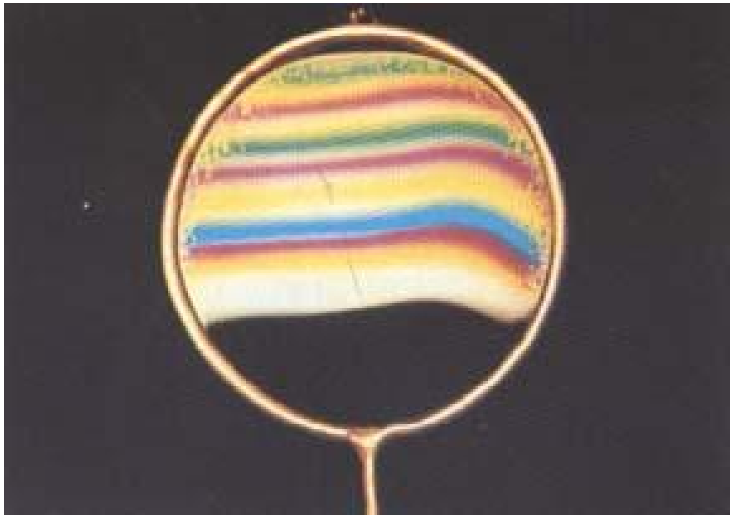
作业：第13章 1，2，3，4，5

§13-5 薄膜干涉



§ 13-5　薄膜干涉

光波经薄膜两表面反射后相互叠加所形成的干涉现象，称为薄膜干涉。

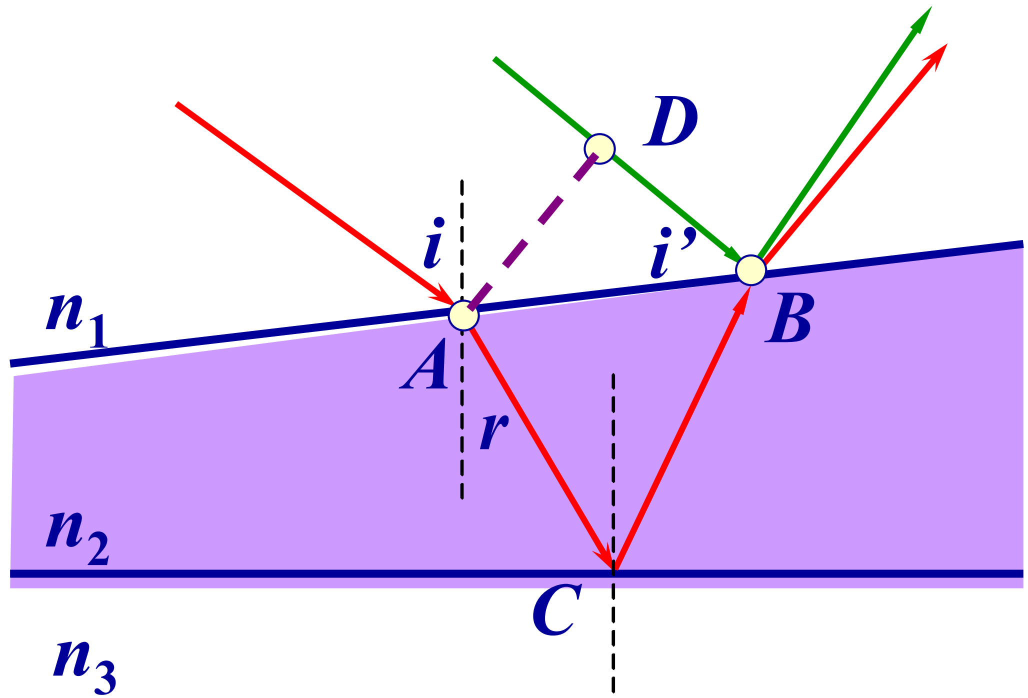
薄膜干涉可分成等倾干涉和等厚干涉两类。

等厚干涉：同一条纹对应膜的同一厚度。

等倾干涉：同一条纹对应入射光的同一倾角。

1. 薄膜干涉

两光线相遇时的光程差?



$$\delta = n_2(\overline{AC} + \overline{CB}) - n_1\,\overline{BD} + \underline{\underline{\delta'}}$$

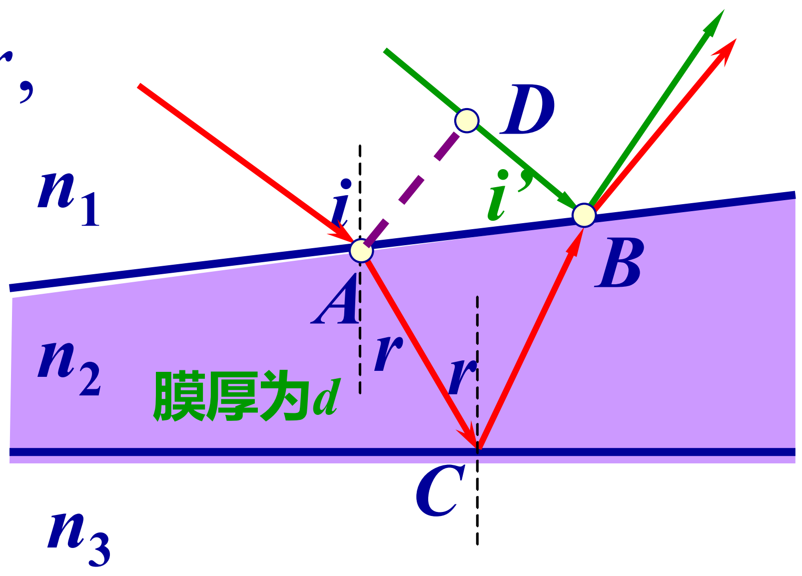
$$\left(\delta' = \frac{\lambda}{2},\ \ or\ \ 0.\right)$$

$$\delta = n_2(\overline{AC}+\overline{CB}) - n_1\overline{BD} + \underline{\underline{\delta'}}$$

$$\overline{AC} \approx \overline{CB} \approx \frac{d}{\cos r}, \quad \overline{BD} = \overline{AB}\cdot\sin i \approx 2d\cdot\tan r\cdot\sin i$$

$$\therefore \delta \approx \frac{2n_2 d}{\cos r} - \frac{2n_1 d\cdot\sin r\cdot\sin i}{\cos r} + \delta'$$

考虑折射定律， $n_1\sin i = n_2\sin r$,

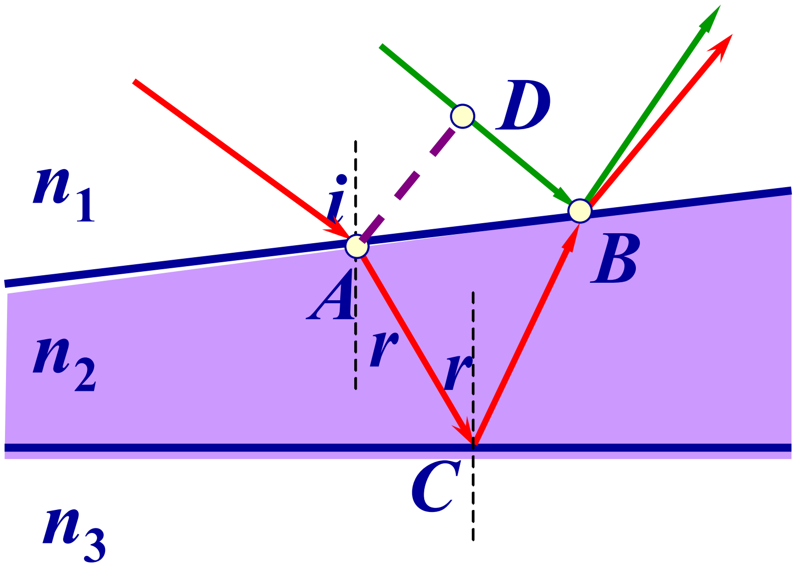


得： $\delta = 2n_2 d\cos r + \delta'$

或： $\delta = 2d\sqrt{n_2{}^2 - n_1{}^2\sin^2 i} + \delta'$

两反射光线相遇发生干涉时的光程差：

$$\delta = 2\underline{d}\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \delta'$$

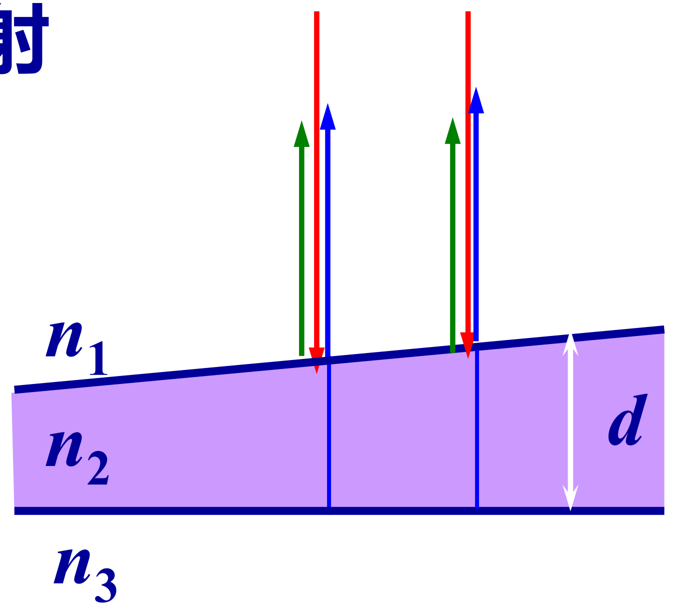


当 i 保持不变（平行光）时，光程差<u>仅与薄膜厚度有关</u>。

∴ 凡<u>厚度相同的地方</u>光程差相同，对应亮度相同的干涉效果，共同<u>形成一条干涉条纹</u>

——等厚干涉条纹

实际应用中，通常使光线垂直入射薄膜，即 $i = r = 0$。



光程差简化为：

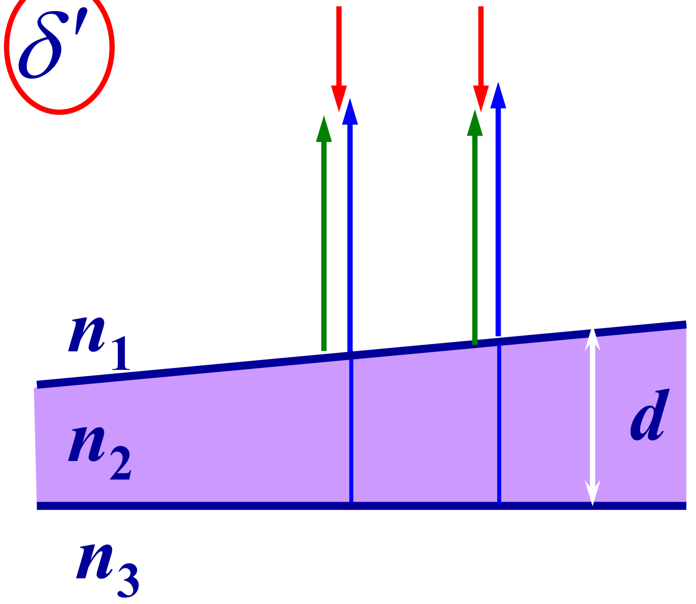
$$\delta = 2n_2 d + \delta'$$

∴ 明纹和暗纹出现的条件为：

$$\delta = 2n_2 d + \delta' = \begin{cases} k\lambda & k = 1, 2, 3 \quad \text{明纹} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & k = 0, 1, 2 \quad \text{暗纹} \end{cases}$$

δ' ：**由于半波损失而产生的附加光程差。**

附加光程差讨论： $\delta = 2n_2 d + \delta'$



① 当薄膜上、下表面的反射光都存在或都不存在半波损失时，附加光程差$\delta' = 0$，

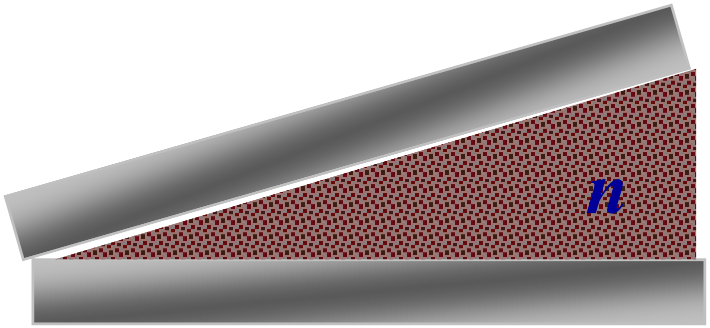
光程差为： $\delta = 2n_2 d$

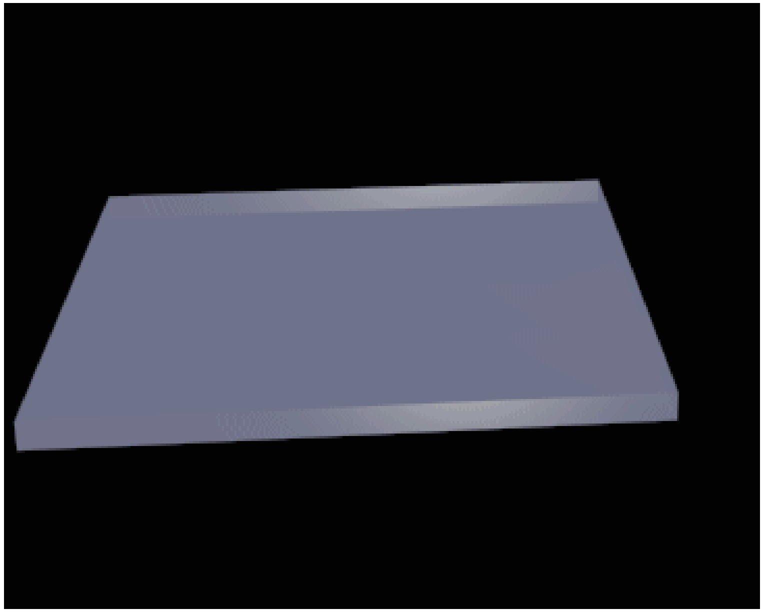
②当反射光之一存在半波损失时，附加光程差$\delta' = \lambda / 2$。

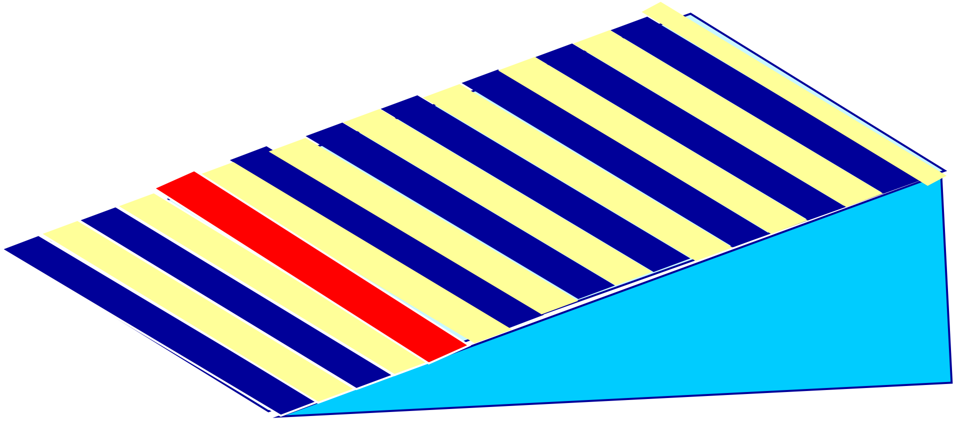
光程差为： $\delta = 2n_2 d + \lambda/2$

2、劈尖膜

劈尖：薄膜的两个表面是平面，其间有很小夹角。

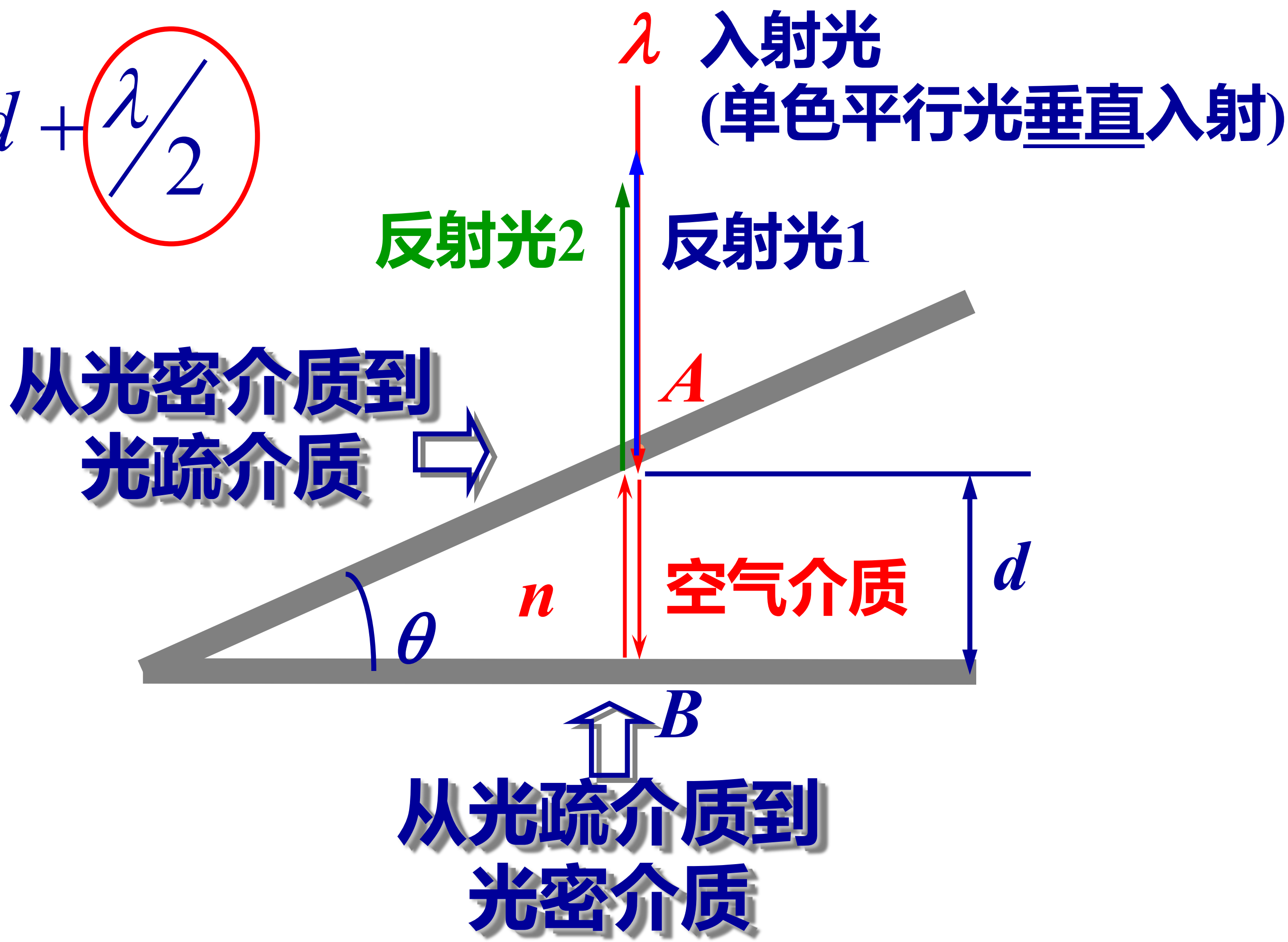






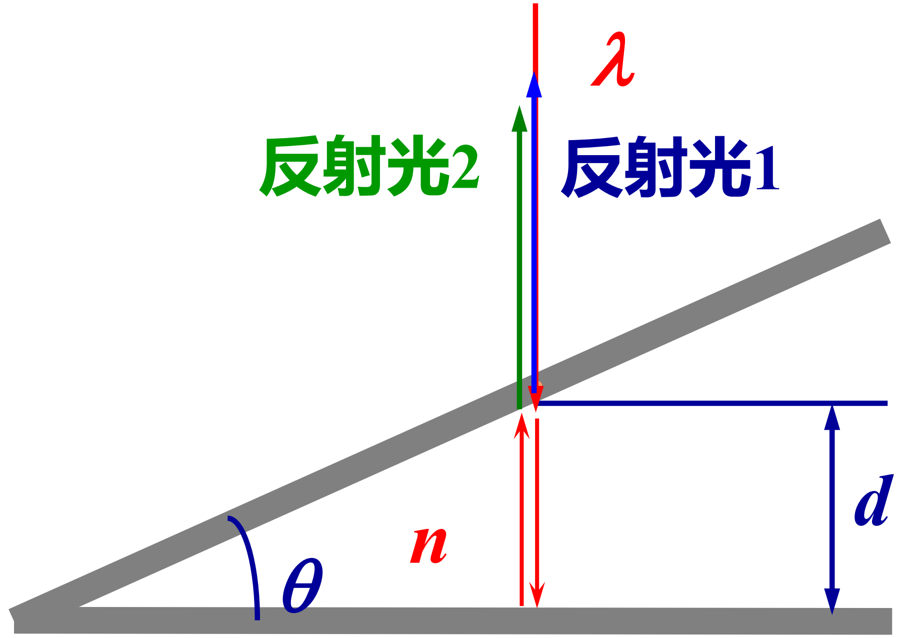
2.1 劈尖干涉光程差的计算

$$\delta = 2nd + \lambda/2$$



2.2 劈尖明暗条纹的判据

$$\delta = 2nd + \lambda/2$$



当δ等于波长的整数倍时，

干涉加强——明条纹；

当δ等于半波长的奇数倍时，

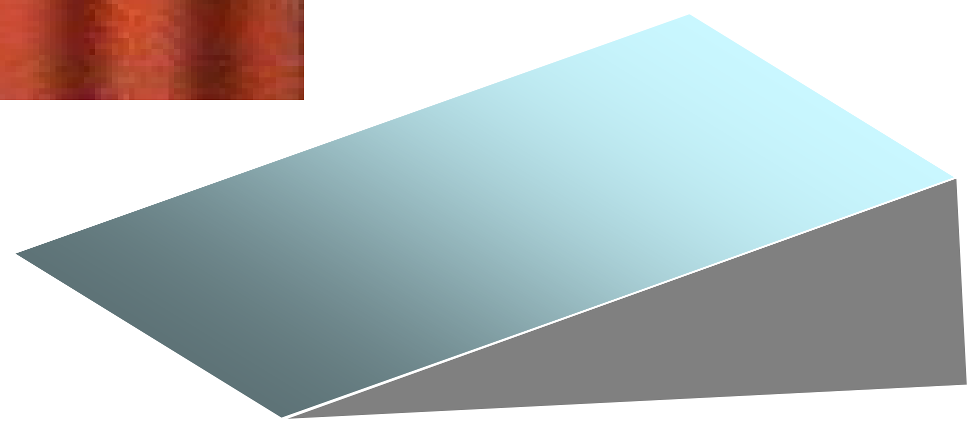
干涉减弱——暗条纹。

$$\delta = 2nd + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & (k = 1, 2, 3, \ldots) \quad \text{明纹} \\ (2k+1)\lambda/2 & (k = 0, 1, 2, \ldots) \quad \text{暗纹} \end{cases}$$

2.3 劈尖干涉条纹的特征

劈尖干涉条纹，是一系列明暗相间的、等间距分布的、平行于棱边的平直条纹。

劈尖干涉条纹



（1）明、暗条纹处的膜厚：

$$\delta = 2nd + \frac{\lambda}{2} = \ldots$$

$$d = \begin{cases} (2k-1)\lambda/4n \quad (k=1,2,3\ldots) & \text{明纹} \\ k\lambda/2n(k=0,1,2\ldots) & \text{暗纹} \end{cases}$$

$k=0 \Rightarrow d=0$

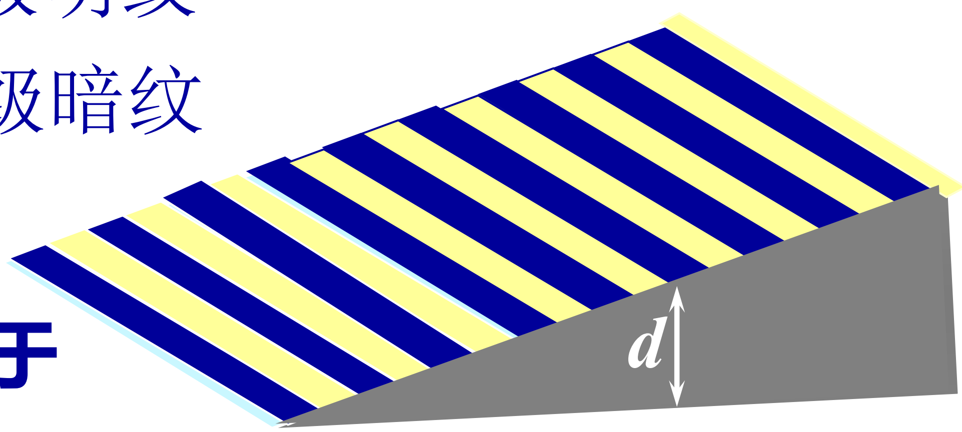
棱边呈现暗纹

$$k=1 \quad d = \begin{cases} \lambda/4n & \text{第一级明纹} \\ \lambda/2n & \text{第一级暗纹} \end{cases}$$

$$k=2 \quad d = \begin{cases} 3\lambda/4n & \text{第二级明纹} \\ \lambda/\ \ n & \text{第二级暗纹} \end{cases}$$

……

一系列明暗相间的、平行于棱边的平直条纹。

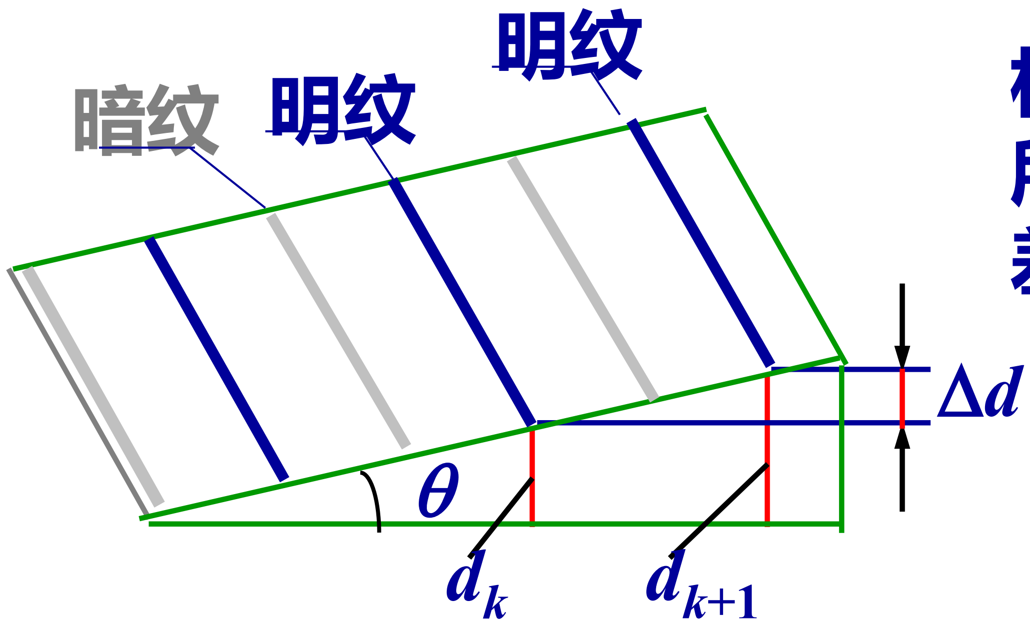


（2）相邻明纹（暗纹）对应的薄膜厚度差：

$$d_k = (2k-1)\lambda / 4n, \quad (k = 1, 2, 3 \ldots) \text{ 明纹}$$

$$\Delta d = d_{k+1} - d_k$$

$$= (2k+1)\lambda/4n - (2k-1)\lambda/4n = \lambda / 2n.$$



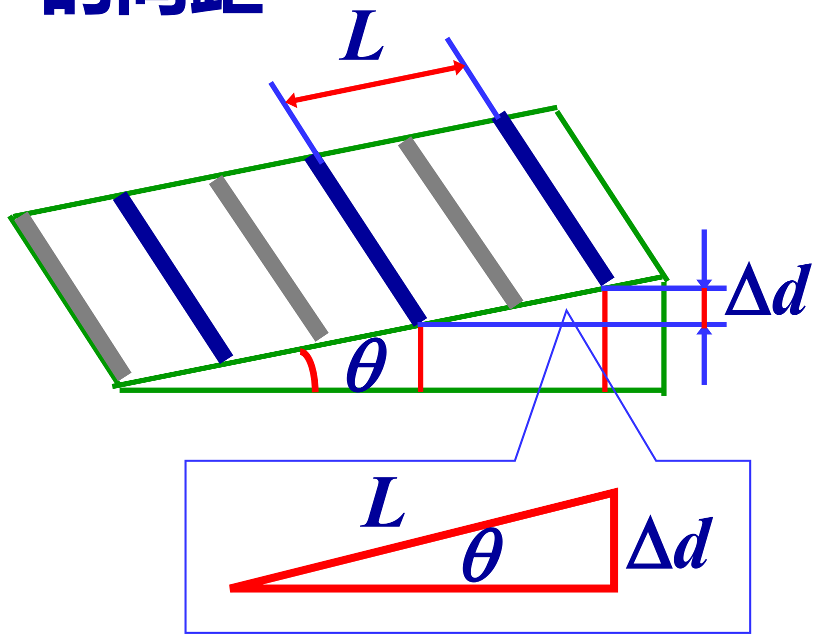
相邻明纹（或暗纹）所对应的薄膜厚度之差相同。

（3）两相邻明纹（或暗纹）的间距

$$L = \Delta d/\sin\,\theta$$

$$\approx \Delta d/\,\theta$$

$$\approx \lambda/2n\theta$$

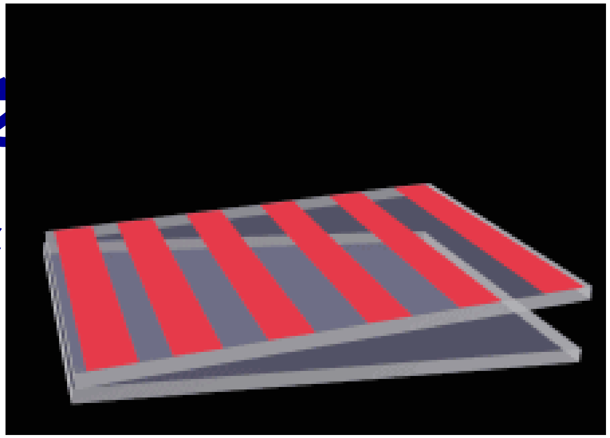


结论：

a.条纹等间距分布

b.夹角θ越小，条纹越疏；反之

条纹将密集到难以分辨，就观察

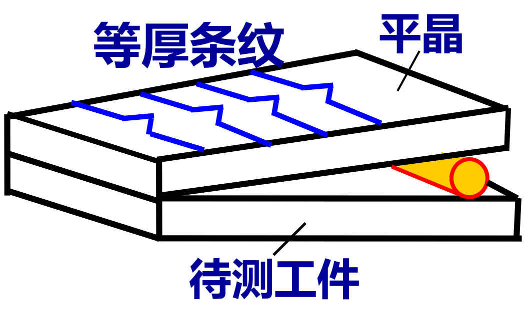


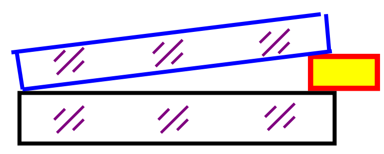
劈尖干涉的应用

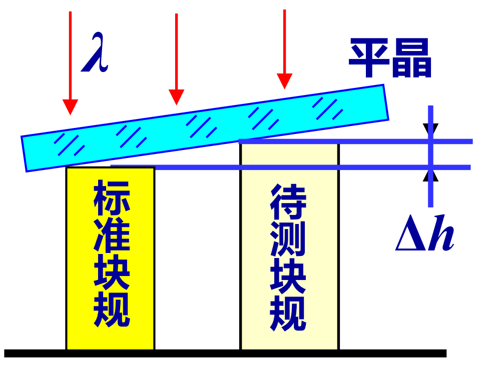
依据： 公式 $$L=\frac{\lambda}{2n\theta}$$

应用：

- **测波长：已知θ、n，测L可得λ**
- **测折射率：已知θ、λ，测L可得n**
- **测细小直径、厚度、微小变化**
- **测表面不平度**

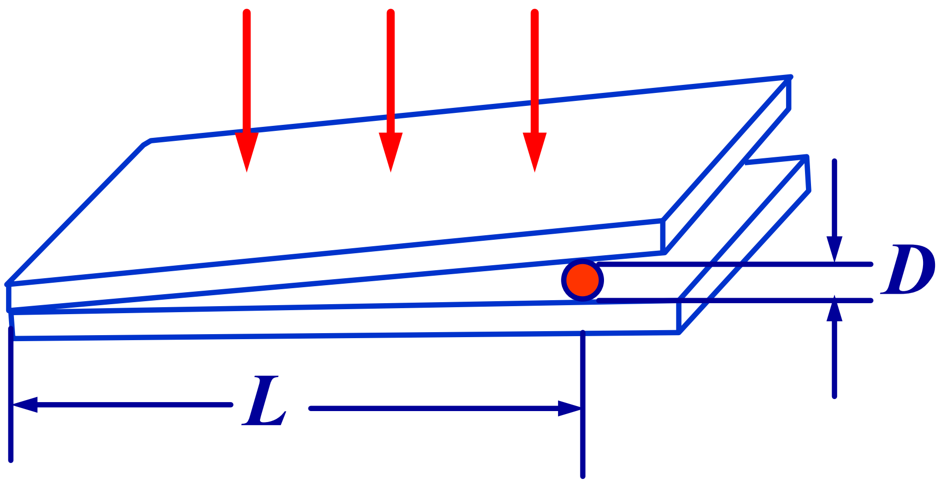






例： 为了测量金属细丝的直径，把金属丝夹在两块平玻璃之间，形成劈尖。如用单色光垂直照射 ，就得到等厚干涉条纹。测出干涉条纹的间距，就可以算出金属丝的直径。

某次的测量结果为：单色光波长λ =589.3nm，金属丝与劈间顶点间的距离*L*=28.880mm，<u>30条明纹间的距离为4.295mm</u>。求金属丝的直径D?



解：依据条件“30条明纹间的距离为4.295mm”，则相邻两条明纹间的间距： $l=\frac{4.295}{29}\text{mm}$

$$l\sin\theta=\underline{\underline{\Delta d}}=\frac{\lambda}{2n}=\frac{\lambda}{2}$$

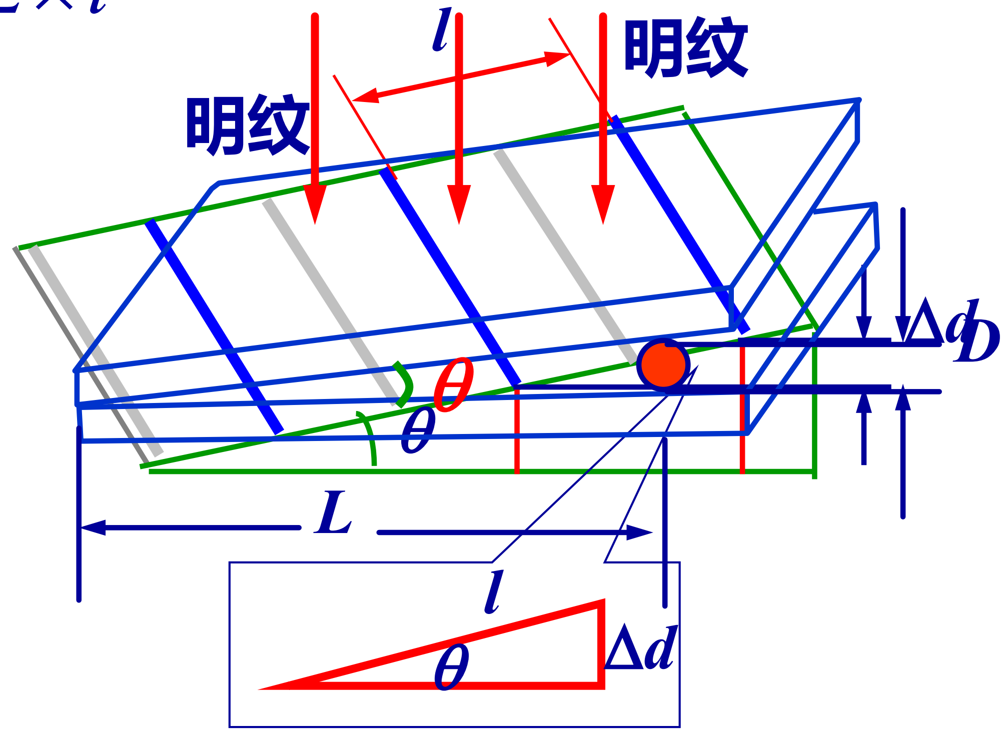
$$\therefore \sin\theta=\frac{\lambda}{2l}=\frac{589.3\times10^{-9}}{2\times l}=1.989\times10^{-3}.$$

由几何关系:

$$\frac{D}{L}=\tan\theta\approx\sin\theta$$

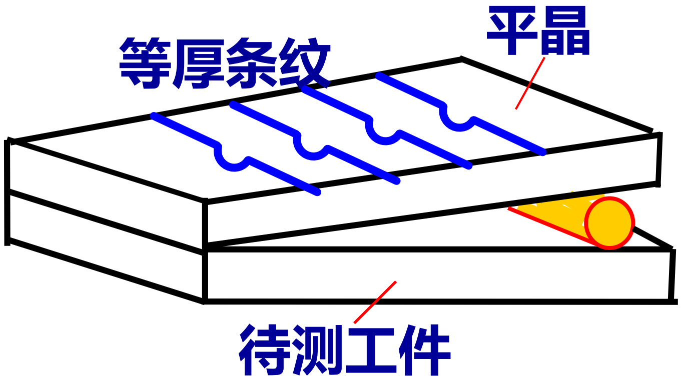
$$\therefore D=L\sin\theta$$

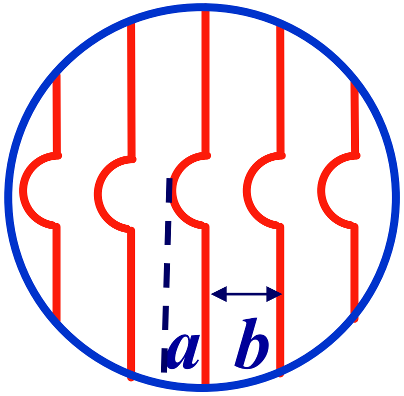
$$=0.05746\text{mm}$$



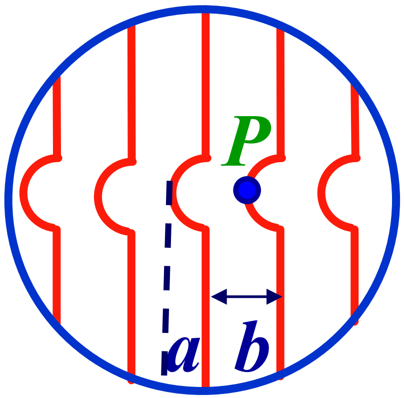
例：　利用空气劈尖的等厚干涉条纹可以检测工件表面存在的极小的加工纹路，在工件表面上放一光学平面玻璃，使其间形成空气劈形膜。用单色光照射玻璃表面，并在显微镜下观察条纹。

试根据干涉条纹的弯曲方向，判断工件上表面是凹的还是凸的；并证明凹凸深度满足 $\Delta h = \dfrac{a}{b}\dfrac{\lambda}{2}$



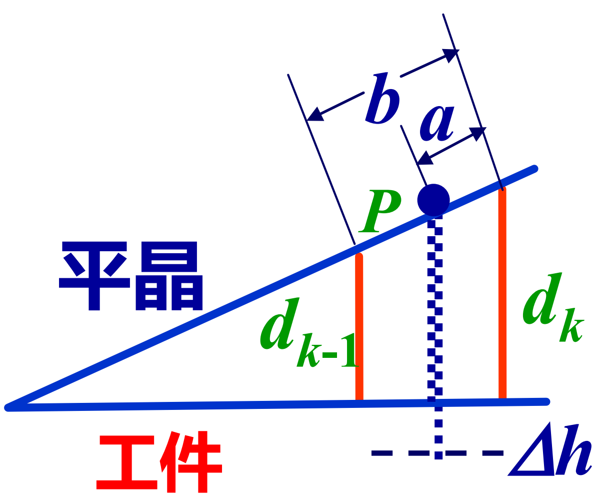


解：（1）如果工件上表面是精确的平面，等厚干涉条纹应是等距离的平行直条纹，



如果工件的上表面是平的，

在P点处，两束反射光的光程差介于（δ_{k-1}，δ_k），P点不应出现亮条纹.



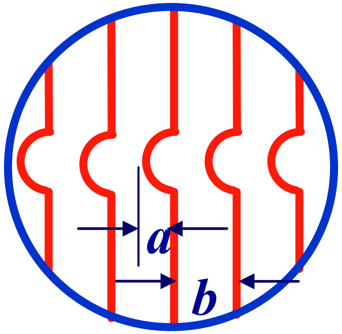
P点为何出现k级亮条纹？

光程差与k级条纹处的光程差相同

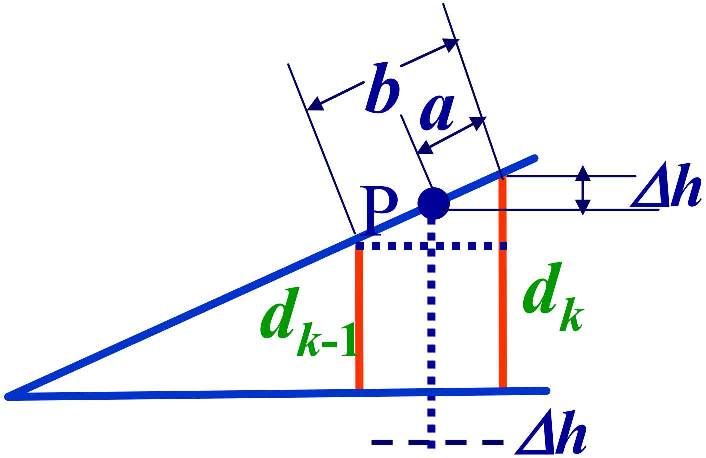
∴ 工件的表面是凹的。

（2）证明凹槽的深度： $\Delta h = \dfrac{a}{b}\dfrac{\lambda}{2}$

由图中相似直角三角形可知：



$$\frac{a}{b} = \frac{\Delta h}{(d_k - d_{k-1})} = \frac{\Delta h}{\lambda/2}$$

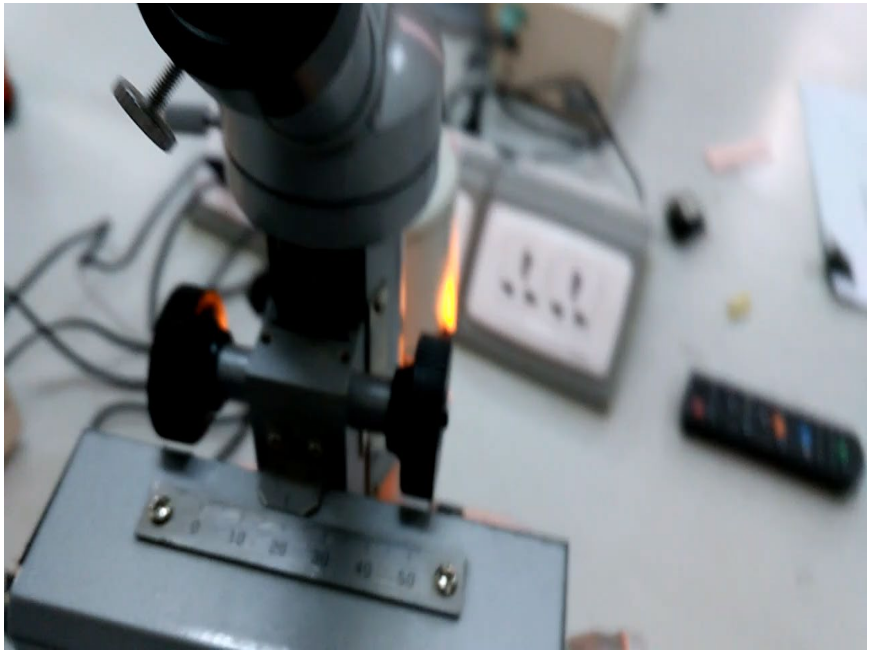


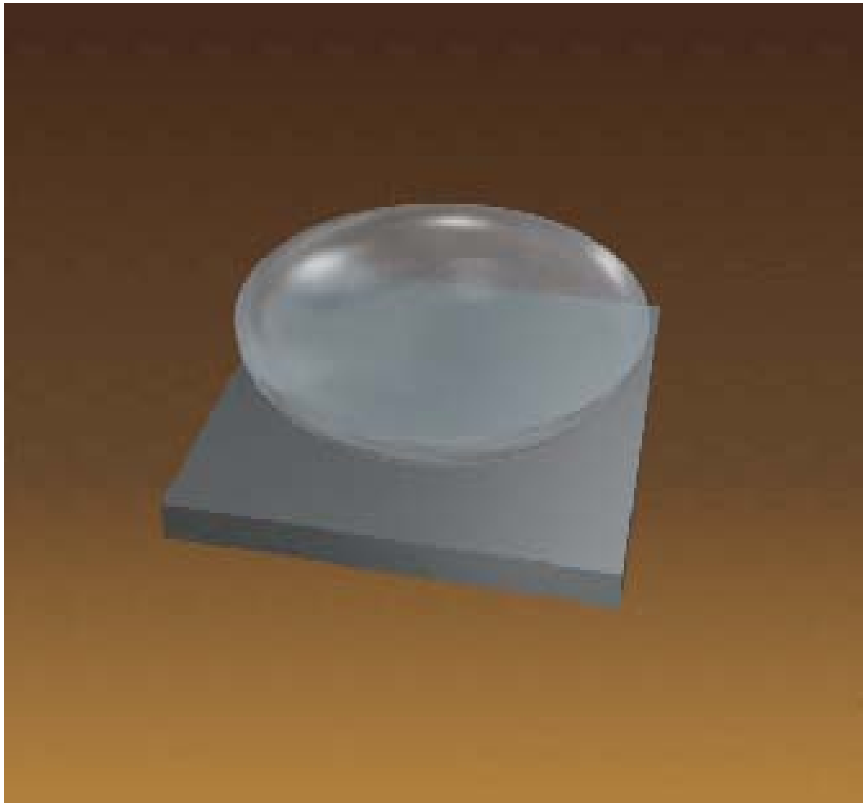
$$\therefore \Delta h = \frac{a}{b}\frac{\lambda}{2}$$

3.牛顿环

3.1 牛顿环实验装置及光路

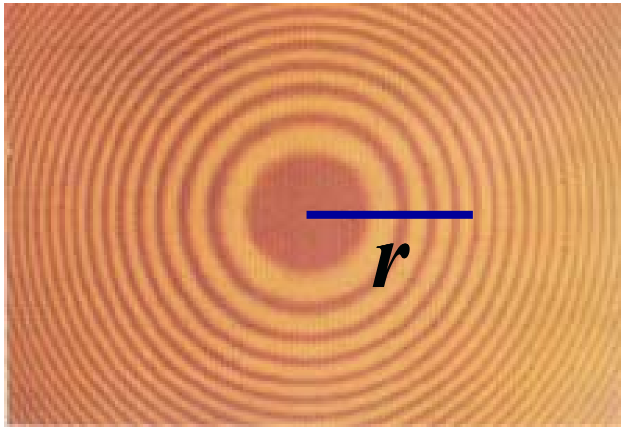
牛顿环：一束单色平行光垂直照射到此装置上时，所呈现的等厚条纹是一组以接触点O为中心的同心圆环。

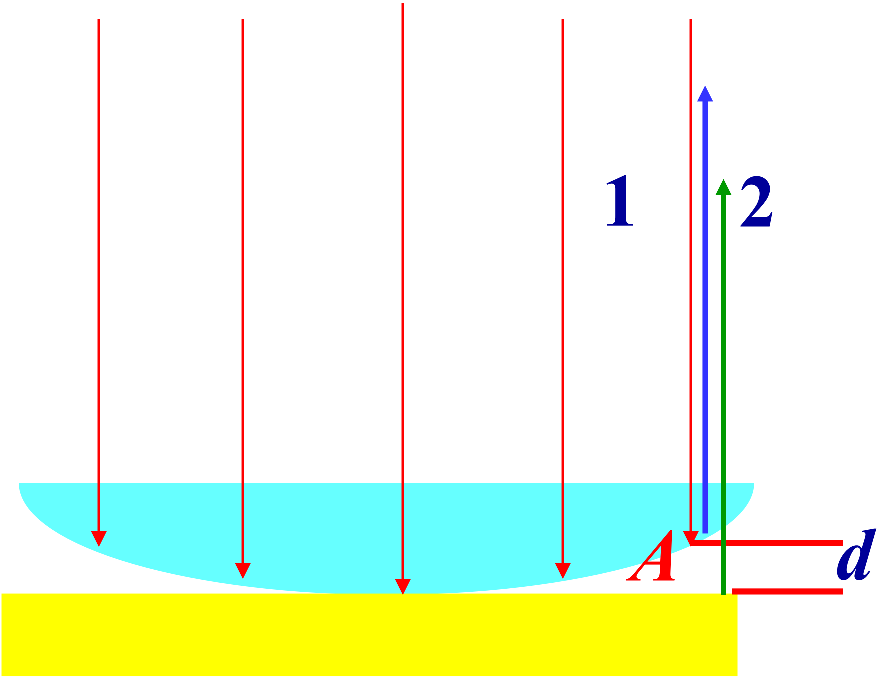




3.2 反射光光程差的计算

$$\delta = 2d + \lambda/2$$





3.3 牛顿环干涉条纹的特征

(1) 明暗条纹的判据

$$\delta = 2d(r) + \lambda/2 = \begin{cases} k\lambda & (k = 1,2,3\ldots) \text{ 明纹} \\ (2k+1)\lambda/2 & （k = 0,1,2\ldots) \text{ 暗纹} \end{cases}$$

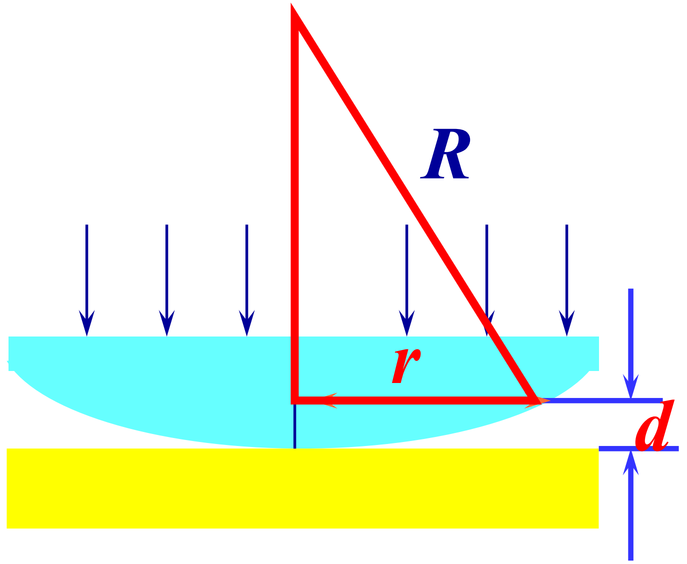
由几何关系可知

$$(R-d)^2 + r^2 = R^2$$

$$\cancel{R^2} - 2Rd + \boxed{d^2} + r^2 = \cancel{R^2}$$

$$\boxed{d^2} \rightarrow 0$$

$$d = r^2/2R$$



$$r=\begin{cases}\sqrt{(k-1/2)R\lambda} & k=1,2,3\ldots \quad \text{明环}\\ \sqrt{kR\lambda} & k=0,1,2\ldots \quad \text{暗环}\end{cases}$$

$k=0$，$r=0$ **中心是暗斑**

$$k=1, r=\begin{cases}\sqrt{R\lambda/2} & \text{明环}\\ \sqrt{R\lambda} & \text{暗环}\end{cases}$$

……

牛顿环干涉条纹是一系列明暗相间的同心圆环。

(2) 相邻暗环的间距

$$r=\begin{cases}\sqrt{(k-1/2)R\lambda} & k=1,2,3\ldots \quad 明环\\ \sqrt{kR\lambda} & k=0,1,2\ldots \quad 暗环\end{cases}$$

$$\Delta r=r_{k+1}-r_k=\frac{\sqrt{R\lambda}}{\sqrt{k}+\sqrt{k+1}}$$

内疏外密

牛顿环的应用

依据： $r_{明} = \sqrt{(k-1/2)R\lambda}$ $\quad$ $r_{暗} = \sqrt{kR\lambda}$

得： $r_{k+m}^2 - r_k^2 = mR\lambda$

应用：

- **测透镜球面的半径R：**

已知λ，测 m、r_{k+m}、r_k，可得R。

- **测波长λ：**

已知R，测出m、r_{k+m}、r_k，可得λ。