§11.1 磁感应强度 B

	电场	磁场
场源	静止、运动电荷都能产生电场	只有运动电荷产生磁场，静止电荷不产生磁场
作用力	对静止、运动电荷都有作用力	只对运动电荷有作用力，对静止电荷无作用力

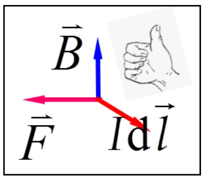
与静电场的思路相同，由运动电荷在磁场中的受力引入**磁感应强度的定义**。与静电场中取电荷元相似，引入**电流元** $Id\vec{l}$ （注意：为**矢量**）。

1. **方向**：电流元受力为零时 $Id\vec{l}$ 所指的方向为磁场的方向。

2. **大小**：$Id\vec{l}$ 与磁场方向垂直时，可得到受力的最大值 $d\vec{F}_{\max}$，则磁感应强度的大小可定义为，

$$B \equiv \frac{dF_{\max}}{Idl}$$

单位为特斯拉 T。可与电场强度定义 $E \equiv F/q_0$，以及中学时学过的 $F = BIL$ 对比记忆。

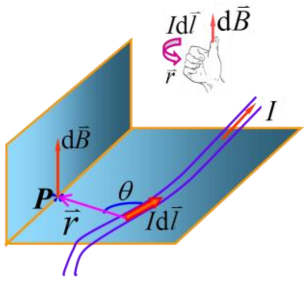


则可得到磁场、电流元与力的关系： $d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$，大小写作 $dF = IdlB\sin\theta$，其中 θ 为 $Id\vec{l}$ 与 $\vec{B}$ 的夹角。三个量都是矢量，关系用**右手系**判断。本章中磁场为关键词，用大拇指对应 *B*，从 *F* 往 *I* 抓（按字母表顺序记，*F* 在前 *I* 在后）。

§11.2 毕奥-萨伐尔定律

一、毕萨定律

电流元 $Id\vec{l}$ 在空间 P 点产生的磁场 $d\vec{B}$ 的大小为



$$\boxed{d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l} \times \vec{r}_0}{r^2}}$$

注意：与电荷元的电场强度公式 $d\vec{E} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{dq}{r^2}\vec{r}^0$ 对比记忆。电场中 $\vec{E}$ 的方向是与 $\vec{r}$ 一致的，而在磁场中则不是，需要满足矢量叉乘关系，如图所示。因此在计算磁场题目时，**注意方向的判断**。

上式的大小可写作

$$\boxed{\mathrm{d}B=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}l\sin\theta}{r^2}}$$

其中θ为$Id\vec{l}$ 与$\vec{r}$ 的夹角。具体计算中经常用到，须牢记。

在根据磁感应强度叠加原理对进行积分，就能够得到总磁感应强度$B=\int dB$。

★用毕萨定律求解磁感应强度

解题步骤：

（1）建立适当坐标系，在所求电流上取电流元$Id\vec{l}$，并画出从电流元指向所求点的矢量$\vec{r}$，标出$Id\vec{l}$ 与$\vec{r}$ 的夹角θ，则$Id\vec{l}\times\vec{r}_0=Idl\sin\theta$；

（2）写出电流元在所求点的磁感应强度大小$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}l\sin\theta}{r^2}$（其中$r$为电流元到所求点的距离），并且利用右手系判断$\mathrm{d}\vec{B}$的方向（大拇指对应$B$，从$I$往$r$抓（还是字母表的顺序））。；

（3）对$d\vec{B}$进行矢量分解，$d\vec{B}=dB_x\vec{i}+dB_y\vec{j}+dB_z\vec{k}$；（注：在做这一步的时候，要先对所求电流进行对称分析，判断是否有积分后为 0 的分量。）

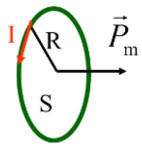
（4）对每一个分量进行积分$B_i=\int dB_i$，$i=x,y,z$，得出总磁感应强度

$\vec{B}=B_x\vec{i}+B_y\vec{j}+B_z\vec{k}$。

须掌握的例题：11.2, 11.3, 11.5.

须记住的磁感应强度：直导线外一点：$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$（其中$a$为点到导线垂直距离，$\theta_1$和$\theta_2$为两段到点连线与导线的夹角)；无限长直导线：$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$（其中$r$为所求点到导线的距离），方向满足右手螺旋关系；载流圆线圈在轴线上一点（距离圆心为x）：$B=\frac{\mu_0 IR^2}{2\left(R^2+x^2\right)^{2/3}}$；载流圆线圈的圆心处（$x=0$）：$B=\frac{\mu_0 I}{2R}$；角为$\phi$的圆弧圆心处：$B=\frac{\mu_0 I\phi}{4\pi R}$；无限长螺线管：$B=\mu_0 nI$（其中$n$为单位长度线圈匝数）。

磁矩的概念：



$$\vec{P}_\mathrm{m}\equiv I\pi R^2\vec{n}=I\vec{S}$$

方向满足右手螺旋关系。只有当圆形电流的面积 S 很小，或场点距圆电流很远时，才能把圆电流叫做磁偶极子。

二、运动电荷的磁场

之前是用电流元产生磁场，而运动电荷可产生电流，因此利用 I 和 q（电量）、v（速度）之间的关系，就可得出运动电荷产生的磁场。一个电量为 q，速度为 v 的粒子在空间中一点产生的磁感应强度为

$$\boxed{\vec{B}=\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{qv\times\vec{r}_0}{r^2}}$$

或写作 $B=\dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{qv\sin\theta}{r^2}$，其中 θ 为 $\vec{v}$ 与 $\vec{r}$ 的夹角，方向判断如下。

正电荷　　负电荷

★**求解运动电荷所产生的磁场**

可用公式 $B=\dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{qv\sin\theta}{r^2}$ 求解（如例 11.1），也可利用关系 $dI=\dfrac{dq}{T}$ 求解。

关于后者，常见题目是绕轴转动的带电体，步骤如下：

（1）选适当的线元，写出带电量 dq，则在运动过程中可看做电流元。

（2）根据 $dI=dq/T$ 得出 dI，其中 T 为转动周期，根据题设可得（若题目给出的是角速度 ω，则将 $T=2\pi/\omega$ 带入）。

（3）在磁感应强度表达式中带入 dI（这里通常带入毕萨定律求得的结果中，如环形电流在环心或轴上一点产生的磁感应强度等），经过积分求得总磁感应强度。

典型题：作业题 11.7, 11.8

§11.3 磁通量 磁场的高斯定律

一、磁感应线

1．概念：

（1）人为画出的，用来描述磁场分布的曲线；（2）磁感应线上任一点切线的方向——B 的方向；（3）B 的大小可用磁感应线的疏密程度表示。

2. 特性：

①每一条磁力线都是环绕电流的闭合曲线，都与闭合电路互相套合，因此磁场是涡旋场。磁力线是无头无尾的闭合回线；②任意两条磁力线在空间不相交；③磁力线的环绕方向与电流方向之间可以分别用右手定则表示

二、磁通量

1．磁通量定义：通过磁场中某一曲面的磁感应线的数目，定义为磁通量，用 Φm 表示，单位：韦伯(wb) 1Wb=1T·m^2。

$$\Phi_m\equiv\int_S\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

与电通量相同，规定 n 的方向垂直于曲面向外为正。

三、磁场的高斯定理

磁场中的高斯定理：通过任意闭合曲面的磁通量必等于零。

$$\boxed{\oint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=0}$$

磁感应线是闭合的，因此有多少条磁感应线进入闭合曲面，就一定有多少条磁感应线穿出该曲面。磁场是有旋无源非保守场。

§11.4 安培环路定理

在真空的恒定磁场中，磁感应强度 $\vec{B}$ 沿任一闭合路径的积分的值，等于 μ_0 乘以该闭合路径所包围的各电流的代数和.

$$\boxed{\oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\mu_0\sum_{内} I_i}$$

或写成 $\oint B\mathrm{d}l\cos\theta=\mu_0\sum_{内} I_i$，其中 θ 为 B 与 $\mathrm{d}l$ 之间的夹角。符号规定：电流方向与 L 的环绕方向服从右手螺旋关系的 I 为正，否则为负。安培环路定律对于任一形状的闭合回路均成立。

静电场	稳恒磁场
$\oint \vec{E}\cdot d\vec{l}=0$	$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0\sum_i I_i$
电场有保守性，它是保守场，或有势场	磁场没有保守性，它是非保守场，或无势场
$\oint_s \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_i$	$\oint \vec{B}\cdot d\vec{S}=0$
电力线起于正电荷、止于负电荷。静电场是有源场	磁力线闭合、无自由磁荷 磁场是无源场

★用安培环路定理求解磁感应强度

必看例题：11.6, 11.7, 11.8, 11.9

解题步骤：

（1） 分析磁场的对称性；

（2） 过场点选择适当的路径（结合右手螺旋定则），使得 $\vec{B}$ 沿此环路的积分易于计算：$\vec{B}$ 的量值恒定，$\vec{B}$ 与 $\mathrm{d}\vec{l}$ 的夹角处处相等；

（3） 求出环路积分；

（4） 由磁场的安培环路定理求出磁感应强度的大小。

思路：与高斯定理相似的，这里的步骤是为了实现 $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l}\rightarrow\oint Bdl\rightarrow B\oint dl$。因此先要判断磁场的对称性以实现提出 B（$\oint Bdl=B\oint dl$），并且需要取 $\vec{B}$ 与 $\mathrm{d}\vec{l}$ 的

夹角处处相等以实现$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l}=\oint Bdl\cos\theta=B\cos\theta\oint dl$（其中$\theta$为$\vec{B}$与$\mathrm{d}\vec{l}$的夹角，通常只有$\theta=0$也就是$\int \vec{B}\cdot d\vec{l}=\int Bdl=B\int dl$的情况，和$\theta=\pi/2$也就是$\int \vec{B}\cdot d\vec{l}=0$的情况）。因此可得磁感应强度大小为，

$$B=\sum_{内} I_i \Big/ \oint dl$$

方向则需要通过电流的方向结合右手定则进行判断。
用安培环路定理求磁感应强度的题目可变性不大，除了轴对称（例 11.6）可以对圆柱进行多种组合以外（如作业题 11.9 和 11.10），螺线管（例 11.7，11.8）和无限大平面对称型（例 11.9）可变性不大，掌握例题就可以了。
对于轴对称型题目，取同轴半径为r的圆周作为积分环路，方向根据电流和右手螺旋定则确定，左边都有$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l}=B\oint dl=2\pi rB$，对于$\sum_{内} I_i$，再根据题目所给出的电流分布对不同半径进行分段讨论就可以了。

须记住的磁感应强度：无限大均匀平面$B=\dfrac{\mu_0 I}{2}$。

§11.5 磁场对电流的作用

一、磁场对载流导线的作用力

磁场对载流导线的作用力（**安培力**）与磁场和电流的关系：

$$\boxed{\vec{F}=\int_l \mathrm{d}\vec{F}=\int_l I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}=\int_l I\mathrm{d}lB\sin\theta}$$

其中θ为$I d\vec{l}$与$\vec{B}$的夹角。三个矢量之间的方向关系见前面磁感应强度定义。

★计算载流导线受力：

（1） 先根据情况，对所求导线进行适当分段，以便对每段导线的受力分别进行求解；

（2） 求出该段导线所在处的磁感应强度（通常利用毕萨定律和环路定理的结果）；

（3） 根据上式求出受力（对于磁场非均匀的情况要取电流元$I\mathrm{d}\vec{l}$得出$\mathrm{d}\vec{F}$，再进行积分）；

（4） 最后求合力。

必看例题：11.10, 11.11.

二、均匀磁场对载流线圈的作用

1. 磁场作用于载流线圈的**磁力矩**

对于通有恒定电流的闭合线圈，在磁场中的力矩为，

$$\boxed{\vec{M}=IS\vec{n}\times\vec{B}=\vec{p}_m\times\vec{B}}$$

三、**磁场力的功**

只要电流恒定，载流导线在磁场中运动时磁力所作的功，以及线圈转动磁力矩作功，都等于电流乘以通过回路所环绕的面积内磁通量的增量，

$$\boxed{A = I\Delta\Phi_{\mathrm{m}}}$$

§11.6 带电粒子在电场和磁场中的运动

一、带电粒子在电场中的运动

氢原子中电子绕原子核作轨道运动，其能量为动能加上势能，

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{2r}$$

二、带电粒子在磁场中的运动

洛伦兹力：$\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B}$（大小为$F = qvB\sin\theta$，其中$\theta$为速度和磁场之间的夹角），

总与粒子的运动方向垂直，因此不能改变运动速度的大小。回旋半径：$R = \dfrac{mv_\perp}{qB}$；

磁螺距：$d = v_{//}T = v\cos\theta(2\pi m/qB)$。

§11.7 磁介质

一、磁介质的分类

放入磁场中能够显示磁性，并影响原磁场的物质，称为磁介质。

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$$

根据$\vec{B}$与$\vec{B}_0$之间的关系，磁介质分成三类: 顺磁质（$\vec{B} > \vec{B}_0$）、抗磁质（$\vec{B} < \vec{B}_0$）和铁磁质（$\vec{B} >> \vec{B}_0$）。

相对磁导率：$\mu_r \equiv \dfrac{B}{B_0}$，反映磁介质的性质。

二、顺磁性和抗磁性的微观解释

分子本身具有的磁矩称为固有磁矩。顺磁质的分子固有磁矩非零，原本杂乱无章，而加了外磁场后方向一致且与外场同向，因此使得总磁感应强度增大；抗磁性的分子固有磁矩为零，加了磁场后会产生一个反方向的附加磁矩，因此使得总磁感应强度减小（这个反方向的附加磁矩在顺磁质中也存在，只是作用远小于顺磁分子排列后的效应，因此可忽略）。

三、磁介质中的安培环路定理　磁场强度

1. 磁介质的磁化　束缚电流

分子电流呈有规则排列在磁介质内部, 宏观上将在磁介质表面形成电流，称为表面束缚电流或磁化电流。

2. 磁介质中的安培环路定理　磁场强度

(1) 有介质时的高斯定理

束缚电流在激发磁场方面与传导电流等效，激发的磁场都是涡旋场，存在介质的磁场中高斯定理仍然成立:

$$\oint_s \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=0$$

(2) 有介质时的安培环路定理

沿任一闭合路径磁场强度的环流等于该闭合路径所包围的自由电流的代数和。

$$\boxed{\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\sum_{(内)} I}$$

其中 $\vec{H}\equiv\dfrac{\vec{B}}{\mu}$，为**磁场强度**。