

§3.1 功

一、功

功的概念：功表示力对空间累积效应的物理量。物体在力的作用下发生位移时，此力对它做的功定义为：力在力的位移上的投影与此位移大小的乘积。

$$A \equiv \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

元功： $dA = F \cos \theta \cdot |d\vec{r}| = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F \cos \theta ds = F_{\tau} ds$

(1) 功是过程量，与路径有关。

(2) 功是标量，无方向有大小，正、负： $0^\circ < \theta < 90^\circ$ ， $dA > 0$ ，正功；

$90^\circ < \theta < 180^\circ$ ， $dA < 0$ ，负功； $\theta = 90^\circ$ $\vec{F} \perp d\vec{r}$ $dA = 0$ 。

(3) 合力的功，等于各分力的功的代数和。

(4) 功的单位：焦耳 $1\text{J} = 1\text{N} \cdot \text{m}$

(5) 做功与参考系的选取有关。

功率：力在单位时间内所作的功。

平均功率 $\bar{P} \equiv \frac{\Delta A}{\Delta t}$ ；瞬时功率 $P = \frac{dA}{dt}$ ， $\vec{P} = \vec{F} \cdot \vec{v}$

功率单位：W 或 J s^{-1}

§3.2 几种常见力的功

一、重力的功： $A = mg(z_a - z_b)$

结论：重力的功只与始、末位置有关，而与质点路径无关。在重力场中物体沿任一闭合路径运动一周，重力所作功为零。

二、万有引力的功 $A = -G_0 m M \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right)$

结论：万有引力的功，也是只与始、末位置有关，而与质点所经的路径无关。

保守力：功的大小只与物体的始末位置有关，而与所经历的路径无关，这类力叫做保守力。不具备这种性质的力叫做非保守力。

三、弹性力的功 $A = \frac{1}{2} k x_1^2 - \frac{1}{2} k x_2^2$

结论：弹性力的功只与始、末位置有关，而与质点路径无关。

四、摩擦力的功 $A = -\mu mg \Delta s$

结论：摩擦力的功与质点路径有关。

§3.3 动能定理

1. 质点的动能定理

由 $dA = m \frac{dv}{dt} ds = m v dv$ 可得 $A = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = \Delta E_k$

质点的动能定理：合外力对质点所作的功等于质点动能的增量。

(1) 合力做的功等于质点始、末状态动能的增量。

(2) E_k 是一个状态量， A 是过程量。

(3) 由于动能定理来自于牛顿第二定律，因此也只适用于惯性系。

二、质点系动能定理

多个质点组成的质点系，既要考虑外力，又要考虑质点间的相互作用力（内力）。

$$\sum_i A_i = E_{k2} - E_{k1} = \Delta E_k$$

质点系的动能定理：质点系从一个状态运动到另一个状态时动能的增量，等于作用于质点系内各质点上的所有力在这一过程中做功的总和。

(1) 系统所做的功 A 等于系统动能的增量

(2) A 包括内力做功和外力做功

(3) 系统的动能与外力、内力都有关

§3.4 势能 机械能守恒定律

一、保守力：做功只与物体的始末位置有关，与路径无关。质点沿闭合路径一周保守力所做的功为零。

保守力：重力、万有引力、弹性力。

非保守力：摩擦力。

二、势能

蕴藏在保守力场中的与位置有关的能量称为势能，是一种潜在的能量，不同于动能。

$$A_{\text{保}} = -(\Delta E_{\text{bp}} - \Delta E_{\text{ap}}) = -\Delta E_p$$

保守力做的功等于势能增量的负值。

令 $E_{\text{pb}} = 0$ ，则

$$E_{\text{pa}} = A_{\text{保}} = \int_a^{\text{"0"}} \vec{F}_{\text{保}} \cdot d\vec{r}$$

质点在某处的势能，等于质点从该处移动至零势能点保守力所做的功。

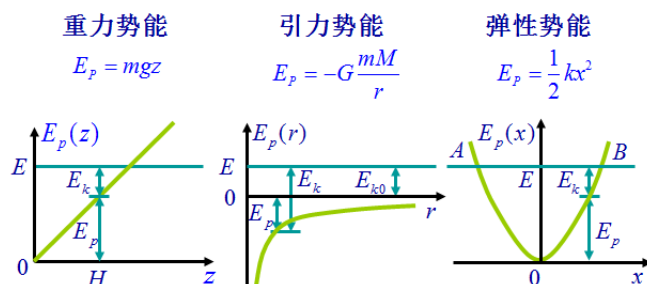
(1) 势能既取决于系统内物体之间相互作用的形式，又取决于物体之间的相对位置，所以势能是属于物体系统的，不为单个物体所具有。

(2) 势能零点可以任意选取，某一点的势能值是相对的。任意两点间的势能差是绝对的。

(3) 势能是对保守内力而引入的。

等势面：保守力场中，势能相同的点组成一个曲面。

三、势能曲线



四、由势能函数求保守力： $F_l = -\frac{dE_p}{dl}$

保守力在某一方向上的分量等于势能函数在该方向上对空间变化率的负值。

五、机械能守恒定律

1. 质点系的功能原理

$$A_{\text{外}} + A_{\text{非保内}} = \Delta E_k + \Delta E_p = \Delta E$$

质点系在运动过程中，所受外力的功与系统内非保守力的功的总和等于其机械能的增量。

2. 机械能守恒定律

由质点系的功能原理，当 $A_{\text{外}} + A_{\text{非保内}} = 0$ ， $\Delta E = 0$ ， $E = E_k + E_p = \text{常数}$ 。

机械能守恒定律：当作用于质点系的外力和非保守内力不作功，只有保守内力做功的情况下，质点系的机械能保持不变。

(1) 守恒条件 $A_{\text{外}} + A_{\text{非保内}} = 0$ 。其中外力所作的功指的是作用在物体上的所有外力所作的总功。

(2) 守恒定律是对一个系统而言的。如果计算了保守内力所作的功，就不必再去考虑势能的变化；反之亦然。

(3) 守恒是对整个过程而言的，不能只考虑始末两状态。

§3.5 能量守恒定律

对与一个与自然界无任何联系的系统来说，系统内各种形式的能量是可以相互转换的，但是不论如何转换，能量既不能产生，也不能消灭，这一结论叫做能量守恒定律。

1. 能量守恒定律是生产实践和科学实验的经验总结；2. 能量是系统状态的函数；3. 系统能量不变，但各种能量形式可以互相转化；4. 能量的变化常用功来量度。

★动能定理/机械能守恒定理计算题解题步骤：

- (1) 确定系统及研究对象。
- (2) 分析研究对象受力情况，以及各力的做功情况/设定零势能点，分析保守力势能变化。
- (3) 选定研究过程（初时刻、末态时刻的位置、速度）
- (4) 根据动能定理/机械能守恒定理列出方程并求解。