

第2章

牛顿运动定律

⬇ CONTENTS ⬇

- 2.1 牛顿运动三定律
- 2.2 力学中常见的几种力
- 2.3 牛顿运动定律的应用
- 2.4 牛顿运动定律的适用范围



⬇ CONTENTS ⬇

- 2.1 牛顿运动三定律
- 2.2 力学中常见的几种力
- 2.3 牛顿运动定律的应用
- 2.4 牛顿运动定律的适用范围



牛顿的生平

英格兰物理学家、数学家、天文学家、自然哲学家和炼金术士

牛顿是个虔诚的基督教徒。

被怀疑患有亚斯伯格症候群

1669年发现了二项式定理

1672年发表了三棱镜实验的结果

1680年前后提出万有引力理论



1643年1月4日—1727年3月31日

艾萨克·牛顿

Isaac Newton

《流数法》（Method of Fluxions, 1671）

《物体在轨道中之运动》（De Motu Corporum in Gyrum, 1684）

《自然哲学的数学原理》（Philosophiae Naturalis Principia Mathematica, 1687）

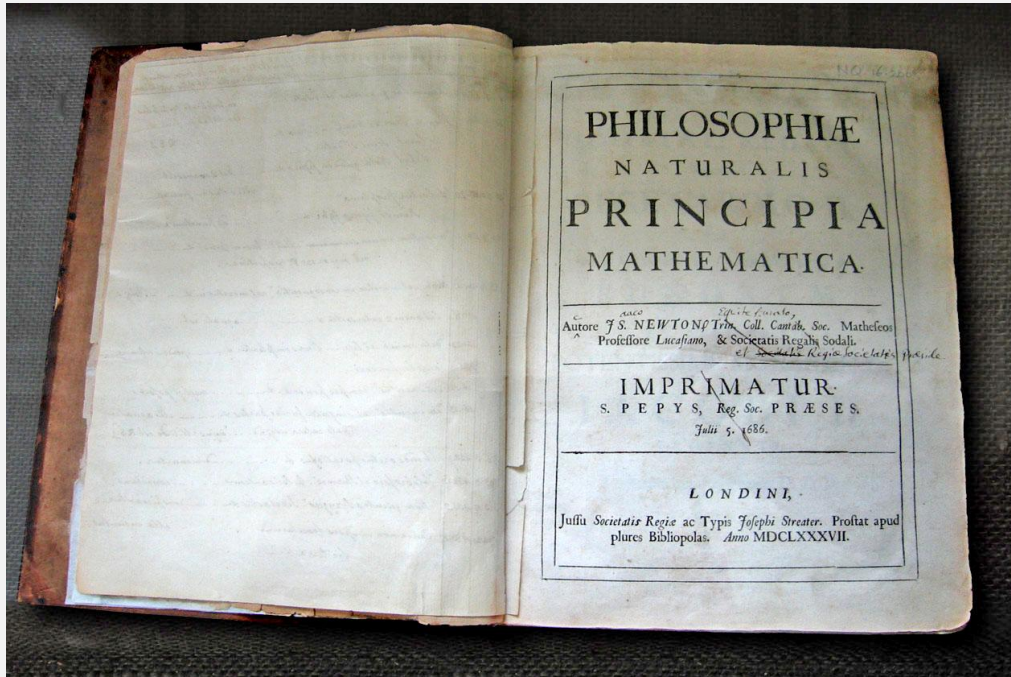
《光学》（Opticks, 1704）

《广义算术》（Arithmetica Universalis, 1707）

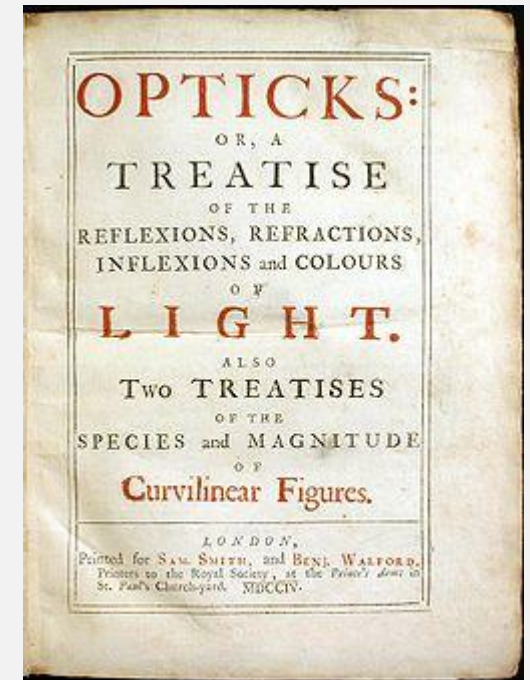
牛顿出生的房子，
位于英格兰林肯郡



威斯敏斯特修道院
Westminster Abbey
又叫西敏寺，伦敦
世界遗产



《自然哲学的数学原理》（1687）



《光学》（1704）

- **1665年**，正当牛顿在剑桥大学完成了学士课程之际，欧洲蔓延着恐怖的鼠疫，于是牛顿便回故乡了。在乡间，牛顿利用自制的三棱镜分析出太阳光的七种色彩，并发现了各单色光的曲折率的差异。
- 但奇怪的是牛顿对这非凡的发现三缄其口。原来他自知当时只不过是一个大学生，如果公开一个如此革命性的发现必然会触怒教授。结果五年以后，当他晋升为教授才把昔日的发现公诸于世。

"I do not know what I may appear to the world; but to myself I seem to have been only like a boy playing on the seashore, and diverting myself now and then in finding a smoother pebble or prettier shell than ordinary, while the great ocean of truth lay all undiscovered before me."

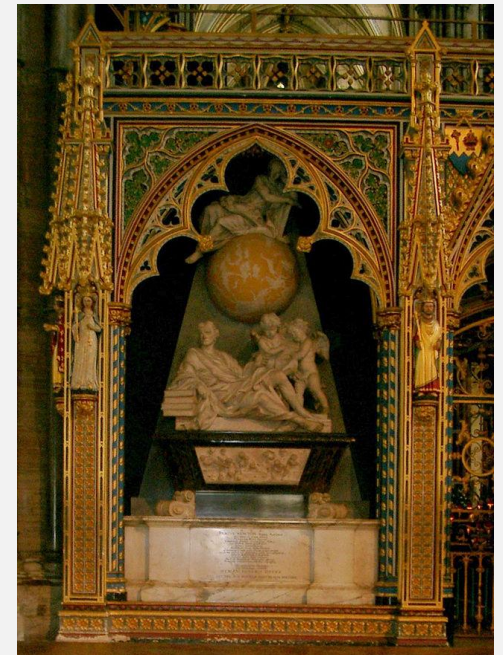
-- Isaac Newton

Nature and nature's laws lay hid in night; God said "Let Newton be" and all was light.

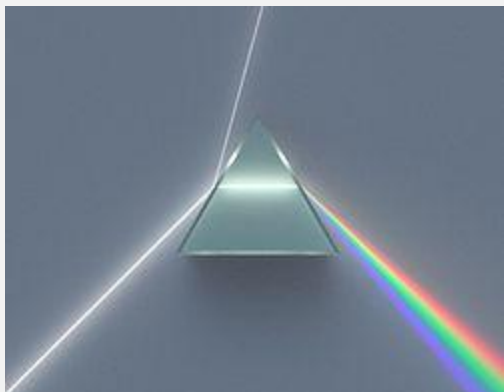
— Alexander Pope

It did not last; the Devil, howling, "Ho, let Einstein be!" restored the status quo.

— J.C.Squire



牛顿时之墓



1682年， 牛顿写给威廉·莱布尼茨的一封信。莱布尼茨的注语 "A New Theory of Vision"

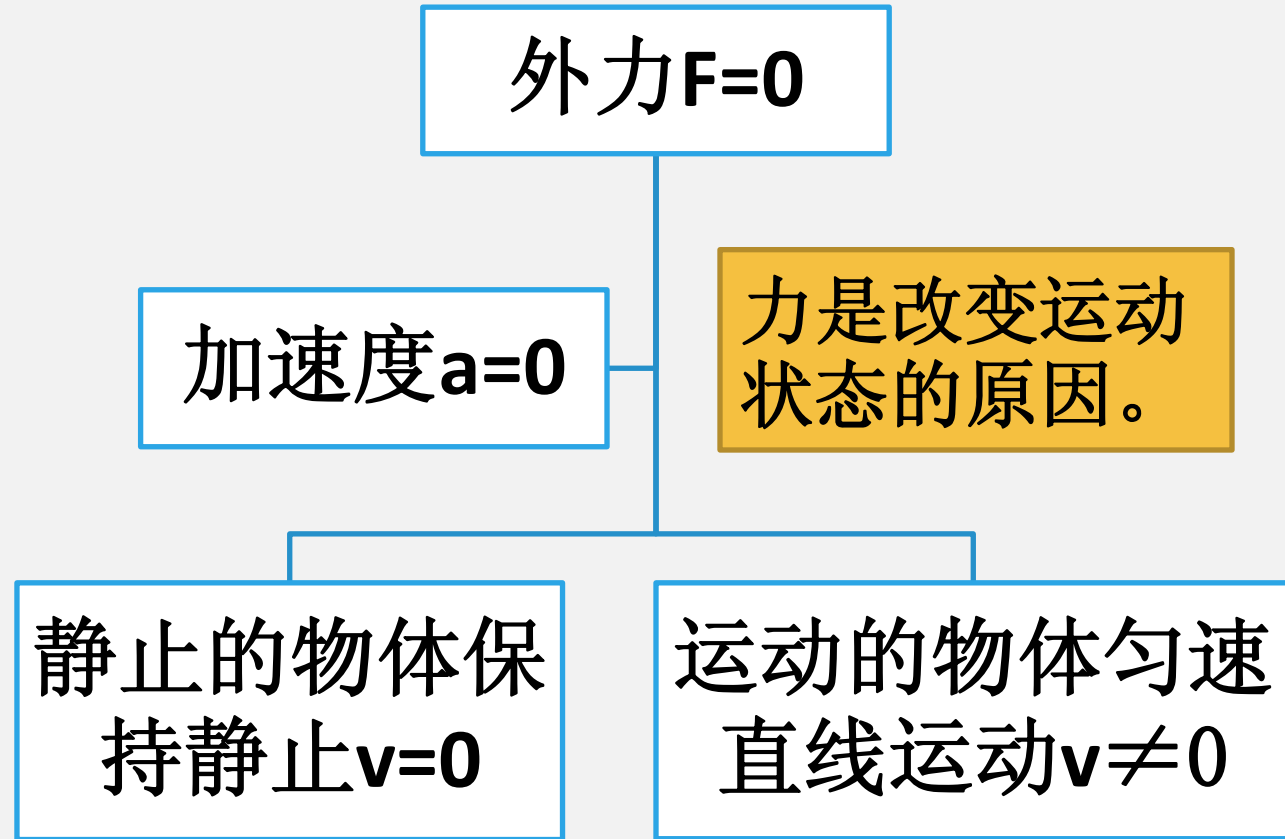
I have promised you my ingenious Theory of Vision in web (to be free with you as a friend should be) there seems to be some things more solid & satisfactory, others more disputable but yet plausibly suggested & well deserving of consideration of y^e ingenious. The more satisfactory I take to be your asserting y^t we see all both eyes at once, y^e speculation about y^e use of y^e musculus obliquus inferior, y^e assigning every fibre in y^e optick nerve of one eye to have its correspondent in y^e of y^e other, both yet make all things appear to both eyes, in one & y^e same place & y^e solving thereby y^e duplicity of y^e object in distorted eyes & confuting y^e childish opinion about y^e splitting of optick cone. The more disputable seems y^e notion about every pair of fellow fibres being unisons to one another, records to y^e rest, & this convenience making y^e object, even with two eyes, appear but one for y^e same reason that unison sounds seem but one sound. I did think to have sent you what I fancy may be objected against this notion & so this for time to write it down, but upon second thoughts I had rather reserve it for discourse at y^e next meeting & therefore shall do only my thanks for y^e kind letter & present.

From Coll. Cambridge y^e much obliged & humble
June 20th 1682
servant
J. S. Newton.

牛顿运动定律

• 第一定律（惯性定律）

任何物体都要保持其静止或匀速直线运动状态，直到外力迫使它改变运动状态为止。



物体所具有的这种性质称之为**惯性**；这种特性跟物体的质量有关（牛顿第二定律）。

牛顿第一定律是理想化抽象思维的产物，不能用实验严格验证；牛顿定律**仅适用于**惯性系。

惯性参照系：在一个参考系观察，一个不受力作用或处于平衡状态的物体，将保持静止或匀速直线运动的状态，这个参考系叫惯性参照系（简称惯性系）。

实验表明：地球是一近似程度很高的惯性系

• 牛顿第二定律

物体受到外力作用时，它所获得的加速度的大小与外力的大小成正比，并与物体的质量成反比，加速度的方向与外力的方向相同。


$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

这不是牛顿
的原始表述

只适用于质量为常量的低速的惯性参照系

- 牛顿第二定律的微分形式

某时刻质点动量对时间的变化率等于该时刻作用在质点上所有力的合力。

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

$$\vec{F}_{\text{合外}} = \sum_i \vec{F}_i = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v})$$

牛顿第二定律
的微分形式

低速惯性参照系中，
即 $v \ll c$ ， m 为常量

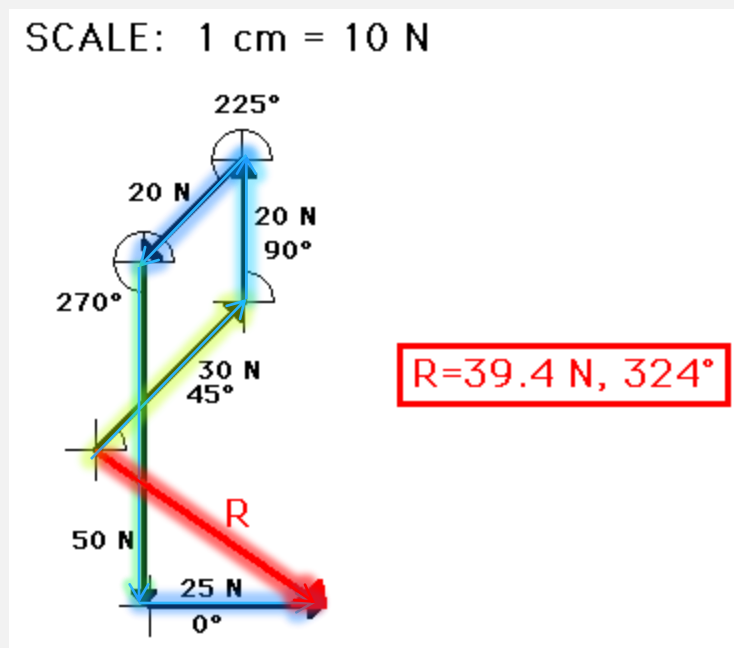
$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

相对论力学
中，质量 m
是个变量。

力的叠加原理： 当几个外力同时作用于物体时, 其合外力所产生的加速度与每个外力所产生的加速度的**矢量和**是一样的。

数学上可以归结到线性代数的知识。力是矢量, 而矢量的运算满足线性空间的运算法则。

$$\begin{aligned}\vec{F} &= \sum \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_i \\ &= m\vec{a}_1 + m\vec{a}_2 + \cdots + m\vec{a}_i \\ &= m\vec{a}\end{aligned}$$



在直角坐标系中

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k} = ma_x \vec{i} + ma_y \vec{j} + ma_z \vec{k}$$

将力和速度加速度写出分量形式

$$F_x = m \frac{dv_x}{dt} = m \frac{d^2 x}{dt^2} \quad F_z = m \frac{dv_z}{dt} = m \frac{d^2 z}{dt^2}$$

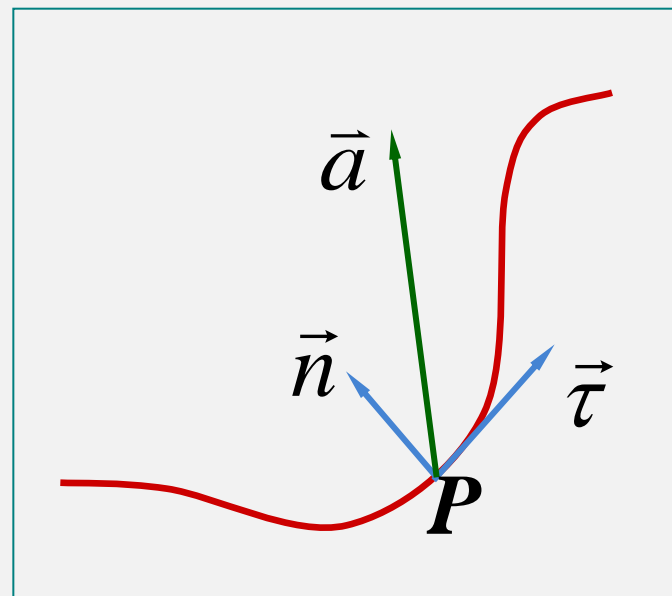
$$F_y = m \frac{dv_y}{dt} = m \frac{d^2 y}{dt^2}$$

在自然坐标系中

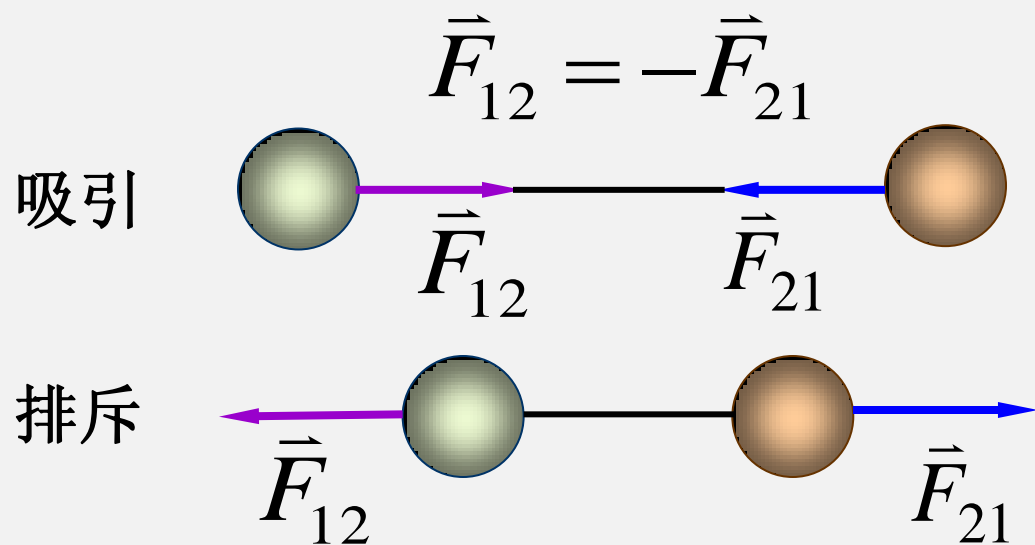
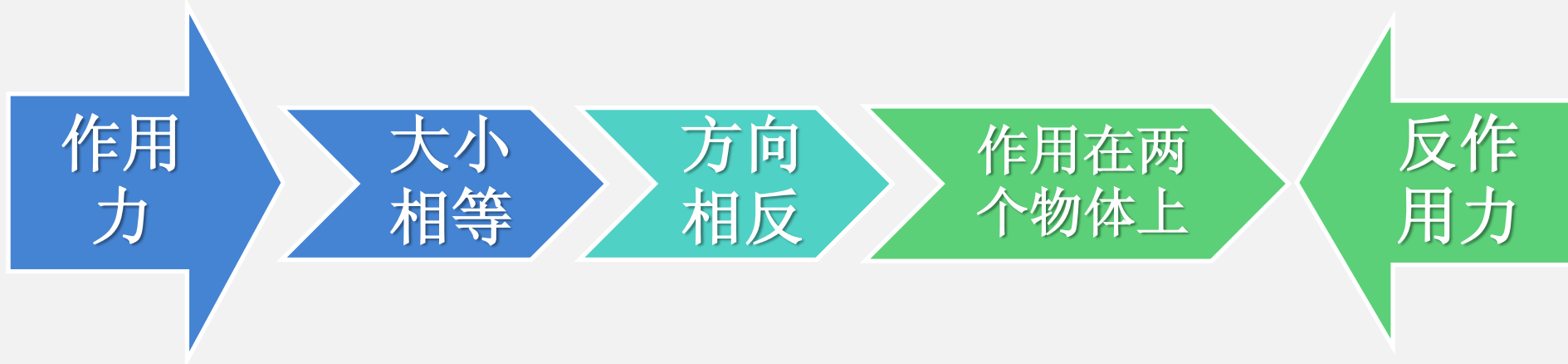
$$\vec{F} = m\vec{a} = m(\vec{a}_\tau + \vec{a}_n) = m \frac{dv}{dt} \vec{\tau} + m \frac{v^2}{\rho} \vec{n}$$

$$\begin{cases} F_\tau = m \frac{dv}{dt} = m \frac{d^2s}{dt^2} \\ F_n = m \frac{v^2}{\rho} \end{cases}$$

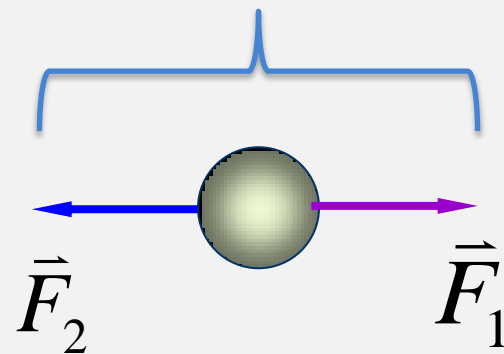
ρ 为 P 点处曲线的曲率半径。



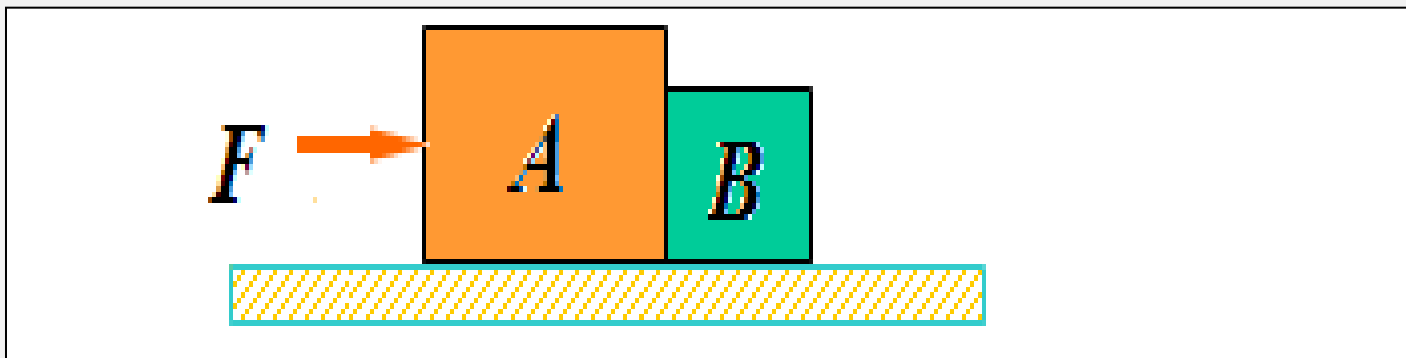
• 牛顿第三定律



作用力&反作用力
≠平衡力



例题 在光滑的水平桌面上放置着 A 和 B 两物体（ A 和 B 靠在一起），其质量分别为 $m_A=6\text{kg}$ ， $m_B=4\text{kg}$ 。在物体 A 上作用一水平向右的推力 $F=10\text{N}$ ，试求两物体的加速度及物体 A 对物体 B 的作用力。



解： 分别取物体A和物体B为研究对象。

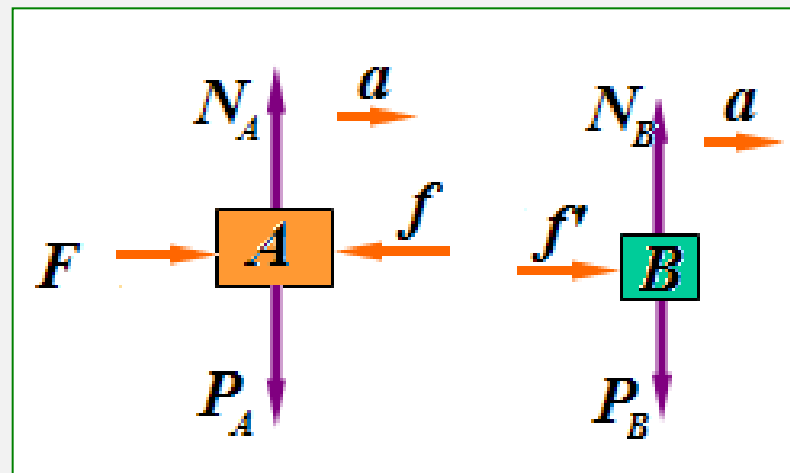
根据牛顿第二定律

$$F - f = m_A a \quad (1)$$

$$f' = m_B a \quad (2)$$

根据牛顿第三定律

$$f = f' \quad (3)$$



解式（1）、（2）和（3）可得

$$a = \frac{F}{m_A + m_B} \quad f = \frac{m_B}{m_A + m_B} F$$

代入已知数据，得

$$a = 1\text{m} \cdot \text{s}^{-2} \quad f = 4\text{N}$$

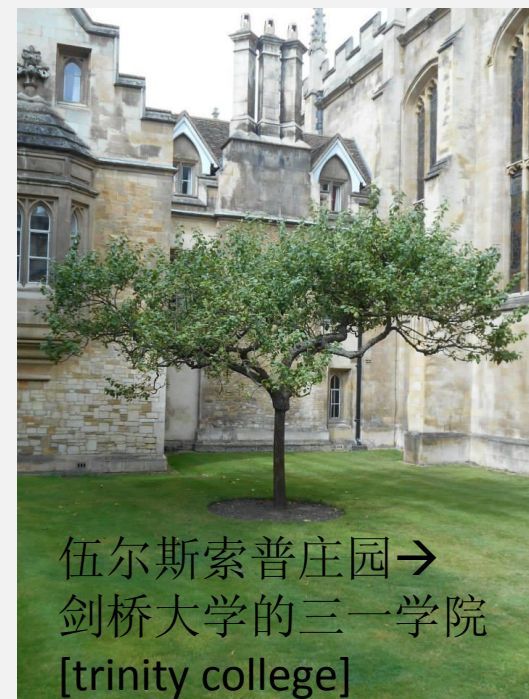
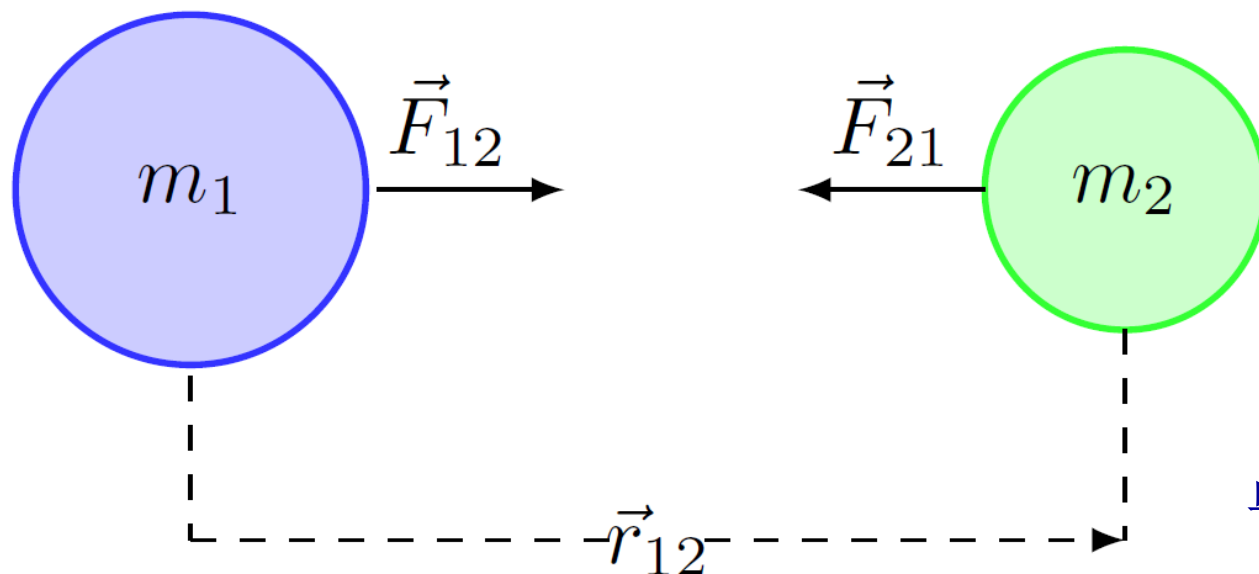
⬇ CONTENTS ⬇

- 2.1 牛顿运动三定律
- **2.2 力学中常见的几种力**
- 2.3 牛顿运动定律的应用
- 2.4 牛顿运动定律的适用范围



- 万有引力

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$



单位矢量 $\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}$

矢量表示: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r}$

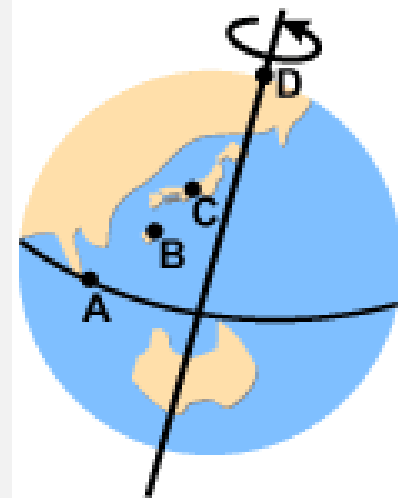
$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / (\text{kg} \cdot \text{s}^2)$$

引力
质量

惯性
质量

- 万有引力定律定义的质量

- 牛顿第二定律定义的质量

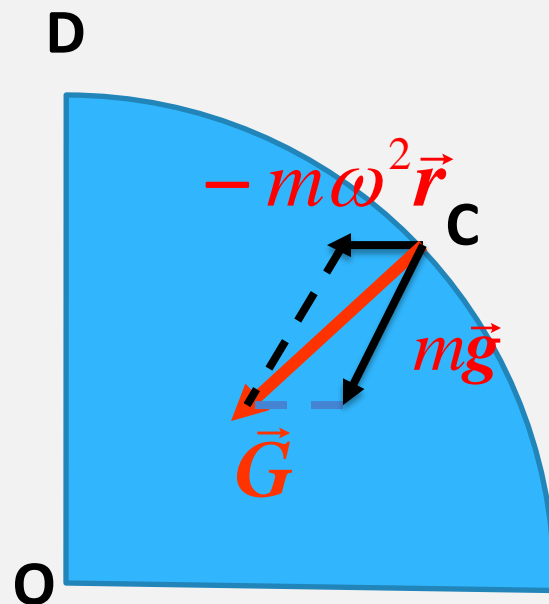


重力：在地球表面的物体，受到地球的吸引而使物体受到的力。

重力是地球引力沿竖直方向的分量

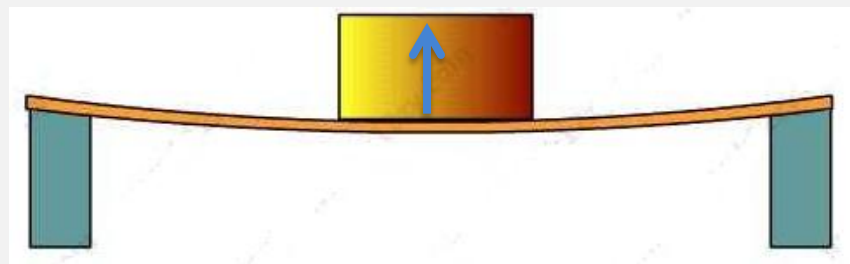
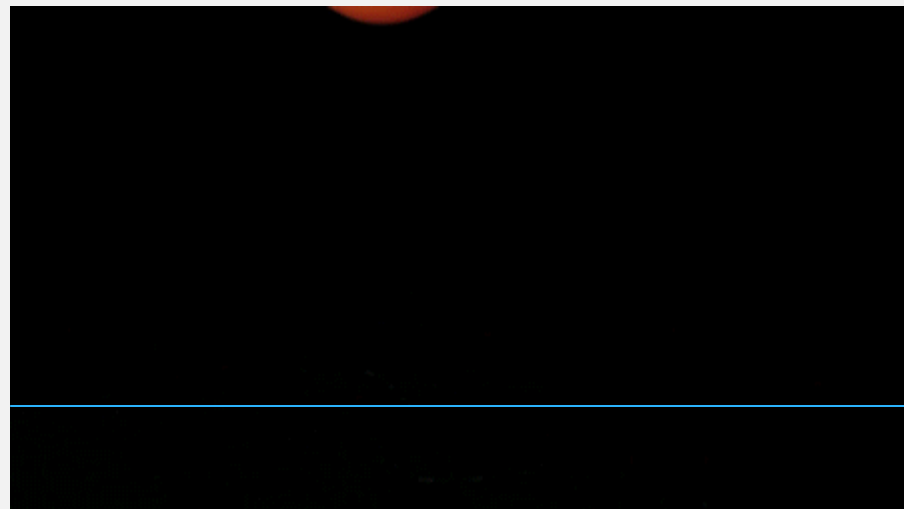
忽略地球自转：

$$P \approx G \frac{Mm}{R^2} \quad g \approx \frac{G_0 M}{R^2}$$



- 弹性力

两个宏观物体接触且发生微小形变时,形变的物体对与之接触的物体产生的作用力,叫**弹性力**。

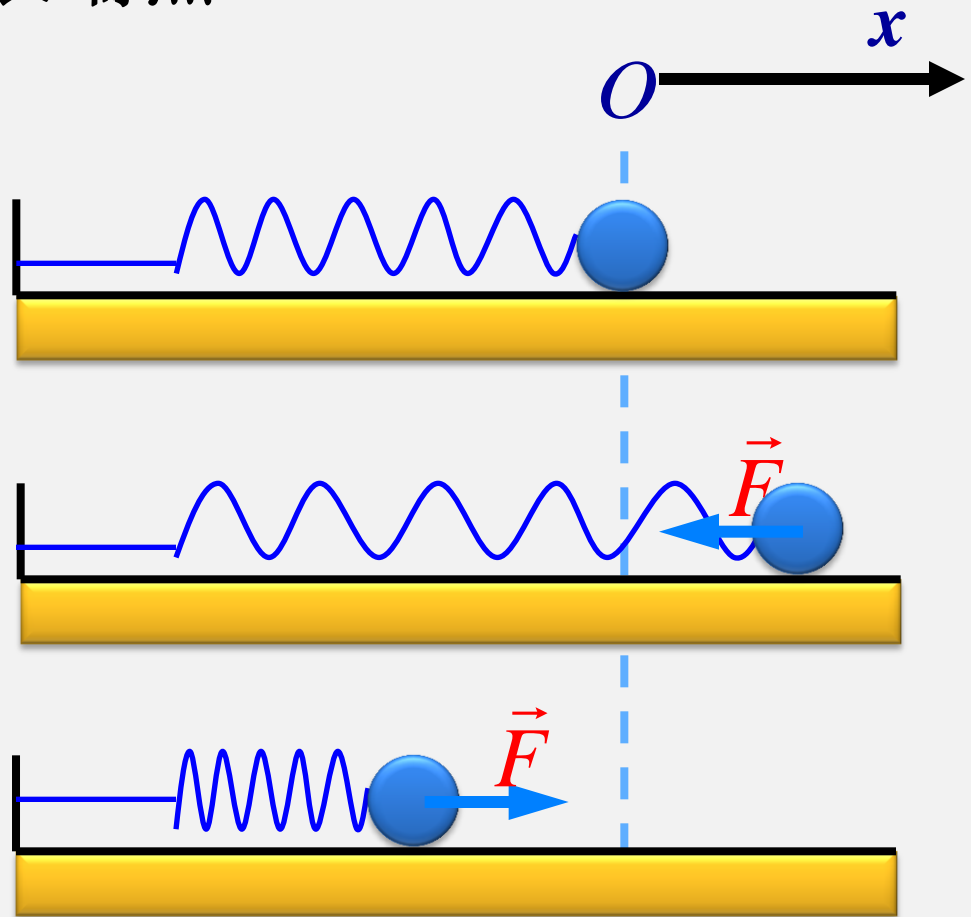


弹簧的弹力

弹性限度内，以弹簧原长端点 O 为坐标原点建立坐标系

$$\vec{F} = -k\vec{x}$$

方向：指向要恢复弹簧原长的方向，即 $-\vec{x}$ 方向。



摩擦力

• 静摩擦力

当两相互接触的物体彼此之间保持相对静止，且沿接触面有相对运动趋势时，在接触面之间会产生一对阻止上述运动趋势的力，称为**静摩擦力**。

$$f_{\max} = \mu_0 N$$

μ_0 -- 静摩擦系数

• 滑动摩擦力

两物体相互接触，并相对滑动时，在两物体接触处出现的相互作用力，称为**滑动摩擦力**。

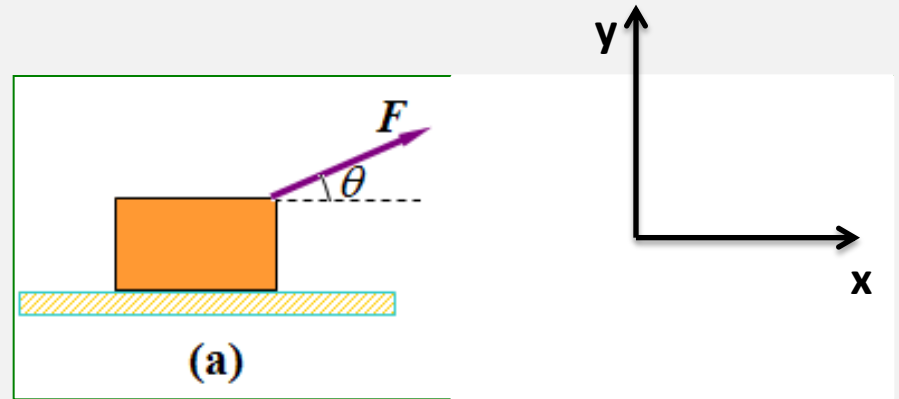
摩擦力均与相对运动
(趋势) 方向相反

$$f = \mu N$$

μ -- 滑动摩擦系数
 $\mu < \mu_0 < 1$

例题 一物体置于水平面上，物体与平面之间的滑动摩擦系数为 μ ，如图 (a)。试求作用于物体上的拉力 F 与水平面之间的夹角 θ 为多大时，该力能使物体获得最大的加速度？

解 建立如图的直角坐标系，根据牛顿第二定律，有



$$x: \quad F \cos \theta - f = ma$$

此外，有

$$y: \quad N + F \sin \theta - P = 0$$

$$f = \mu N$$

解上面三式，得

$$f = \mu(mg - F \sin \theta)$$

$$a = \frac{F}{m} (\cos \theta + \mu \sin \theta) - \mu g$$

要使加速度最大，有

$$\frac{da}{d\theta} = \frac{F}{m} (\mu \cos \theta - \sin \theta) = 0$$

即
$$\mu \cos \theta - \sin \theta = 0$$

$$\tan \theta = \mu$$

∴ 力大小不变的情况下， $\theta = \arctan(\mu)$ 时物体获得最大的加速度。

流体阻力

当物体穿过液体或气体运动时, 会受到流体阻力。

(1) 当物体速度不太大时, 流体为层流, 阻力主要由流体的粘滞性产生。

$$\vec{F} = -k\vec{v}$$

(2) 当物体速率超过某限度时 (低于声速), 流体出现漩涡, 这时流体阻力与物体速率的平方成正比。

$$F = cv^2$$

(3) 当物体与流体的相对速度提高到接近空气中的声速时, 这时流体阻力将迅速增大。

$$F \propto v^3$$

四种基本相互作用力

特征 \ 类型	万有引力	电磁相互作用	强相互作用	弱相互作用
力 程	长程	长程	短程	短程
作用范围	$0 \sim \infty$	$0 \sim \infty$	$< 10^{-15} \text{m}$	$< 10^{-15} \text{m}$
相邻质子间力的大小	10^{-34}N	10^2N	10^4N	10^{-2}N
举例	重力	摩擦力、弹力	质子、中子间的核力	中子的 β 衰变

