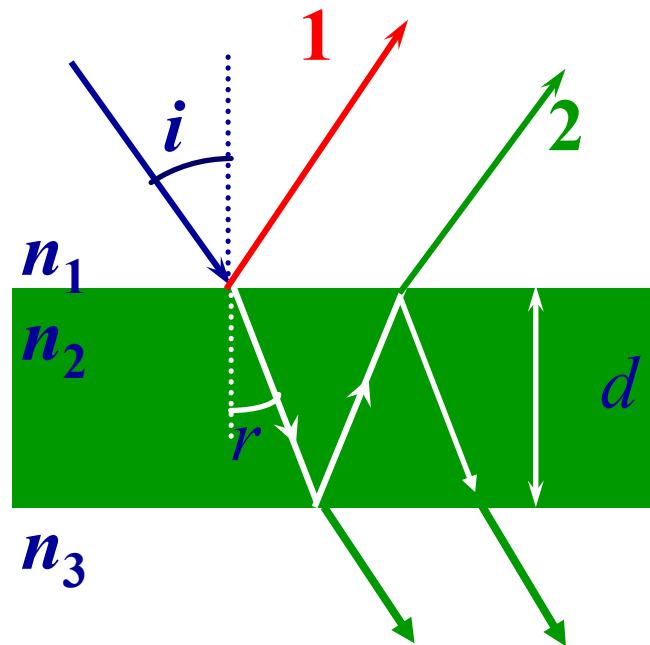


## § 13-5 薄膜干涉——等倾干涉

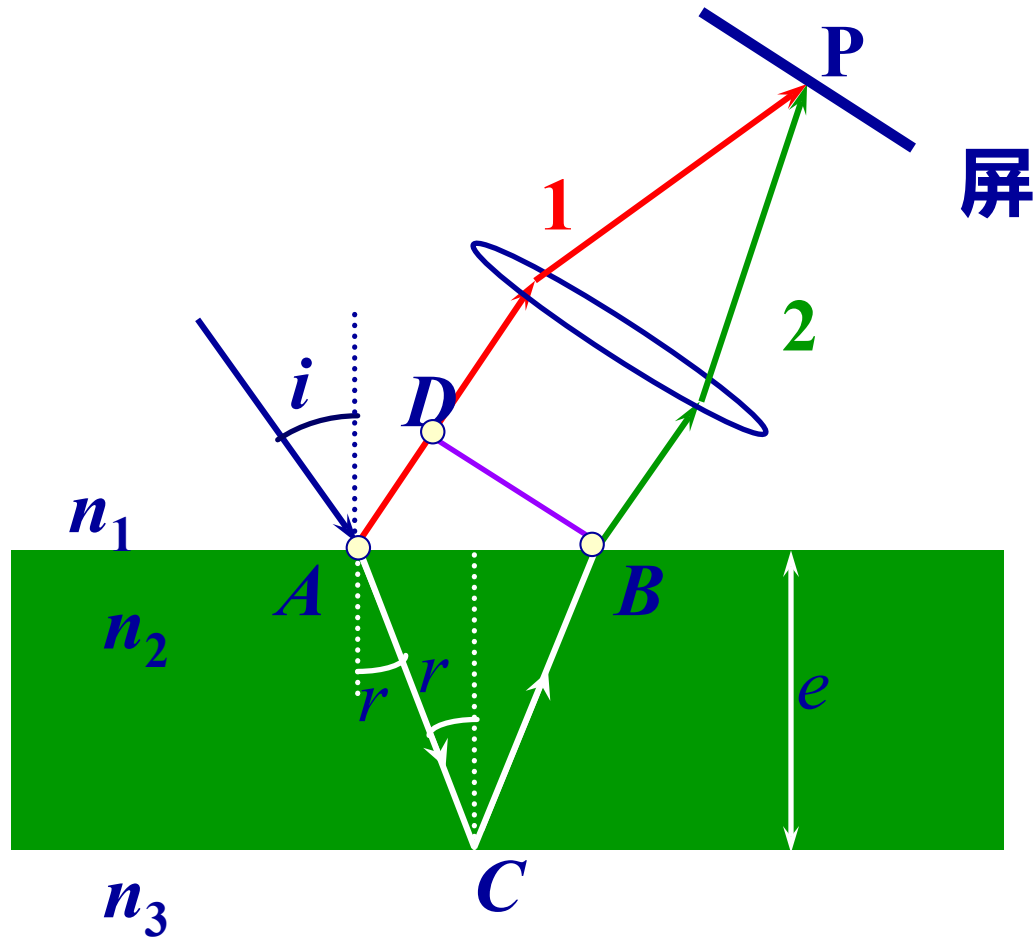
### 1、等倾干涉条纹

厚度均匀的薄膜在无穷远处，形成等倾干涉条纹。



## 1.1 光程差计算

两光线1, 2  
在焦平面上  
P点相交时的  
光程差?



$$\delta = n_2(\overline{AC} + \overline{CB}) - n_1 \overline{AD} + \underline{\underline{\delta'}} \quad \left( \delta' = \frac{\lambda}{2}, \text{ or } 0. \right)$$

$$\delta = n_2(\overline{AC} + \overline{CB}) - n_1 \overline{AD} + \underline{\underline{\delta'}}$$

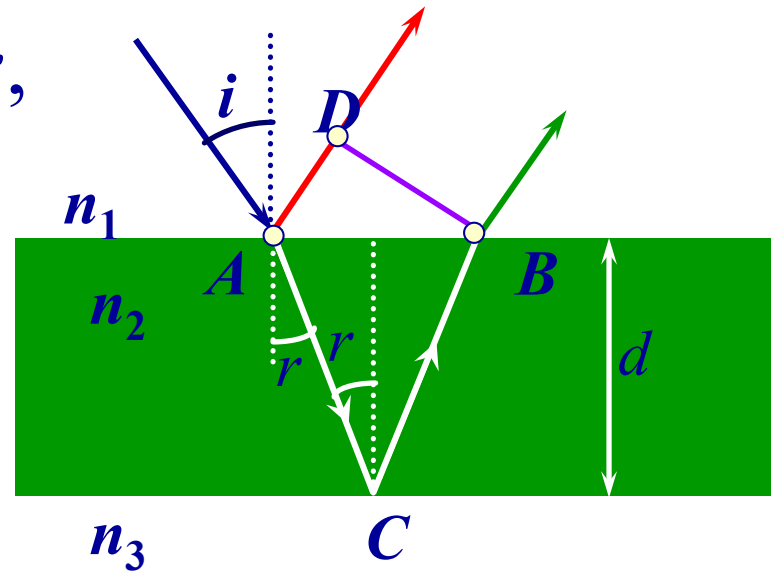
$$\overline{AC} = \overline{CB} = \frac{d}{\cos r}, \quad \overline{AD} = \overline{AB} \cdot \sin i = 2d \cdot \tan r \cdot \sin i$$

$$\therefore \delta = \frac{2n_2 d}{\cos r} - \frac{2n_1 d \cdot \sin r \cdot \sin i}{\cos r} + \delta'$$

考虑折射定律,  $n_1 \sin i = n_2 \sin r$ ,

得:  $\delta = 2n_2 d \cos r + \delta'$

或:  $\delta = 2d \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \delta'$



## 1) 明暗纹条件:

$$\delta = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \delta' = \delta(i)$$

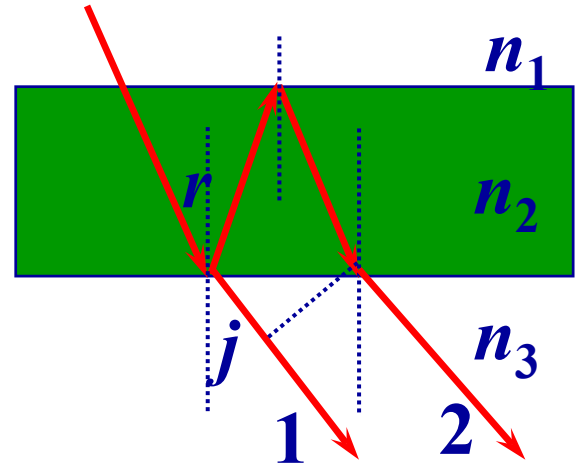
**明纹**  $\delta(i) = k\lambda, \quad k = 1, 2, 3, \dots$

**暗纹**  $\delta(i) = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$

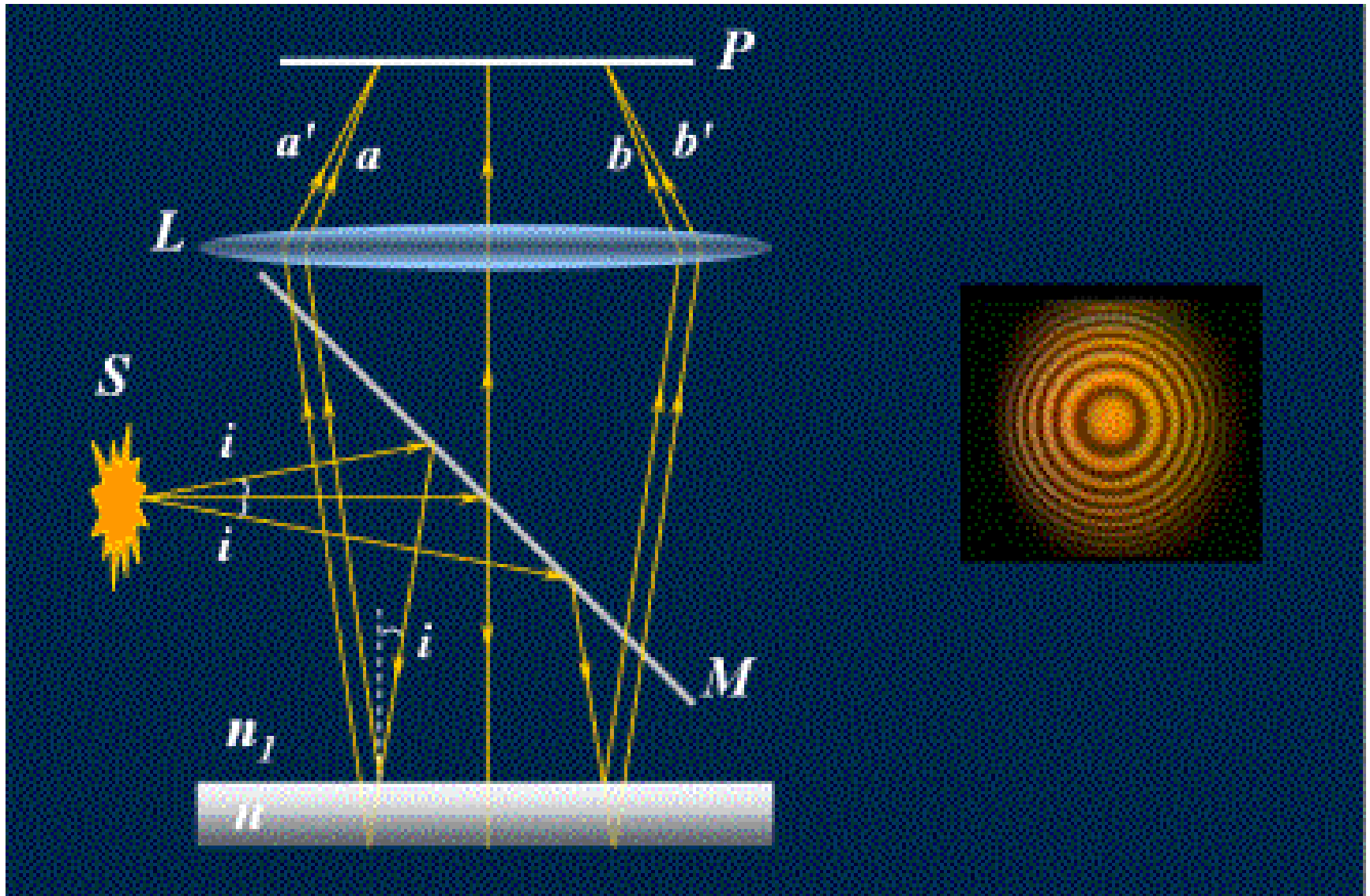
倾角  $i$  相同的光线对应同一条干涉条纹。

## 2) 两束透射光之间的光程差:

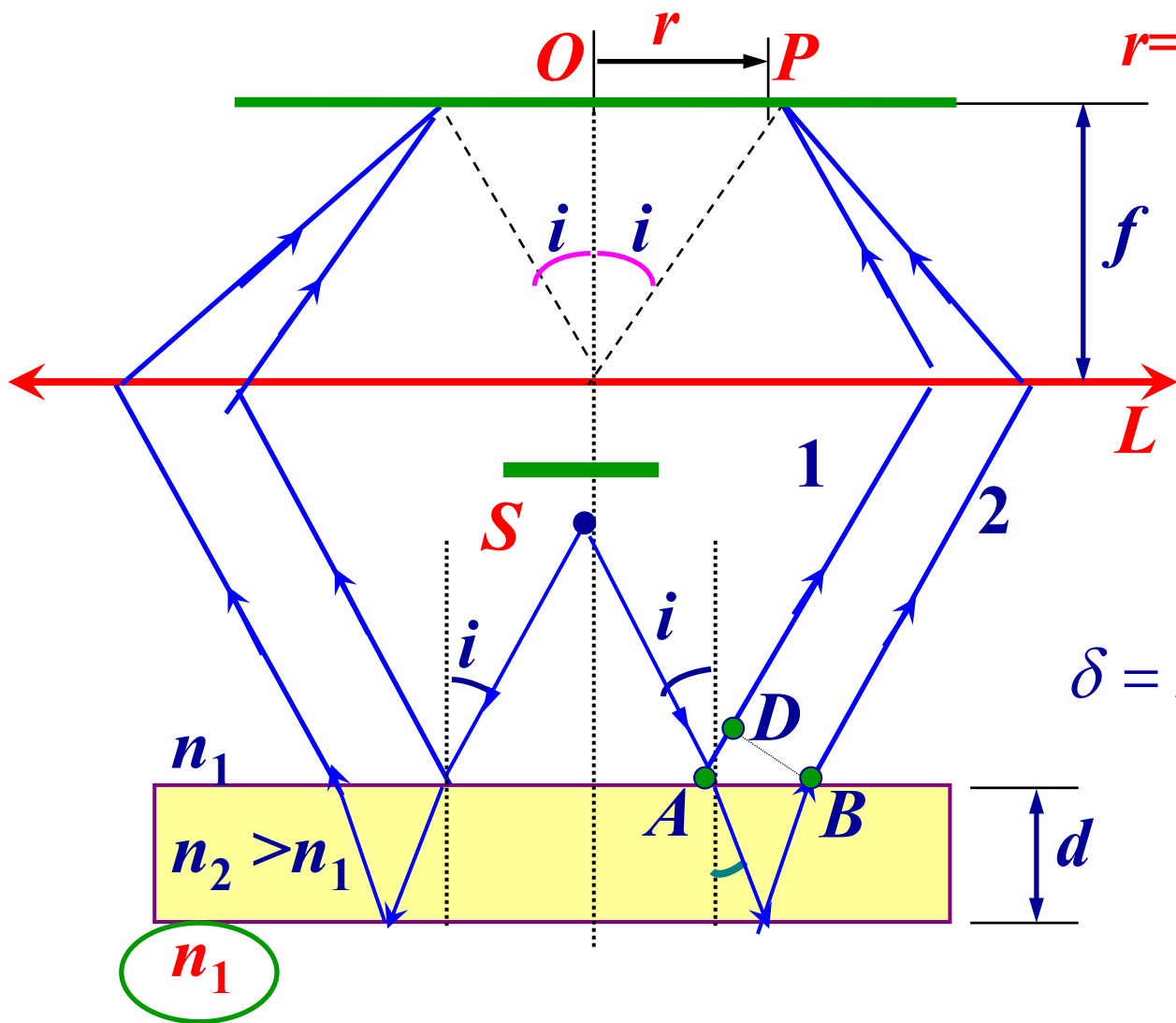
$$\begin{aligned}\delta &= 2n_2d \cos r + \delta' \\ &= 2e\sqrt{n_2^2 - n_3^2 \sin^2 j} + \delta'\end{aligned}$$



# 点光源照明时的等倾干涉



## 1.2 点光源照明时的干涉条纹


$$r = f \cdot \tan i$$

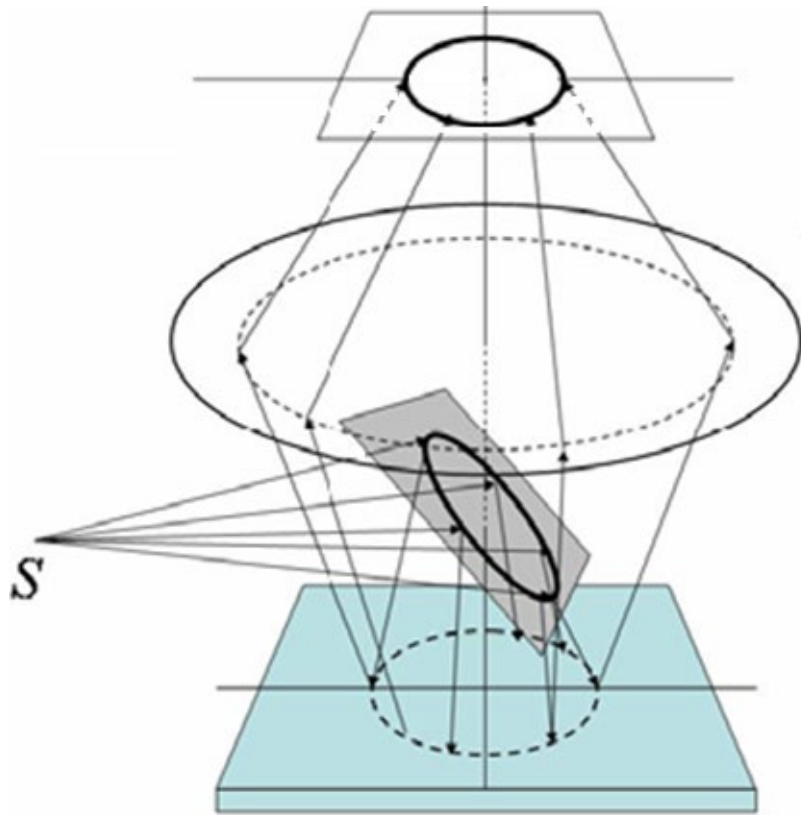
相同倾角的光线聚焦在同一圆上，不同倾角聚焦不同半径的圆。

$$\delta = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{\underline{\underline{2}}}$$

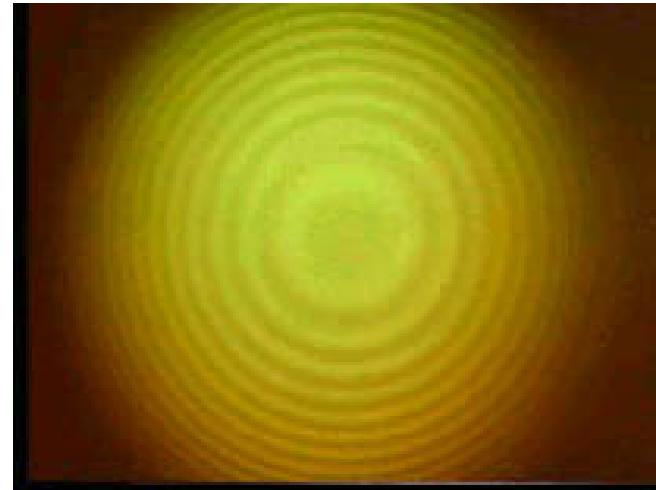
## 明 (暗) 条纹

$$\delta = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$$

$$\delta = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$$



$$r_{\text{环}} = f * \tan i$$



$$\delta = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \lambda / 2 = k\lambda$$

$$r_{\text{环}} = f * \tan i$$

## 等倾条纹特点:

- 形状: 一系列同心圆环

$$r_{\text{环 (明or暗)}} = f * \tan i_{\text{(明or暗)}}$$

- 条纹间隔分布: 内疏外密



- 条纹级次分布: 越靠近中心, 条纹级次 $k$ 越高。

- 波长对条纹的影响:  $k, d$  一定,  $\lambda^{\uparrow} \rightarrow i \downarrow \rightarrow r_k \downarrow$

- 膜厚变化时条纹的移动: 对于 $k$ 级条纹  $d^{\uparrow} \rightarrow i^{\uparrow} \rightarrow r_k^{\uparrow}$



## 2. 增透膜和增反射膜

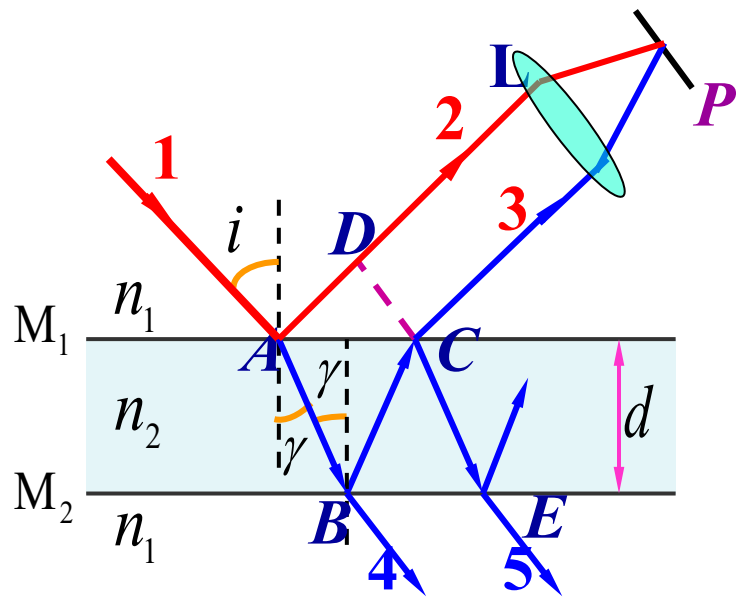
应用:

- 测定薄膜的厚度;
- 测定光的波长;
- 提高或降低光学器件的透射率——增透膜(增反膜)



**增透膜**-----利用薄膜上、下表面反射光(2,3)的光程差符合相消干涉条件来减少反射,从而使透射增强

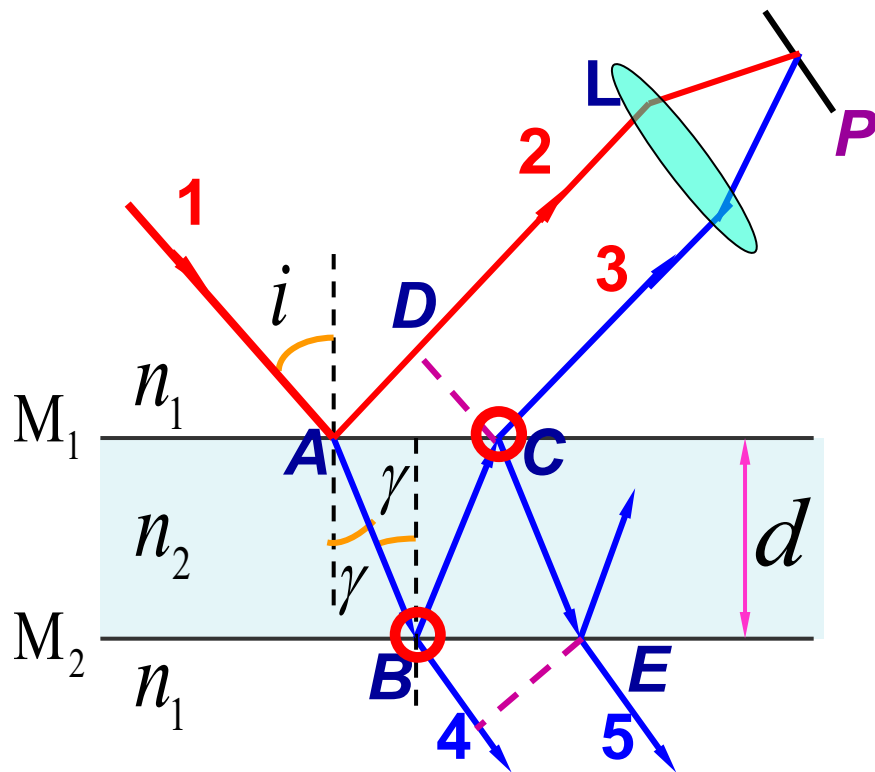
**增反膜**-----利用薄膜上、下表面反射光的光程差满足相长干涉,因此反射光因干涉而加强



## 透射光4、5的光程差

$$\delta = 2n_2 d \cos \gamma + 0$$

**注意：**对于同一厚度的薄膜，在某一方向观察到某一波长对应反射光相干相长，则该波长在对应方向的透射光一定相干相消。透射光和反射光干涉具有**互补性**，符合能量守恒定律。

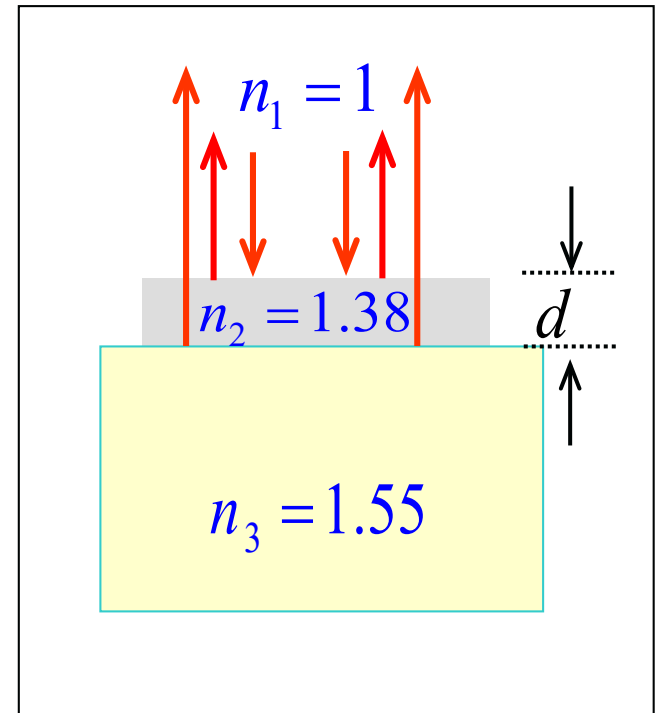


**光程差无半波损**

## 例：增透膜

用波长 $\lambda = 550 \text{ nm}$ 黄绿光, 照相机镜头 $n_3 = 1.55$ , 其上涂一层 $n_2 = 1.38$ 的氟化镁增透膜, 光线垂直入射。

**问：**若反射光相消干涉的条件中取 $k = 0$ , 膜的厚度为多少?



**解:** 因为  $n_1 < n_2 < n_3$ , 所以两条反射光都有半波损失, 附加光程差为0。两条反射光相干相消的条件是:

$$\delta = 2n_2d = (2k+1)\lambda / 2$$

取  $k = 0$ , 得氟化镁增透膜的最小厚度为

$$d = \frac{\lambda}{4n_2} = \frac{550 \times 10^{-9}}{4 \times 1.38} \approx 100 \text{ nm}$$

因此黄绿光相消, 呈现蓝紫色

**例：在玻璃表面镀上一层MgF<sub>2</sub>薄膜，使波长为 $\lambda = 5500 \text{ \AA}$ 的绿光全部通过。求：膜的厚度。**

**解一：使反射绿光干涉相消：**

**由反射光干涉减弱条件：**

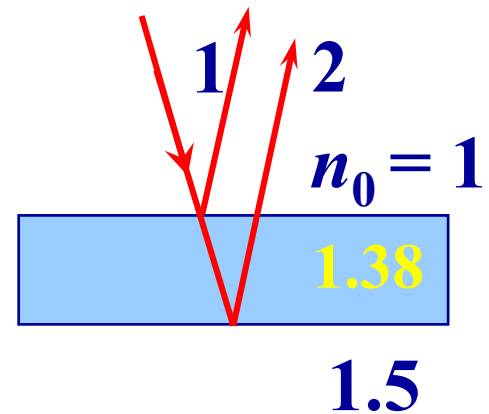
$$\delta = 2 n_2 d = (2k+1) \lambda_{\text{绿}} / 2 ,$$

$$\therefore d = \frac{(2k+1)\lambda_{\text{绿}}}{4n_2}$$

$$\text{取 } k = 0, \quad d = \frac{\lambda_{\text{绿}}}{4n_2} = \frac{5500}{4 \times 1.38} = 996(\text{\AA})$$

$$n_0 = 1$$

MgF <sub>2</sub>	$n_2 = 1.38$
玻璃	$n_1 = 1.50$



## 解二：使透射绿光干涉相长

两束透射光干涉加强的条件：

$$\delta = 2n_2d + \frac{\lambda}{2} = \quad \text{取 } k = 1$$

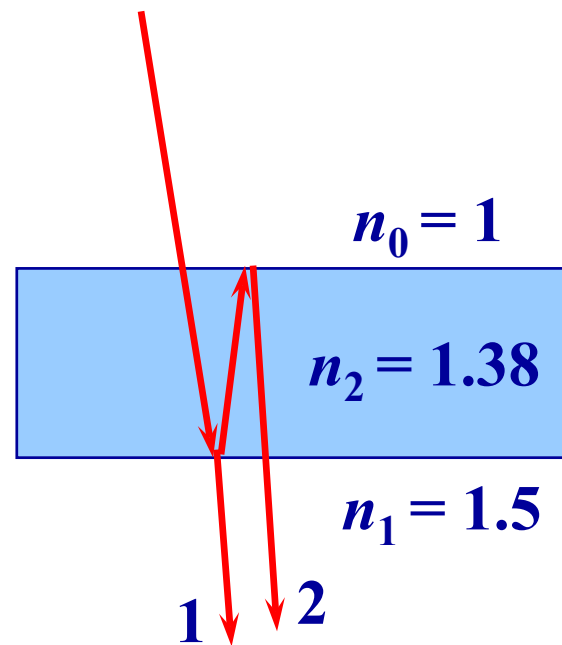
$$\text{得： } d = \frac{\lambda}{4n_2} = 996\text{\AA}.$$

思考：此时反射光呈什么颜色？

$$\text{由 } 2n_2d = k\lambda$$

$$\text{取 } k=1 \quad \lambda_1 = 2n_2d = 8250\text{\AA}$$

$$\text{取 } k=2 \quad \lambda_2 = 2n_2d/2 = 4125\text{\AA}$$

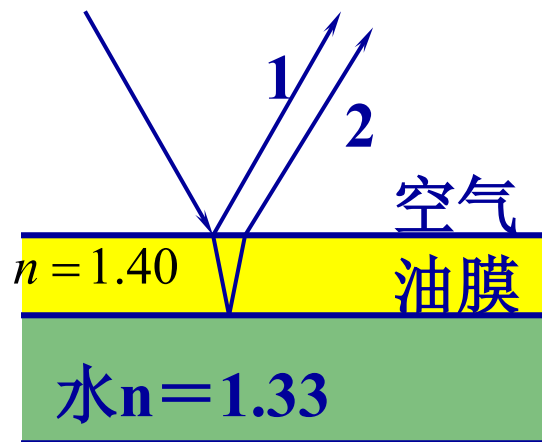


∴ 反射光呈现  
紫蓝色。

**例9:** 在水面上飘浮着一层厚度为 $0.316\ \mu\text{m}$ 的油膜，其折射率为1.40。中午的阳光垂直照射在油膜上，问油膜呈现什么颜色？

**解:** 由图知光1和光2的光程差为

$$\delta = 2nd + \frac{\lambda}{2}$$



**油膜颜色是干涉加强光波颜色，满足**

$$\delta = 2nd + \frac{\lambda}{2} = k\lambda, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

**或**

$$\lambda = \frac{2nd}{k - 1/2}$$

**当 $k = 1$ 时，干涉加强的波长为**

$$\lambda = \frac{2 \times 1.40 \times 0.316}{0.5} \mu\text{m} = 1770 \text{ nm}$$

**当 $k = 2$ 时，干涉加强的波长为  $\lambda = 590 \text{ nm}$**

**当 $k = 3$ 时，干涉加强的波长为  $\lambda = 354 \text{ nm}$**

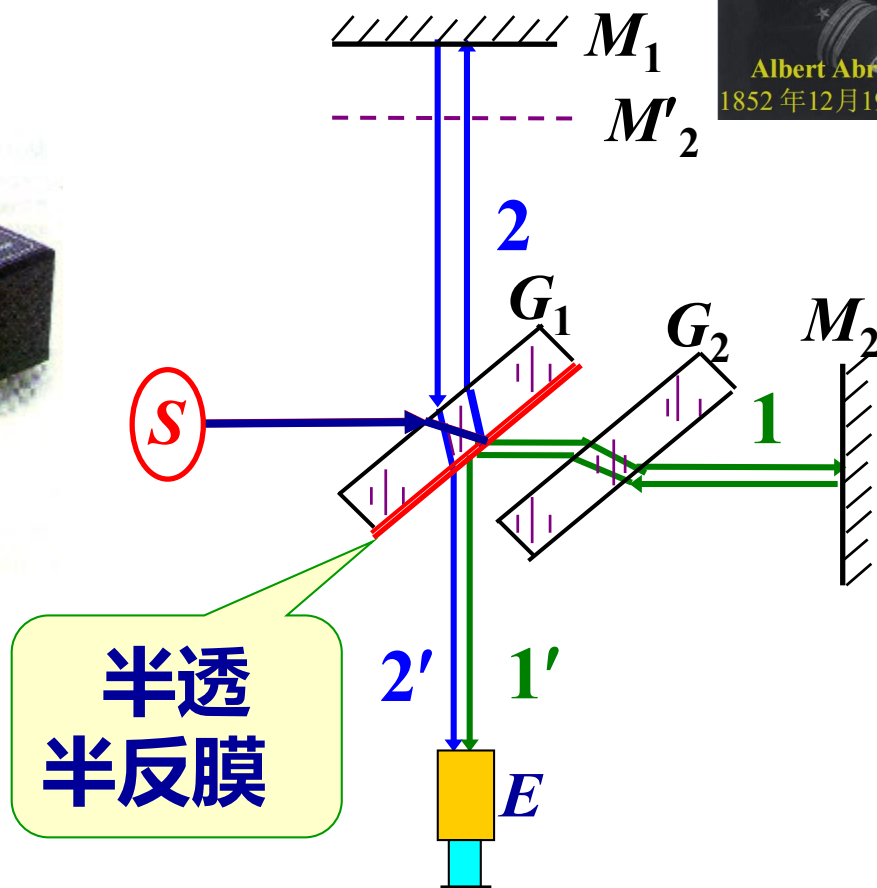
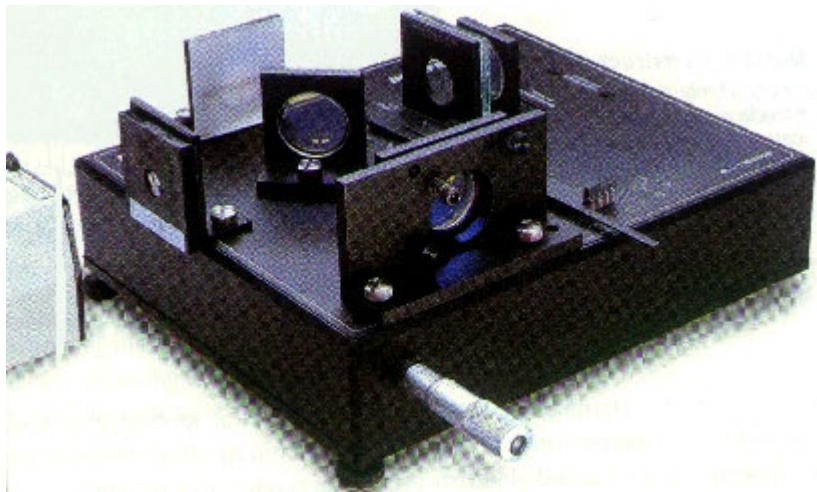
**只有 $\lambda = 590 \text{ nm}$ 的光处于可见光范围，是黄光，所以油膜呈黄色**

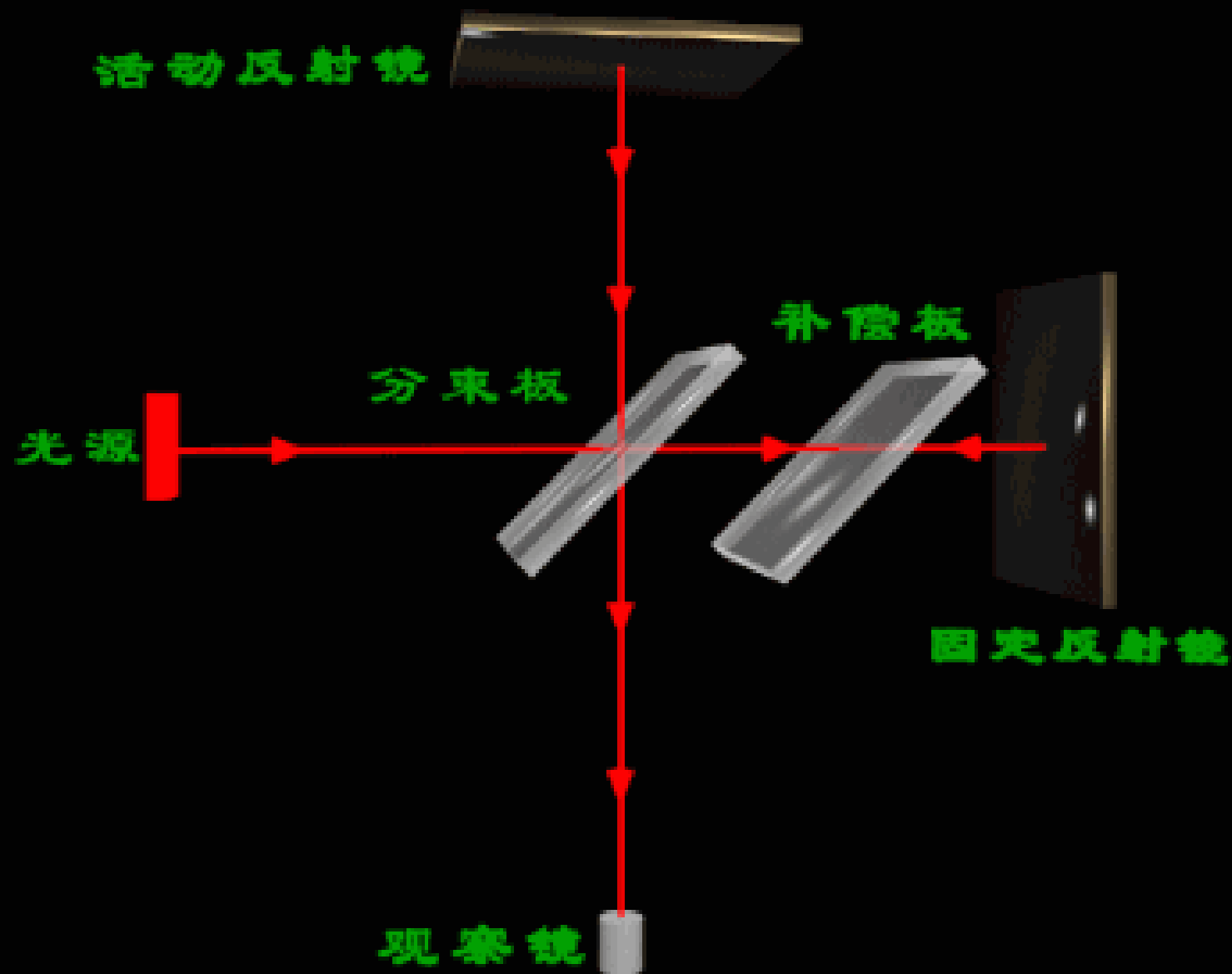


## § 13-6 迈克耳逊干涉仪

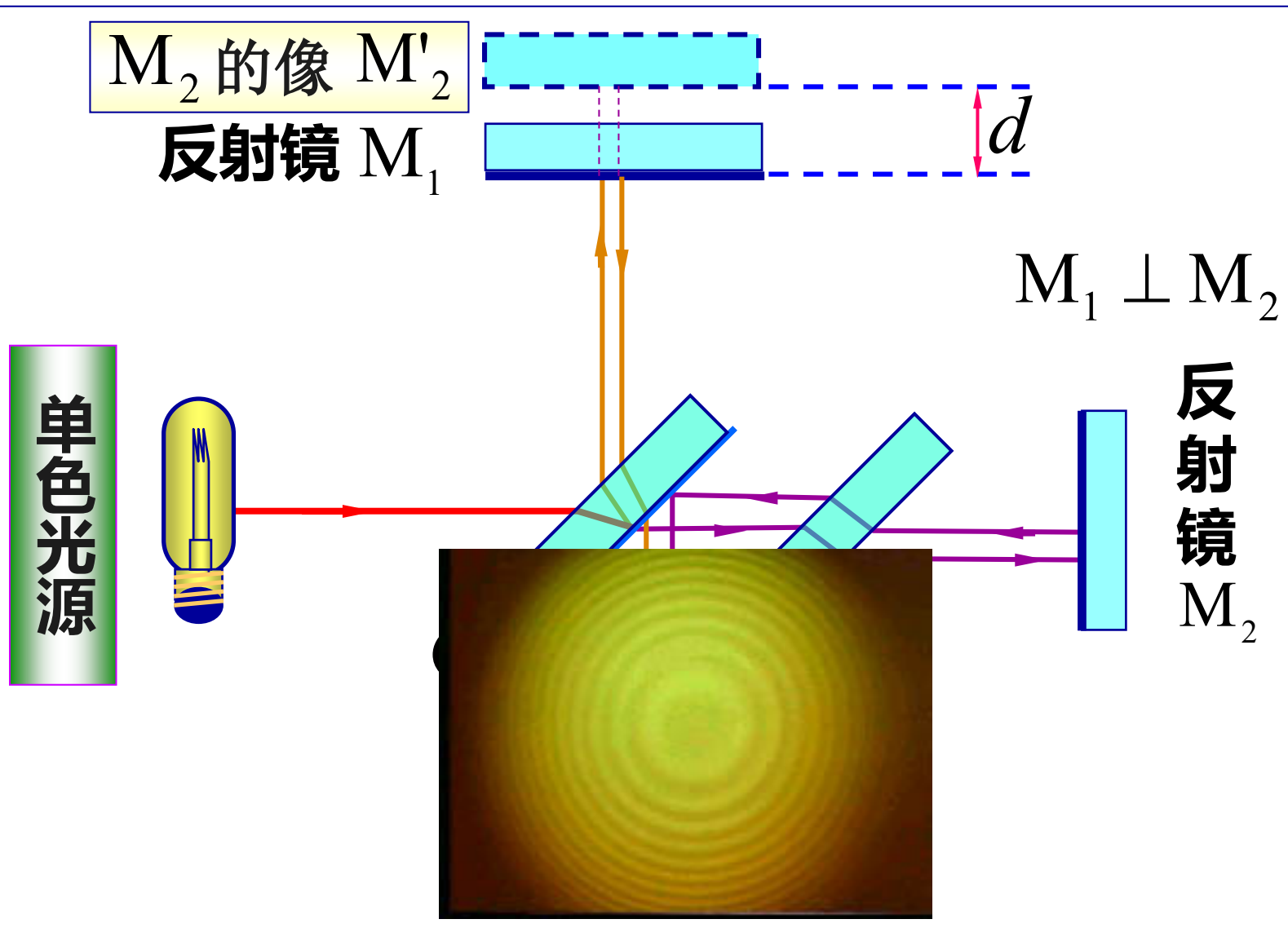
### 1. 迈克耳孙干涉仪

#### 1.1 构造与光路示意图



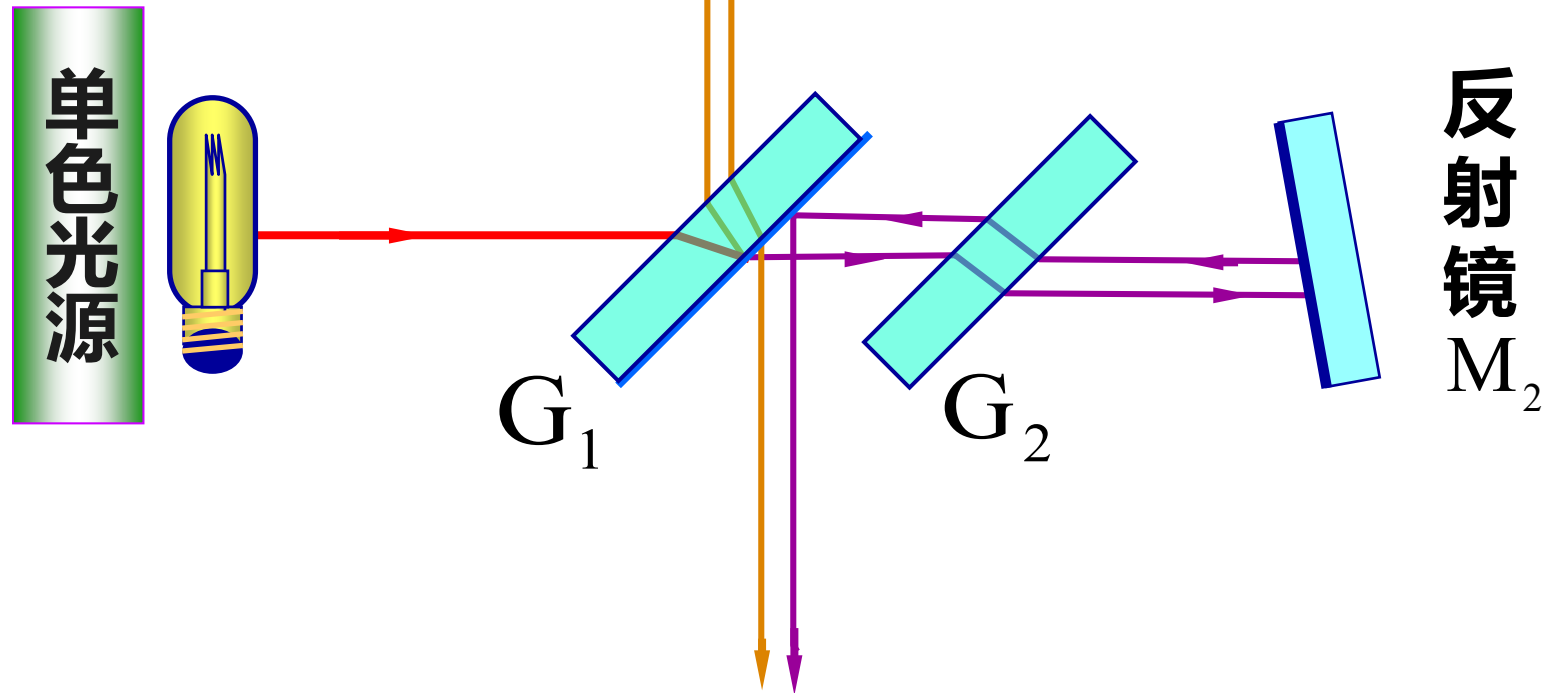


## 1.2 工作原理



$M'_2$   
反射镜  $M_1$

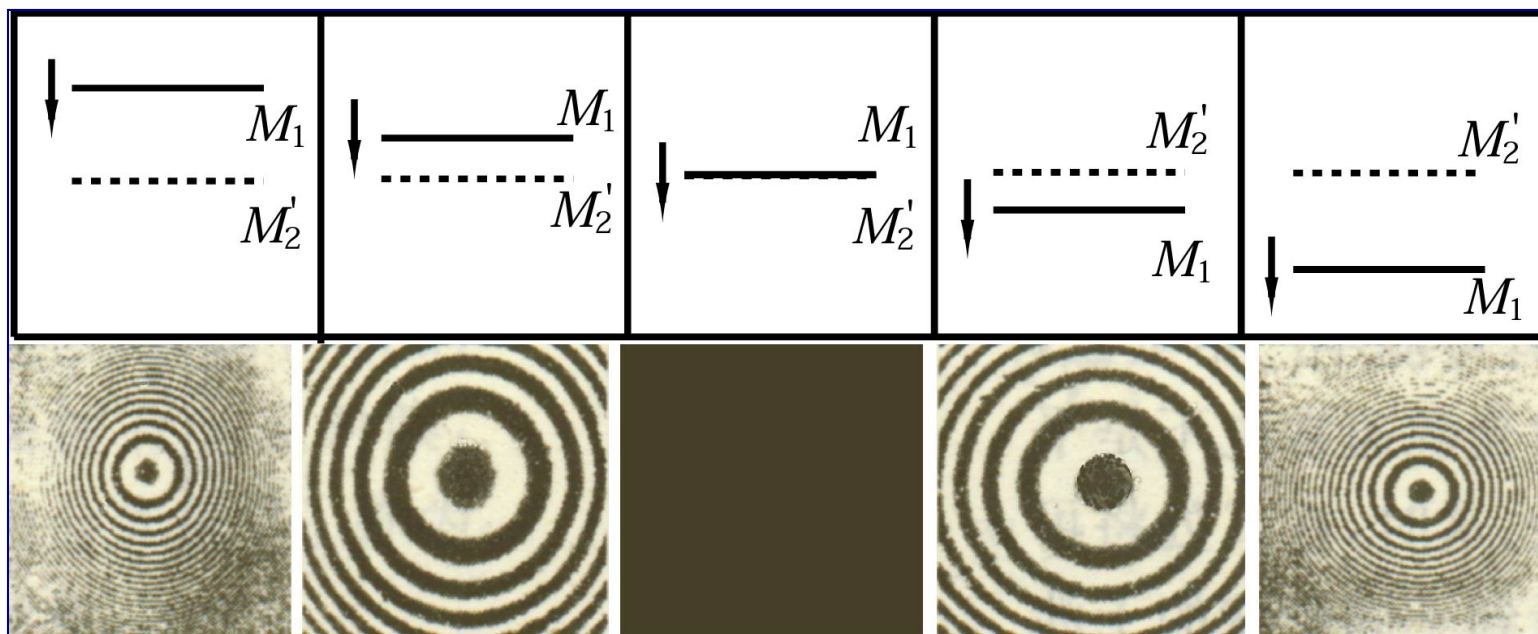
当  $M_1$  不垂直于  $M_2$  时，可形成劈尖型等厚干涉条纹.



## 1.3 条纹特点

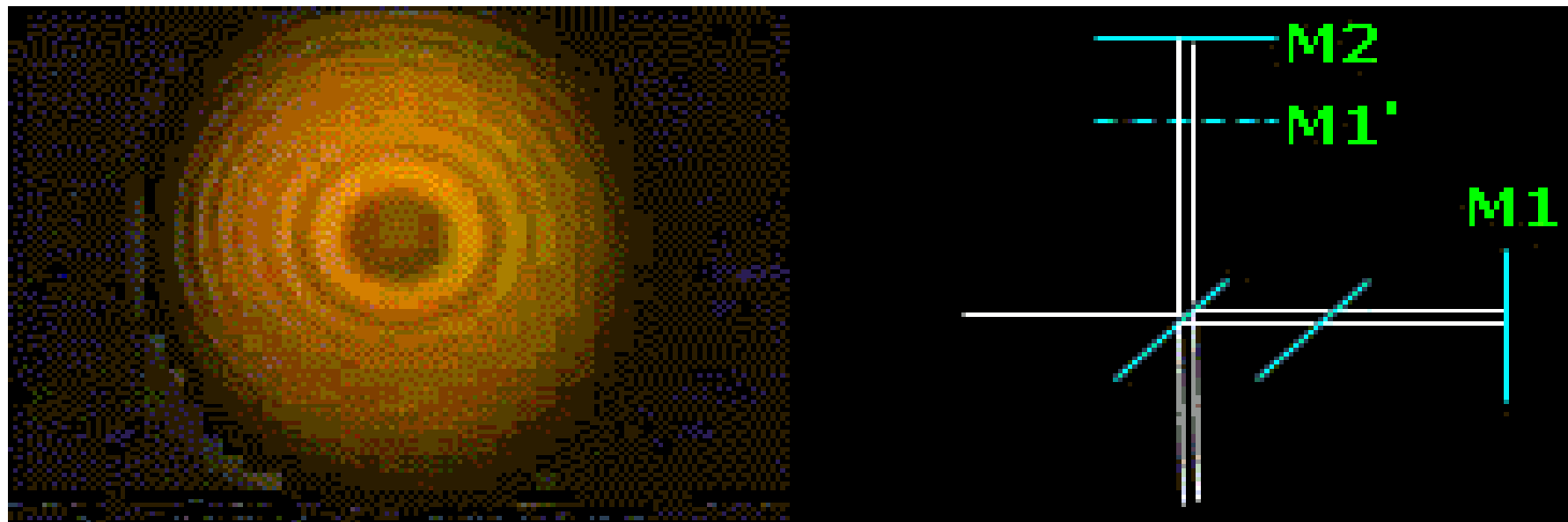
### 1. 等倾干涉条纹

若  $M'_2$ 、 $M_1$  平行，为等倾干涉。  $\delta = 2d \cos \gamma$



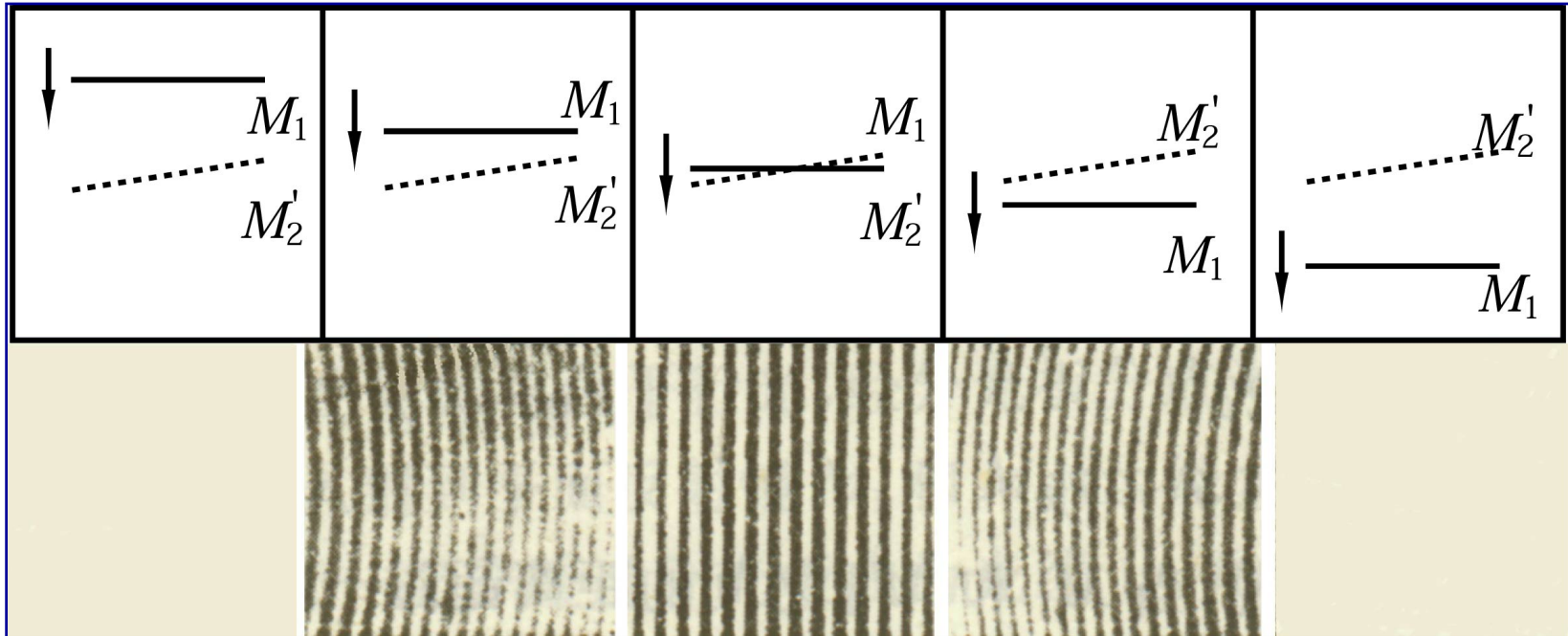
# 干涉条纹的移动

当  $M_1$  与  $M'_2$  之间距离变大时,圆形干涉条纹从中心一个个长出,并向外扩张,干涉条纹变密; 距离变小时, 圆形干涉条纹一个个向中心缩进,干涉条纹变稀。



## 2. 等厚干涉条纹

若 $M_1$ 和 $M'_2$ 不平行，有小夹角且光平行入射，此时为等厚干涉。



# 干涉条纹的移动

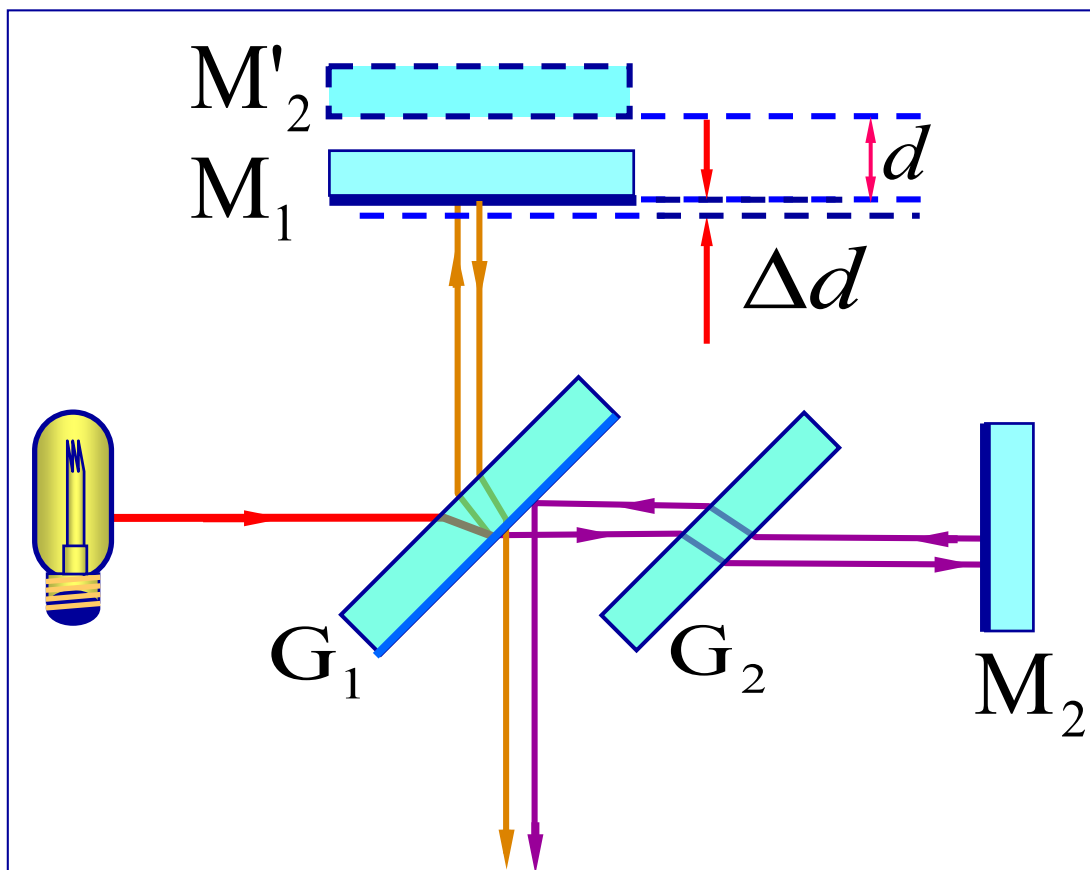
当  $M_1$  和  $M'_2$  之间距离变化时，视野范围内的竖条纹将发生移动，从左边冒出右边消失，或从右边冒出左边消失。





# 迈克尔孙干涉仪的应用

两相干光束在空间完全分开，并可用移动反射镜或在光路中加入介质片的方法改变两光束的光程差。



## 移动反射镜

$$\Delta d = N \frac{\lambda}{2}$$

$M_1$   
移动  
距离

干涉  
纹  
移动  
条数

## 1.4 时间相干性

$M_1$ 和 $M'_2$ 之间距离超过一定限度时，观察不到干涉现象。

由于光源发出的波列长度有限，若两相干光的光程差大于波列长度所对应的光程时，就不会产生干涉现象。

### 1. 相干长度

设光波的波列长度为  $L$ ，两束相干光对应的最大光程差称为**相干长度**。

$$\delta_m = nL$$

## 2. 相干时间

传播一个波列所需要的时间称作**相干时间**。

$$\Delta t = \frac{\delta_m}{c}$$

$c$  为真空中的光速。

迈克耳孙干涉仪中的补偿玻璃板  $G_2$  提高了光的时间相干性。

激光器的相干长度可达到100 m。

**例： 用迈克耳孙干涉仪测量光波波长。当可动反射镜移动距离 $\Delta d = 0.3276 \text{ mm}$  时，光电计数仪测得等倾条纹在中心冒出1200 个圆环。**

**求光波波长。**

**解： 反光镜每移动 $\lambda/2$  ,视场中心就冒出或陷入一个明（暗）纹，现冒出1200个圆纹，故移动距离：**

$$\Delta d = N \frac{\lambda}{2}$$

**光波波长：**

$$\lambda = \frac{2\Delta d}{N} = \frac{2 \times 0.3276 \times 10^6}{1200} = 546.0 \text{ nm}$$