

线
订
装
线
封
密

学号:

姓名:

专业年级:

学院:

中国矿业大学(北京)
《概率论与数理统计》试卷(A 卷)

得分: _____

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八
得 分								
阅卷人								

一、填空题（每空 3 分，共 18 分）

1. 设 A, B, C 是三个事件，且

$$P(A) = P(B) = P(C) = 1/4, P(AB) = P(BC) = 0, P(AC) = 1/8,$$

则 A, B, C 均不发生的概率是_____。

2. 10 片药中 5 片是安慰剂，从中任取 3 片，求恰有 2 片是安慰剂的概率 _____。

3. 设随机变量 X 服从参数为 1 的泊松分布，则 X 的方差为_____。

4. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的随机样本，样本均值 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ 的分布是

_____； $\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$ 的分布为 _____。

5. 有一组样本观测值 1, 2, 3，基于该组样本观测值，写出相应的经验分布函数

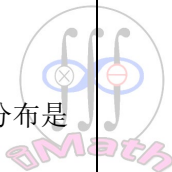
_____。

二、（10 分） 已知肝癌患者经 AFP（甲胎蛋白免疫检测法）诊断为肝癌的概率为 95%，

而未患肝癌通过 AFP 被误诊为肝癌的概率为 3%。在人群中肝癌的发病率一般为 0.05%。现有一人经 AFP 检验诊断为肝癌。求此人的确患肝癌的概率。

三、（15 分） 设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x) = \begin{cases} \frac{C}{\sqrt{1-x^2}}, & |x| < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ ，

求（1） C 值； （2） X 的分布函数 $F(x)$ ；（3）求 X 落在区间 $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ 内的概率。



四、 (共 18 分, 每小题 6 分)

设随机变量 X 和 Y 的联合密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases} \frac{x+y}{2}e^{-(x+y)}, x>0,y>0 \\ 0, \text{其他} \end{cases}$

- 求: (1) 求 X 的期望、方差;
(2) 计算 X 与 Y 的协方差以及相关系数;
(3) 求 $Z=X+Y$ 的概率密度。

五、(10 分) 一船舶在某海区航行, 一直每遭受一次波浪的冲击, 纵摇角大于 3 度概率为 $p=1/3$, 若船舶遭受了 90000 次波浪冲击, 问其中有 29500 至 30500 次纵摇角度大于 3 度的概率是多少? (利用中心极限定理近似的方法计算本题的概率, 结果直接用标准正态分布的分布函数表示即可)”

六、(7分) 设 X_1, X_2, \cdots, X_{15} 是相互独立的随机变量, 且都服从正态分布 $N(0, 2^2)$, 试求新的随机变量

$$Y=\frac{X_1^2+X_2^2+\cdots+X_{10}^2}{2(X_{11}^2+X_{12}^2+\cdots+X_{15}^2)}$$

服从什么分布?

七、(12 分, 每小题 6 分) 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为总体 X 的一个样本, X 的概率密度函数

$$f(x) = \begin{cases} \beta x^{\beta-1}, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}, \quad \beta > 0.$$

- (1) 求参数 β 的矩估计量;
- (2) 求参数 β 的最大似然估计量。

八、(10 分) 2011 级数学建模小组的学生对 2012 年上学期《高等数学》课程考试成绩进行分析调查, 发现全校同学们的成绩服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 其中的参数均未知, 现从中随机地抽取 25 位同学的成绩, 算得平均成绩为 75 分, 标准差为 10 分, 问学生考试成绩均值 (亦即正态总体均值) 为 0.95 置信区间是多少?

(可能用到的数据 $t_{0.025}(24) = 2.0639$)

