

线  
学号:  
线  
姓名:  
订  
封  
专业年级:  
装  
密  
学院:

中国矿业大学(北京)  
《概率论与数理统计》试卷(B 卷)

得分: \_\_\_\_\_

题 号	一	二	三	四	五	六
得 分						
阅卷人						

一. 填空题 (每小题 3 分, 共 24 分)

1. 随机事件  $A, B$  及的  $A \cup B$  的概率分别是 0.4, 0.3 和 0.6, 那么积事件  $AB$  的概率  $P(AB) =$  \_\_\_\_\_
2. 随机变量  $X$  服从泊松分布, 并且已知  $P(X = 1) = P(X = 2)$ , 则  $P(X = 4) =$  \_\_\_\_\_
3. 随机变量  $X$  具有对称的概率密度函数, 即  $f(x) = f(-x)$ , 其分布函数记为  $F(x)$ , 则对任意  $a > 0$ ,  $P(|X| > a) =$  \_\_\_\_\_
4. 设  $X$  和  $Y$  是两个随机变量, 且  $P(X \geq 0, Y \geq 0) = \frac{3}{7}$ ,  $P(X \geq 0) = P(Y \geq 0) = \frac{4}{7}$ , 则  $P(\max(X, Y) \geq 0) =$  \_\_\_\_\_
5. 已知随机变量  $X$  和  $Y$  相互独立且都服从正态分布  $N(\mu, \frac{1}{2})$ , 如果  $P(X + Y \leq 1) = \frac{1}{2}$ , 则  $\mu =$  \_\_\_\_\_
6. 随机变量  $X_1, X_2, X_3$  相互独立, 且都服从参数为  $\lambda$  的泊松分布, 令  $Y = X_1 + X_2 + X_3$ , 则  $Y^2$  的数学期望等于 \_\_\_\_\_
7. 设随机变量  $X$  和  $Y$  相互独立且都服从正态分布  $N(0, 3^2)$ , 而  $X_1, \dots, X_9$  和  $Y_1, \dots, Y_9$  分别是来自总体  $X$  和  $Y$  的简单随机样本, 则统计量  $U = \frac{X_1 + \dots + X_9}{\sqrt{Y_1^2 + \dots + Y_9^2}}$  服从 \_\_\_\_\_ 分布.

8. 以  $\Phi(x)$  表示标准正态随机变量的分布函数, 若  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 则概率

$P(|X - \mu| < \sigma) =$  \_\_\_\_\_

二、(本题 10 分) 根据临床记录知道某试验有如下效果: 癌症患者对该试验呈阳性反应的概率为 0.95, 而非癌症患者对该试验呈阳性反应的概率仅为 0.01。被试验人群患癌症的概率为 0.005, 若某人对这项试验呈阳性, 问此人患癌症的概率是多少?

三、(本题 20 分, 每小题 5 分) 随机变量  $X$  的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} Cx, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

- (1) 求常数  $C = ?$   
(2) 求  $X$  的分布函数;  
(3) 求  $P(0.3 < X < 0.7)$ ;  
(4) 求常数  $a$  使得  $P(X > a) = P(X < a)$ .

四、(本题 20 分, 每小题 10 分) 设随机变量  $X, Y$  的联合概率密度函数为:

$$f(x, y) = \begin{cases} 4xy, & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

试求: (1) 关于  $Y$  的边缘概率密度  $f_Y(y)$  及条件概率密度  $f_{X|Y}(x|y)$ ;

(2)  $E(X)$ 、 $E(Y)$ 、 $D(X)$ 、 $D(Y)$  和  $Cov(X, Y)$

六、(本题 16 分, 每小题 8 分) 设总体  $X$  的概率密度函数为

$$f(x; \theta) = \begin{cases} (\theta + 1)x^\theta, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

未知参数  $\theta > -1$ 。设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为总体  $X$  的一个样本, 求

- (1) 参数  $\theta$  的矩估计量;
- (2) 参数  $\theta$  的最大似然估计量。

五、(本题 10 分) 一个工厂生产一个产品由 100 个独立起作用的部件构成, 在该产品运行期间每个部件损坏的概率为 0.10, 为使整个产品起作用, 至少必须有 85 个部件正常工作, 求整个产品起作用的概率。(  $\Phi(1.67) = 0.9525$  )

