

第二章

电磁感应 电磁场理论

中国矿业大学北京理学院

法拉第简介

(Michael Faraday, 1791-1867)



1. 生平

法拉第于1791年出生在英国伦敦附近的一个小村里，父亲是铁匠，自幼家境贫寒，无钱上学读书。13岁时到一家书店里当报童，次年转为装订学徒工。在学徒工期间，法拉第除工作外，利用书店的条件，在业余时间贪婪地阅读了许多科学著作，例如《化学对话》、《大英百科全书》的《电学》条目等，这些著作开拓了他的视野，激发了他对科学的浓厚兴趣。

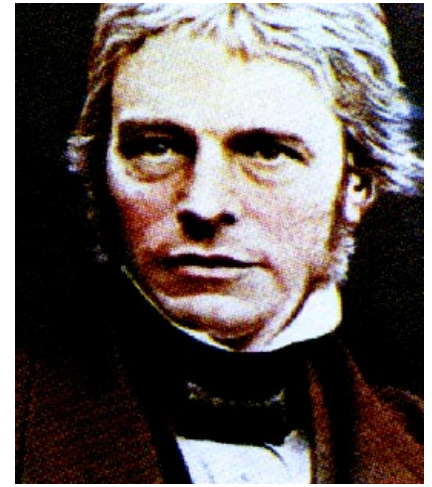
1812年，学徒期满，法拉第打算专门从事科学研究。次年，经著名化学家戴维推荐，法拉第到皇家研究院实验室当助理研究员。这年底，作为助手和仆人，他随戴维到欧洲大陆考察漫游，结识了不少知名科学家。1815年春回到伦敦后，在戴维的支持和指导下作了好多化学方面的研究工作。1821年开始担任实验室主任。经过十年的实验研究（中间曾因研究合金和光学玻璃等而中断过），在1831年，他终于发现了电磁感应现象。1867年8月25日，他坐在书房的椅子上安详地离开了人世。遵照他的遗言，在他的墓碑上只刻了名字和生死年月。

电流→磁场， 磁场→电流？

**在恒定电流的磁场中， 导线中无电流
——法拉第感到迷惑。**

经过失败和挫折(1822—1831)， 法拉第终于发现： 感应电流与原电流的变化有关， 而与原电流本身无关。

电磁感应现象揭示了电与磁之间的联系和转化， 为人类获取电能开辟了道路， 引起了一场重大的工业和技术革命。

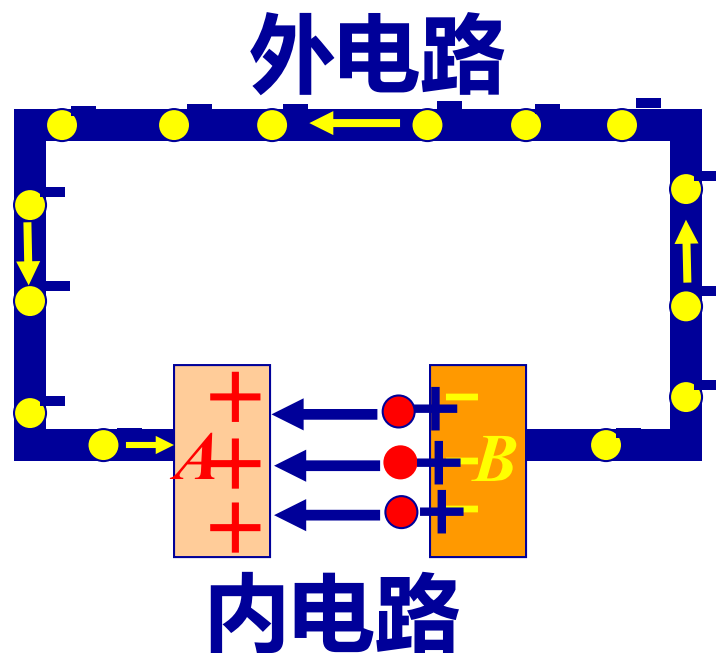


Michael
Faraday,
1791-1867
乾隆56年---同
治6年

§ 12-1 电磁感应的基本规律

1. 电源的电动势

(1) 非静电力



电源——提供非静电力的一种装置。

它把其他形式的能量转化成电能。

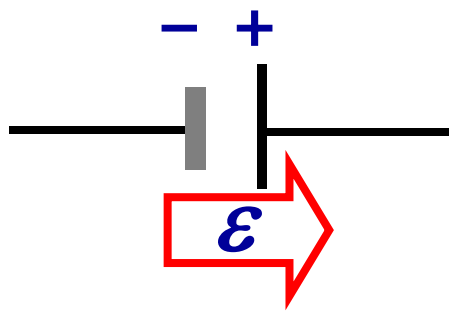
(2) 电源电动势

电源迫使正电荷 dq 从负极经电源内部移动到正极所做的功为 dA ，
电源的**电动势**为：

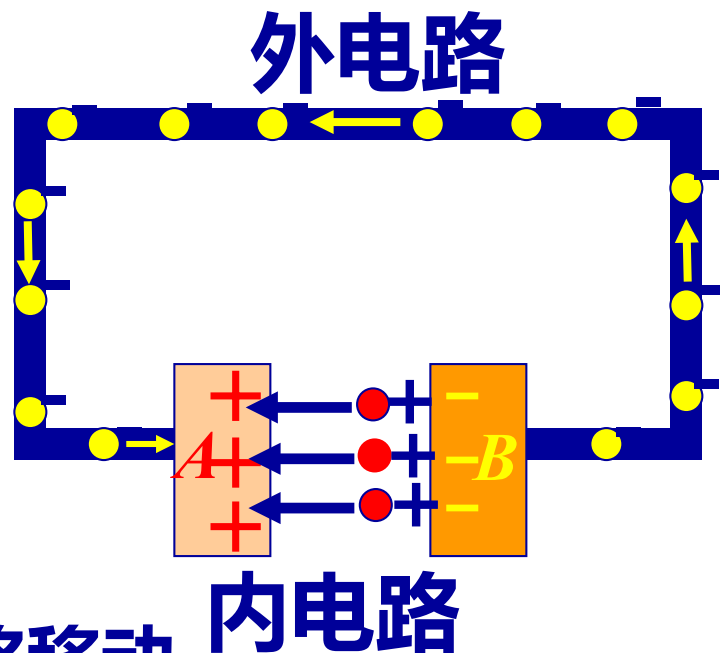
$$\varepsilon = \frac{dA}{dq}$$

等于把单位正电荷从负极经内电路移动到正极时所做的功，单位为伏特。单位： J/C ，即V

★**正方向规定**：自负极经内电路指向正极。



哪一端电势高？



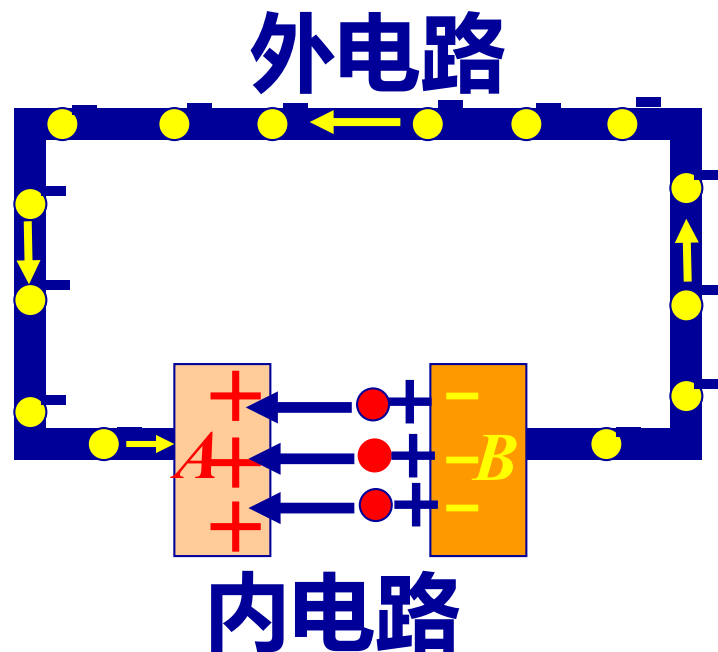
(3) 引入非静电场强:

$$\vec{E}_k = \frac{\vec{F}_K}{q}$$

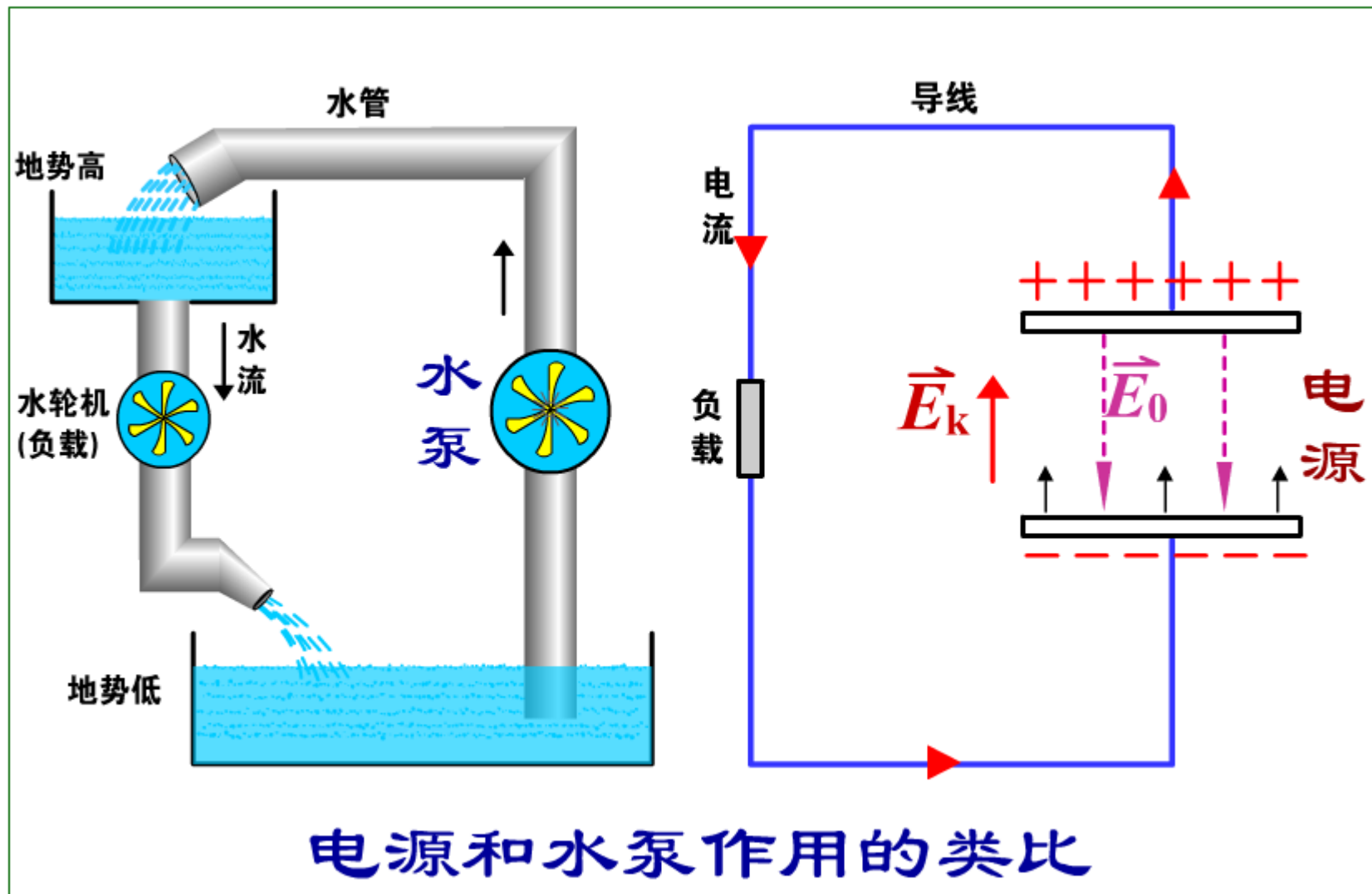
由电源电动势定义, 得:

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \frac{A}{q} = \frac{\int_B^A \vec{F}_K \cdot d\vec{l}}{q} \\ &= \frac{q \int_B^A \vec{E}_k \cdot d\vec{l}}{q} = \int_B^A \vec{E}_k \cdot d\vec{l}\end{aligned}$$

电源电动势, 等于非静电场强沿着从负极经内电路到正的路径积分。



电源的电动势



关于电动势的说明：

- (1)反映电源做功能力，与外电路无关。
- (2)有方向的标量，规定其方向为电源内部负极指向正极。

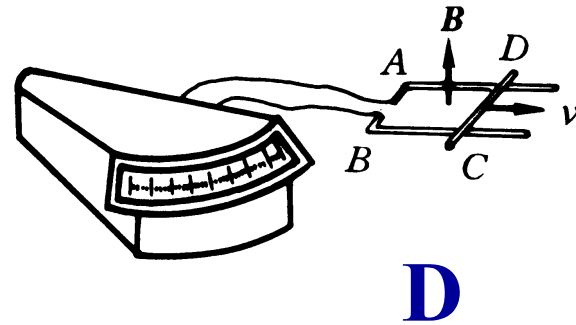
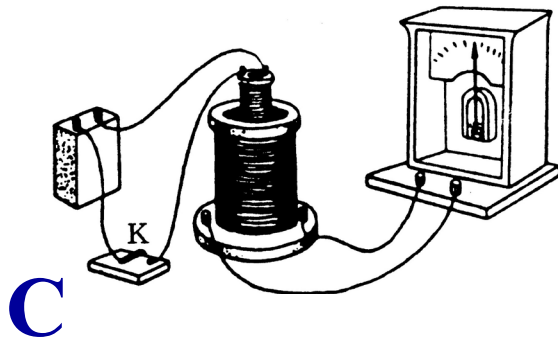
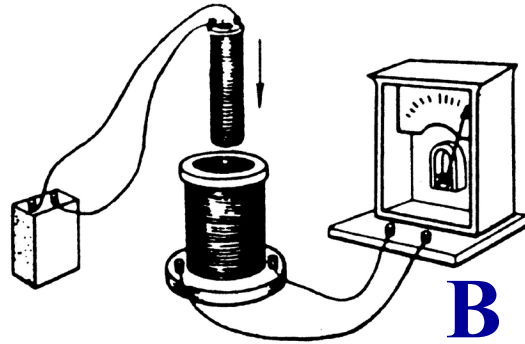
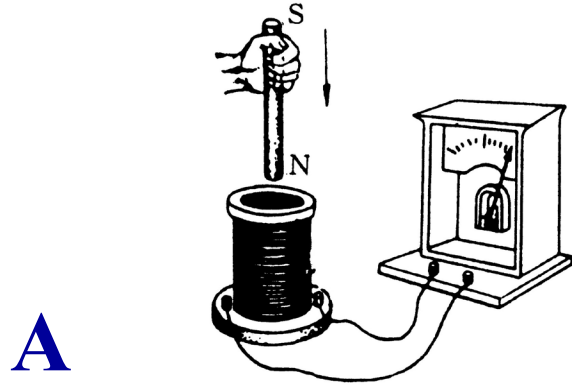
从场的观点来看：非静电力对应非静电场 E_k 。非静电场把单位正电荷从负极B经电源内部移到正极A做功为

$$\mathcal{E} = \int_B^A \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$

电源外部回路 $E_k = 0$ ，非静电场场强沿整个闭合回路的环流等于电源电动势，即

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$

1831年法拉第总结出以下五种情况都可产生感应电流：**在磁场中运动着的导体 (D)**，**变化着的电流 (C)**，**运动着的恒定电流 (B)**，**变化着的磁场 (A)**，**运动着的磁铁 (A)**。



当穿过一个闭合导体回路所包围的面积内的磁通量发生变化时（不论这种变化是由什么原因引起的），在导体回路中就有电流产生。这种现象称为**电磁感应现象**。

回路中所产生的电流称为**感应电流**。

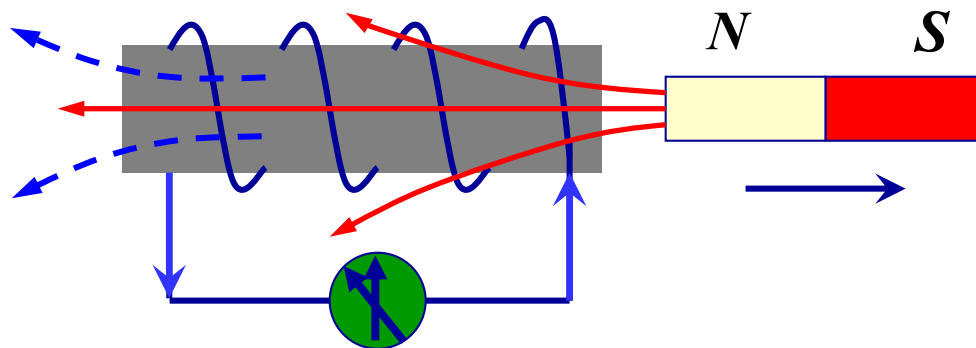
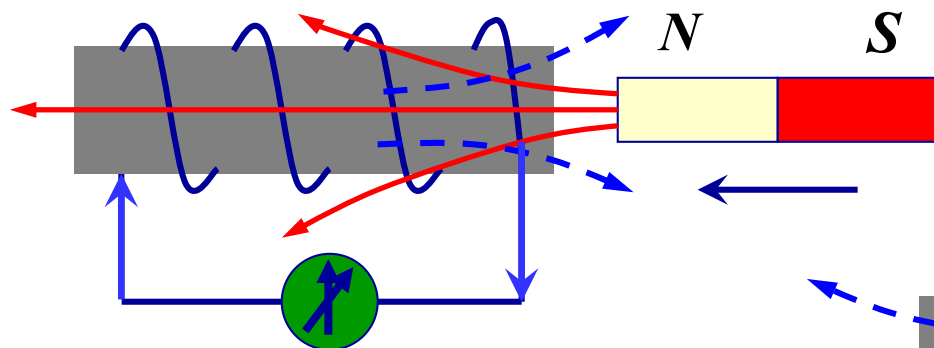
相应的电动势则称为**感应电动势**。

楞次定律

判断感应电流方向的楞次定律：闭合回路中产生的感应电流具有确定的方向，它总是使感应电流所产生的通过回路面积的磁通量，去补偿或者反抗引起感应电流的磁通量的变化。



楞次

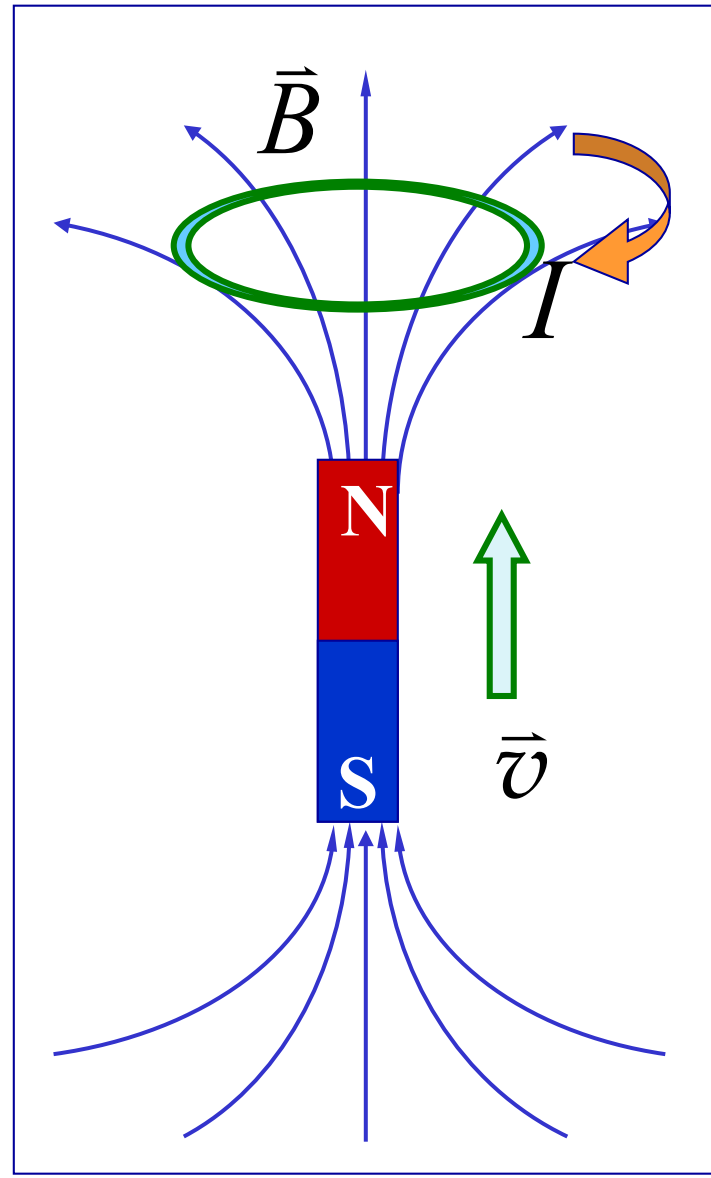
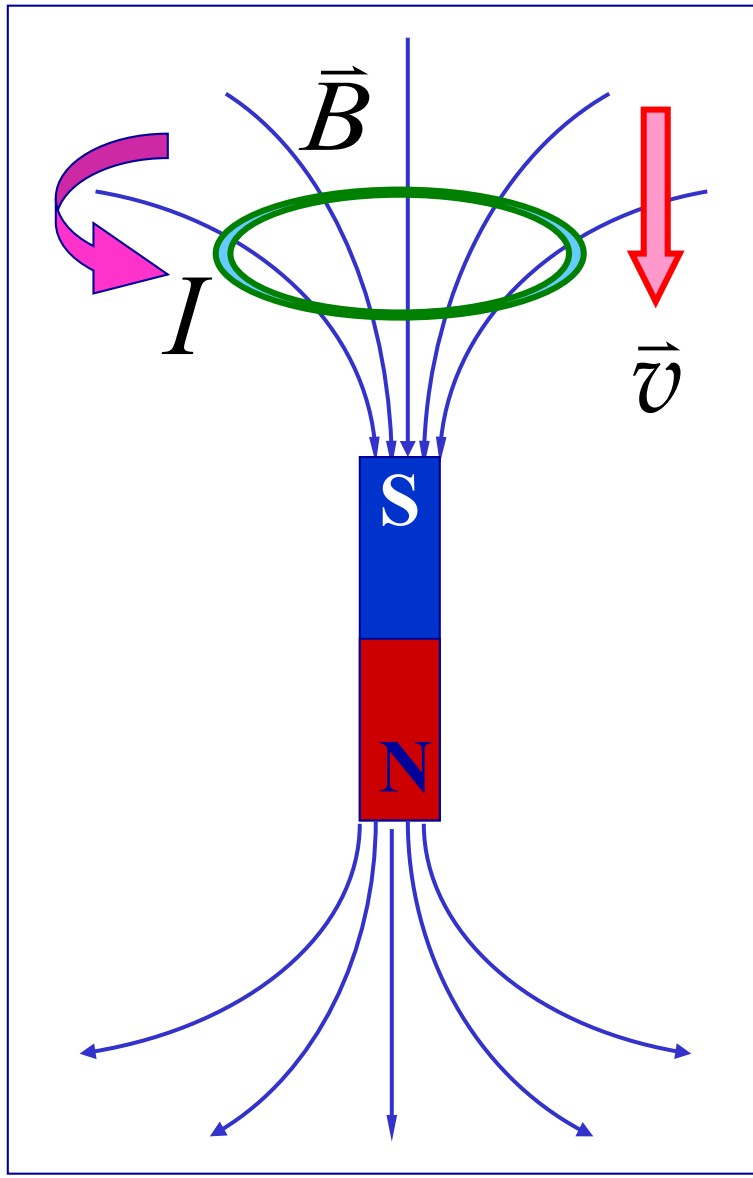


注意:

(1) 感应电流所产生的磁通量要阻碍的是磁通量的变化，而不是磁通量本身。

(2) 阻碍并不意味着抵消。如果磁通量的变化完全被抵消了，则感应电流也就不存在了。

用楞次定律判断感应电流方向



2. 法拉第电磁感应定律

通过回路所包围面积的磁通量发生变化时，回路中产生的感应电动势 ε_i 与磁通量 Φ 对时间的变化率成正比。

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi}{dt}$$

负号 “ - ” :

反映感应电动势的方向；与楞次定律一致。

$d\Phi/dt$: ε_i 正比于磁通量变化快慢。

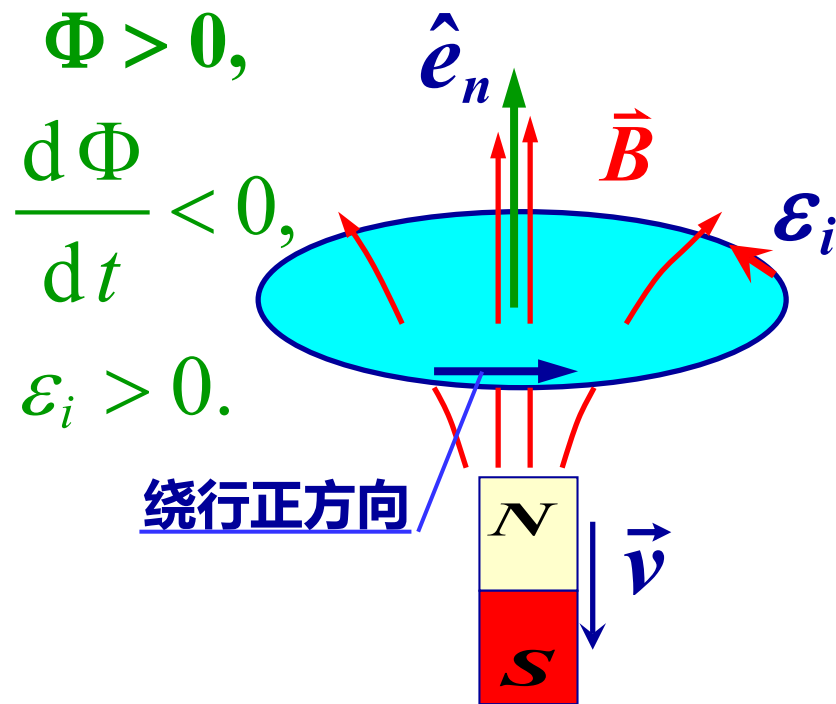
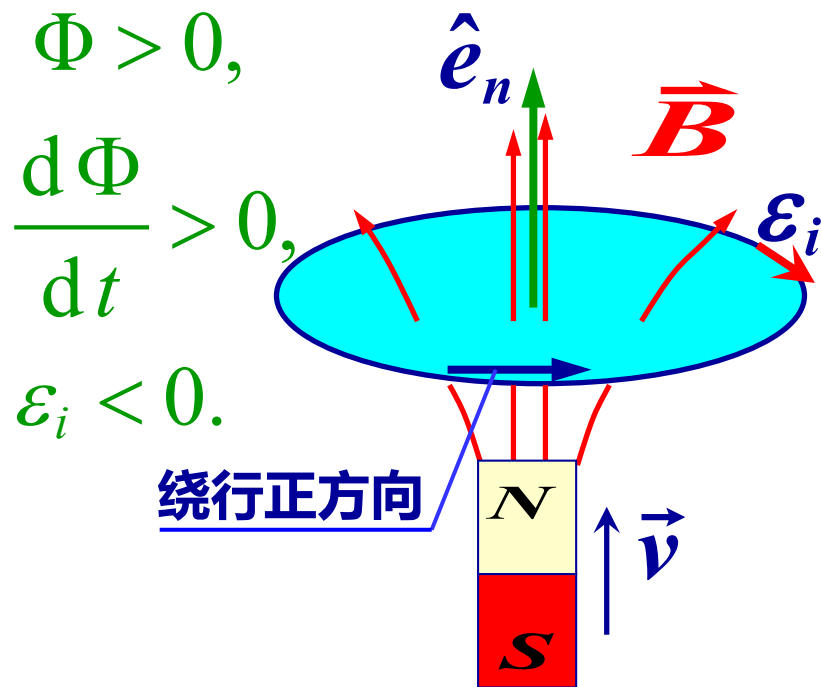
讨论: **A**, 利用定律判定电动势方向: $\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}$

(1) 首先确定一个正绕行方向和正法线方向 \hat{e}_n ;

(2) 确定磁通量的正负;

(3) 确定 $d\Phi/dt$ 的正负;

(4) 确定电动势 ε_i 的方向。



B, 若回路由N匝导线串联而成:

感应电动势为:

$$\varepsilon_i = -\underline{N} \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(N\Phi)}{dt} = -\frac{d\Psi}{dt}.$$

其中, $\Psi = N\Phi$, **磁链数 (或全磁通)**

表示通过N匝线圈的总磁通量。

C, 通过回路导体任一截面的感应电量:

设闭合导体回路的总电阻为 R ,

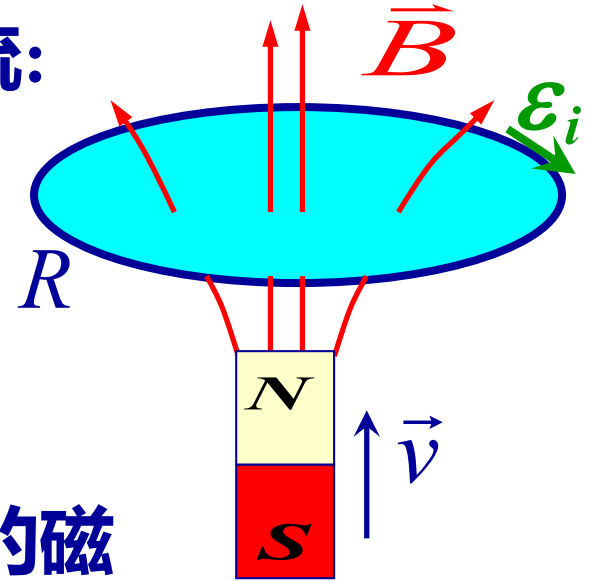
由全电路欧姆定律, 回路中的感应电流:

$$I_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = -\frac{1}{R} \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\therefore dq_i = I_i dt = -\frac{1}{R} d\Phi.$$

设在 t_1 到 t_2 时间内, 通过闭合导体回路的磁通量由 Φ_1 变到 Φ_2 ,

$$\therefore \underline{q_i} = \int_{t_1}^{t_2} I_i dt = -\frac{1}{R} \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi = \frac{1}{R} (\underline{\Phi_1 - \Phi_2}).$$



感应电流与回路中磁通量随时间的变化率有关;

感应电荷只与回路中磁通量的变化量有关。

例题： 矩形框导体的一边 ab 可以平行滑动，长为 l 。
整个矩形回路放在磁感强度为 B 、方向与其平面垂直
的均匀磁场中，如图。

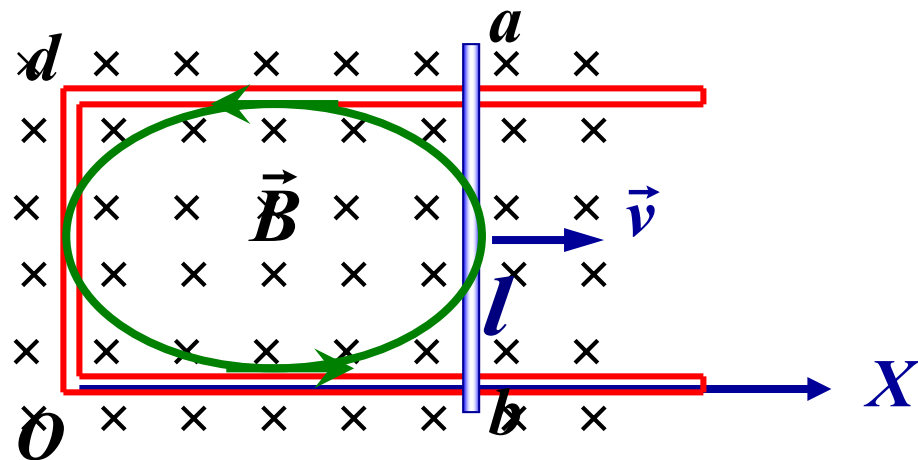
**若导线 ab 以恒定速率 v 向右运动，求闭合回路的感应
电动势。**

解： 建立如图所示坐标轴。

**设 t 时刻 ab 的坐标为 x ，取
逆时针方向为回路的正绕
行正方向，**

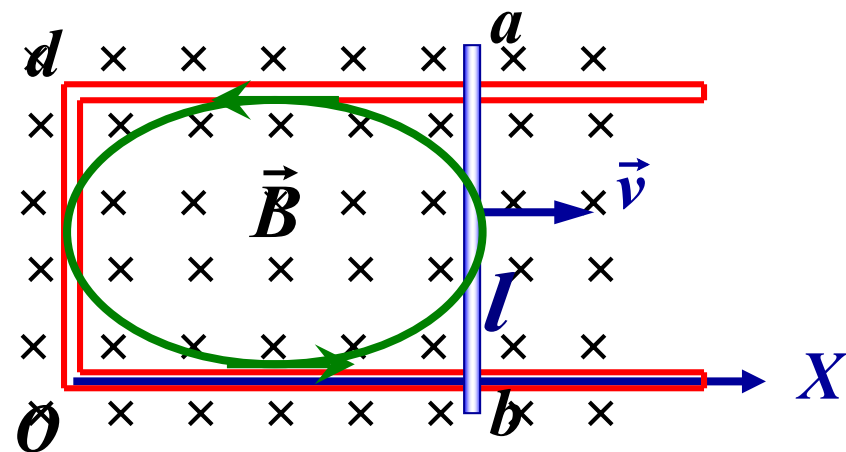
t 时刻穿过回路的磁通量为：

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = -B \cdot lx$$



$$\Phi = -B \cdot lx$$

当导线匀速向右时，穿过回路的磁通量发生变化，回路感应电动势为：



$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = +Bl \frac{dx}{dt} = +Blv$$

正号表示：感应电动势的方向与回路的正方向一致，即沿逆时针方向。

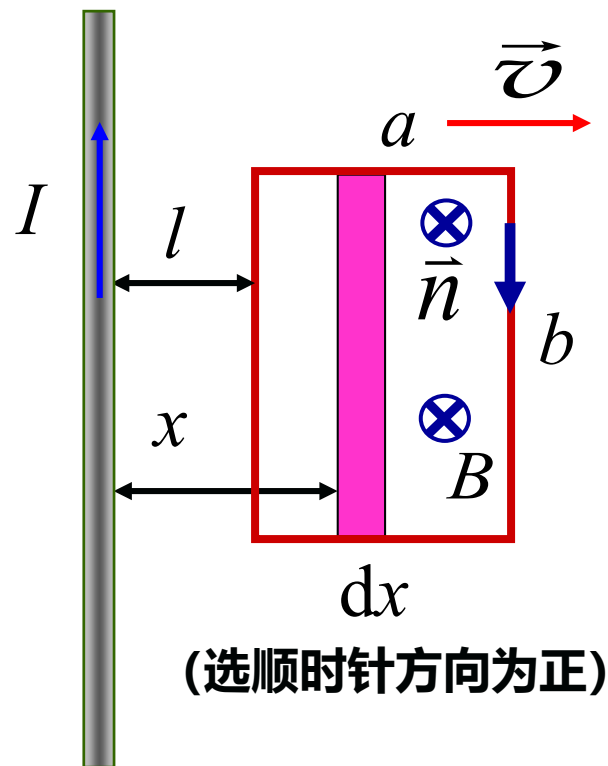
也可不选定回路绕行方向，而是根据楞次定律判断感应电动势的方向。

例题： 在无限长直载流导线的磁场中, 有一运动的导体线框, 导体线框与载流导线共面。

求： 线框中的感应电动势。

解： 取面积元, 通过其磁通量为

$$\begin{aligned}d\Phi &= B dS = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} b dx \\ \Phi &= \int d\Phi = \int_l^{l+a} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} b dx \\ &= \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln\left(\frac{l+a}{l}\right)\end{aligned}$$

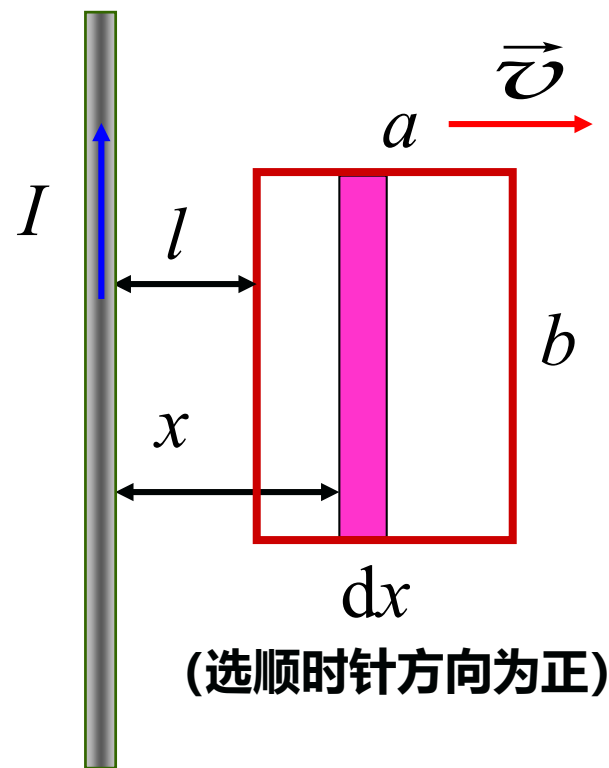


$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$= -\frac{\mu_0 Ib}{2\pi} \left[\frac{dl/dt}{l+a} - \frac{dl/dt}{l} \right]$$

$$= \frac{\mu_0 Iabv}{2\pi l(l+a)}$$

$$\Phi = \frac{\mu_0 Ib}{2\pi} \ln \left(\frac{l+a}{l} \right)$$

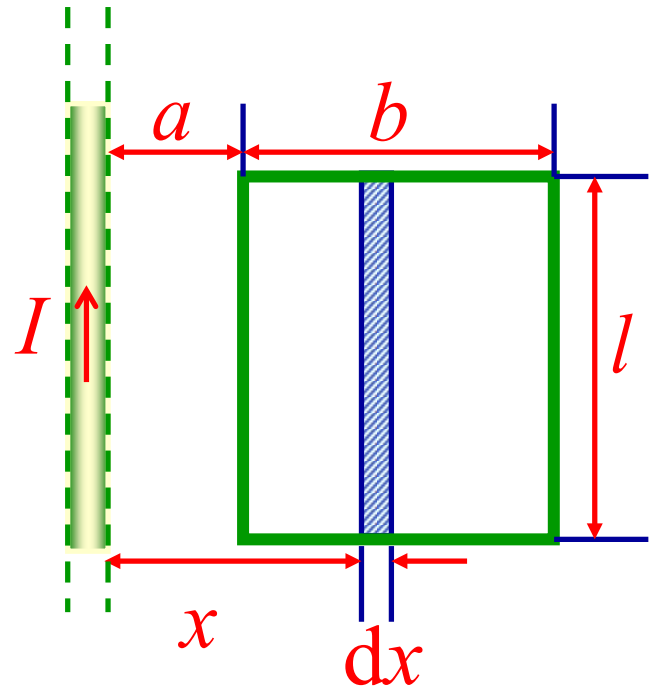


例题： 一长直导线中通有交变电流 $I = I_0 \sin \omega t$ ，式中 I 表示瞬时电流， I_0 是电流振幅， ω 是角频率， I_0 和 ω 都是常量。在长直导线旁平行放置一矩形线圈，线圈平面与直导线在同一平面内。已知线圈长为 l ，宽为 b ，线圈近长直导线的一边离直导线距离为 a 。求任一瞬时线圈中的感应电动势。

解： 某一瞬间，距离直导线 x 处的磁感应强度为

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

选顺时针方向为矩形线圈的绕行正方向，则通过图中阴影部分的磁通量为



$$d\Phi = B \cos \theta dS = \frac{\mu_0 I l dx}{2\pi x}$$

在该瞬时 t ，通过整个线圈的磁通量为

$$\Phi = \int d\Phi = \int_a^{a+b} \frac{\mu_0 I l}{2\pi x} dx = \frac{\mu_0 I I_0 \sin \omega t}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a}$$

由于电流随时间变化，通过线圈的磁通量也随时间变化，故线圈内的感应电动势为

$$\begin{aligned} \varepsilon_i &= -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\mu_0 I I_0}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a} \frac{d}{dt} \sin \omega t \\ &= -\frac{\mu_0 I I_0 \omega}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a} \cos \omega t \end{aligned}$$

感应电动势随时间按余弦规律变化，其方向也随余弦值的正负作顺、逆时针转向的变化。

§ 12-2 动生电动势与感生电动势

感应电动势: $\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}$ $\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$

磁通 Φ 可按不同方式变化

磁场恒定、回路运动：动生电动势
磁场变化、回路静止：感生电动势

} 感应电动势

【思考】非静电力是什么？

动生电动势

1. 在磁场中运动的导线内的感应电动势

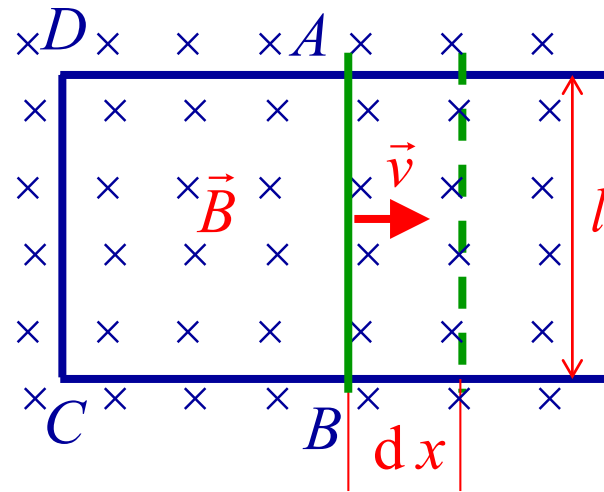
由于导体运动而产生的感应电动势，称为动生电动势。图中回路取顺时针绕向为正。

$$d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{S} = Bl dx$$

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

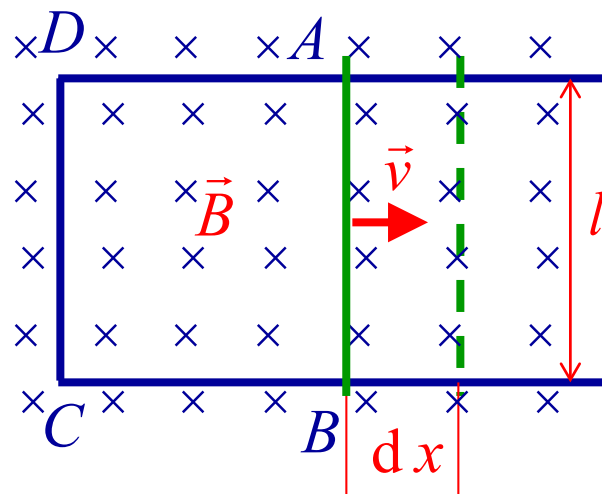
$$= -Bl \frac{dx}{dt}$$

$$= -Blv$$



当导线 AB 以速度 \vec{v} 向右运动时，导线内每个自由电子也就获得向右的定向速度 \vec{v} ，由于导线处在磁场中，自由电子受洛伦兹力 \vec{F} 为

$$\vec{F} = -e\vec{v} \times \vec{B}$$



若以 \vec{E}_k 表示非静电场强，则有 $-e\vec{E}_k = -e\vec{v} \times \vec{B}$

$$\vec{E}_k = \vec{v} \times \vec{B}$$

$$\mathcal{E}_i = \int_A^B \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = \int_A^B (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = -lvB$$

动生电动势的非静电力场来源 —— 洛伦兹力.

在一般情况下，磁场可以不均匀，导线在磁场中运动时各部分的速度也可以不同， \vec{v} 、 \vec{B} 和 $d\vec{l}$ 也可以不相互垂直，这时运动导线内总的动生电动势为

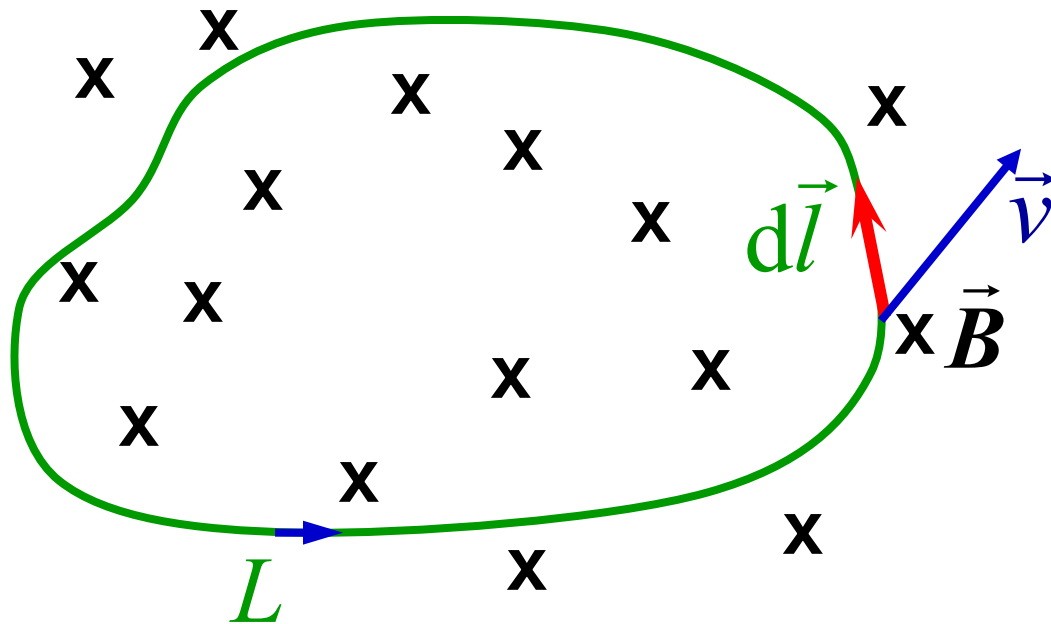
$$\varepsilon_i = \int_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

矢积 $\vec{v} \times \vec{B}$ 与 $d\vec{l}$ 成锐角时， ε_i 为正；成钝角时， ε_i 为负。

由上式算出的电动势有正负之分， ε_i 为正时，表示电动势方向顺着 $d\vec{l}$ 的方向； ε_i 为负时，则表示电动势的方向逆着 $d\vec{l}$ 的方向。

任意形状的导线回路 L ，在恒定磁场中运动或形变，回路中产生的动生电动势为：

$$\mathcal{E}_i = \oint_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$



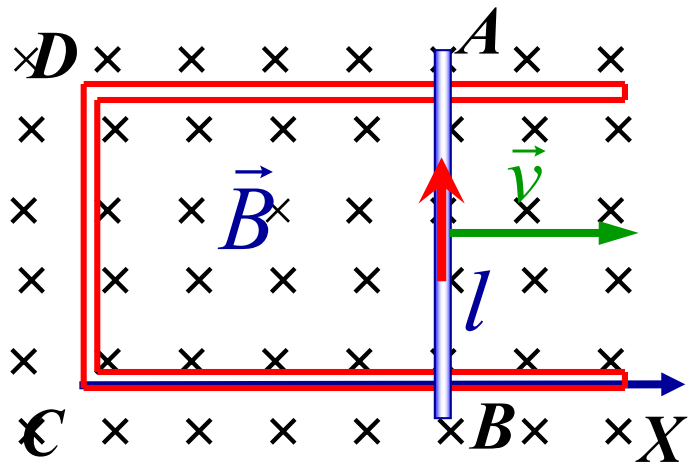
$$\varepsilon_i = \int_L \vec{v} \times \vec{B} \cdot d\vec{l}$$

复杂吗?

$$\vec{A} \times \vec{B} \cdot \vec{C} = \underline{(\vec{A} \times \vec{B})} \cdot \vec{C}$$

新矢量 \vec{D} $\left\{ \begin{array}{l} \text{大小: } AB \sin \theta, \\ \text{方向: 右手螺旋} \end{array} \right.$

$$\Rightarrow \vec{D} \cdot \vec{C}$$



$$\underline{(\vec{v} \times \vec{B})} \cdot \underline{d\vec{l}}$$