

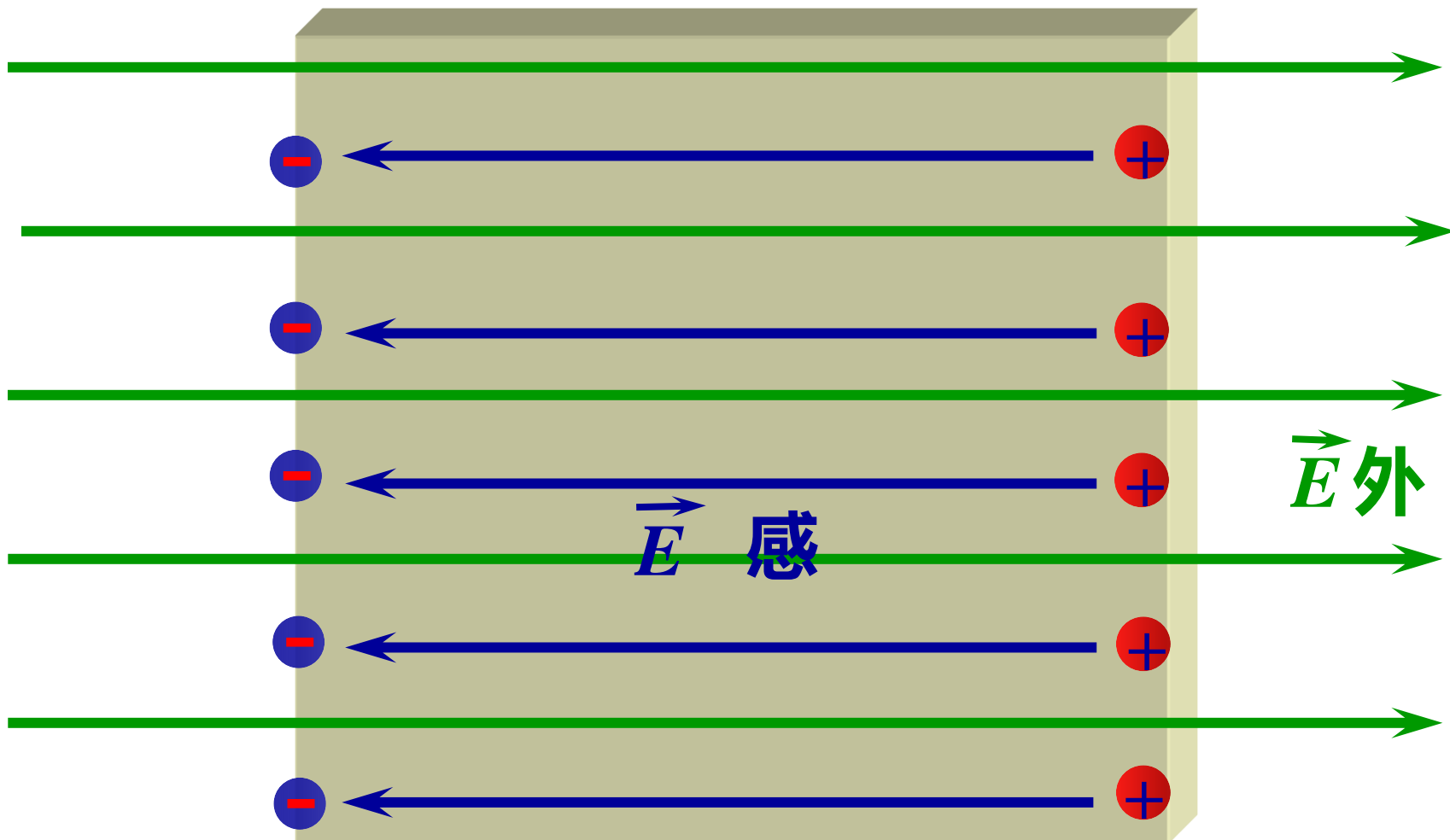
## §10-7 静电场中的导体 电容

### 1.导体的静电平衡

**静电感应：**

**在静电场力作用下，导体中自由电子在电场力的作用下作宏观定向运动，使电荷产生重新分布的现象。**

# 导体达到静电平衡



$$\vec{E}_{\text{外}} + \vec{E}_{\text{感}} = 0$$

**静电平衡：**导体中电荷的宏观定向运动终止，  
电荷分布不随时间改变。

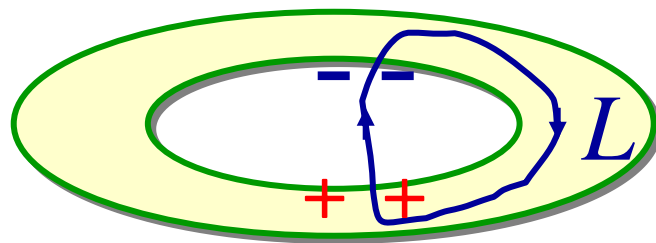
**静电平衡时的电场特点：**

**电场** { 导体内部场强处处为零  
表面场强垂直于导体表面

**电势** { 导体为一等势体  
导体表面是一个等势面

# 空腔导体内外的静电场以及电荷分布特点

(1) 腔内无带电体  
内表面无净电荷。



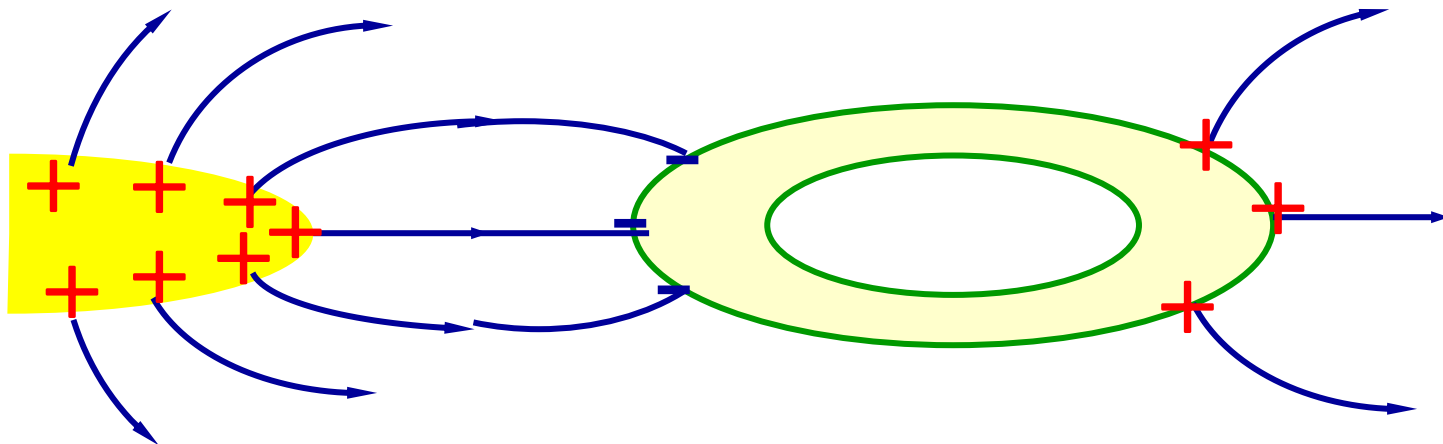
假设内表面一部分带正电，另一部分带等量的负电，则必有电场线从正电荷出发终止于负电荷。

取闭合路径 $L$ ，一部分在空腔，一部分在导体中。

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{\text{沿电场线}} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_{\text{导体内}} \vec{E} \cdot d\vec{l} \neq 0$$

与静电场环路定理矛盾，原假设不成立。

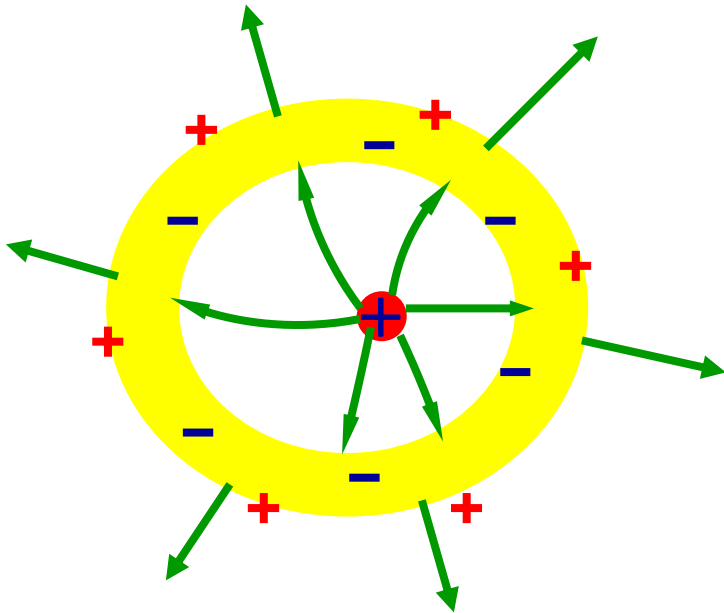
导体内部及腔体的内表面处处无净电荷。



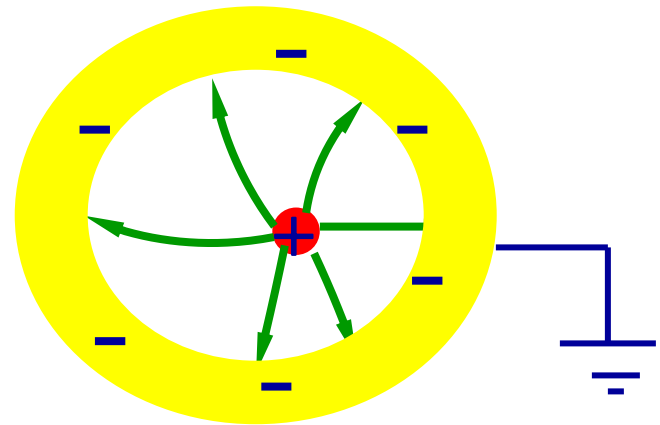
腔内无带电体，空腔导体外的电场由空腔导体外表面的电荷分布和其它带电体的电荷分布共同决定。

## (2) 腔内有带电体:

腔体内表面所带的电量和腔内带电体所带的电量等量异号，腔体外表面所带的电量由电荷守恒定律决定，腔外导体和电场不影响腔内电场。



腔内电荷的位置不影响导体外电场。

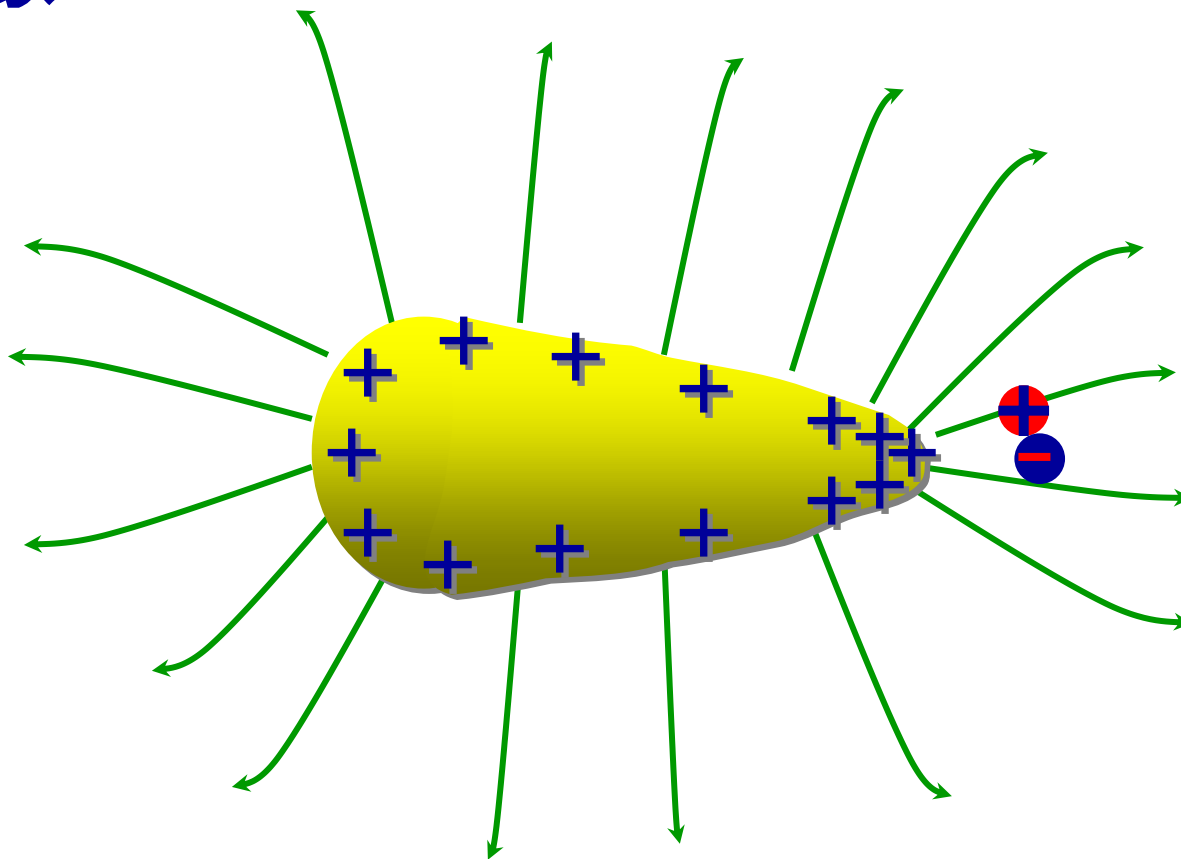


外表面接地，腔外电场消失。  
(导体外无电荷)

### (3) 孤立导体面电荷分布

表面曲率越大，面电荷密度越大。

尖端放电现象





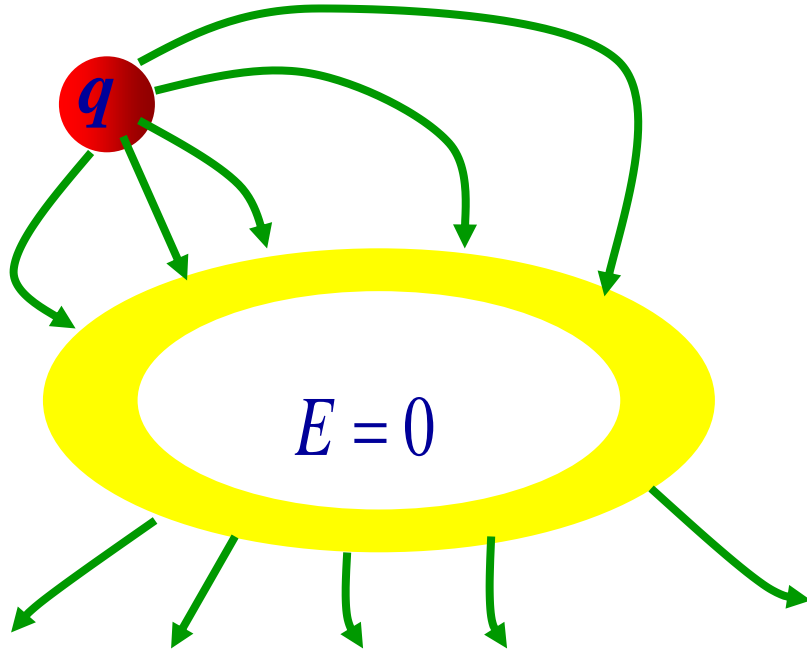
**自由女神每  
年被雷劈600  
次之多**



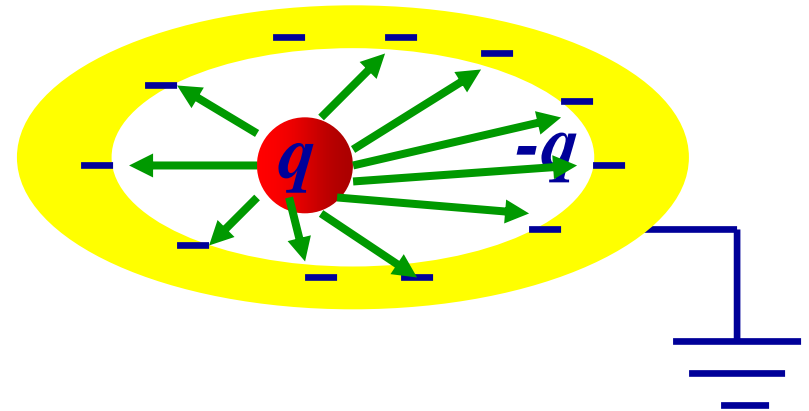
# 静电屏蔽

在静电平衡状态下，空腔导体外面的带电体不会影响空腔内部的电场分布；一个接地的空腔导体，空腔内的带电体对腔外的物体不会产生影响。这种使导体空腔内的电场不受外界影响或利用接地的空腔导体将腔内带电体对外界影响隔绝的现象，称为静电屏蔽。

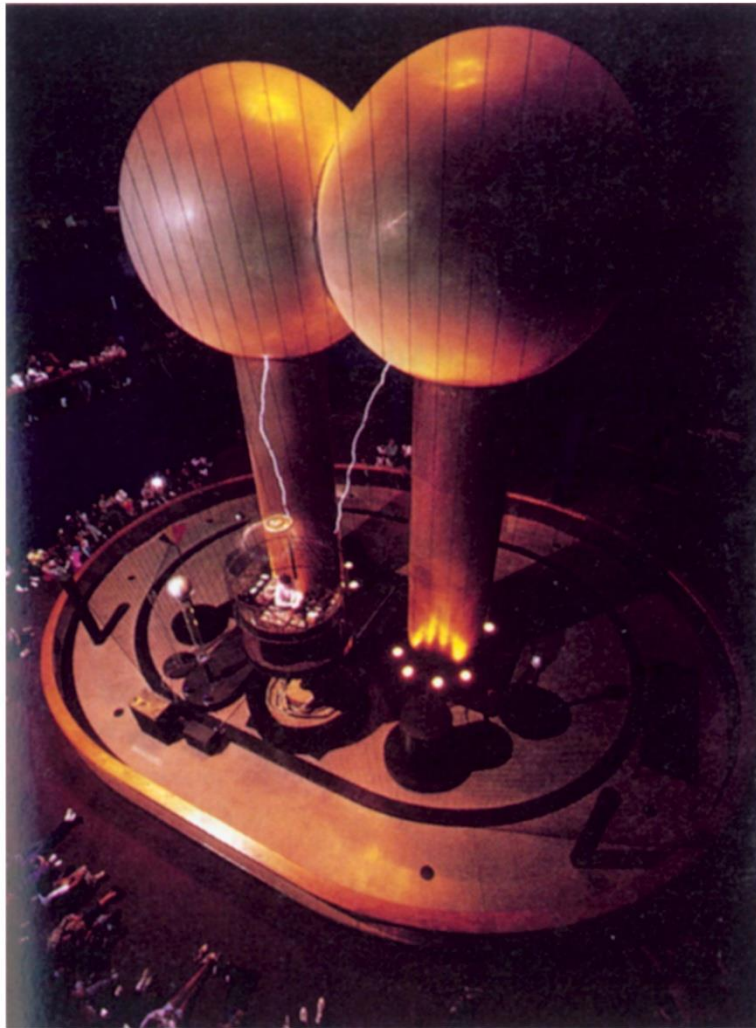
根据静电平衡时导体内部电场处处为零的特点，利用空腔导体将腔内外的电场隔离，使之互不影响。



a. 腔内无带电体：  
腔外电场不能穿入腔内，  
腔内电场恒为零。



b. 腔内有带电体：  
导体接地，可屏蔽内电  
场。



# 导体的表面场强

由高斯定理可证明

$$E_{\text{外表面}} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

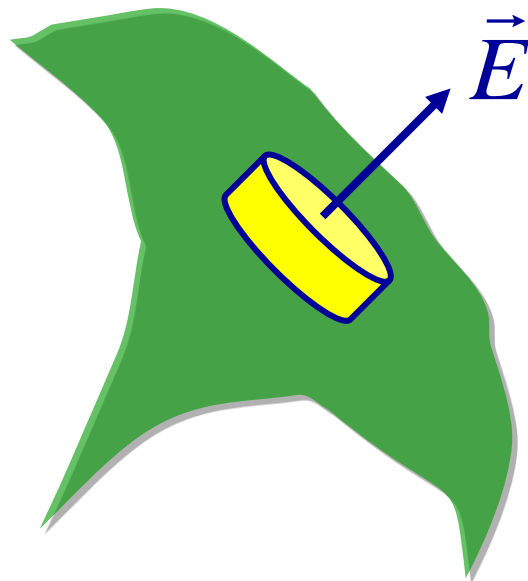
证明:  $\Psi_e = \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$

$$= \int_{\text{上底}} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \int_{\text{下底}} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \int_{\text{侧面}} \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

$$= \int_{\text{上底}} \vec{E} \cdot d\vec{S} + 0 + 0 = E_{\text{外表面}} \cdot S_{\text{底}}$$

由高斯定理  $\Psi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \sum_{S_{\text{内}}} q / \epsilon_0 = \sigma \cdot S_{\text{底}} / \epsilon_0$

$$\therefore E_{\text{外表面}} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$



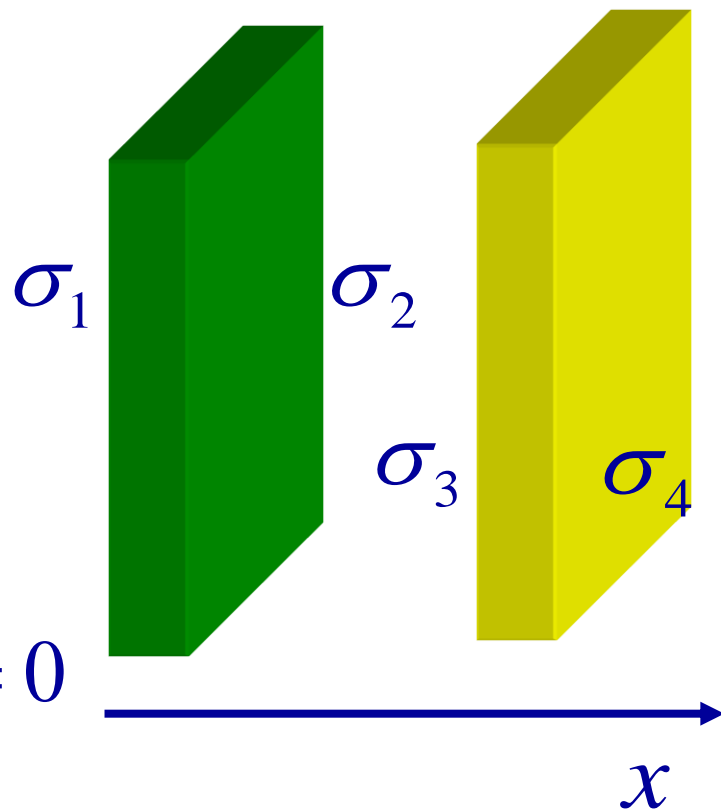
**例： 证明两无限大平行金属板达到静电平衡时，其相对两面带等量异号电荷，相背两面带等量同号电荷。**

**证明： 从左至右一共有四个带电平面，设其所带电荷的面密度依次为 $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$ 、 $\sigma_3$ 、 $\sigma_4$ 。**

**以向右作为电场正向。**

**左边导体中任意一点的场强：**

$$E = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0} = 0$$



在右边导体中任取一点，则该点

$$E = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0} = 0$$

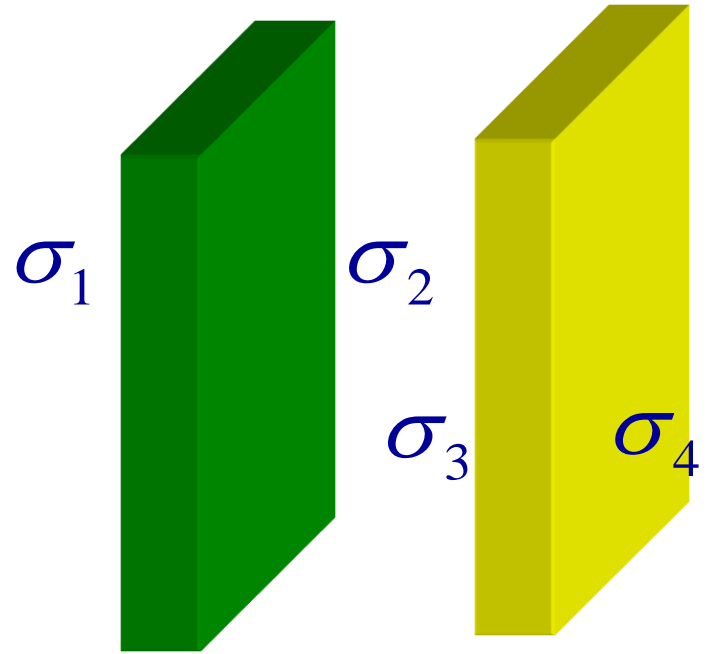
$$\therefore \sigma_2 = -\sigma_3$$

相对两面带等量异号电荷。

$$\sigma_1 = \sigma_4$$

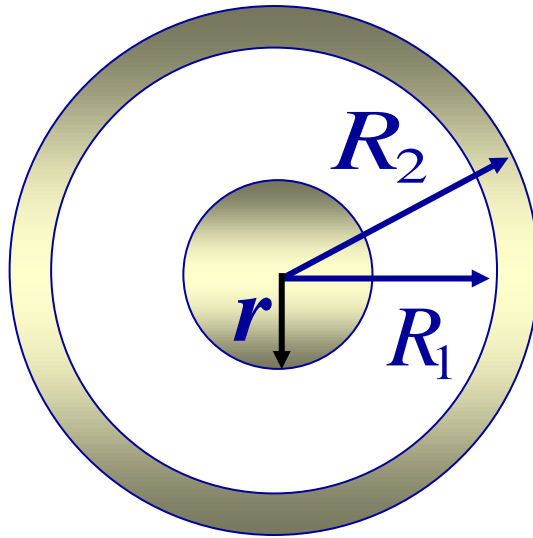
相背两面带等量同号电荷。

证毕。



**例：** 在内外半径分别为 $R_1$ 和 $R_2$ 的导体球壳内，有一个半径为 $r$ 的导体小球，小球与球壳同心，让小球与球壳分别带上电荷量 $q$ 和 $Q$ 。

**试求：** (1) 小球的电势 $V_r$ ，球壳内、外表面的电势；  
(2) 小球与球壳的电势差；  
(3) 若球壳接地，再求小球与球壳的电势差。



## 第一种思路：求出电场E后应用

解：（1）由对称性可以肯定，小球表面上和球壳内外表面上的电荷分布是均匀的。
$$V_A = \int_A^\infty \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

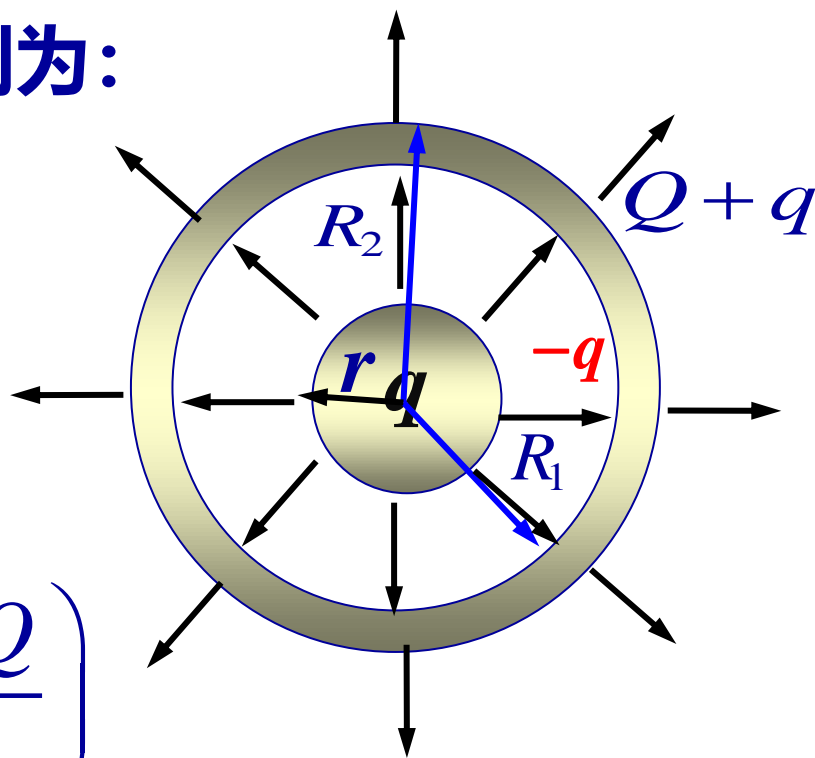
取无穷远为电势零点：

小球和球壳内外表面的电势分别为：

$$V_{R_2} = \frac{q + Q}{4\pi\epsilon_0 R_2}$$

$$V_{R_1} = V_{R_2} = \frac{q + Q}{4\pi\epsilon_0 R_2}$$

$$V_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q}{r} - \frac{q}{R_1} + \frac{q + Q}{R_2} \right)$$





**(2) 小球与球壳的电势差为：**

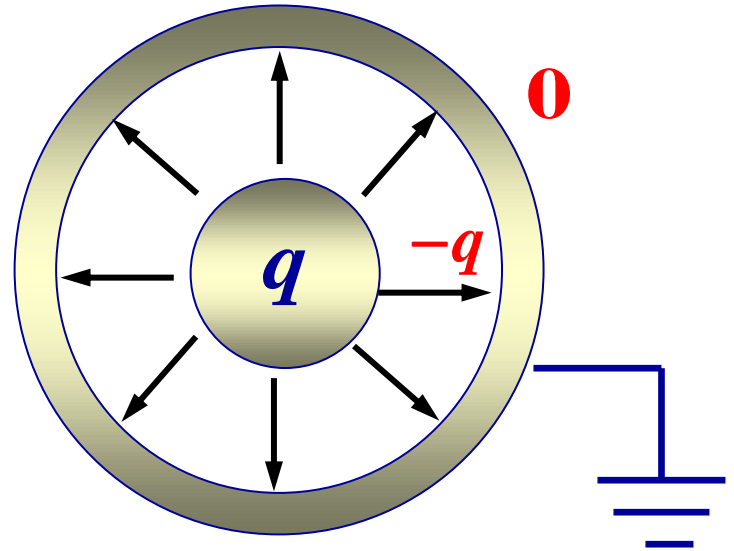
$$V_r - V_R = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R_1} \right)$$

**(3) 若外球壳接地，则球壳外表面上的电荷消失。**

**两球面的电势分别为：**

$$V_{R_1} = V_{R_2} = 0.$$

$$V_r = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R_1} \right)$$

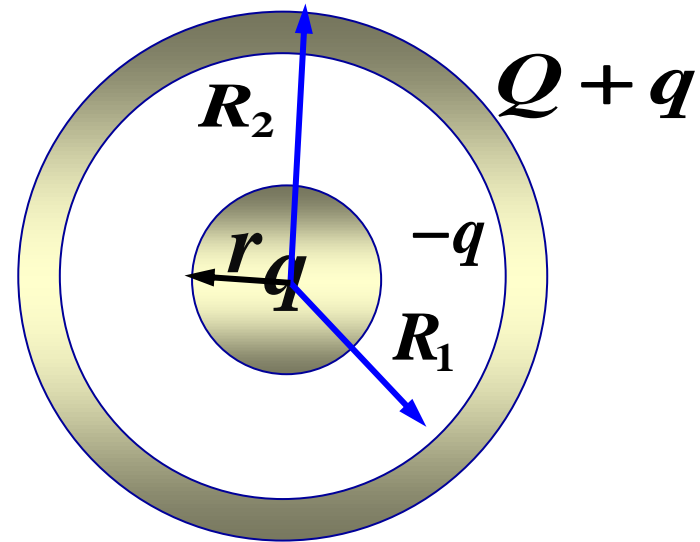


**可见，不管外球壳是否接地，两球的电势差保持不变。**

## 第二种思路（直接应用电势叠加原理）

小球球面处的电势 $V_r$ ，等于各个带电体单独存在时在 $r$ 处激发的电势之和。

$$\begin{aligned} V_r &= V_r(q) + V_r(-q) + V_r(Q+q) \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{Q+q}{4\pi\epsilon_0 R_2} \end{aligned}$$



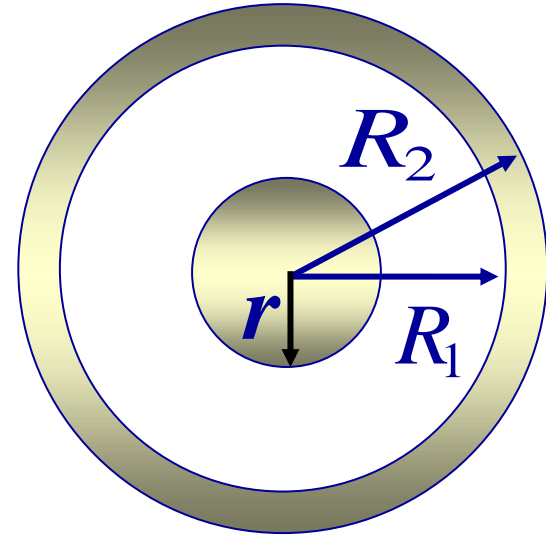
**大球的内表面处 ( $r = R_1$ ) 的电势，等于各个带电体单独存在时在 $R_1$ 处激发的电势之和。**

$$\begin{aligned} V_{R_1} &= V_{R_1}(q) + V_{R_1}(-q) + V_{R_1}(Q+q) \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{Q+q}{4\pi\epsilon_0 R_2} = \frac{Q+q}{4\pi\epsilon_0 R_2} \end{aligned}$$

**大球的外球面处 ( $r = R_2$ ) 的电势，等于各个带电体在 $R_2$ 处激发的电势之和。**

$$\begin{aligned} V_{R_2} &= V_{R_2}(q) + V_{R_2}(-q) + V_{R_2}(Q+q) \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_2} + \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 R_2} + \frac{Q+q}{4\pi\epsilon_0 R_2} = \frac{Q+q}{4\pi\epsilon_0 R_2} \end{aligned}$$

由结果可以看出，不管外球壳接地与否，两球的电势差恒保持不变。



当 $q$ 为正值时，小球的电势高于球壳；当 $q$ 为负值时，小球的电势低于球壳，与小球在壳内的位置无关，如果两球用导线相连或小球与球壳相接触，则不论 $q$ 是正是负，也不管球壳是否带电，电荷 $q$ 总是全部迁移到球壳的外表面上，直到 $V_r - V_R = 0$ 为止。