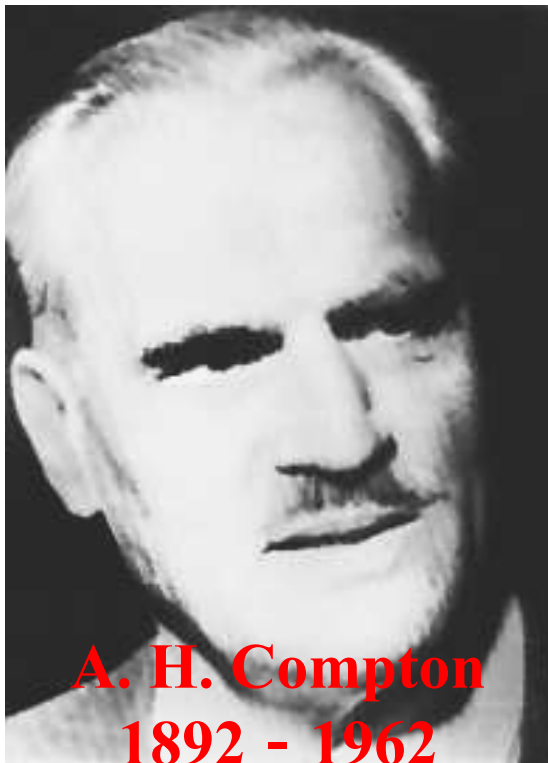


§15-3 康普顿效应

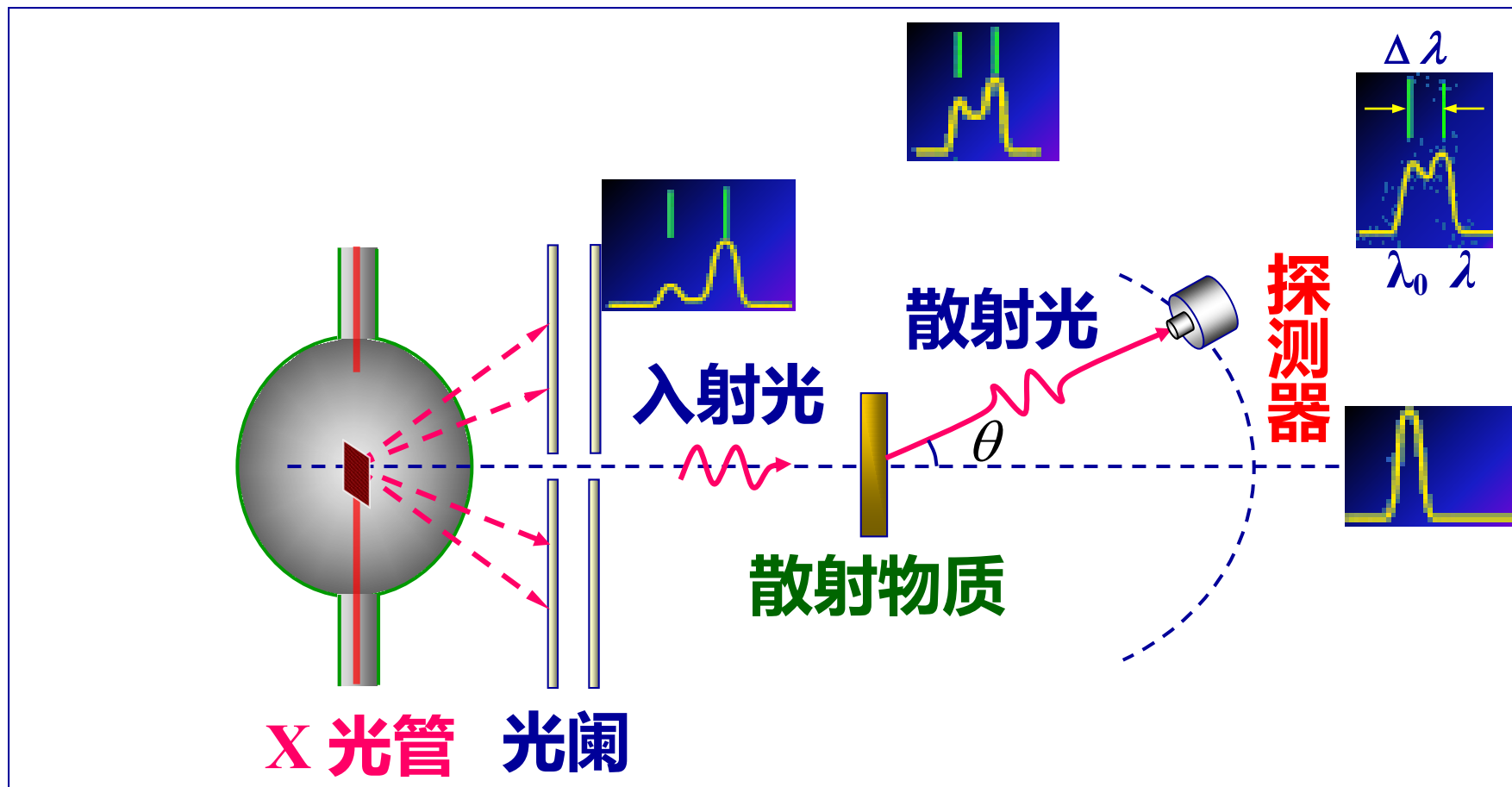


由于对“康普顿效应”的一系列实验及理论解释，康普顿与英国的威尔逊一起分享了1927年度诺贝尔物理学奖金。

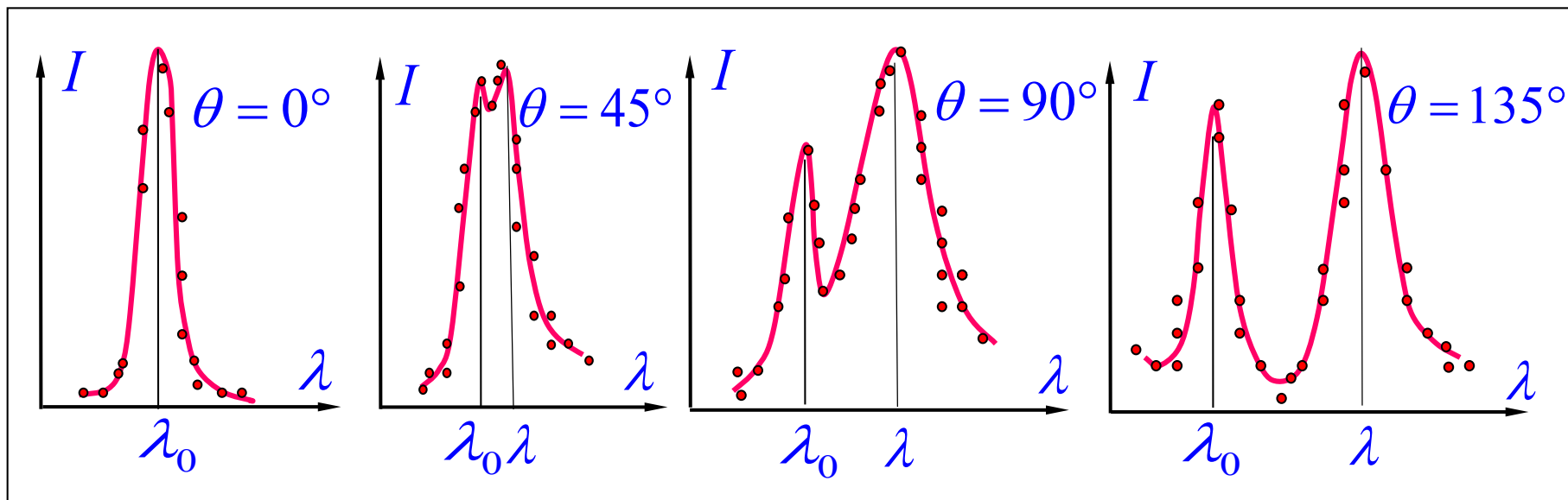
一、康普顿效应

单色X射线被物质散射时，散射线中除了有波长相同的成份外，还有波长较长的成份。

— 康普顿效应。

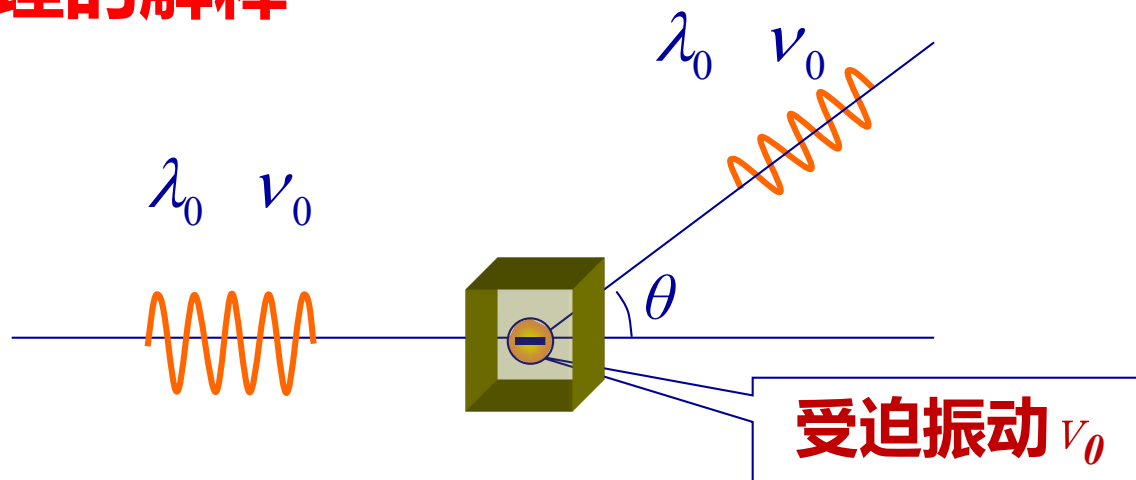


★ 实验规律



- 出现了移向长波方向的新的散射波长 λ 。
- $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ 随散射角 θ 的增大而增大，与散射物质无关。
- 元素越轻，波长变大的散射线相对越强。

★ 经典物理的解释



★ 说明

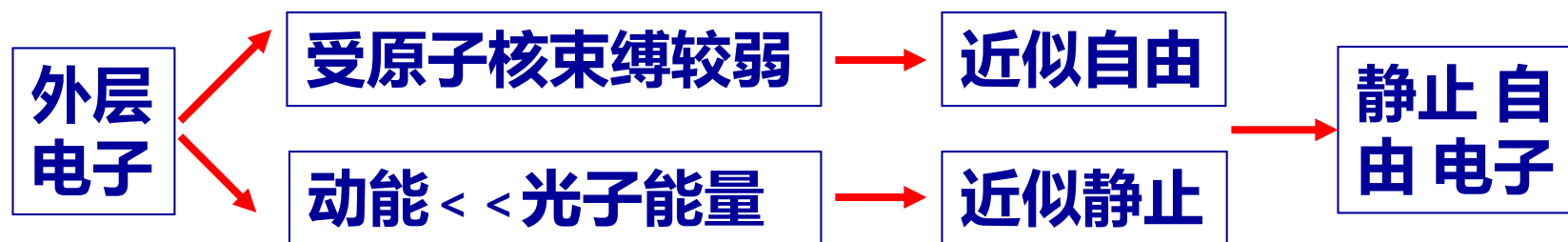
经典理论只能说明波长不变的散射（瑞利散射），而不能说明康普顿散射。

二、光子理论的解释

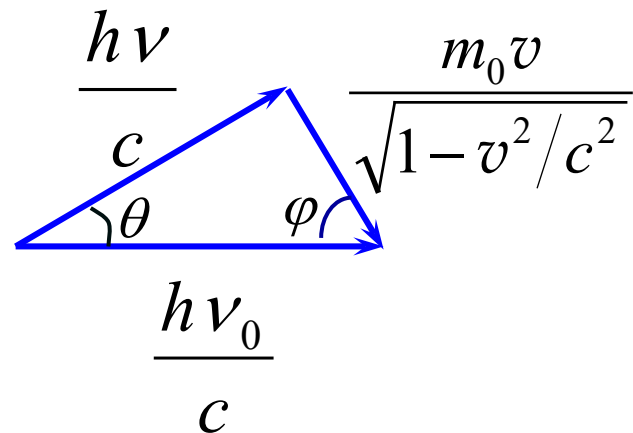
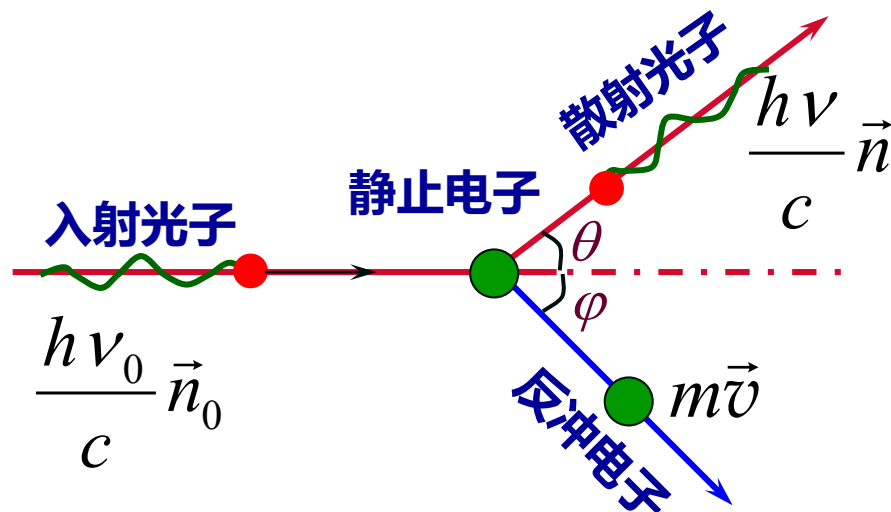
1. X 射线光子和原子内层电子相互作用

内层电子被原子核紧紧地束缚着，光子相当于和整个原子发生碰撞。光子质量远小于原子，碰撞时光子不损失能量，波长不变。

2. 入射光子与外层电子弹性碰撞



碰撞过程满足能量、动量守恒



动量守恒:

$$\begin{cases} \frac{h\nu_0}{c} = \frac{h\nu}{c} \cos \theta + m v \cos \varphi \\ \frac{h\nu}{c} \sin \theta = m v \sin \varphi \end{cases} \quad (1)$$

$$(m v)^2 = \left(\frac{h\nu_0}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 - 2\left(\frac{h\nu_0}{c}\right)\left(\frac{h\nu}{c}\right) \cos \theta$$

能量守恒:

$$h\nu_0 + m_0 c^2 = h\nu + m c^2 \quad (2)$$

由 (1) 式可得

$$m^2 v^2 c^2 = h^2 (\nu_0^2 + \nu^2 - 2\nu_0 \nu \cos \theta) \quad (3)$$

将 (2) 式写成

$$mc^2 = h(\nu_0 - \nu) + m_0 c^2 \quad (4)$$

将 (4) 式平方后减去 (3) 式,

并利用质速关系 $m^2 (1 - v^2/c^2) = m_0^2$

可得 $m_0 c^2 (\nu_0 - \nu) = h \nu_0 \nu (1 - \cos \theta)$

或写成

$$\begin{aligned}\Delta\lambda &= \lambda - \lambda_0 = \frac{c}{\nu} - \frac{c}{\nu_0} \\ &= \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta)\end{aligned}$$

——康普顿散射波长改变量。

可见波长的改变量 $\Delta\lambda$ 与散射角 θ 有关, 散射角 θ 越大, $\Delta\lambda$ 也越大; 波长的改变量 $\Delta\lambda$ 与入射光的波长无关。

上式也常写成

$$\lambda - \lambda_0 = \frac{2h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\theta}{2} = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

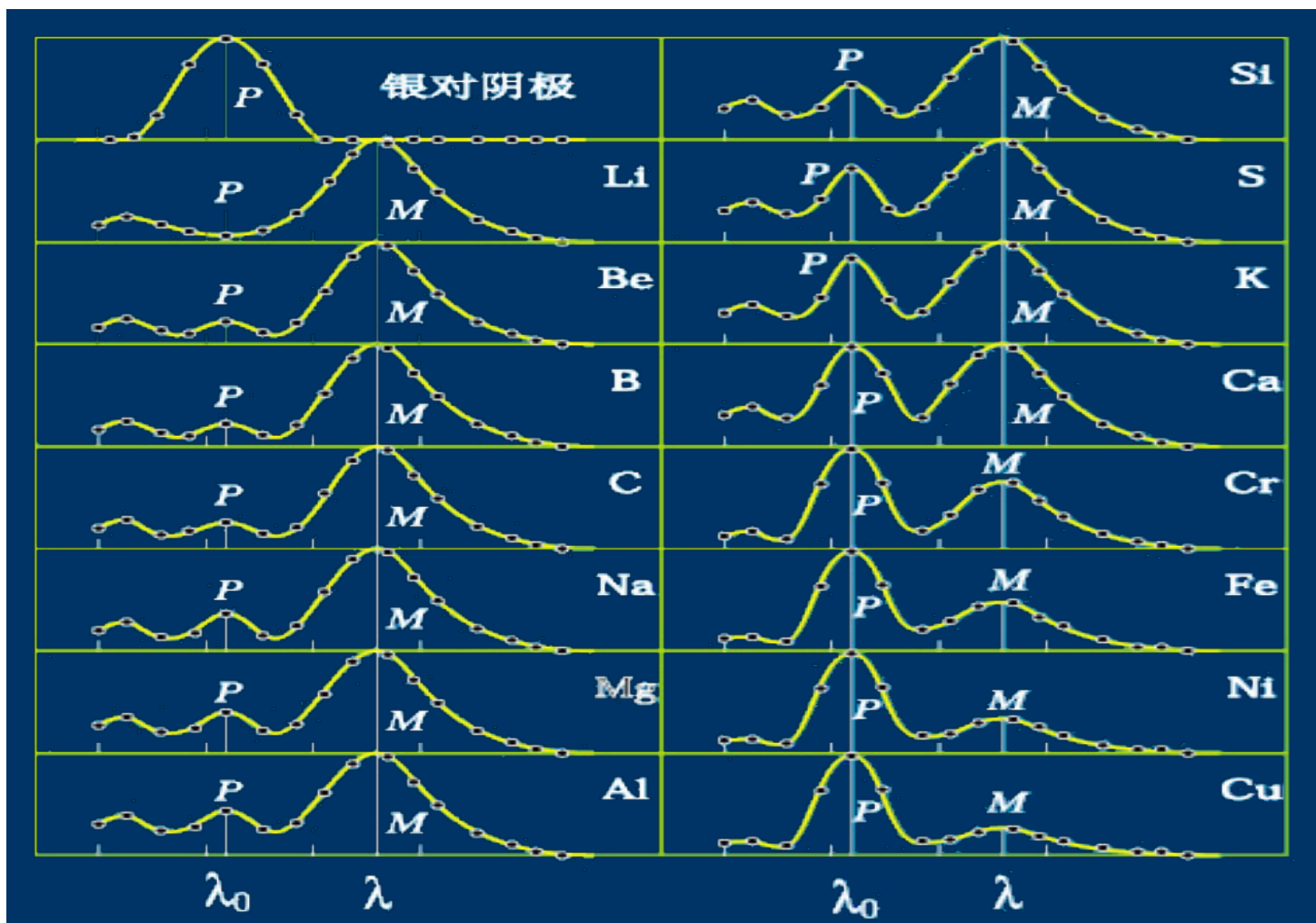
式中

$$\lambda_c = \frac{h}{m_0 c} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{9.1 \times 10^{-31} \times 3 \times 10^8} = 0.0024 \text{ nm}$$

称为**电子的康普顿波长**，其值等于在 $\theta=90^\circ$ 方向上测得的波长改变量。

波长	λ_0	λ
轻物质（多数电子处于弱束缚状态）	弱	强
重物质（多数电子处于强束缚状态）	强	弱

吴有训实验结果



康普顿效应的重要意义：

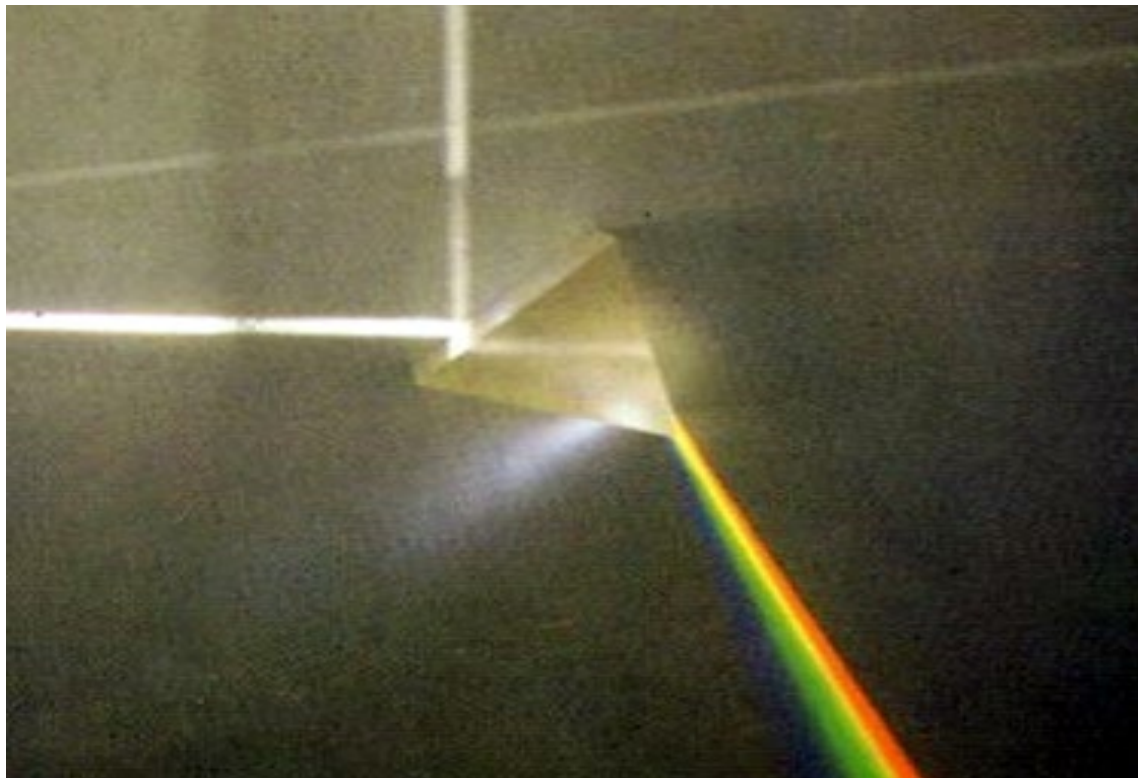
- (1) 利用光量子理论计算的理论与实验结果很好的符合再一次证实爱因斯坦光量子假说的正确；**
- (2) 首次证实光子具有动量；**
- (3) 首次表明在微观领域内，能量守恒和动量守恒同样适用！**

——1927年诺贝尔物理学奖

§ 15-4 氢原子光谱 玻尔的氢原子理论

一、光谱

早在17世纪，
牛顿就发现了
日光通过三棱
镜后的色散现
象，并把实验
中得到的彩色
光带叫做**光谱**



光谱是电磁辐射（不论是在可见光区域还是在不可见光区域）的**波长成分和强度分布的记录**，或者**波长成分的记录**。

物体发光直接产生的光谱叫做**发射光谱**。发射光谱可分为两类：**连续光谱**和**明线光谱**

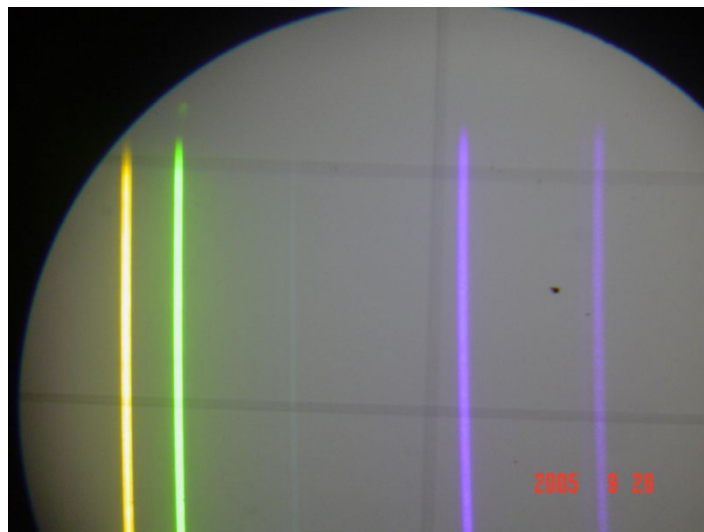
1. 连续光谱



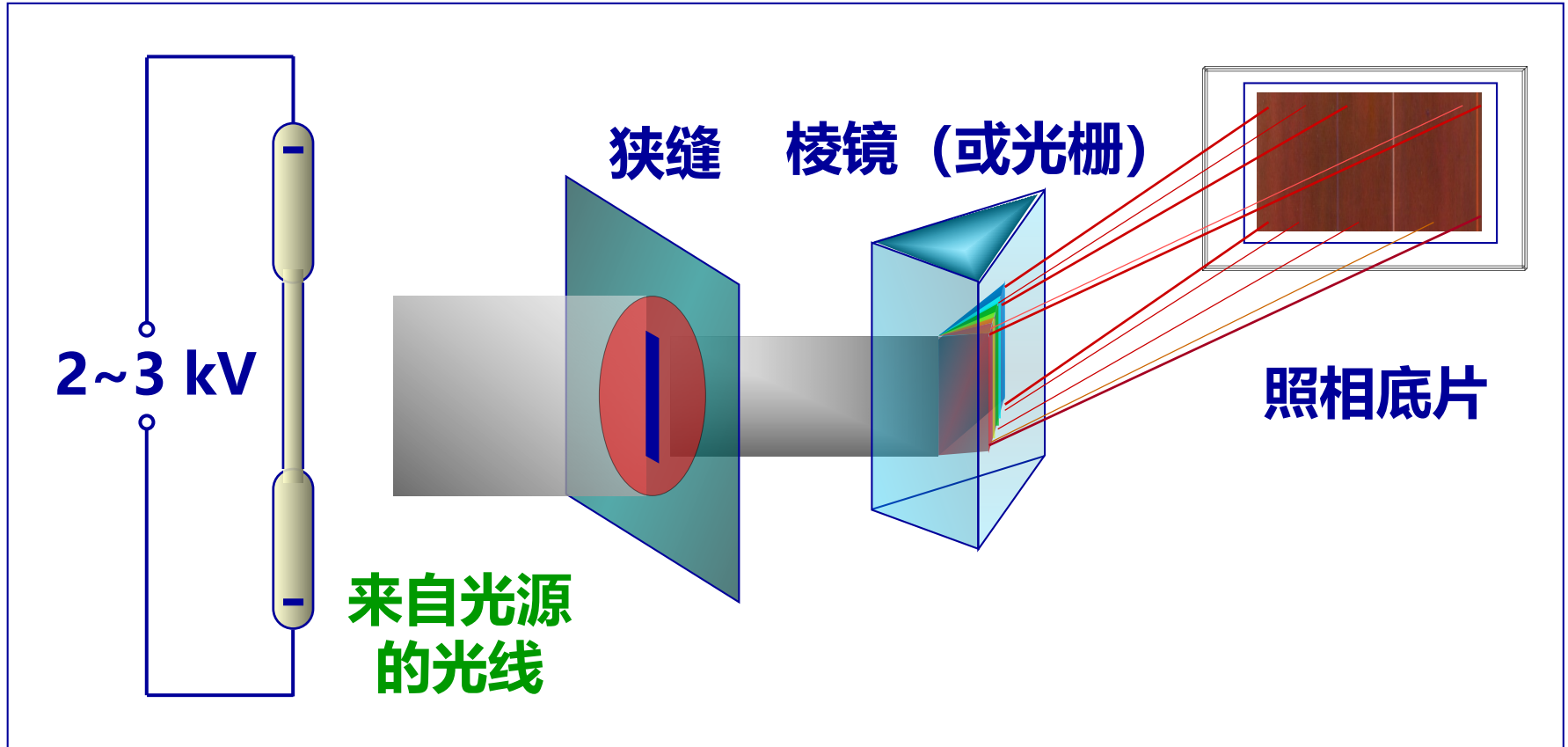
包含有从红光到紫光各种色光的光谱叫做**连续光谱**。例如白炽灯丝发出的光、烛焰、炽热的钢水发出的光都形成连续光谱。

2. 明线光谱

只含有一些不连续的亮线的光谱叫做明线光谱。明线光谱中的亮线叫**谱线**，各条谱线对应**不同波长的光**。实践证明，原子不同，发射的明线光谱也不同，因此明线光谱的谱线也叫原子的特征谱线。



氢原子光谱的实验规律



★1853年，瑞典人A. J. Ångström测得氢可见光光谱的红线，——Å（埃）即由此得来。

★到1885年，观测到的氢原子光谱线已有14条，

★ 1885年, 巴耳末(J. J. Balmer) 可见光谱经验公式:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{4}{B} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 3, 4, 5, \dots$$

$$B = 3645.6 \text{Å} \quad (\text{经验常数})$$

★ 后来发现在紫外区和红外区, 还存在其他谱线系。

★ 1889年, 里德伯(J. R. Rydberg)提出普遍公式描述氢原子的光谱线:

$$\tilde{\nu} = R \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad \begin{array}{l} k = 1, 2, 3, \dots \\ n = k + 1, k + 2, k + 3, \dots \end{array}$$

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} \quad \text{波数} \quad R = 1.096776 \times 10^7 \text{ m}^{-1} \quad \text{里德伯常量}$$

$$\frac{1}{\lambda} = \tilde{\nu} = R\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

$k = 1, n = 2, 3, \dots$ **赖曼系, 紫外区**

$k = 2, n = 3, 4, \dots$ **巴尔末系, 可见光区**

$k = 3, n = 4, 5, \dots$ **帕邢系, 红外区**

$k = 4, n = 5, 6, \dots$ **布拉开系, 红外区**

$k = 5, n = 6, 7, \dots$ **普丰德系, 红外区**

$k = 6, n = 7, 8, \dots$ **哈弗莱系, 红外区**

原子光谱线系的规律性, 深刻地反映了原子内部的规律性

2、玻尔的氢原子理论 (1913)

(1) 定态假设

原子系统只能处在一系列不连续的能量状态
状态中，电子绕核作圆周运动，但并不辐射

——原子的稳定状态（简称定态），

相应的能量分别为 E_1, E_2, E_3, \dots

(2) 量子跃迁和频率条件

当原子从能量为 E_n 的定态跃迁到能量为 E_k 的定态时，要发射或吸收一个频率为 ν_{kn} 的光子。

$$\nu_{kn} = \frac{|E_n - E_k|}{h}$$

玻尔频率公式



N. Bohr

丹麦

1885-1962

光绪11年—PRC

13年

(3) 角动量量子化假设

在电子绕核作圆周运动中，其定态必须满足电子的角动量 L 等于 $h/2\pi$ 的整数倍的条件。

$$L = mvr = n \frac{h}{2\pi}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

n : 量子数

角动量量子化条件

或写成： $L = n \underline{\hbar}$, $n = 1, 2, 3, \dots$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

约化普朗克常量

氢原子轨道半径和能量的计算

由库仑定律和牛顿运动定律: $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = m \frac{v^2}{r},$

由角动量的量子化条件:

$$L = mvr = n \frac{h}{2\pi}, \quad n=1, 2, 3, \dots$$

消去两式中的 v , 以 r_n 代替 r , 得:

$$\therefore \textcolor{red}{r}_n = n^2 \left(\frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2} \right) = n^2 r_1, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$r_1 = 0.529 \times 10^{-10} \text{ m.} \quad \textcolor{green}{\text{玻尔半径}}$$

电子能量

$$E_n = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_n} = -\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_n} = -\frac{1}{n^2} \frac{m e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} = \frac{E_1}{n^2}$$

-13.6 eV

讨论

(1) 假设1是针对氢原子有核模型与经典电磁理论的矛盾而作出的。只有假定电子在圆轨道上运动时不辐射电磁波，才能保证原子的稳定性。

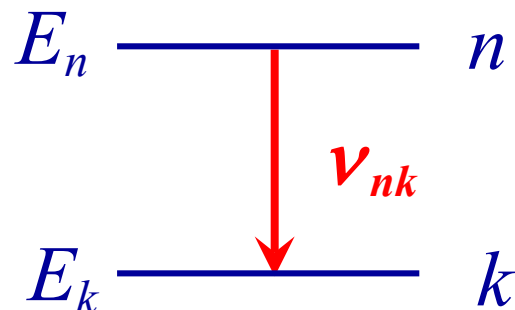
(2) 假设2是对普朗克假设的引伸，指出辐射光的条件。

(3) 假设3指出电子绕核运动的圆轨道是有限制的。只有角动量满足量子化条件才是许可的，这是对普朗克能量量子化的进一步发展。

利用玻尔理论研究氢原子光谱规律

根据玻尔氢原子理论，当原子从高能态 E_n 向低能态 E_k 跃迁时，发射1个光子，其频率为：

$$\nu_{nk} = \frac{E_n - E_k}{h}$$



波数为：

$$\tilde{\nu}_{nk} = \frac{1}{\lambda_{nk}} = \frac{E_n - E_k}{hc} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c} \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

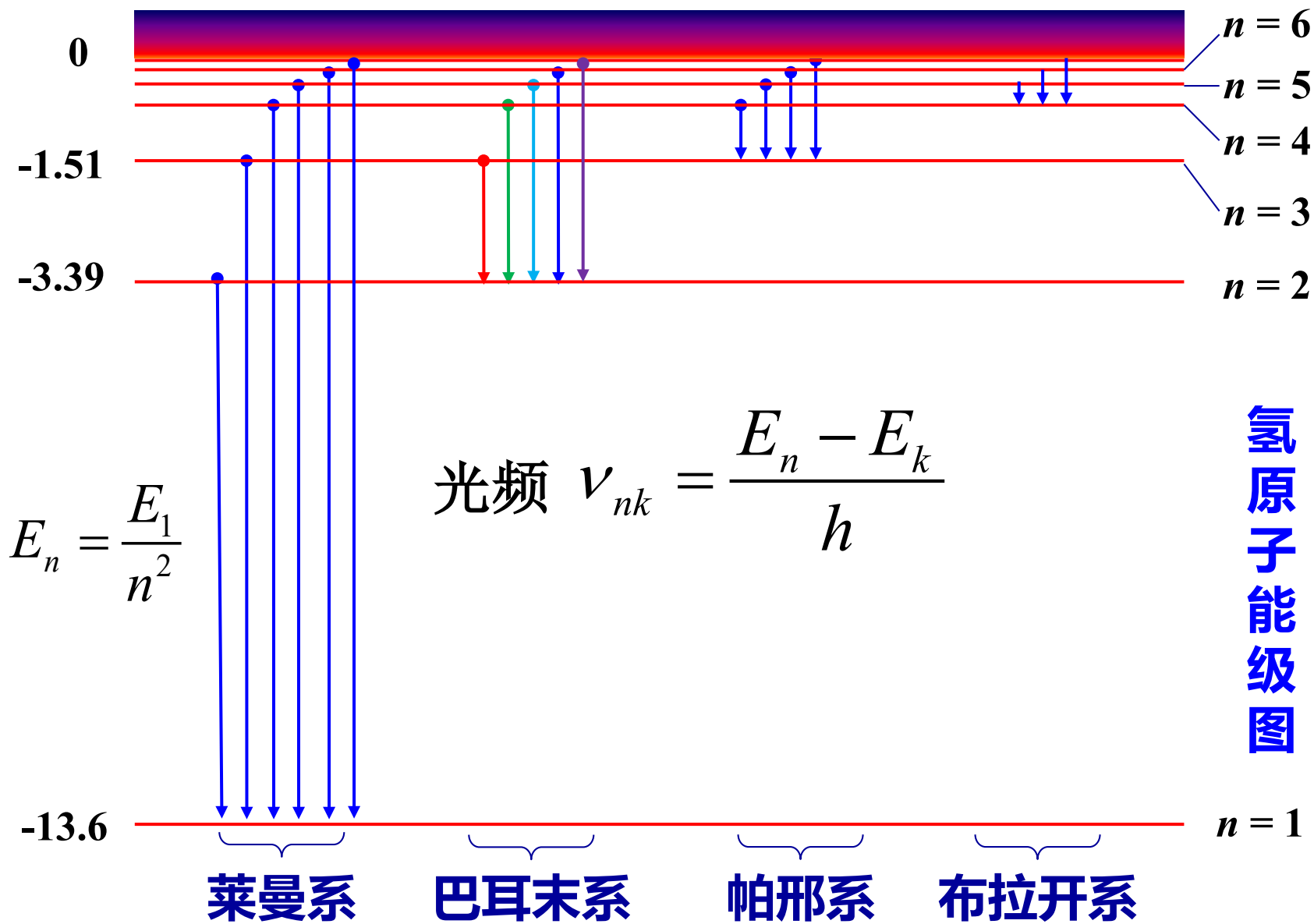
与氢原子光谱里德伯经验公式是一致的。

$$\tilde{\nu} = R \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad R_{\text{理论}} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c} = 1.0973731 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

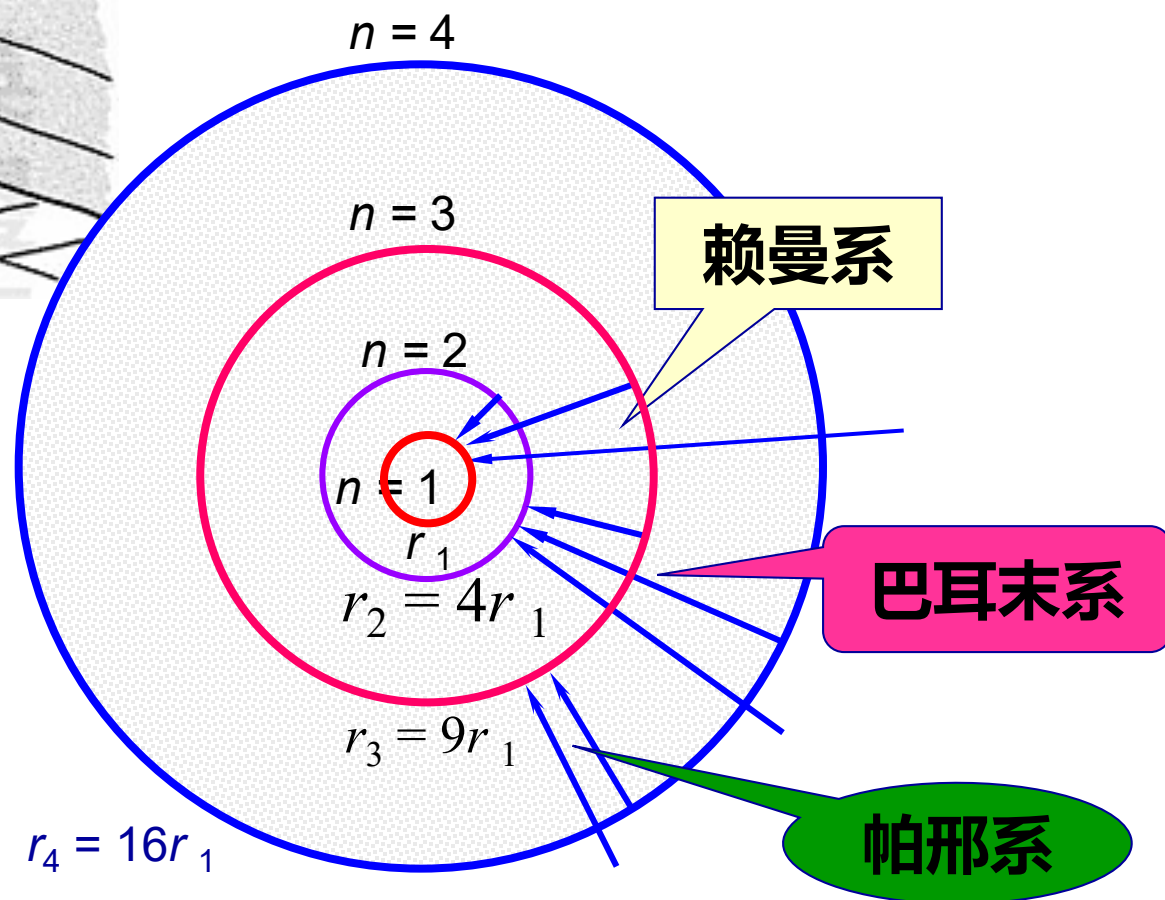
R 的实验值

$$R_{\text{H实验}} = 1.096775 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

E_n (eV)



氢原子能级图



电子在第 n 个轨道上运动时，系统能量 E_n 为：

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \left(\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \right), \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

∴ 能量是不连续的，量子化的。

$n = 1$, $E_1 = -13.6\text{eV}$ 基态能级；

$n > 1$ 的各稳定态，称为受激态；

$n \rightarrow \infty$ 时， $r_n \rightarrow \infty$, $E_n \rightarrow 0$. 能级趋于连续。

3、玻尔理论的缺陷和意义

- ★ 玻尔理论的两个核心思想：定态和量子跃迁，是非常了不起的创见！
 - ★ 玻尔理论很好地解释了氢原子光谱的波长。
 - ★ 频率条件完全正确，一直沿用至今。
-

- ※ 玻尔理论仍然以经典理论为基础，仍保留了“轨道”的概念，定态假设又和经典理论相抵触。
- ※ 量子化条件没有适当的理论解释，硬加上去的。
- ※ 对谱线的强度、宽度等无法处理。

例题： 在气体放电管中，用能量为12.5eV的电子通过碰撞使氢原子激发。问受激发的原子向低能级跃迁时，能发射哪些波长的光谱线？

解： 设氢原子吸收电子能量后，最高能激发到第n个能级，此能级的能量为 $-\frac{13.6}{n^2}\text{eV}$ ，

$$\therefore E_n - E_1 = 13.6 - \frac{13.6}{n^2} = 12.5\text{eV}$$

$$n^2 = \frac{13.6}{13.6 - 12.5} = 12.36 \quad \therefore n = 3.5$$

(n只能取整数)

\therefore 氢原子最高能激发到 n=3能级。也能激发到n=2能级。

氢原子被激发到 $n=3$ 或 2 的能级，然后向下能级跃迁。

$$n = 3 \rightarrow n = 1, \quad \tilde{\nu}_1 = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2}\right) = \frac{8}{9}R$$

$$\therefore \lambda_1 = \frac{9}{8R} = \frac{9}{8 \times 1.096776 \times 10^7} \text{ m} = 102.6 \text{ nm}$$

$$n = 3 \rightarrow n = 2, \quad \tilde{\nu}_2 = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right) = \frac{5}{36}R$$

$$\therefore \lambda_2 = \frac{36}{5R} = \frac{36}{5 \times 1.096776 \times 10^7} \text{ m} = 656.3 \text{ nm}$$

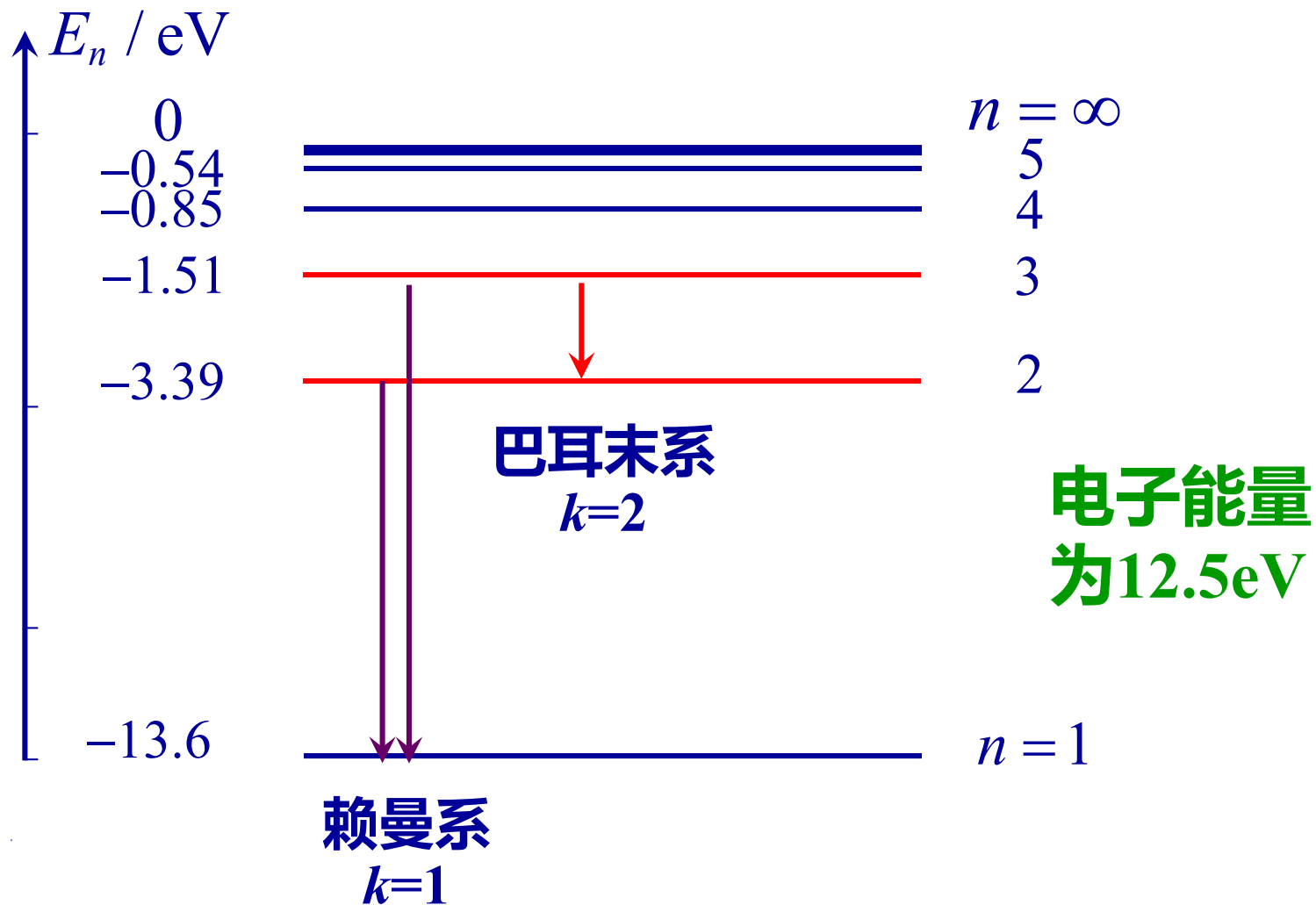
$$n = 2 \rightarrow n = 1, \quad \tilde{\nu} = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) = \frac{3}{4}R$$

$$\therefore \lambda_3 = \frac{4}{3R} = \frac{4}{3 \times 1.096776 \times 10^7} \text{ m} = 121.6 \text{ nm}$$

\therefore 能产生3条谱线。

示意图

$$E_1 = -13.6\text{eV}, E_2 = -3.39\text{eV}, E_3 = -1.51\text{eV}, E_4 = -0.85\text{eV}$$



1. 微观粒子的波-粒二象性

德布罗意波 (1924)

德布罗意根据自然界的对称性提出：
既然光具有波粒二象性，实物粒子也
应具有波粒二象性，即实物粒子具有
波动性

他在1924年底向巴黎大学提交博士论
文“量子理论的研究”



L.V. de Broglie
法国

1892-1986

光绪18年—PRC 37年

假设：实物粒子具有波粒二象性。

能量为 E 、动量为 p 的实物粒子，同时具有波动性，它的波长 λ 、频率 ν 与 E 、 p 的关系与光子一样：

$$p = m\nu = \frac{h}{\lambda}$$

波长 $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m\nu} = \frac{h}{m_0\nu} \sqrt{1 - \nu^2 / c^2}$

——德布罗意公式



如果 $\nu \ll c$ ， $m \rightarrow m_0$ ， $\therefore \lambda = \frac{h}{m_0\nu}$ 。

$$E = mc^2 = h\nu$$

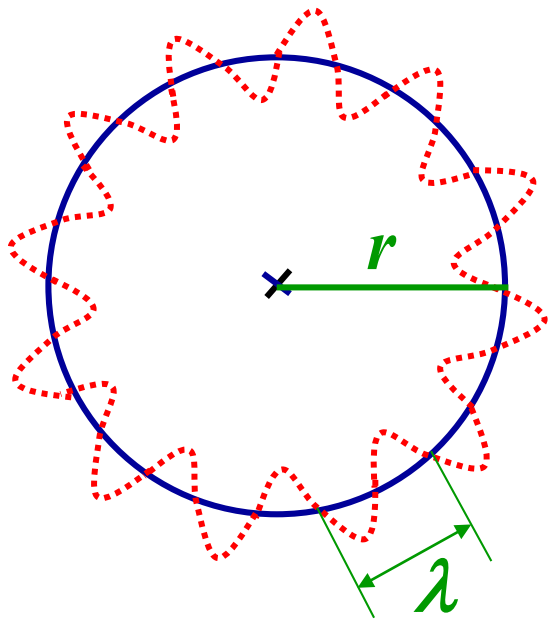
频率 $\nu = \frac{E}{h} = \frac{mc^2}{h} = \frac{m_0c^2}{h\sqrt{1 - \nu^2 / c^2}}$

与粒子相联系的波称为物质波，或德布罗意波。

λ — 德布罗意波长 (de Broglie wavelength)

Broglie还用物质波的概念解释了粒子领域中令人困惑的**轨道量子化条件**（半经典）。

德布罗意认为电子的物质波绕圆轨道传播时，只有满足驻波条件时，此轨道才是稳定的。



$$2\pi r = n\lambda, \quad \text{而} \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}.$$

$$\rightarrow 2\pi r m v = n h,$$

$$\therefore L = mvr = n \frac{h}{2\pi}$$

此即 玻尔角动量量子化条件

如果两种质量不同的粒子，其德布罗意波长相等，则这两种粒子（）

A能量相同 **B**动能相同 **C**动量相同 **D**速度相同

由德布罗意波长与粒子的动量关系式可知，电子的德布罗意波长和一个中子的相等，则它们的动量也相等，故C正确。由于电子和中子的质量不等，可推知它们的速度、动能、总能量均不等。故答案为:C

例题： 一质量 $m=0.05\text{kg}$ 的子弹，以速率 $v = 300\text{m/s}$ 运动着，其德布罗意波长为多少？

解： 由德布罗意公式，得：

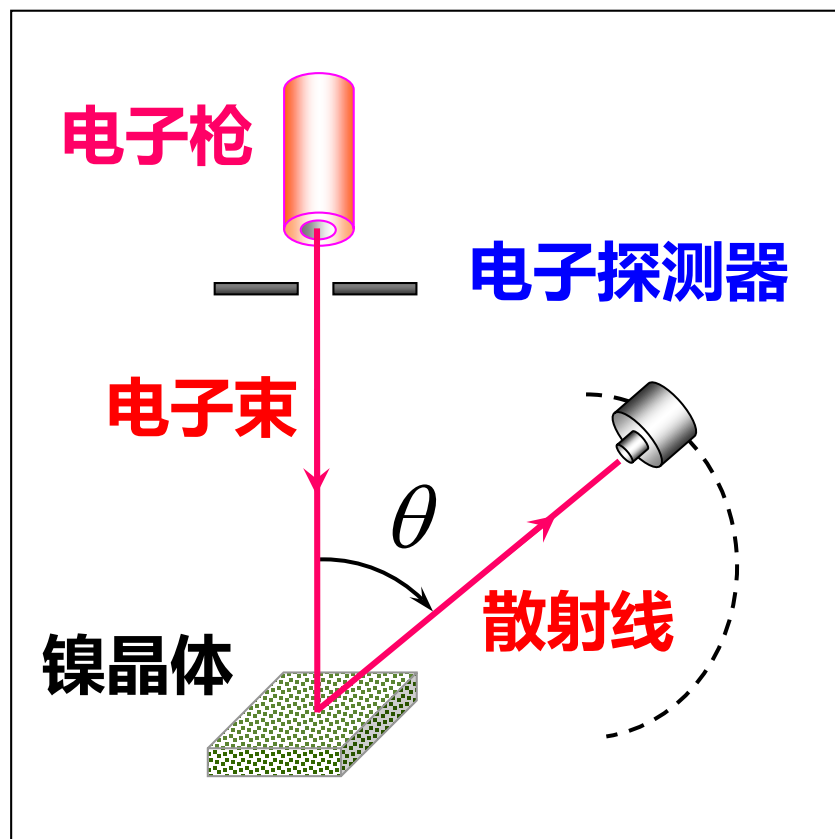
$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{0.05 \times 300} = 4.4 \times 10^{-35} \text{ m}$$

可见，对于一般的宏观物体，其物质波波长很短。

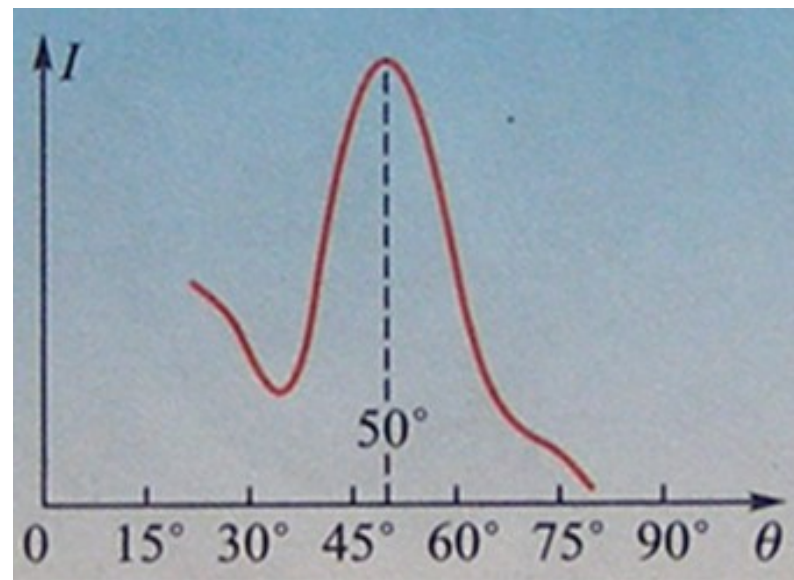
宏观物体很难显示波动性

二、物质波实验验证

(1) 戴维孙—革末电子散射实验 (1927年)，观测到电子衍射现象。



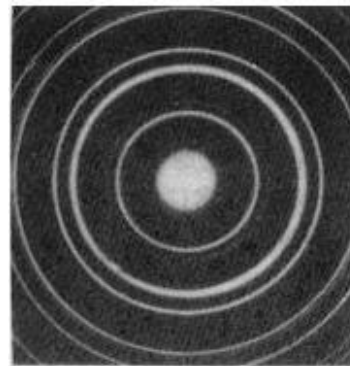
实验装置



实验发现：当电子枪加速电压为54V时， $\theta = 50^\circ$ 的散射方向上探测到电子束强度出现明显的极大。

(2) 电子通过金多晶薄膜的衍射实验

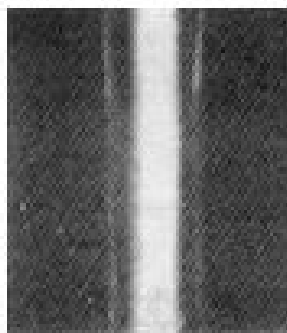
(汤姆逊1927)



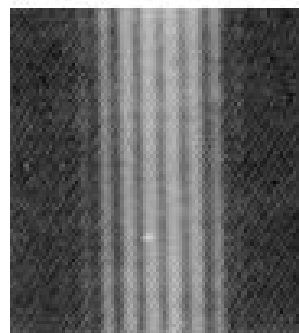
衍射图(同X射线)

(3) 电子的单缝、双缝、三缝和四缝衍射实验

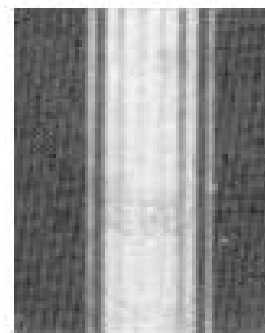
(约恩逊1961)



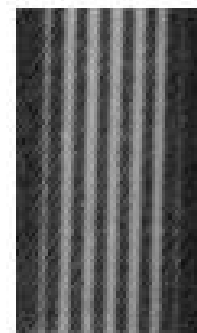
单 缝



双 缝



三 缝



四 缝

(4) 实验发现，中性粒子（质子、中子、原子）都具有波动性。

自然界中的一切微观粒子，都具有波粒二象性。

例题：计算经过电势差 $U=150\text{V}$ 和 $U=10^4\text{V}$ 加速的电子的德布罗意波长（在 $U \leq 10^4\text{V}$ 时, 可不考虑相对论效应）。

解 根据 $\frac{1}{2}m_0v^2 = eU$ **加速后电子的速度为** $v = \sqrt{\frac{2eU}{m_0}}$

根据德布罗意关系 $p = h/\lambda$, 电子的德布罗意波长为

$$\lambda = \frac{h}{m_0v} = \frac{h}{\sqrt{2m_0e}} \frac{1}{\sqrt{U}} = \frac{1.225}{\sqrt{U}} \text{ nm}$$

波长分别为 $\lambda_1 = 0.1 \text{ nm}$ $\lambda_2 = 0.0123 \text{ nm}$

电子的德布罗意波长与 X 射线的波长相近。

<div style="border: 1px solid green; padding: 2px; display: inline-block;">电子波波长</div> << <div style="border: 1px solid green; padding: 2px; display: inline-block;">光波波长</div>	}	→	电子显微镜分辨率
观测仪器的分辨本领 $R = \frac{D}{1.22 \lambda}$			远大于 光学显微镜分辨率