1.4 时间相干性

M_1和M'_2之间距离超过一定限度时，观察不到干涉现象。

由于光源发出的波列长度有限，若两相干光的光程差大于波列长度所对应的光程时，就不会产生干涉现象。

1. 相干长度

设光波的波列长度为 L，两束相干光对应的最大光程差称为**相干长度**。

$$\delta_{\mathrm{m}} = nL$$

2. 相干时间

传播一个波列所需要的时间称作**相干时间**。

$$\Delta t = \frac{\delta_{\mathrm{m}}}{c}$$

c 为真空中的光速。

迈克耳孙干涉仪中的补偿玻璃板 G_2 提高了光的时间相干性。

例： 用迈克耳孙干涉仪测量光波波长。当可动反射镜移动距离$\Delta d = 0.3276\ \text{mm}$ 时，光电计数仪测得等倾条纹在中心冒出1200 个圆环。

求光波波长。

解： 反光镜每移动$\lambda/2$,视场中心就冒出或陷入一个明（暗）纹，现冒出1200个圆纹，故移动距离：

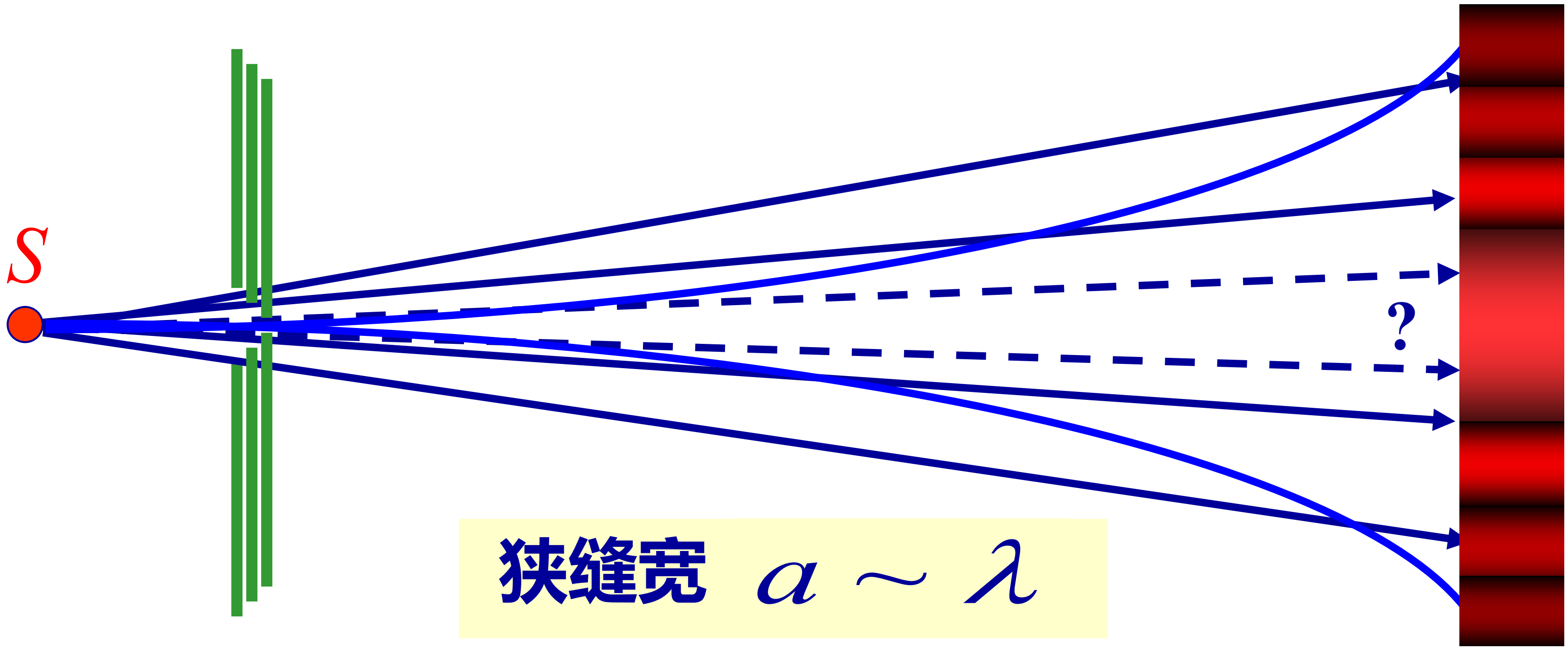
$$\Delta d = N\frac{\lambda}{2}$$

光波波长：

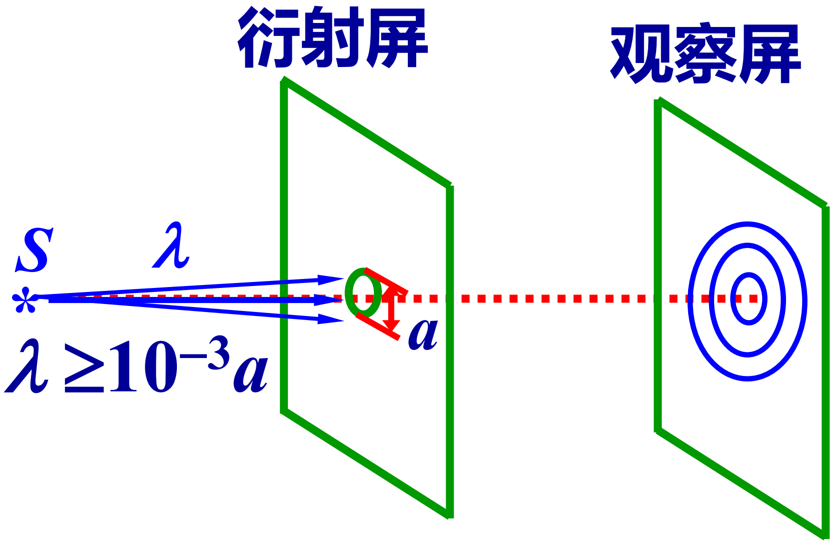
$$\lambda = \frac{2\Delta d}{N} = \frac{2\times 0.3276\times 10^{6}}{1200} = 546.0\text{nm}$$

§ 13-7　惠更斯-菲涅耳原理

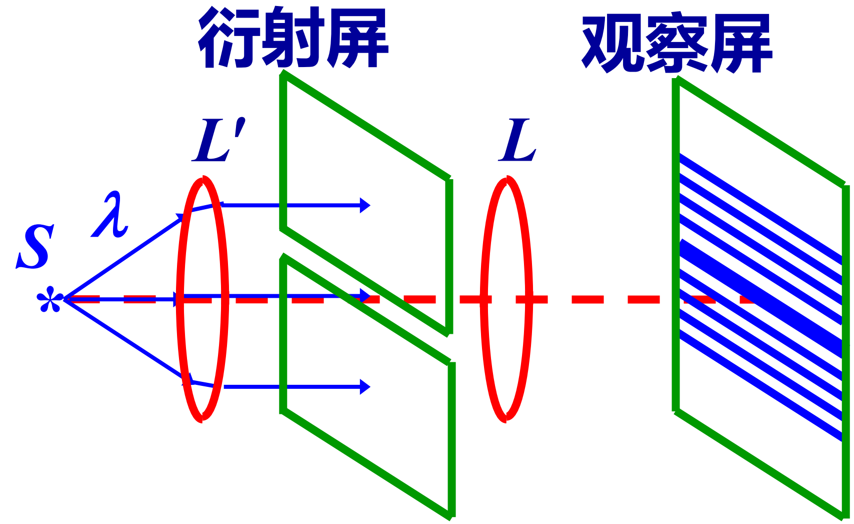
1、光的衍射现象



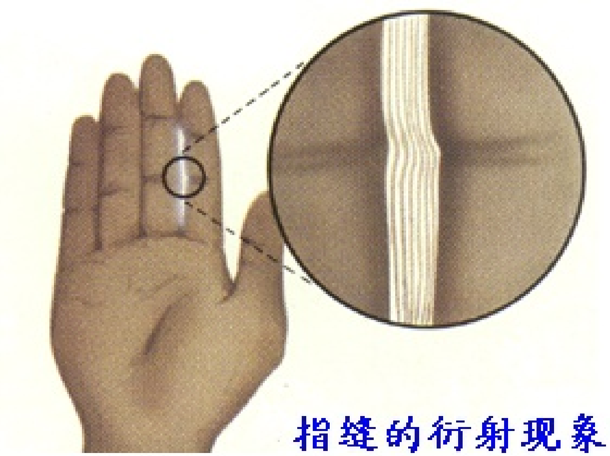
光在传播过程中，绕过障碍物的边缘而偏离直线传播，并在障碍物后方形成明暗相间的衍射条纹。



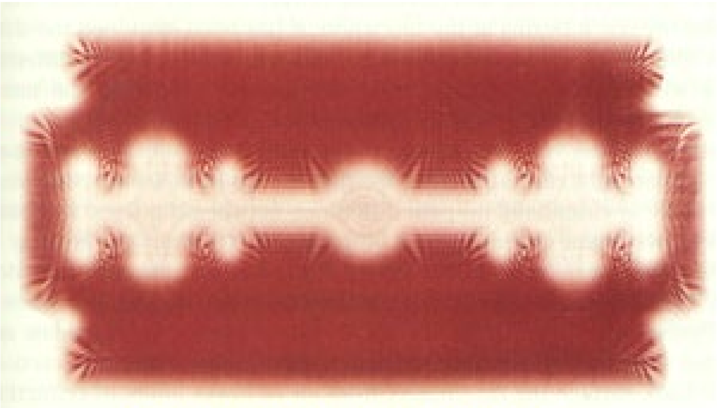
小孔衍射



单缝衍射



指缝的衍射现象

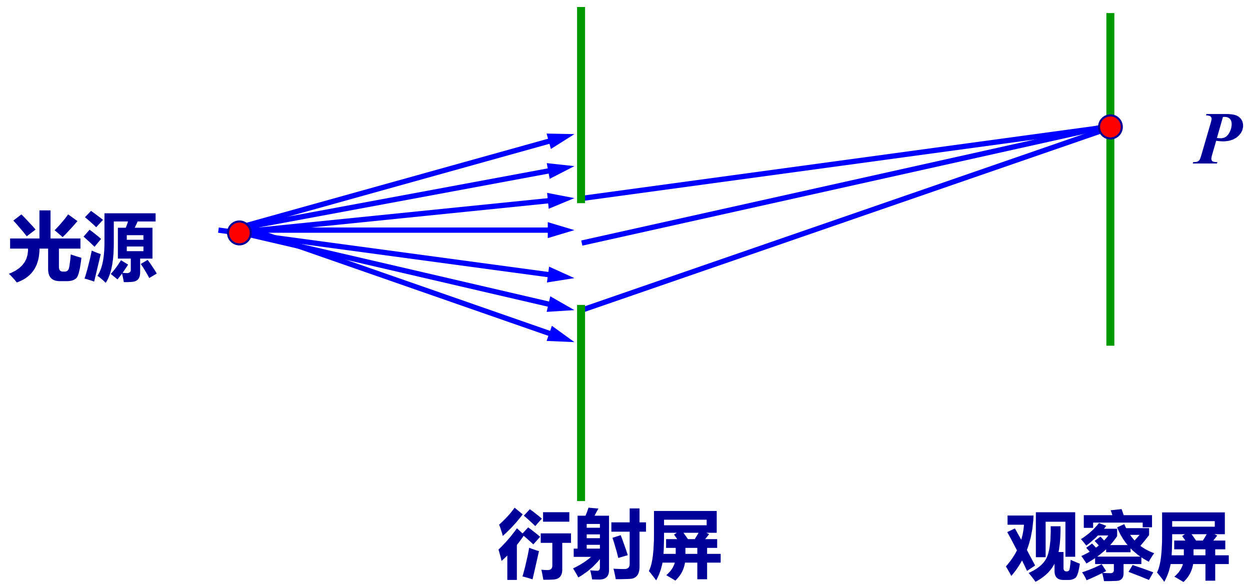


剃须刀片的衍射现象

2、菲涅耳衍射、夫琅禾费衍射

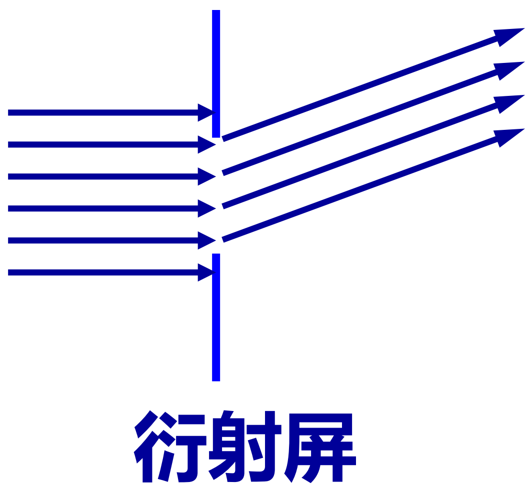
2.1 菲涅耳衍射

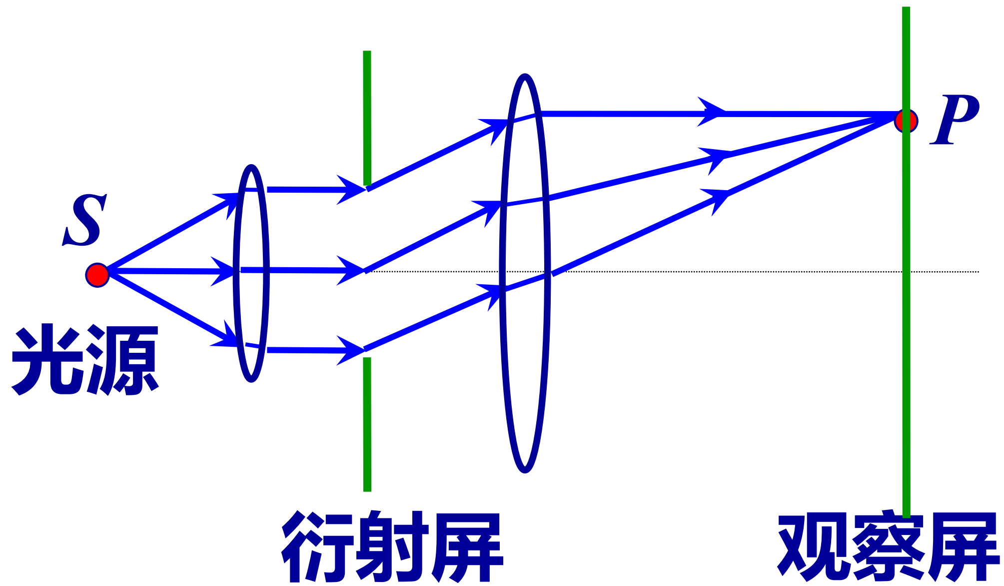
障碍物（衍射屏）到光源的距离，或到观察屏的距离为有限远时，所发生的衍射现象。



2.2 夫琅禾费衍射

障碍物（衍射屏）离光源和观察屏的距离均为无限远时，所发生的衍射现象。





实验室中的夫琅禾费衍射

本章只研究夫琅禾费衍射

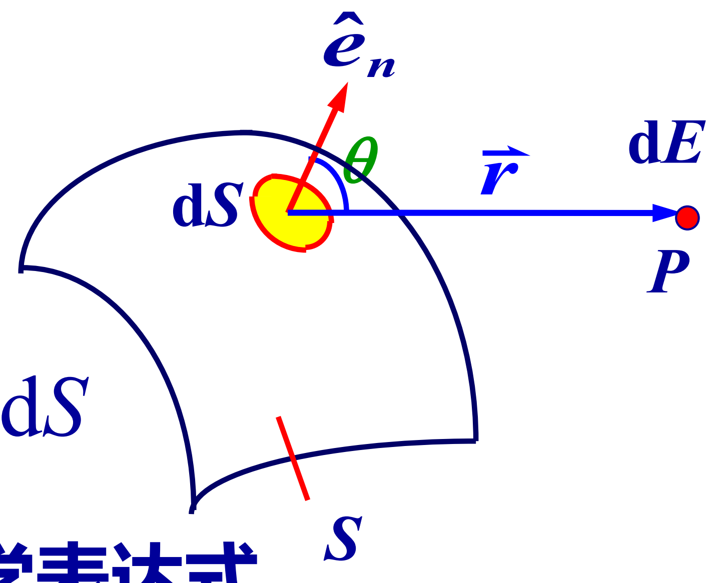
3、惠更斯-菲涅耳原理

波阵面上的任何一点都是子波的波源，各子波在空间某点的相干叠加，决定了该点波的强度。

惠更斯

菲涅耳

$$\mathrm{d}E = CK(\theta)\frac{\mathrm{d}S}{r}\cos(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda})$$



P点的合振动：

$$E(P) = \int_S \frac{CK(\theta)}{r}\cos(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda})\mathrm{d}S$$

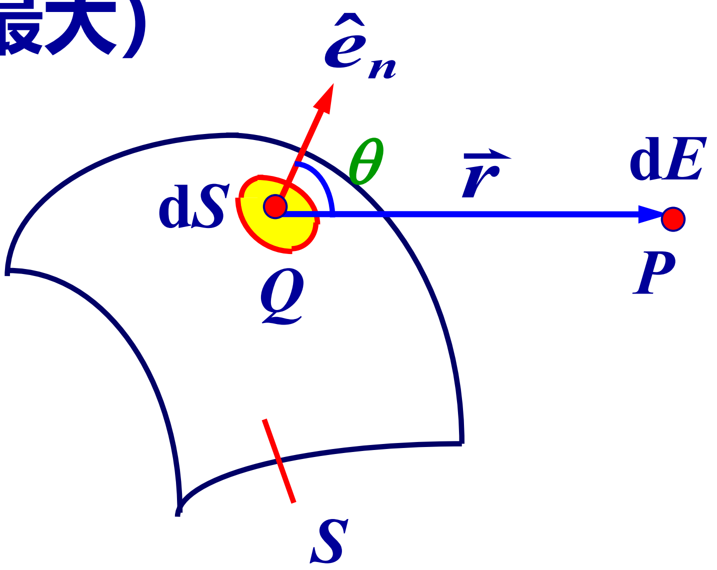
——惠更斯-菲涅耳原理的数学表达式

$$dE = CK(\theta)\frac{dS}{r}\cos(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda})$$

$K(\theta)$： **倾斜因子，随着θ增大缓慢减小的函数**

$$\theta = 0,\ \ K = K_{\max} = 1,$$

(沿原波传播方向的子波振幅最大)

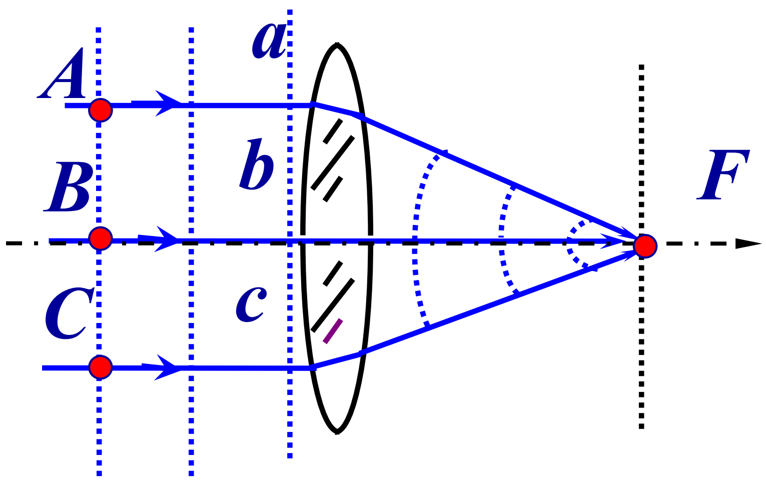


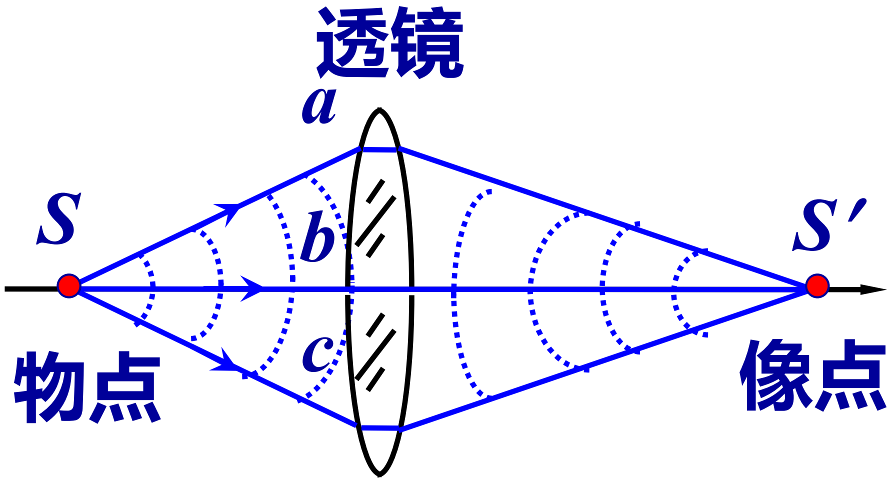
$$\theta \uparrow \to K(\theta) \downarrow$$

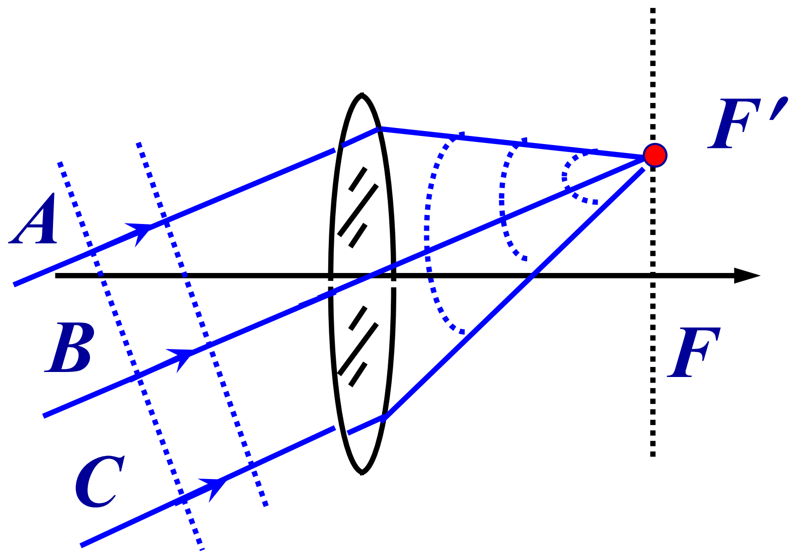
$$\theta \geq \frac{\pi}{2},\ \ K = 0.$$

(子波不能向后传播)

4、透镜的等光程性

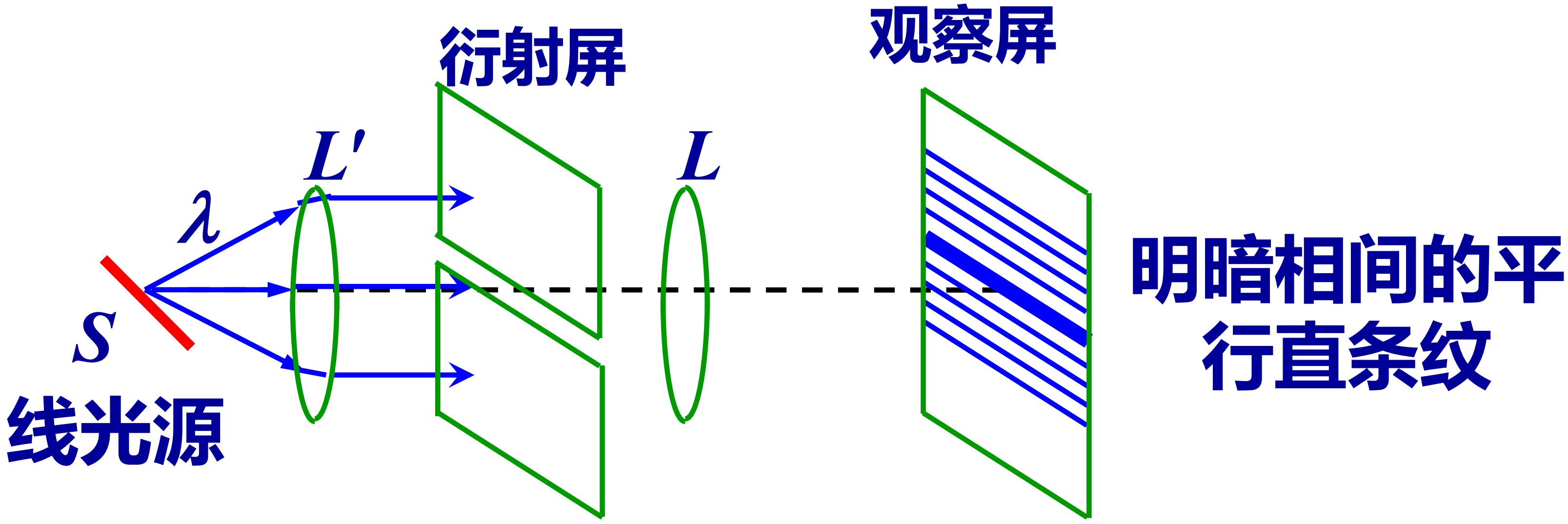




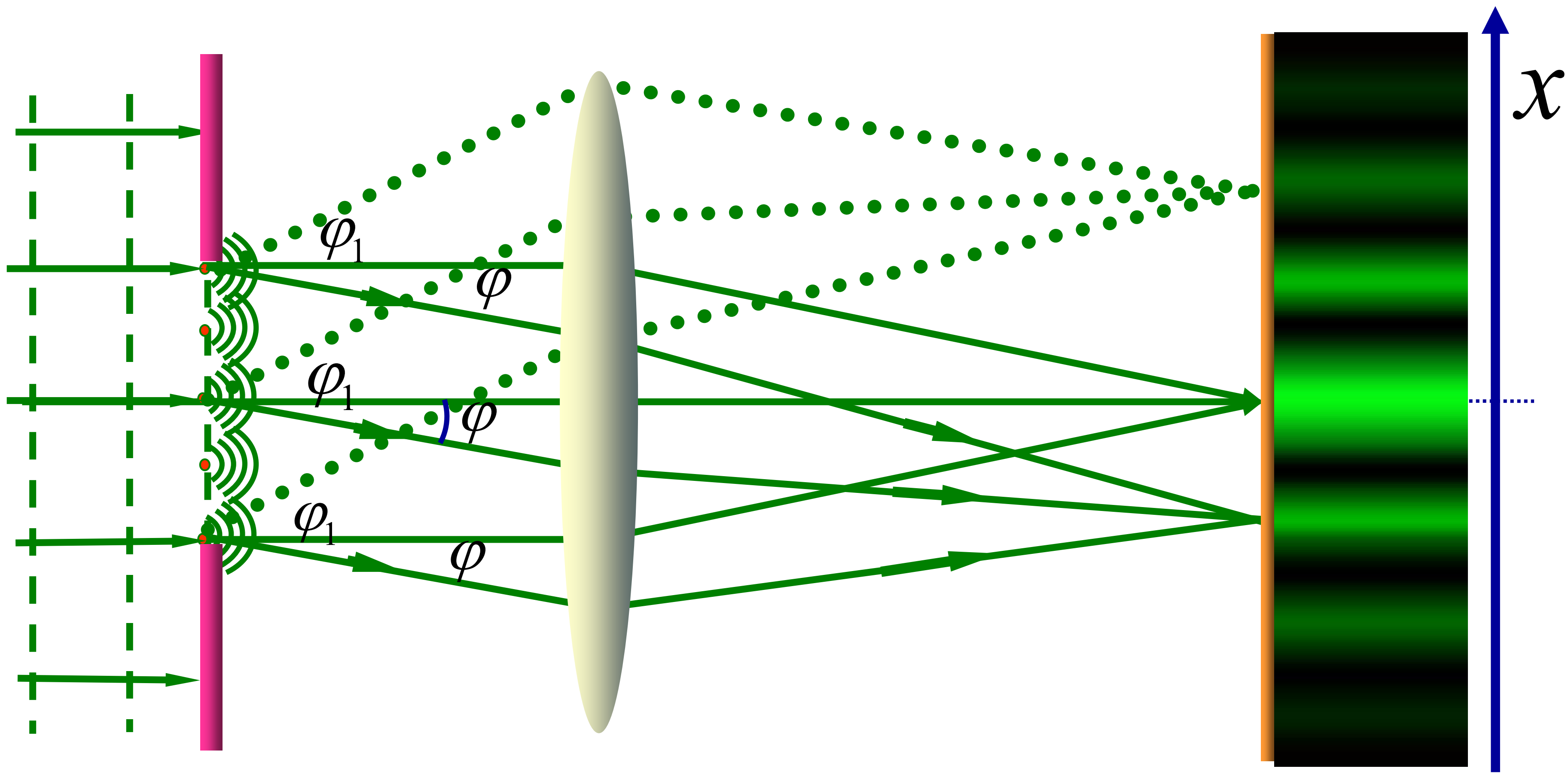


§ 13-8 单缝的夫琅禾费衍射

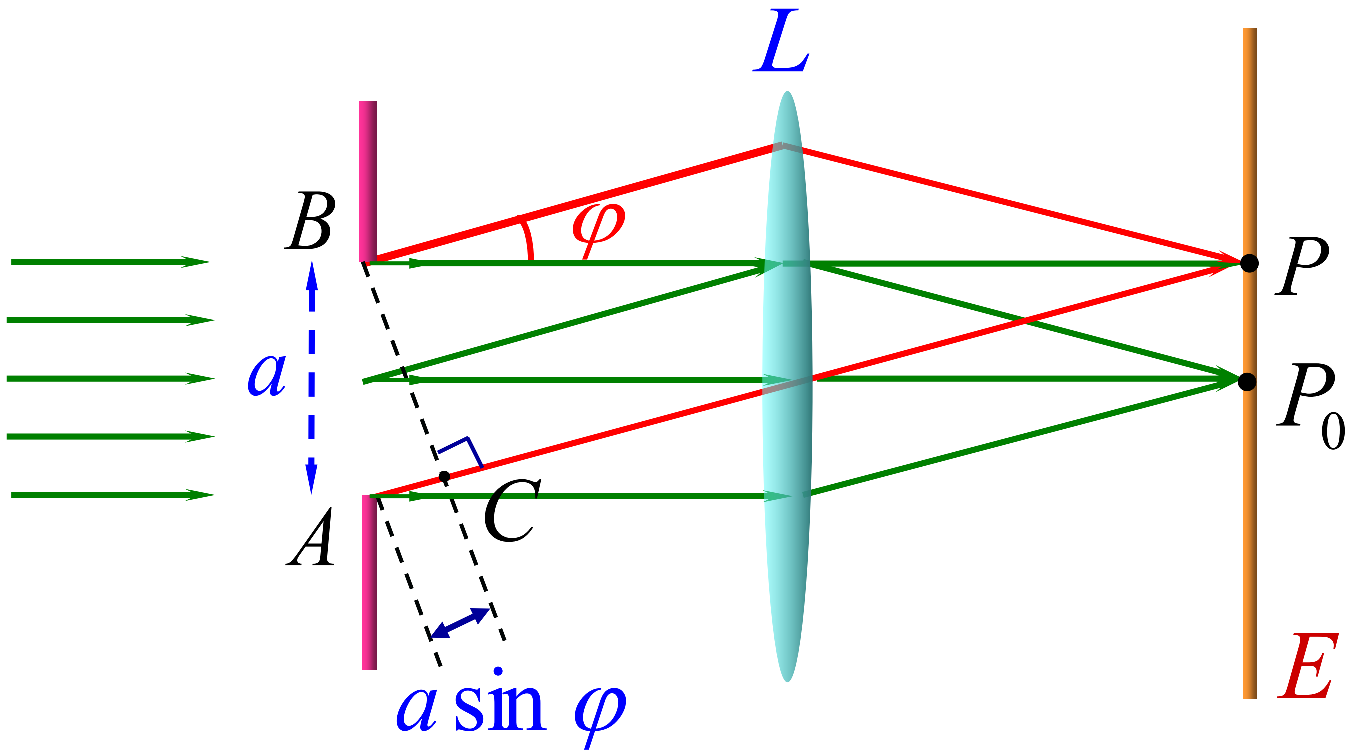
1. 单缝夫琅禾费衍射



单缝衍射图样,是单缝处波面上无数个次波在不同方向上的光叠加干涉的结果。



屏上位置 x 与衍射角 φ 一一对应



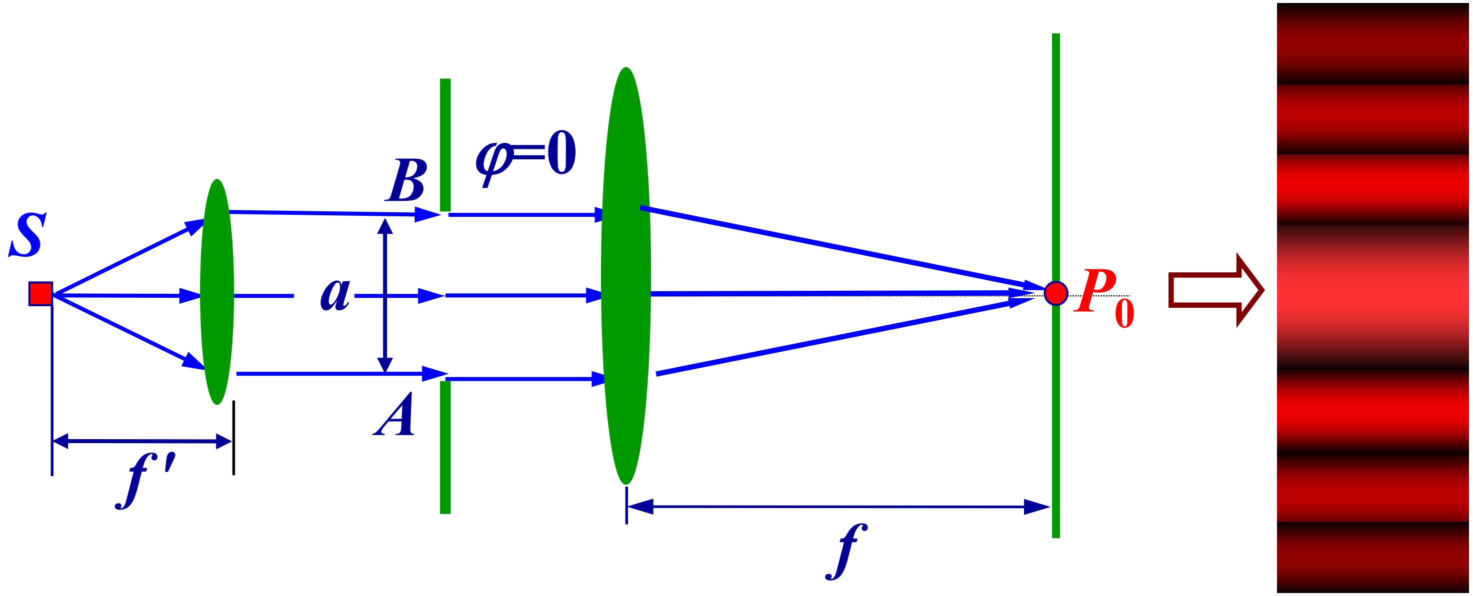
（衍射角 φ：**向上为正，向下为负**）

缝上、下边缘两条光线间的光程差：

$$\delta = AC = a\sin\varphi$$

单缝夫琅禾费衍射图样讨论

★ $\varphi = 0$ 时, ——中央明纹(中心) P_0

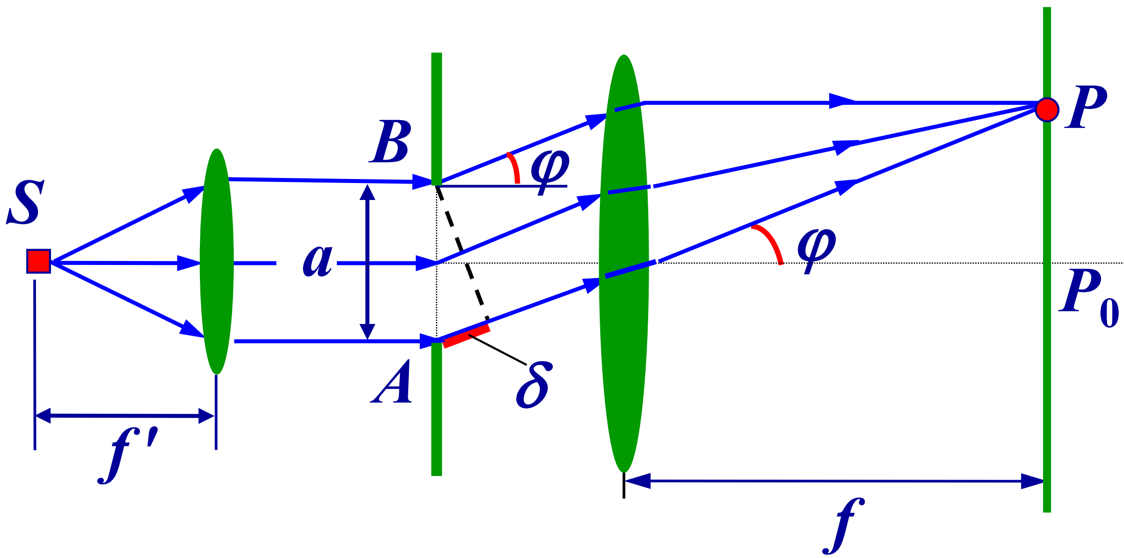


★ 衍射角θ不为 0 时，

（抓住单缝边缘的两光线的光程差）

单缝的两条边缘光束 $A \rightarrow P$ 和$B \rightarrow P$ 的光程差，可由几何关系得到： $\delta = a\sin\varphi$

P 点条纹的明暗，决定于光程差δ的量值。

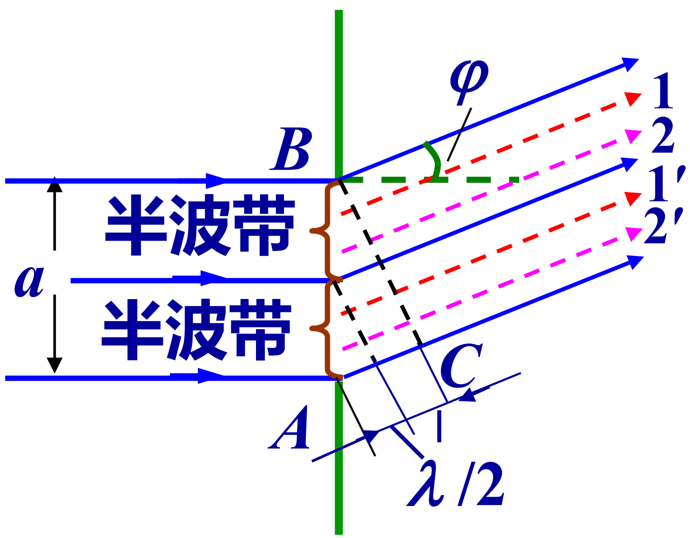


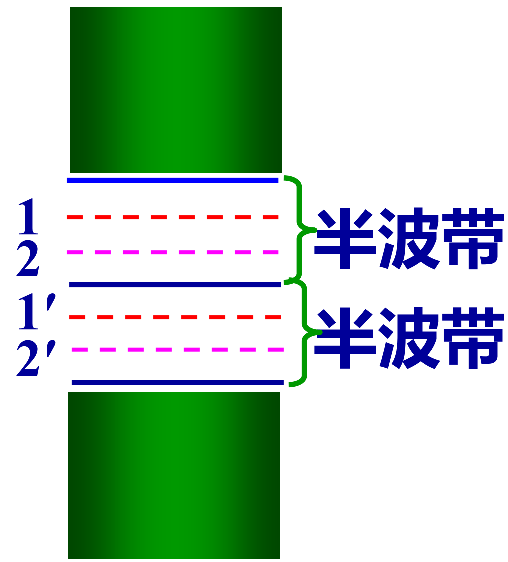
明纹？暗纹？

2.1 菲涅耳半波带法

在波阵面上截取一个条状带，使它上下两边缘发的光在屏上P处的光程差为 $\lambda/2$ ，此带称为半波带。

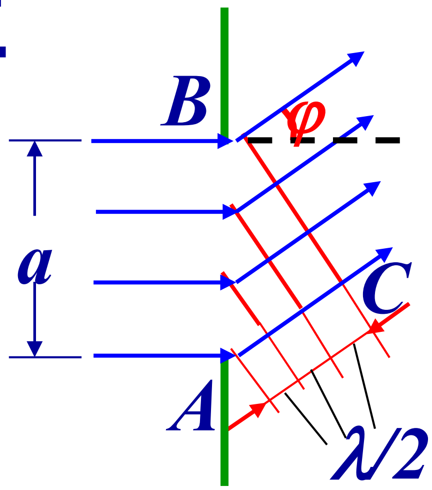
- 当 $a\sin\varphi=\lambda$ 时，可将狭缝分为两个“半波带”





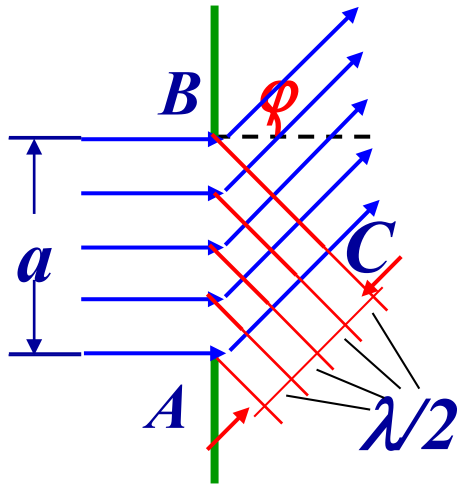
两相邻半波带上的对应点发的光在P 处，光程差始终相差$\lambda/2$，干涉相消，形成暗纹。

•当 $a\sin\varphi=\frac{3}{2}\lambda$ 时,可将缝分成三个“半波带”



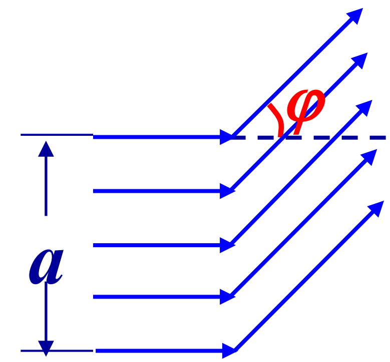
P 处近似为明纹中心。

•当 $a\sin\varphi=2\lambda$ 时，可将缝分成四个“半波带”



P 处干涉相消形成暗纹。

2.2 明暗纹条件



由半波带法可得 明暗纹条件为：

$$a\sin\varphi = \pm k\lambda, \qquad k = 1, 2, 3 \quad \text{——暗纹}$$

$$a\sin\varphi = \pm(2k'+1)\frac{\lambda}{2}, \qquad k' = 1, 2, 3 \quad \text{——明纹(中心)}$$

$$a\sin\varphi = 0 \quad \text{——中央明纹(中心)}$$

对任意衍射角来说，不能恰巧分成整数个波带。此时，衍射光束经透镜聚焦后形成屏幕上亮度介于最明和最暗之间的中间区域。即半波带数不是整数时，明暗程度介于明纹与暗纹之间。

讨论

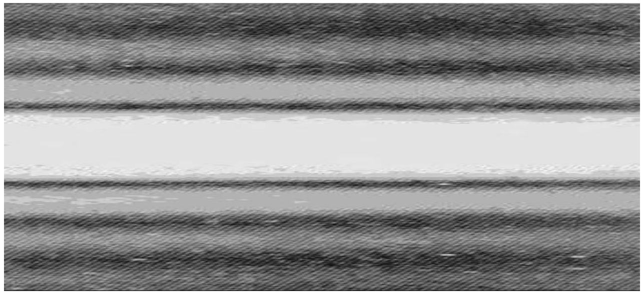
$$a\sin\varphi = N\frac{\lambda}{2}$$

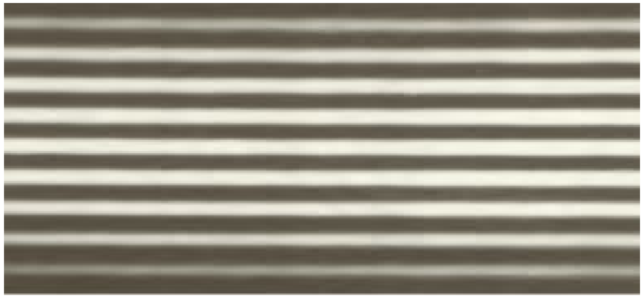
1. 波长 λ 一定时，缝宽 a 与衍射角 φ 成反比。

2. 缝宽 a 一定时，波长 λ 与衍射角 φ 成正比。

3. 当 $a >> \lambda$ 时，$\sin\varphi = k\dfrac{\lambda}{a} \to 0$，屏上形成狭缝的几何投影，波动光学退化到几何光学。

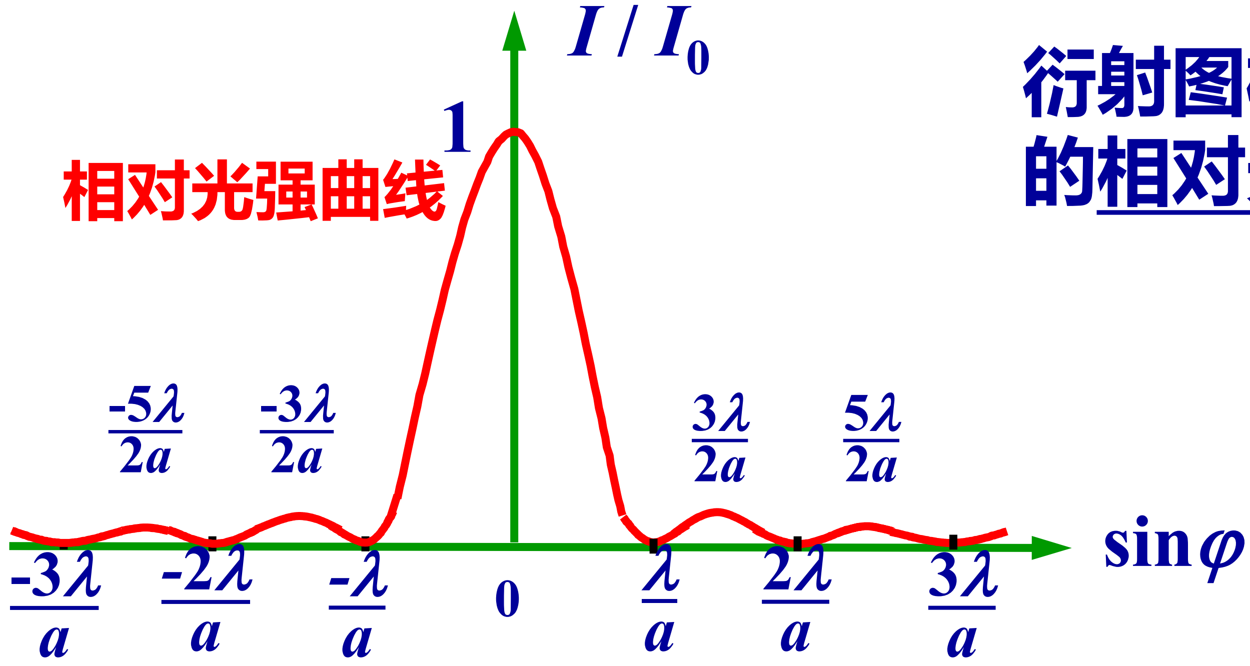
4. 单缝衍射和双缝干涉条纹不同。

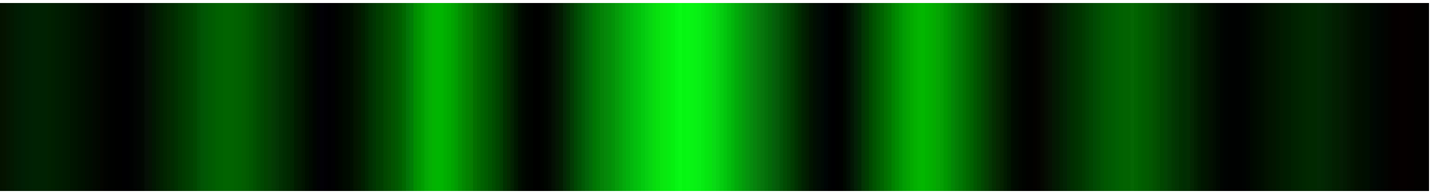




2.3 衍射图样的讨论

衍射图样中各级条纹的相对光强如图所示：





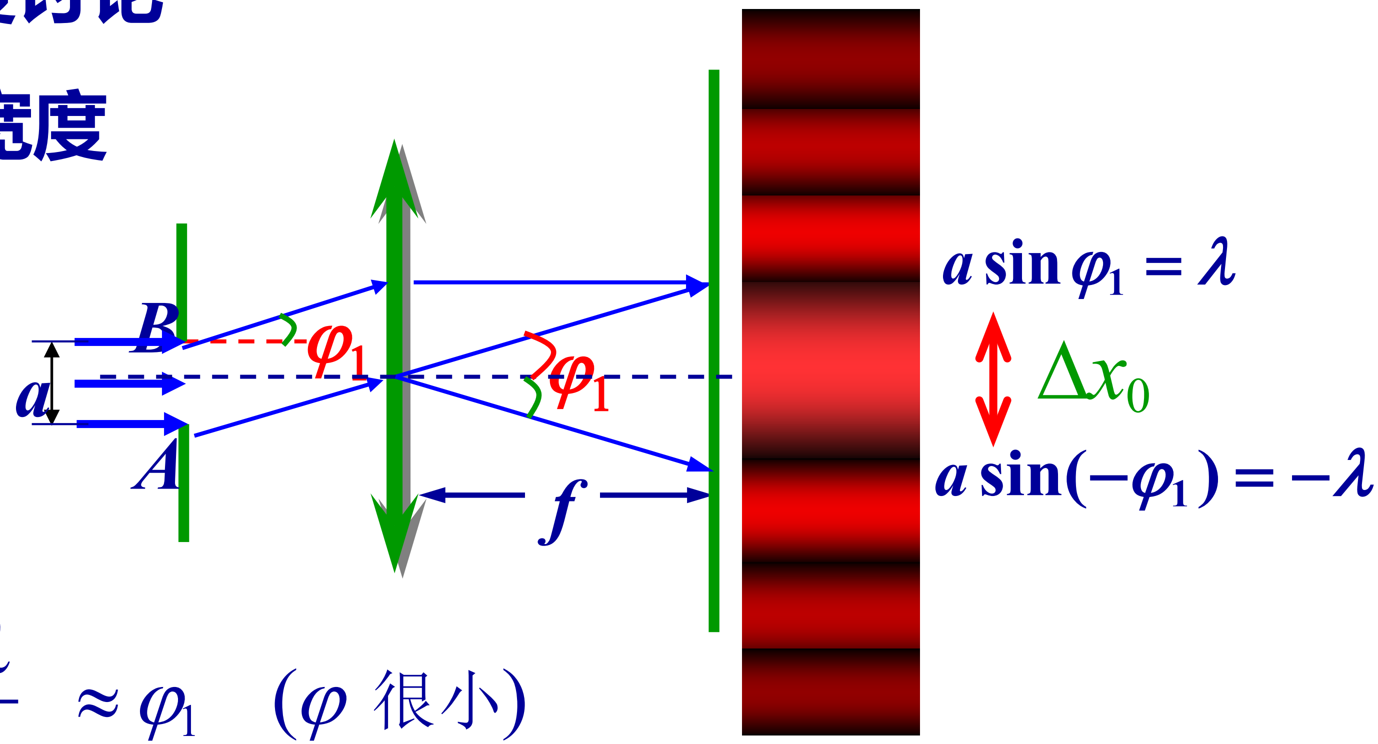
中央极大值对应的明条纹称 中央明纹。

中央极大值两侧的其他明条纹称 次极大。

中央极大值两侧的各极小值称 暗纹。

（1）明纹宽度讨论

A、中央明纹宽度



$$\sin\varphi_1 = \frac{\lambda}{a} \approx \varphi_1 \quad (\varphi \text{ 很小})$$

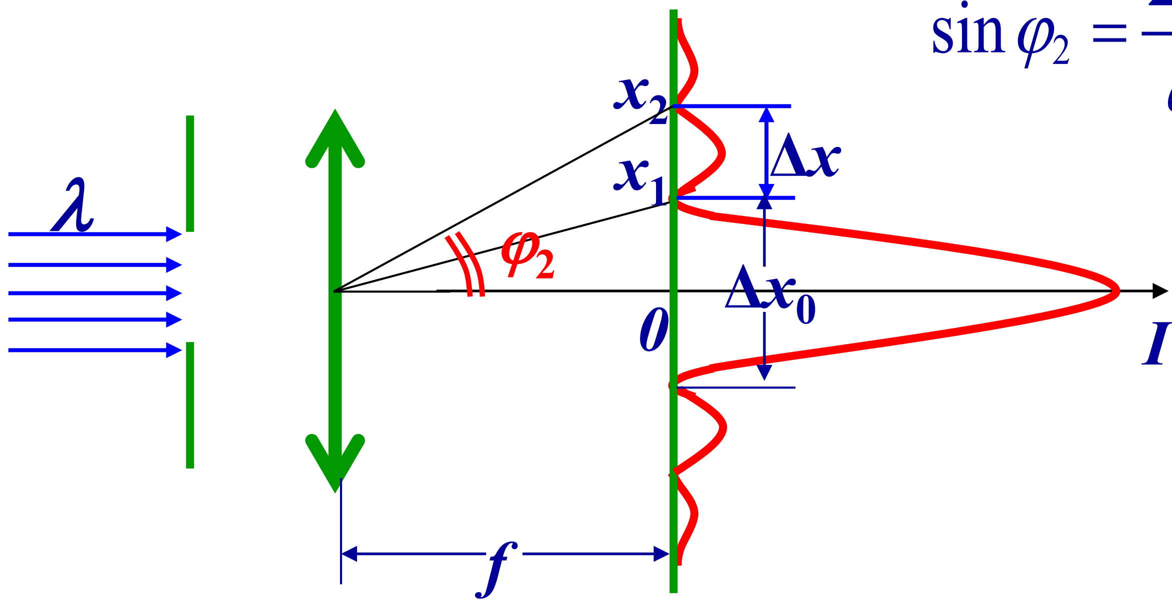
∴中央明纹的角宽度为：$\Delta\varphi_0 = 2\varphi_1 \approx 2\dfrac{\lambda}{a}$

中央明纹的线宽度为：

$$\Delta x_0 = 2\cdot f\cdot\tan\varphi_1 \approx 2\cdot f\cdot\varphi_1 \approx 2f\frac{\lambda}{a} \propto \frac{\lambda}{a}$$

B、次极大明纹宽度（φ很小的情况）

$$\sin\varphi_2 = \frac{2\lambda}{a} \approx \varphi_2 \quad (\varphi \text{ 很小})$$



$$\therefore x_2 = f\cdot\tan\varphi_2 \approx f\varphi_2 \approx f\frac{2\lambda}{a}.$$

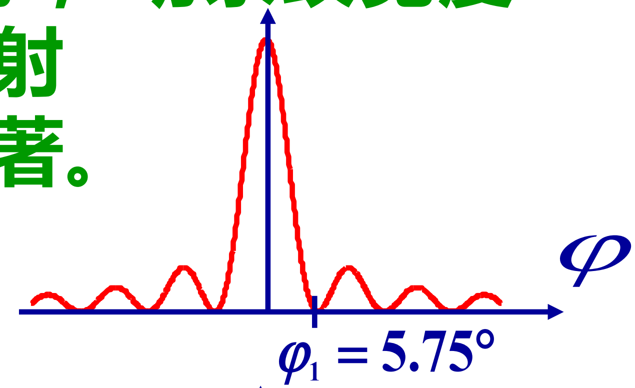
$$x_1 = f\cdot\tan\varphi_1 \approx f\frac{\lambda}{a}.$$

∴次级明纹的线宽度为： $$\Delta x \approx f\frac{\lambda}{a} = \frac{1}{2}\Delta x_0.$$

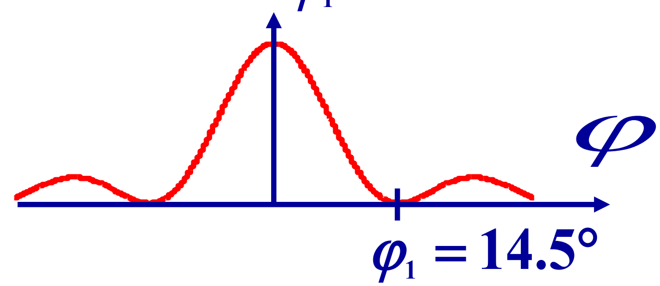
（2） 狭缝宽度对条纹的影响

由 $\Delta x_0 \approx 2f\dfrac{\lambda}{a}$ 可知，

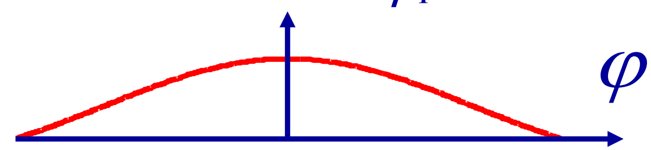
缝宽 a 越小，明条纹宽度越宽，衍射现象越显著。



$a = 10\lambda$,　$\sin\varphi_1 = \dfrac{\lambda}{a} = 0.1$



$a = 5\lambda$,　$\sin\varphi_1 = 0.2$

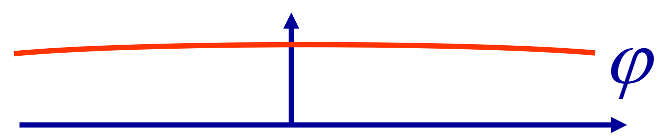


$a = \lambda$,　$\sin\varphi_1 = 1$

$\varphi_1 = 90°$

（中央明纹复盖整个屏）

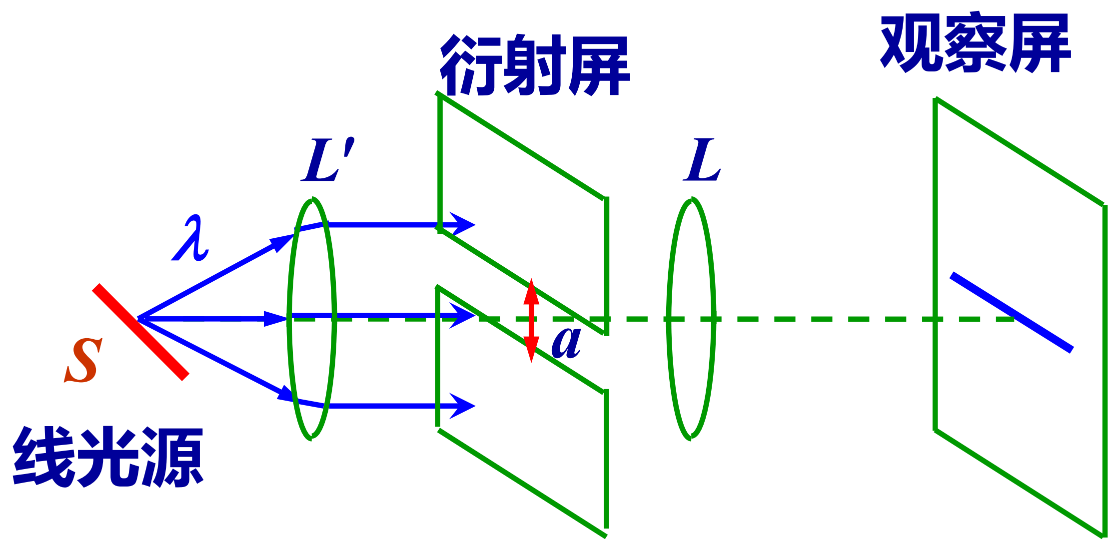
$a << \lambda$,　**屏上强度均匀**



Continue 狭缝宽度对条纹的影响

$$\Delta x_0 \approx 2f\frac{\lambda}{a}$$

当缝宽$a >> \lambda$时， $\lambda / a \rightarrow 0$ ，$\Delta x_0 \rightarrow 0$,



光的直线传播，是光波长λ较障碍物线度a小的多，衍射不显著时的情况。

此时屏幕上只显出单一的明条纹

——单缝的几何光学像

∴几何光学是波动光学在 $\lambda / a \rightarrow 0$时的极限情形。

例: 用波长500nm的单色光垂直照射到0.5mm的缝宽单缝上，缝后透镜焦距0.5m。

求（1）中央明纹的宽度；

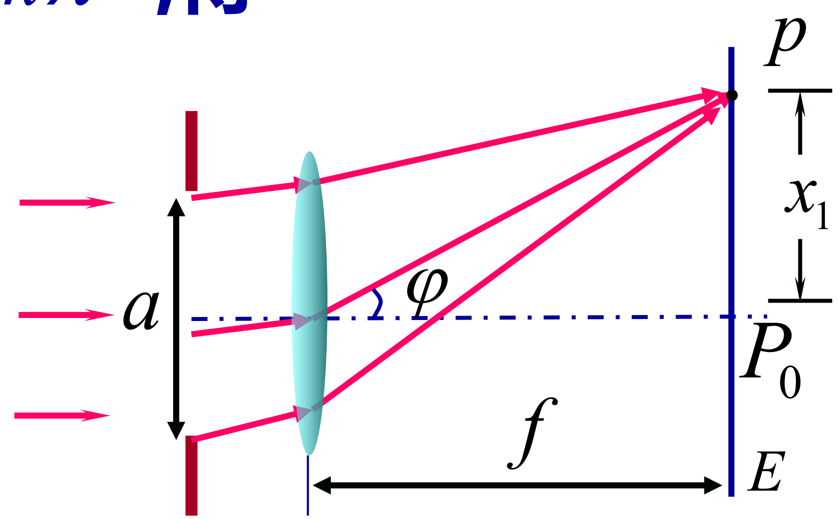
（2）第一级明纹的宽度。

解 **（1）由式子** $a\sin\varphi_1 = k\lambda$ **,得**

$$\sin\varphi_1 = \frac{\lambda}{a} = \frac{0.5\times10^{-6}}{0.5\times10^{-3}} = 10^{-3}$$

$$\sin\varphi_1 \approx \tan\varphi_1 = \frac{x_1}{f}$$

$$x_1 = f\sin\varphi_1 = 0.5\times10^{-3}\,\mathrm{m}$$



中央明纹的宽度

$$2x_1 = 2\times 0.5\times 10^{-3} = 1.0\times 10^{-3}\text{m}$$

(2）第一级明纹的宽度

$$\Delta x = x_2 - x_1 = f(\tan\varphi_2 - \tan\varphi_1)$$

$$= 0.5\times(2\times 10^{-3} - 10^{-3})$$

$$= 0.5\times 10^{-3}\text{m}$$

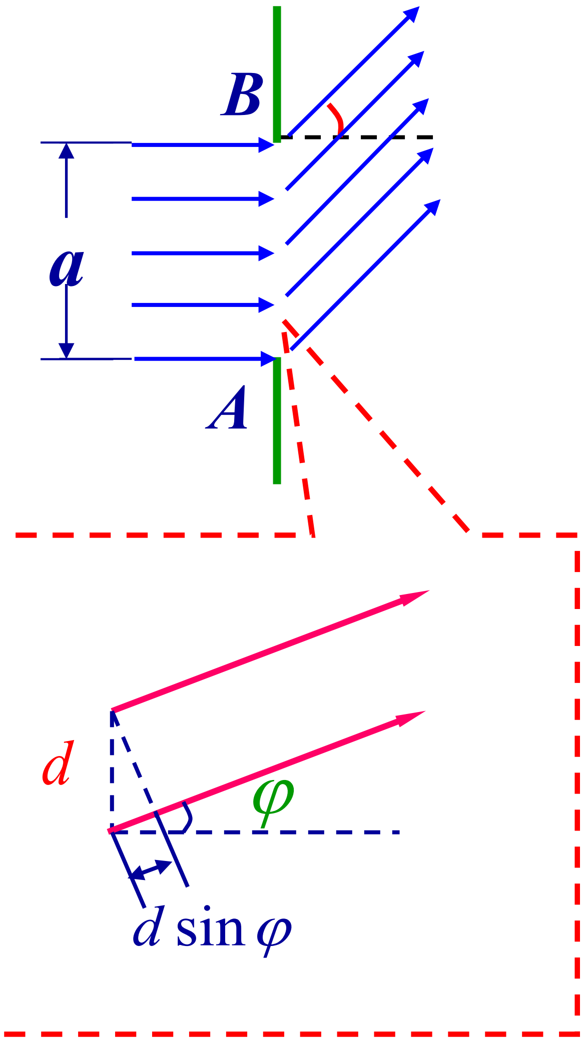
2. 用振幅矢量法表示各级条纹强度

将单缝 上的波面分成 N 个宽度为d 微波带（次波源），每个微波带宽度为 $d=\dfrac{a}{N}$ 。

次波源到屏上P点相位依次相差

$$\delta=\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\varphi=\frac{2\pi a\sin\varphi}{N\lambda}$$

P点的振动为N个同方向、同频率、等振幅、相位差依次 δ 的次波在P点的光振动的叠加。



合振动振幅 $\vec{E}=\sum_i \vec{E}_i$

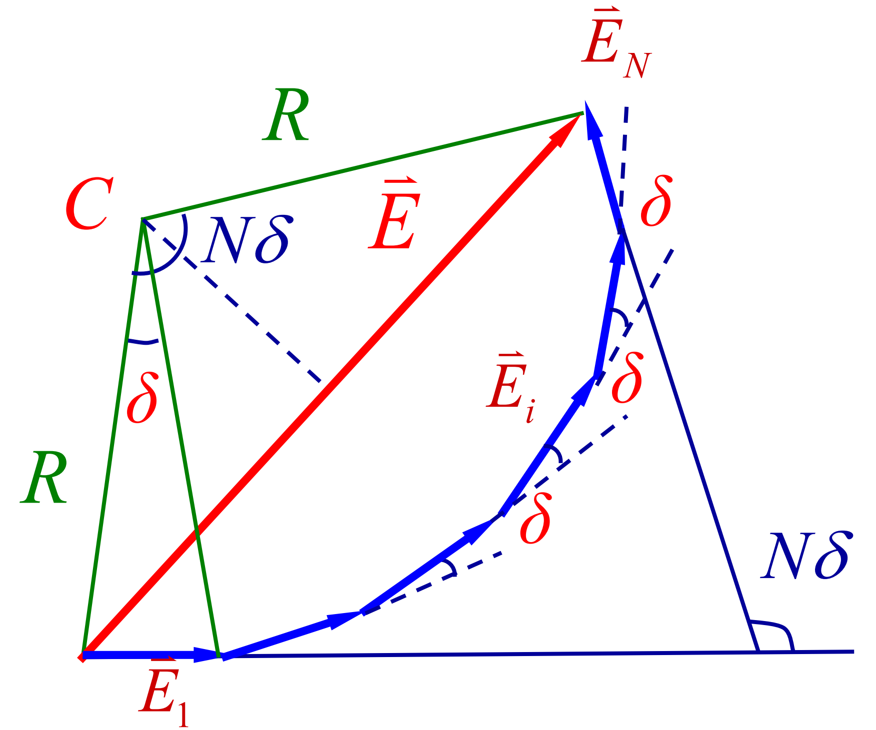
$\vec{E}_1$ **与** $\vec{E}_N$ **的夹角**

$$N\delta=\frac{2\pi a\sin\varphi}{\lambda}$$

半径 $R=\frac{E_i}{\delta}$

由几何关系，得

$$E=2R\sin\frac{N\delta}{2}$$



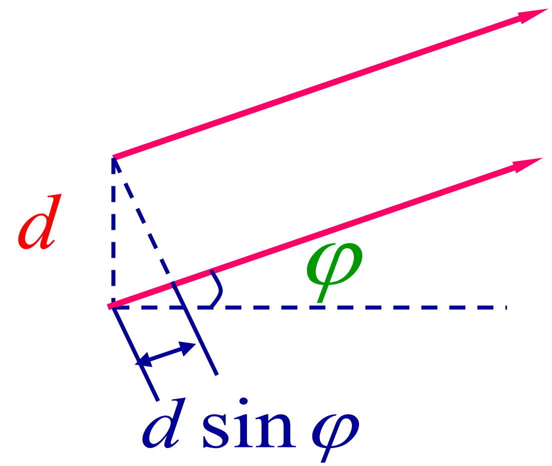
振动叠加矢量图

或 $E = NE_i \dfrac{\sin u}{u}$ 其中 $u = \dfrac{N\delta}{2}$

中央明纹 $\varphi = 0\,,\delta = 0\,,u = 0$

所以 $\dfrac{\sin u}{u} = 1$ 令 $E_0 = NE_{\mathrm{i}}$

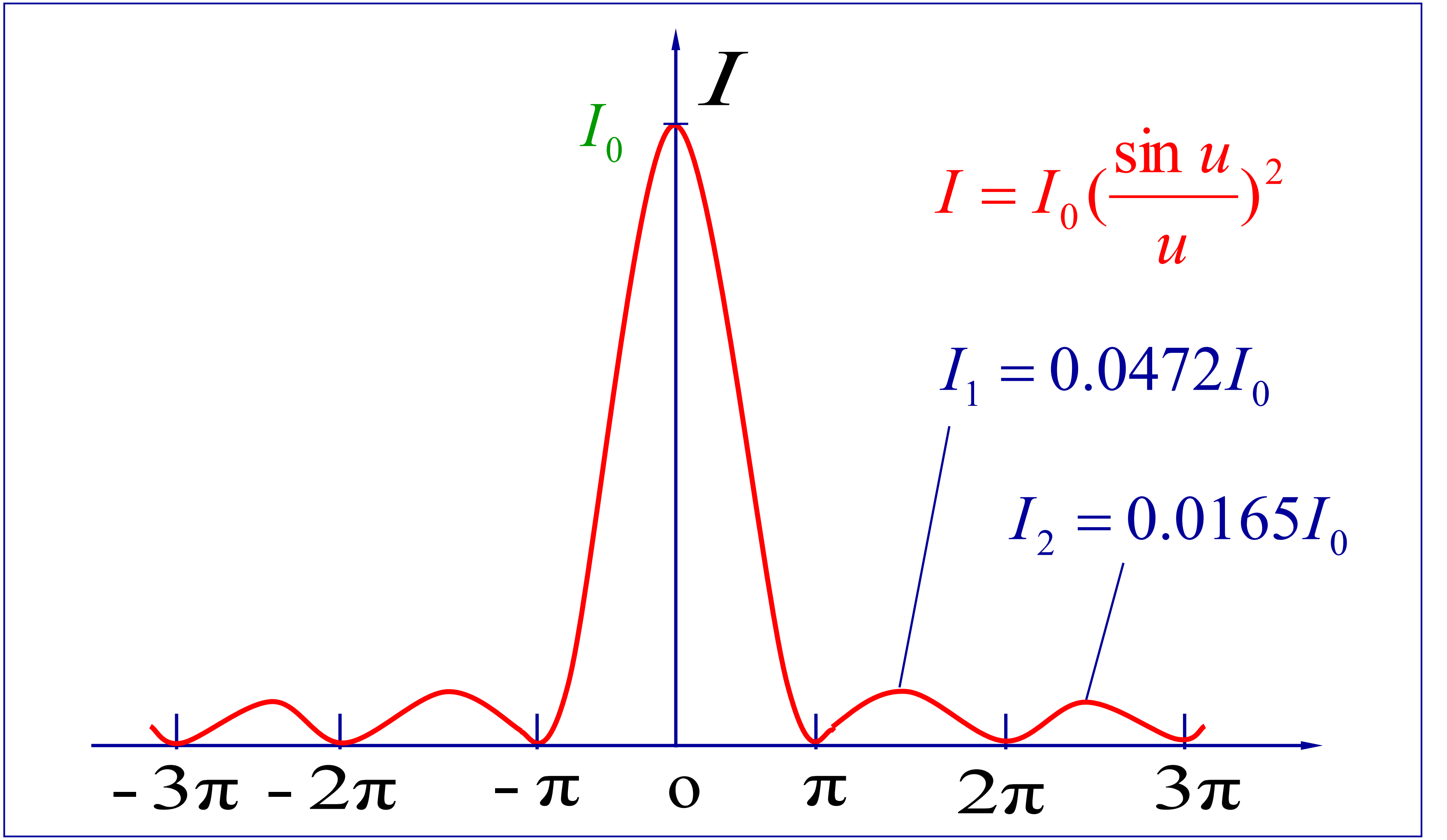
故 $E = E_0 \dfrac{\sin u}{u}$



P点的光强 $I = I_0 (\dfrac{\sin u}{u})^2$

——单缝夫琅禾费衍射光强分布公式。

光强分布图



I
I_0
$I = I_0\left(\frac{\sin u}{u}\right)^2$
$I_1 = 0.0472 I_0$
$I_2 = 0.0165 I_0$
-3π
-2π
$-\pi$
o
π
2π
3π

$$I = I_0\left(\frac{\sin u}{u}\right)^2$$

明、暗纹条件：

中央明纹 $\varphi = 0, \quad u = 0$

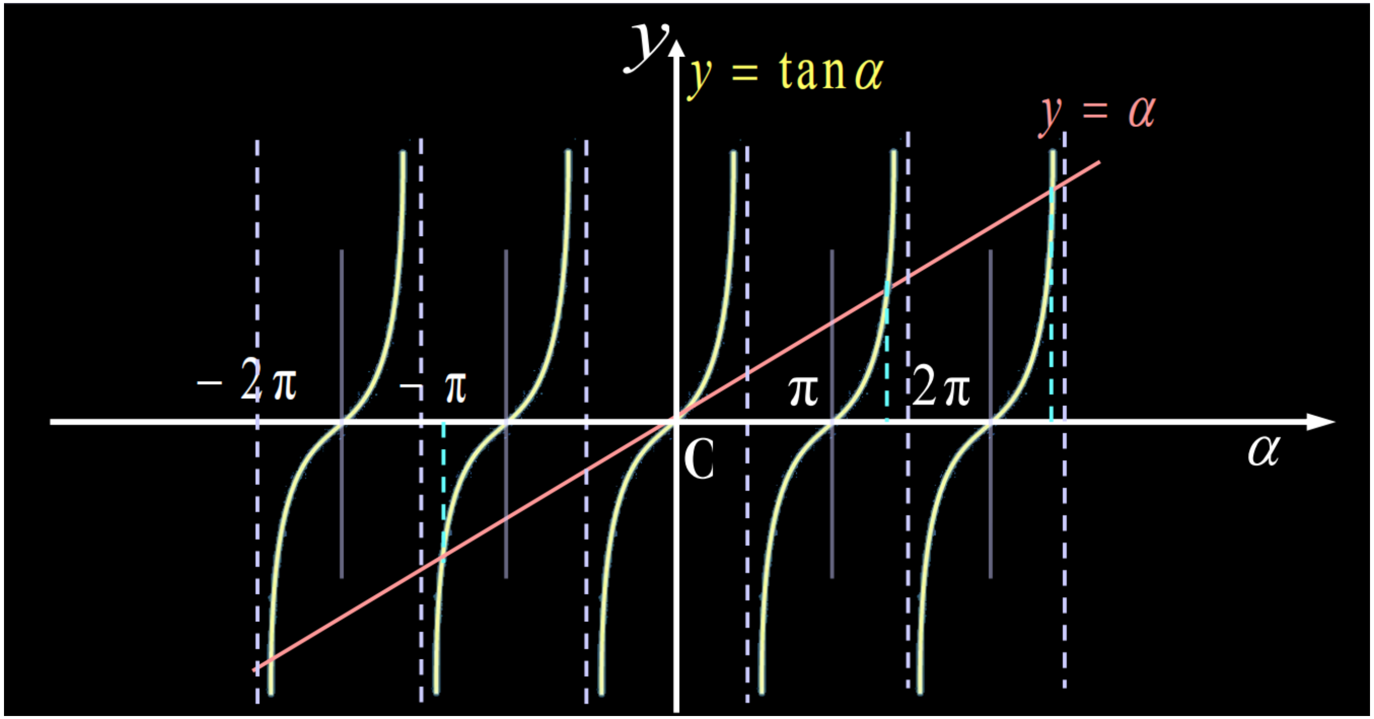
$$I = I_0 = I_{\max}$$

暗纹条件 $I = 0 \longrightarrow \sin u = 0$

$$u = \pm k\pi = \frac{\pi a \sin\varphi}{\lambda} \qquad a\sin\varphi = \pm k\lambda$$

和半波带法得到的暗纹条件一致。

明纹条件 $\frac{dI}{dt}=0 \Rightarrow \tan u = u$ $\quad I = I_0\left(\frac{\sin u}{u}\right)^2$



解得 $u = \pm 1.43\pi, \pm 2.46\pi, \pm 3.47\pi, \ \ldots$

相应 $a\sin\varphi = \pm 1.43\lambda, \pm 2.46\lambda, \pm 3.47\lambda, \ \ldots$

半波带法得到的明纹位置 $a\sin\varphi = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ **是较好的近似**