学号：　　姓名：　　专业年级：　　学院：

线　订　装　　线　封　密

中国矿业大学(北京)

《概率论与数理统计》试卷(A 卷)

得分：________

题　号	一	二	三	四	五	六	七	八
得　分								
阅卷人								

一 、填空题（每小题 3 分，共 21 分）

1、设 $P(A)=0.6$，$P(B)=0.4$，$P(A|B)=0.5$，则 $P(\overline{A}\cup B)=$____

2、随机变量 K 服从均值为 1 的指数分布，则方程 $4x^2+4Kx+K+2=0$ 有实根的概率为________；

3、设 $X\sim P(\lambda)$（泊松分布），且 $E\left[(X-1)(X-2)\right]=1$，则 $\lambda=$________；

4、随机变量 $X\sim \mathrm{U}(0,1), Y\sim P(0.3)$，相关系数 $\rho_{XY}=\dfrac{1}{4}$，则 $Cov(X,Y)=$__________；

5、设随机变量 X 和 Y 都服从标准正态分布 $N(0,1)$，且二者相互独立，则 X^2/Y^2 的分布为____________；

6、设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，μ 未知，$(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 是 X 的样本观测值，以 $\overline{x}$，s^2 分别表示样本均值和样本方差的观测值。若 σ^2 未知，则 μ 的置信水平为 $1-\alpha$ 的置信区间为__________________；

若 σ^2 已知，则 μ 的置信水平为 $1-\alpha$ 的置信区间为__________________ .

二、（9 分）

已知男子有 5%是色盲患者，女子有 0.25%是色盲患者.今从男女为比例为 2:1 的人群中随机地挑选一人，恰好是色盲患者，问此人是男性的概率是多少？

三、（10 分）

设顾客在银行窗口等待服务的时间 X（以分钟计）服从参数为 5 的指数分布，王大爷在银行窗口等待服务，若超过 10 分钟他就离开，他每月到银行 5 次，用 Y 表示一个月内他未等到服务而离开窗口的次数，写出 Y 的分布律。

四、（18 分）

设二维随机变量 (X,Y) 的联合概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} x^2+\dfrac{1}{3}xy, & 0\le x\le 1, 0\le y\le 2, \\ 0, & \text{其它}. \end{cases}$$

(1) 求关于 X 和关于 Y 的边缘概率密度并判断 X，Y 是否相互独立；

(2) 求 $\mathrm{P}(X+Y\ge 1)$；

(3) 求 $Z=X+Y$ 的概率密度.

学号： 姓名： 专业年级： 学院：

装 订 线 密 封 线

五、（12 分） 设(X,Y)具有概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases} x+y, & 0\le x\le 1, 0\le y\le 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$，

求 $E(X), D(X), Cov(X,Y)$.

六、（10 分） 一保险公司有 10 000 个汽车投保人，每个投保人索赔金额的数学期望为 280 美元，标准差为 800 美元，利用利用中心极限定理近似的方法计算索赔总金额超过 2700 000 美元的概率？(结果直接用标准正态分布的分布函数来表示)

七、（10 分） 设总体 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{6x}{\theta^3}(\theta-x), & 0<x<\theta, \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$$

$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本，求 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}$ 及其方差 $D(\hat{\theta})$.

八、（10 分） 设总体 X 服从参数为 θ (θ 未知)的指数分布，即其概率密度为

$$f(x;\theta)=\begin{cases} \dfrac{1}{\theta}e^{-\frac{x}{\theta}}, & x>0, \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$$

$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自该总体的简单随机样本，试求 θ 的最大似然估计量并验证所求估计量是否为无偏估计量.