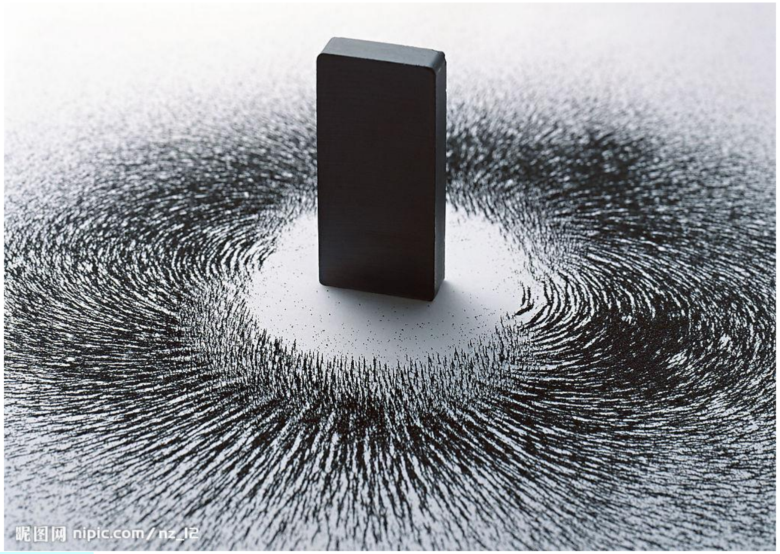
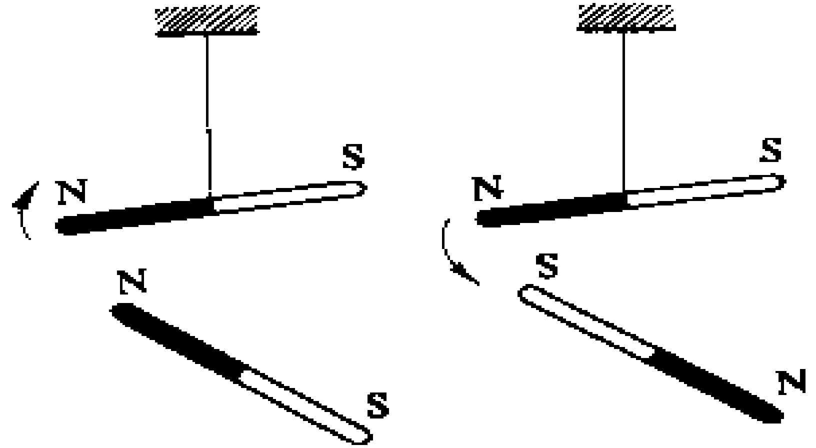
第十一章
恒定电流的磁场

中国矿业大学北京理学院

§11-1 磁感应强度*B*

基本磁现象





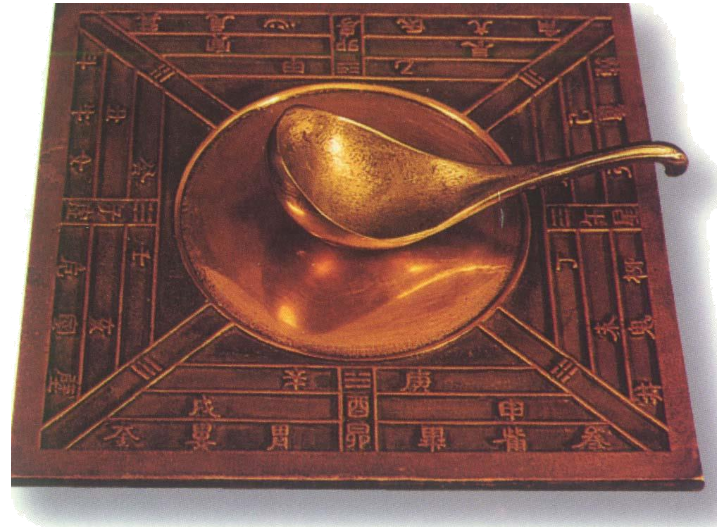
a. 同性相斥　　b. 异性相吸

磁性

天然磁铁吸引铁、钴、镍等物质的特性

磁极

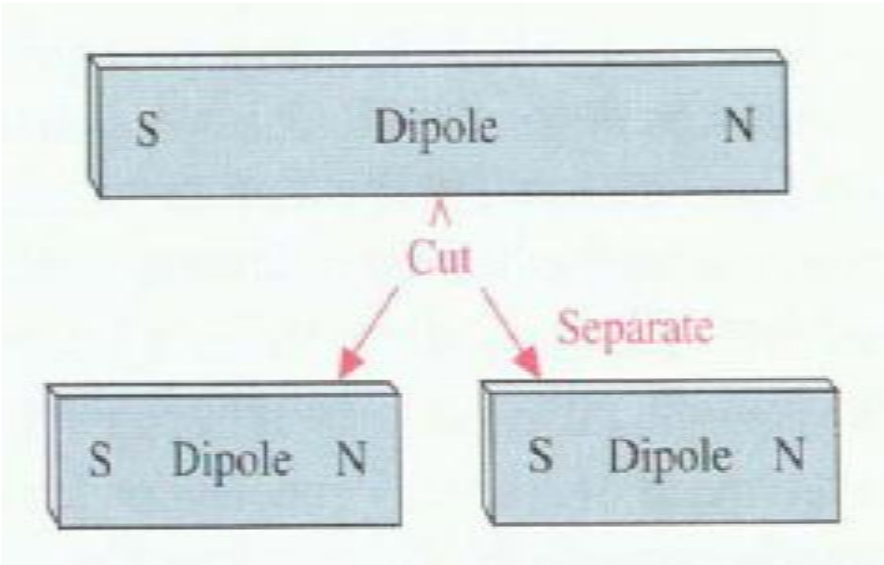
磁分南、北两极，N极指北；S极指南。
不存在磁单极



电流磁效应发现以前，用磁场对磁极的作用来描述

- 小磁针N极的指向为磁场方向
- N极所受磁力大小表征该点磁场强弱

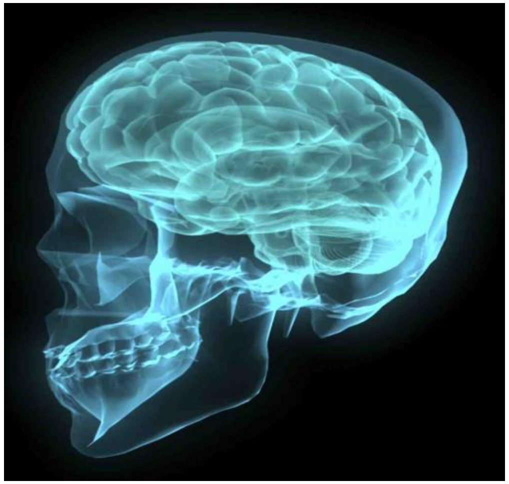
把磁铁作任意分割，每一小块都有南北两极。任一磁铁总是两极同时存在。



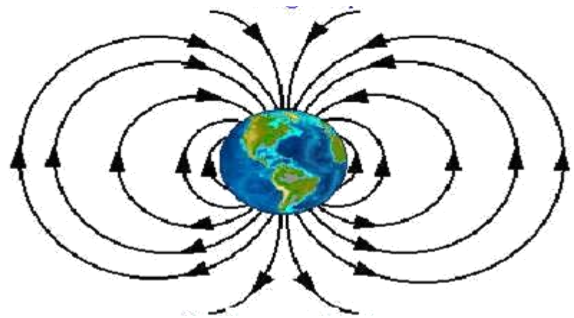
磁化

某些本来不显磁性的物质，在接近或接触磁铁后就有了磁性，这种现象称为磁化。

一些磁场的大小：



人体磁场极弱，如心电激发磁场约3×10^{-12}T。测人体内磁场分布可诊断疾病，图示磁共振图像。



地球磁场约5×10^{-5}T。

超导磁体能激发高达40T磁场；脉冲星表面高达 10^{8}T。

大型电磁铁磁场可大于2T。

磁现象与电现象

1819年，奥斯特实验首次发现了电流与磁铁间有力的作用，才逐渐揭开了磁现象与电现象的内在联系。

1820年，奥斯特以拉丁文报导了60次实验的结果。

Hans Christian Oersted (1770–1851).

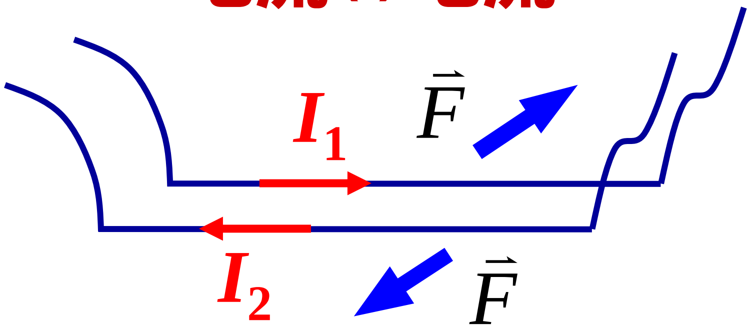
奥斯特

Ampere写道：“Oerster先生……已经永远把他的名字和一个新纪元联系在一起”.

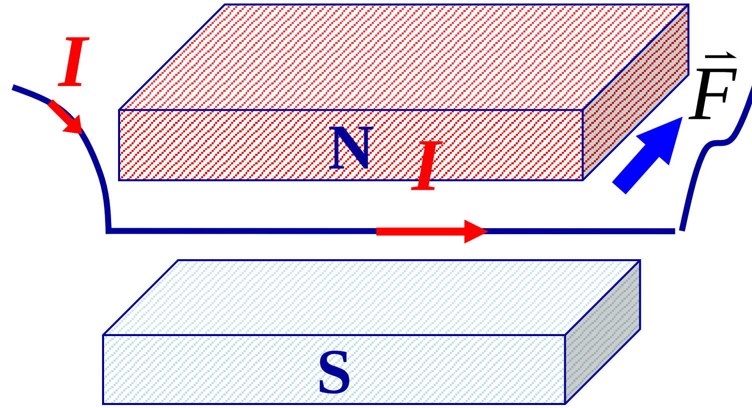
Faraday评论说：“它突然打开了科学中一个一直是黑暗的领域的大门，使其充满光明”.

基本磁现象

电流⇔电流

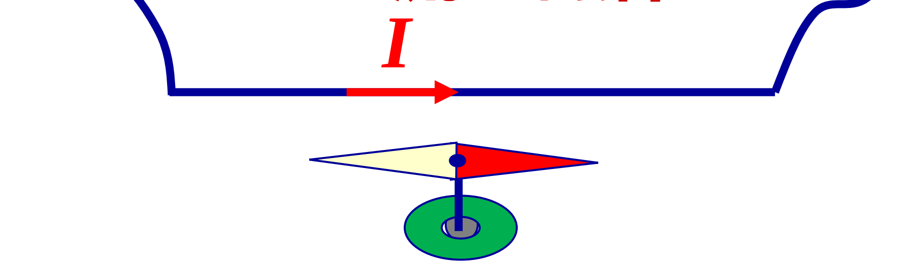


磁体⇒电流



磁体⇔磁体

电流⇒磁体

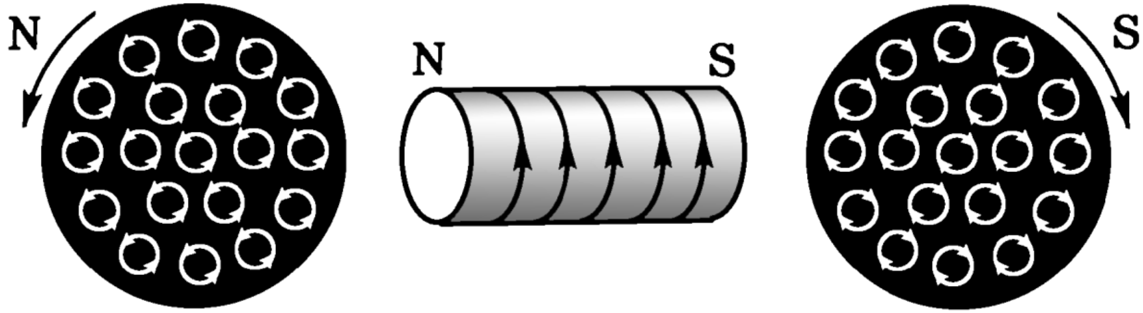


静止电荷 → **静电场**

运动电荷 → **磁场**

安培提出物质磁性的分子电流假说：（1822）

组成磁铁的最小单元（磁分子）是环形电流；
分子环流定向排列，宏观上显示出磁性。

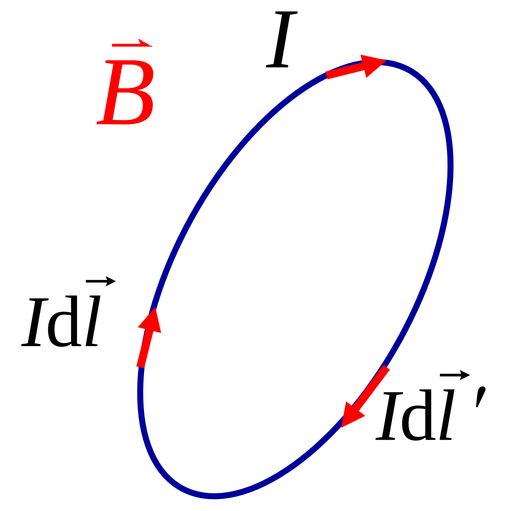


★ 磁现象起源于电流（电荷运动）。

运动电荷 $\xrightarrow{\text{产生}}$ “磁场” $\xrightarrow{\text{作用}}$ 运动电荷

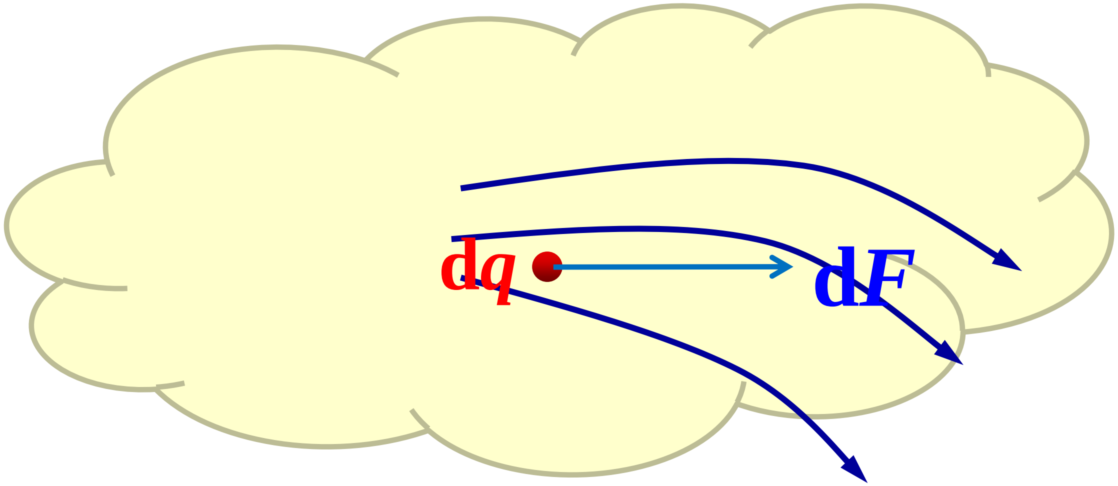
磁感应强度 $\vec{B}$

描述磁场性质的物理量。这里利用**电流在磁场中受力**的作用这一性质来给出磁场的定义。
则B与**受力**相关，是**矢量**（大小、方向）



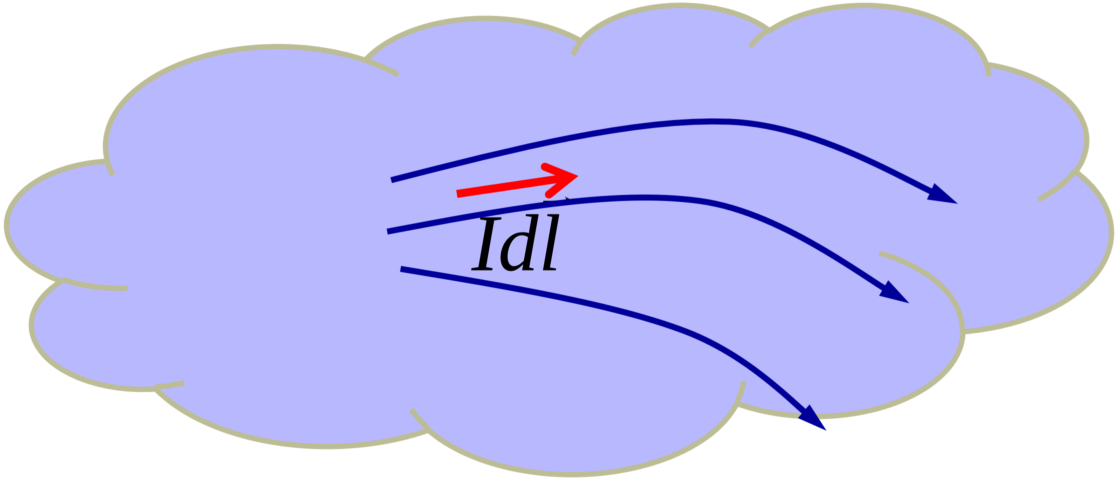
假设空间中存在一恒定磁场B，在其中放置一通电闭合回路。在通电闭合回路中，取电流元 $I\mathrm{d}\vec{l}$

对电场，受力的研究对象为电荷元（“点”）



$$E = \frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}q}$$

对磁场，受力的研究对象为电流元（“段”）



方向：电流元不受力的方向

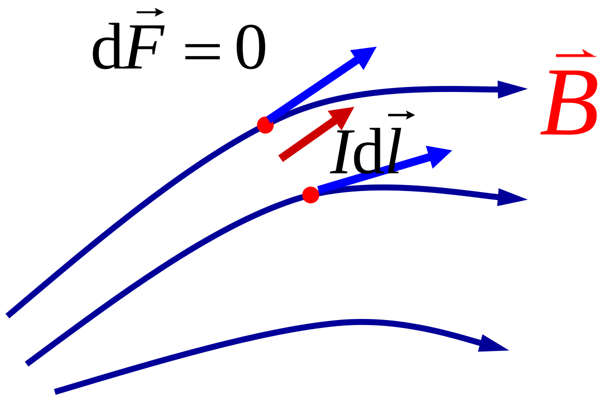
大小：受力最大时

$$B \equiv \frac{\mathrm{d}F_{\max}}{I\mathrm{d}l}$$

(1) 方向：磁场中任一点， 有一特定方向，当电流元与特定方向一致时，受力为零。

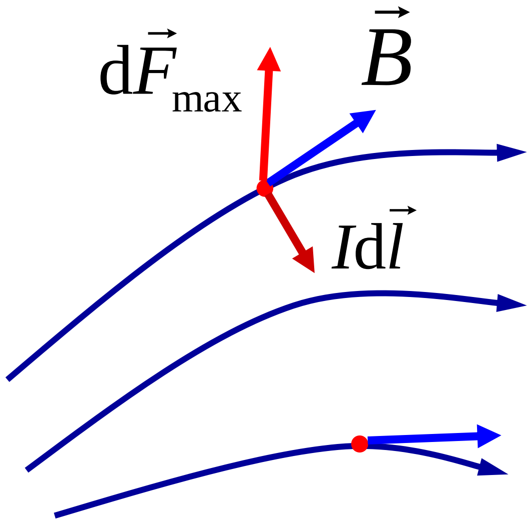
$$\mathrm{d}\vec{F}=0$$

方向为该点磁感应强度方向。



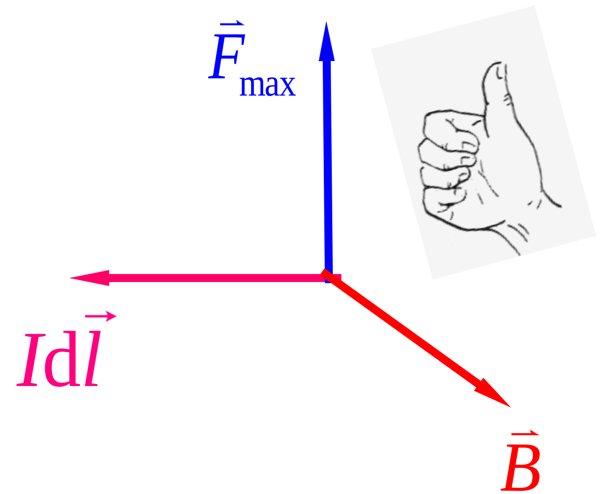
(2)大小： 在另一个与磁场方向垂直的特定方向上，电流元在磁场中受力最大。

$$\mathrm{d}\vec{F}_{\max}$$



则可得出该点磁感应强度大小的定义

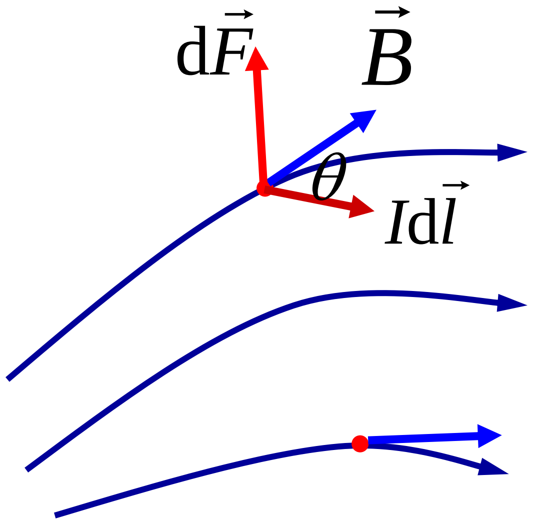
$$B \equiv \frac{\mathrm{d}F_{\max}}{I\mathrm{d}l}$$



$\mathrm{d}\vec{F}_{\max}$, $\mathrm{d}\vec{l}$, $\vec{B}$ 三者相互垂直，成右手螺旋关系。

(3) 当电流元与磁感应强度方向为任意角度时受力大小

$$\mathrm{d}F = BI\mathrm{d}l\sin\theta$$



其中 θ 为 B 和 $I\mathrm{d}l$ 之间的夹角。若两者垂直 $\theta = \pi/2$，则 $\sin\theta$ 有最大值 1，$\mathrm{d}F = \mathrm{d}F_{max}$。

电流元在磁场中受力：

$$\boxed{\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}}$$

受力方向始终与 B 和 $I\mathrm{d}l$ 所在平面垂直

$\mathrm{d}\vec{F}$ **称为安培力，式子为安培公式。**

磁感应强度的单位： **特斯拉**

$$1\,\mathrm{T} = 1\,\mathrm{N/(A \cdot m)}$$

地球的南、北两极约为 6×10^{-5}T；

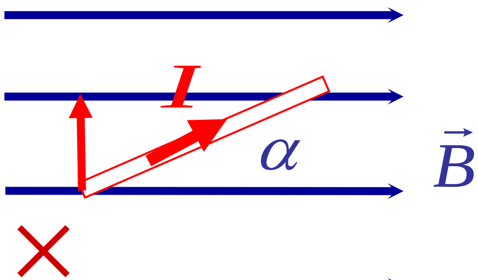
一般永磁体约 0.05~2T；

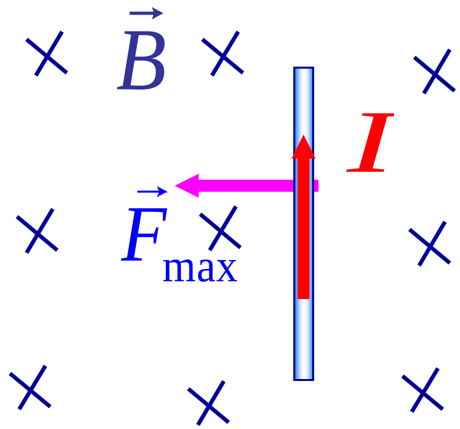
中子星磁场 10^{8}T ；

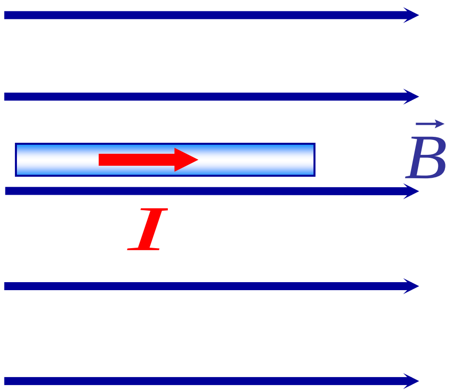
人体磁场 10^{-12}T；

目前利用超导材料已能取得 40T 的强磁场。

讨论： **匀强磁场中直线电流受的安培力**







先找出 I 与 B 垂直的分量

F 垂直纸面向内

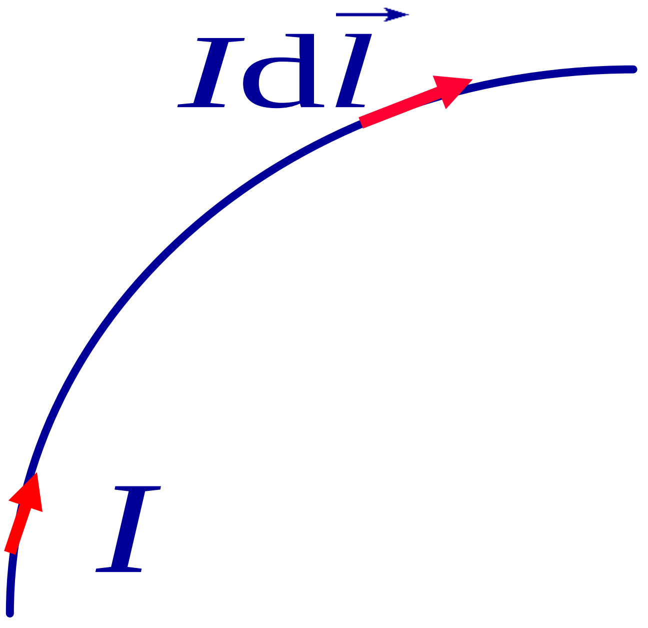
I 与 B 垂直、F 最大

I 与 B 平行、F 为零

§11-2 毕奥 — 萨伐尔定律

1. 毕奥—萨伐尔（Biot-Savart）定律

载流导线中的电流为I，导线半径比到观察点P的距离小得多，即为线电流。在线电流上取长为dl的定向线元，规定$\mathrm{d}\vec{l}$的方向与电流的方向相同，$I\,\mathrm{d}\vec{l}$为电流元。

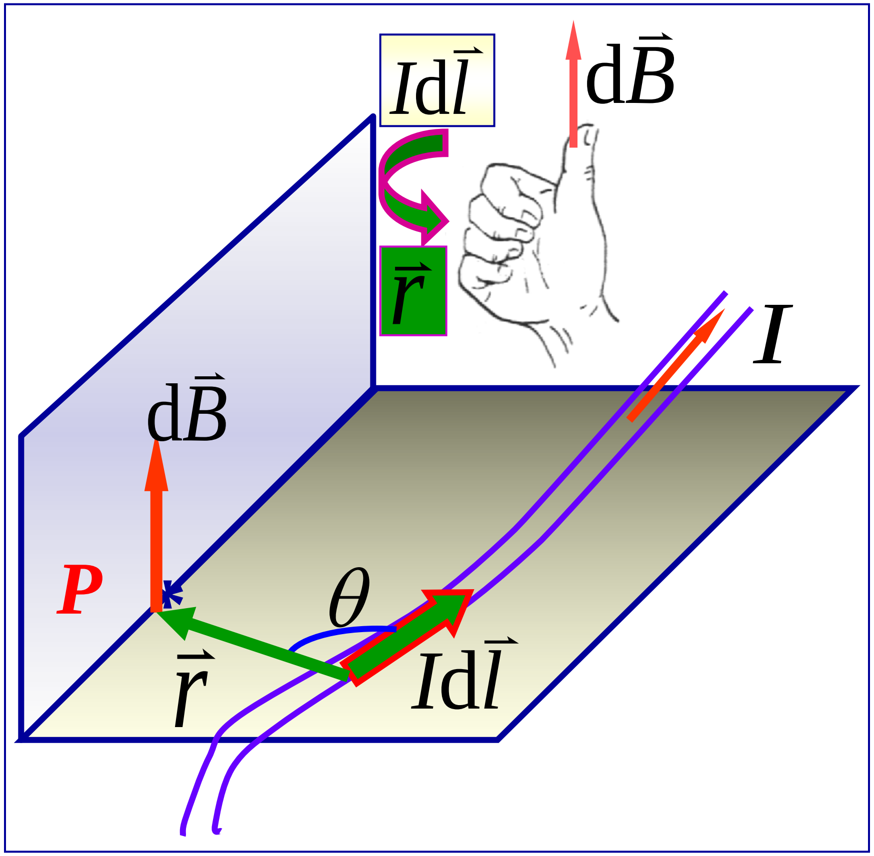


电流元在空间任一点P产生的磁场:

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}l\sin\theta}{r^2}$$

$$\boxed{\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}}$$

真空磁导率 $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\ \mathrm{N\cdot A^{-2}}$



- **任意载流导线在点 P 处的磁感强度**

磁感强度叠加原理 $\vec{B} = \int \mathrm{d}\vec{B} = \int \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$

磁感应强度的矢量式：

$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0 I\,\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi r^3}$$

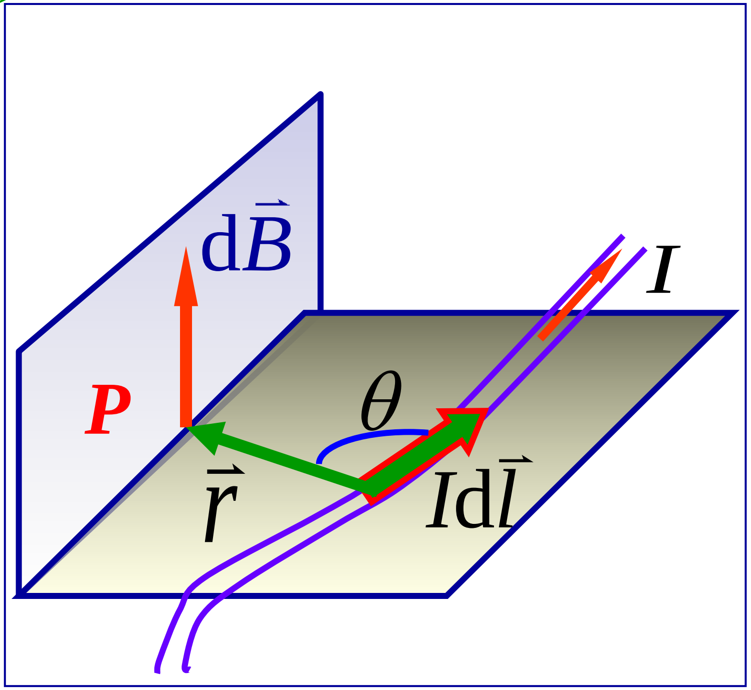
Biot-Savart定律的微分形式

P点的总磁感应强度

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_L \frac{I\,\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

Biot-Savart定律的积分形式

(矢量叠加)



库仑场强公式:

$$\mathrm{d}\vec{\mathbf{E}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathbf{d}q}{r^2}\vec{r}^{\,0}$$

毕奥 - 萨伐尔定律:

$$\mathrm{d}\vec{\mathbf{B}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathbf{d}\vec{\mathbf{l}}\times\vec{r}^{\,0}}{r^2}$$

对比记忆

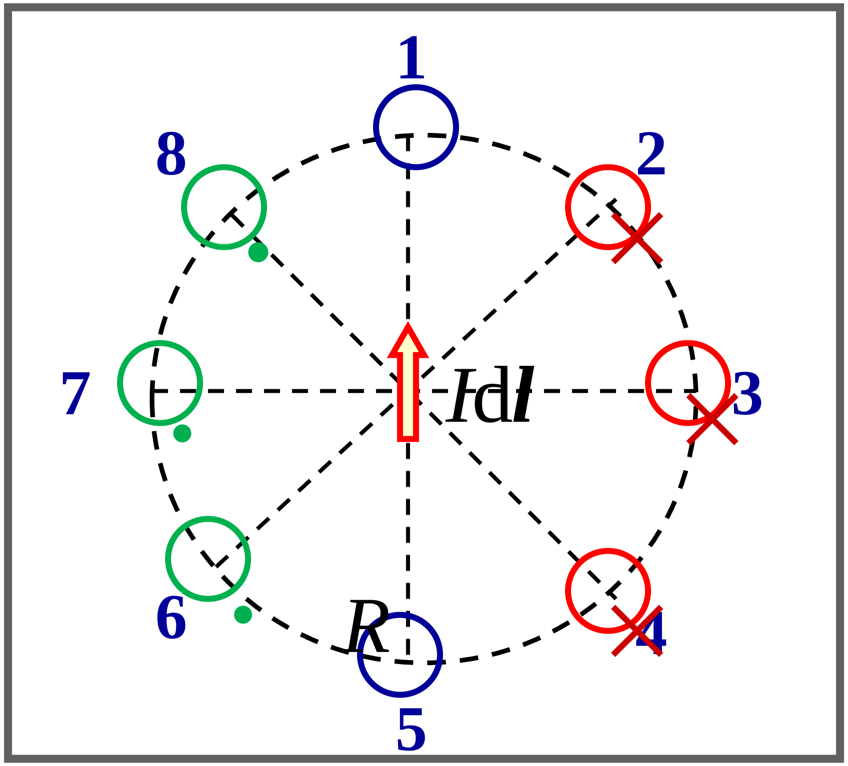
类似之处:

(1) 都是微元场源产生场的公式：电荷元、电流元。

(2) $\left|\mathrm{d}\boldsymbol{E}\right| \propto \dfrac{1}{r^2}, \quad \left|\mathrm{d}\boldsymbol{B}\right| \propto \dfrac{1}{r^2}$

(3) 都是计算 E 和 B 的基本公式。通过与叠加原理结合使用，原则上可以求解任意分布的电荷的静电场与任意形状的恒定电流的磁场。

思考：判断下列各点磁感强度的方向和大小



1、5 点： $dB = 0$

3、7 点： $dB = \dfrac{\mu_0 Idl}{4\pi R^2}$

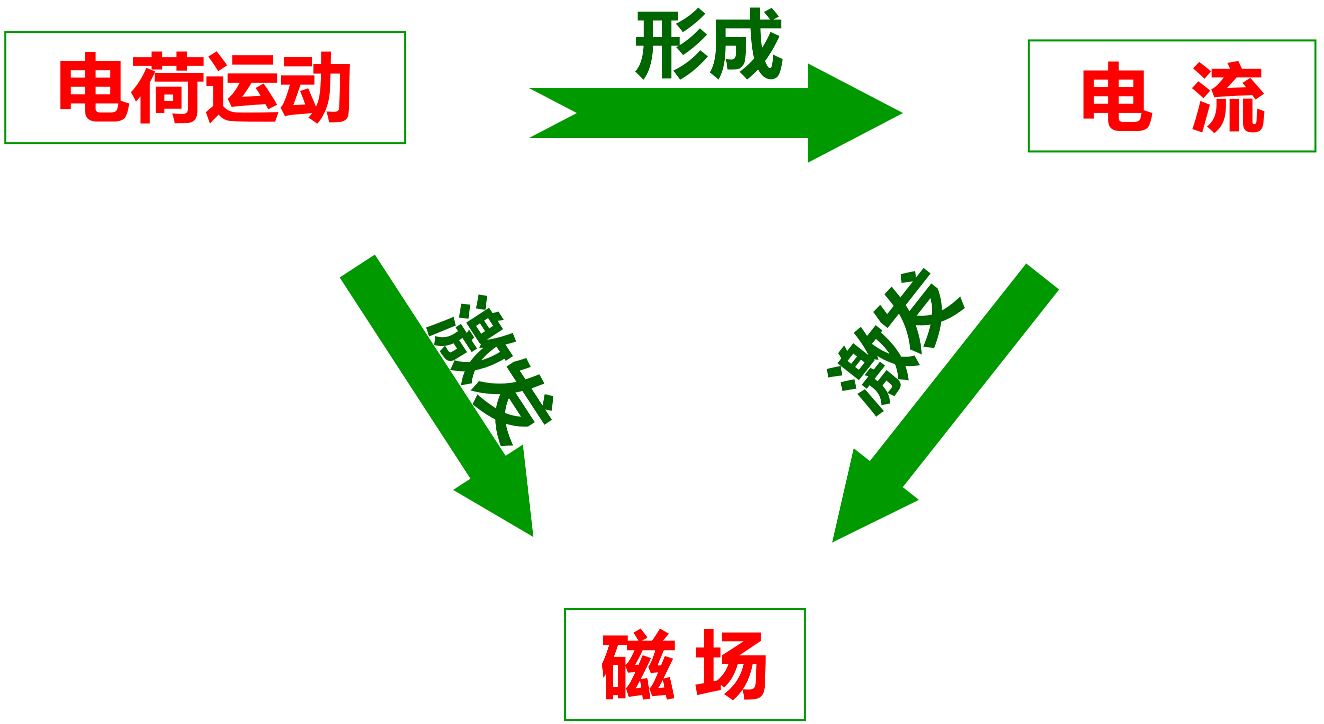
2、4、6、8 点：

$$dB = \frac{\mu_0 Idl}{4\pi R^2}\sin 45^0$$

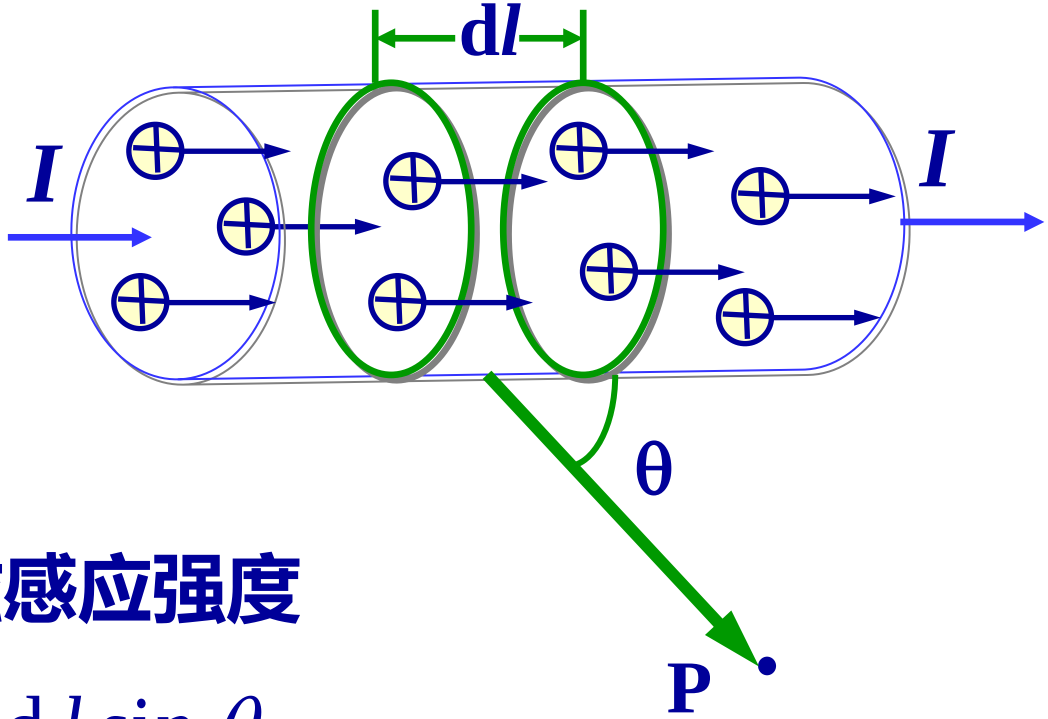
任意形状恒定电流的磁场

$$\vec{B} = \int_L d\vec{B} = \int_L \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\vec{r}^{\,0}}{r^2}$$

2. 运动电荷的磁场



设电流元 $Id\vec{l}$，横截面积S，单位体积内有n个定向运动的正电荷，每个电荷电量为q，定向速度为v。



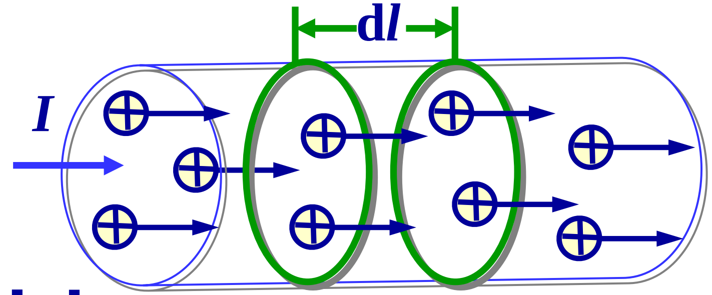
单位时间内通过横截面S的电量即为电流强度I:

$$I = qnvS$$

电流元在P点产生的磁感应强度

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{qnvS\,\mathrm{d}\,l\sin\theta}{r^2}$$

设电流元内共有d*N*个以速度*v*运动的带电粒子：



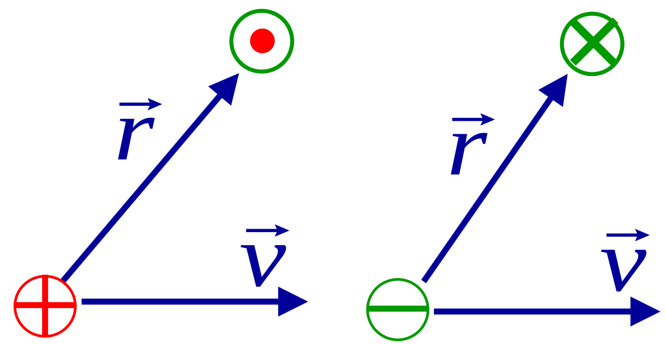
$$\mathrm{d}N = nS\,\mathrm{d}l$$

每个带电量为*q*的粒子以速度*v*通过电流元所在位置时，在P点产生的磁感应强度大小为：

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{qnvS\,\mathrm{d}l\sin\theta}{r^2}$$

$$B = \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}N} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{qv\sin\theta}{r^2}$$

其方向根据右手螺旋法则，$\vec{B}$垂直$\vec{v}$、$\vec{r}$组成的平面。*q*为正，$\vec{B}$与$\vec{v}\times\vec{r}$同向；*q*为负，$\vec{B}$与$\vec{v}\times\vec{r}$的方向相反。



$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\vec{r}}{r^3}$$

毕奥—萨伐尔定律的应用

利用毕-萨定律计算磁感应强度的基本方法：

(1) 取电流元 $Id\vec{l}$，并标出 $\vec{r}$，以及两者夹角 θ；

(2) 写出dB 大小，判断并标明dB方向；

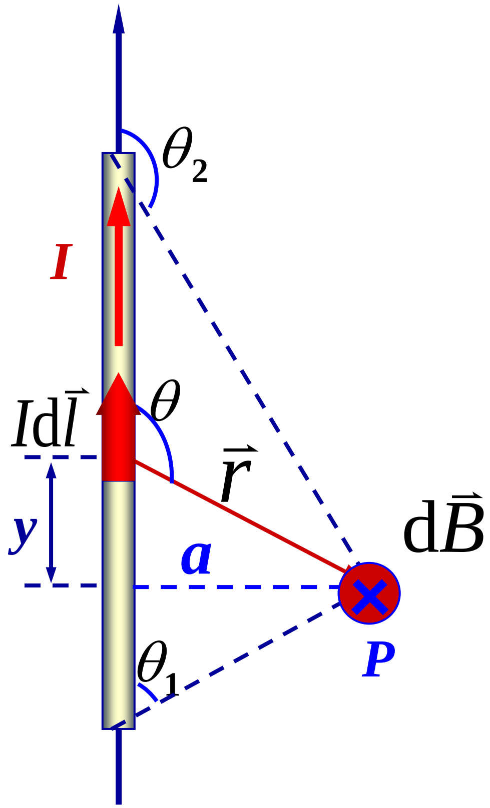
(3) 分析各个dB方向，将 dB 在坐标系中分解；

(4) 对 dB 积分求 $B=\int \mathrm{d}B$

$$B_x=\int_L \mathrm{d}B_x,\quad B_y=\int_L \mathrm{d}B_y,\quad B_z=\int_L \mathrm{d}B_z$$

矢量合成： $\vec{\mathbf{B}}=B_x\vec{\mathbf{i}}+B_y\vec{\mathbf{j}}+B_z\vec{\mathbf{k}}$

例： 求距离载流直导线为 *a* 处一点 *P* 的磁感应强度。



解：

$$I d\vec{l} \times \vec{r}_0 = I dy \sin\theta$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dy \sin\theta}{r^2}$$

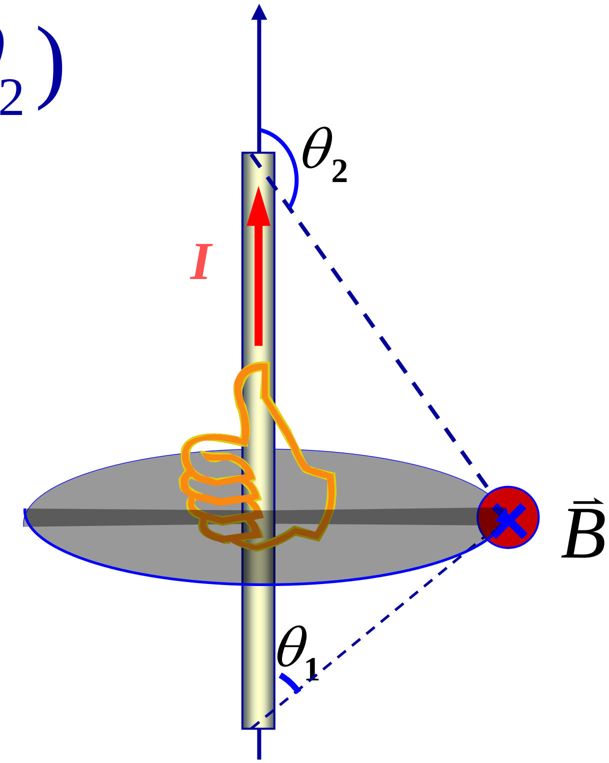
$$r = \frac{a}{\sin(\pi - \theta)} = a \csc\theta$$

$$y = a\cot(\pi - \theta) = -a\cot\theta \qquad dy = a\csc^2\theta \, d\theta$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta \, d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\cos\theta_1 - \cos\theta_2\right)$$

讨论

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$$



(1) 无限长直导线 $\theta_1\to 0,\ \theta_2\to\pi$

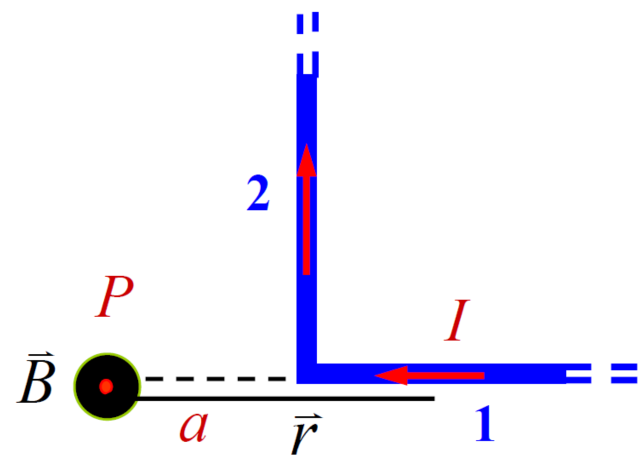
$$\boxed{B=\frac{\mu_0 I}{2\pi a}}$$

方向：右螺旋法则

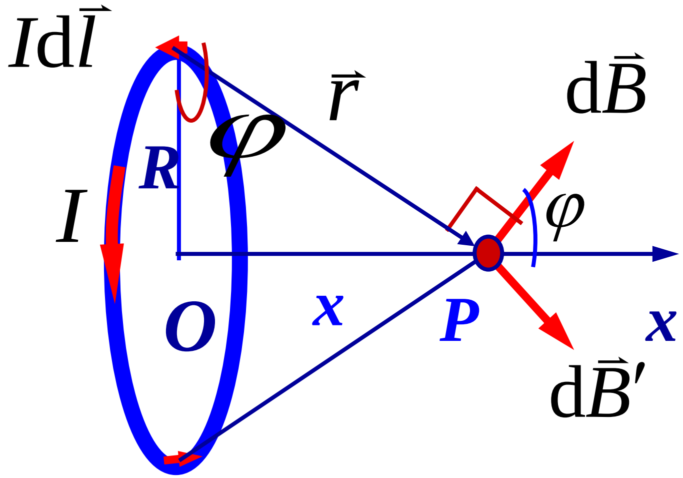
(2) 导线半无限长，场点与一端的连线垂直于导线

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}$$

(3) P点位于导线延长线上，$B=0$



例： 求半径为 *R*，电流为 I 圆线圈，轴线上一点 *P* 的磁感应强度。



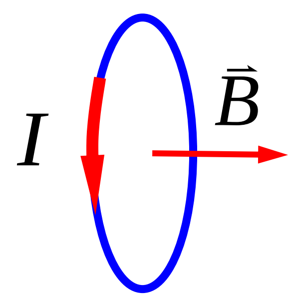
解：

$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}l}{r^2}\sin 90^\circ=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}l}{r^2}$$

根据对称性 $B_\perp=0$

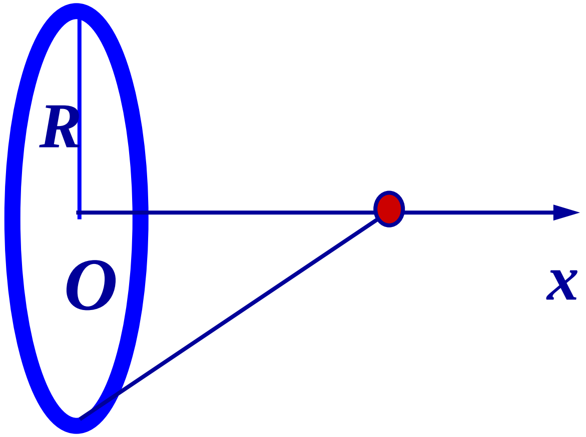
$$B=\int \mathrm{d}B_x=\int \mathrm{d}B\cos\varphi=\int\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}l}{r^2}\cos\varphi$$

$$=\frac{\mu_0 I}{4\pi r^2}\cos\varphi\oint \mathrm{d}l=\frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}$$



方向满足右手定则。

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}$$



讨论

(1) $x >> R$

$$B \approx \frac{\mu_0 I R^2}{2x^3} = \frac{\mu_0 I S}{2\pi x^3}$$

$$S = \pi R^2$$

(2) $x = 0$ 载流圆线圈的圆心处

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2R}}$$

N 匝圆线圈

$$B = \frac{\mu_0 (NI)}{2R}$$

(3) 一段圆弧在圆心处产生的磁场

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} \cdot \frac{\varphi}{2\pi} \rightarrow \boxed{B = \frac{\mu_0 I \varphi}{4\pi R}}$$