第七章

机械波

●海洋中的机械波

声波	物理机制：可压缩性	周期：0.01—0.001S
毛细波	表面张力	小于0.1S
风浪涌浪	重力	1—25S
地震律波	重力	10分钟—2小时
内波	重力和密度分层	2分钟—10小时
风暴潮	重力和地球自转	1小时—10小时
潮波	同上	12小时—24小时
行星波	重力 地球自转 海洋深度变化	100天

●强大的破坏力

1883年　印度尼西亚喀拉卡托火山爆发引起海啸，波高35m，死亡36140人

1960年　智利8.4级地震引发海啸，波高25m，909人死亡，海啸波经太平洋传至日本，波高仍达6m，120人死亡

1970年　孟加拉湾沿岸风暴潮，增水超6m，20余万死亡100万无家可归

……

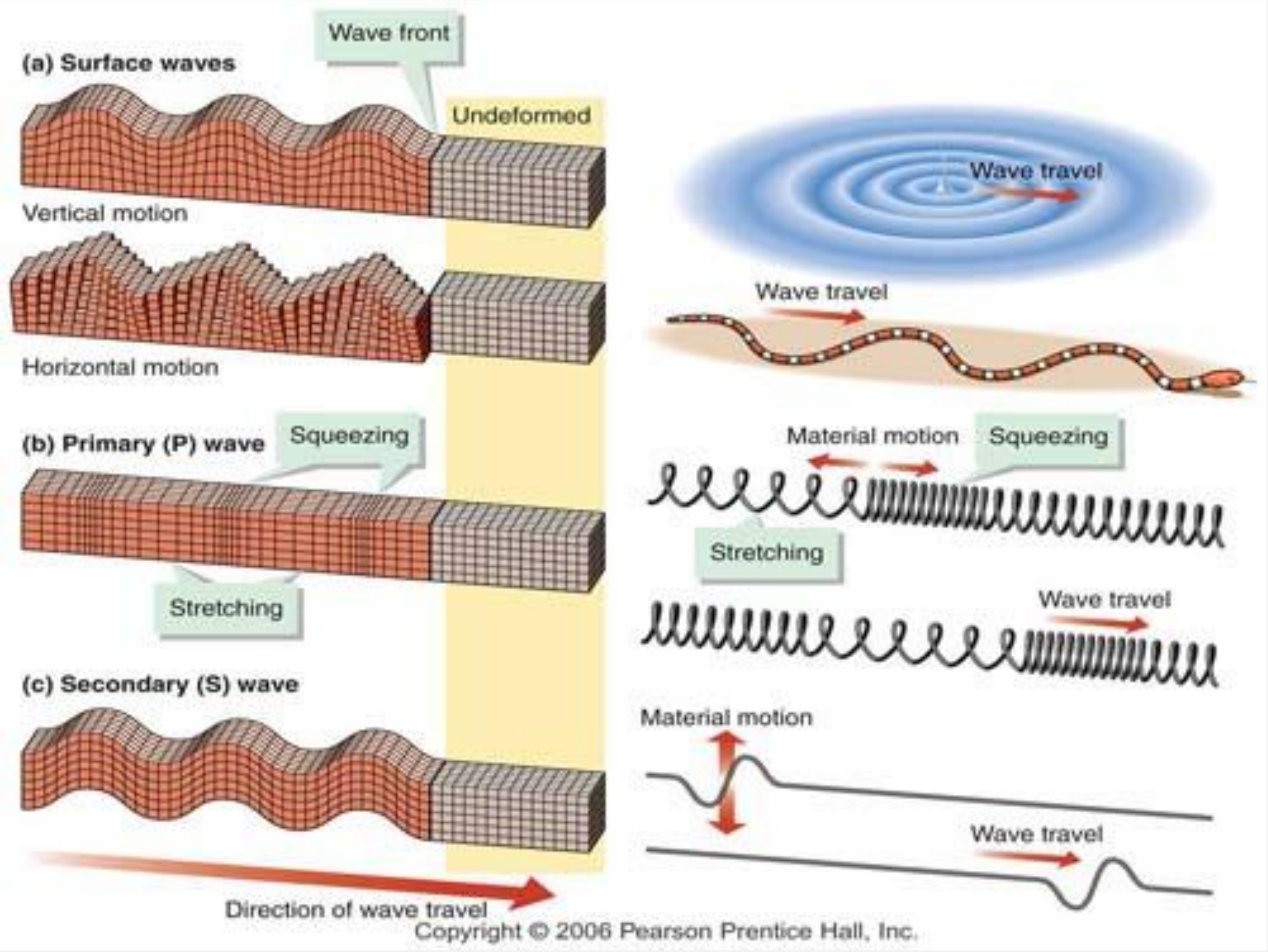
2004年　印度尼西亚印尼亚齐地区发生里氏7.9级地震，引发海啸，死亡人数292206人，50万人无家可归

2011年　日本附近海域9.0级地震引发海啸，1万多人死亡，2万失踪，核电站被冲毁……

……

记录：海浪可将1370吨混凝土推动10多米，万吨油轮推上岸

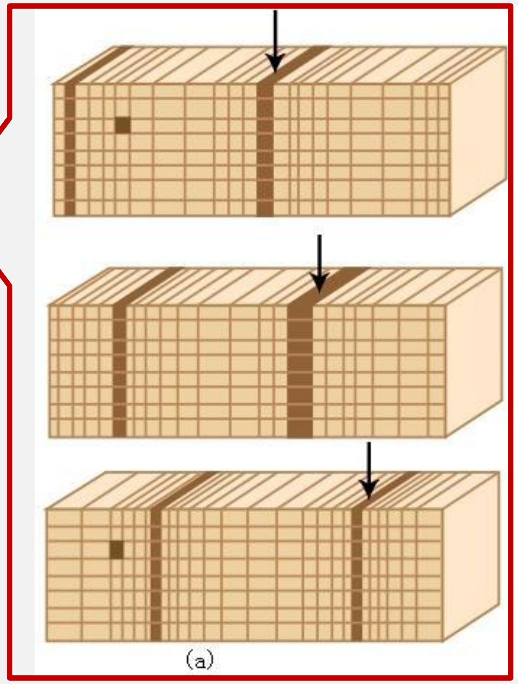
● 地震波

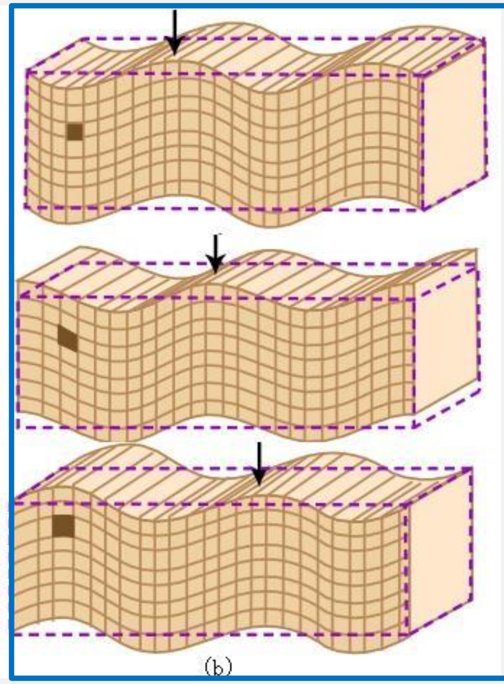


Wave front
(a) Surface waves
Undeformed
Wave travel
Vertical motion
Wave travel
Horizontal motion
(b) Primary (P) wave
Squeezing
Material motion
Squeezing
Stretching
Stretching
Wave travel
(c) Secondary (S) wave
Material motion
Wave travel
Direction of wave travel
Copyright © 2006 Pearson Prentice Hall, Inc.

- 体波

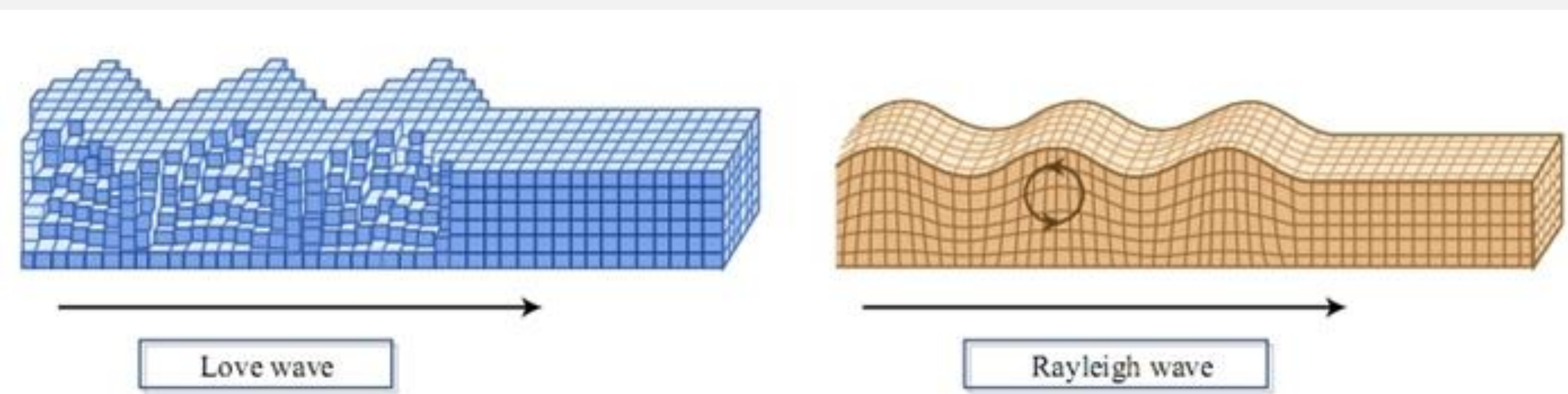
P波



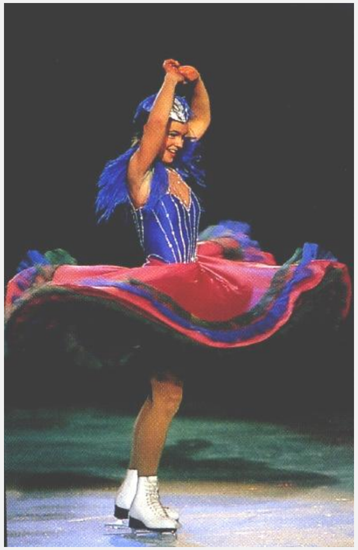


S波

- 面波



§ 7-1 机械波的产生和传播

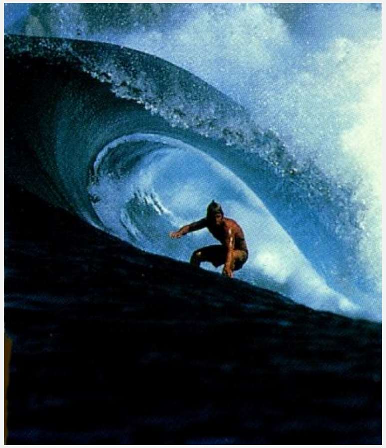


波动是振动的传播过程。

机械波：机械振动在介质中的传播过程。

电磁波：变化的电场和变化的磁场在空间的传播过程。

1. 机械波的产生条件



波源 ————产生机械振动的振源

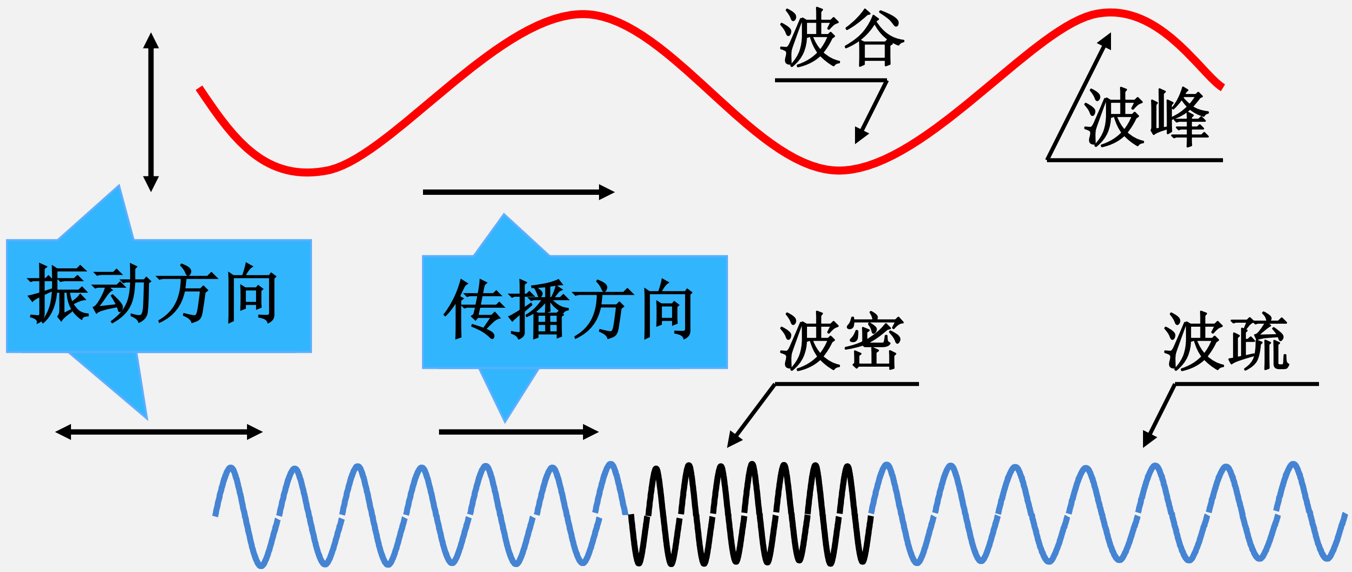
弹性介质 —— 传播机械振动的介质

注：波动是波源的振动状态或振动能量在介质中的传播，介质的质点并不随波前进。

2.横波和纵波

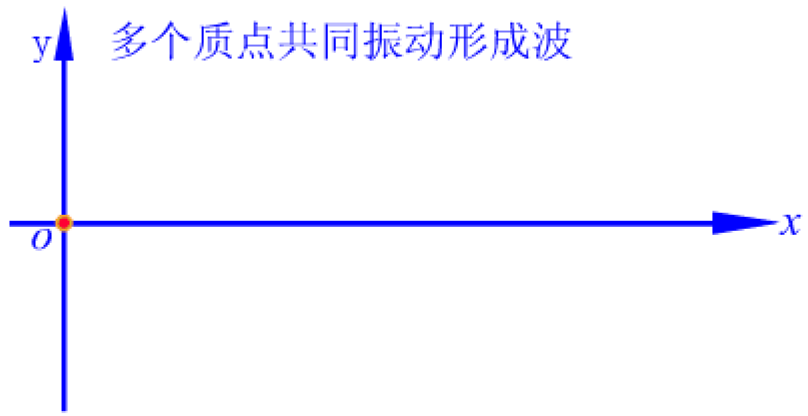
横波：质点的振动方向和波的传播方向垂直。

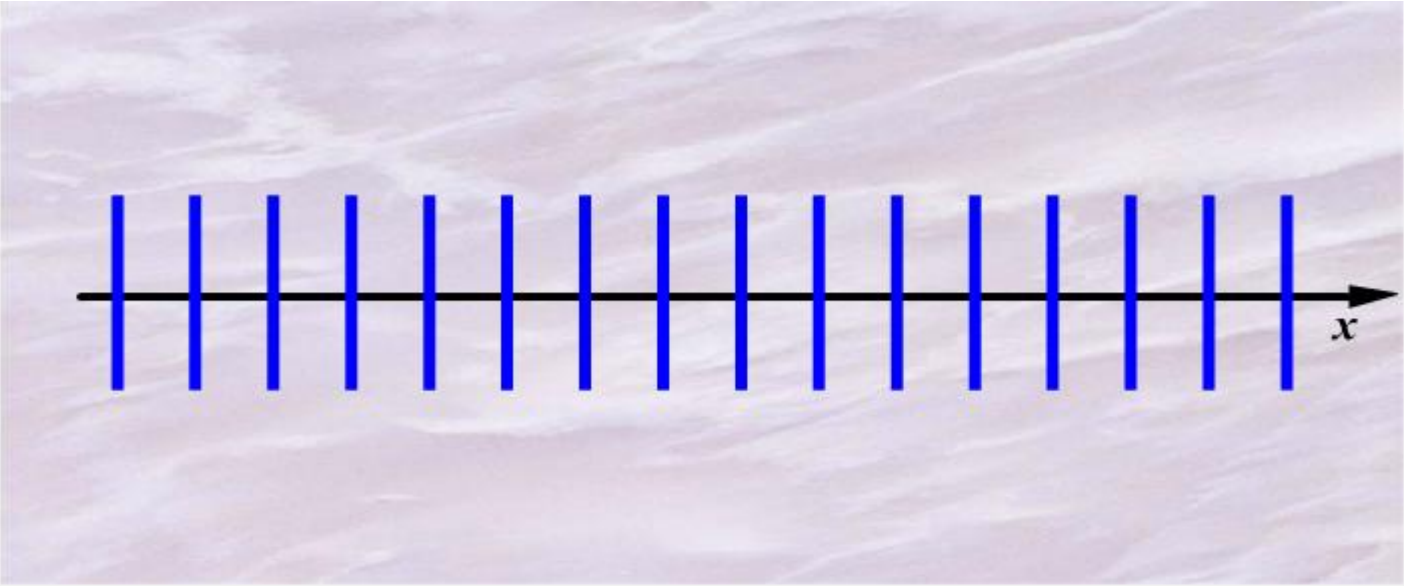
纵波：质点的振动方向和波的传播方向平行。



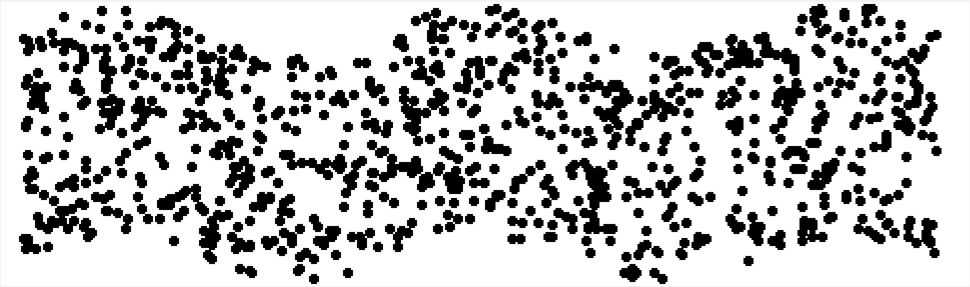
注：在固体中可以传播横波或纵波，在液体、气体(因无剪切效应)中只能传播纵波。

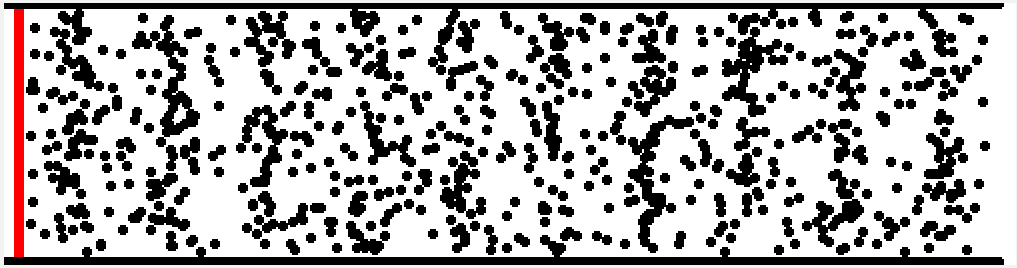
纵波和横波的传播过程：





当波源作简谐振动时，介质中各个质点也作简谐振动，这时的波动称为简谐波（正弦波或余弦波）。





3.波(阵)面和波线

波阵面：在波动过程中，把振动相位相同的点连成的面(简称波面)。

波前：在任何时刻，波面有无数多个，最前方的波面即是波前。波前只有一个。

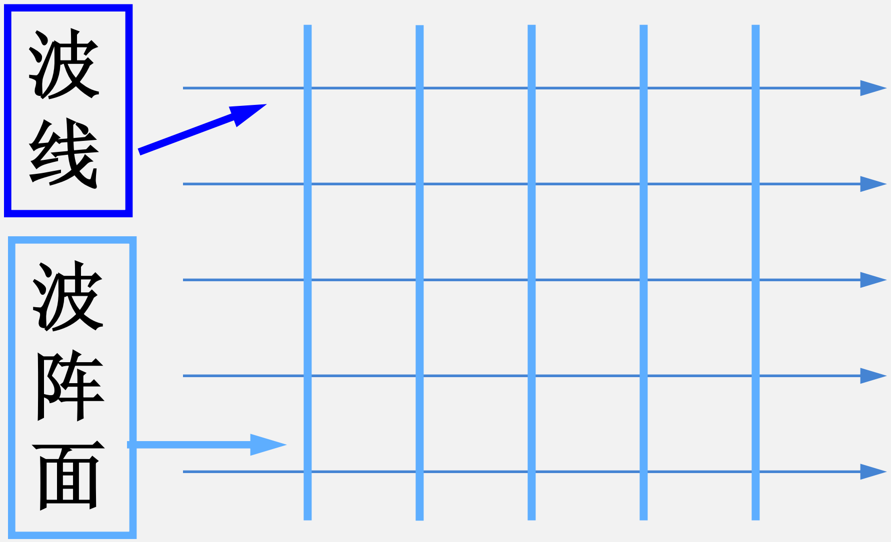
波线：沿波的传播方向作的一些带箭头的线。波线的指向表示波的传播方向。

平面波：波面为平面

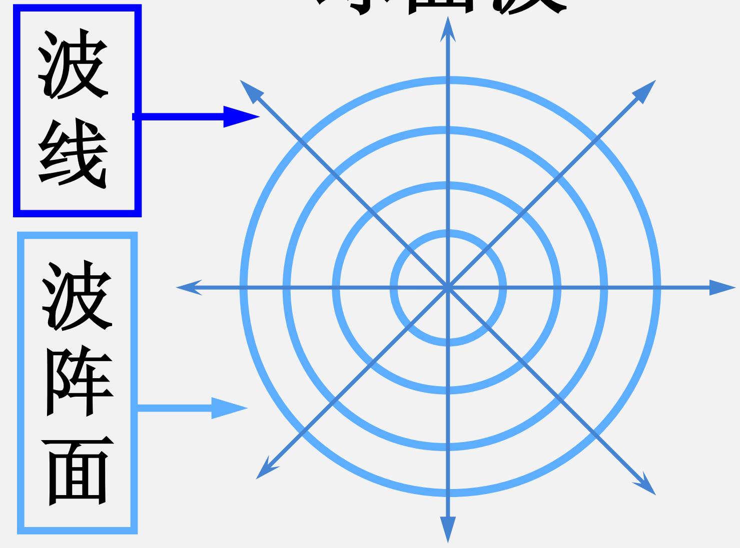
球面波：波面为球面

柱面波：波面为柱面

平面波



球面波

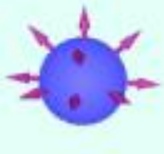


注：

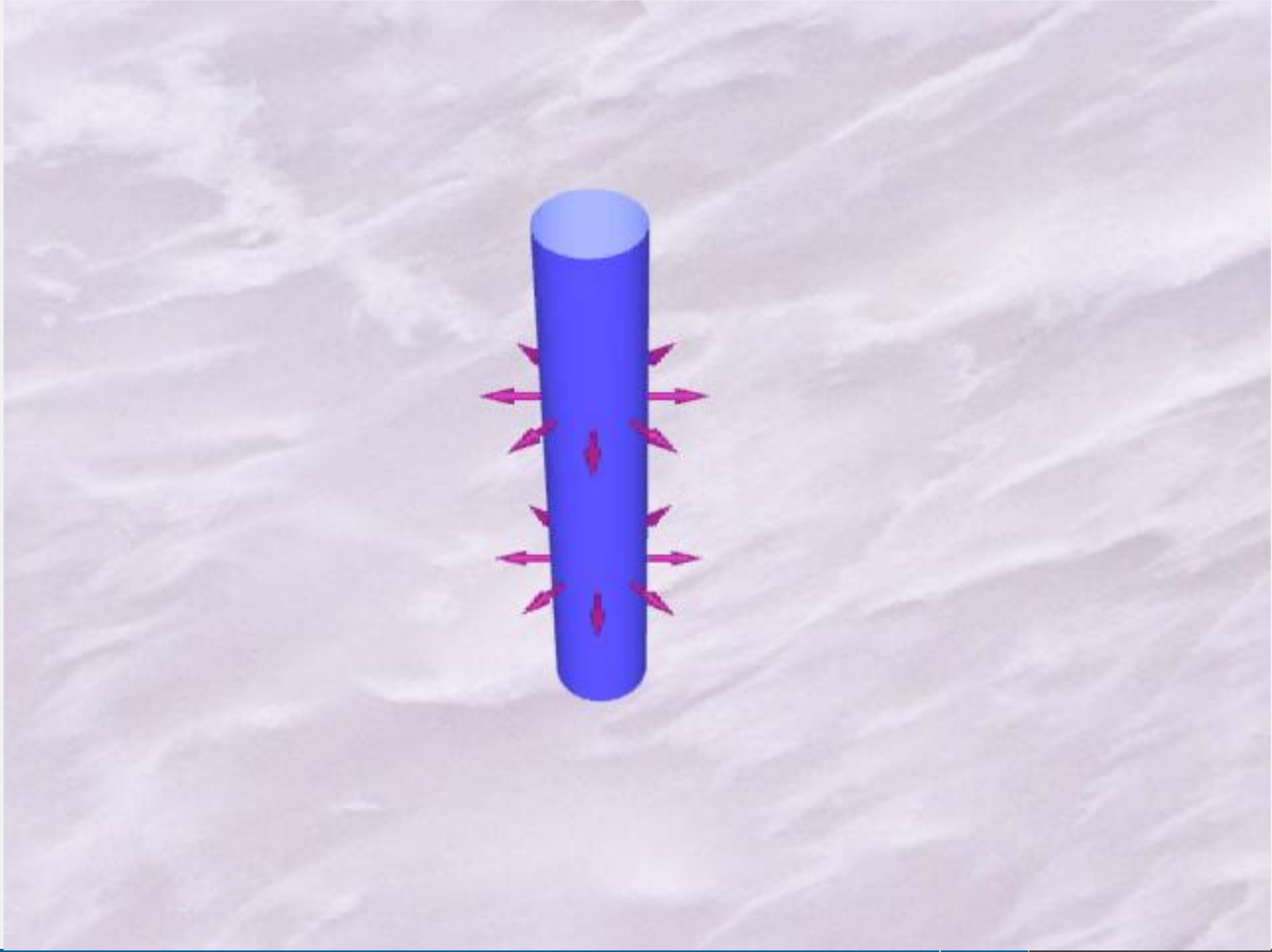
1、在各向同性介质中传播时，波线和波阵面垂直。

2、在远离波源的球面波波面上的任何一个小部份，都可视为平面波。

球面波的形成过程：



柱面波的形成过程：



4. 波长、周期、频率和波速

波长：在同一条波线上，相差为2π的质点间距离。

周期：传播一个波长距离所用的时间。

频率：周期的倒数。

频率和周期只决定于波源，和介质种类无关。

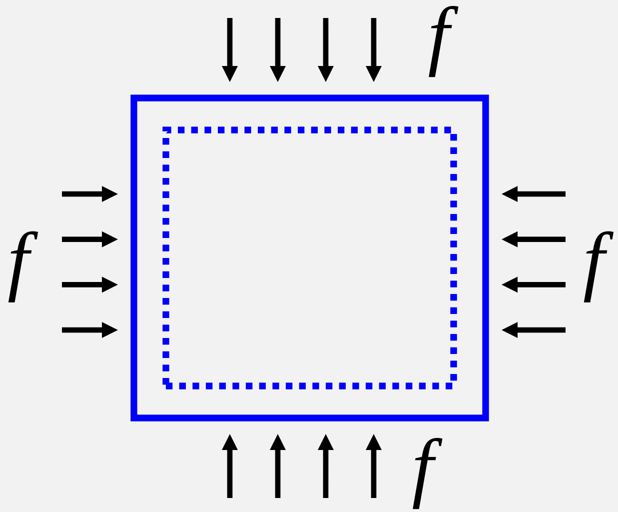
波速：单位时间内一定的振动状态所传播的距离，用u表示，是描述振动状态在介质中传播快慢程度的物理量。

注：波速 u 与质点的振动速度v是不同的！

波速u：通常取决于介质的弹性模量和质量密度。

波的传播速度——介质的体变模量

(容变情形)



f —正压力

S —受力面积

V —受力前立方体的体积

V' —受力后立方体的体积

$\Delta V = V' - V$—体积的增量

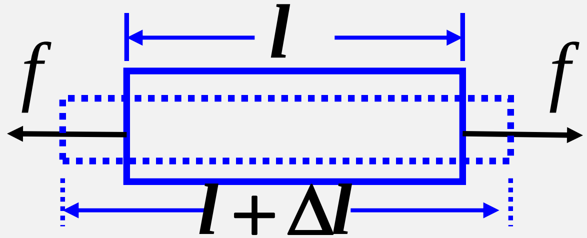
$p = f/S$—应力或胁强 $\Delta V/V$—应变或胁变

定义：体变模量 $B = -\dfrac{p}{\Delta V/V}$

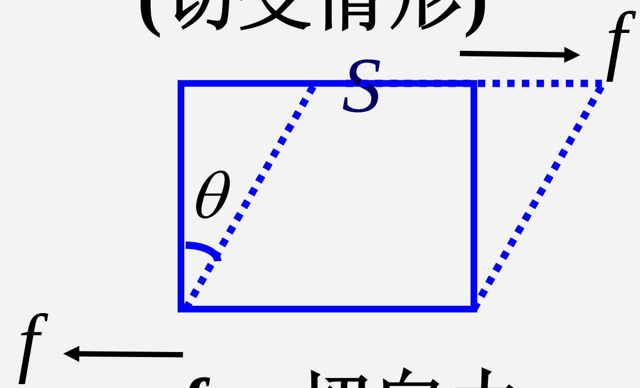
（对于流体 $B = -\dfrac{\Delta p}{\Delta V/V}$ ）

波的传播速度——介质的杨氏模量和剪切模量

(长变情形)



(切变情形)



S —柱体横截面积

$\Delta l/l$ —应变或胁变

$\sigma = f/S$ —应力或胁强

f —切向力

θ —应变或胁变

$\sigma = f/S$ —应力或胁强

定义：

杨氏模量 $Y = \dfrac{f/S}{\Delta l/l}$

定义：

切变模量 $G = \dfrac{f/S}{\theta}$

波的传播速度——不同介质内的波和波速

介质内能够传播的波的形式和相应的波速，与介质的性质紧密相关。

① 液体和气体：

一般只有体变弹性（无剪切效应），因此在其内部只能传播弹性纵波。

流体中纵波传播速度：$u = \sqrt{B/\rho}$ ，**B**—体变模量

对于理想气体， $u = \sqrt{\dfrac{\gamma p}{\rho}} = \sqrt{\dfrac{\gamma RT}{M}}$

γ---气体比热容比， ***M***---气体的摩尔质量，
R----摩尔气体常量， ***T***---热力学温度。

波的传播速度——液体表面波

① 液体的表面波：

液体的表面可出现由重力和表面张力所引起的表面波，其速度为：

$$u=\sqrt{\left(\frac{g\lambda}{2\pi}+\frac{2\pi T}{\rho\lambda}\right)\operatorname{th}\frac{2\pi h}{\lambda}}$$

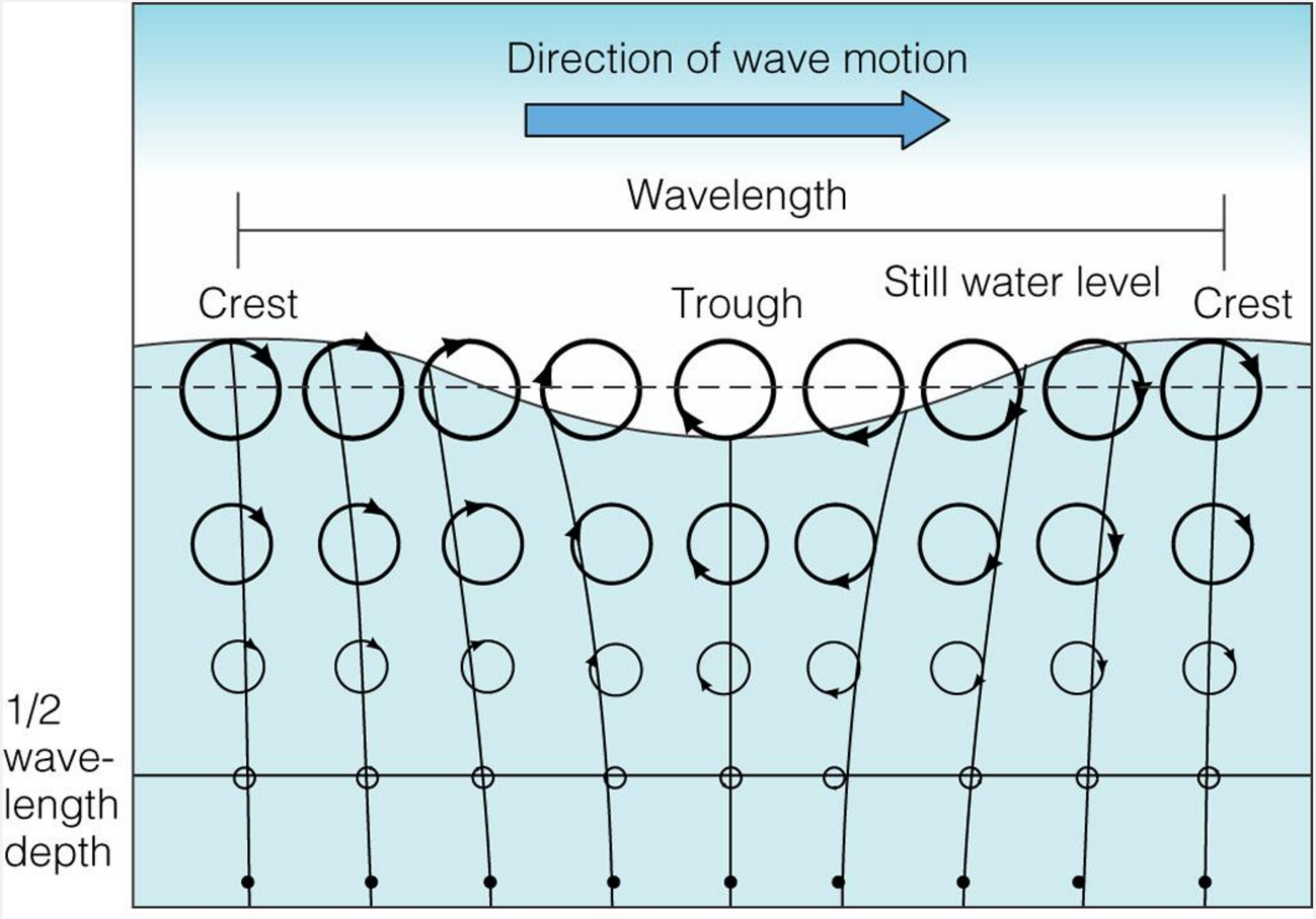
$\boldsymbol{h}$ —液体深度　　$\boldsymbol{T}$ —表面张力系数　　$\boldsymbol{g}$ —重力加速度

λ —波长　　ρ —液体密度　　**th** —双曲正切函数

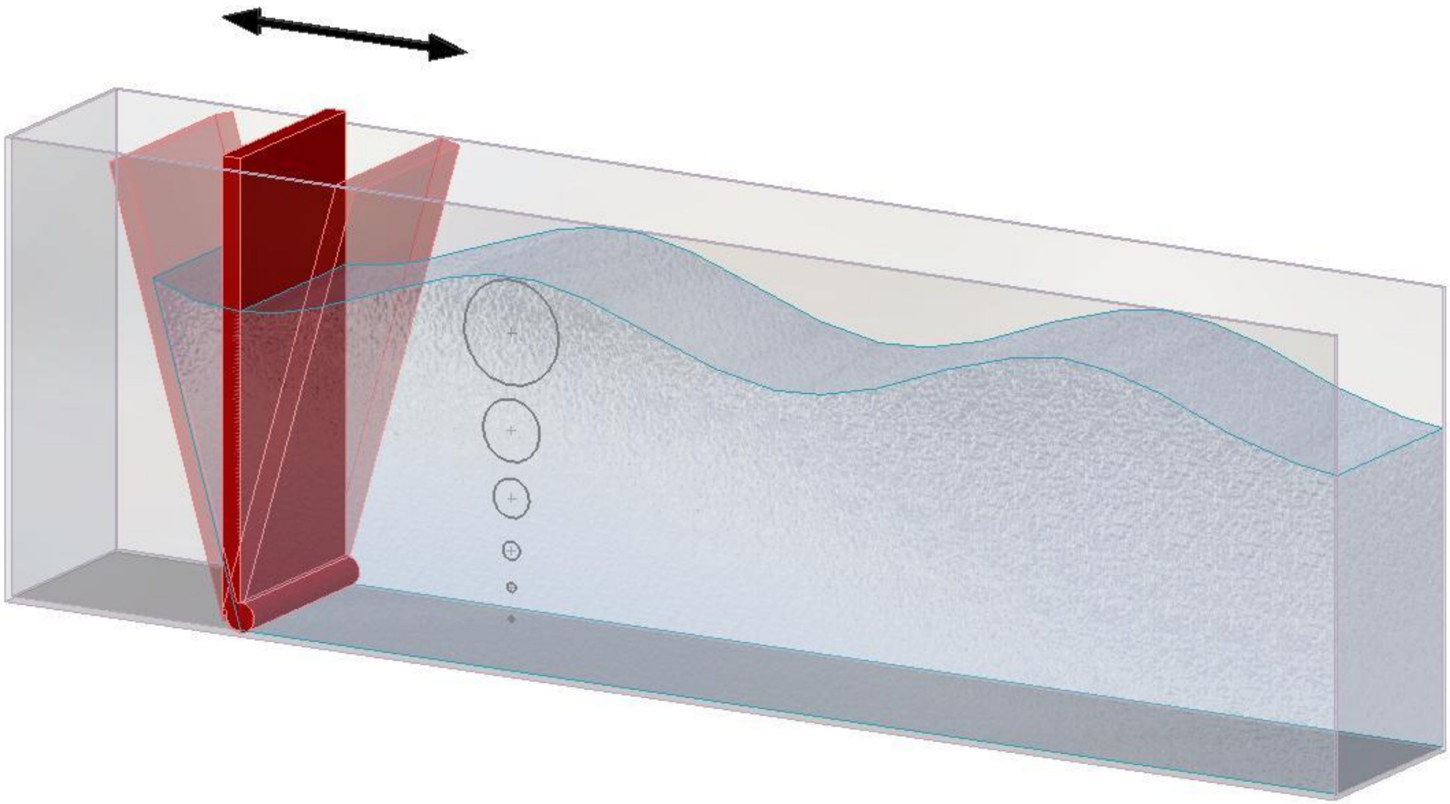
若不考虑表面张力（则 $\boldsymbol{T}=\mathbf{0}$）：

浅水波 $(\boldsymbol{h}\ll\boldsymbol{l})$　$u=\sqrt{gh}$

深水波 $(\boldsymbol{h}\gg\boldsymbol{l})$　$u=\sqrt{g\lambda/2\pi}$



Direction of wave motion
Wavelength
Crest
Trough
Still water level
Crest
1/2 wave-length depth



波的传播速度——固体中的波

② 固体中的横波与纵波

固体可产生体变、长变、切变，因此既能传播横波（与切变相关），也能传播纵波（与体变长变相关）。

横波波速 $u=\sqrt{G/\rho}$ $\boldsymbol{G}$ --切变模量

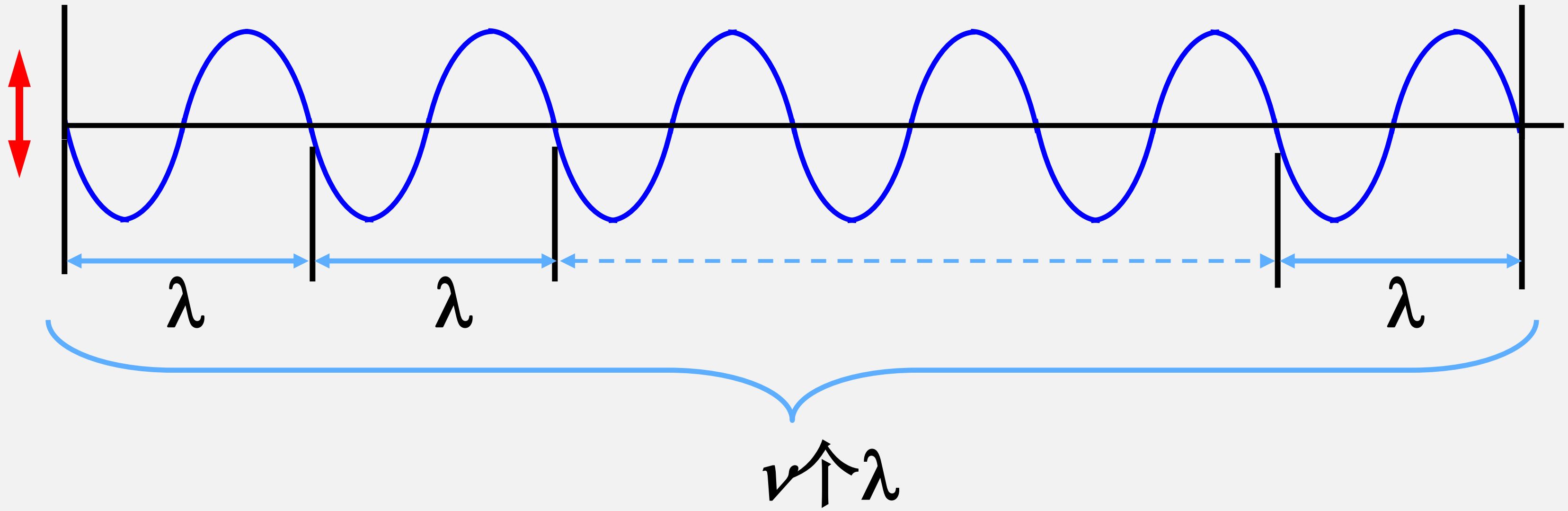
纵波波速 $u=\sqrt{Y/\rho}$ $\boldsymbol{Y}$ --杨氏模量

③ 柔软细索和弦线中横波的传播速度：

横波波速 $u=\sqrt{F/\mu}$

F—弦线中的张力 ***m***—弦线单位长度的质量

波长、频率和波速之间满足关系



质点完成1次振动——波向前传播λ距离；

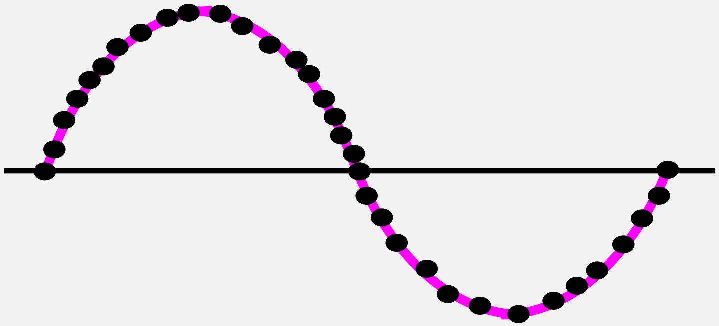
1秒内质点振动ν次——波向前推进ν个波长—— $\nu\lambda$ ；

波速 $u=\dfrac{\lambda}{T}=\nu\lambda$

波长和频率——关于连续介质的讨论

注： 前面讨论波的传播时，均假设介质是连续的。

原因： 波长>>分子间的距离时，一个波长距离内有无数个分子陆续振动。



是否连续？波长&分子间距

(1) 若波长小到分子间距尺度，介质不再具备连续性，此时不能传播波长如此之小弹性波。 —— 频率上限

(2)若分子间距大到接近波长，介质不连续，无法传播弹性波。——高真空中无法传播声波

例　频率为3000Hz的声波，以1560m/s的传播速度沿一波线传播，经过波线上的A点后，再经13cm而传至*B*点。求(1) *B*点的振动比*A*点落后的时间。(2) 波在*A*、*B*两点振动时的相位差是多少？(3) 设波源作简谐振动，振幅为1mm，求振动速度的幅值，是否与波的传播速度相等？

解 (1) 波的周期 $T=\dfrac{1}{\nu}=\dfrac{1}{3000}\,\mathrm{s}$

波长 $\lambda=\dfrac{u}{\nu}=\dfrac{1.56\times10^{3}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}}{3000\,\mathrm{s^{-1}}}=0.52\,\mathrm{m}=52\,\mathrm{cm}$

*B*点比*A*点落后的时间为

$$\frac{0.13\,\mathrm{m}}{1.56\times10^{3}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}}=\frac{1}{12000}\,\mathrm{s}\qquad 即\ \frac{T}{4}。$$

(2) A、B 两点相差 $\frac{13}{52}=\frac{\lambda}{4}$**，$B$点比$A$点落后的相差为**

$$\frac{\lambda}{4}\times 2\pi=\frac{\pi}{2}$$

(3) 振幅 $A=1\text{mm}$，则振动速度的幅值为

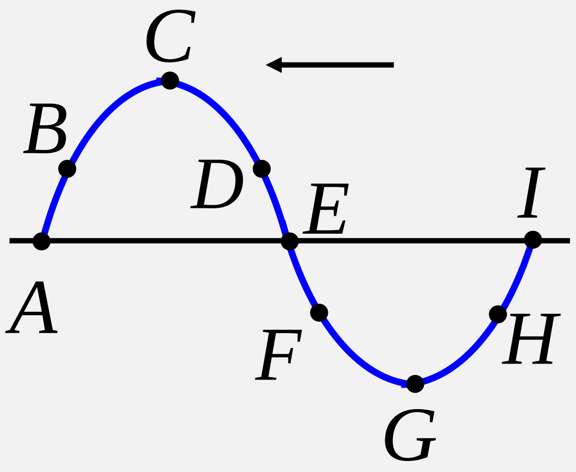
$$v_m=A\omega=0.1\text{cm}\times 3000\text{s}^{-1}\times 2\pi$$

$$=1.88\times 10^3\ \text{cm/s}=18.8\,\text{m/s}$$

振动速度是交变的，其幅值为18.8m/s，远小于波速。

例　设某一时刻绳上横波的波形曲线如下图所示，水平箭头表示该波的传播方向。试分别用小箭头表明图中**_A_**、**_B_**、**_C_**、**_D_**、**_E_**、**_F_**、**_G_**、**_H_**、**_I_**各质点的运动方向，并画出经过**1/4**周期后的波形曲线。

解　横波传播过程中各个质点在其平衡位置附近振动，且振动方向与传播方向垂直。



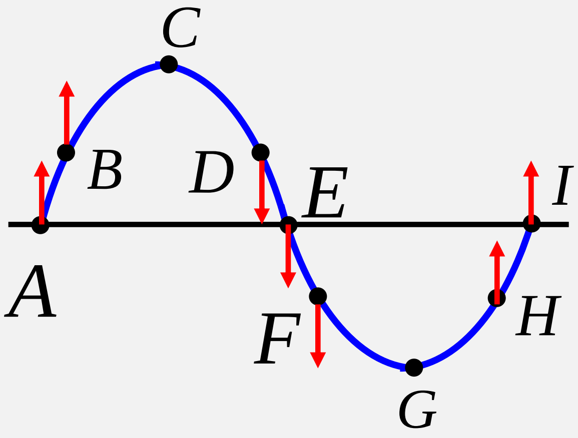
$$v_C = 0$$

根据图中的波动传播方向，可知在**_C_** 以后的质点**_B_**和**_A_**开始振动的时刻总是落后于**_C_** 点，而在**_C_** 以前的质点 **_D_**、**_E_**、**_F_**、**_G_**、**_H_**、**_I_** 开始振动的时刻却都超前于**_C_** 点。

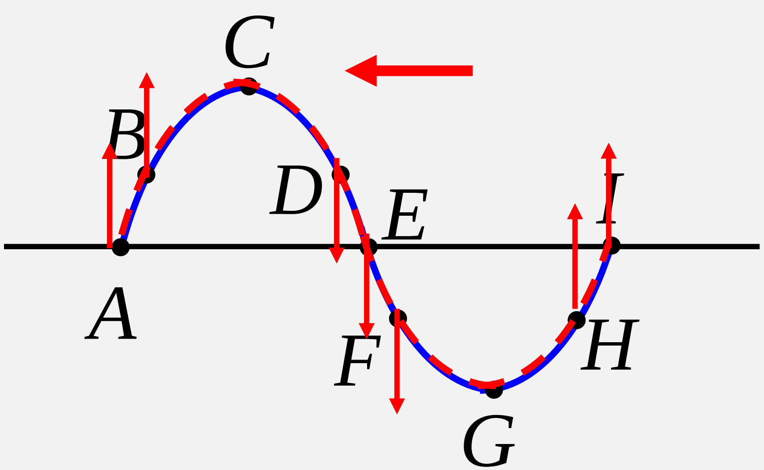
在*C* 达到正的最大位移时，质点*B* 和*A* 都沿着正方向运动，向着各自的正的最大位移行进，质点*B* 比*A* 更接近于自己的目标。

质点*F*、*E*、*D*已经过各自的正的最大位移，而进行向负方向的运动。

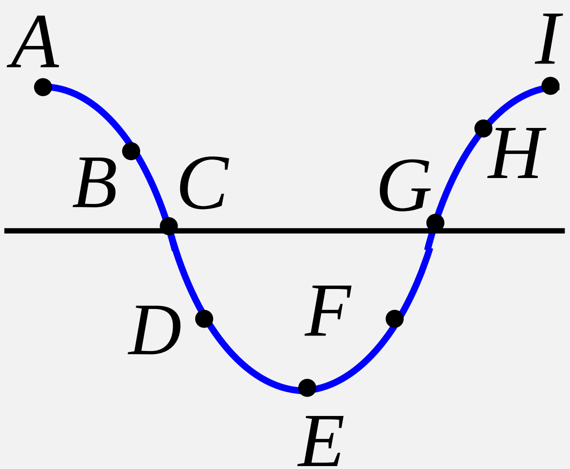
质点*I*、*H* 不仅已经过了自己的正的最大位移，而且还经过了负的最大位移，而进行着正方向的运动。质点*G* 则处于负的最大位移处。



经过*T*/4，波形曲线如下图所示，它表明原来位于*C*和*I* 间的波形经过*T*/4 ，已经传播到*A*、*G* 之间来了。



$t=0$ 初始波形

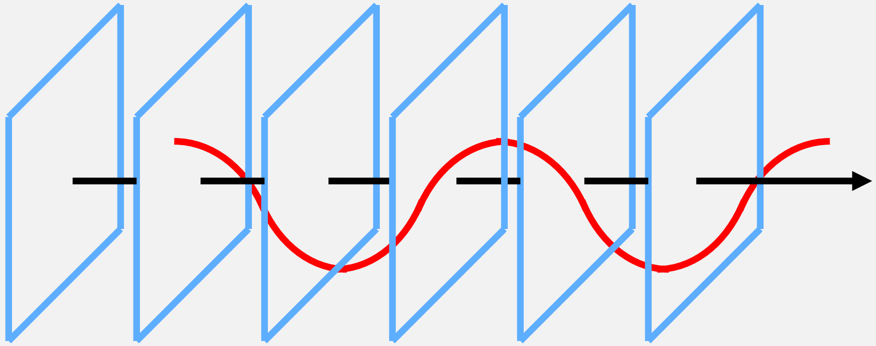


$t=T/4$

§ 7-2 平面简谐波

平面简谐波传播时，介质中各质点都作同一频率的简谐波动，在任一时刻，各点的振动相位一般不同，它们的位移也不相同。据波阵面的定义可知，任一时刻在同一波阵面上的各点有相同的相位，它们离开各自的平衡位置有相同的位移。

波函数：描述介质中各质点的位移随时间的变化关系。

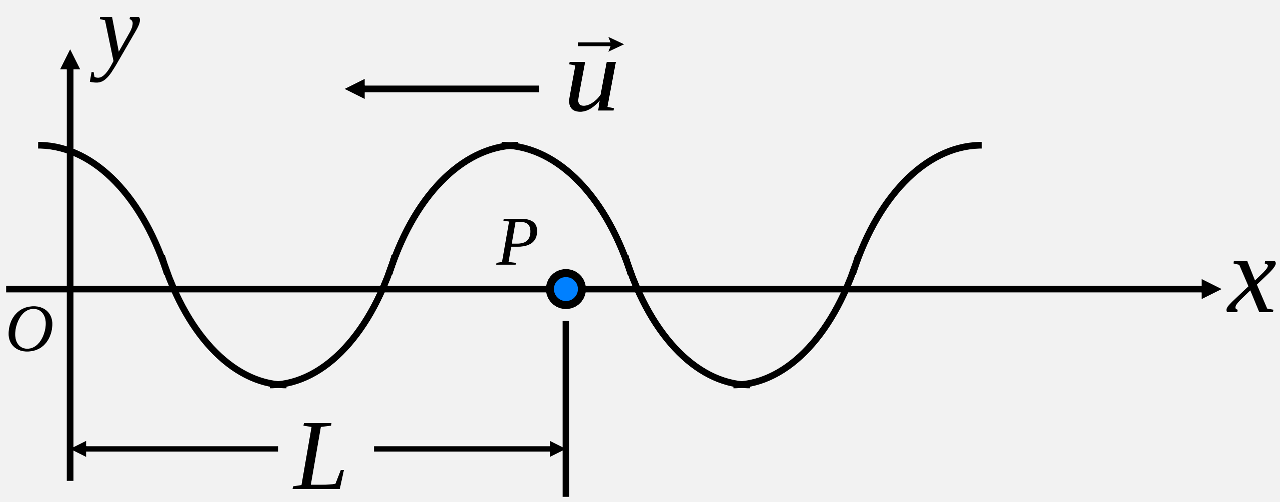


平面简谐波

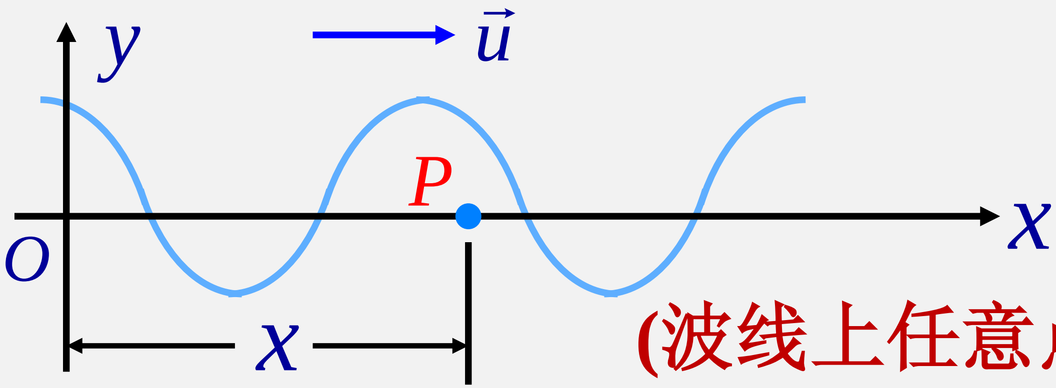
1. 平面简谐波的波函数

平面简谐行波，在无吸收的均匀无限介质中沿**x**轴的正方向传播，波速为***u***。取任意一条波线为**x**轴，取***O***作为**x**轴的原点。***O***点处质点的振动表式为

$$y(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$



波线上任意一点P处的位移随时间如何变化？



(波线上任意点P与O点距离x)

波向右传播，因此P点振动相位落后于O点 。

假设振动从O 传到P所需时间为t'。在t 时刻P点处质点的位移就是O 点处质点在 $t-t'$ 时刻的位移

P点处质点在 t 时刻的位移为：

$$y_P(t) = y_O(t-t') = A\cos\left[\omega\left(t-t'\right)+\phi_0\right]$$

$$t' = \frac{x}{u}$$

$$\Rightarrow \quad y_P(t) = A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\phi_0\right]$$

$$y_P(t) = A\cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{u}\right) + \phi_0\right]$$

波线上任一处质点在任一瞬时的位移由上式给出。

此即沿 x 轴正向传播的平面简谐波的波函数。

利用关系式 $\omega = 2\pi/T = 2\pi\nu$ 和 $uT = \lambda$，得：

$$y(x,t) = A\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \phi_0\right]$$

$$y(x,t) = A\cos\left[2\pi(\nu t - x/\lambda) + \phi_0\right]$$

定义角波数：$k = 2\pi/\lambda$，单位长度上的相位变化

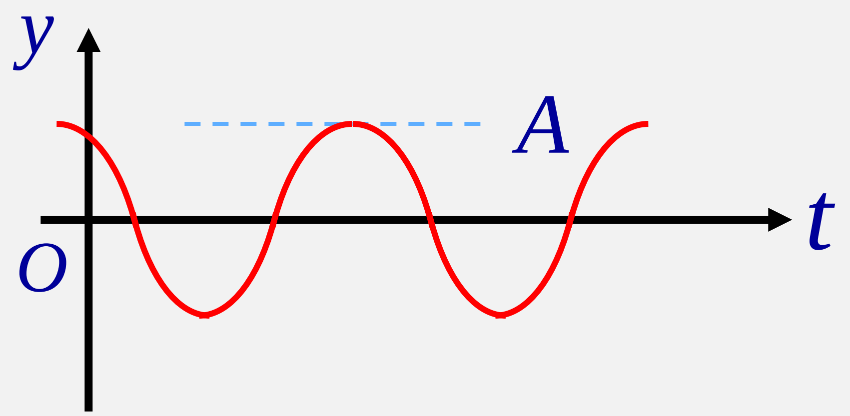
$$y(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \phi_0)$$

波动表式的意义：

❖ x 一定。令$x=x_1$，则质点位移y仅是时间t 的函数。

即 $$y=A\cos\left(\omega t-\frac{2\pi x_1}{\lambda}\right)$$

上式代表x_1处质点在其平衡位置附近以角频率ω作简谐运动。

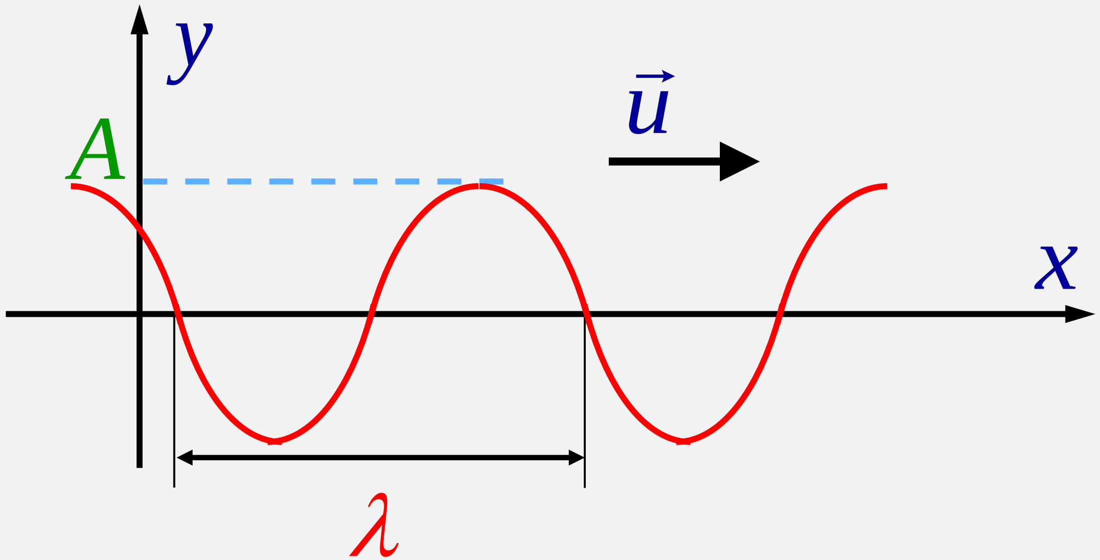


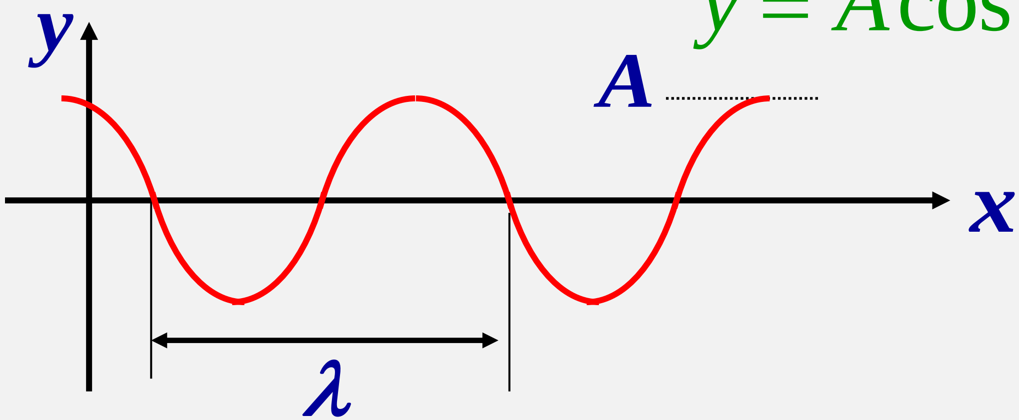
振幅：A 周期：$T=2\pi/\omega$

❖ t 一定。令$t=t_1$，则质点位移y仅是x 的函数。

即 $$y = A\cos\left(\omega t_1 - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

以y为纵坐标、x 为横坐标，得到一条余弦曲线，它是t_1时刻波线上各个质点偏离各自平衡位置的位移所构成的波形曲线(波形图)。





$$y = A\cos\left(\omega t_1 - \frac{2\pi x}{\lambda} + \phi_0\right)$$

（1）波形曲线为余弦曲线，其“周期”为λ。

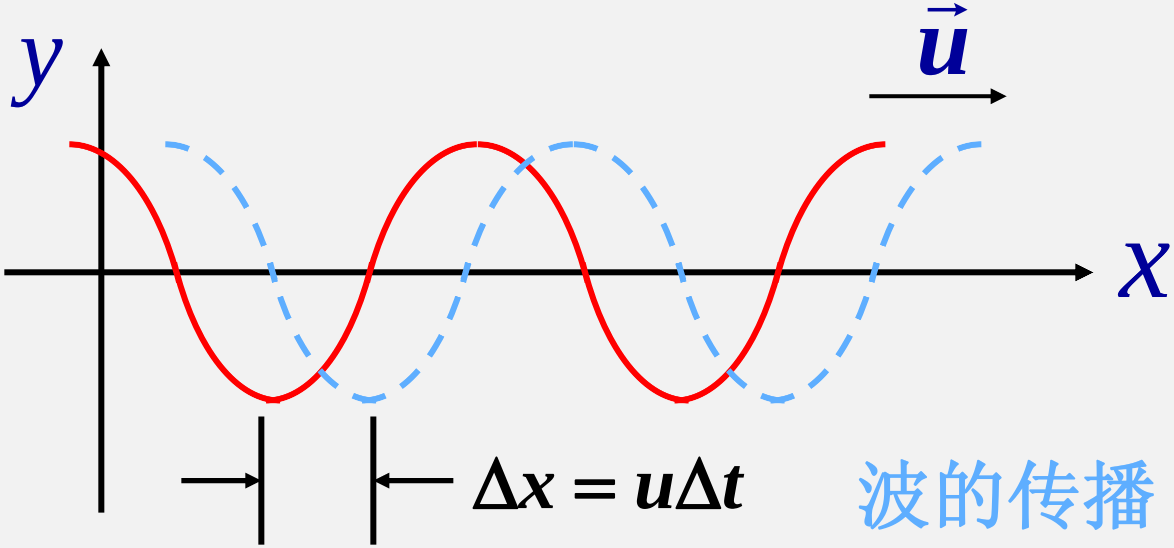
（2）沿波线（x轴）方向，两个距离相隔λ的质点的振动的相位差$\Delta\phi$为2π。

（3）沿波线方向，任意两点x_1、x_2的简谐振动相位差

$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = -2\pi\frac{x_2 - x_1}{\lambda} = -2\pi\frac{\Delta x}{\lambda}$$

❖ x、t 都变化。

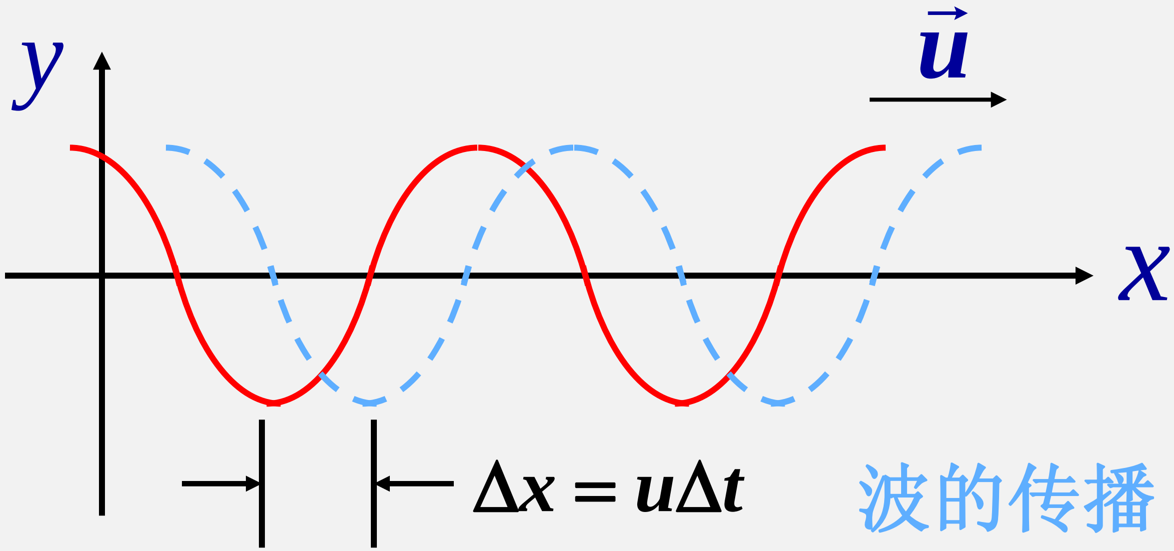
此时波函数表示波线上不同质点在不同时刻的位移。



y为纵坐标，x为横坐标，在t_1时刻得到一条波形曲线（实线），在$t_1+\Delta t$时刻得到另一条波形曲线（虚线）

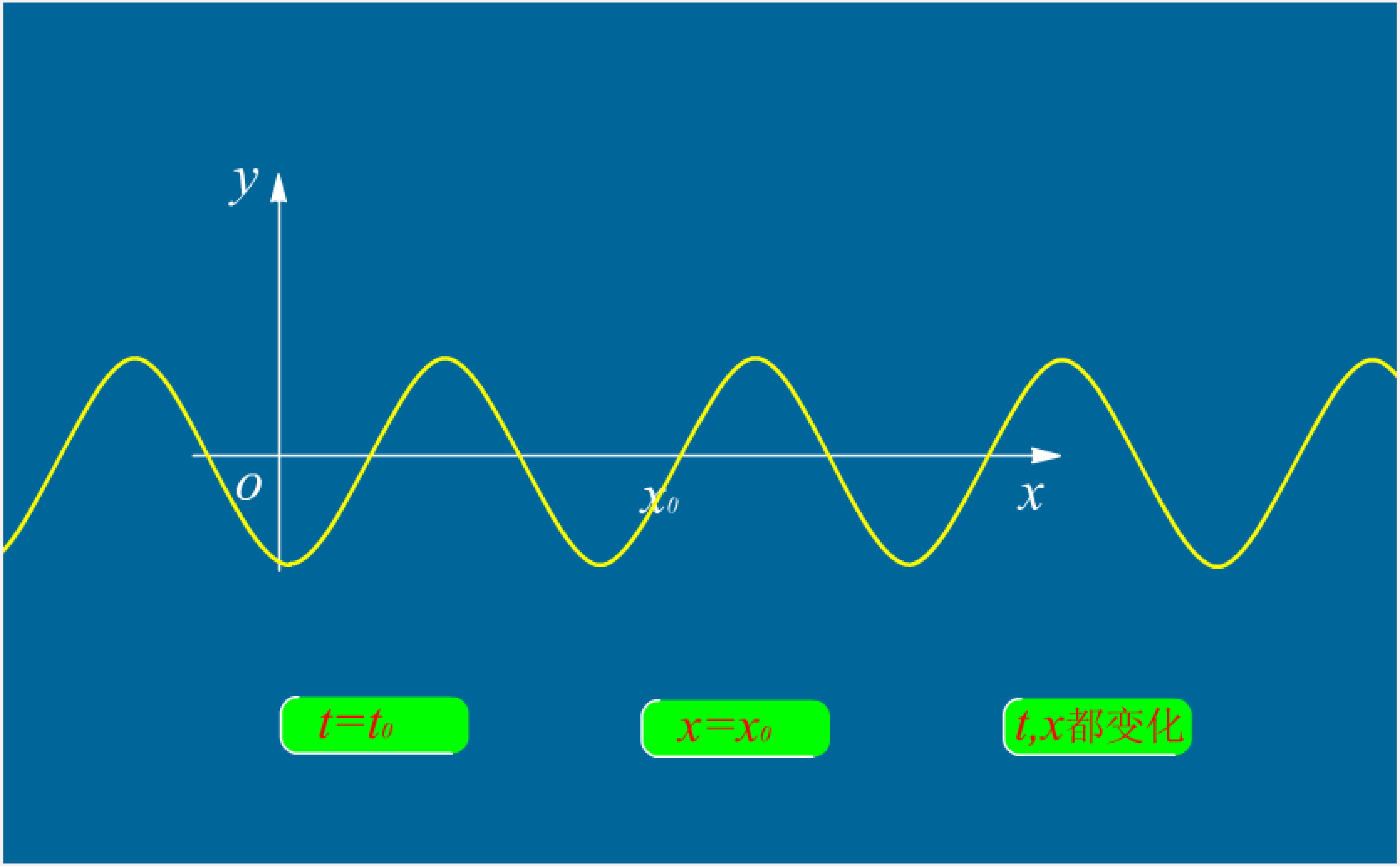
❖ x、t 都变化。

两条波形曲线形状相似，位置平移，反映了波形的传播



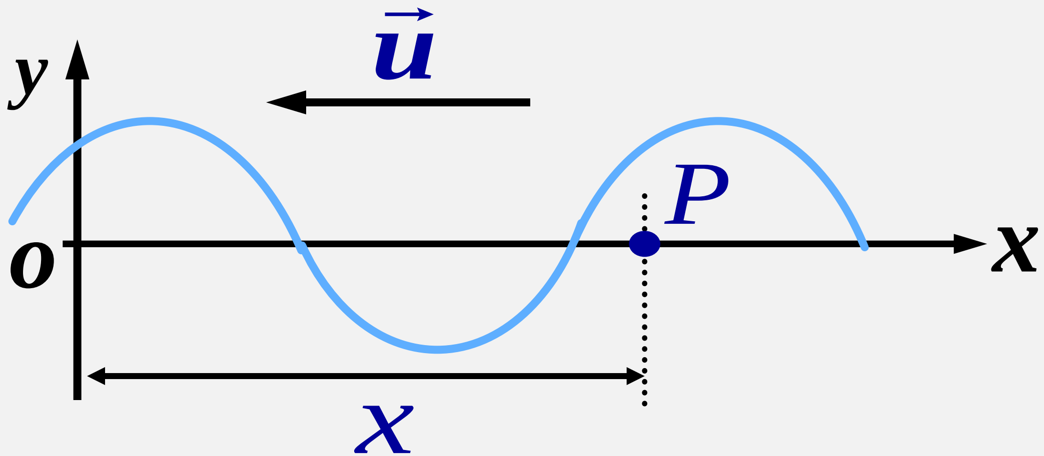
波速u 是整个波形向前传播的速度。

波函数反映了波形的传播，描述的是在跑动的波，称为行波。



y
O
x₀
x
t=t₀
x=x₀
t,x都变化

沿x轴负方向传播的平面简谐波的表达式



O **点简谐运动方程：**

$$y_0 = A\cos\left[\omega t + \varphi_0\right]$$

P **点的运动方程为：**

$$y = A\cos\left[\omega\left(t + \frac{x}{u}\right) + \varphi_0\right]$$

沿x 轴正方向前进的平面简谐波

$$y(t) = A\cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{u}\right) + \phi_0\right]$$

利用关系式$\omega = 2\pi/T = 2\pi\nu$和$uT = \lambda$，$k = 2\pi/\lambda$

$$y(x,t) = A\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \phi_0\right]$$

$$y(x,t) = A\cos\left[2\pi\left(\nu t - \frac{x}{\lambda}\right) + \phi_0\right]$$

$$y(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \phi_0)$$

沿x轴负方向前进的平面简谐波

$$y(t)=A\cos\left[\omega\left(t+\frac{x}{u}\right)+\phi_0\right]$$

利用关系式$\omega=2\pi/T=2\pi\nu$和$uT=\lambda$，$k=2\pi/\lambda$

$$y(x,t)=A\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}\right)+\phi_0\right]$$

$$y(x,t)=A\cos\left[2\pi\left(\nu t+\frac{x}{\lambda}\right)+\phi_0\right]$$

$$y(x,t)=A\cos(\omega t+kx+\phi_0)$$

例1 一平面简谐波沿*x*轴正方向传播，已知其波函数为 $y = 0.04\cos\pi(50t - 0.10x)\mathrm{m}$ 。

求 (1)波的振幅、波长、周期及波速；

(2)质点振动的最大速度。

解 方法一（比较系数法）

把波动方程改写成

$$y = 0.04\cos 2\pi(\frac{50}{2}t - \frac{0.10}{2}x)$$

比较标准波函数 $y = A\cos 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})$ ，得

振幅、周期、波长和波速为

$$A = 0.04\ \mathrm{m}$$

$$T = \frac{2}{50} = 0.04\ \mathrm{s}$$

$$\lambda = \frac{2}{0.10} = 20\ \mathrm{m}$$

$$u = \frac{\lambda}{T} = 500\ \mathrm{m/s}$$

方程 $y = 0.04\cos[\pi(50t - 0.10x)]\ \mathrm{m}$

方法二（由各物理量的定义解）

振幅A 即位移的最大值，所以 $A = 0.04\text{m}$

周期T 质点振动相位变化2π所经历的时间

设x处质点在$T = t_2 - t_1$的时间内相位变化2π

$$\pi(50t_2 - 0.10x) - \pi(50t_1 - 0.10x) = 2\pi$$

$$\therefore \quad T = t_2 - t_1 = 0.04\ \text{s}$$

波长λ 在同一波形图上相位差为2π的两点间的距离。

$$\pi(50t_2 - 0.10x_2) = \pi(50t_1 - 0.10x_1)$$

$$\lambda = x_2 - x_1 = 20\ \mathrm{m}$$

波速u 单位时间内某一振动状态（相位）传播过的距离。

设时刻t_1，x_1处的相位在质点在时刻t_2传到x_2处，则

$$\pi(50t_2 - 0.10x_2) = \pi(50t_1 - 0.10x_1)$$

$$u = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = 500\ \mathrm{m/s}$$

$$y = 0.04\cos\pi(50t - 0.10x)\ \ \mathrm{m}$$

(3) 质点的振动速度为

$$v = \frac{\partial y}{\partial t} = -0.04\times 50\pi\sin\pi(50t - 0.10x)$$

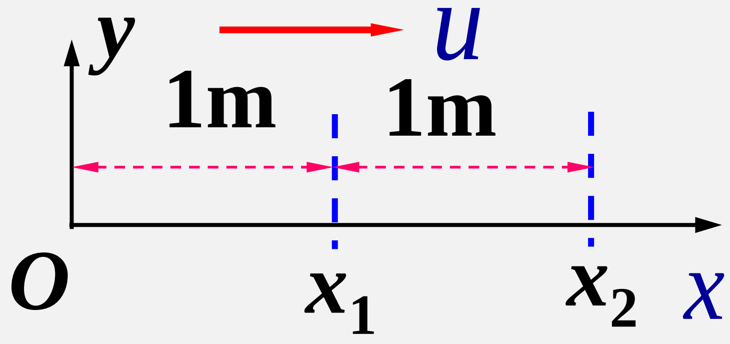
最大值为

$$v_{\max} = 0.04\times 50\pi = 6.28\,\mathrm{m/s}$$

例2 一平面简谐横波以400m/s的波速在均匀介质中沿直线传播。已知波源的振动周期为0.01s，振幅$A = 0.01$m。设以波源振动经过平衡位置向正方向运动时作为计时起点，求(1)以距波源2m处为坐标原点写出波函数。(2)以波源为坐标原点写出波函数。(3)距波源2m和1m两点间的振动相位差。

解 (1)以波源为坐标原点

$t = 0$时，$y_0 = 0$，$u_0 > 0$，所以初相位为$-\pi/2$ 。

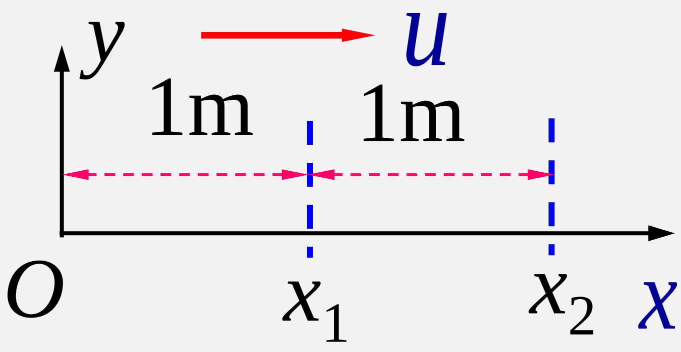


波源的振动方程为

$$y_0(t)=A\cos(\frac{4\pi}{T}t+\phi_0)\ =0.01\cos(200\pi t-\frac{\pi}{2})$$

波从O点传播到2m处质点所需要的时间为

$$\Delta t=\frac{x_2}{u}=\frac{2}{400}\ \text{s}$$



距波源2m处质点的振动方程

$$y(t)=A\cos[\omega(t-\Delta t)+\phi_0]$$

$$=0.01\cos(200\pi t-200\pi\times\frac{2}{400}-\frac{\pi}{2})$$

$$\therefore \quad y(t)=0.01\cos(200\pi t-\frac{3}{2}\pi)$$

以距波源2m处为坐标原点的波函数为

$$y(x,t)=A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})+\phi]$$

$$=0.01\cos[200\pi(t-\frac{x}{400})-\frac{3}{2}\pi]$$

(2)波源的振动方程为

$$y=0.01\cos(200\pi t-\frac{\pi}{2})$$

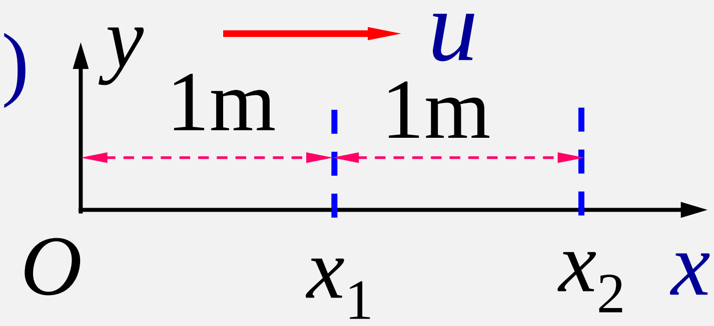
以波源为坐标原点的波函数为

$$y(x,t)=0.01\cos[200\pi(t-\frac{x}{400})-\frac{\pi}{2}]$$

(3) 将$x=2\text{m}$和$x=1\text{m}$分别代入(2)中的波函数

$$y_2(t)=0.01\cos(200\pi t-\frac{3}{2}\pi)$$

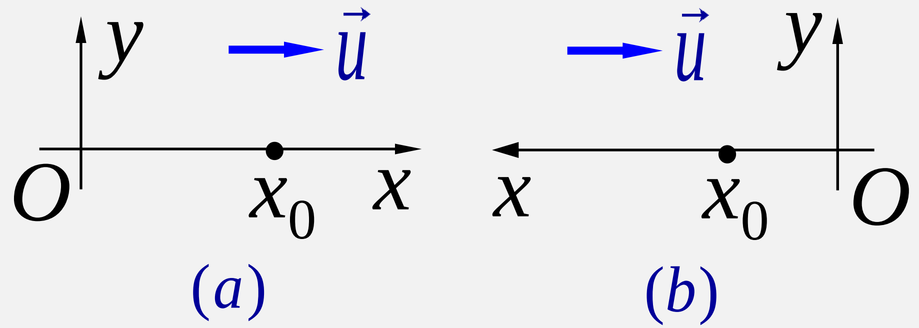
$$y_1(t)=0.01\cos(200\pi t-\pi)$$



距波源2m和1m两点间的振动相位差为

$$\Delta\phi=(200\pi t-\frac{3}{2}\pi)-(200\pi t-\pi)=-\frac{\pi}{2}$$

例3　一平面简谐波，波速为u，已知在传播方向上x_0点的振动方程为$y = A\cos(\omega t + \varphi_0)$。试就图所示的(a)、(b)两种坐标取法分别写出各自的波函数。



解 (a) 坐标取法中，波的传播方向与 x 轴正方向相同。

O点的振动相位超前于x_0点$\omega x_0/u$，则O点的振动方程为

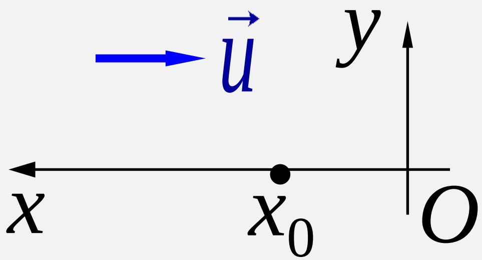
$$y_0 = A\cos[\omega(t+\frac{x_0}{u})+\phi_0]$$

沿 x 轴正方向传播的平面简谐波的波函数为

$$y_0 = A\cos[\omega(t - \frac{x}{u} + \frac{x_0}{u}) + \phi_0]$$

$$= A\cos[\omega(t - \frac{x - x_0}{u}) + \phi_0]$$

(b) 坐标取法中，波的传播方向与x轴正方向相反。



(b)

波由O点传播到x_0点使得O点的振动相位落后于x_0点$\omega x_0/u$

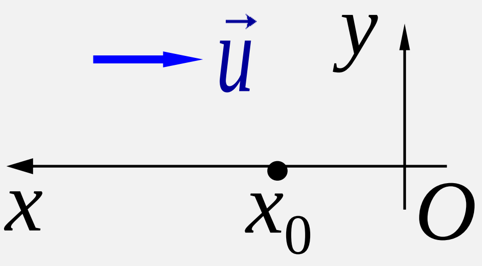
则O点的振动方程为

$$y_0 = A\cos[\omega(t - \frac{x_0}{u}) + \phi_0]$$

沿x轴反方向传播的平面简谐波的波函数为

$$y_0 = A\cos[\omega(t + \frac{x}{u} - \frac{x_0}{u}) + \phi_0]$$

$$= A\cos[\omega(t + \frac{x - x_0}{u}) + \phi_0]$$



(b)

例题　频率为ν = 12.5kHz的平面余弦纵波沿细长的金属棒传播，波速为u = 5.0×10^{3}m/s。如以棒上某点取为坐标原点，已知原点处质点振动的振幅为A = 0.1mm，试求：(1)原点处质点的振动表式，(2)波函数，(3)离原点10cm处质点的振动表式，(4)离原点20cm和30cm处质点振动的相位差，(5)在原点振动0.0021s时的波形。

解：波长 $\lambda = \dfrac{u}{\nu} = \dfrac{5.0\times10^3\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}}{12.5\times10^3\ \mathrm{s^{-1}}} = 0.40\,\mathrm{m}$

周期 $T = 1/\nu = 8\times10^{-5}\ \mathrm{s}$

(1)原点处质点的振动表式

$$y_0 = A\cos\omega t = 0.1\times10^{-3}\cos(2\pi\times12.5\times10^3 t)\ \mathrm{m}$$
$$= 0.1\times10^{-3}\cos(25\times10^3\pi t)\ \mathrm{m}$$

(2)波动表式

$$y = A\cos\omega(t - x/u)$$

$$= 0.1\times10^{-3}\cos 25\times10^{3}\pi\left(t - \frac{x}{5\times10^{3}}\right)\mathrm{m}$$

式中*x*以m计，*t*以s计。

(3)离原点10cm处质点的振动表式

$$y = 0.1\times10^{-3}\cos 25\times10^{3}\pi\left(t - \frac{1}{5\times10^{4}}\right)\mathrm{m}$$

$$= 0.1\times10^{-3}\cos\left(25\times10^{3}\pi t - \frac{\pi}{2}\right)\mathrm{m}$$

可见此点的振动相位比原点落后，相位差为$\pi/2$，或落后$T/4$，即2×10^{-5}s。

(4)该两点间的距离$\Delta x = 10\text{cm} = 0.10\text{m} = \lambda/4$，相应的相位差为

$$\Delta\phi = \pi / 2$$

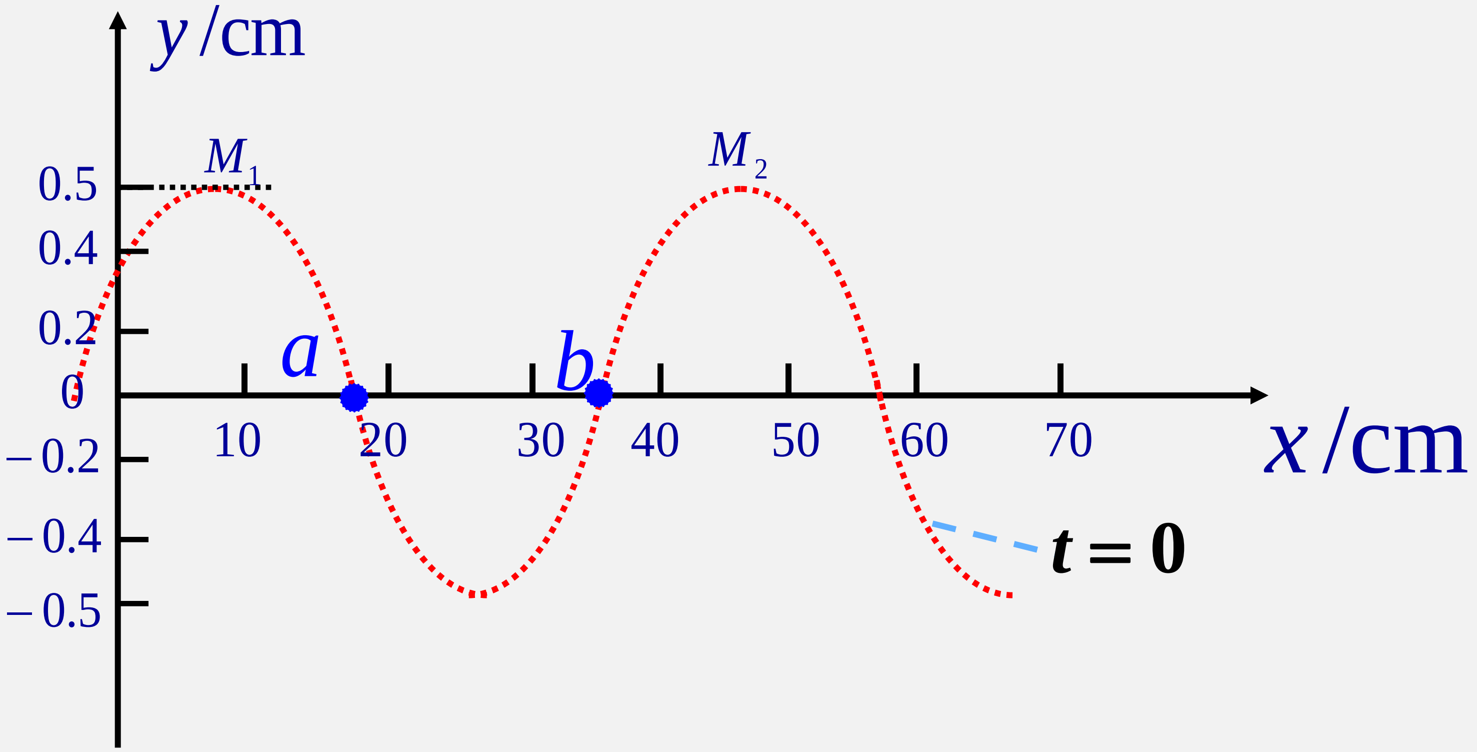
(5)$t = 0.0021\text{s}$时的波形为

$$y = 0.1\times10^{-3}\cos\left[25\times10^{3}\pi\left(0.0021 - \frac{x}{5\times10^{3}}\right)\right]\text{m}$$

$$= 0.1\times10^{-3}\sin 5\pi x\ \text{m}$$

式中**x**以**m**计。

例题　一横波沿一弦线传播。设已知t = 0时的波形曲线如下图中的虚线所示。弦上张力为3.6N，线密度为25g/m，求(1)振幅，(2)波长，(3)波的周期，(4)弦上任一质点的最大速率，(5)图中a、b两点的相位差，(6)3T/4时的波形曲线。



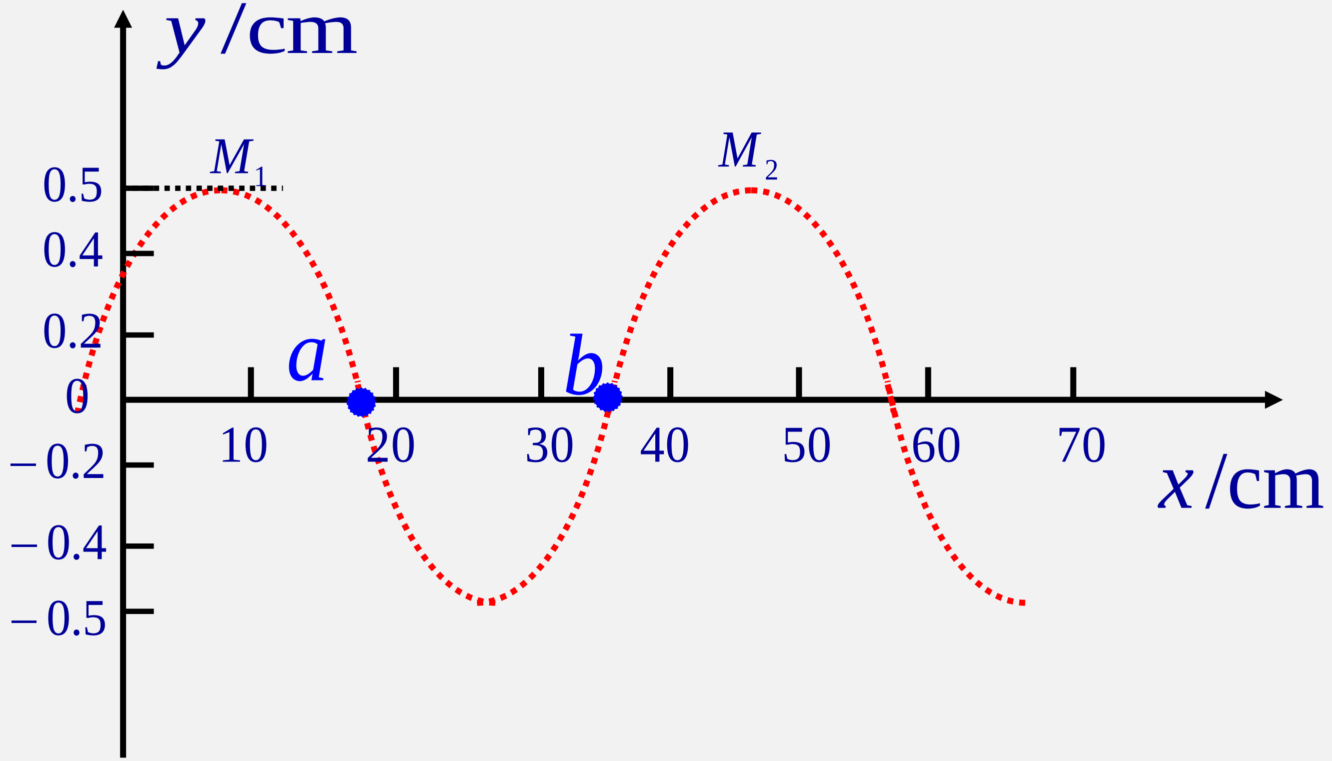
解 由波形曲线图可看出：

(1) $A = 0.5\text{cm}$；

(2) $\lambda = 40\text{cm}$；

(3)波的周期

$$T = \frac{\lambda}{u} = \frac{0.4\,\text{m}}{12\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}} = \frac{1}{30}\text{s}$$

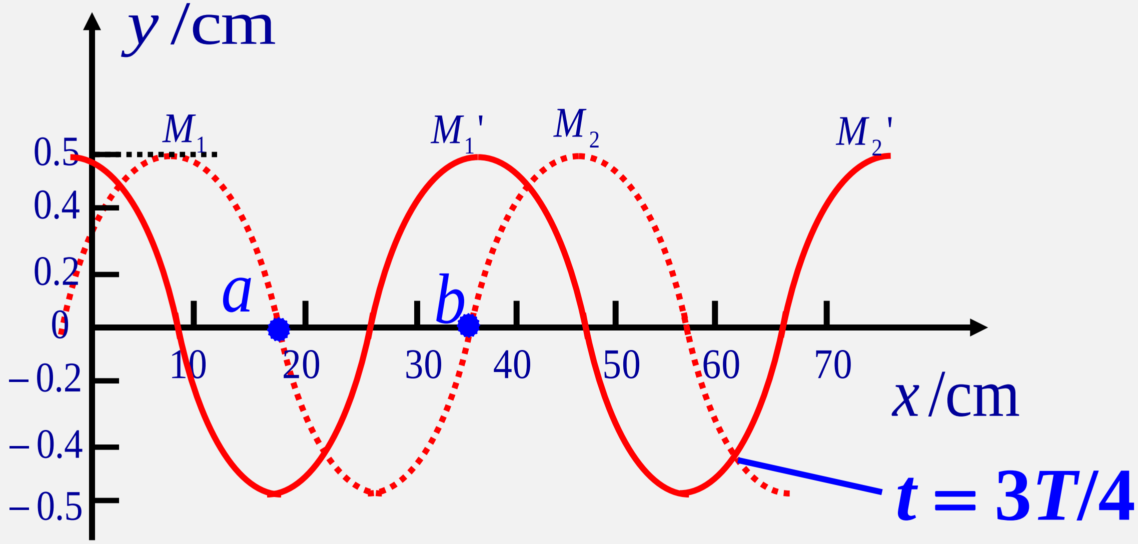


(4)质点的最大速率

$$v_m = A\omega = A\frac{2\pi}{T} = 0.5\times 10^{-2}\times\frac{2\pi}{1/30}\,\mathrm{m/s} = 0.94\,\mathrm{m/s}$$

(5)*a*、*b*两点相隔半个波长，*b*点处质点比*a*点处质点的相位落后*π*。

(6)3*T*/4时的波形如下图中实线所示，波峰M_1和M_2已分别右移3*λ*/4而到达M_1'和M_2'处。



3. 波动微分方程

对 $y = A\cos[\omega(t - x/u) + \phi_0]$ 求 x 、t 的二阶偏导，得到

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -A\omega^2 \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{u}\right) + \phi_0\right],$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -A\frac{\omega^2}{u^2} \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{u}\right) + \phi_0\right],$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

平面波的波动微分方程

任何物理量 y ，若它与时间、坐标间的关系满足上式，则这一物理量就按波的形式传播。

在三维空间中的一切波动过程，只要介质无吸收且各向同性，都适合下式：

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2}=\frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

ξ代表振动位移。

球面波的波动方程：$\frac{\partial^2 (r\xi)}{\partial r^2}=\frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 (r\xi)}{\partial t^2}$

球面波的余弦表式如下：

$$\xi=\frac{a}{r}\cos\omega\left[\left(t-\frac{r}{u}\right)+\phi_0\right]$$

a/r——振幅

THANKS

FOR YOUR ATTENTION

Last Page