

第14章

狭义相对论力学基础

爱因斯坦，犹太人，**1879**年出生于德国乌尔姆。

1896年考入瑞士苏黎世联邦理工学院，读了四年师范物理及数学。

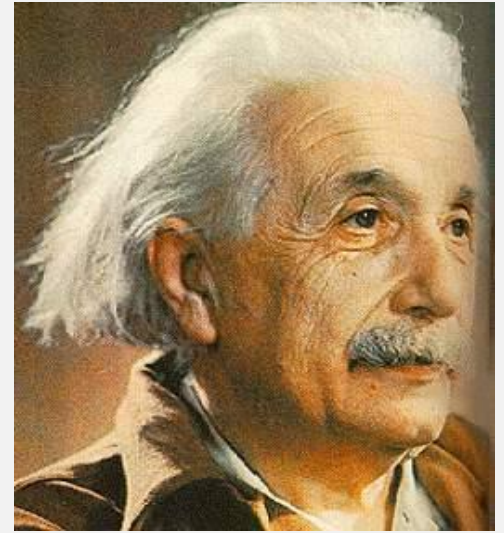
大学毕业后，先在中学当临时教员或私人家教。

1902年到瑞士专利局工作。

1909年开始当教授。

1914年起任德国威廉皇家学会物理研究所所长。

由于西特勒法西斯的迫害，他于**1933**年到美国定居，任普林斯顿大学的教授，在那个大学的高等研究所工作，直到**1955**年去世。



1901年，发表一篇；1902年，两篇；1903年一篇；1904年，一篇。1905年，除去博士论文外，爱因斯坦连续完成了4篇重要论文，其中任何一篇，都够得上拿诺贝尔奖。3月，完成解释光电效应的论文，提出光子说；5月，完成关于布朗运动的论文，间接证明了分子的存在；6月，完成题为“论运动媒质的电动力学”的论文，提出了相对论(即后来所称的狭义相对论)；9月完成有关质能关系式的论文，指出能量等于质量乘光速的平方 $E = mc^2$ ，此关系式可以看作制造原子弹的理论基础。爱因斯坦在1905年26岁时做出的成就，在科学史上，只有牛顿23—25岁在乡下躲避瘟疫那段时间取得的成就可以与之相比。

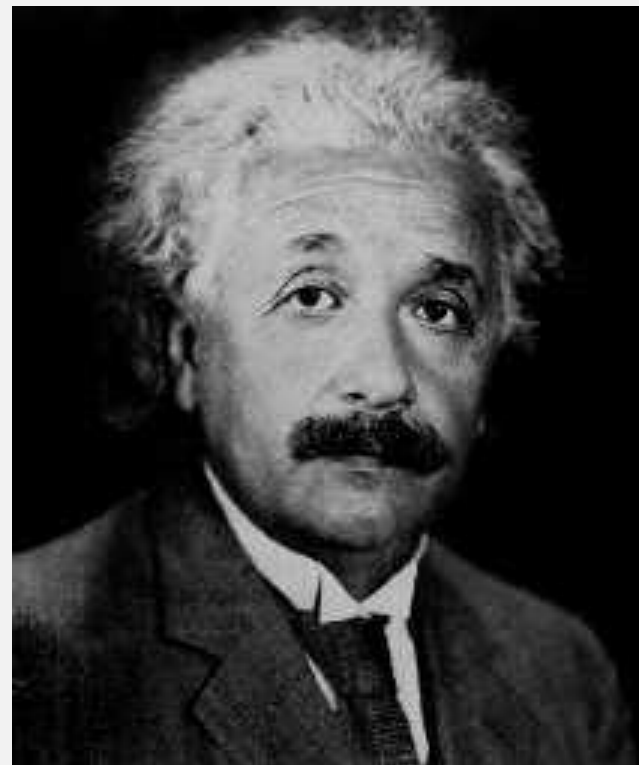
爱因斯坦的主要科学成就：

1.创立了狭义相对论 他在**1905**年发表了题为《论动体的电动力学》的论文，完整地提出了狭义相对论，揭示了空间和时间的本质联系，引起了物理学的革命。同年又提出了质能相当性，在理论上为原子能时代开辟了道路。

2.发展了量子理论 他在**1905**年发表了题为《关于光的产生和转化的一个启发性观点》的论文，提出了光的量子论。就是由于这篇论文 的观点使他获得了**1921**年的诺贝尔物理学奖。以后他又陆续发表文章提出受激辐射理论和发展了量子统计理论。

3.建立了广义相对论 他在1915年建立了广义相对论。它揭示了空间、时间、物质、运动的统一性，几何学和物理学的统一性，解释了引力的本质，也为现代天体物理学和宇宙学的发展打下了重要的基础。

此外，他对布朗运动的研究曾为分子运动论的最后胜利作出了贡献。他还开创了现代宇宙学，他努力探索的统一场论的思想指出了现代物理学发展的一个重要方向。



⬇ CONTENTS ⬇

- 14.1 力学相对性原理
伽利略坐标变换式
- 14.2 狭义相对论的两个基本假设
- 14.3 狭义相对论的时空观
- 14.4 洛伦兹变换
- 14.5 狭义相对论质点动力学简介

14.1 力学相对性原理 伽利略坐标变换式

一、力学相对性原理

在彼此作匀速直线运动的所有惯性系中，物体运动所遵循的力学规律是完全相同的，应具有相同的数学表达式。

对于描述力学现象而言，所有惯性系都是等价的。

二、绝对时空观

绝对的、真正的和数学的时间自身在流逝着，而且由于其本性，在均匀地与任何其他外界事物无关地流逝着。

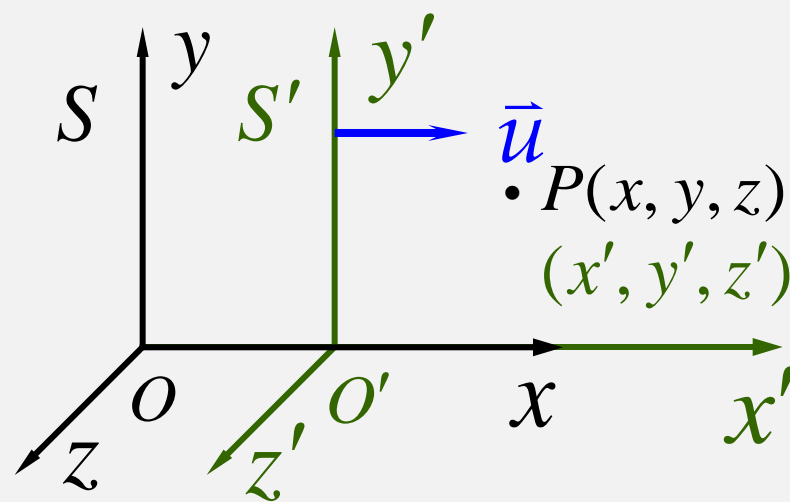
绝对空间就其本质而言，是与任何外界事物无关，而且永远是相同的和不动的。

以上是牛顿对时间和空间的描述，即经典力学的时空观，也称绝对时空观。

三、伽利略坐标变换式

伽利略坐标变换式反映了在不同时空坐标中，描述物体运动状态的物理量之间的关系。

设两个惯性系 S 和 S' ，它们的坐标轴平行且 x 轴与 x' 轴重合。设 S' 系沿 x 轴方向以恒定速度 \vec{v} 相对 S 系运动，并且在坐标原点 O 与 O' 重合时， $t = t' = 0$ 。



伽利略坐标变换式

$$\begin{cases} x' = x - ut \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$$

利用速度和加速度定义式，可得

$$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{u} \quad \vec{a}' = \vec{a}$$

从不同惯性系考察同一物体的运动，其加速度相同。

四、牛顿运动定律具有伽利略变换的不变性

设在惯性系 S 中，牛顿第二定律成立

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

根据伽利略变换 $\vec{a}' = \vec{a}$

则在惯性系 S' 中，牛顿第二定律

$$\vec{F}' = m\vec{a}'$$

牛顿第二定律具有伽利略变换的不变性。

⬇ CONTENTS ⬇

┆ 14.1 力学相对性原理

伽利略坐标变换式

■ **14.2 狭义相对论的两个基本假设**

┆ 14.3 狭义相对论的时空观

┆ 14.4 洛伦兹变换

┆ 14.5 狭义相对论质点动力学简介

14.2 狭义相对论的两个基本假设

一、光速的伽利略速度变换未能被实验证实

光是电磁波，由麦克斯韦方程组可知，光在真空中传播的速度为

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 2.998 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$$

c 是一个恒量，光在真空中沿各个方向传播的速率与参考系的选择及光传播的方向无关。

根据伽利略速度变换式 $\vec{v}' = \vec{v} - \vec{u}$ ，不同惯性参考系中的观察者，测定同一光束传播速度时结论不同。 **c 是一个恒量是相对哪一个惯性参考系而言的？**

1. 以太理论的提出

以太是传播包括光波在内的电磁波的弹性媒质，它充满整个宇宙空间。以太中带电粒子振动会引起以太变形，这种变形以弹性波的形式传播，这就是电磁波。

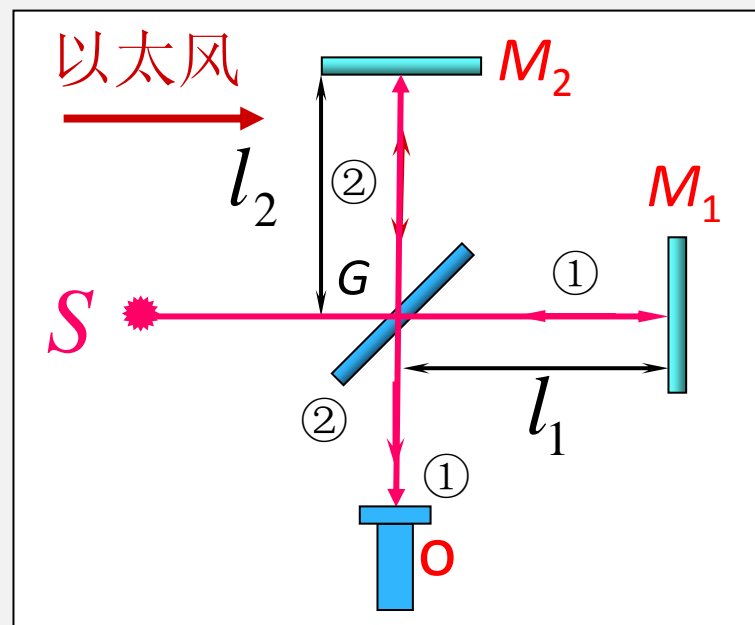
以太是绝对静止的参考系，只有在这个参考系中光速才是与方向无关的恒量 c 。

于是人们致力于寻找这个绝对静止参考系。

2. 迈克耳孙 — 莫雷实验

迈克耳孙 — 莫雷实验的装置是迈克耳孙干涉仪，实验中 $l_1 = l_2 = l$ 。

两束相干光在 O 处相干叠加，产生干涉条纹。如果两束光的光程差发生变化，望远镜会观察到条纹的移动。



设固定在地球上的装置为运动参考系，其相对于绝对参考系（以太参考系）以速率 v 运动（也是以太风相对地球的速率）。

光束①：按伽利略速度变换，它从 G 向 M_1 传播时速率为 $c + v$ ，返回时 $c - v$ ，一个来回所需时间是：

$$t_1 = \frac{l}{c+v} + \frac{l}{c-v} = \frac{2l}{c} \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1}$$



光顺着以太风方向传播

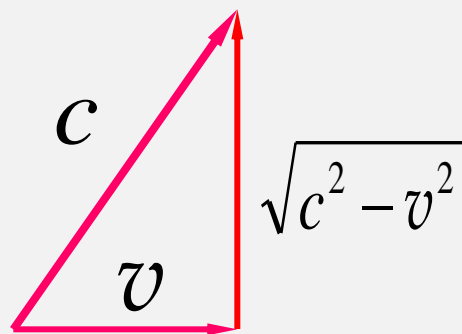


光逆着以太风方向传播

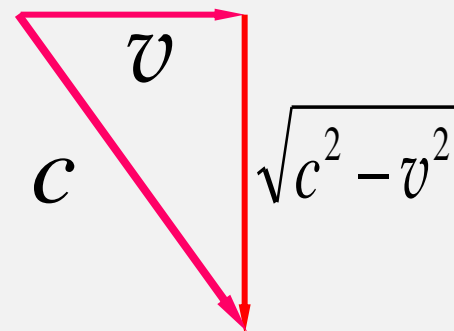
光束②：它从***G*** 向***M*₂**传播时速率和从***M*₂**返回时的速率相等，均为 $\sqrt{c^2 - v^2}$ ，往返一次需要时间：

$$t_2 = \frac{2l}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{2l}{c} \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-\frac{1}{2}}$$

***G* → *M*₂**



M*₂ → *G



光束1和光束2在两臂中往返的时间差:

$$\Delta t = t_1 - t_2 = \frac{2l}{c} \left[\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1} - \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \right]$$

因为 $v^2 / c^2 \ll 1$,由近似关系 $(1-x)^n \approx 1-nx$ ($x \ll 1$)

得
$$\Delta t = \frac{lv^2}{c^3}$$

两束光的光程差为
$$\Delta = c\Delta t \approx \frac{lv^2}{c^2}$$

干涉仪中会看到干涉条纹。

将干涉仪缓慢旋转 90° , 两条臂互换位置, 其光程差数值不变, 但正负号相反。

旋转引起光程差改变了 2Δ , 在望远镜中将观察到干涉条纹的移动, 视场条纹移动条数为

$$\Delta N = \frac{2\Delta}{\lambda} = \frac{2lv^2}{\lambda c^2}$$

根据已知数据: $l \approx 10 \text{ m}$, $\lambda = 590 \text{ nm}$, 地球的轨道速度 $v = 3 \times 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 估计干涉条纹移动条数约为 0.4 条。

实验结果未能观察到预期移动的干涉条纹。

二、狭义相对论的两个基本假设

1905年，爱因斯坦提出了狭义相对论的两条基本假设。

假设 I 在所有惯性系中，一切物理学定律都相同，即具有相同的数学表达形式。或者说，对于描述一切物理现象的规律来说，所有惯性系都是等价的。这也称为**相对论的相对性原理**。

假设 I 是经典力学相对性原理的推广。

需要注意的是，**联系被测量有关各量间的规律**，是对任一惯性系都是相同的，这是假设 I 的真正含义。

二、狭义相对论的两个基本假设

1905年，爱因斯坦出了狭义相对论的两条基本假设。

假设 II 在所有惯性系中，真空中光沿各个方向传播的速率都等于同一个恒量 c ，与光源和观察者的运动状态无关。这也称为**光速不变原理**。

假设 II 表明的光速不变原理与经典力学是完全不相容的。

但正是根据这个假设才准确地定义了“同时”的概念，并建立起狭义相对论时空观。

⬇ CONTENTS ⬇

┆ 14.1 力学相对性原理

伽利略坐标变换式

┆ 14.2 狭义相对论的两个基本假设

■ **14.3 狭义相对论的时空观**

┆ 14.4 洛伦兹变换

┆ 14.5 狭义相对论质点动力学简介

14.3 狭义相对论的时空观

一、“同时性”的相对性

爱因斯坦认为：凡是与时间有关的一切判断，总是和“同时”这个概念相联系的。

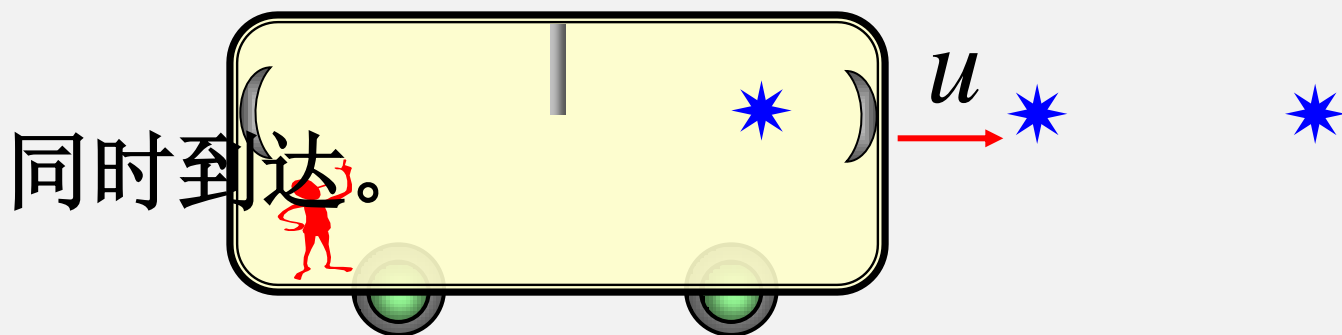
按相对论的观点，在某个惯性系中**同时发生的两个事件**，在另一相对其运动的惯性系中，并不一定同时发生。

这一结论叫做**同时性的相对性**。

有一爱因斯坦火车(S' 系)相对地球(S 系)以速度 u 运动, 在车厢中处有一个闪光, 车厢前后各有一光探测器。

从静止的 S 系和运动的 S' 系来看, 光到达的前后光探测器顺序如何? [\(动画\)](#)

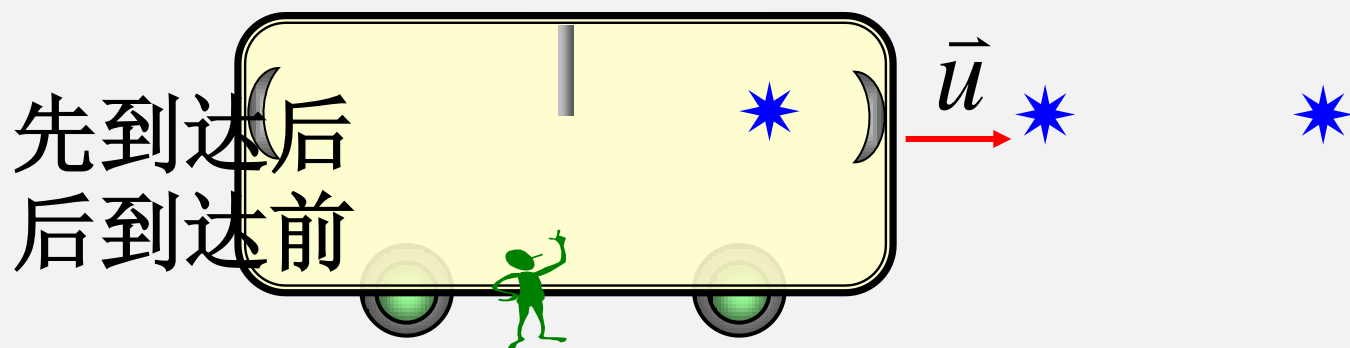
从运动的 S' 系来观察 (同时不同地)



有一爱因斯坦火车(S' 系)相对地球(S 系)以速度 u 运动, 在车厢中处有一个闪光, 车厢前后各有一光探测器。

从静止的 S 系和运动的 S' 系来看, 光到达的前后光探测器顺序如何?

从静止的 S 系来观察 (不同时不同地)



可见，同时具有相对性。

反过来，也可以证明，在 S 系同时不同地发生的两个事件，在 S' 系看来也不同时。

闪光到达前和后，在异地发生的这两个事件的同时性与所取的惯性系有关。因此，就不应该有与惯性系无关的绝对时间，既“同时性”具有相对性。

只有在 S' 系中同一地点又同时发生的两件事，在 S 系看来两事件才是同时发生的。

1. 同时性的相对性是光速不变原理的直接结果。

2. 当速度 u 远小于 c 时，两个惯性系结果相同。

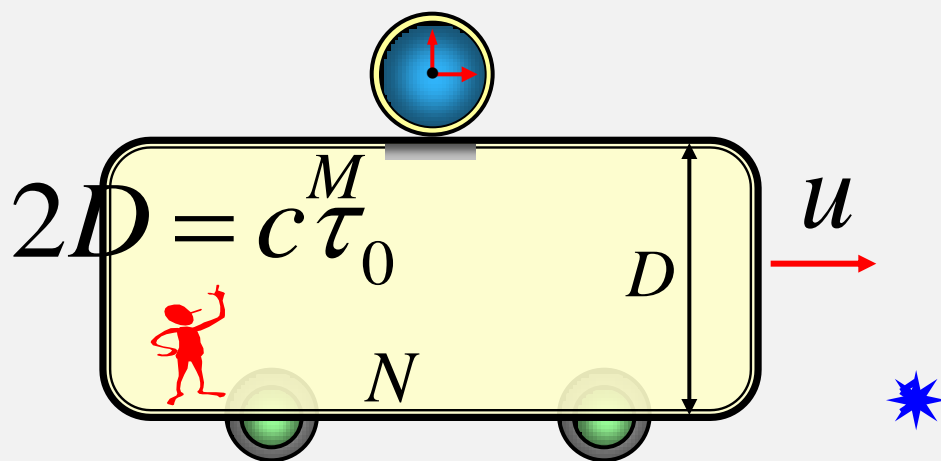
3. 按相对论的观点，在某个惯性系中**同地发生的两个事件**，在另一相对其运动的惯性系中，也并不一定同地发生。

这一结论叫做**同地的相对性**。

二、时间延缓

在狭义相对论中，时间间隔也具有相对性。

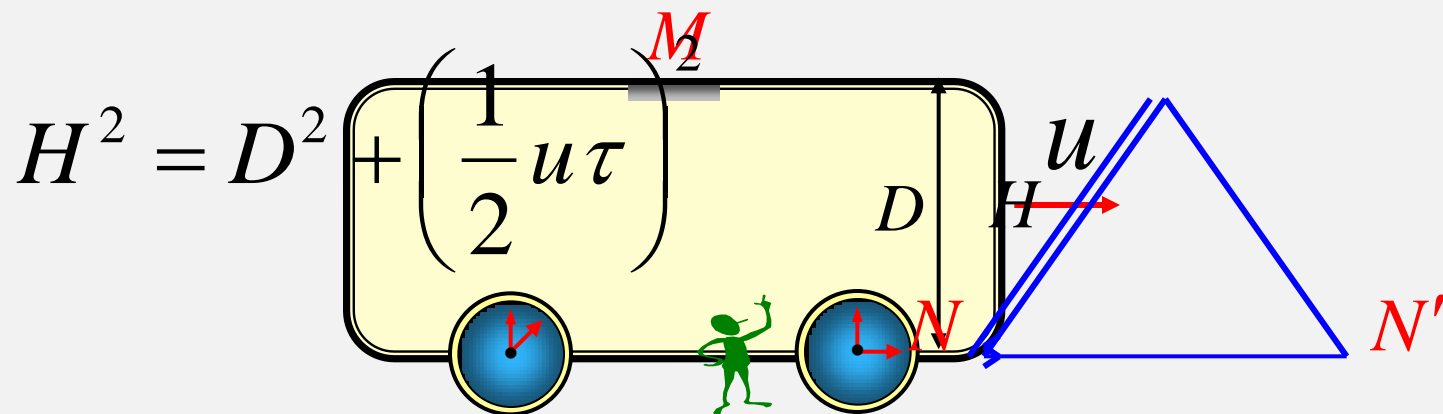
设想在车中 (S' 系) 一光脉冲从 N 点垂直向上发出 (事件1)，到车顶 M 点反射回 N 点 (事件2)。两个事件发生在同一地点 N ，车中一只钟测得两个事件的时间间隔 τ_0 。 [\(动画\)](#)



地面上的观察者（ S 系）认为这两个事件之间光脉冲的轨迹为 $N M N'$ ，两个事件发生在不同地点。两只钟测得两个事件的时间间隔为 τ 。

$$2H = c\tau$$

由 $\triangle N M N'$ ，有



消去 D 和 H , 得 $\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma\tau_0$

其中 $\beta = \frac{u}{c}$, $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ τ_0 为原时。
 τ 为测量时。

原时 在一个惯性系中测得、发生在**该惯性系**中同一地点的两个事件之间的时间间隔。

测量时 在相对事件运动的惯性系中测得发生在**另一惯性系**中同一地点的两个事件之间的时间间隔。

在不同惯性系中测量给定的两个事件之间的时间间隔，原时最短。—— **时间延缓效应**

1.时间间隔的测量具有相对性。

2.时间延缓效应还可以表示为：**运动时钟走慢。**

3.时间延缓效应是相对的。

4.事件发生地的空间距离将影响不同惯性系中的观察者对时间间隔的测量，即空间和时间是紧密相联。

5.当 $v \ll c$ 时， $\tau_0 \approx \tau$ 。

6.孪生子效应。

例1 π^- 介子是不稳定粒子，从粒子产生到衰变所经历的时间称为粒子寿命。测得静止 π^- 介子的平均寿命 $\tau_0 = 2 \times 10^{-8} \text{s}$ 。某加速器产生的 π^- 介子以速率 $u = 0.98 c$ 相对实验室运动。

求 π^- 介子衰变前在实验室中通过的平均距离。

解： 以粒子产生、衰变为两个事件。

粒子系 S' ：静止寿命 $\tau_0 = 2 \times 10^{-8} \text{s}$ 为原时。

地面系 S ：寿命 $\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - (u/c)^2}} = 1.005 \times 10^{-7} \text{s}$

平均距离： $d' = u\tau = 29.55 \text{m}$

例2 设想有一光子火箭以 $v = 0.95c$ 速率相对地球作直线运动，若火箭上宇航员的计时器记录他观测星云用去 10 min，则地球上的观察者测得此事用去多少时间？

解 设火箭为 S' 系、地球为 S 系

$$\tau_0 = 10 \text{ min}$$

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{10}{\sqrt{1 - 0.95^2}} \text{ min} = 32.01 \text{ min}$$

运动的钟走慢了。

例3 飞船以 $v = 9 \times 10^3 \text{ m/s}$ 的速率相对于地面匀速飞行。问飞船上的钟走了10分钟,地面上的钟经过了多少时间? 若 $v = 0.95 c$ 结果又如何?

解

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} = \frac{10}{\sqrt{1 - 9 \times 10^3 / 3 \times 10^8}}$$
$$= 10.0000000004 \text{ 分}$$

时间延缓效应很难测出。

若 $v = 0.95 c$

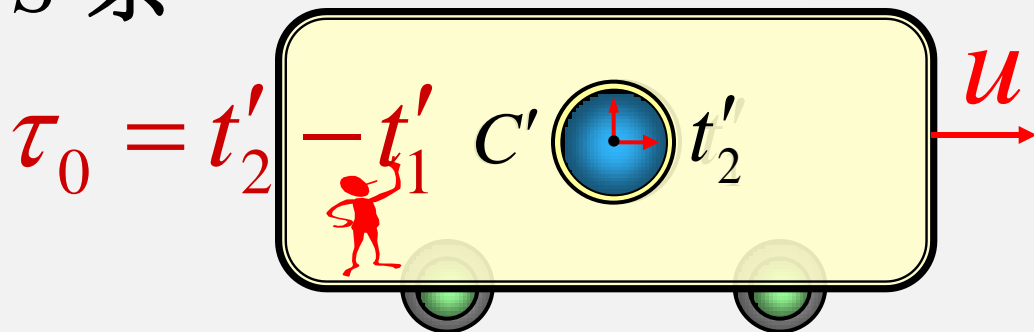
$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} = \frac{10}{\sqrt{1 - (0.95)^2}} \\ = 32.1(\text{分})$$

在高速情况下时间延缓效应十分明显，运动的钟变慢了。

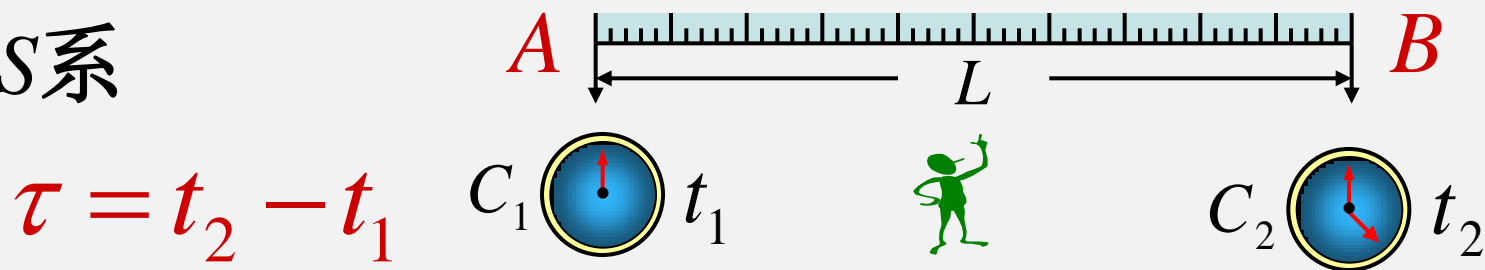
三、长度收缩

“同时性”、“时间间隔”具有相对性，
长度测量是否也具有相对性？

S' 系



S 系



根据时间延缓效应 $\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-(u/c)^2}}$

另外 $L = u\tau$, $L' = u\tau_0$ L 为原长。

得 $L' = L\sqrt{1-(u/c)^2}$ L' 为测量长度。

沿长度方向运动的测量者测得的尺长，较相对尺静止的观测者所测得的同一尺的原长要短，或者说，在各惯性系中测量同一尺长，以原长为最长。——长度收缩。

1.长度收缩效应是相对的。

2.长度收缩只发生在物体的运动方向上。

3.当 $v \ll c$ 时, $L' \approx L$, 测量长度与参考系无关。

问题 运动的人看起来是否就瘦些呢？

用相对论的观点看的确这样。但定量分析就知道，人的运动速度太小，不能产生观察效果。

例4 静止长为1200m的火箭车,相对车站以匀速 v 直线运动, 已知车站站台长 900m, 站上观察者看到车尾通过站台进口时, 车头正好通过站台出口。

试问车的速度是多少? 车上乘客看车站是多长?

解 车静止长度 $L_0 = 1200\text{m}$ 是原长, 站上观察者看来运动车长将收缩为 $L' = 900\text{m}$, 且有

$$L' = L_0 \sqrt{1 - (u/c)^2}$$

代入数据, 有 $900 = 1200\sqrt{1 - \beta^2}$

解得 $v = 2 \times 10^8 \text{ m/s}$

对车上观察者, 车站是运动的, 车站长度要收缩为 L''

$$L'' = 900\sqrt{1 - (u/c)^2} = 671\text{m}$$

例5原长为 15 m 的飞船以 $v = 9 \times 10^3 \text{ ms}^{-1}$ 的速率相对地面匀速飞行时，从地面上测量，它的长度是多少？

解

$$l = l_0 \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} = 15 \times \sqrt{1 - \left(\frac{9 \times 10^3}{3 \times 10^8}\right)^2}$$
$$\approx 14.999999999998 \text{ m}$$

差别很小，难以测出。

假设飞船的速率为 $v = 0.95c$ ，从地面上测量它的长度又是多少？

$$l = l_0 \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} = 15 \sqrt{1 - (0.95)^2} \\ \approx 4.68\text{m}$$

可见在高速情况下长度收缩十分明显。

THANKS

FOR YOUR ATTENTION