$  ( $\xi$  介于 0 与  $x$  之间);

3.  $-2x^2 + o(x^2)$ .

### 第4节

1. (1) 单调增加区间为  $(-\infty, -1), (3, +\infty)$ , 单调减少区间为  $(-1, 3)$ ;

(2) 单调增加区间为  $(\frac{1}{2}, +\infty)$ , 单调减少区间为  $(0, \frac{1}{2})$ .

2. 略 3. 略

4. (1) 凹区间为  $(-\infty, 0), (1, +\infty)$ , 凸区间为  $(0, 1)$ , 拐点为  $(0, 0), (1, -1)$ ;

(2) 凹区间为  $(-1, 1)$ , 凸区间为  $(-\infty, -1), (1, +\infty)$ , 拐点为  $(-1, \ln 2), (1, \ln 2)$ .

### 第5节

1. (1) 在  $x=1$  处取极大值  $e^{-1}$ ;

(2) 在  $x=0$  处取极大值 2, 在  $x=1$  和  $x=-1$  处取极小值 1.

2.  $a = -\frac{2}{3}, b = -\frac{1}{6}$ , 极小值  $f(1) = \frac{5}{6}$ , 极大值  $f(2) = \frac{4}{3} - \frac{2}{3}\ln 2$ .

3.  $x=1$  是驻点, 也是极小值点.

4. 最小值  $y(2) = -14$ , 最大值  $y(3) = 11$ .

5. 边长为  $\frac{a}{6}$  时, 容积最大为  $\frac{2a^3}{27}$ .

6. 4.

### 第6节

1. (1)  $x=1$  和  $x=-1$ ,  $y=x$ ; (2)  $y=-x-1, x=1$ ,  $y=x$ ; (3)  $y=1, y=-1, x=0$ ,

2. 略.

### 第7节

1. 曲率  $K = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ , 曲率半径  $\rho = 2\sqrt{2}$ .

#### 第四章

##### 第1节

1. (1)  $-\frac{1}{2}\cos 2x + C$ ; (2)  $\frac{a^{2x}}{2\ln a} + C$ ; (3)  $\frac{1}{n+1}(ax+b)^{n+1} + C$

2. (1)  $-\frac{1}{x} + C$ ; (2)  $\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 4x + C$

(3)  $x - \arctan x + C$ ; (4)  $\frac{6}{13}x^{\frac{13}{6}} - \frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}} + C$ ;

(5)  $\frac{4^x}{\ln 4} + \frac{2 \times 6^x}{\ln 6} + \frac{9^x}{\ln 9} + C$ ; (6)  $\sin x - \cos x + C$ ;

(7)  $\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\sin x + C$ ; (8)  $\frac{|x|x}{2} + C$ .

3. 
$$f(x) = \begin{cases} e^x, & x \geq 0 \\ x + \frac{x^2}{2} + 1, & x < 0 \end{cases}$$

##### 第2节

1. (1)  $-\frac{1}{8}(1-2x)^4 + C$ ; (2)  $\frac{1}{2}\sin(2x-5) + C$ ;

(3)  $\frac{2}{3}e^{3\sqrt{x}} + C$ ; (4)  $\ln|\ln x| + C$ ;

(5)  $\arctan e^x + C$ ; (6)  $6(\sqrt[6]{x} - \arctan \sqrt[6]{x}) + C$ ;

(7)  $\arcsin x + \sqrt{1-x^2} + C$ ; (8)  $\frac{1}{2}(\arcsin x - x\sqrt{1-x^2}) + C$ .

(9)  $-\frac{1}{(x-1)}[\frac{1}{9} + \frac{x-1}{4} + \frac{(x-1)^2}{7}] + C$  (10)  $\sqrt{x^2-a^2} - a \arccos \frac{a}{x} + C$

2.  $-\frac{1}{2}(1-x^2)^2 + C$

##### 第3节

1. (1)  $\frac{1}{2}x \sin 2x + \frac{1}{4}\cos 2x + C$ ; (2)  $x \arctan x - \frac{1}{2}\ln(1+x^2) + C$ ;

(3)  $x \ln(1+x^2) - 2x + 2 \arctan x + C$ ; (4)  $-x \cot x + \ln|\sin x| + C$ ;

(5)  $\frac{1}{2}e^{-x}(\sin x - \cos x) + C$ ; (6)  $2\sqrt{x}e^{\sqrt{x}} - 2e^{\sqrt{x}} + C$ .

$$(7) -e^x \ln(1+e^x) - \ln(1+e^{-x}) + C \quad (8) x \tan x + \ln |\cos x| - \frac{x^2}{2} + C$$

$$2. x \cos x - \sin x + C, -x \sin x - \cos x + C.$$

#### 第4节

$$1. (1) \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x - \ln|x+1| + C; \quad (2) x + 3\ln|x-3| - 3\ln|x-2| + C;$$

$$(3) \ln|x+1| - \arctan x + C; \quad (4) \frac{1}{2} \ln \left| \tan \frac{x}{2} \right| + \tan \frac{x}{2} + \frac{1}{4} \tan^2 \frac{x}{2} + C;$$

$$(5) 2\sqrt{x} - 3\sqrt[3]{x} + 6\sqrt[6]{x} - 6\ln(1+\sqrt[6]{x}) + C;$$

$$(6) 2\sqrt{3-4x} - \sqrt{3} \ln \left| \frac{\sqrt{3-4x} + \sqrt{3}}{\sqrt{3-4x} - \sqrt{3}} \right| + C.$$

$$(7) \frac{1}{\sqrt{2}} \arctan \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \left( x - \frac{1}{x} \right) \right] + C; \quad (8) -x \cot \frac{x}{2} + 2 \ln \left| \sin \frac{x}{2} \right| + C.$$

### 第五章

#### 第1节

$$1. (1) \frac{\pi a^2}{2}; \quad (2) \frac{1}{2}.$$

$$2. (1) \int_0^1 x^2 \geq \int_0^1 x^3 dx; \quad (2) \int_0^1 \ln(1+x) dx \leq \int_0^1 x dx.$$

$$3. (1) 6 \leq I \leq 51; \quad (2) -2e^2 \leq I \leq -2e^{\frac{1}{4}}$$

#### 第2节

$$1. (1) \sqrt{1+x^2} \sin x; \quad (2) 2\ln(1+4x^2) - \ln(1+x^2).$$

$$2. (1) \frac{2}{3}; \quad (2) \frac{7}{3}; \quad (3) a^2 f(a) \quad (4) \frac{2}{3}$$

$$3. (1) \frac{8}{3}; \quad (2) \frac{3}{2}; \quad (3) \frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}; \quad (4) 4. \quad (5) \frac{4}{5}; \quad (6) \frac{23}{6}.$$

#### 第3节 定积分的换元积分法与分部积分法

$$1. (1) \frac{7}{72}; \quad (2) -\ln \sqrt{3}(\sqrt{2}-1); \quad (3) 12;$$

$$(4) 2(\sqrt{3}-1); \quad (5) e^{\frac{1}{2}} - e^{-1}; \quad (6) 7+2\ln 2.$$

$$2. (1) 1 - \frac{2}{e}; \quad (2) \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}.$$

$$3. (1) 0; \quad (2) \ln 3.$$

4.  $\frac{62}{3}$ .

#### 第4节 反常积分

1. (1)  $\frac{1}{3}$ ; (2) 1; (3) 发散; (4)  $\frac{\pi}{2}$  (5)  $\pi$

#### 第7节

1.  $e + \frac{1}{e} - 2$ ; 2.  $\frac{3}{8}\pi a^2$ ;  
 3.  $\frac{3}{2}\pi a^2$ ; 4.  $\frac{128}{7}\pi$  (绕  $x$  轴),  $\frac{64}{5}\pi$  (绕  $y$  轴).  
 5.  $8a$ . 6.  $1 + \frac{1}{2}\ln\frac{3}{2}$ .  
 7.  $\frac{\pi\rho g R^4}{4}$ ; 8.  $\frac{2\rho g R^3}{3}$ ;

#### 第六章

##### 6-2

1. (1)  $y = Ce^{\sqrt{1-x^2}}$  ( $C = \pm e^{C_1}$ ); (2)  $e^x + e^{-y} = C$ ;  
 (3)  $y = xe^{Cx+1}$ ; (4)  $x^3 - 2y^3 = Cx$ .  
 2. (1)  $e^x + 1 = 2\sqrt{2}\cos y$ ; (2)  $y = \frac{1}{2}e^{\sqrt{1-x^2}}$ ;  
 (3)  $e^{\frac{y}{x}} = \ln|x| + e$ . (4)  $Cy^2e^{\frac{y}{x}} = x$

##### 6-3

1. (1)  $y = (1+x^2)(x+C)$ ; (2)  $y = \frac{1}{2}x\ln^2 x + Cx$ ;  
 (3)  $x = e^y(y+C)$ ; (4)  $\frac{1}{y^4} = Ce^{-4x} - x + \frac{1}{4}$ .  
 2. (1)  $y = \frac{1}{x}(\pi - 1 - \cos x)$ ; (2)  $y = x \sec x$ .  
 (3)  $y = x^3(1 - e^{\frac{1}{x^2}-1})$ .

##### 6-4

(1)  $y = \cos x - \sin x - 5x^4 + e^x + C_1x^2 + C_2x + C_3$  ( $C_1 = \frac{C}{2}$ );  
 (2)  $y = C_1e^x + C_2 + xe^x - e^x - x$ ;  
 (3)  $y^2 = C_1x + C_2$ ;

$$(4) \quad y = x^3 + 3x + 1.$$

6-5

1. (1) 无关;      (2) 相关.      2. (略)

$$3. \quad y = C_1(e^{2x} - e^{-x}) + C_2e^{-x} + xe^x + e^{2x}.$$

6-6

$$1. \quad (1) \quad y = C_1e^{-x} + C_2e^{2x}; \quad (2) \quad y = C_1 \cos x + C_2 \sin x;$$

$$(3) \quad y = C_1 + C_2x + (C_3 + C_4x)e^x; \quad (4) \quad y = C_1e^{-x} + C_2e^{3x} - 3x + 4;$$

$$(5) \quad y = C_1e^{-x} + C_1e^{3x} + 2xe^{3x};$$

$$(6) \quad y = e^x(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x) - \frac{1}{4}xe^x \cos 2x.$$

$$2. \quad (1) \quad y = e^{-x} - e^{4x}; \quad (2) \quad s = (4 + 2t)e^{-t};$$

$$(3) \quad y = -5e^x + \frac{7}{2}e^{2x} + \frac{5}{2}; \quad (4)$$