§12.1 电磁感应的基本规律

一、电动势

电动势：**非静电力**把单位**正电荷从负极**通过电源内部搬移**到正极**所做的功。

$$\boxed{\varepsilon \equiv \int_{-}^{+} \vec{E}_{\mathrm{k}} \cdot \mathrm{d}\vec{l}}$$

电动势是标量，但具有正方向（电源内部电势升高的方向）。电动势是表征电源本身性质的物理量，与外电路无关。

二、法拉第电磁感应定律

只要使穿过闭合导体回路的磁通量发生变化，此回路中就会有电流产生。 由磁通量的变化所引起的回路电流称为感应电流。在电路中有电流通过，说明这个电路中存在电动势，由磁通量的变化所产生的电动势称为**感应电动势**。实验表明，感应电动势**正比于磁通量对时间变化率的负值**，这就是法拉第电磁感应定律。在国际单位制中，有

$$\boxed{\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}}$$

其中 Φ 为磁通量 $\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$，负号表示感应电动势总是**反抗**磁通量的变化，由楞次定律说明。

若闭合回路的电阻为 R，则感应电流

$$I_i = \frac{\varepsilon_i}{R} = -\frac{1}{R}\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

在 Δt 时间内，通过回路的感应电荷

$$q = \int_{t_1}^{t_2} I_{\mathrm{i}} \mathrm{d}t = \frac{1}{R}\left(\Phi_1 - \Phi_2\right)$$

感应电流与回路中磁通量随时间的变化率有关；感应电荷只与回路中磁通量的变化量有关。

三、楞次定律

闭合回路中感应电流的方向，总是使得它自身所产生的磁通量**反抗**引起感应电流的磁通量的变化。

§12.2 动生电动势与感生电动势

引起磁通量变化的原因：

（$\varepsilon = -k\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}, \Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$）

（1）动生电动势：稳恒磁场中的导体运动，或者回路面积变化、取向变化等（变 S）；

（2）感生电动势：导体不动，磁场变化（变 B）。

一、动生电动势

速度为 v 的导体在磁场中的动生电动势为，

$$\boxed{\varepsilon_{\mathrm{i}} = \int_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}}$$

其中 $\mathrm{d}l$ 为导体上的线元。通常利用上式对动生电动势进行计算。

★计算动生电动势

解题步骤：

（1）写出磁感应强度 B 的分布（由题目给出，或者无限长直导线 $B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$，或其它）；

（2）沿运动的导线，选定积分路径 $\mathrm{d}\vec{l}$ 的方向，并判断 $\vec{v}\times\vec{B}$ 的方向得出其与 $\mathrm{d}\vec{l}$ 的夹角 θ，从而写出 $d\varepsilon$ 的大小（当 v 与 B 垂直时为 $d\varepsilon = vB\mathrm{d}l\cos\theta$）。

（3）由于 ε 为标量，对其直接进行积分；当 $\varepsilon>0$ 时电动势方向与选定的 $\mathrm{d}\vec{l}$ 方向相同，$\varepsilon<0$ 时则与 $\mathrm{d}\vec{l}$ 方向相反。

★计算其他电动势

计算其他形式电动势的解题步骤基本如下：

（1）写出磁感应强度 B 的分布（由题目给出，或者无限长直导线 $B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$，或其它）；

（2）计算磁通量 $\Phi=\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$：以导体回路为积分面，选定积分面的法线方向，根据其与磁场的夹角判断磁通量的正负（对于非均匀场需要根据磁场分布取线元然后进行积分）；

（3）根据电磁感应定律得出电动势 $\varepsilon=-\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$。当 $\varepsilon>0$ 时电动势方向与选定的法线方向成右手螺旋关系，$\varepsilon<0$ 时则相反。

二、**感生电动势**　有旋电场

穿过导体回路的磁场（磁通量）发生变化时，产生的感应电动势称为感生电动势。

1. 涡旋电场

变化的磁场在其周围空间激发出一种新的涡旋状电场，不管其周围空间有无导体，不管周围空间有否介质还是真空；称其为涡旋电场。

2. 涡旋电场的性质

(1)只要有变化的磁场，就有涡旋电场。涡旋电场不是由电荷激发的

(2)涡旋电场的电场线是环绕磁感应线的闭合曲线，涡旋电场的环流不为零，为无源场。

3. 感生(涡旋)电场与静电场的比较

共同处：这两种电场都对电荷有力的作用。

不同处：

(1)电场激发：静电场是由电荷激发；涡旋电场是由变化磁场激发。

(2)电场线：静电场线——不闭合，有头有尾；涡旋电场线——环绕磁感应线的闭合曲线。

(3)电场的环流：静电场的环流为零；涡旋电场的环流不为零。

(4)电通量：静电场对闭合曲面通量不为零；涡旋电场通量为零。

4. 计算感生电动势

方法 1：运用法拉第电磁感应定律，即

$$\varepsilon_{\mathrm{i}}=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=-\int_{s}\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\vec{\mathrm{S}}$$

先求线圈所在处的磁通量,再求磁通量的变化率。
方法 2：运用 E_k 的环流定理，即

$$\boxed{\varepsilon_{\mathrm{i}}=\oint_{l}\vec{E}_{\mathrm{v}}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=-\int_{s}\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\vec{\mathrm{S}}}$$

可见，$\vec{E}_{\mathrm{v}}$ 的方向与 $\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}$ 的方向需用左手进行判断。计算一段非闭合线路的电动势，需要取使得 $\int\vec{E}_{\mathrm{v}}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=0$（也就是 $\vec{E}_{\mathrm{v}}$ 与 $\mathrm{d}\vec{l}$ 垂直）的辅助线得到闭合回路，然后通过计算回路中磁通量的变化得出感应电动势，由于辅助线上电动势为零，则回路中电动势即为非闭合线路的电动势。

§12.3 自感和互感
一、自感现象 自感系数 自感电动势
1.自感现象：线圈电流变化→穿过自身磁通量变化→在线圈中产生感应电动势
2.自感系数：由于穿过线圈自身的磁通量与电流成正比可得出自感系数的定义

$$\boxed{L\equiv\frac{\Phi}{I}}$$

3.自感电动势：若自感系数不变，则

$$\varepsilon_{L}=-L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$$

二、互感现象 互感系数 互感电动势
1. 互感现象：线圈 1 中的电流变化引起线圈 2 的磁通变化，线圈 2 中产生感应电动势。
2. 互感系数：穿过线圈 2 的磁通量正比于线圈 1 中电流 I，则可得出互感系数定义

$$\boxed{M_{21}\equiv\frac{\Phi_{21}}{I_{1}}}$$

3. 互感电动势：若互感系数不变，则

$$\varepsilon_{2}=-M_{21}\frac{\mathrm{d}I_{1}}{\mathrm{d}t},\varepsilon_{1}=-M_{12}\frac{\mathrm{d}I_{2}}{\mathrm{d}t}$$

可以证明 $M_{21}=M_{12}$。两个线圈的互感与各自的自感有一定的关系：$M=k\sqrt{L_{1}L_{2}}$。

自感、互感系数计算：

自感系数：根据题设条件求出磁通量 Φ，则自感系数为 $L=\dfrac{\Phi}{I}$。

互感系数：设其中一条的电流为 I，算出另一条的磁通量，则互感系数为 $M=\dfrac{\Phi}{I}$。

§12.4 磁能

线圈中的磁场能量(自感磁能，电源反抗自感电动势作的功)

$$W_{\mathrm{m}} = \frac{1}{2} L I_0^2$$

磁场的能量密度

$$\boxed{w_{\mathrm{m}} = \frac{W_{\mathrm{m}}}{V} = \frac{B^2}{2\mu} = \frac{1}{2} BH}$$

§12.5 麦克斯韦电磁场理论简介

位移电流密度 $j_{\mathrm{d}} = \dfrac{\partial D}{\partial t}$

位移电流强度 $I_{\mathrm{d}} = \dfrac{\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{e}}}{\mathrm{d}t}$

1. 电场的高斯定理

$$\oint\!\!\oint_S \vec{D} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \iiint_V \rho \cdot \mathrm{d}V = \sum q_{\mathrm{i}}$$

2. 磁场的高斯定理

$$\oint\!\!\oint_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$$

3. 电场的环路定理——法拉第电磁感应定律

$$\oint_L \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\iint_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

4. 全电流安培环路定理

$$\oint_L \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \iint_S (\vec{j}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$