量子物理部分

普朗克能量子假说：

辐射黑体中分子、原子的振动可看作谐振子。

振子能量的最小能量单元是“能量子”

对于频率为ν的谐振子能量子为 $\varepsilon = h\nu$

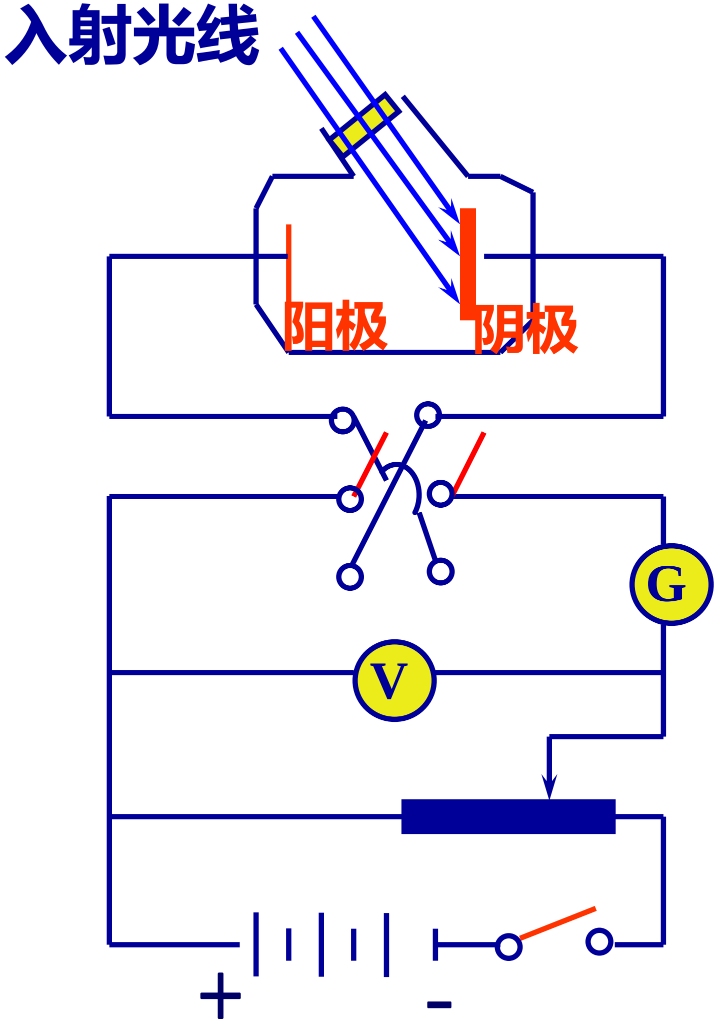
振子能量E <u>只能是能量子 ε 的整数倍</u>，

即：$E = n\varepsilon = nh\nu$，n为正整数。

★★光电效应

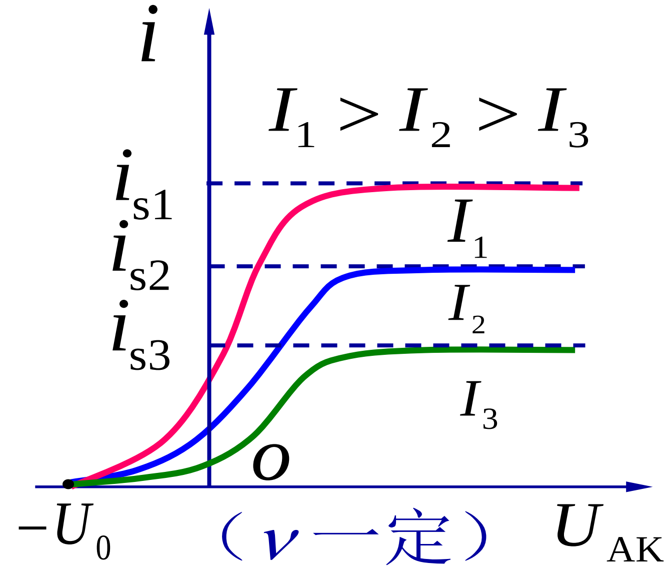
金属板释放的电子称为光电子。

光电子在电场作用下在回路中形成光电流。



(1) 饱和电流

在单色光照射下，饱和电流 I_H 随着光强度的增加而增大。



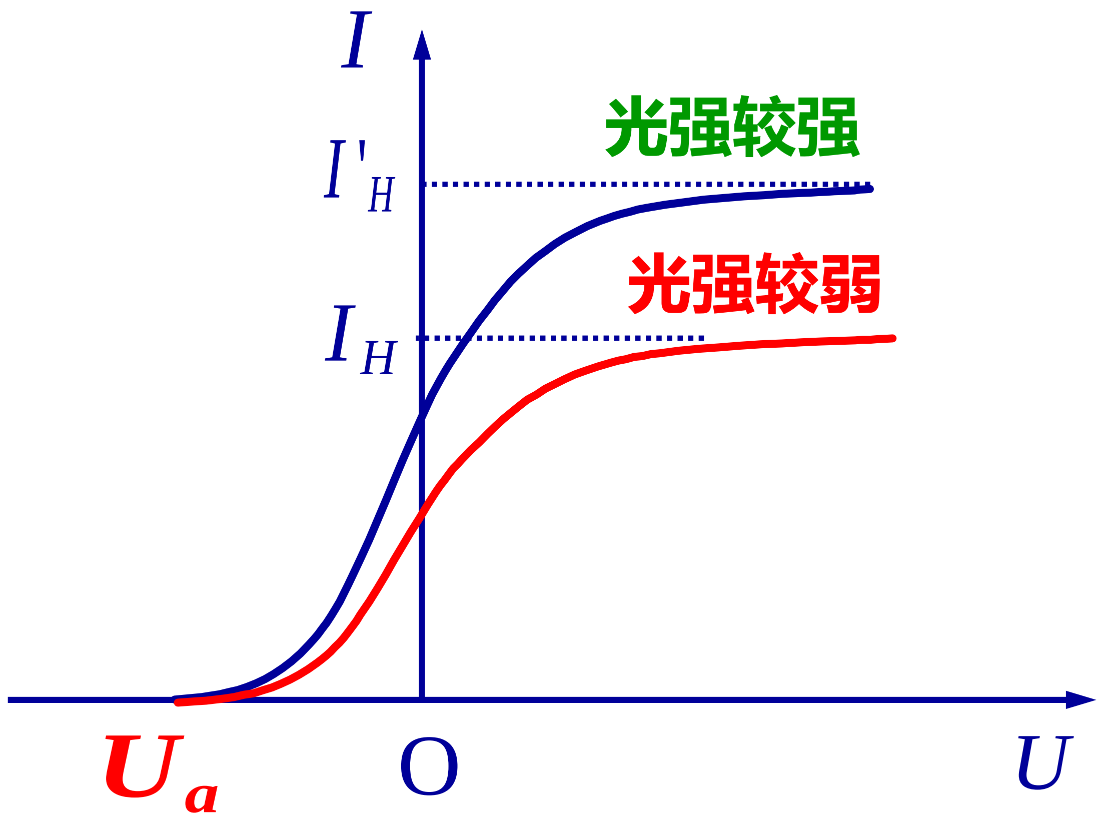
光电效应的伏安特性曲线

（2）遏止电势差

①存在遏止电势差U_a。

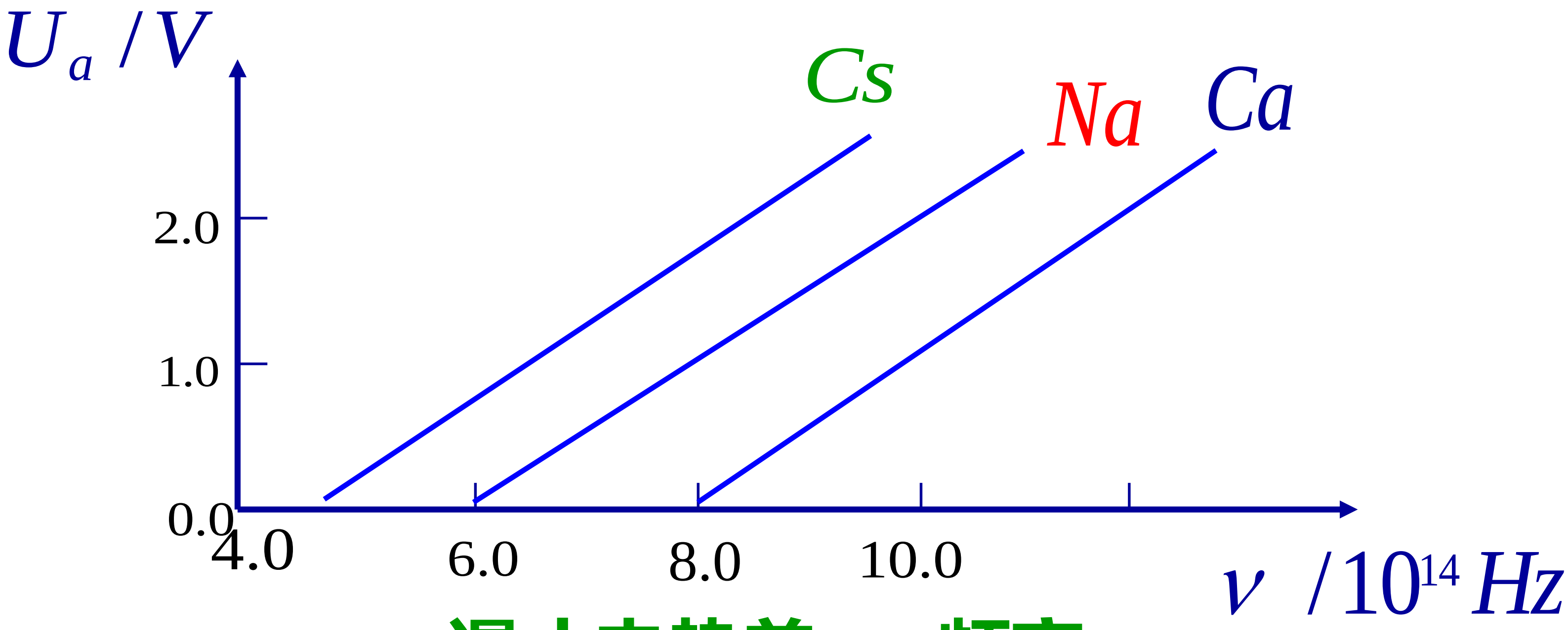
$$\frac{1}{2}mv_m^2 = eU_a$$

②遏止电势差U_a，与光的强度无关。



结论2：光电子从金属表面逸出时具有一定的动能；最大初动能与入射光的强度无关。

（3）遏止频率（红限）



遏止电势差 vs. 频率

结论3：光电子从金属表面逸出时的最大初动能与入射光的频率成线性关系。

当入射光的频率小于ν_0 时，不管照射光的强度多大，不会产生光电效应。

（4）光电效应具有瞬时性。

爱因斯坦光子假说和光电效应方程

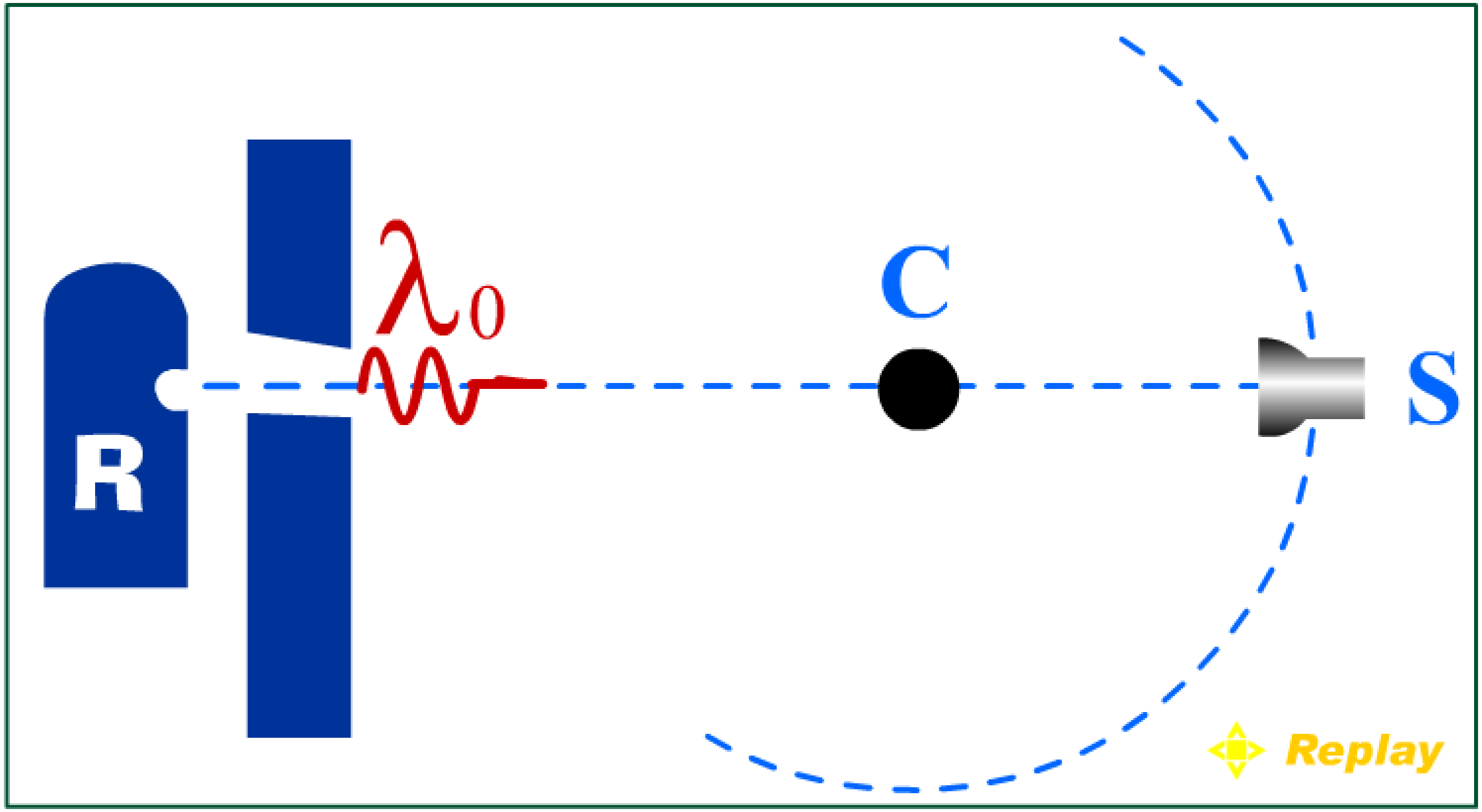
金属中的1个电子吸收1个光子，获得能量$h\nu$。如果$h\nu$大于逸出功A，则电子可以从金属中逸出。

$$h\nu = \frac{1}{2}m{v_m}^2 + A$$

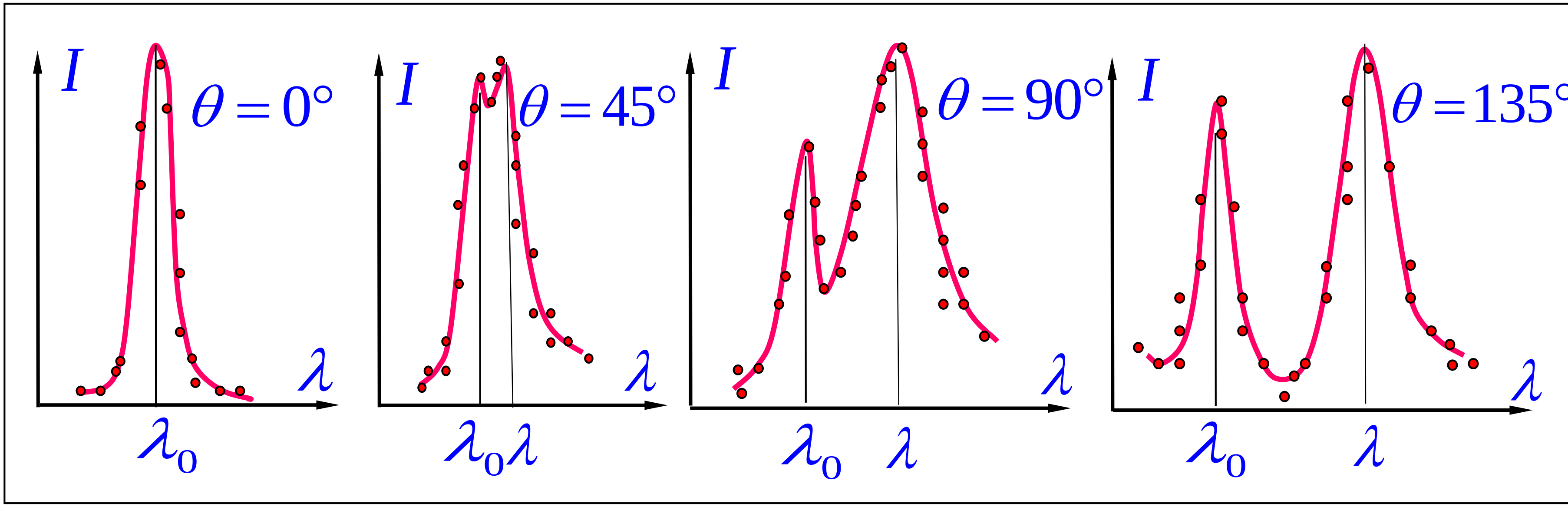
★★爱因斯坦光电效应方程

康普顿散射

实验装置



★ 实验规律

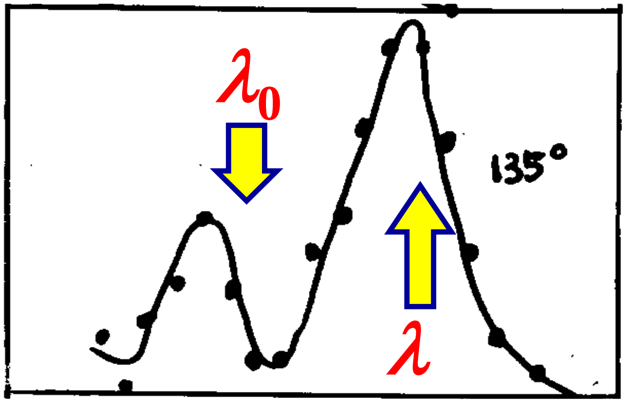


- **出现了移向长波方向的新的散射波长λ。**
- **$\Delta\lambda=\lambda-\lambda_0$随散射角$\theta$的增大而增大，与散射物质无关。**
- **元素越轻，波长变大的散射线相对越强。**

★光子理论的康普顿效应解释

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{c}{\nu} - \frac{c}{\nu_0}$$

$$= \frac{h}{m_0 c}(1-\cos\theta)$$



光量子理论

碰撞过程满足能量、动量守恒

▪**若光子和外层电子相碰撞，光子有一部分能量传给电子，散射光子的能量减少，**
∴频率减小，波长增大（λ）。

▪**若光子和内层束缚电子相碰撞，光子将与整个原子交换能量。∵光子质量远小于原子质量，∴碰撞前后光子能量几乎不变，波长不变（λ_0）。**

★★玻尔的氢原子理论（1913）

（1）定态假设

原子系统只能处在一系列不连续的能量状态。在这些状态中，电子绕核作圆周运动，但并不辐射电磁波。

——原子的稳定状态（简称定态）

相应的能量分别为 E_1, E_2, E_3 ，…

（2）量子跃迁和频率条件

当原子从能量为 E_n **的定态跃迁到能量为** E_k **的定态时，要发射或吸收一个频率为** ν_{kn} **的光子。**

$$\nu_{kn} = \frac{|E_n - E_k|}{h}$$

玻尔频率公式

（3）角动量量子化条件

电子绕核作圆周运动，其定态必须满足

$$L = n\frac{h}{2\pi} = n\hbar, \quad n = 1, 2, 3, \ldots$$

n：**量子数**　　$\hbar$ **约化普朗克常量**

电子在第 n 个轨道上运动，系统能量 E_n 为：

$$E_n = \frac{E_1}{n^2}, \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

$n = 1, \quad E_1 = -13.6\,\mathrm{eV}$　　**基态；**

$n > 1$　**的各稳定态，称为受激态；**

例题：　在气体放电管中，用能量为12.5eV的电子通过碰撞使氢原子激发。问受激发的原子向低能级跃迁时，能发射那些波长的光谱线?

解：　设氢原子吸收电子能量后，最高能激发到第n个能级，此能级的能量为 $-\dfrac{13.6}{n^2}\mathrm{eV}$ ，

$$\therefore E_n - E_1 = 13.6 - \frac{13.6}{n^2} = 12.5\mathrm{eV}$$

$$n^2 = \frac{13.6}{13.6 - 12.5} = 12.36 \qquad \therefore n = 3.5$$

(n只能取整数)

∴氢原子最高能激发到 n=3能级。也能激发到n=2能级。

实物粒子的波粒二象性

它的波长λ、频率ν与E、p的关系与光子一样：

$$E = h\nu, \quad p = \frac{h}{\lambda}$$

$$\nu = \frac{E}{h} = \frac{mc^2}{h}.$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}.$$

与粒子相联系的波称为物质波，或德布罗意波。

λ — **德布罗意波长（de Broglie wavelength）**

海森伯坐标和动量的不确定度关系式

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}, \quad \Delta y \cdot \Delta p_y \geq \frac{\hbar}{2}, \quad \Delta z \cdot \Delta p_z \geq \frac{\hbar}{2}.$$

a. 微观粒子不可能同时具有确定的动量及位置。

$\Delta x \downarrow$， $\Delta p_x \uparrow$

对于微观粒子运动，“轨道”概念失去了意义。

b. 不确定性关系，是微观粒子固有属性决定的，与仪器的精度和测量方法的缺陷无关。

★★波函数 $\Psi(\vec{r},t)$

波函数模的平方： $\left|\Psi(\vec{r},t)\right|^2=\Psi(\vec{r},t)^*\cdot\Psi(\vec{r},t)$

代表 t 时刻，在 $\vec{r}$ 处的<u>单位体积</u>中，发现粒子的概率

单值性： 波函数应单值，从而保证概率密度在任意时刻、任意位置都是确定的。

归一性： 粒子在空间的概率的总和必须为1。

归一化条件 $\iiint_{全空间}\left|\Psi(\vec{r},t)\right|^2 \mathrm{d}V=1.$

有限性： 在空间任何有限体积元 ΔV 中找到粒子的概率 $\left(\iiint_{\Delta V}|\Psi|^2\mathrm{d}V\right)$ 必须为有限值。

连续性： 要求波函数是连续的。

波函数性质的运用：例 作一维运动的粒子被束缚在 $0 < x < a$ 范围内。已知其波函数为： $\Psi(x) = A\sin(\pi x/a)$.

试求常数 A。

由归一化条件： $\iiint |\Psi(\vec{r},t)|^2 \mathrm{d}V = 1.$

$$\int_0^a A^2 \sin^2(\pi x/a)\,\mathrm{d}x = 1 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2}{a}}$$

试求 粒子在 0 到 $a/2$ 区域出现的概率?

粒子的概率密度为： $|\Psi(x)|^2 = \frac{2}{a}\sin^2\frac{\pi x}{a},$

在 $\underline{0 < x < a/2}$ 区域内，粒子出现的概率为：

$$\int_0^{a/2} |\Psi(x)|^2 \mathrm{d}x = \frac{2}{a}\int_0^{a/2} \sin^2\frac{\pi x}{a}\mathrm{d}x = \frac{1}{2}.$$

粒子在何处出现的概率最大?

粒子的概率密度为: $\left|\Psi(x)\right|^2 = \dfrac{2}{a}\sin^2\dfrac{\pi x}{a},$

概率最大的位置应满足: $\dfrac{\mathrm{d}\left|\Psi(x)\right|^2}{\mathrm{d}x} = 0.$

$$\therefore\ \sin\frac{2\pi x}{a} = 0 \qquad \therefore\ \frac{2\pi x}{a} = k\pi, \qquad k = 0, \pm 1, \pm 2 \cdots$$

$\because\ 0 < x < a,\quad \therefore\ x = \dfrac{a}{2}$ **处粒子出现的概率最大。**

★★量子化条件和量子数

（1）能量量子化和主量子数

$$E_n = -\frac{me^4/(4\pi\varepsilon_0)^2}{2\hbar^2}\frac{1}{n^2} = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0{}^2h^2}\frac{1}{n^2}, n = 1, 2, 3, \ldots$$

$$= -13.6\frac{1}{n^2} \quad (\mathrm{eV}).$$

n **称为：主量子数**

（2）轨道角动量量子化和角量子数

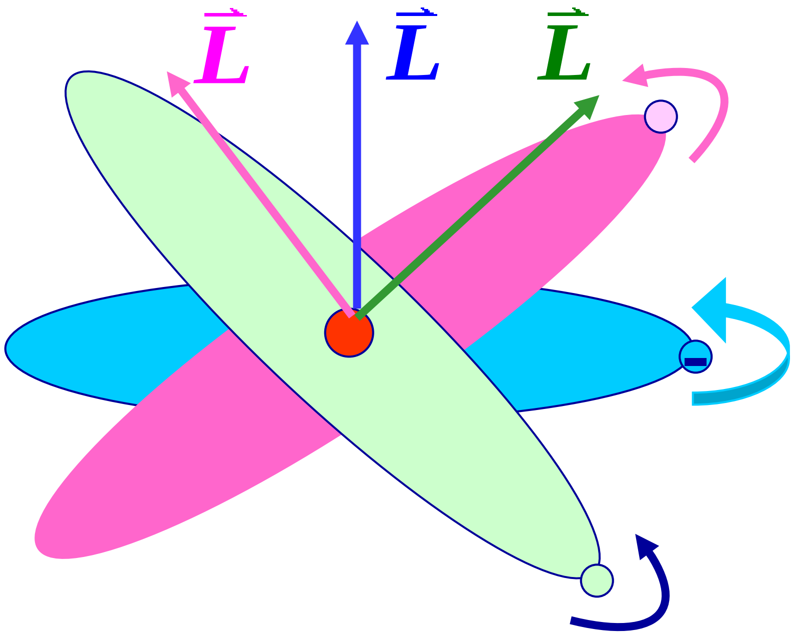
$$L = \sqrt{l(l+1)}\ \hbar, \quad 其中 \quad l = 0, 1, 2, 3, \ldots (n-1)$$

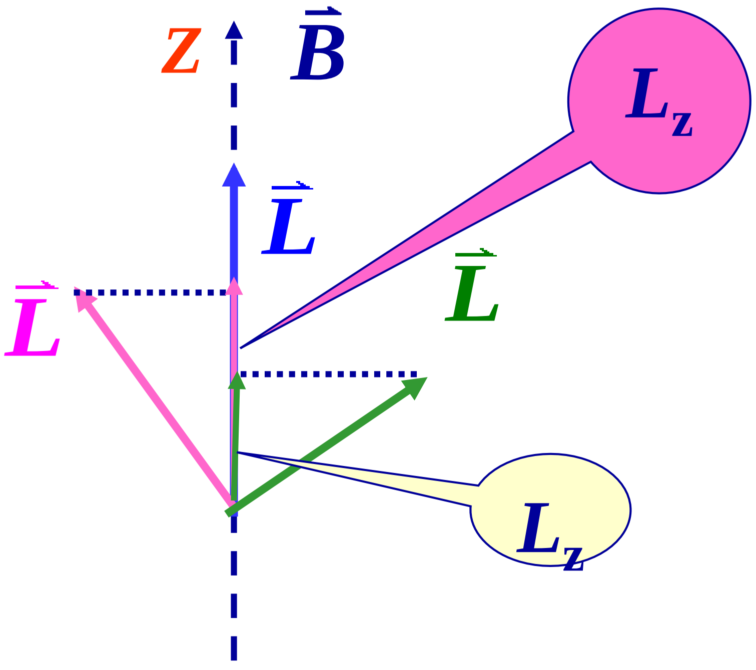
l：**称为角量子数，或副量子数。**

处于能级 E_n 的原子，其角动量共有 n 种可能值，
即 $l = 0, 1, 2, \ldots, n-1$，用 $s, p, d, \ldots$ 表示角动量状态。

(3) 轨道角动量空间量子化和磁量子数

氢原子中的电子，绕核运动的角动量 $\vec{L}$，不仅大小 L 是量子化的，其空间取向也是量子化的。

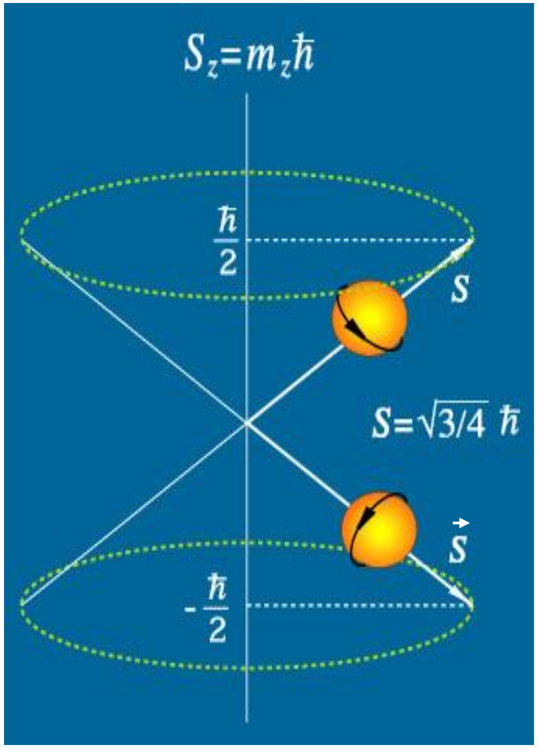




$$\boxed{L_z = m_l \hbar, \quad m_l = 0, \pm 1, \ldots, \pm l \text{ ，} m_l \text{为磁量子数。}}$$

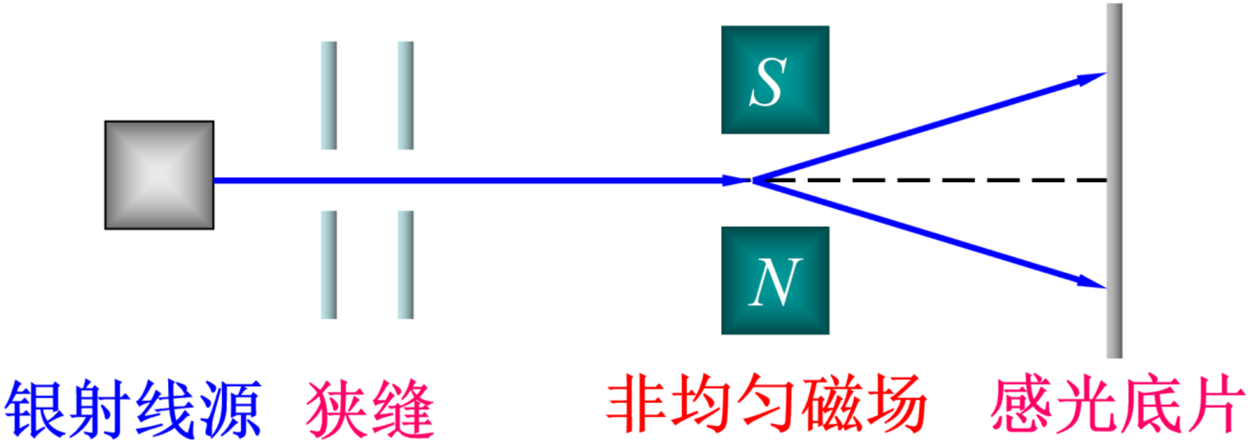
对于一定的角量子数 l，m_l 可以取 $(2l+1)$ 个值。

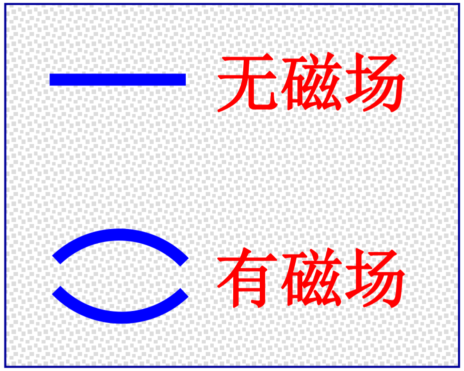
（4）施特恩——盖拉赫实验 与 电子的自旋



证明了空间量子化的存在

原子沉积层不是连续一片，而是分立的线，说明空间量子化的存在。





★★四个量子数

原子中电子的状态由四个量子数确定:

(1)主量子数 $n=1,2,3,\ldots$ 大体决定电子在原子中的能量

(2)角量子数 $l=0, 1, 2, \ldots, (n-1)$

决定电子绕核运动的角动量 $L=\sqrt{l(l+1)}\hbar$

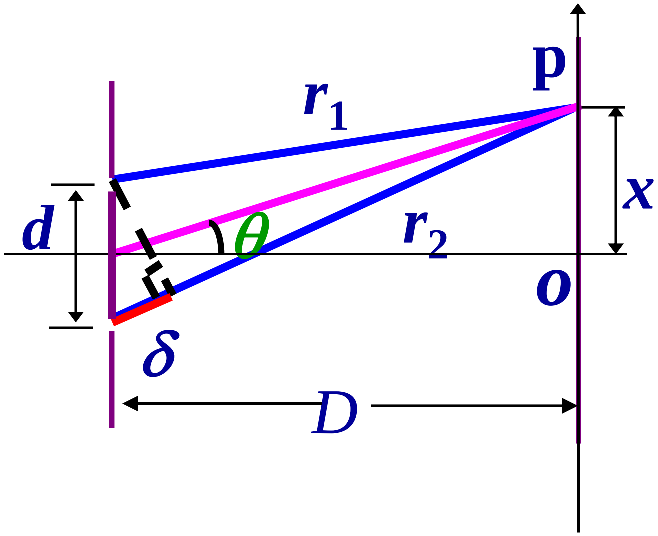
(3) 磁量子数 $m_l=0,\pm1,\pm2,\cdots\pm l$

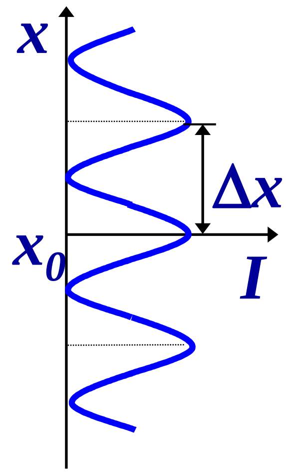
决定电子绕核运动角动量的空间取向

(4)自旋磁量子数 $m_s=\pm\frac{1}{2}$

决定电子自旋角动量的空间取向

波动光学部分





明纹（中心）位置

$$x_{明}=\pm k\frac{D}{d}\lambda, k=0,1,2\ldots$$

暗纹（中心）位置

$$x_{暗}=\pm(k+\frac{1}{2})\frac{D}{d}\lambda\ ,\mathrm{k}=0,1,2\ldots$$

干涉相长

$$\delta=d\cdot\frac{x}{D}=\pm k\lambda$$

干涉相消

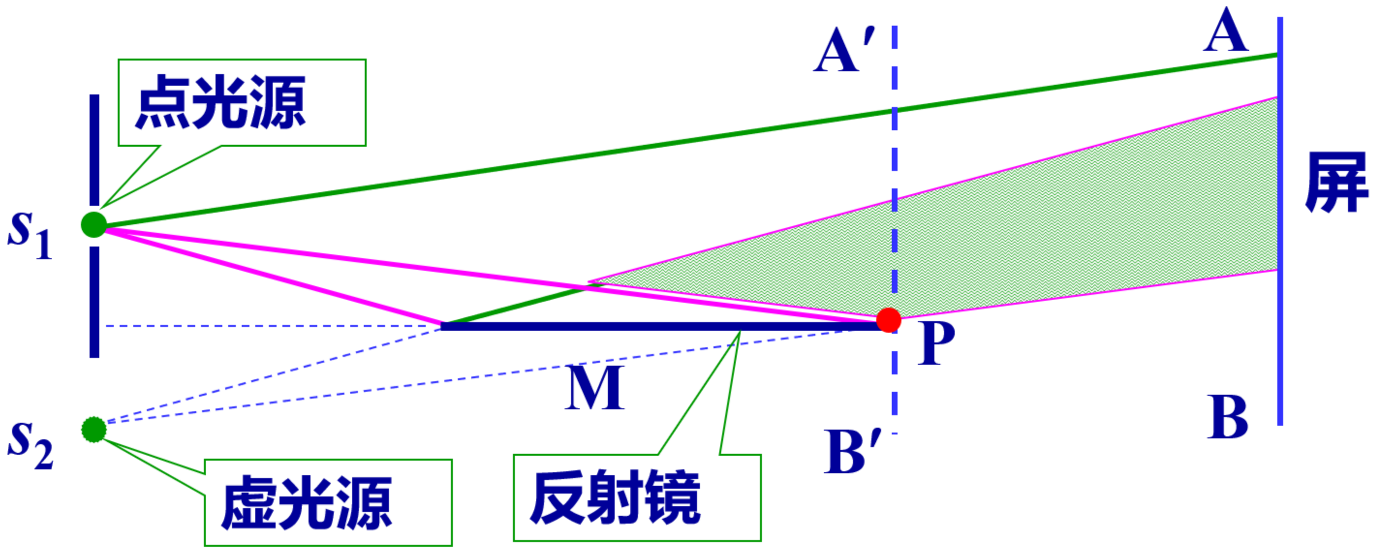
$$\delta=d\cdot\frac{x}{D}=\pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

相邻明纹（或暗纹）间距

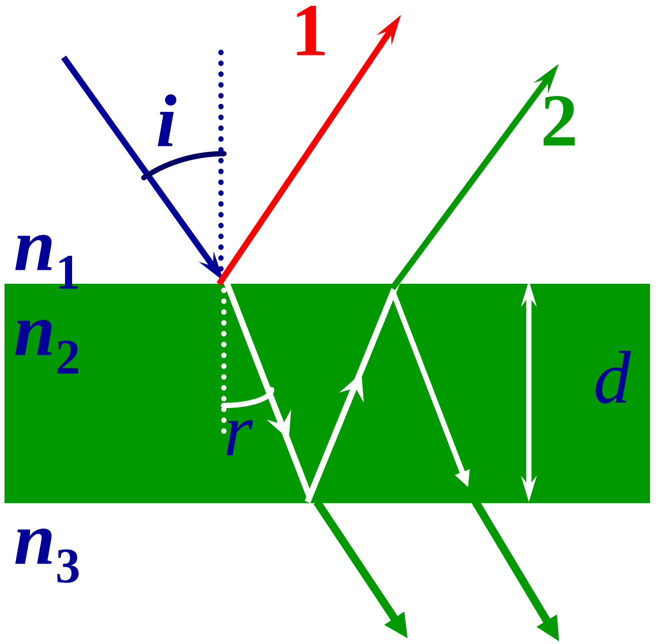
$$\Delta x=\frac{D}{d}\lambda$$

介质 $\lambda_n=\dfrac{\lambda}{n}$

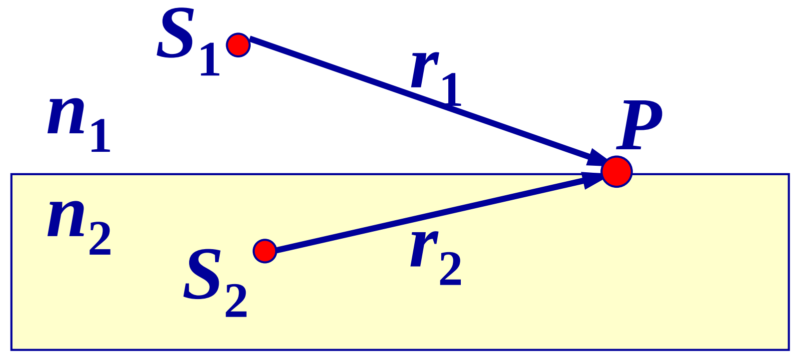
洛埃镜实验



如果光从**光疏媒质传向光密媒质**，在其分界面上**反射**时将发生半波损失。
折射波无半波损失。



光程：$L = nr$



两列光波在P点引起的振动的相位差：

$$\Delta\phi = \frac{2\pi r_2}{\lambda_2} - \frac{2\pi r_1}{\lambda_1} = \frac{2\pi n_2 r_2}{\lambda_0} - \frac{2\pi n_1 r_1}{\lambda_0}$$

$$= \frac{2\pi}{\lambda_0}(\underbrace{n_2 r_2}_{\text{光程2}} - \underbrace{n_1 r_1}_{\text{光程1}}).$$

光程差：

$$\delta = n_2 r_2 - n_1 r_1$$

∴ 相位差和光程差的关系： $\Delta\phi = \dfrac{\delta}{\lambda_0} 2\pi$

相当于把光在不同介质中的传播都折算成在真空中的传播

等厚干涉

★劈尖膜

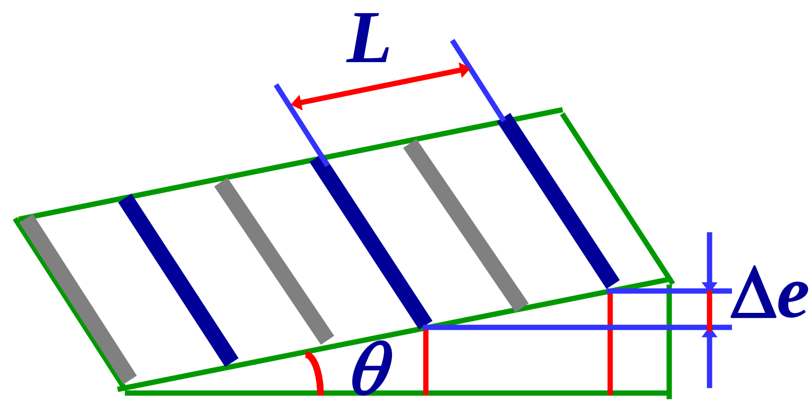
光程差： $\delta = 2n_2 d\cos r + \delta'$ **或** $\delta = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2 i} + \delta'$

$$\delta = 2n_2 d + \delta' = \begin{cases} k\lambda & k = 1,2,3 \quad \text{明纹} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & k = 0,1,2 \quad \text{暗纹} \end{cases}$$

相邻明纹（或暗纹）的间距

$$L = \Delta e/\sin\,\theta$$

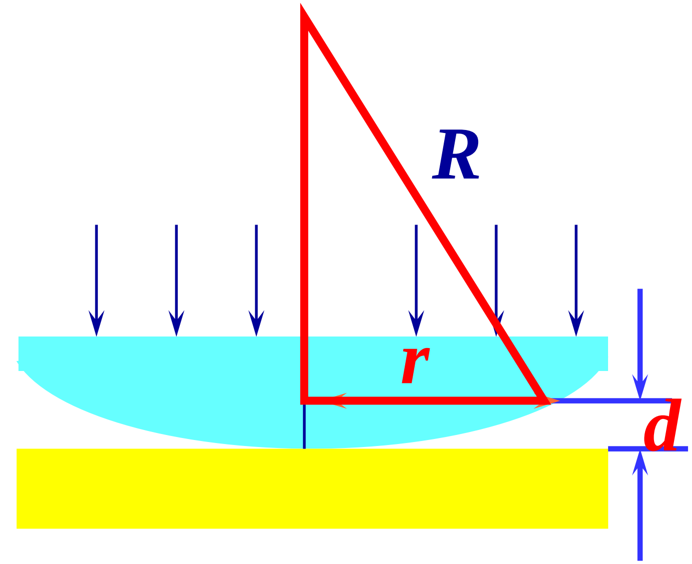
$$\approx \Delta e/\,\theta \approx \lambda/2n\theta$$



a. 条纹等间距分布

b. 夹角θ越小，条纹越疏；如θ过大，条纹将密集到难以分辨，就观察不到干涉条纹了。

★牛顿环干涉



$$(R-d)^2+r^2=R^2$$

$$\cancel{R^2}-2Re+\boxed{d^2}+r^2=\cancel{R^2}$$

$$d=r^2/2R$$

光程差?

$$\delta=2n_2d+\frac{\lambda}{2}=\begin{cases}k\lambda & k=1,2,3 \quad \text{明纹}\\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & k=0,1,2 \quad \text{暗纹}\end{cases}$$

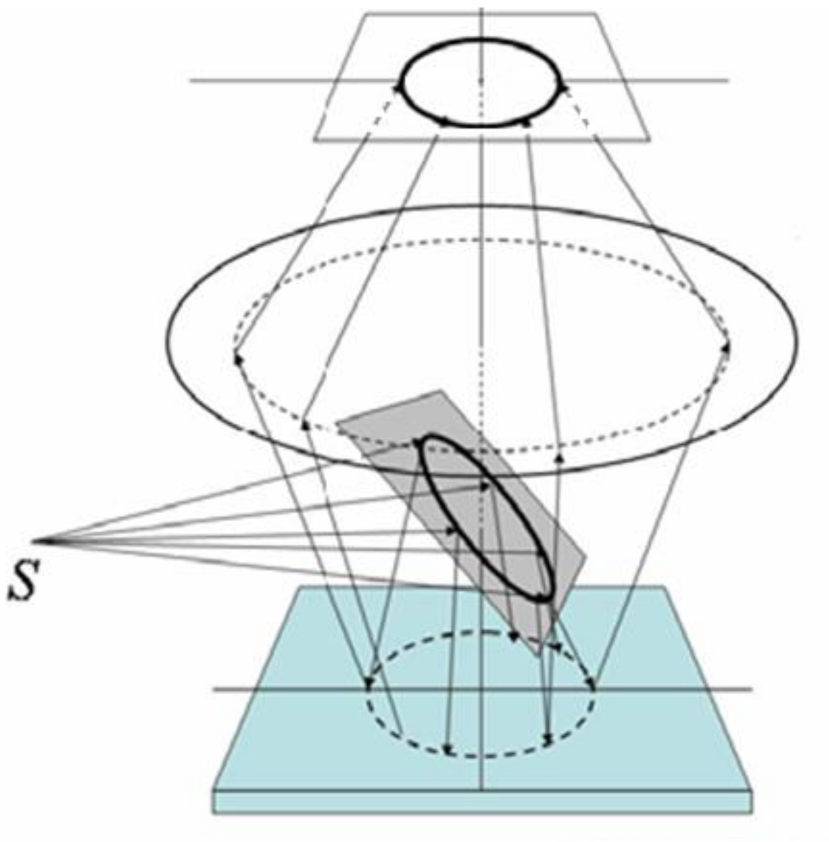
明暗环： $r_{明}=\sqrt{(k-1/2)R\lambda}$ $\quad r_{暗}=\sqrt{kR\lambda}$

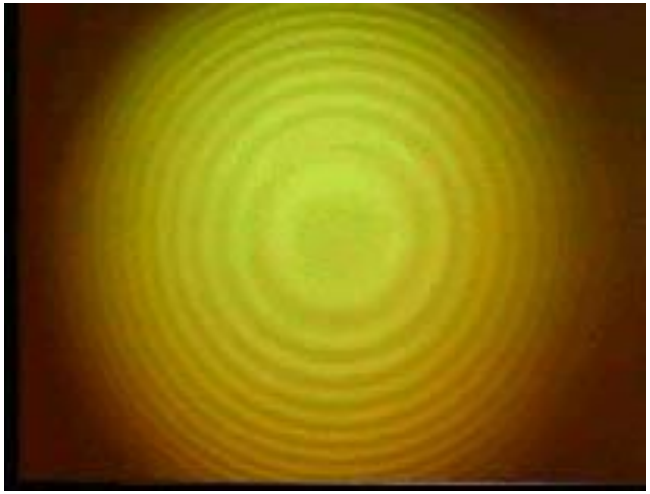
得： $r_{k+m}^2-r_k^2=mR\lambda$

明（暗）条纹

$$\delta = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$$

$$\delta = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = (k + \frac{1}{2})\lambda$$





- **条纹级次分布： 越靠近中心，条纹级次k 越高。**

例：在玻璃表面镀上一层MgF_2薄膜，使波长为$\lambda =$ 5500 Å的绿光全部通过。求：膜的厚度。

解一：使反射绿光干涉相消：

$n_0 = 1$

MgF_2	$n_2 = 1.38$
玻璃	$n_1 = 1.50$

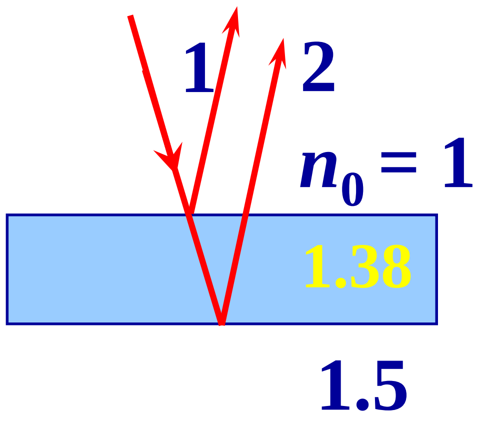
由反射光干涉减弱条件：

$$\delta = 2n_2 e = (2k+1)\lambda_{绿}/2,$$

$$\therefore e = \frac{(2k+1)\lambda_{绿}}{4n_2}$$

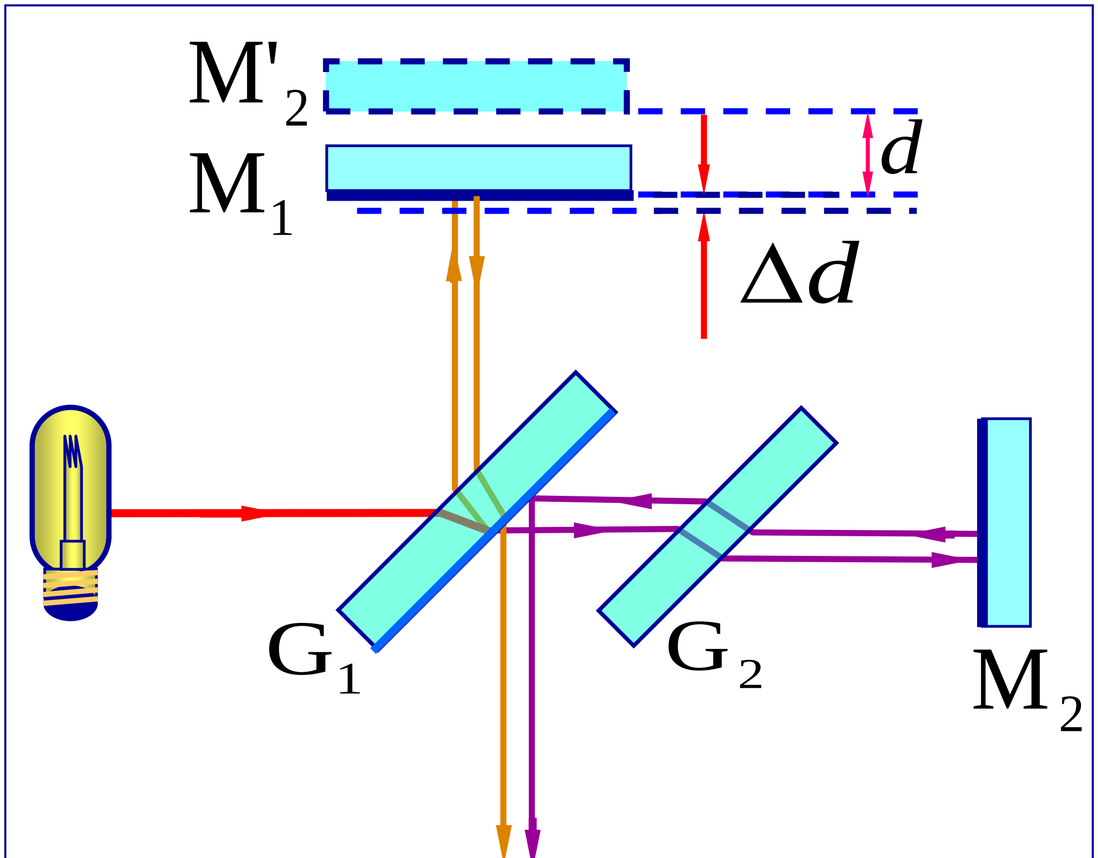
取$k=0$，$$e = \frac{\lambda_{绿}}{4n_2} = \frac{5500}{4\times1.38}$$

$$= 996(\text{Å})$$



迈克尔逊干涉仪

并可用移动反射镜或在光路中加入介质片的方法改变两光束的光程差。



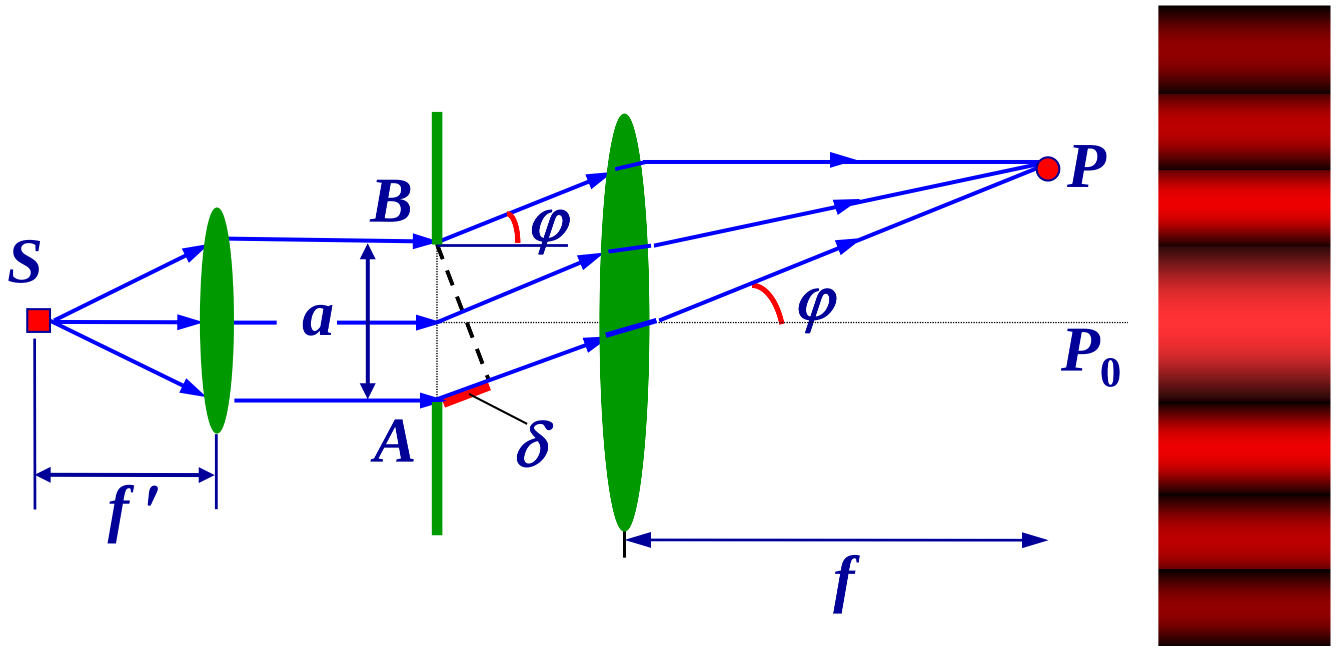
移动反射镜

$$\Delta d = \Delta N \frac{\lambda}{2}$$

M_1 移动距离

干涉条纹移动数目

★单缝夫朗禾费衍射

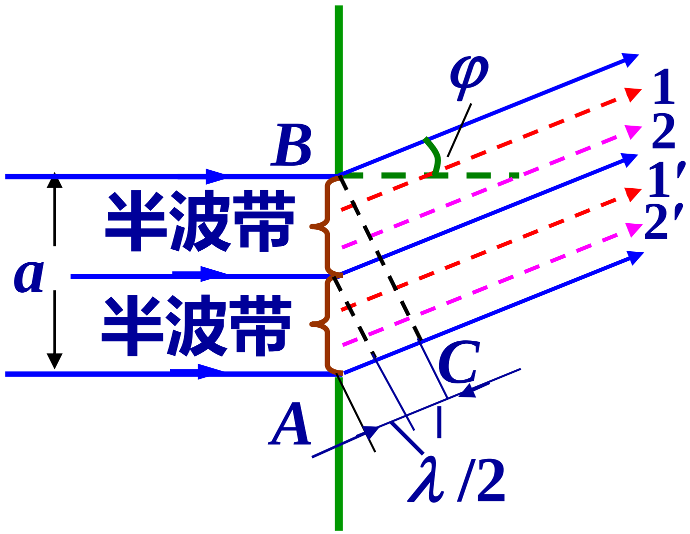


S: 单色线光源　　$\overline{AB}=a$ ：缝宽，　φ：衍射角

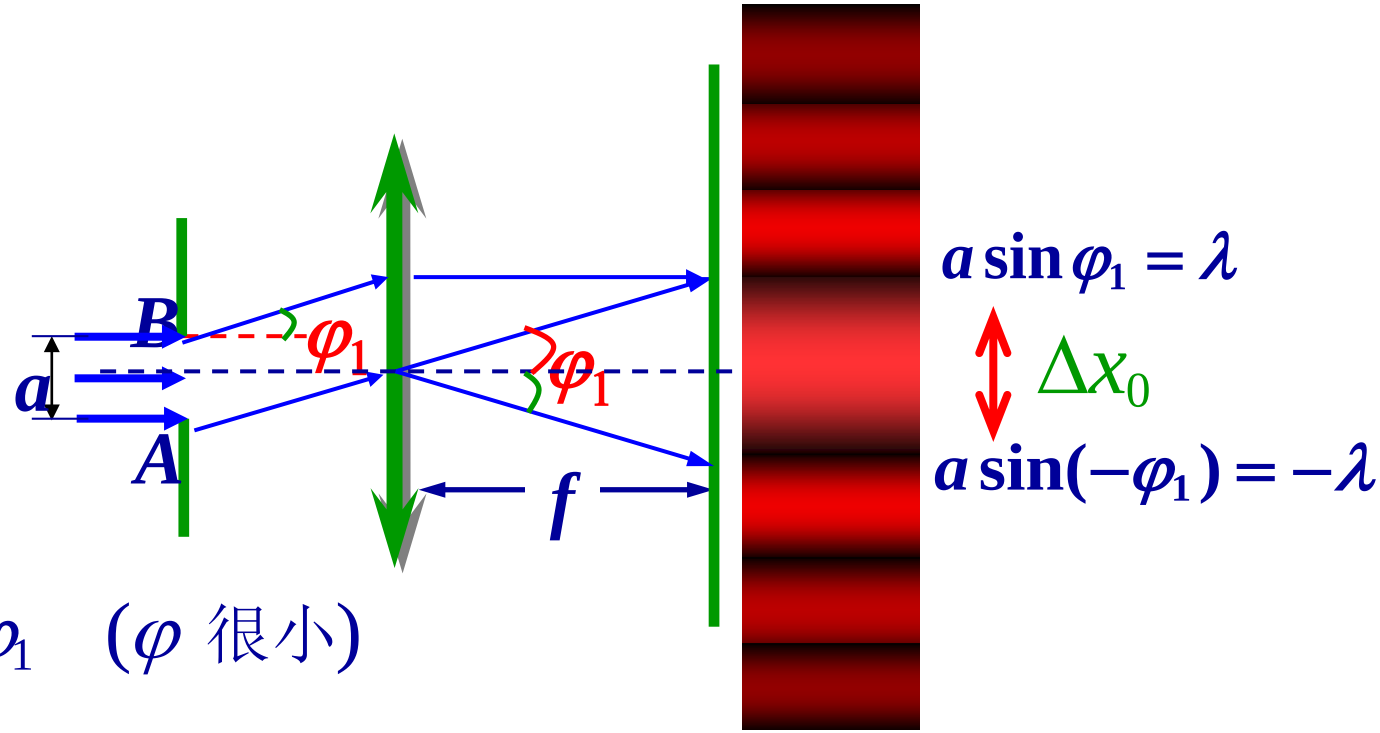
★ ★半波带法

在波阵面上截取一个条状带，使它上下两边缘发的光在屏上P处的光程差为 $\lambda/2$，此带称为半波带。

- 当 $a\sin\varphi=\lambda$ 时，可将狭缝分为两个“半波带”



两相邻半波带上的对应点发的光在P 处，光程差始终相差$\lambda/2$，干涉相消，<u>形成暗纹</u>。



$$\sin\varphi_1 = \frac{\lambda}{a} \approx \varphi_1 \quad (\varphi \text{ 很小})$$

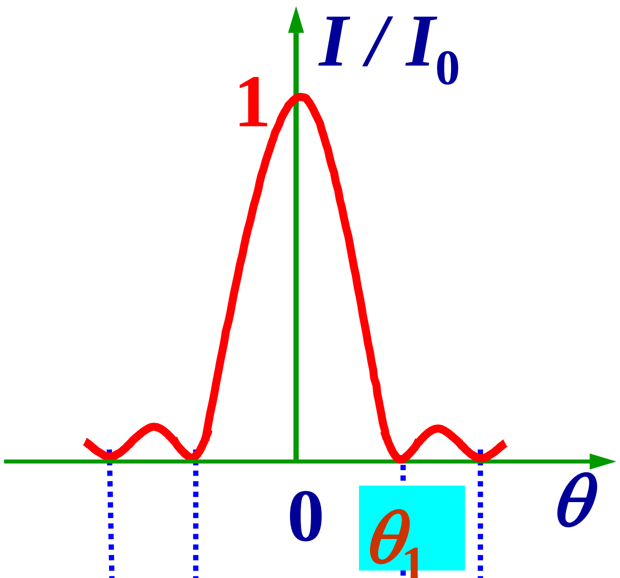
中央明纹的角宽度为： $\Delta\varphi_0 = 2\varphi_1 \approx 2\dfrac{\lambda}{a}$

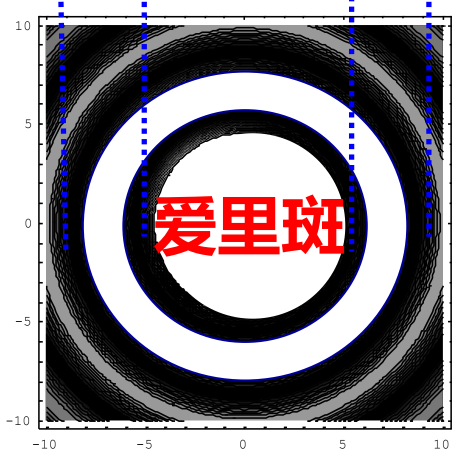
中央明纹的线宽度为：

$$\Delta x_0 = 2\cdot f\cdot\tan\varphi_1 \approx 2\cdot f\cdot\varphi_1 \approx 2f\frac{\lambda}{a} \propto \frac{\lambda}{a}$$

次级明纹的线宽度为： $\Delta x \approx f\dfrac{\lambda}{a} = \dfrac{1}{2}\Delta x_0.$

圆孔衍射

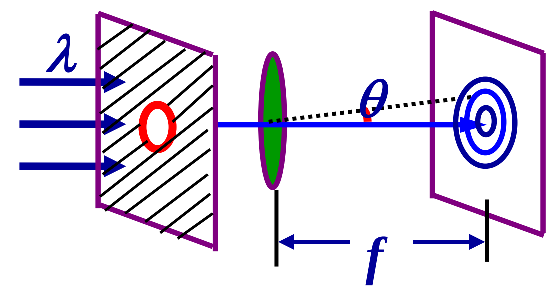




θ_1：第1级暗纹的衍射角，也是爱里斑的角半径。

$$\sin\theta_1 = 1.22\frac{\lambda}{D} \approx \theta_1 \quad (\theta\text{很小})$$

爱里斑的半径：



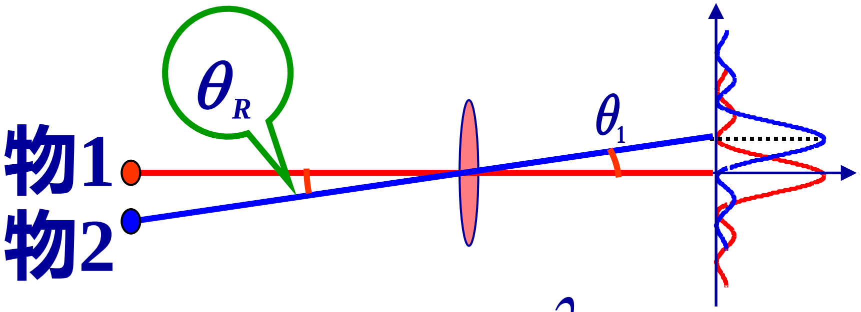
$$R = f\cdot\tan\theta_1 \approx f\cdot\theta_1 \approx 1.22\frac{\lambda}{D}f.$$

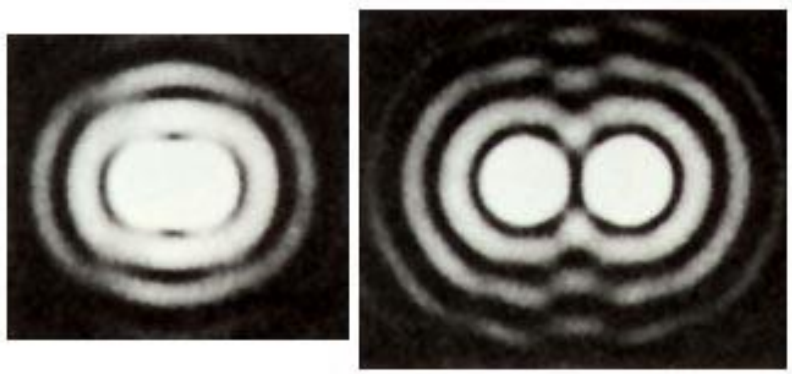
$D\downarrow$，$\lambda\uparrow$ 爱里斑越大，衍射现象越明显

$D >> \lambda$， 爱里斑小，衍射现象可忽略。

分辨率问题

能分辨的两物体在透镜处所张的角，称为最小分辨角，θ_R。

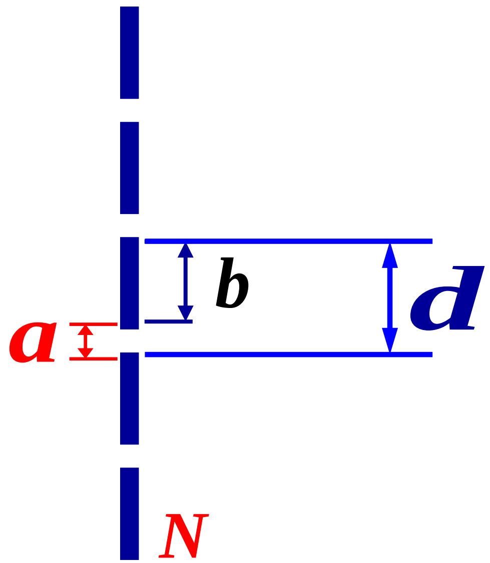


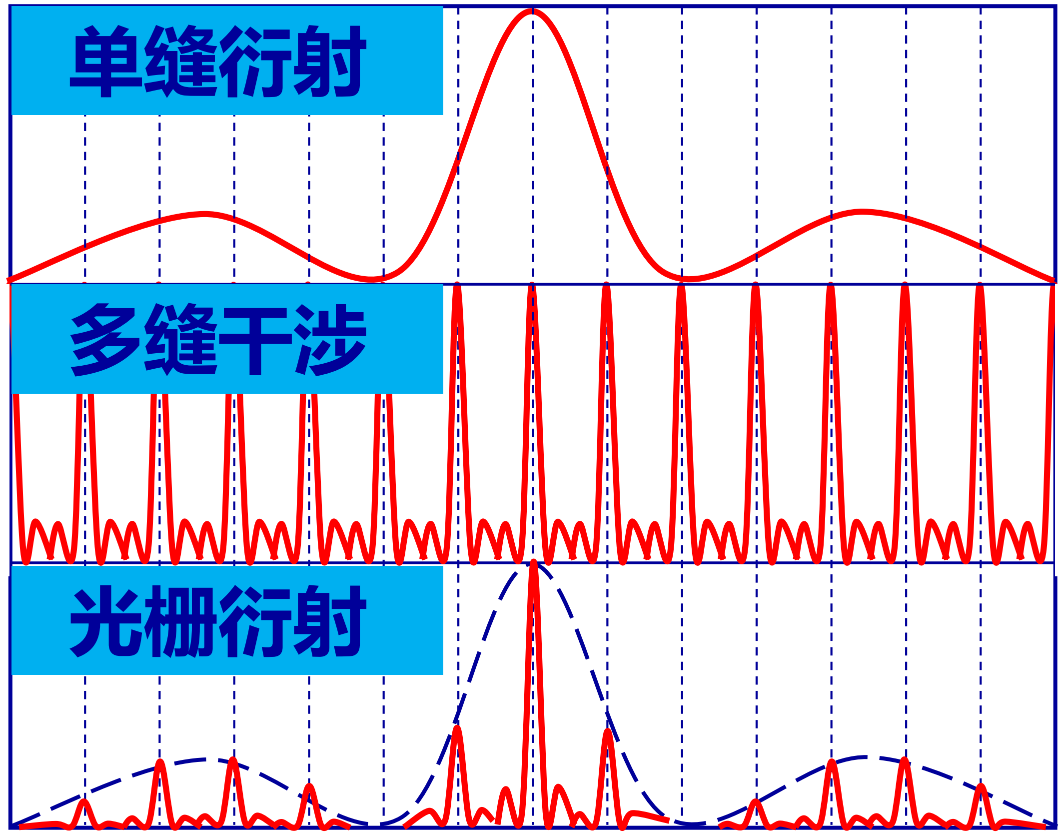


$$\theta_R = \theta_1 = 1.22\frac{\lambda}{D}$$

分辨本领（率）：最小分辨角的倒数。 $R = \dfrac{1}{\theta_R}$

★★光栅衍射





a：透光部分的宽度；

b：不透光部分的宽度；

N：透射光栅的总缝数；

$d = a+b$：光栅常量

★ 明纹条件：

$$\boxed{(a+b)\sin\varphi = \pm k\lambda\,,\ k = 0\,,1\,,2\,,\cdots}$$

—— ★光栅方程

★ 暗纹条件：

$$(a+b)\cdot\sin\varphi = \pm m\frac{\lambda}{N},\qquad (m = 1,2,3,\cdots)$$

(m不等于N的整数倍)

相邻主极大间有 N-1 个暗纹；有 N-2 个次极大。

★ 看到的衍射条纹级次： $|\sin\varphi| \leq 1$

$$\boxed{k = \frac{(a+b)\sin\varphi}{\lambda} < \frac{a+b}{\lambda}}$$

同时考虑缺级

★ 缺级计算

对于满足光栅方程的主极大条纹

$\delta = (a+b)\sin\varphi = \pm k\lambda \qquad k = 0,1,2,3\cdots$

若衍射角同时也满足单缝衍射的暗纹条件，

$a\sin\varphi = \pm k'\lambda \qquad k' = 1,2,3\cdots$

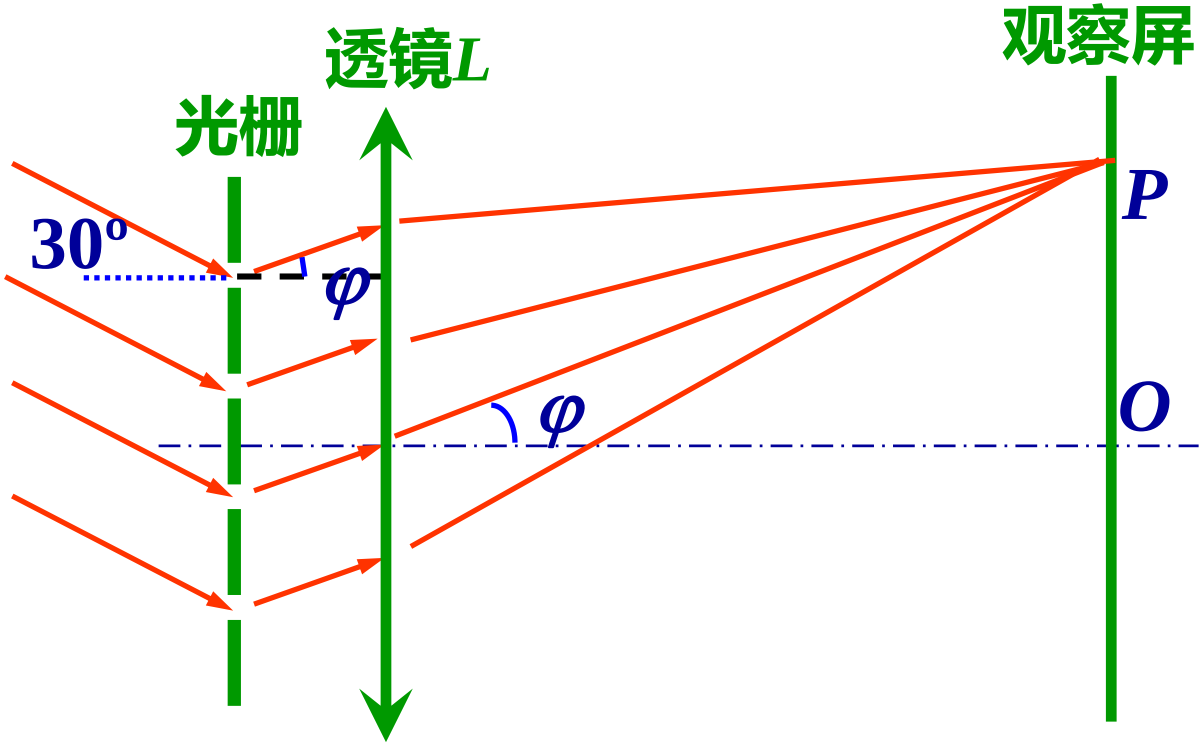
则相应的主极大级数就会发生缺级，

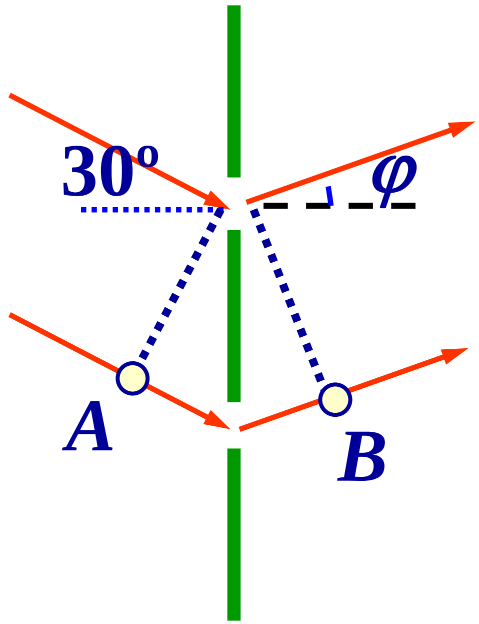
$$\frac{k}{k'} = \frac{a+b}{a} = \frac{d}{a} \qquad k = \frac{d}{a}k' \qquad (k' = 1,2,3,\cdots)$$

（若$d = 4a$） 缺±4,±8,...级

倾斜入射情况的处理方法

若平行光斜入射，光程差的计算应做调整。





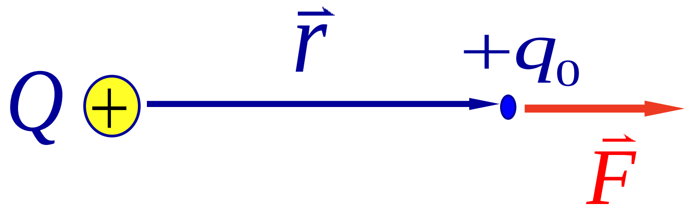
在 φ 方向上，穿过相邻狭缝的两束光的光程差为：

$$\delta = d\cdot\sin 30^\circ + d\cdot\sin\varphi = d\cdot(\sin 30^\circ + \sin\varphi)$$

静电场

$$\vec{E}(\vec{r}) \equiv \vec{E}(x, y, z)$$

单个点电荷 + Q的电场

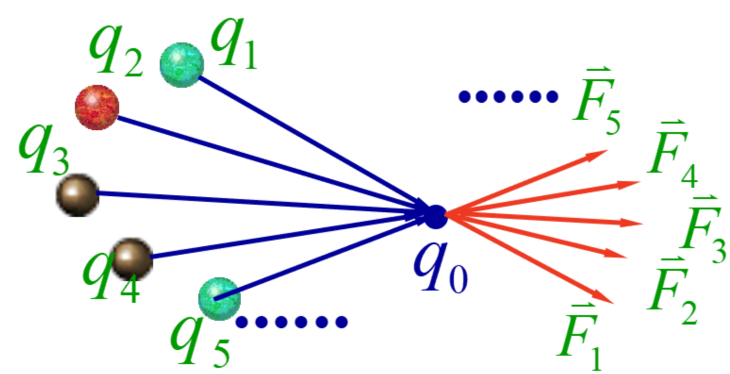


$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{r}$$

★场的叠加原理

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots\cdots + \vec{E}_n$$

点电荷系在空间任一点所激发的总场强等于各个点电荷单独存在时在该点各自所激发的场强的矢量和



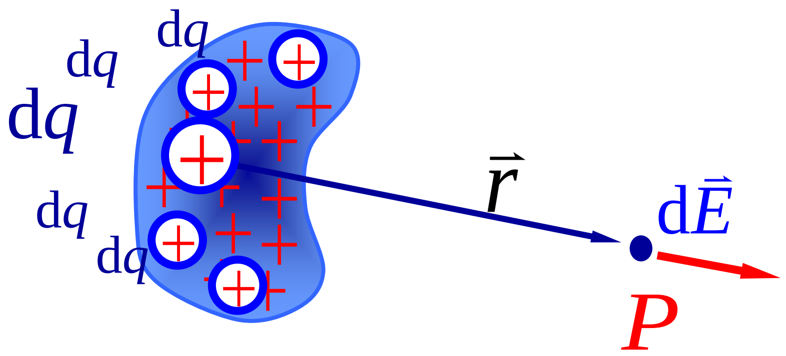
注意：矢量的叠加

电荷连续分布带电体的电场强度

处理方法：可以将带电体分割成许多“电荷元”

$$\mathrm{d}\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}q}{r^3}\vec{r}$$

$$\vec{E} = \int \mathrm{d}\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\mathrm{d}q}{r^3}\vec{r}$$



场强 E 表达式：

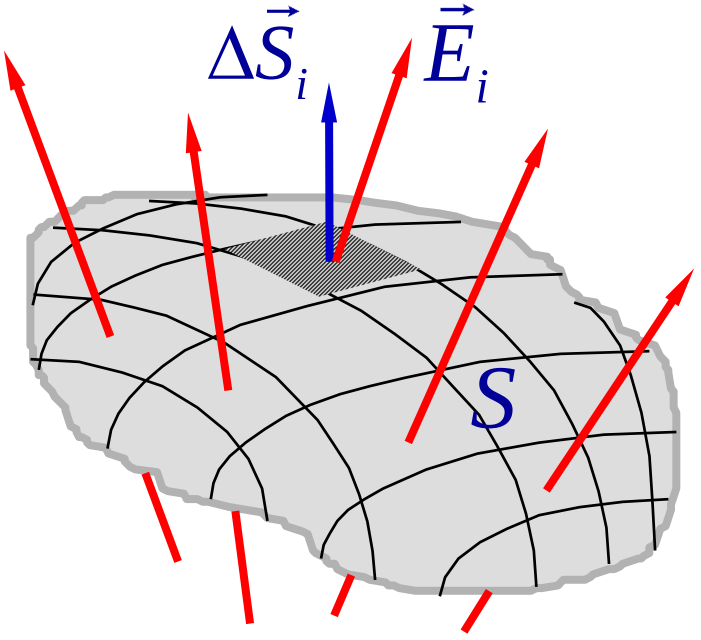
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint_v \frac{\rho \mathrm{d}V}{r^3}\vec{r} \qquad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iint_s \frac{\sigma \mathrm{d}S}{r^3}\vec{r} \qquad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_l \frac{\lambda \mathrm{d}l}{r^3}\vec{r}$$

体电荷分布　　面电荷分布　　线电荷分布

★电通量（电场强度通量）

电场中，穿过面积 S 的电场线的总条数，——（穿过该面的）电通量 ψ_E

$$\Psi_E = \iint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}$$



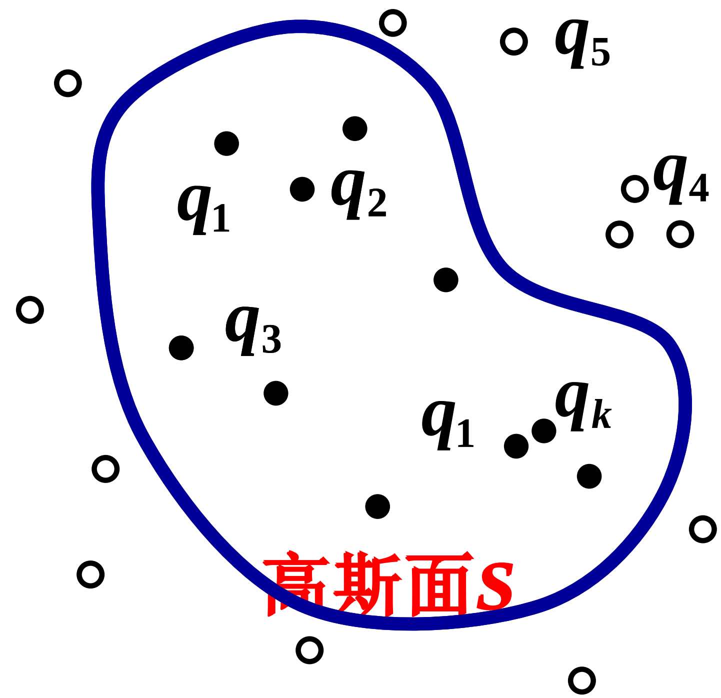
★★**高斯定理:在真空中，静电场通过任意闭合曲面的电通量，等于面内所包围的自由电荷代数和除以真空介电常数。**

$$\Psi_e = \oint\!\!\!\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{S内} q_i$$

点电荷系

$$\Psi_e = \oint\!\!\!\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho\cdot \mathrm{d}V$$

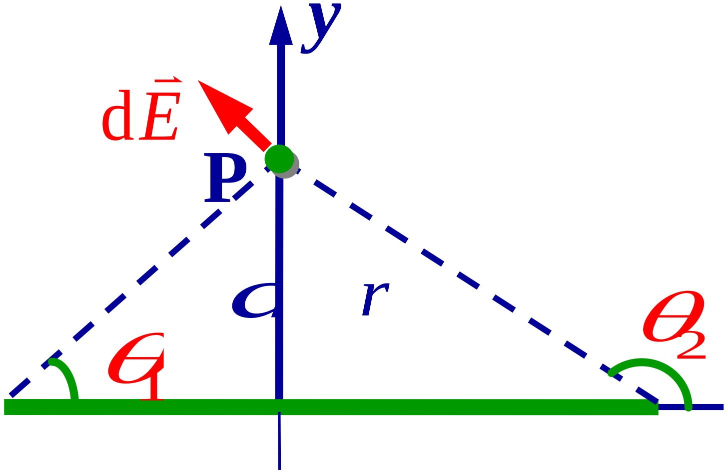
连续分布带电体



例：长为 L 的直导线的电场

$$E_x = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$$

$$E_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

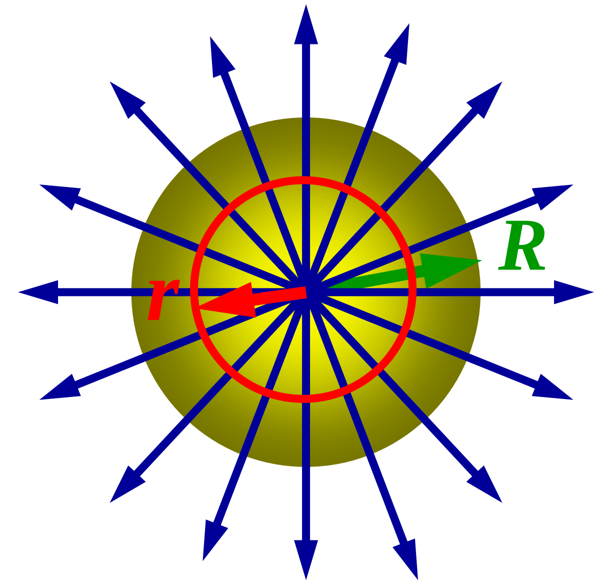


当直线长度 $L \to \infty$ ➡ $\begin{cases} \theta_1 \to 0 \\ \theta_2 \to \pi \end{cases}$

$$E_x = 0 \qquad E_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a} \times 2 = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}$$

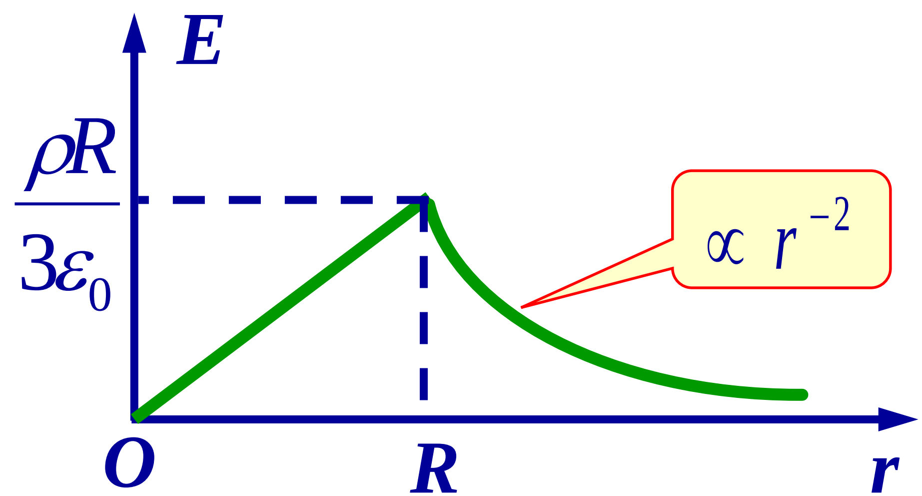
无限长均匀带电直线的场强： $E = E_y = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}$

例：均匀带电球体的电场。球半径为R，体电荷密度为ρ。求周围空间电场强度E的分布。



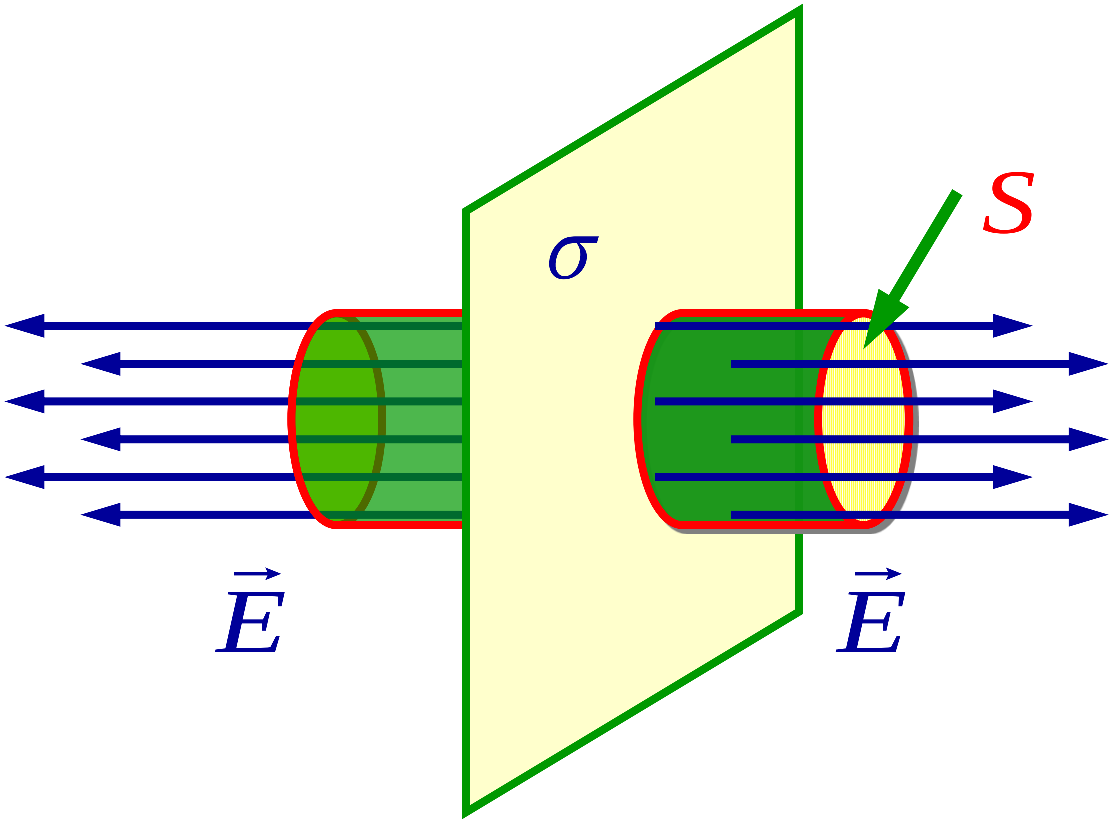
均匀带电球体的电场分布

$$E=\begin{cases}\dfrac{\rho}{3\varepsilon_0}r & r<R\\[2ex] \dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon_0}\dfrac{1}{r^2} & r>R\end{cases}$$



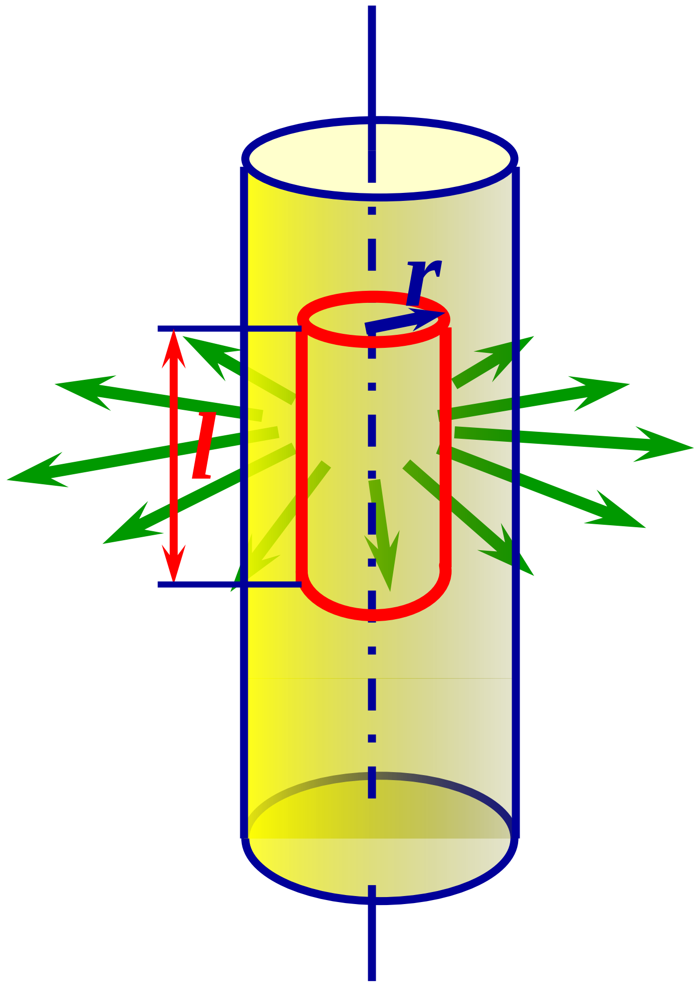
E—r 关系曲线

例：　均匀带电无限大平面的电场。



$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

例：　无限长均匀带电圆柱面的电场。圆柱半径为 R，沿轴线方向单位长度带电量为 λ。



(1) 当 $r < R$ 时， $\sum q = 0 \quad E = 0$

(2) 当 $r > R$ 时，

$$\sum q = \lambda l \quad E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

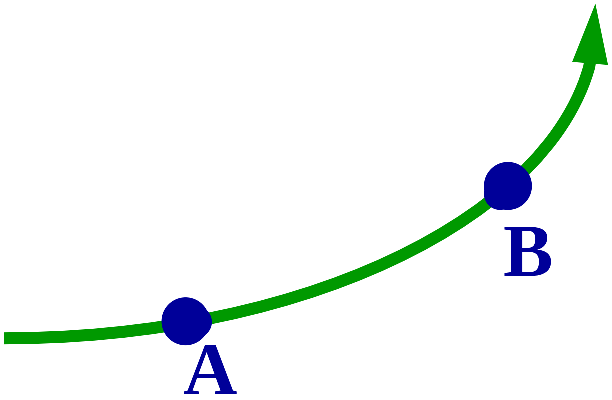
★静电场的环路定理

$$\oint_L \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$$

在静电场中，场强沿任意闭合路径的线积分（称为场强的环流）恒为零。

某点电势能W_A与q_0之比只取决于电场，定义为该点的电势

$$u_A = \frac{W_A}{q_0} = \int_A^0 \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$



电势零点的选取是任意的。

电势差

$$u_{AB} = \frac{W_A}{q_0} - \frac{W_B}{q_0} = \int_A^B \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

★★电势叠加原理

在电荷体系的电场中，某点电势等于各电荷单独在该点产生的电势的代数和

$$u = \sum_i u_i$$

注意：各电荷的<u>电势零点</u>必须相同。

电势的计算方法：

- 利用 $$u_P = \int \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

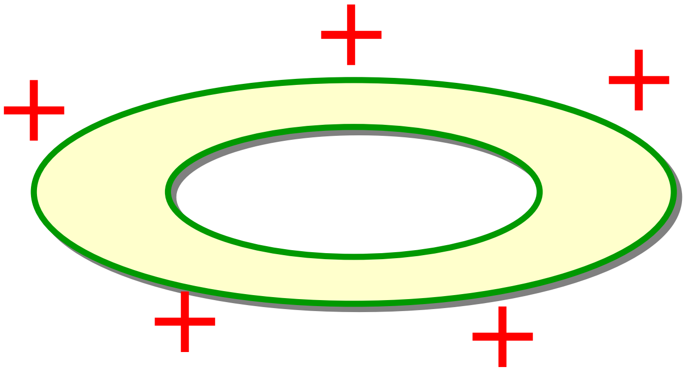
- 若已知在积分路径上 $\vec{E}$ 的函数表达式，则：

$$u_A = \int_A^{"0"} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

★空腔导体内外的静电场以及电荷分布特点

(1)腔内无带电体

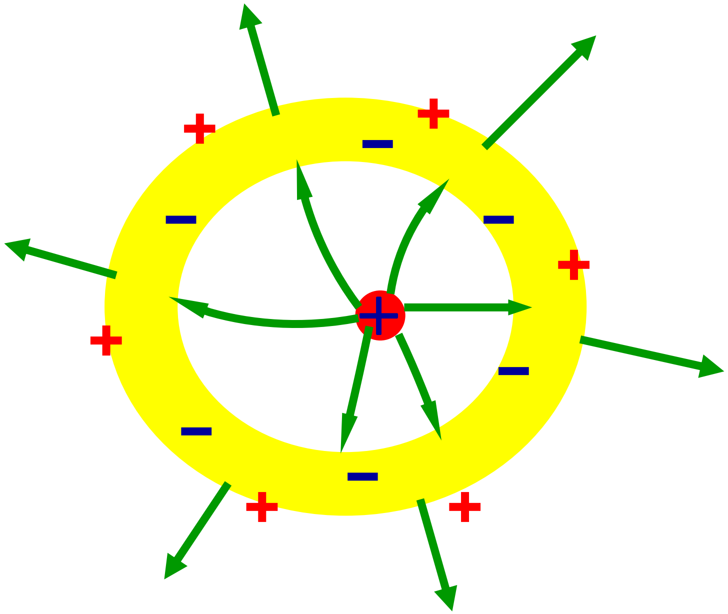
内表面无净电荷。



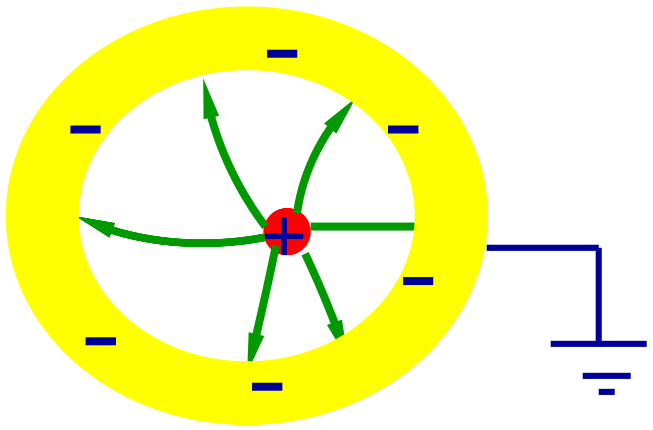
导体内部及腔体的内表面处处无净电荷。

（2）腔内有带电体：

腔体内表面所带的电量和腔内带电体所带的电量等量异号，腔体外表面所带的电量由电荷守恒定律决定，腔外导体和电场不影响腔内电场。



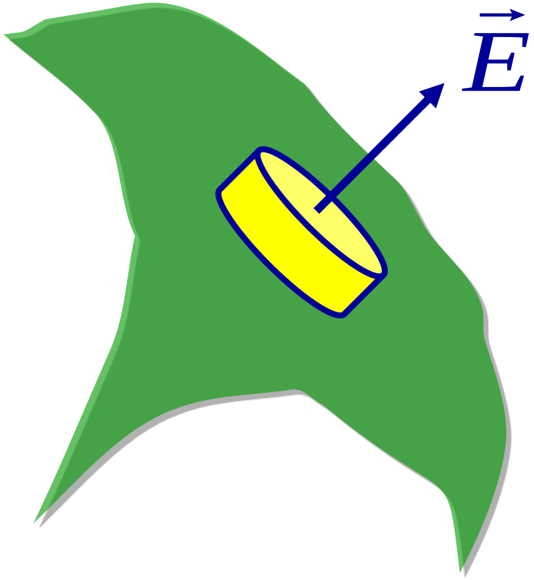
腔内电荷的位置不影响导体外电场。



外表面接地，腔外电场消失。（导体外无电荷）

导体的表面场强

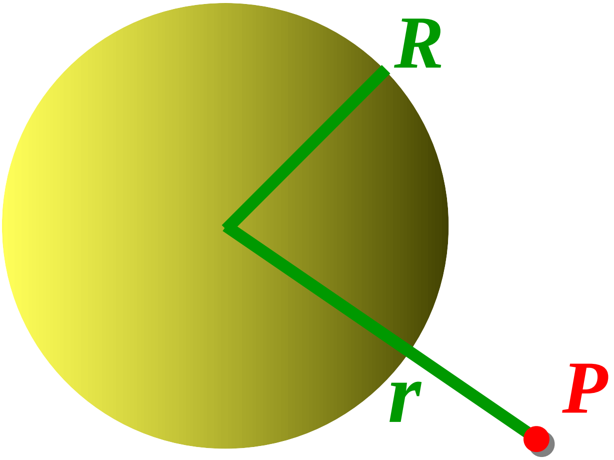
由高斯定理可证明 $$E_{外表面} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$



★ **求一均匀带电球面的电势分布，总电量为q。**

解：由高斯定理知，电场分布为

$$E=\begin{cases}0 & r<R\\ \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_o}\dfrac{q}{r^2} & r>R\end{cases}$$



1.当$r<R$时

$$u=\int_r^{\infty}\vec{E}\cdot d\vec{r}=\int_r^{R}E\cdot dr+\int_R^{\infty}E\cdot dr$$

$$=\int_R^{\infty}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}dr=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R}$$

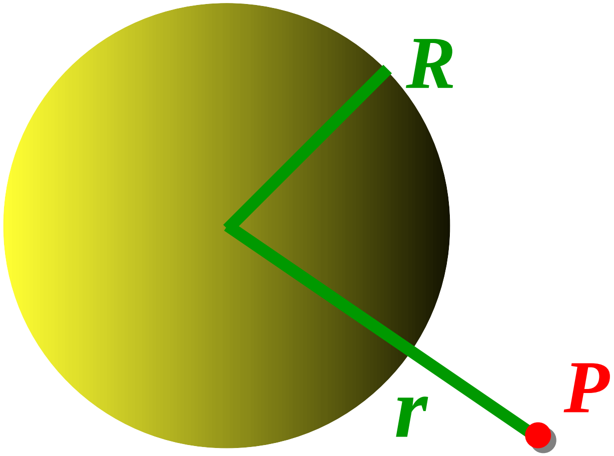
$$E = \begin{cases} 0 & r < R \\ \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_o}\dfrac{q}{r^2} & r > R \end{cases}$$

2.当$r > R$ 时

$$u = \int_r^{\infty} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

3.电势分布

$$u = \begin{cases} \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{R} & r < R \\ \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_o}\dfrac{q}{r} & r > R \end{cases}$$

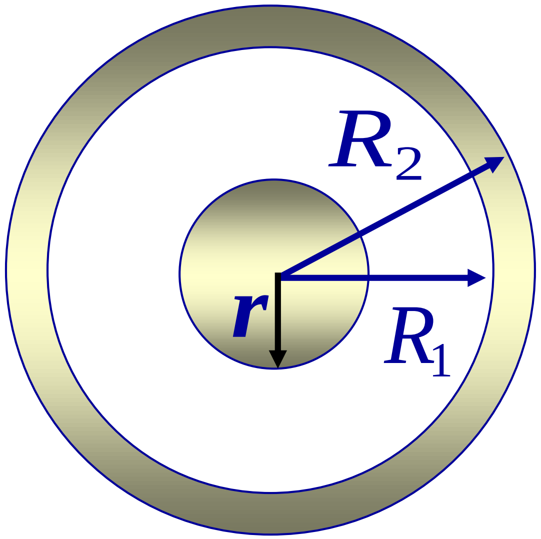


★在内外半径分别为R_1和R_2的导体球壳内，有一个半径为r 的导体小球，小球与球壳同心，让小球与球壳分别带上电荷量q和Q。

试求：（1）小球的电势V_r，球壳内、外表面的电势；

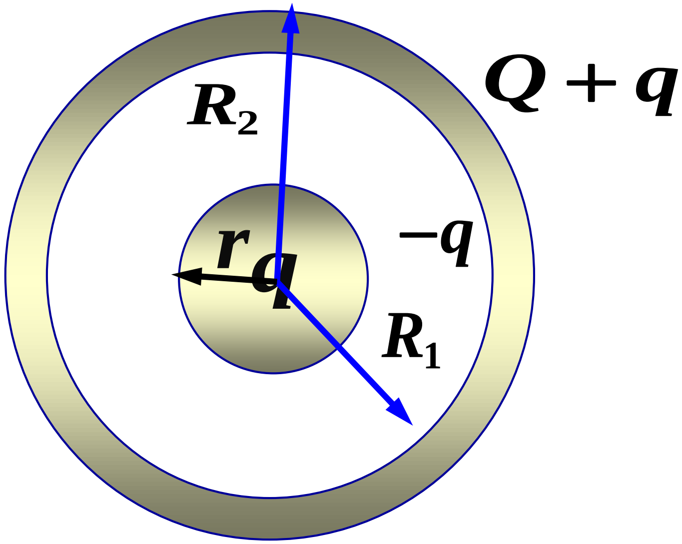
（2）小球与球壳的电势差；

（3）若球壳接地，再求小球与球壳的电势差。



第二种思路（直接应用电势叠加原理）

小球球面处的电势V_r，等于各个带电体单独存在时在r处激发的电势之和。



$$V_r = V_r(q) + V_r(-q) + V_r(Q+q)$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 R_1} + \frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$$

电容器的电容

电容器的电容： $C=\dfrac{q}{U_1-U_2}$

q：其中一个极板电量绝对值

$U_1—U_2$：两板电势差

计算电容的一般方法：

先假设电容器的两极板带等量异号电荷，再计算出电势差，最后代入定义式。

静电场的能量

匀强电场的电场能量密度为 $$w_{\mathrm{e}}=\frac{W}{V}=\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

任一带电体系的电场总能量

$$\boxed{W=\int w_{\mathrm{e}}\mathrm{d}V=\iiint_V \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2\mathrm{d}V}$$

电位移矢量：

$$\boxed{\vec{D} \equiv \varepsilon \vec{E}}$$

D **的高斯定理：**

$$\oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q_0$$

通过任意封闭曲面的电位移矢量的通量，
等于该封闭面所包围的自由电荷的代数和

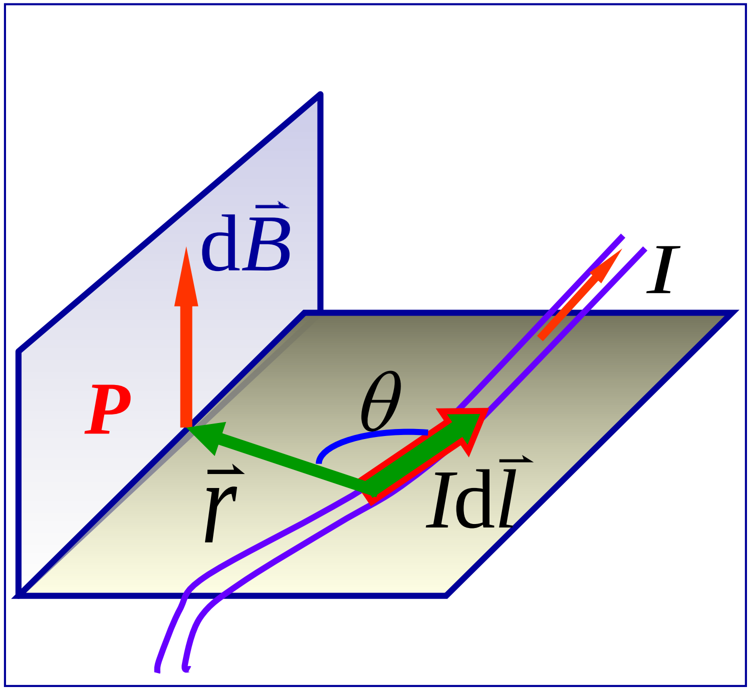
毕奥—萨伐尔（Biot-Savart）定律

磁感应强度的矢量式：

$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0 I \, \mathrm{d}\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi r^3}$$

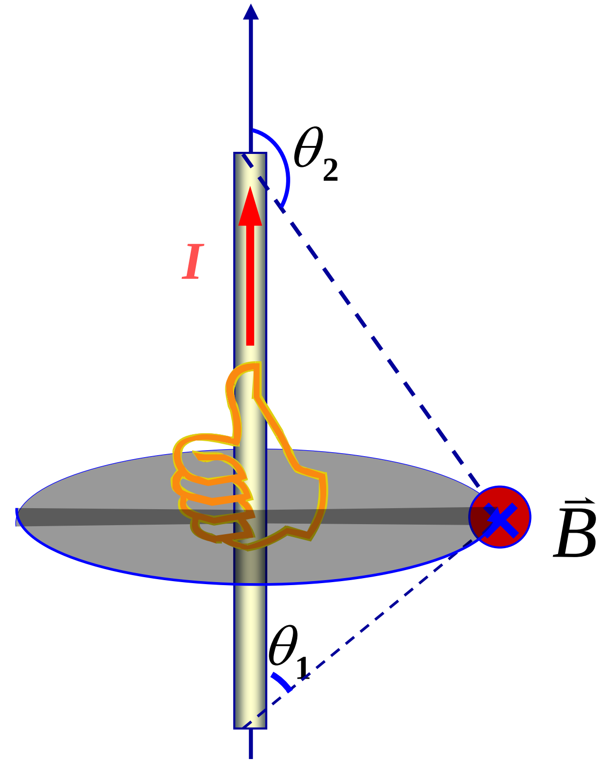
P点的总磁感应强度

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_L \frac{I \, \mathrm{d}\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$



★★重要结论　载流长直导线的磁场

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$$



(1) 无限长直导线　$\theta_1\to 0,\ \theta_2\to\pi$

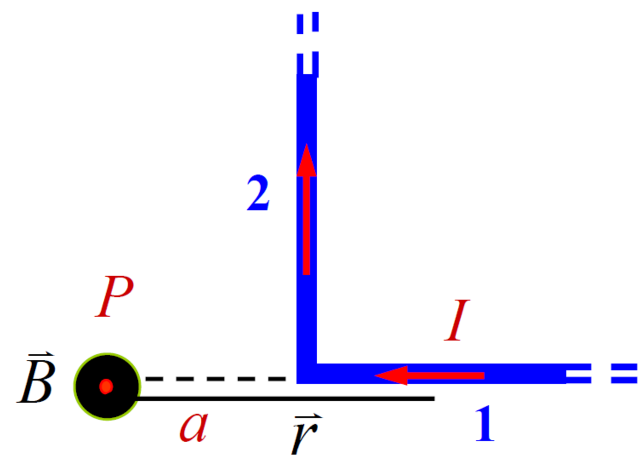
$$\boxed{B=\frac{\mu_0 I}{2\pi a}}$$

方向：右螺旋法则

(2) 导线半无限长，场点与一端的连线垂直于导线

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}$$

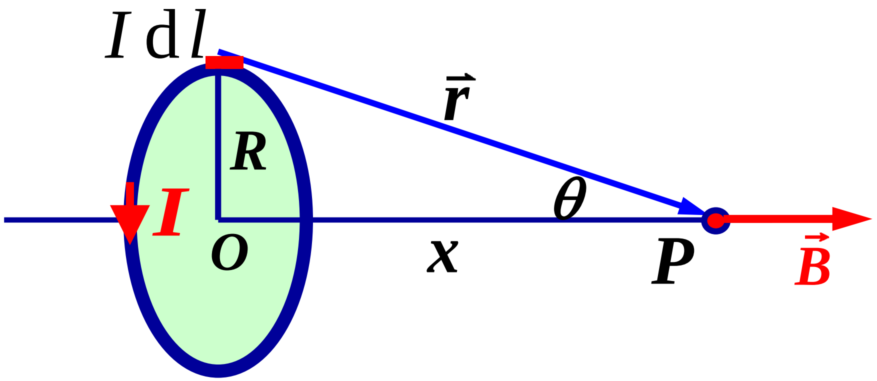
(3) P点位于导线延长线上，$B=0$



载流圆线圈轴线上的磁场

$$B=\frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}$$

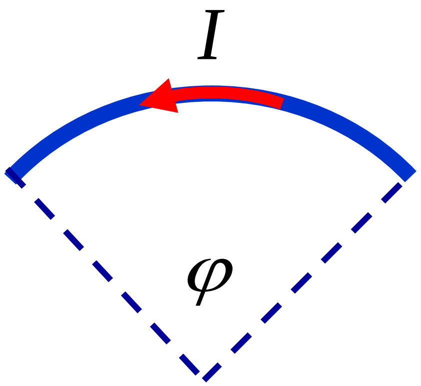
$$=\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{IS}{(R^2+x^2)^{3/2}}$$



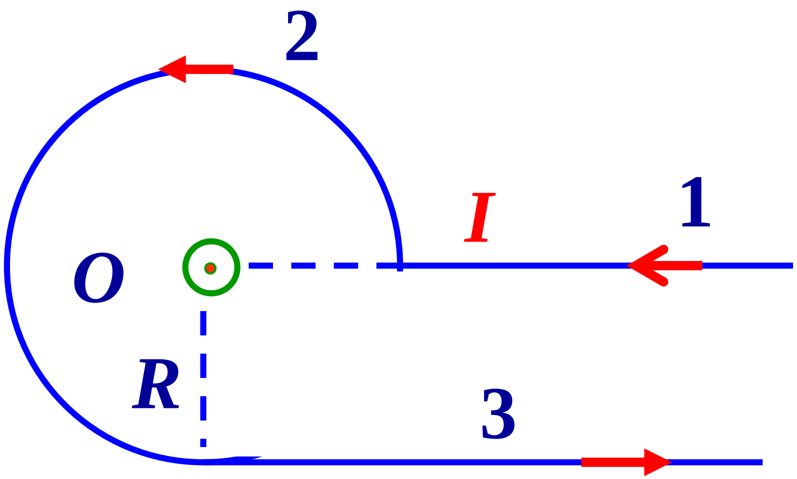
在圆心处 $x=0$ $B=\frac{\mu_0 I}{2R}$

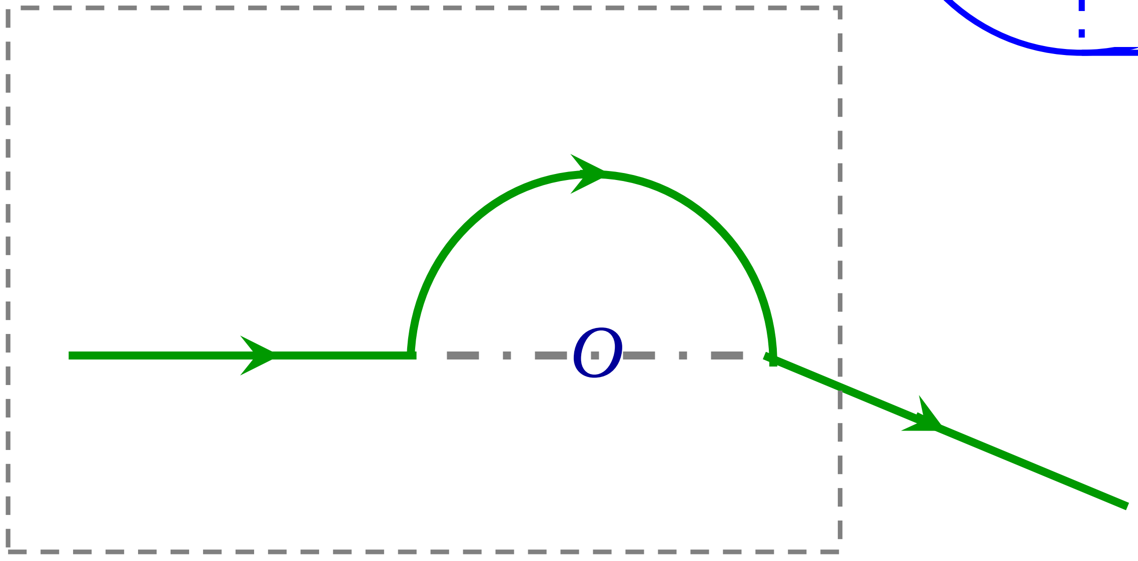
*一段圆弧在圆心处产生的磁场

$$B=\frac{\mu_0 I}{2R}\cdot\frac{\varphi}{2\pi}\rightarrow \boxed{B=\frac{\mu_0 I\varphi}{4\pi R}}$$



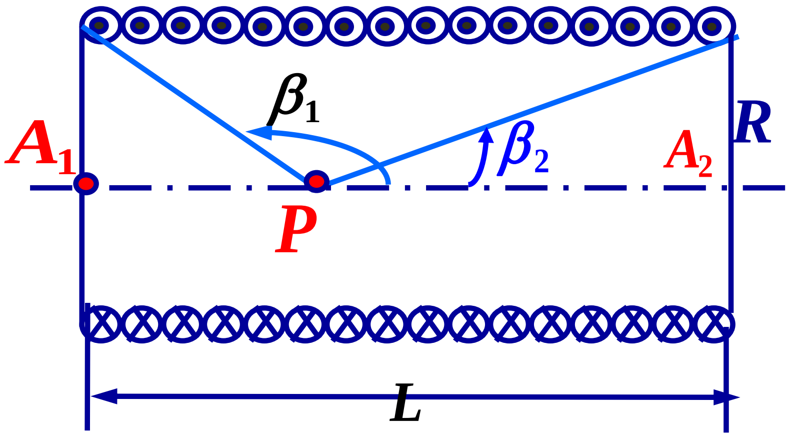
例：求*O* 点的磁感应强度。





载流直螺线管内部的磁场

$$B = \frac{\mu_0}{2} nI(\cos\beta_2 - \cos\beta_1)$$



螺线管无限长， $\beta_1 \to \pi, \beta_2 \to 0$

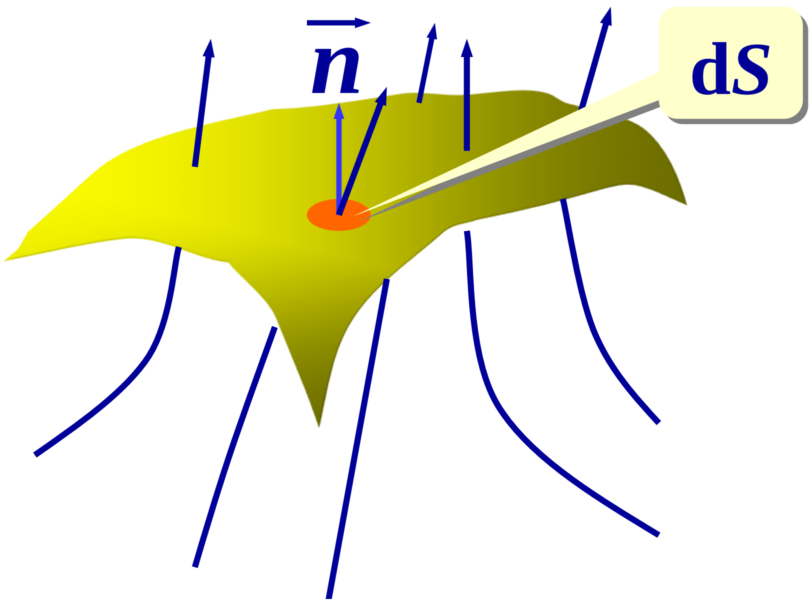
$$B = \mu_0 nI$$

★磁通量

$$\mathrm{d}\Phi = B\mathrm{d}S\cos\theta = \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

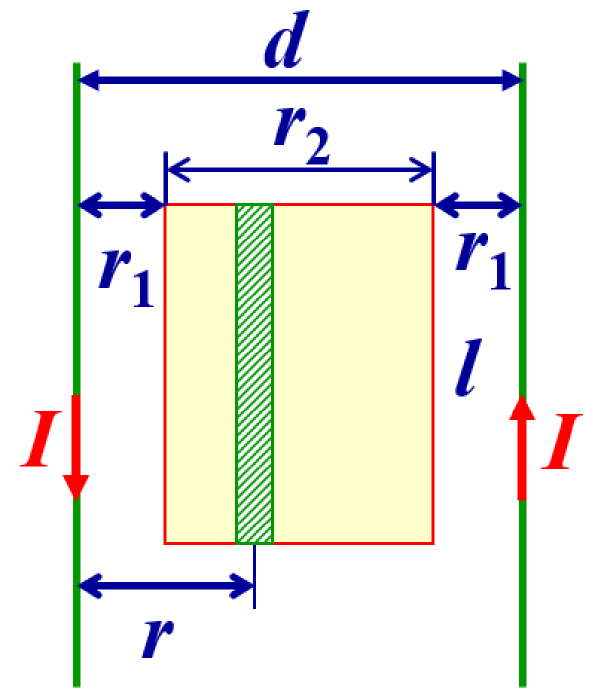
对整个曲面，磁通量：

$$\Phi = \iint_S \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$



$$B_r = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} + \frac{\mu_0 I}{2\pi(d-r)}$$

$$\Phi = \int B\mathrm{d}S = \frac{\mu_0 Il}{\pi}\ln\frac{r_1+r_2}{r_1}$$

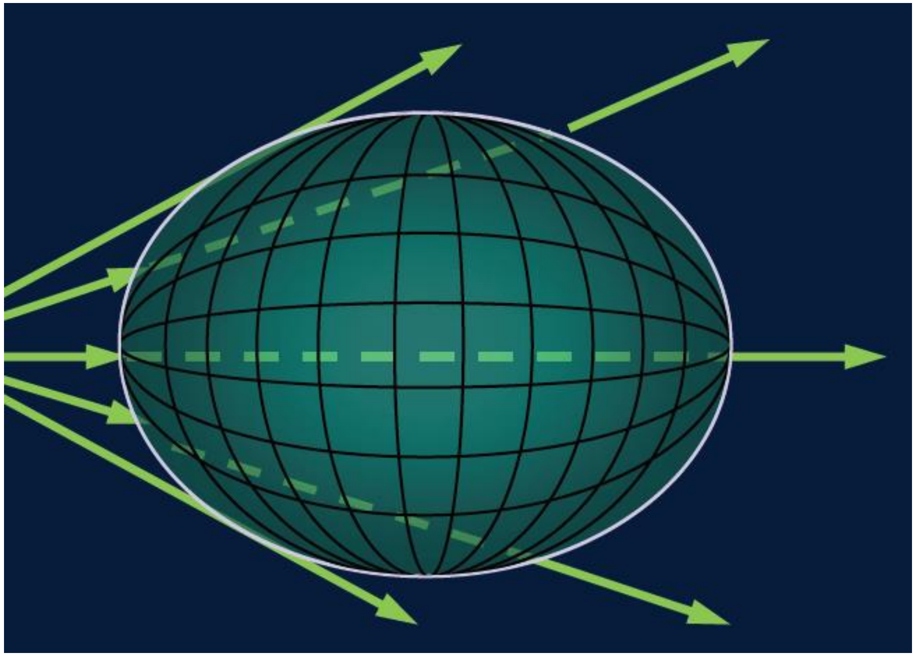


★磁场的高斯定理

由磁感应线的**闭合性**可知，对任意闭合曲面，穿入的磁感应线条数与穿出的磁感应线条数相同，因此，通过任何**闭合曲面**的磁通量为零。

$$\oiint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$$

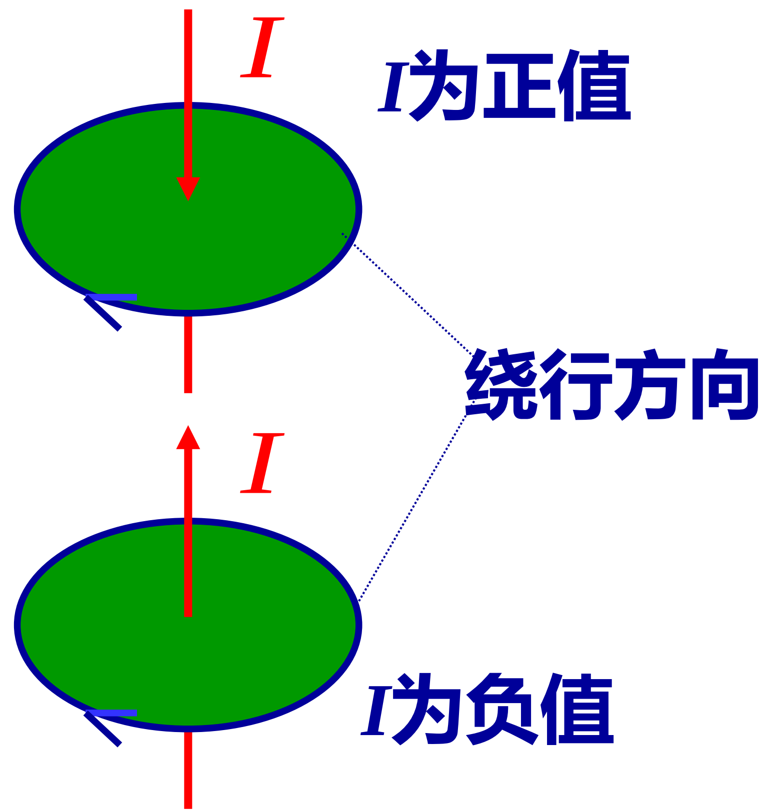
高斯定理的积分形式



★★安培环路定理

在磁场中，沿任一闭合曲线 $\vec{B}$矢量的线积分（称 $\vec{B}$矢量的环流），等于真空中的磁导率μ_0乘以穿过以这闭合曲线为边界所张任意曲面的各恒定电流的代数和。

$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum I$$



电流 I 的正负规定：积分路径的绕行方向与电流成右手螺旋关系时，电流 I 为正值；反之 I 为负值。

长直圆柱形载流导线内外的磁场

$$\boxed{\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum I}$$

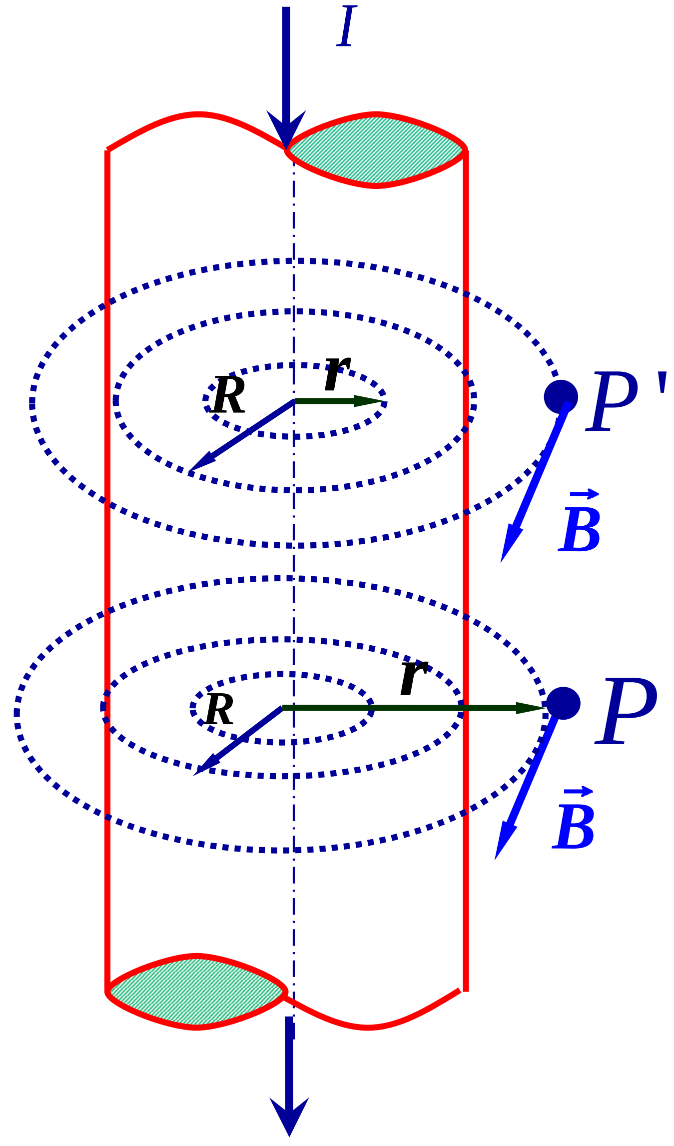
1) 当 $r > R$ $\quad B\cdot 2\pi r = \mu_0 I$

$$\therefore B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}$$

2) 当 $r < R$ ，

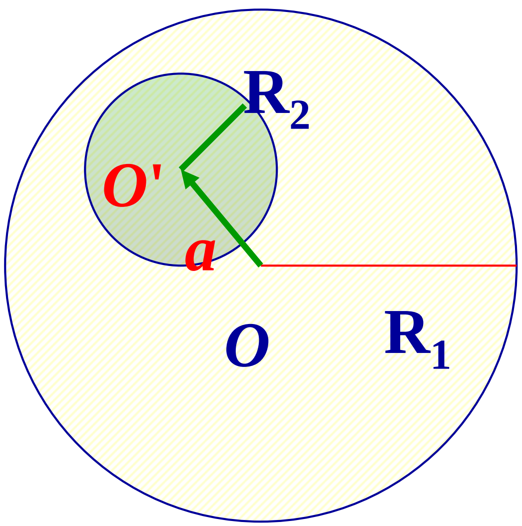
$$B\cdot 2\pi r = \mu_0 \frac{\pi r^2}{\pi R^2} I$$

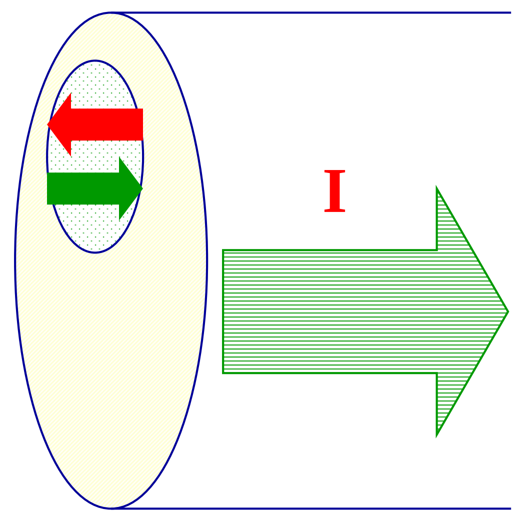
$$\therefore B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{Ir}{R^2}$$



例：半径为R_1的无限长圆柱形导体管，内有半径为R_2的空心，两轴线相距a。电流沿导体管流动，且均匀分布在横截面上，求圆柱轴线和空心轴线上任一点的磁场。

因回路不闭合，不处理无法用环路定理求解采用补偿法，将空心部分看成通有相等相反电流的实心导线。





安培力

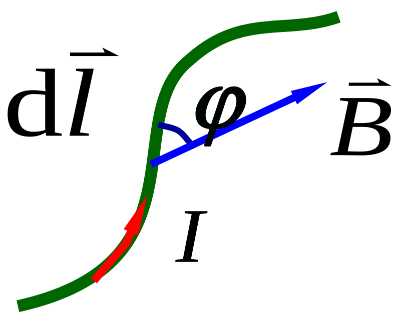
$$\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$$

大小： $\mathrm{d}F = I\,\mathrm{d}l\,B\sin\theta$

方向： **右手螺旋定则**

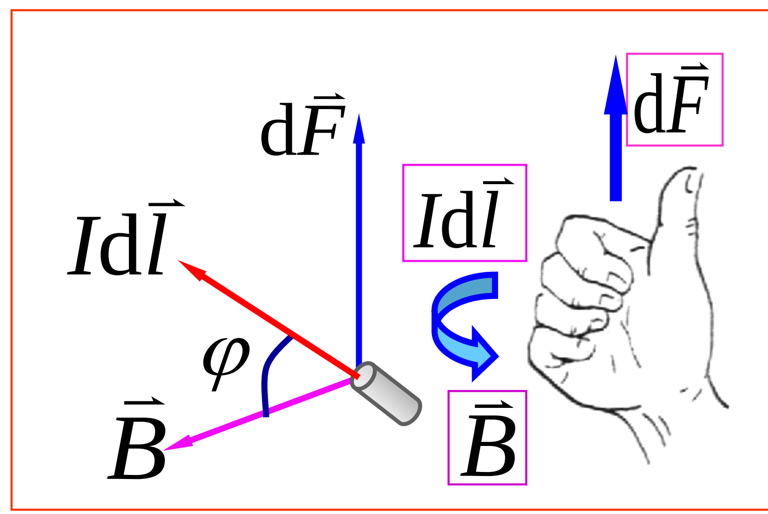
任意形状载流导线在外磁场中所受的安培力

$$\vec{F} = \int_l \mathrm{d}\vec{F} = \int_l I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$$



$$F_x = \int \mathrm{d}F_x,$$

$$F_y = \int \mathrm{d}F_y,$$

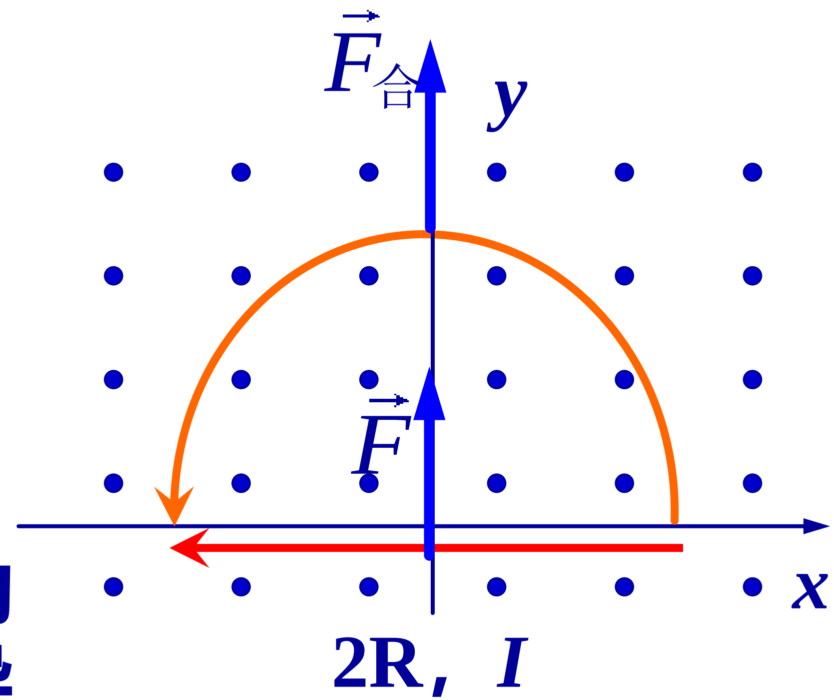


$$F_{合} = 2BIR.$$

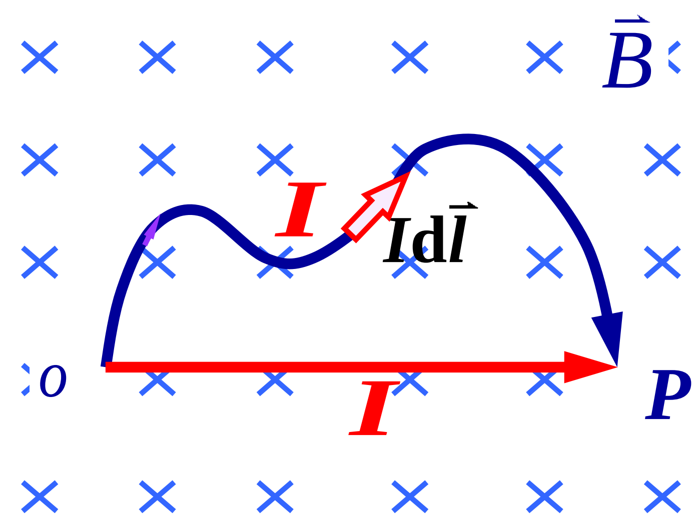
考虑从右端指向左端的长度为2R的电流 I,

$$F = 2BIR.$$

∴ 半圆形载流导线上所受的磁力，与两个端点相连的直导线所受到的磁力相等。

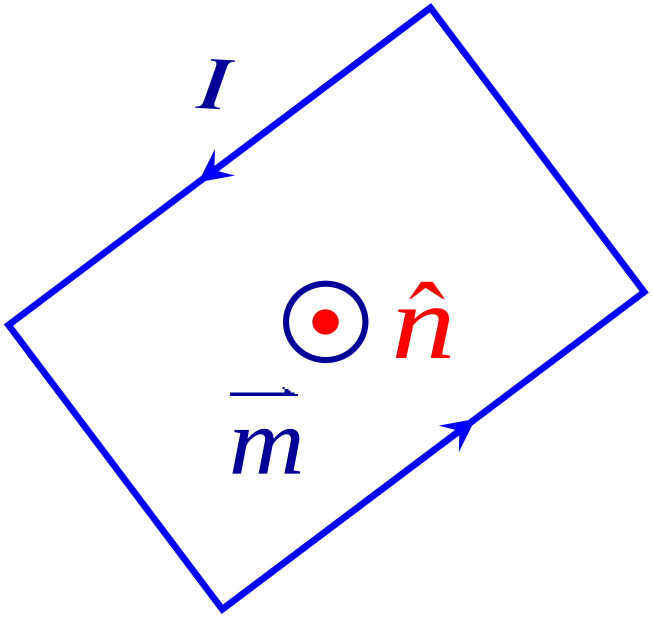


推广：任意弯曲的载流导线，在均匀磁场中受到的安培力，等效于两个端点相连的直导线受到的安培力。



磁场对载流线圈的作用

载流线圈的空间取向用电流右手螺旋的法向单位矢量 $\hat{n}$ 描述。



设任意形状的平面载流线圈的面积为 S，电流强度为 I，

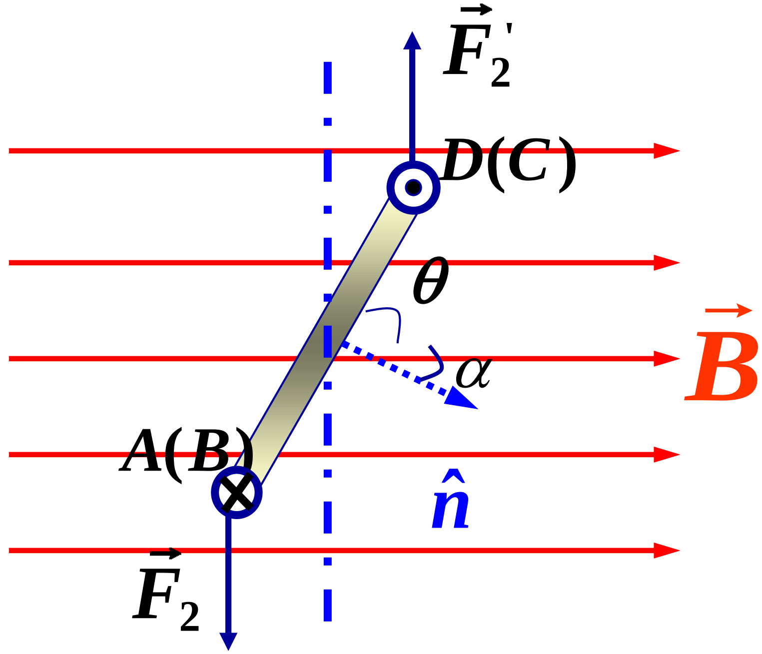
定义线圈的磁矩：

$$\vec{m} = IS\hat{n}$$

若线圈有 N 匝： $\vec{m} = NIS\hat{n}$

$$\boxed{\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}.}$$

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$$



① $\alpha = \pi/2$，线圈平面与磁场方向相互平行，力矩M最大。力矩有使φ减小的趋势。

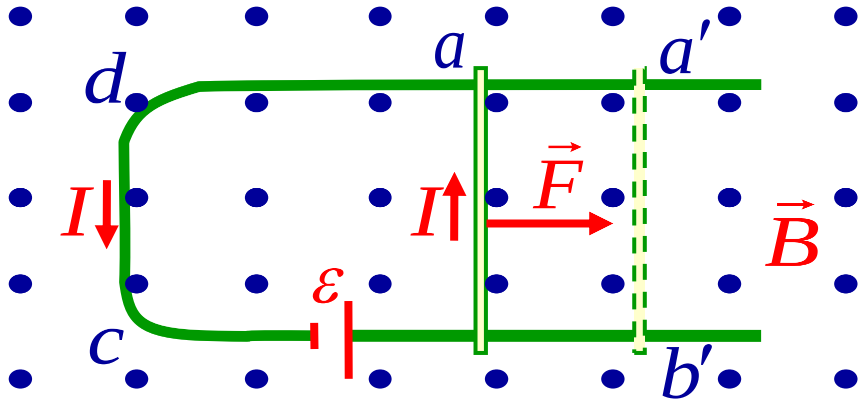
② $\alpha = 0$，线圈平面与磁场方向垂直，力矩为零，线圈处于平衡状态。

③ $\alpha = \pi$，线圈平面与磁场方向相互垂直，力矩为零，但为不稳定平衡，$\vec{B}$与$\vec{m}$反向，微小扰动，磁场的力矩使线圈转向$\alpha = 0$的稳定平衡状态。

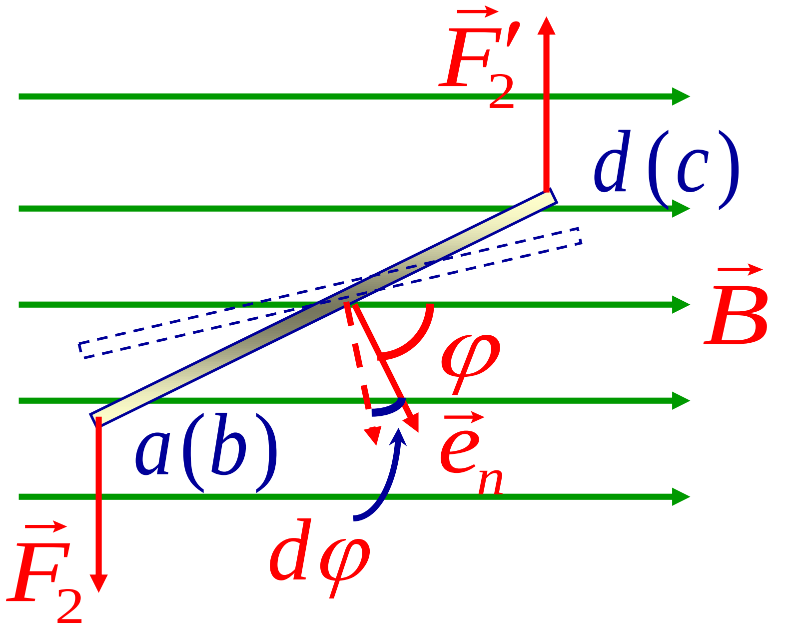
总结：任意形状的平面载流线圈作为整体在均匀外磁场中，受到的合力为零。合力矩 $\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$ 使线圈的磁矩$\vec{m}$转到磁感应强度$\vec{B}$的方向。

磁力的功

磁力所作的功为：



$$\mathrm{d}A = I\mathrm{d}\Phi \qquad A = \int I\mathrm{d}\Phi$$



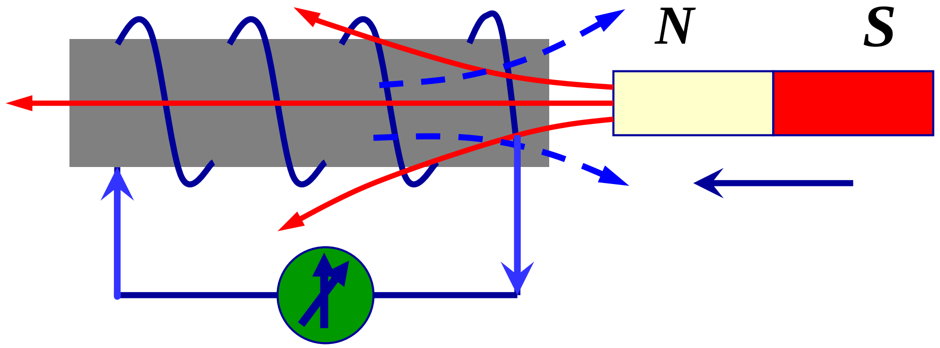
$$\mathrm{d}A = -M\,\mathrm{d}\theta = I\,\mathrm{d}\Phi$$

$$A = I\Delta\Phi$$

电磁感应现象

楞次定律—判断方向

判断感应电流方向的楞次定律：闭合回路中产生的感应电流具有确定的方向，它总是使感应电流所产生的通过回路面积的磁通量，去补偿或者反抗引起感应电流的磁通量的变化。



★★法拉第电磁感应定律

通过回路所包围面积的磁通量发生变化时，回路中产生的感应电动势 ε_i 与磁通量Φ对时间的变化率成正比.

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

负号“-”：

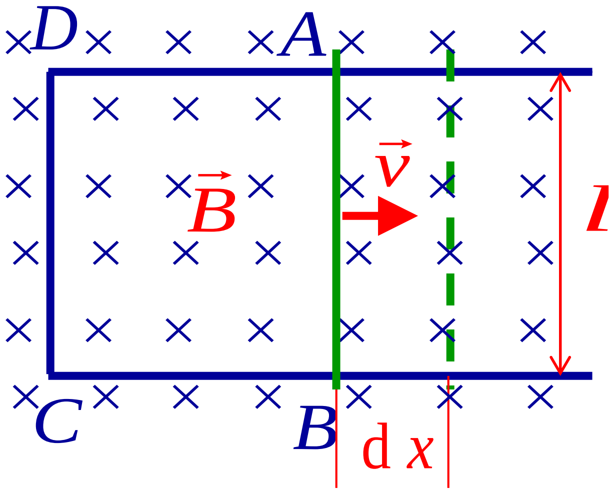
反映感应电动势的方向；与楞次定律一致。

$\mathrm{d}\Phi/\mathrm{d}t$： ε_i **正比于磁通量变化快慢。**

动生电动势和感生电动势

★动生电动势与洛伦兹力

$\vec{E}_k$ **表示非静电场强**



$$-e\vec{E}_k = -e\vec{v}\times\vec{B}$$

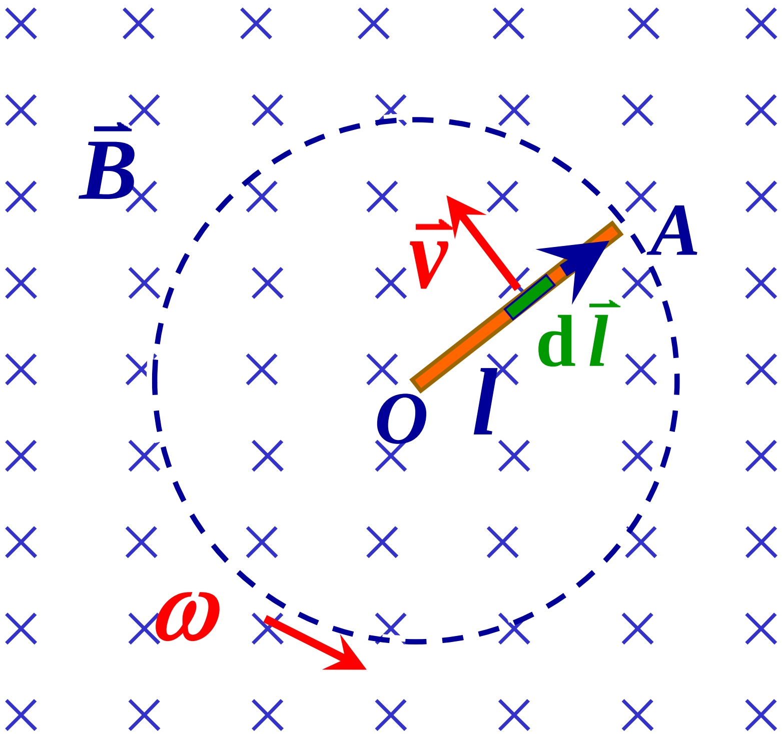
$$\Rightarrow \vec{E}_k = \vec{v}\times\vec{B}$$

$$\varepsilon_i = \int_A^B \vec{E}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_A^B (\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

例： 长为L的铜棒在均匀磁场 $\vec{B}$中，在与磁场方向垂直的平面内以角速度ω 绕O轴逆时针匀速转动。

求：棒中的动生电动势。

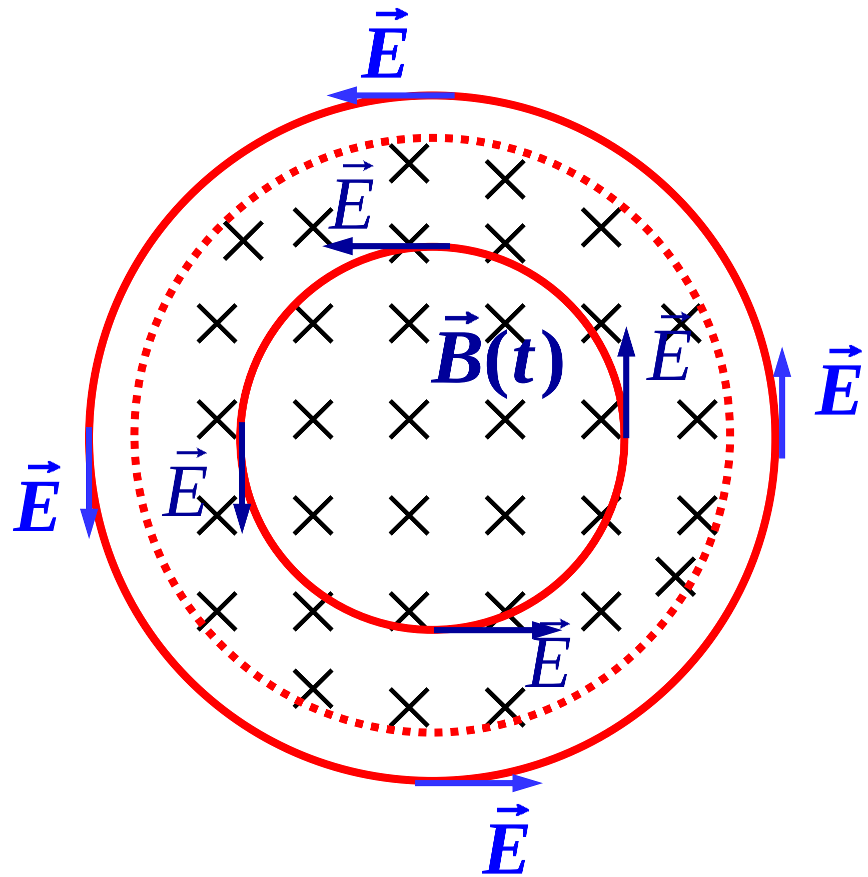
$$\varepsilon_i = \int_L \vec{v} \times \vec{B} \cdot \mathrm{d}\,\vec{l}$$



★感生电场与感生电动势

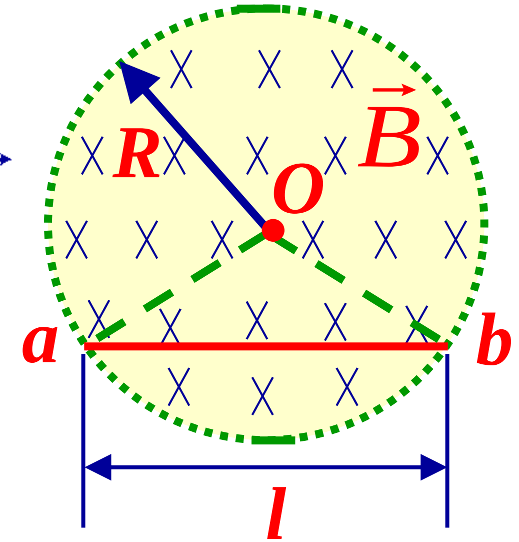
变化的磁场在其周围激发了一种电场，这种电场称为感生电场。

$$\oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$



例题：　如图，半径为*R*的圆柱形体积内充满磁感应强度为 *B*(*t*)的均匀磁场，有一长为 *l* 的金属棒放在磁场中，设d*B*/d*t*为已知，求棒两端的感生电动势。

解法1：选闭合回路*Oab*，方向为逆时针



$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_i \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \left(\int_O^a + \int_a^b + \int_b^O \right) \vec{E}_i \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$= 0 + \int_a^b \vec{E}_i \cdot \mathrm{d}\vec{l} + 0 = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

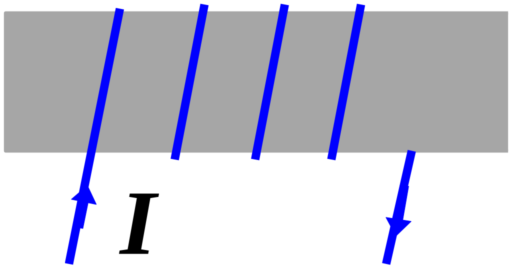
$$= \iint_S \frac{\partial B}{\partial t} \mathrm{d}S = \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \iint_S \mathrm{d}S = \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \frac{1}{2} l \sqrt{R^2 - \frac{l^2}{4}} = \varepsilon_{\mathrm{ab}}$$

方向为*a* → *b*

自感和互感

★自感应

自感现象

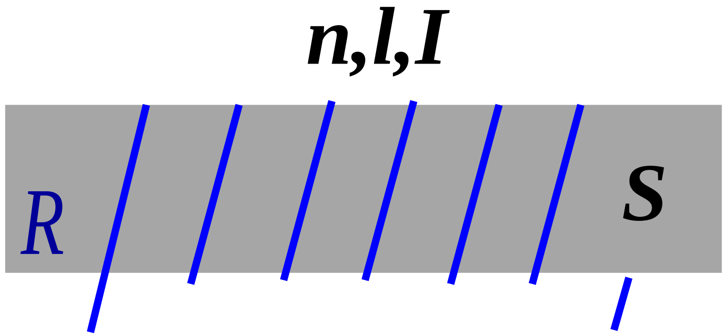


系数L（>0）—自感系数、自感　　$\Psi = LI$,

∴自感电动势：$\varepsilon_L = -L\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$

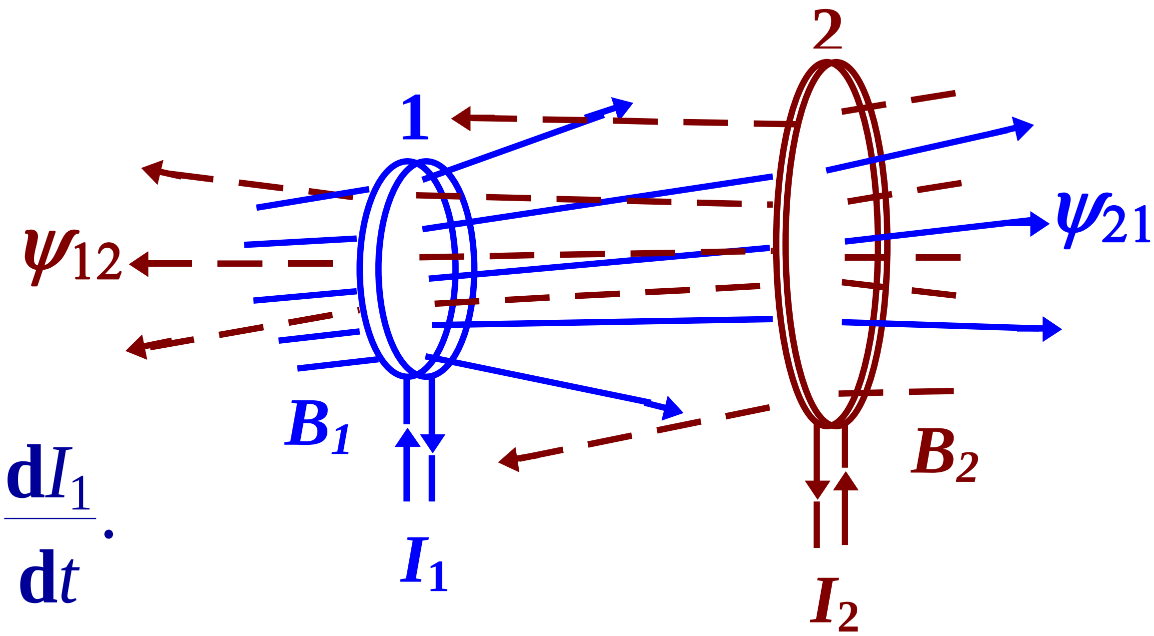
例： 一无铁芯的长直螺线管，长为 l，截面半径为R，管上绕组的总匝数为 N，其中通有电流 I。

求：长直螺线管的自感系数 L。



$$L=\frac{\Psi}{I}=\mu_0\frac{N^2\pi R^2}{l}.$$

★互感应



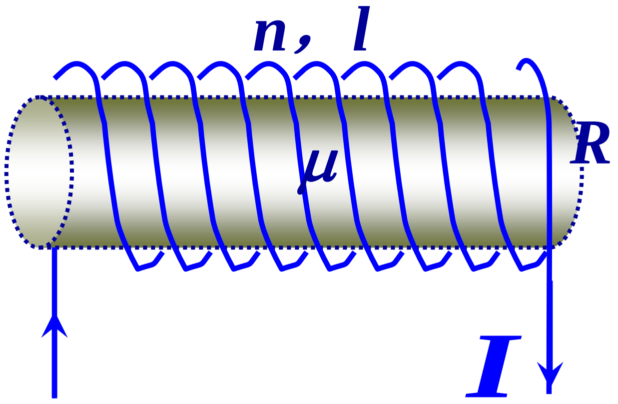
$$\Psi_{21} = M_{21} I_1$$

$$\varepsilon_{21} = -\frac{\mathrm{d}\Psi_{21}}{\mathrm{d}t} = -M_{21}\frac{\mathrm{d}I_1}{\mathrm{d}t}.$$

$$M_{12} = M_{21} = M \text{ ,} \qquad \frac{\Psi_{12}}{I_2} = \frac{\Psi_{21}}{I_1} = M$$

磁能

$$W_m = \frac{1}{2} L I_0^2$$



$$W_m = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu} V = \frac{1}{2} BHV$$

$$w_m = \frac{W_m}{V} = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu} = \frac{1}{2} \mu H^2 = \frac{1}{2} BH$$