大学物理 I 计算题重要题型解析

例题 1. 一质点沿 x 轴运动，运动学方程为 $x=5t^2-3t^3$ (SI 制)。试求：（1）第 2 秒内的平均速度；（2）第 2 秒末的速度；（3）第 2 秒末的加速度。

质点运动学，直角坐标表示，直线运动情形

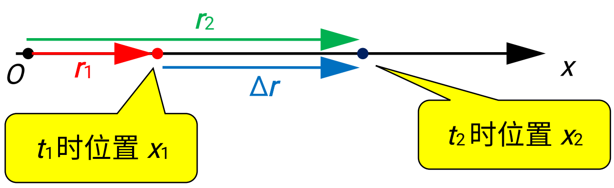
【分析】

（1）第 2 秒的含义是从 t_1=1s 开始到 t_2=2s 结束，Δt=1s 的时间。求第 2 秒内的平均速度，就先要求这 1 秒钟的位移，运动学方程告诉我们任意时刻的位置，1s 和 2s 的位置易得（沿 x 轴运动，一个 x 坐标即可表示位置），求出位移后除以时间 1s 即得。

（2）第 2 秒末的速度是瞬时速度，注意平均速度和瞬时速度的公式不同，计算方法不同。速度是位置对 t 求导，得任意时刻的速度（即速度方程或速度函数），再带入 2s 的时刻即得。

（3）对（2）求出的速度函数再求导，得加速度函数，再带入 2s 的时刻即得。

注意：位矢、位移、速度、加速度这些量都是矢量，它们通常采用直角坐标系中的三个分量来定量表达。对于直线运动，通常默认运动方向就是 x 方向，并且参考点总是取在直线上，这样位矢、位移、速度、加速度这些矢量都只有 x 分量，而 y 分量和 z 分量都是 0，从而这两个分量无需写出。其中位矢 $\boldsymbol{r}$ 的 x 分量就是 x 坐标，位移$\Delta\boldsymbol{r}$ 的 x 分量就是Δx，速度 $\boldsymbol{v}$、加速度 $\boldsymbol{a}$ 的 x 分量就是 v_x和 a_x，但直线运动中习惯上下标 x 不写出来。上面这些分量都可以存在负值，表示方向沿 x 轴反向，不要和矢量的大小混淆（矢量大小恒正）。



【解】

(1)
$$\Delta x = x\big|_{t=2\,\mathrm{s}} - x\big|_{t=1\,\mathrm{s}} = -4-2 = -6\,\mathrm{m}$$
$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-6}{2-1} = -6\,\mathrm{m/s}$$，负号表示速度方向为x反向

(2)
$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = 10t - 9t^2, \qquad v\big|_{t=2\,\mathrm{s}} = -16\ \mathrm{m/s}$$
负号表示方向为x反向

(3)
$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 10 - 18t, \qquad a\big|_{t=2\,\mathrm{s}} = -26\,\mathrm{m/s}^2$$
负号表示方向为x反向

质点运动学，直角坐标表示，曲线运动情形

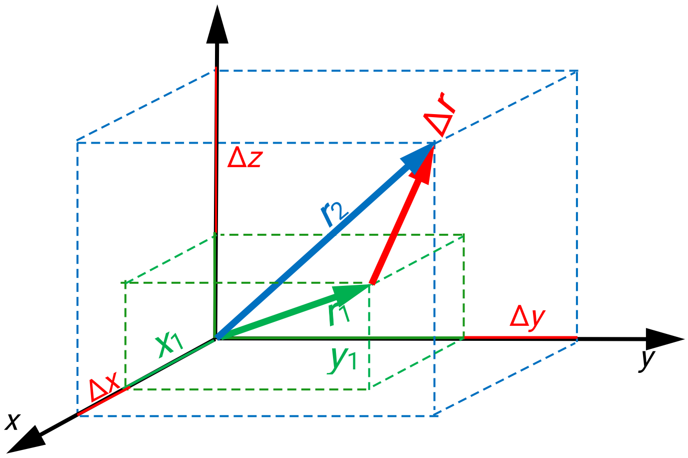
例题 2. 质点运动的位置与时间的关系（SI 制）$x=5+t^2;\ y=3+5t-t^2;\ z=1+2t^2$

求：（1）第 2 秒内的平均速度；（2）第 2 秒末的速度；（3）第 2 秒末的加速度。

【分析】

本题位矢有三个分量，说明质点作空间曲线运动。位移、速度、加速度都有三个分量，都需要算出来。（比较：上题中各矢量只存在 x 分量，而 y 分量和 z 分量都是 0，只需要算 x 分量。）

位移Δr的三个分量图示



【解】

$$t=1\text{时},\begin{cases}x=6\\ y=7\\ z=3\end{cases}\qquad t=2\text{时},\begin{cases}x=9\\ y=9\\ z=9\end{cases}$$

$$(1)\ \text{第二秒内位移的三个分量为}\begin{cases}\Delta x=3\\ \Delta y=2\\ \Delta z=6\end{cases}$$

$$\text{第二秒内平均速度}\bar{v}\text{的三个分量为}\begin{cases}\bar{v}_x=\Delta x/\Delta t=3\\ \bar{v}_y=\Delta y/\Delta t=2\\ \bar{v}_z=\Delta z/\Delta t=6\end{cases}$$

$$(2)\begin{cases}v_x=\dfrac{dx}{dt}=2t\\ v_y=\dfrac{dy}{dt}=5-2t,\text{第二秒末}\begin{cases}v_x=4\text{m/s}\\ v_y=1\text{m/s}\\ v_z=8\text{m/s}\end{cases}\\ v_z=\dfrac{dz}{dt}=4t\end{cases}\quad(3)\begin{cases}a_x=\dfrac{dv_x}{dt}=2\\ a_y=\dfrac{dv_y}{dt}=-2,\text{第二秒末}\begin{cases}a_x=2\text{m/s}^2\\ a_y=-2\text{m/s}\\ a_z=4\text{m/s}\end{cases}\\ a_z=\dfrac{dv_z}{dt}=4\end{cases}$$

说明：矢量的表达有三种方式。第一种方式就是本题采用的，用三个分量表达。第二种方式写成三个分量的矢量和。例如 t=2 时，$r=9\hat{i}+9\hat{j}+9\hat{k},v=4\hat{i}+\hat{j}+8\hat{k},a=2\hat{i}-2\hat{j}+4\hat{k}$ 第三种方式是给出矢量的大小和方向。题未明确要求计算大小和方向时，不必使用第三种方式，矢量形式或分量形式已是完整表达。

例3. 质点按 $s=bt-\frac{1}{2}ct^2$（SI）的规律沿半径为 R 的圆周运动，s 是质点运动的路程，b、c 为正常量，求（1）切向加速度和法向加速度，（2）加速度大小。

质点运动学，自然坐标表示

【分析】准确地说 s 是 t 时刻质点的弧坐标，某一时刻不存在路程的概念。本题采用的坐标系是自然坐标系。在自然坐标系中，位置用弧坐标表达；速度只有切向分量，不存在法向分量，速度可用速率乘切向单位矢量表示。加速度有切向和法向两个分量，其中切向分量决定了速度大小改变的快慢，法向分量决定了速度方向改变的快慢。

【解】

$$v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=b-ct,$$

（1）$$a_\tau=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-c$$

$$a_n=\frac{v^2}{R}=\frac{(b-ct)^2}{R}$$

（2）$$a=\sqrt{a_\tau^{\ 2}+a_n^{\ 2}}=\sqrt{c^2+\frac{(b-ct)^4}{R^2}}$$

机械能守恒、动量守恒

例4. 如图所示，A 球静止于碗底，B 球自高度为 h 处由静止开始沿碗壁下滑，滑到碗底时与 A 球作完全非弹性碰撞。若 A、B 球质量相等，不计滑行时摩擦，求碰撞后两球上升的高度。

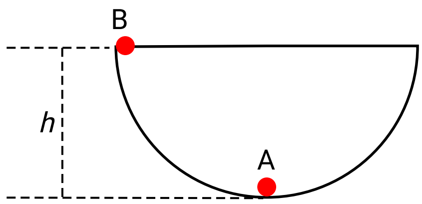
【分析】过程分为三阶段：

①B 球由初始位置滑下至碗底（尚未碰撞），过程中机械能守恒（B 球重力势能减少量=B 球动能增加量）。

②碰撞（过程极其短暂，可以认为碰撞结束后 AB 两球仍在碗底），过程动量守恒，碰撞后 AB 共速。

③AB 两球从碗底出发，以相同速度最高滑到某高度，过程中机械能守恒（AB 球动能减少量=AB 球重力势能增加量）。

【解】



设 B 球由初始位置滑下至碗底（尚未碰撞）的速率为 v，与 A 球碰撞后二者共同速率为 u，碰撞后两球上升的高度为 h'。

由 B 球下滑过程机械能守恒得 $m_B gh=1/2\ m_B v^2$；

由碰撞前后动量相等有 $m_B v=(m_A+m_B)u$，其中 $m_A=m_B$；

由 AB 上升过程机械能守恒有 $(m_A+m_B)gh'=1/2\ (m_A+m_B)u^2$；

联立以上各式得 $h'=1/4\ h$

例5. 质量 M=1kg 的木块，放在粗糙的水平面上，摩擦系数 μ=0.2，有一颗质量 m=0.01kg 的子弹以速度 v_0 水平射向木块，子弹穿出木块时速率 v_1=200m/s（设穿透时间极短），结果木块向前运动了 s=2m 而停止。求（1）子弹穿出瞬间木块获得的速度 u（2）子弹的初速度。

动量守恒，动能定理

【分析】过程分两阶段：①非完全弹性碰撞，动量守恒②木块以初速度 u 克服摩擦力运动最终停下，运用动能定理（摩擦力做功=动能变化量，或摩擦力做功的绝对值=动能减少量）。

【解】

碰撞过程动量守恒有 $mv_0 = Mu + mv_1$，

木块以初速度 u 运动至最终停下，运用动能定理有

$$A_f = -\mu Mgs = \Delta E_k = 0 - \frac{1}{2}Mu^2$$

联立上面各式并代入数据得

u=2.8m/s，v_0=480m/s

有心力，角动量守恒，线速度与角速度的关系

例6. 当地球处于远日点时，到太阳的距离是 1.52×10^{11}m，轨道速度为 2.93×10^{4}m/s。半年后，地球处于近日点，到太阳的距离为 1.47×10^{11}m。

求：（1）地球在近日点时的轨道速度；　　（2）两种情况下，地球的角速度。

【分析】所谓轨道速度是指地球的公转速度，本问题可忽略地球自转，将地球视为质点。以太阳为参考点，地球受万有引力的力矩为零（位矢和引力夹角 θ=180°，力矩大小 $M=rF\sin\theta=0$，力与位矢夹角为 0°或 180°时，这样的力称为有心力），地球轨道角动量守恒。

力矩和角动量与参考点有关，必须指明参考点

【解】

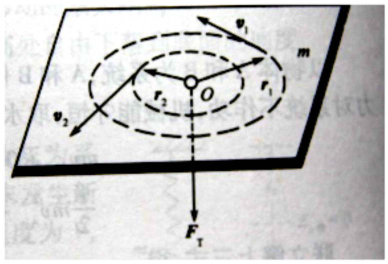
（1）以太阳为参考点，地球受力矩为零，角动量守恒。有 $r_1mv_1=r_2mv_2$，其中 r_1、v_1 分别为地球处于远日点时到太阳的距离和轨道速度，r_2、v_2 分别为地球处于近日点时到太阳的距离和轨道速度，m 为地球质量。

代入数据得 $v_2=3.03\times10^{4}$m/s。

（2）远日点角速度 $\omega_1 = \dfrac{v_1}{r_1} = 2.06\times10^{-7}\,s^{-1}$，近日点角速度 $\omega_2 = \dfrac{v_2}{r_2} = 1.93\times10^{-7}\,s^{-1}$

例7. 如图，质量为 m 的小球拴在细绳的一端，绳的另一端穿过水平光滑桌面上的小孔 O 而下垂；开始时小球在桌面上以v_1沿半径为r_1的圆周匀速转动，然后非常缓慢地将绳下拉，使圆周的半径减小到r_2。试求：（1）此时小球的速率v_2；（2）此过程中绳子的拉力所做的功。

有心力，角动量守恒，动能定理



【解】

（1）以 O 点为参考点，小球受拉力为有心力，角动量守恒，有 $r_1 m v_1 = r_2 m v_2$。从而 $v_2 = \frac{r_2 v_1}{r_1}$

（2）由动能定理，拉力做功

$$A_F = \Delta E_k = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{r_1^2 - r_2^2}{2 r_2^2} m v_1^2$$

例8. 一飞轮以匀角加速度 3rad/s^{2}转动，在某一时刻以后的 4s 内飞轮转过了 96rad，若此飞轮由静止开始转动，求（1）飞轮在上述时刻的角速度，（2）上述时刻之前飞轮转动时间。

刚体转动运动学

【分析】刚体的定轴转动与质点的直线运动极为相似，所有运动学公式都可以通过将线量改为角量而套用。本题是匀加速转动，套用匀加速直线运动的公式。

质点直线运动的线量和刚体定轴转动的角量之间的类比关系

	直线运动	定轴转动
位置	坐标 x	角坐标θ
位置变化	位移Δx，有时也用 s 表示	角位移$\Delta\theta$
位置变化的快慢（速度）	（线）速度 v	角速度ω
速度变化的快慢	（线）加速度 a	角加速度a
匀加速公式 1	$v=v_0+at$	$\omega=\omega_0+at$
匀加速公式 2	$\Delta x=v_0 t+1/2\ at^2$	$\Delta\theta=\omega_0 t+1/2\ at^2$
匀加速公式 3	$v^2-v_0^2=2a\Delta x$	$\omega^2-\omega_0^2=2a\Delta\theta$

本题已知 4s 内角位移 96rad，角加速度 3rad/s^2，可利用公式 2 求初角速度（即题述某时刻的角速度）。再用公式 1，求第二问。

【解】

（1）$\Delta\theta=\omega_0 t+1/2\ at^2$，其中$\Delta\theta$=96rad，$a$=3rad/s^2，$t$=4s，得$\omega_0$=18rad/s。

（2）$\omega=\omega_0+at$，其中ω=18rad/s，ω_0=0，a=3rad/s^2，得 t=6s

【注意】上面两式中第一式用于描述过程的第二阶段（后 4s），第二式用于描述第一阶段（前 6s）。

例9. 一汽车发动机的转速在 7.0s 内由 200r/min 均匀地增加到 3000r/min。求：

（1）在这段时间内的初角速度和末角速度以及角加速度；

（2）这段时间内转过的角度；

（3）发动机轴上装有一半径为 r=0.20m 的飞轮，求它边缘上一点在这第 7.0s 末的切向加速度、法向加速度。

刚体转动运动学，线量和角量的关系

【分析】200r/min 和 3000r/min 就是初角速度和末角速度，但最好用标准单位 rad/s（rad 也可不写，写成 s^{-1}）。题中说转速均匀增加，表明角加速度是常量（任意时刻的瞬时加速度=平均加速度），因此用平均加速度的定义计算（无法用瞬时加速度的定义 dω/dt 计算）。

飞轮做匀加速转动，边缘的点做匀加速圆周运动，二者的角速度、角加速度对应相等。下表列出了作圆周运动的质点的角量和线量之间的关系。需要注意：刚体定轴转动和质点的圆周运动中角速度方向不变，角加速度只描述角速度大小的变化快慢。而质点圆周运动的线加速度是矢量，有两个分量，切向分量描述了线速度大小即速率的变化快慢，法向分量描述了线速度方向的变化快慢。因此**角加速度仅与线加速度的切向分量有关**，与法向分量无关。

作圆周运动的质点的角量和线量之间的对应关系

	角量	线量（自然坐标系下）	关系
位置	角坐标 θ	弧坐标 s	$s=r\theta+s_0$[注]
位置变化	角位移 $\Delta\theta$	弧坐标变化量 Δs，即路程	$\Delta s=r\Delta\theta$
速度大小	角速度 ω=dθ/dt	（线）速率 v=ds/dt	$v=r\omega$
速度大小变化的快慢	角加速度 α=dω/dt	（线)加速度 $\boldsymbol{a}$ 的切向分量 a_τ=dv/dt	$a_\tau=r\alpha$

【注】s_0 为某一常量取决于角坐标系的参考方向和自然坐标系的原点如何选择，该内容无需掌握。

【解】

（1）
$$\omega_0=200\text{r/min}=(200\times2\pi/60)\text{s}^{-1}=21\text{s}^{-1}$$
$$\omega(t=7\text{s})=3000\ \text{r/min}=(3000\times2\pi/60)\text{s}^{-1}=314\text{s}^{-1}$$
$$\alpha=\frac{\Delta\omega}{\Delta t}=\frac{314-21}{7.0}=42\text{s}^{-2}$$

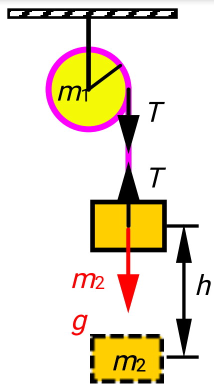
（2）$\Delta\theta=\omega_0 t+1/2\ \alpha t^2$=21×7+0.5×42×49=1176

（3）$a_\tau=r\alpha=0.2\times42=8.4\text{m s}^{-2}$

$$a_n=\frac{v^2}{r}=r\omega^2=1.97\times10^4\ \text{m s}^{-2}$$

例10. 一个质量 m_1=16kg，半径 R=15cm 的定滑轮上面绕有细绳，绳的一端固定在定滑轮边上，另一端挂一质量 m_2=8kg 的物体，忽略轴处摩擦，求：（1）物体由静止开始 2s 下落的距离；（2）绳子的张力。

转动定理，线量和角量的关系



【分析】要求 2s 中下落距离，需要知道 m_2 加速度 a。对 m_2 使用牛二，式中有两个未知量 a 和 T，尚需列出另一个方程，可以轮子为对象应用转动定理得到 $\alpha=\frac{M_z}{J}=\frac{RT}{\frac{1}{2}m_1R^2}$，这里又引入一个未知量角加速度，再根据角

量和线量关系列出第三个方程。物体加速度大小 a=绳子各点加速度大小=轮子边缘质点的加速度大小=$R\alpha$

【解】

对 m_2 用牛顿第二定律有 $m_2g-T=m_2a$，

对 m_1 用转动定理有 $\alpha=\dfrac{M_z}{J}=\dfrac{RT}{\frac{1}{2}m_1R^2}$

另 $a=R\alpha$，联立上面三式，并带入数据得 $a=5\text{m/s}^2$，$T=40\text{N}$。

从而 m_2 2s 下落距离 $h=1/2\ at^2=10\text{m}$。

例11. 质量为 m 长为 L 的均匀细棒，其 A 端用光滑铰链与地链接。现在棒由竖直（静止）倒向地面，求棒触地时的角速度。

转动问题的机械能守恒
刚体的重力势能，质心

【分析】本题有多种解法①转动定理②动能定理③机械能守恒。用机械能守恒最简便。棒转动过程中机械能守恒，重力势能减小量=转动动能增大量。刚体的重力势能=重力*质心竖坐标

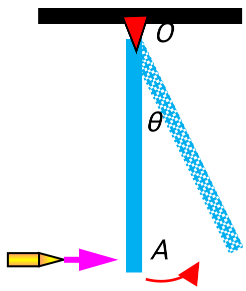
【解】

以地面为零势面，则棒竖直时，重力势能 $E_{p1}=1/2\ mgL$；棒倒地时，重力势能 $E_{p2}=0$。

由机械能守恒有 $1/2\ mgL=1/2\ J\omega^2$，其中 $J=\dfrac{1}{3}mL^2$，得 $\omega=\sqrt{\dfrac{3g}{L}}$

例12. 如图，一均质棒，长度为 L，质量为 M，现有一子弹在端点 A 处水平射入细棒中不复出，子弹的质量为 m，速度为 v_0。求：（1）棒开始转动时的角速度；（2）棒的最大偏转角。（不计轴处摩擦）

角动量守恒，转动问题的机械能守恒



【分析】整个过程可分为两个阶段：（1）子弹与木棒的碰撞过程，该过程极短，可认为子弹射入后木棒尚未转动，（2）木棒-子弹系统由竖直位置发生转动至最大偏转位置。

子弹的射入过程中，子弹-棒系统的动量不守恒，碰撞瞬间转轴处存在巨大的冲击力（外力）。但以转轴处 O 点为参考点，则冲击力的力矩为零，从而系统角动量守恒（进而角动量大小不变，由此列方程）。

【解】

（1）以子弹和木棒为系统，O 点为参考点，碰撞前后[注]合外力矩为零，系统角动量守恒。

有 $Lmv_0=J\omega$，其中 $J=J_{棒}+J_{弹}=\dfrac{1}{3}ML^2+mL^2$，解得 $\omega=\dfrac{3mv_0}{(M+3m)L}$

【注】碰撞完成，系统发生转动之后，重力矩不为零，角动量就不再守恒。

（2）以 A 点处水平面为零势面，棒竖直时系统势能 $E_{p1}=1/2\ MgL$，棒达最大偏转角时系统势能 $E_{p2}=E_{p2棒}+E_{p2弹}=MgL(1-1/2\cos\theta)+mgL(1-\cos\theta)$，$\Delta E_p=E_{p2}-E_{p1}$。子弹、棒碰撞后，系统在偏转过程中机械能守恒（注意：碰撞过程机械能不守恒），有 $\Delta E_p+\Delta E_k=0$，其中 $\Delta E_k=0-1/2\ J\omega^2$。联立以上各式得 θ。（解略）

例13. 一简谐振动函数（即振动方程）为 $x=0.10\cos(20\pi t+0.25\pi)$m，求（1）振幅、角频率、频率、周期及初相；（2）t=2s 时的位移、速度和加速度。

振动方程基本概念

【分析】（1）题中振动方程与简谐振动的标准方程 $x=A\cos(\omega t+\phi_0)$ 比较，可知振幅 A、角频率ω、及初相φ_0。频率由角频率得到，周期由频率得到。

（2）x 是质点坐标，默认平衡位置为原点，则 x 数值上就是位移。所以将 t=2s 代入振动方程即得位移。振动方程对 t 求导得速度，再求导得加速度。

【解】

（1）$A=0.10$m，$\omega=20\pi\,\mathrm{s}^{-1}$，$v=\omega/2\pi=10$Hz，$T=1/v=0.1$s，$\varphi_0=0.25\pi$。

（2）$x=0.10\cos(20\pi t+0.25\pi)$，$v=\mathrm{d}x/\mathrm{d}t=-2\pi\sin(20\pi t+0.25\pi)$，$a=\mathrm{d}v/\mathrm{d}t=-40\pi^2\cos(20\pi t+0.25\pi)$。

代入 t=2s 得：$x=0.07$m，$v=-4.4$m/s，$a=-280\mathrm{m/s^2}$

例14. 一物体沿 x 轴做简谐振动，振幅 $A=0.12$m，T=2s。t=0 时，$x_0=0.06$m，且向 x 正向运动。求（1）初相；（2）$x=-0.06$m，且向 x 负向运动时，物体的速度和加速度；（3）从(2)中位置开始到第一次回到平衡位置所需时间。

振动方程、矢量图解法

【分析】振动问题一般总是先写出振动方程的标准形式 $x=A\cos(\omega t+\phi_0)$，再设法确定其中的参量。其中 A 已知，角频率由 T 易得。将 t=0 时，$x_0=0.06$m 代入振动方程可求出φ_0，用旋转矢量图判断不合理解，至此振动方程的形式完全确定。由 $x=-0.06$m 可求出当前的相位，再根据物体此时向 x 负向运动弃去不合理解。有了相位，速度、加速度易得。

【解】

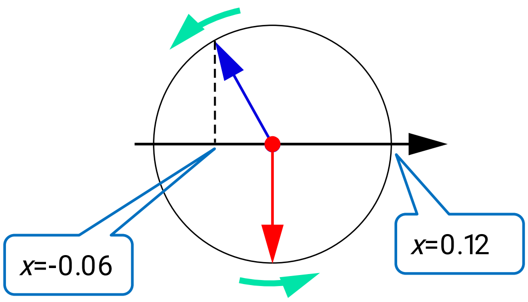
（1）由 T=2s 易得$\omega=\pi\,\mathrm{s}^{-1}$。将 t=0 代入振动方程有 $0.06=0.12\cos\varphi_0$，解得$\varphi_0=\pm\pi/3$。由旋转矢量法弃去不合理解$\varphi_0=\pi/3$。故$\varphi_0=-\pi/3$。

（2）$x=-0.06$m 代入振动方程有$-0.06=0.12\cos(\omega t+\varphi_0)$，则此时的相位$\omega t+\varphi_0=2k\pi\pm2\pi/3$。由旋转矢量法知合理解为$\omega t+\varphi_0=2k\pi+2\pi/3$。

$v=\mathrm{d}x/\mathrm{d}t=-0.12\pi\sin(\pi t-\pi/3)$，$a=\mathrm{d}v/\mathrm{d}t=-0.12\pi^2\cos(\pi t-\pi/3)$，代入$\pi t-\pi/3=\omega t+\varphi_0=2k\pi+2\pi/3$，得

$v=-0.34$m/s，$a=0.6\mathrm{m/s^2}$

（3）由旋转矢量图可知由 $x=-0.06$m 位置（蓝箭头）到第一次回到平衡位置（红箭头），矢量需旋转$\pi/3+\pi/2=5\pi/6$，旋转角速度=角频率$\omega=\pi\,\mathrm{s}^{-1}$，从而所需时间为 5/6s。



【注】第三问如果不用矢量图解法，而是用代数解法求两个时刻，则准确理解并清楚表达比较困难。

例15. 一平面简谐波在介质中以 u=20m/s 沿 x 轴负向传播，已知波线上 A 点的振动方程为 $y_A=3\cos4\pi t$（SI）；求（1）以 A 点为坐标原点写出波函数；（2）距 A 点 2m 且处于 A 点右方的 C 点的振动方程。

【分析】波函数是任意 x 处质点的振动方程（描述了波线上各质点位移随时间变化的规律）。如原点处质点的振动方程为 $x=A\cos(\omega t+\phi_0)$，则原点处振动沿 x 轴正向传到 x 处耗时 x/u，x 处质点在 t 时刻的振动状态（即相位，即 cos 后面括号里东西）就是原点处质点在($t-x/u$)时刻的振动状态，从而波函数的标准形式为 $y=A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})+\phi_0]$。如果传播方向是 x 反向，则波函数标准形式应为 $y=A\cos[\omega(t+\frac{x}{u})+\phi_0]$。

波函数和振动方程的关系

【解】

（1） $y=3\cos[4\pi(t+\frac{x}{20})]$

【注】波线上各质点的振动行为仅是因为开始振动的时刻不同导致相位有不同，而振幅和频率完全相同。上式中φ_0=0。

（2） $y=3\cos[4\pi(t+\frac{2}{20})]=3\cos(4\pi t+\frac{2}{5}\pi)$

例16. 一平面简谐波沿 x 轴正向传播，波函数为 $y=0.05\cos(10\pi t-4\pi x)$（SI）。求（1）此波的振幅、波速、频率、波长；（2）各质元振动的最大速度和最大加速度。

【分析】先将波函数化成标准形式，振幅、波速立得。频率用角频率除以 2π即得，波长λ=波速 u×周期 T=波速 u/频率ν。波函数是任意 x 处质元的振动方程，对 t 求偏导即得某一 x 处质元（即质点）的运动速度。

波函数、波动的特征量

【解】

（1）将波函数化成标准形式 $y=0.05\cos[10\pi(t-\frac{x}{2.5})]$，

显然 A=0.05m，u=2.5m/s，$\nu=\frac{\omega}{2\pi}=5\text{Hz}$，$\lambda=\frac{u}{\nu}=0.5\text{m}$

（2） $v=\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)_x=-0.5\pi\sin[10\pi(t-\frac{x}{2.5})]$，最大值为 v_{max}=1.6m/s

（3） $a=\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)_x=-5\pi^2\cos[10\pi(t-\frac{x}{2.5})]$，最大值为 a_{max}=50m/s^2

例17. 一容积为 V=50m^3 的房间，打开空调，使室温从 T_1=30℃降到 T_2=24℃时，房间中空气质量变化了多少千克？（已知过程中空气压强始终为 1.027×10^{5}Pa，标准状况下空气密度 ρ=1.29kg/m^3）

【分析】由 $pV=nRT$ 知：过程中室内空气体积不变、压强不变，温度降低，物质的量必然增多。分别算出初态和终态的物质的量，物质的量的增加值易得。只要空气的摩尔质量（准确地说应是平均摩尔质量）知道，质量增加量即得。而空气摩尔质量可通过空气密度求出。

理想气体的物态方程

【解】

$$\rho=\frac{m}{V}=\frac{nM}{V}=\frac{pM}{RT},\quad M=\frac{\rho RT}{p}=\frac{1.29\times8.31\times273}{1.013\times10^5}=29\times10^{-3}\text{ kg/mol}$$

T_1=30℃=303K，T_2=24℃=297K

$$n_1=\frac{pV}{RT_1}\qquad n_2=\frac{pV}{RT_2}$$

$$\Delta n=\frac{pV}{R}\frac{T_1-T_2}{T_1T_2}=\frac{1.027\times10^5\times50}{8.31}\frac{6}{303\times297}=41.2\text{mol}$$

$\Delta m=\Delta nM$=1.19kg

例18. 温度为 27℃时，1mol 氢气的内能是多少？1g 氢气的内能是多少？

【解】

$$U=\frac{1}{2}(t+r+2s)nRT=\frac{1}{2}(3+2+2)\times1\times8.31\times(273+$$

$$U=\frac{1}{2}(t+r+2s)\frac{m}{M}RT=4.3\times10^3\text{ J}$$

理想气体的内能