§1.1 确定质点位置的方法

一、 质点

某些情况下，物体的大小、形状不起作用，或者影响可以忽略——简化为质点。

质点的概念：具有一定质量，没有大小、形状的理想物体。

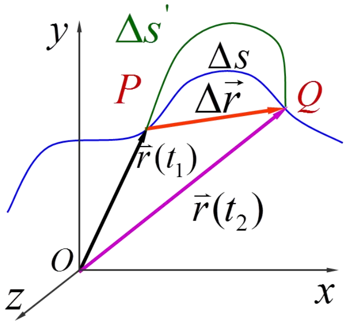
二、 参考系和坐标系

静止是相对的，运动是绝对的。参考系：描述物体运动时，被选作参考的物体，称为参考系。要定量描述物体的位置与运动情况，就要运用数学手段，采用固定在参考系上的坐标系。

三、运动学方程

当质点相对参考系运动时，用来确定质点位置的直角坐标(x, y, z)、位矢、自然坐标 s 等都将随时间 t 变化，都是 **t 的单值连续函数，时间与位置之间的函数关系则为质点的运动学方程**。

§1.2 质点的位移、速度和加速度



一、**位移**（图中 $\Delta\vec{r}$ ）：由始点指向终点的有向直线段。

（1）两点之间路程 Δs 不唯一，位移唯一。

（2）通常 $|\Delta\vec{r}| \neq \Delta s$, 而 $\Delta t \to 0$ 时 $|\Delta\vec{r}| = \Delta s$ 。

（3） $\Delta r = |r_2| - |r_1|$，因此 $\Delta r \neq |\Delta\vec{r}|$。

二、**速度**

1. 平均速度： $\bar{\vec{v}} \equiv \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$，注意 $|\bar{\vec{v}}| \neq \left|\dfrac{\Delta r}{\Delta t}\right|$

2. 瞬时速度： $\vec{v} \equiv \lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}$ 。又由于 $\Delta t \to 0$ 时 $|\mathrm{d}\vec{r}| = \mathrm{d}s$， $\vec{v} = \dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\vec{\tau}$

其中 $\vec{\tau}$ 为切线方向单位矢量。当质点做曲线运动时，质点在某一点的**速度方向**就是沿该点曲线的**切线方向**。

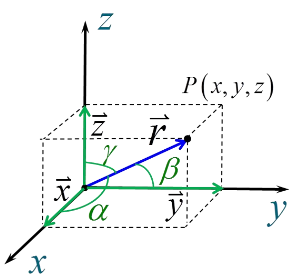
平均速率 $\bar{v} = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$，瞬时速率 $v = \dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$

三、**加速度**

1. 平均加速度： $\bar{\vec{a}} \equiv \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$

2. 瞬时加速度： $\vec{a} \equiv \lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}^2\vec{r}}{\mathrm{d}t^2}$

§1.3 用**直角坐标**表示速度和加速度



一、**位移**

位矢： $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

位移： $\Delta\vec{r} = (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} + (z_2 - z_1)\vec{k} = \Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j} + \Delta z\vec{k}$

大小：$\left|\Delta \vec{r}\right| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$

方向（矢量与三轴夹角）：$\cos\alpha = \Delta x / \left|\Delta \vec{r}\right|$，$\cos\beta = \Delta y / \left|\Delta \vec{r}\right|$，$\cos\gamma = \Delta z / \left|\Delta \vec{r}\right|$

三、**速度**

$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$， $v_x = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}, v_y = \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}, v_z = \dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$

大小：$\left|\vec{v}\right| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$

方向：$\cos\alpha = v_x / \left|\vec{v}\right|$ ， $\cos\beta = v_y / \left|\vec{v}\right|$ ， $\cos\gamma = v_z / \left|\vec{v}\right|$

四、**加速度**

$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$， $a_x = \dfrac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} = \dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}$ ，$a_y = \dfrac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2} = \dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}$ ，$a_z = \dfrac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2} = \dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}$

大小：$\left|\vec{a}\right| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

方向：$\cos\alpha = a_x / \left|\vec{a}\right|$ ，$\cos\beta = a_y / \left|\vec{a}\right|$ ，$\cos\gamma = a_z / \left|\vec{a}\right|$

☆质点运动学的计算题
两类：
（一）由位矢→速度→加速度
（1）根据质点动力学方程和导数关系求出速度和加速度沿各坐标轴的投影

$$v_i = \frac{dr_i}{dt}, a_i = \frac{dv_i}{dt} = \frac{d^2 r_i}{dt^2}, i = x, y, z$$

（2）写出矢量表达式$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$， $\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$

（二）由加速度→速度→位矢
（1）根据加速度表达式和积分关系求出速度和坐标沿各轴的投影

$$v_i = \int_{\min}^{\max} a_i dt, r_i = \int_{\min}^{\max} v_i dt$$

（2）写出矢量表达式$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$， $\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$

§1.4 用**自然坐标**表示平面曲线运动中的速度和加速度
一、自然坐标系中的**速度**

$$\vec{v} = \frac{ds}{dt}\vec{\tau}$$

三、圆周运动中的**加速度**

切向加速度：$\vec{a}_\tau = a_\tau \vec{\tau} = \dfrac{dv}{dt}\vec{\tau}$，其中$\vec{\tau}$为**切向单位矢量**，正方向为速度的方向，沿运动轨迹切线方向。

法向加速度：$\vec{a}_n = a_n\vec{n} = \dfrac{v^2}{r}\vec{n}$，其中 $\vec{n}$ 为**法向单位矢量**，正方向与切向垂直，且指向运动弯曲的方向。

加速度大小：$a = |\vec{a}| = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$ 。**法向加速度**反应速度**方向的变化**，**切向加速度**反应速度**大小的变化**。

☆自然坐标系的计算题：
两类：
由运动学方程→速度→加速度
根据质点运动学方程和导数关系求出速度和加速度

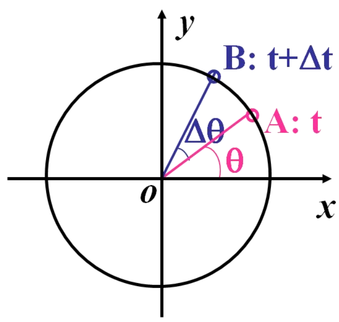
$$s(t) \Rightarrow v = \frac{ds}{dt} \begin{cases} a_\tau = \dfrac{dv}{dt} \\ a_n = \dfrac{v^2}{r} \end{cases}$$

由加速度→速度→运动学方程
根据加速度表达式和积分关系求出速度和运动学方程

$$a_\tau \Rightarrow v = \int_{\min}^{\max} a_\tau dt \begin{cases} s = \displaystyle\int_{\min}^{\max} v dt \\ a_n = \dfrac{v^2}{r} \end{cases}$$

四、一般平面曲线运动中的加速度：$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau = \dfrac{v^2}{\rho}\vec{n} + \dfrac{dv}{dt}\vec{\tau}$，其中 ρ 为该点的曲率半径。

§1.5　圆周运动的角量描述　角量与线量关系



一、圆周运动中的物理量
角位置θ（单位为弧度 rad）；角位移 $\Delta\theta$；
运动方程：$\theta = f(t)$
平均角速度 $\bar{\omega} \equiv \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}$；瞬时**角速度** $\omega = \dfrac{d\theta}{dt}$

平均角加速度 $\bar{\alpha} \equiv \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t}$；瞬时角**加速度** $\alpha = \dfrac{d\omega}{dt} = \dfrac{d^2\theta}{dt^2}$

二、线量与角量之间的关系
速度与角速度的关系式：$\boldsymbol{v = r\omega}$，其中 r 为圆的半径。

切向加速度：$a_\tau = \dfrac{dv}{dt} = r\alpha$

法向加速度：$a_n = \dfrac{v^2}{r} = r\omega^2$

☆圆周运动计算题：利用运动方程$\theta(t)$求出角速度和角加速度，再由线量和角量

之间的关系求出速度和加速度；反之亦然。

§1.6 不同坐标系中的速度和加速度变换定理简介

一、牛顿的绝对时空观

绝对时空观：对于不同的参考系，长度和时间的测量结果是相同的（低速下成立）。

二、伽利略坐标变换

设参考系 K’相对于 K 作匀速直线运动，速度为v，则有

$$\begin{aligned} x' &= x - vt \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= t \end{aligned}$$

三、速度变换

参考系 K’相对 K 的速度为$\vec{v}$，$\vec{v}_{AK}$和$\vec{v}_{AK'}$分别是研究对象 A 在 K 和 K’系中的速度，则三者的关系为，

$$\vec{v}_{AK'} = \vec{v}_{AK} - \vec{v}$$

四、加速度变换

设 K’ 系相对于 K 系作匀加速直线运动，加速度为$\vec{a}_0$，则$\vec{a}_{K} = \vec{a}_{K'} + \vec{a}_0$。