

高等数学

注意事项：（1）考试时间：19:00-21:00（共 2 个小时）；（2）试卷总分：100 分；（3）在本卷上作答无效

一、选择题（每题 2 分，共 20 分）

1、下列各组函数中，在其定义域内线性无关的一组是（ ）  
(A)  $x, 3x$ ； (B)  $\sin 2x, \sin x \cos x$ ； (C)  $e^{-x}, e^x$ ； (D)  $\ln x, \ln x^2$

2、设  $y = y(x)$  是二阶常系数线性微分方程  $y'' + py' + qy = e^{3x}$  满足初始条件  $y(0) = y'(0) = 0$  的解，则极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{y(x)} =$ （ ）  
(A)不存在； (B)2； (C)1； (D)0

3、下列式子中等号一定成立的一项是（ ）  
(A)  $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{c})$ ； (B)  $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$ ；  
(C)  $(\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = (\vec{a})^2 \cdot (\vec{b})^2$ ； (D)  $(\vec{a} + 2\vec{b}) \times (\vec{a} + 3\vec{b}) = 5\vec{a} \times \vec{b}$

4、曲线  $\begin{cases} x^2 + 4y^2 - z^2 = 16 \\ 4x^2 + y^2 + z^2 = 4 \end{cases}$  在  $xOy$  坐标面上的投影区域为（ ）  
(A)  $x^2 + y^2 = 4$ ； (B)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ z = 0 \end{cases}$ ； (C)  $x^2 + y^2 \leq 4$ ； (D)  $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4 \\ z = 0 \end{cases}$

5、二元函数  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  处两个偏导数  $f'_x(x_0, y_0)$ 、 $f'_y(x_0, y_0)$  存在是  $f(x, y)$  在该点连续的（ ）  
(A)非充分非必要条件； (B)充分而非必要条件； (C)必要而非充分条件； (D)充要条件

6、设  $x, e^x, e^{-x}$  都是二阶非齐次线性方程  $y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x)$  的解， $c_1, c_2$  是任意常数，则该非齐次方程的通解是（ ）  
(A)  $c_1x + c_2e^x + e^{-x}$ ； (B)  $c_1x + c_2e^x - (c_1 + c_2)e^{-x}$ ；  
(C)  $c_1x + c_2e^x - (1 - c_1 - c_2)e^{-x}$ ； (D)  $c_1x + c_2e^x + (1 - c_1 - c_2)e^{-x}$

7、已知两直线  $\frac{x}{2} = \frac{y+2}{-2} = \frac{1-z}{-1}$  和  $\frac{x-1}{4} = \frac{y-3}{M} = \frac{z+1}{-2}$  相互垂直，则  $M =$ （ ）  
(A)3； (B)5； (C)-2； (D)-4

8、曲面  $x^2 + \cos(xy) + yz + x = 0$  在点  $(0, 1, -1)$  处的切平面方程为（ ）  
(A)  $x - y + z = -2$ ； (B)  $x + y + z = 0$ ； (C)  $x - 2y + z = -3$ ； (D)  $x - y - z = 0$

9、设函数  $u(x, y) = \varphi(x + y) + \varphi(x - y) + \int_{x-y}^{x+y} \psi(t)dt$ ，其中函数  $\varphi(u)$  具有二阶导数， $\psi(u)$  具有一阶导数，则必有（ ）

(A)  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ ； (B)  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ ； (C)  $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ ； (D)  $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$   
10、函数  $y = y(x)$  在点  $x$  处的增量满足  $\Delta y = \frac{y \Delta x}{1 + x^2} + o(\Delta x)$  ( $\Delta x \rightarrow 0$ )，且  $y(0) = \pi$ ，则  $y(1) =$ （ ）  
(A)  $2\pi$ ； (B)  $\pi$ ； (C)  $e^{\frac{\pi}{4}}$ ； (D)  $\pi e^{\frac{\pi}{4}}$

二、填空题（共 16 道小题，第 24-26 题在答题卷上，每题 2 分，共 32 分）

11、若向量  $\vec{x}$  与向量  $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$  共线，且满足方程  $\vec{a} \cdot \vec{x} = -18$ ，则向量  $\vec{x} =$ \_\_\_\_\_

12、极限  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 2015}} \frac{\tan xy}{x} =$ \_\_\_\_\_

13、曲线  $\begin{cases} xz = 8 \\ y = 0 \end{cases}$  绕  $z$  轴旋转所成的旋转曲面方程是\_\_\_\_\_

14、点  $M(1, 2, 1)$  到平面  $x + 2y + 2z - 10 = 0$  的距离为\_\_\_\_\_

15、平面  $3x - 2y + 6z - 6 = 0$  与坐标面所围成立体的体积是\_\_\_\_\_

16、过点  $(1, 2, -1)$  且与向量  $\vec{s}_1 = (1, -2, -3)$  及  $\vec{s}_2 = (0, -1, -1)$  平行的平面方程为\_\_\_\_\_

17、设  $f(x, y, z) = \sqrt[3]{x/y}$ ，则  $df|_{(1,1,1)} =$ \_\_\_\_\_

18、设  $z = f(2x - y, y \sin x)$ ，其中  $f(u, v)$  具有二阶连续偏导数，则  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$ \_\_\_\_\_

19、直线  $L_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+8}{1}$  与直线  $L_2: \begin{cases} x-y=6 \\ 2y+z=3 \end{cases}$  的夹角为\_\_\_\_\_

20、设  $u = e^{-x} \sin \frac{x}{y}$ ，则  $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$  在点  $(2, \frac{1}{\pi})$  处的值为\_\_\_\_\_

21、微分方程  $y'' = \frac{1}{1+x^2}$  的通解为\_\_\_\_\_

22、设方程  $F\left(\frac{y}{x}, \frac{z}{x}\right) = 0$  确定了隐函数  $z = z(x, y)$ ，其中  $F$  具有连续偏导数，则  $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} =$ \_\_\_\_\_

23、设  $y = e^x (C_1 \cos x + C_2 \sin x)$  ( $C_1, C_2$  为任意常数) 为某二阶常系数线性齐次微分方程的通解，则该微分方程为\_\_\_\_\_