学院： 专业年级： 姓名： 学号：

装 订 线

密 封 线

中国矿业大学(北京)

《概率论与数理统计》试卷(A 卷)

得分：__________

题　号	一	二	三	四	五	六	七	八
得　分								
阅卷人								

注意：可能用到的上分位点 $u_{0.025}=1.96, u_{0.05}=1.65$

一、　填空题（每空 3 分，共 30 分）

1. 将 3 个小球随机地放入 4 个大杯子中，则 3 个球恰好在同一个杯子中的概率为________________.

2. 设 $P(B)=0.4, P(A-B)=0.3$，则 $P(A|\overline{B})=$________________.

3. 设随机变量 $X \sim N(2,9)$，则 $P\{5 \le X \le 8\}=$________________.

4. 随机变量 X 服从参数为 1 泊松分布，Y 并服从（0,1）上的均匀分布，且 X、Y 相互独立，则 $E(2X-Y)=$________________，$D(2X-Y)=$____________。

5. 设总体 $X \sim N(\mu, 0.09)$，$X_1, X_2, \cdots, X_9$ 是来自 X 的样本，已知 $\overline{x}=4.2$，则 μ 的置信度为 95%的置信区间为________________________直接使用相应的上分位点表示）.

6. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本，μ 为总体均值，令 $\hat{\mu}=\sum_{i=1}^{n} c_i X_i$，其中 $c_1, c_2, \cdots, c_n$ 为非负常数. 若 $\hat{\mu}$ 为 μ 的一个无偏估计量，则 $\sum_{i=1}^{n} c_i=$________________.

7. 设 X 和 Y 是两个连续型随机变量，且 $P(X \ge 0, Y \ge 0)=\frac{3}{7}$, $P(X \ge 0)=P(Y \ge 0)=\frac{4}{7}$，则 $P(X<0 \mid Y \ge 0)=$________________，$P(\max(X,Y) \le 0)=$________________。

8. 设随机变量 X 和 Y 相互独立且都服从正态分布 $N(0,3^2)$，而 $X_1, \cdots, X_9$ 和 $Y_1, \cdots, Y_9$ 分别是来自总体 X 和 Y 的简单随机样本，则统计量 $U=\frac{X_1+\cdots+X_9}{\sqrt{Y_1^2+\cdots+Y_9^2}}$ 服从____________分布。

二、（12 分）某产品只由三个厂家供货，甲、乙、丙三个厂家的产品分别占总数的 5%，80%，15%，其次品率分别为 0.03，0.01，0.02，求

（1）从这批产品中任取一件是次品的概率；

（2）已知从这批产品中随机取出的一件为次品，问这件产品由哪个厂家生产的可能性最大？

学院：
专业年级：
姓名：
学号：
装 订 线
密 封 线

三、（12 分）已知连续型随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases} cx(1-x) & 0<x<1 \\ 0 & 其它 \end{cases}$，

（1）确定常数 c；（2）求 X 的分布函数 $F(x)$；（3）求 $P\left\{|X|<\frac{1}{2}\right\}$；（4）设 $Y=2X+1$，求 Y 的概率密度函数.

四、（12 分）设二维随机变量 (X,Y) 的联合分布律为

$X \backslash Y$	-1	0	1	$P\{X=x_i\}$
-1	1/24	1/8	1/12	
1	1/8	3/8	1/4	
$P\{Y=y_j\}$				

求（1）(X,Y) 的边缘分布律 $P\{X=x_i\}$，$P\{Y=y_j\}$（直接填入上表）；

（2）求 $P\{X=-1 \mid Y=1\}$；（3）$Z=XY$ 的分布律.

（请将后两问的解答写在右上方的空白处）

五、（12 分）设随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases} \frac{1}{8}(x+y) & 0\le x\le 2, 0\le y\le 2 \\ 0 & 其它 \end{cases}$，

（1）求边缘概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$，并判断 X,Y 是否独立；（2）求 $COV(X,Y)$.

学号：

姓名：

专业年级：

学院：

装 订 线

密 封 线

六、（8 分）一个工厂生产一个系统由 100 个独立起作用的部件构成，在该产品运行期间每个部件损坏的概率为 0.10，为使整个产品起作用，至少要有 85 个部件正常工作，试用中心极限定理估算整个系统起作用的概率。（$\Phi(1.67)=0.9525$）

七、（7 分）设总体 X 的概率分布为

X	1	2	3
p_k	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	$(1-\theta)^2$

其中 θ 为未知参数. 现抽得一个样本 $x_1=1, x_2=2, x_3=1$，求 θ 的矩估计值.

八、（7 分）设总体 X 的概率密度函数为

$$f(x;\theta)=\begin{cases}\dfrac{1}{\theta}e^{-\frac{x}{\theta}}, x>0\\ 0, \text{其他}\end{cases}$$

未知参数 $\theta>0$。设 $X_1, X_2, \ldots, X_n$ 为总体 X 的一个样本，求参数 θ 的最大似然估计量。