§7.1 机械波的产生与传播

一、机械波的产生

机械波：机械振动在弹性介质中的传播。

产生条件：

（1）**波源**：产生机械振动的振源。

（2）**弹性介质**：传播机械振动的介质。

注意：波动只是振动状态在媒质中的传播，介质的各质点并不随波传播，只在各自的平衡位置附近振动。

二、横波与纵波

横波：质点振动方向与波的传播方向**垂直**。特征：具有交替出现的波峰和波谷。

纵波：质点振动方向与波的传播方向**平行**。特征：具有交替出现的密部和疏部。

三、波线和波面

波面：在波的传播过程中，任一时刻媒质中各振动相位相同的点联结成的面。

波线：沿波的传播方向画的带箭头的线。

波前：在任一时刻，由波源最初振动状态传到的各点所连成的曲面。

注：在任一时刻，波面可以有任意多个。在任一时刻，只有一个波前。在各向同性的介质中，波线与波面垂直。

2、在远离波源的球面波波面上的任何一个小部份，都可视为平面波。

四、波长　周期　频率　波速

1. **波长 λ**：波传播时，同一波线上两个相邻的、相位差为 2π 的质点之间的距离。
2. **周期 T**：波前进一个波长的距离所需要的时间（质点完成一次振动的时间）。
3. **频率 ν**：周期的倒数，即单位时间内波动所传播的完整波的数目 $\nu = 1/T$ 。
4. **波速 u**：振动状态（即振动相位）在媒质中的传播速度（也叫相速）$\boxed{u = \lambda / T = \lambda \nu}$。

说明：

(1) 波长反映了波的**空间周期性**，周期表征了波的**时间周期性**。

(2) **波的频率与媒质的性质无关**。

(3) **波速 u 大小主要决定于媒质的性质**。

§7.2 平面简谐波

简谐波：如果所传播的是谐振动，且波所到之处，媒质中各质点均作同频率、同振幅的谐振动，这样的波即为简谐波。平面简谐波：波面为平面的简谐波。

(1) 复杂的波可分解为一系列简谐波。(2) 平面简谐波各处振幅相同。

一、平面简谐波的**波函数**

波函数：介质中任一质点（坐标为 x）相对其平衡位置的位移（坐标为 y）随时间的变化关系，即 $y = f(x, t)$。

$$\boxed{y_P = A\cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_0]}$$

可用时间推迟方法或相位落后法求得。

沿 x 轴正方向传播取“-”；沿 x 轴负方向传播取“+”。

波函数的其他形式：

$y(x,t)=A\cos[2\pi(\nu t\mp\frac{x}{\lambda})+\varphi_0]$（频率、波长）

$y(x,t)=A\cos[2\pi(\frac{t}{T}\mp\frac{x}{\lambda})+\varphi_0]$（周期、波长）

$y(x,t)=A\cos[\frac{2\pi}{\lambda}(ut\mp x)+\varphi_0]$（速度、波长）

2. 波函数的物理意义

（1） 当 x 一定，t 变化时 $y(t)=A\cos\left(\omega t+\varphi'\right)$，$\varphi'=-\frac{2\pi}{\lambda}x+\varphi$。表示 x 点处质点的振动方程（具有时间的周期性）。

（2） 当 t 一定，x 变化时 $y(x)=A\cos\left[-\frac{2\pi x}{\lambda}+\varphi''\right]$，$\varphi''=\omega t+\varphi$。表示 t 时刻波传播方向上各质点的位移，即 t 时刻的波形（波具有空间的周期性）。

（3）若 x，t 均变化，波函数表示波形沿传播方向的运动情况（行波）。

§7.3 波的能量

在波的传播过程中，能量从波源向外传播。波传播到媒质中的某处，该处将具有动能和势能。**随着振动状态在媒质中由近及远传播，能量从波源向外传播出去。**

一、波的能量和能量密度

1. 波的能量

考虑介质中的体积元ΔV，其质量为Δm。当波动传播到该体积元时，将具有动能ΔEk 和弹性势能ΔEp。

可以证明：$\Delta E_k=\Delta E_p=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2(\Delta V)\sin^2\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)$

体积元的总机械能：$\Delta E=\Delta E_k+\Delta E_p=\rho A^2\omega^2(\Delta V)\sin^2\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)$

在波的传播过程中，任一体积元都在不断地接受和放出能量，其值是时间的函数。与振动情形相比，波动传播能量，振动系统并不传播能量。

(1) 在波动传播的媒质中，任一线元的**动能、 势能、总机械能均随 x, t 作周期性变化**，且**变化是同相位的**。

(2) 体积元在平衡位置时，动能、势能和总机械能均最大。

(3) 体积元的位移最大时，三者均为零。

(4) 任一线元都在不断地接收和放出能量，即不断地传播能量。 任一线元的机械能不守恒，随 t 作周期性变化，所以，**波动过程是能量的传播过程**。

2. 能量密度 w：单位体积介质中波的能量。

$w=\frac{W}{\Delta V}=\frac{W}{\Delta x\cdot\Delta S}=\rho A^2\omega^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})$，ρ 为绳子单位体积的质量。

平均能量密度：$\bar{w}=\frac{1}{T}\int_0^T w\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\rho\omega^2A^2$，能量密度在一个周期内的平均值。

波动的能量传播特点：每个质元都与周围媒质交换能量，波动传播能量，将能量从一个体积元传到另一体积元。

二、能流密度（波的强度）：单位时间内，沿波的传播方向垂直通过单位面积的平均能量，$I=\dfrac{\bar{W}}{TS}=\dfrac{\bar{w}V}{TS}=\dfrac{\bar{w}uTS}{TS}=\bar{w}u$

波的强度正比于振幅平方：$\boxed{I\propto A^2}$。

三、平面波和球面波的振幅

1. 平面波：平面波在媒质不吸收的情况下, 各处振幅相同 $A=A_0$。

2. 球面波：球面波的振幅随 r 增大而减小 $A=A_0/r$。

四、波的吸收：$I=I_0e^{-\alpha x}$

(1) 为介质吸收系数，与介质的性质及波的频率有关。
(2) 波的强度随传播距离按指数衰减。

§7.4　惠更斯原理

衍射：波在传播的过程中遇到障碍物或小孔时，能够绕过障碍物的边缘继续传播的现象。

惠更斯原理：波在弹性介质中传播时,任一点 P 的振动,将会引起邻近质点的振动。就此特征而言，振动着的 P 点与波源相比，除了在时间上有延迟外，并无其他区别。任意 P 点均可视为一个新的波源。也就是说，障碍物上的小孔成为新的波源。

(1) **行进中的波面上任意一点都可看作是新的次波源**；
(2) **所有次波源各自向外发出许多子波**；
(3) **各个次波所形成的包络面，就是原波面在一定时间内所传播到的新波面**。
(4) **相对于波长而言，障碍物的线度越大衍射现象越不明显，障碍物的线度越小衍射现象越明显**。

§7.5　波的干涉

一、波的叠加原理

1. 波传播的**独立性**：几列波相遇之后，　仍然保持它们各自原有的特征（频率、波长、振幅、振动方向等）不变，并按照原来的方向继续前进，好象没有遇到过其他波一样。

2. 叠加原理：在相遇区域内任一质点的振动，为各列波单独存在时在该点所引起的振动的合振动。有几列波同时在媒质中传播时，它们的传播特性（波长、频率、波速、波形）不会因其它波的存在而发生影响。

在相遇区域内，任一处质点的合振动是各列波单独在该点引起的分振动的叠加；位移为各列波单独存在时在该点所引起的振动位移的矢量和。

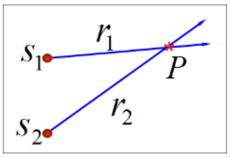
二、相干波与相干条件

干涉现象：两列（或多列）相干波叠加，将在空间形成一种稳定的强弱相间的强度 (振幅) 分布。

二、相干波与相干条件

相干条件：频率相同、振动方向相同、相位差恒定。

相干波：满足相干条件的两列波。
相干波源：能发出相干波的波源称为相干波源。
三、干涉规律



波源振动方程： $y_1 = A_1\cos(\omega t+\phi_1)$； $y_2 = A_2\cos(\omega t+\phi_2)$

合振动的振幅： $\boxed{A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\phi}$，其中 $\boxed{\Delta\phi = \phi_2-\phi_1-2\pi\frac{r_2-r_1}{\lambda}}$

P 点处波的强度： $I = I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2}\cos\Delta\phi$

(1) 合振动的振幅（波的强度）在空间各点的分布随位置而变，但是稳定的。

(2) **干涉相长：** $\boxed{\Delta\phi = \pm 2k\pi \quad k=0,1,2,\cdots}$， $A_{max} = A_1+A_2$， $I_{max} = I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2}$

(3) **干涉相消：** $\boxed{\Delta\phi = \pm(2k+1)\pi \quad k=0,1,2,\cdots}$， $A_{min} = |A_1-A_2|$， $I_{min} = I_1+I_2-2\sqrt{I_1I_2}$

引入波程差： $\delta \equiv r_2-r_1$。若 $\phi_1=\phi_2$，则判断条件变为：

干涉相长： $\delta = \pm k\lambda \quad k=0,1,2,\cdots$

干涉相消： $\delta = \pm(k+1/2)\lambda \quad k=0,1,2,\cdots$

§7.6 驻波
一、弦线上的驻波实验
驻波　两列振幅、振动方向和频率都相同，而传播方向相反的同类波相干叠加的结果形成驻波。
二、驻波波函数

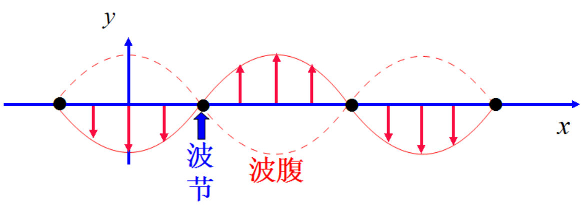
$$y = (2A\cos 2\pi\frac{x}{\lambda})\cdot\cos 2\pi\nu t$$

(1) **振幅分布：** $A(x) = 2A\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}$，振幅随位置 x 按余弦分布。

a.**波节：** 始终不动的点 $x_k = (2k+1)\frac{\lambda}{4} \qquad k=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \cdots$

b.**波腹：** 振动最强的点 $x_k = k\frac{\lambda}{2} \qquad k=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \cdots$

(2)相位分布
a. 相邻两波节间各点振动相位相同；
b. 一波节两侧各点振动相位相反；
c. 振动状态（相位）不做定向传播。



(3)能量分布
a. 驻波的能量在相邻的波腹和波节间往复变化;
b.相邻波节间动能和势能相互转换;
c. 动能主要集中在波腹,势能主要集中在波节,但无能量的定向传播。
(4) **半波损失**（相位跃变）

当波**从波疏介质垂直入射到波密介质**，被反射到波疏介质时形成**波节**。入射波与反射波在此处的相位时时相反，即反射波在分界处产生 **π 的相位跃变**，相当于出现了半个波长的波程差，称半波损失。

当波**从波密介质垂直入射到波疏介质**，被反射到波密介质时形成**波腹**。入射波与反射波在此处的相位时时相同，即反射波在分界处**不产生相位跃变**。

注：在题目中，**反射点为自由端则无半波损失；为固定端则有半波损失**。

(5) 振动的简正模式

两端固定的弦线形成驻波时，波长 λ_n 和弦线长 l 应满足 $l = n\dfrac{\lambda_n}{2}$。驻波频率为 $\nu_n = n\dfrac{u}{2l}, n = 1, 2, \cdots$。由频率 ν_n 决定的各种振动方式称为弦线振动的简正模式。

§7.7 多普勒效应

多普勒效应：由于观察者（或波源、或二者）相对于媒质运动，而使观察者接收到的频率发生变化的现象。

一、波源静止，观察者运动：$\nu = (1 + \dfrac{v_o}{u})\nu_0$

观测者靠近波源，$v_O > 0$ ；反之，$v_O < 0$。

二、观察者静止，波源运动：$\nu = \dfrac{u}{\lambda'} = \dfrac{u}{u - v_S}\nu_0$

若波源向观测者运动, 则 $v_S > 0$; 反之, $v_S < 0$。

三、波源与观察者同时运动：$\nu = \dfrac{u + v_0}{u - v_S}\nu_0$

相向运动，则 $\nu > \nu_S$；远离运动，则 $\nu < \nu_S$。

四、若波源与观察者不沿二者连线运动

当 $v_S >> u$ 时，多普勒效应失去意义，所有波前将聚集在一个圆锥面上，波的能量高度集中形成冲击波，如核爆炸、超音速飞行等。