

模式分解是否为无损连接的判断方法

方法一：无损连接定理

关系模式 $R(U, F)$ 的一个分解, $\rho=\{R_1\langle U_1, F_1\rangle, R_2\langle U_2, F_2\rangle\}$ 具有无损连接的充分必要条件是：

$U_1 \cap U_2 \rightarrow U_1 - U_2 \in F^+$ 或 $U_1 \cap U_2 \rightarrow U_2 - U_1 \in F^+$

方法二：算法

$\rho=\{R_1\langle U_1, F_1\rangle, R_2\langle U_2, F_2\rangle, \dots, R_k\langle U_k, F_k\rangle\}$ 是关系模式 $R\langle U, F\rangle$ 的一个分解, $U=\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$, $F=\{FD_1, FD_2, \dots, FD_p\}$, 并设 F 是一个最小依赖集, 记 FD_i 为 $X_i \rightarrow A_{ij}$, 其步骤如下：

① 建立一张 n 列 k 行的表, 每一列对应一个属性, 每一行对应分解中的一个关系模式。若属性 A_j U_i , 则在 j 列 i 行上填上 a_j , 否则填上 b_{ij} 。

② 对于每一个 FD_i 做如下操作：找到 X_i 所对应的列中具有相同符号的那些行。考察这些行中 l_i 列的元素, 若其中有 a_j , 则全部改为 a_j , 否则全部改为 b_{mli} , m 是这些行的行号最小值。

如果在某次更改后, 有一行成为: a_1, a_2, \dots, a_n , 则算法终止。且分解 ρ 具有无损连接性, 否则不具有无损连接性。

对 F 中 p 个 FD 逐一进行一次这样的处理, 称为对 F 的一次扫描。

③

比较扫描前后, 表有无变化, 如有变化, 则返回第②步, 否则算法终止。如果发生循环, 那么前次扫描至少应使该表减少一个符号, 表中符号有限, 因此, 循环必然终止。

举例1：已知 $R\langle U, F\rangle$, $U=\{A, B, C\}$, $F=\{A \rightarrow B\}$, 如下的两个分解：

① $\rho_1=\{AB, BC\}$

② $\rho_2=\{AB, AC\}$

判断这两个分解是否具有无损连接性。

① 因为 $AB \cap BC = B$, $AB - BC = A$, $BC - AB = C$

所以 $B \rightarrow A \notin F^+$, $B \rightarrow C \notin F^+$

故 ρ_1 是有损连接。

② 因为 $AB \cap AC = A$, $AB - AC = B$, $AC - AB = C$

所以 $A \rightarrow B \in F^+$, $A \rightarrow C \notin F^+$

故 ρ_2 是无损连接。

举例2：已知 $R\langle U, F\rangle$, $U=\{A, B, C, D, E\}$, $F=\{A \rightarrow C, B \rightarrow C, C \rightarrow D, DE \rightarrow C, CE \rightarrow A\}$, R 的一个分解为 $R_1(AD)$, $R_2(AB)$, $R_3(BE)$, $R_4(CDE)$, $R_5(AE)$, 判断这个分解是否具有无损连接性。

① 构造一个初始的二维表, 若“属性”属于“模式”中的属性, 则填 a_j , 否则填 b_{ij}

模式 \ 属性	A	B	C	D	E
$R_1(AD)$	a_1	b_{12}	b_{13}	a_4	b_{15}
$R_2(AB)$	a_1	a_2	b_{23}	b_{24}	b_{25}
$R_3(BE)$	b_{31}	a_2	b_{33}	b_{34}	a_5
$R_4(CDE)$	b_{41}	b_{42}	a_3	a_4	a_5
$R_5(AE)$	a_1	b_{52}	b_{53}	b_{54}	a_5

② 根据 $A \rightarrow C$ ，对上表进行处理，由于属性列A上第1、2、5行相同均为 a_1 ，所以将属性列C上的 b_{13} 、 b_{23} 、 b_{53} 改为同一个符号 b_{13} （取行号最小值）。

模式 \ 属性	A	B	C	D	E
$R_1(AD)$	a_1	b_{12}	b_{13}	a_4	b_{15}
$R_2(AB)$	a_1	a_2	b_{13}	b_{24}	b_{25}
$R_3(BE)$	b_{31}	a_2	b_{33}	b_{34}	a_5
$R_4(CDE)$	b_{41}	b_{42}	a_3	a_4	a_5
$R_5(AE)$	a_1	b_{52}	b_{13}	b_{54}	a_5

③ 根据 $B \rightarrow C$ ，对上表进行处理，由于属性列B上第2、3行相同均为 a_2 ，所以将属性列C上的 b_{13} 、 b_{33} 改为同一个符号 b_{13} （取行号最小值）。

模式 \ 属性	A	B	C	D	E
$R_1(AD)$	a_1	b_{12}	b_{13}	a_4	b_{15}
$R_2(AB)$	a_1	a_2	b_{13}	b_{24}	b_{25}
$R_3(BE)$	b_{31}	a_2	b_{13}	b_{34}	a_5
$R_4(CDE)$	b_{41}	b_{42}	a_3	a_4	a_5
$R_5(AE)$	a_1	b_{52}	b_{13}	b_{54}	a_5

④ 根据 $C \rightarrow D$ ，对上表进行处理，由于属性列C上第1、2、3、5行相同均为 b_{13} ，所以将属性列D上的值均改为同一个符号 a_4 。

模式 \ 属性	A	B	C	D	E
$R_1(AD)$	a_1	b_{12}	b_{13}	a_4	b_{15}
$R_2(AB)$	a_1	a_2	b_{13}	a_4	b_{25}
$R_3(BE)$	b_{31}	a_2	b_{13}	a_4	a_5
$R_4(CDE)$	b_{41}	b_{42}	a_3	a_4	a_5
$R_5(AE)$	a_1	b_{52}	b_{13}	a_4	a_5

⑤ 根据 $DE \rightarrow C$ ，对上表进行处理，由于属性列DE上第3、4、5行相同均为 a_4a_5 ，所以将属性列C上的值均改为同一个符号 a_3 。

模式 \ 属性	A	B	C	D	E
$R_1(AD)$	a_1	b_{12}	b_{13}	a_4	b_{15}
$R_2(AB)$	a_1	a_2	b_{13}	a_4	b_{25}
$R_3(BE)$	b_{31}	a_2	a_3	a_4	a_5
$R_4(CDE)$	b_{41}	b_{42}	a_3	a_4	a_5
$R_5(AE)$	a_1	b_{52}	a_3	a_4	a_5

⑥ 根据 $CE \rightarrow A$ ，对上表进行处理，由于属性列CE上第3、4、5行相同均为 a_3a_5 ，所以将属性列A上的值均改为同一个符号 a_1 。

模式 \ 属性	A	B	C	D	E
$R_1(AD)$	a_1	b_{12}	b_{13}	a_4	b_{15}
$R_2(AB)$	a_1	a_2	b_{13}	a_4	b_{25}
$R_3(BE)$	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
$R_4(CDE)$	a_1	b_{42}	a_3	a_4	a_5
$R_5(AE)$	a_1	b_{52}	a_3	a_4	a_5

⑦ 通过上述的修改，使第三行成为 $a_1a_2a_3a_4a_5$ ，则算法终止。且分解具有无损连接性。