BWT 实验报告

姓名：袁瑞

学号：170819

前言

Burrows and Wheeler transform(BWT)是一种分组排序无损变换，也是一种可逆的变换。1994年，Michale Burrows和David Wheeler提出该算法。BWT可以将文本转化为更适合压缩的序列，通常再转换后利用run-length-encoding(或者move-to-front)将局部性的数据整合，再结合哈夫曼编码可以得到比较好的压缩算法。

编码步骤

BWT编码算法主要分为三步。

1. 若现有一文本串，长度为N，则接连循环移位文本串N次，可得N*N的矩阵。其中每一行都是由上一行循环移位得到，第一行为原字符串。
2. 根据字母表顺序对矩阵进行排序
3. 将矩阵最后一列取出，即编码结果

前提假设

1. 假设现在文本字符由{a, b, c, ..., z}中元素组成
2. 假设字母表顺序如下
    - a < b < c < ... < $
3. 其中$作为结束字符

例子

现在有一文本串 T = mississippi

步骤1 - 计算矩阵

1. 首先作循环移位，构建N*N矩阵 OM
2. 矩阵OM的第一行是原文本串, 即 OM[1, 1:N] = T。OM的剩余行都是连续循环左移上一行得到。
3. 得到矩阵OM如下

m	i	s	s	i	s	s	i	p	p	i	$
i	s	s	i	s	s	i	p	p	i	$	m
s	s	i	s	s	i	p	p	i	$	m	i
s	i	s	s	i	p	p	i	$	m	i	s
i	s	s	i	p	p	i	$	m	i	s	s
s	s	i	p	p	i	$	m	i	s	s	i
s	i	p	p	i	$	m	i	s	s	i	s
i	p	p	i	$	m	i	s	s	i	s	s
p	p	i	$	m	i	s	s	i	s	s	i
p	i	$	m	i	s	s	i	s	s	i	p
i	$	m	i	s	s	i	s	s	i	p	p
$	m	i	s	s	i	s	s	i	p	p	i

步骤2 - 排序

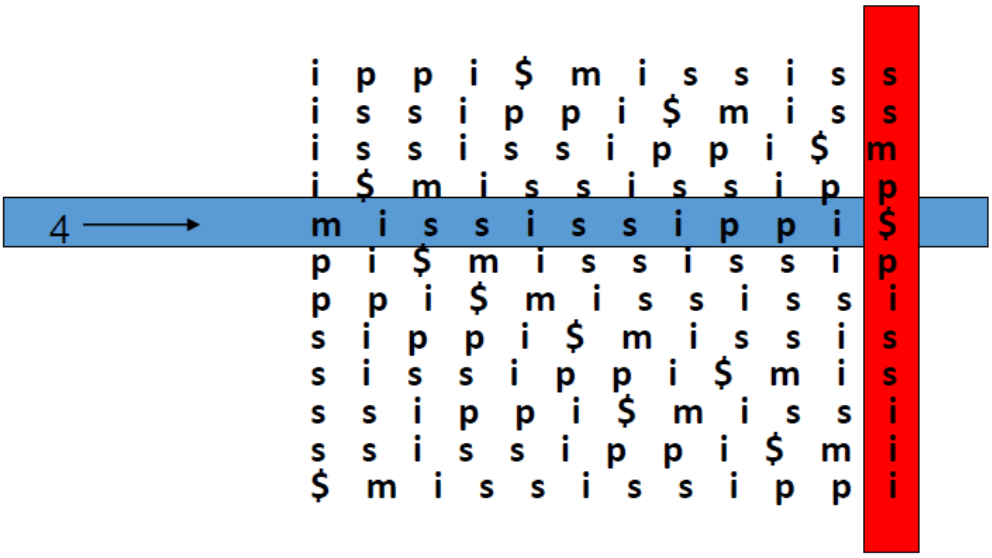
将OM所有行按照升序排列，第一列是主序，第二列是次序，依次...得到排序后的矩阵如下

i	p	p	i	$	m	i	s	s	i	s	s
i	s	s	i	p	p	i	$	m	i	s	s
i	s	s	i	s	s	i	p	p	i	$	m
i	$	m	i	s	s	i	s	s	i	p	p
m	i	s	s	i	s	s	i	p	p	i	$
p	i	$	m	i	s	s	i	s	s	i	p
p	p	i	$	m	i	s	s	i	s	s	i
s	i	p	p	i	$	m	i	s	s	i	s
s	i	s	s	i	p	p	i	$	m	i	s
s	s	i	p	p	i	$	m	i	s	s	i
s	s	i	s	s	i	p	p	i	$	m	i
$	m	i	s	s	i	s	s	i	p	p	i

所有行依次从左到右按照字母表进行排列.

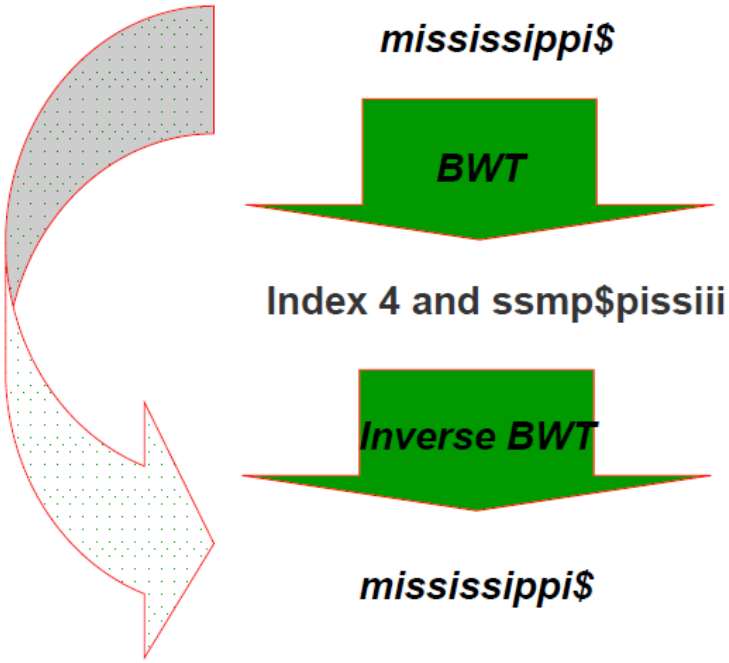
步骤3 - 编码结果

排序后矩阵的最后一列的字符以及结束字符的行数就是编码结果，即 ssmp$pissiii

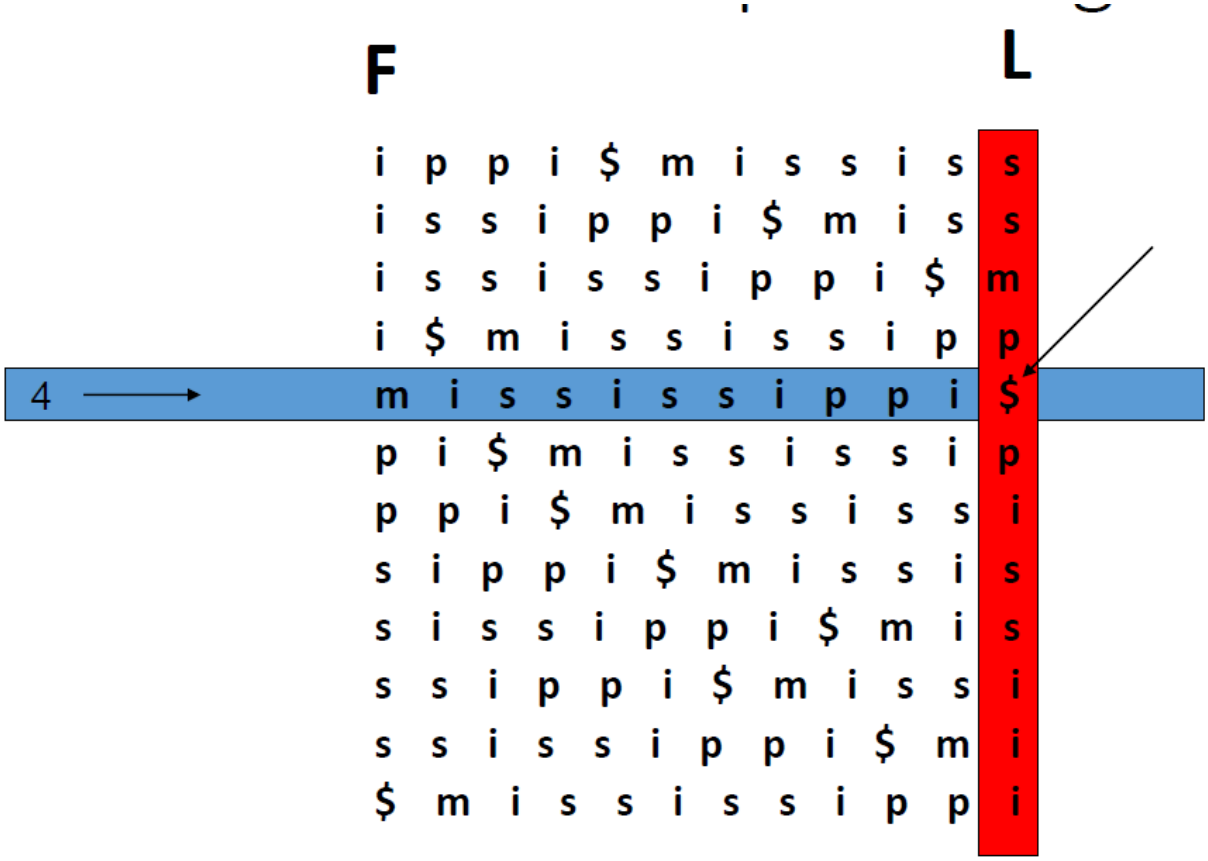


BWT 解码步骤

BWT算法是个可逆的算法，即允许从最后一列字符和结束字符所在行数推导得出原数据，示意图如下



由于循环移位的关系，每一行的最后一个字符总是在第一个字符的前面。由此可以通过结束字符开始往前回溯，即得到前一个字符，直到还原出所有数据。事实上，编码结果是最后一列（即下图的L列），将其排序可以得到排序后矩阵的第一列（即下图的F列），我们可以通过这两列，还原出原始数据。

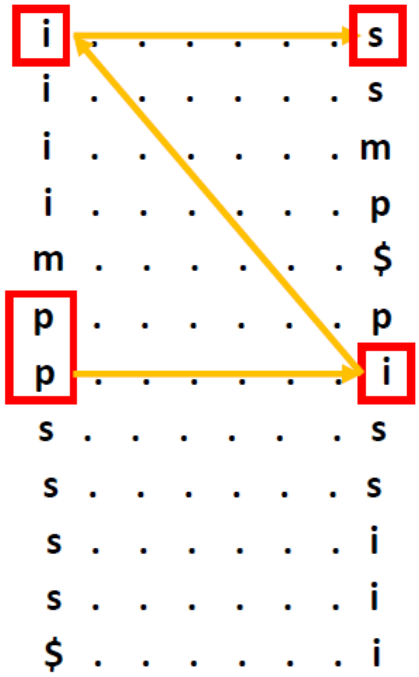


由上图可知，源字符串结束字符是，由最后一列得知，的前一个字符是字符i。那么字符i前面呢？F列中有四个i，哪一个才是我们需要的i呢?

这里需要介绍F-L映射，即如果某字符char在L中的所有相同char中排第j位，那么其对应的在F列中的char也是第j位。先看F列中的四个i, 这四个i后面的字符只有可能是p, s, s, m，而且这四个i的顺序是和p, s, s, m字符顺序是一样的，其本质上是一种枚举数据，即代表索引0, 1 , 2, 3。再来看F列中的四个i，根据上述分析，这四个i后面只有可能是p, s, s, m，并且顺序排列。而我们要寻找的i后面是m字符(即索引3)，那这个i必定是也是索引3上的i。根据LP映射，我们可以回溯得到数据为 mississippi

搜索

搜素其实也是一个回溯的过程，假设我们现在要搜索str="sip", 我们可以倒着开始匹配。那么从p开始回溯，F列中p有两个，那两个其实都有可能，这时候再来匹配倒数第二个字符，发现只有第二个p前面的字符是匹配的，再去匹配第三个字符...依次...如下图

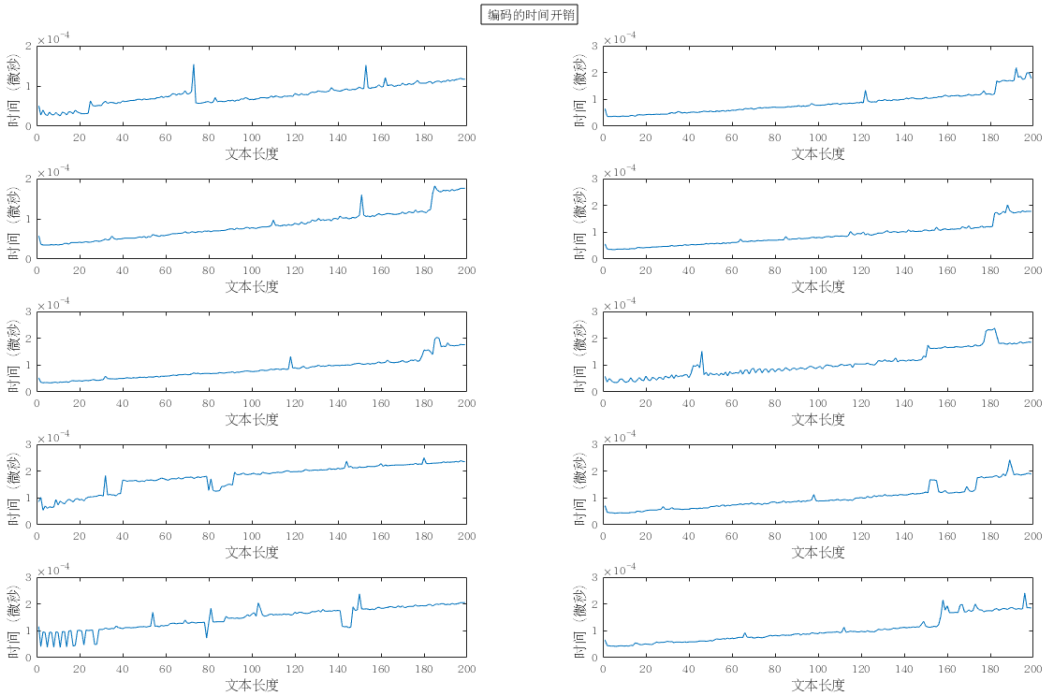


时间复杂度

为了测试编码和解码的时间开销，编写生成不同长度的文本，并记录时间开销。

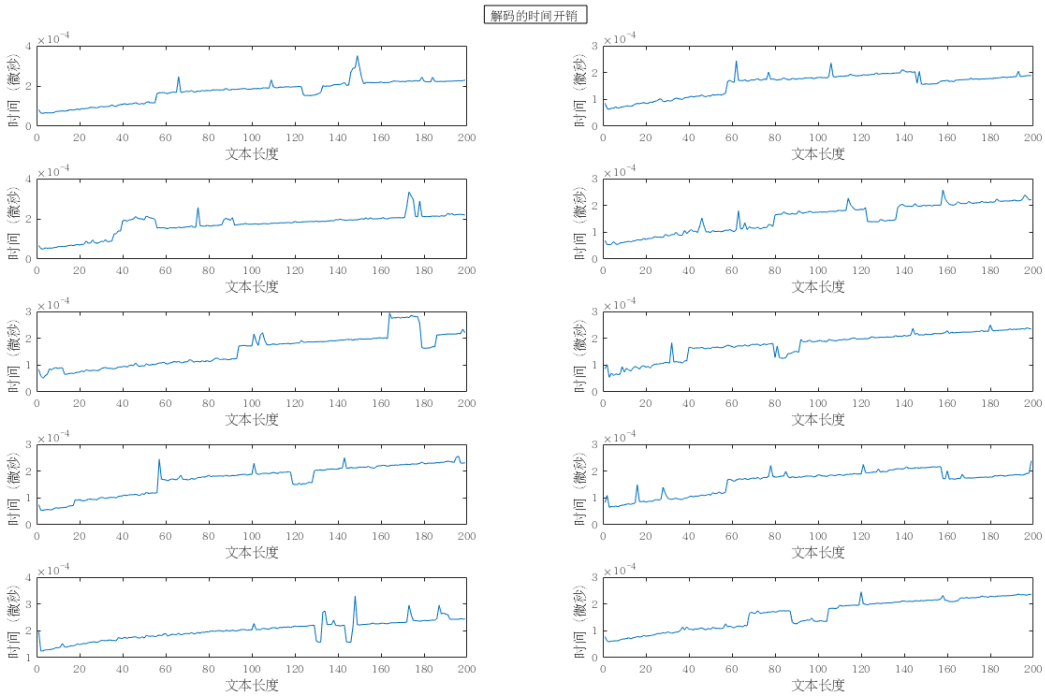
编码时间开销

编码的时间开销主要是在矩阵的排序上，$T(n) = n^2 \log(n)$。对长度从1到200的不同文本做编码，然后汇出时间曲线，一共做十组，结果如下。



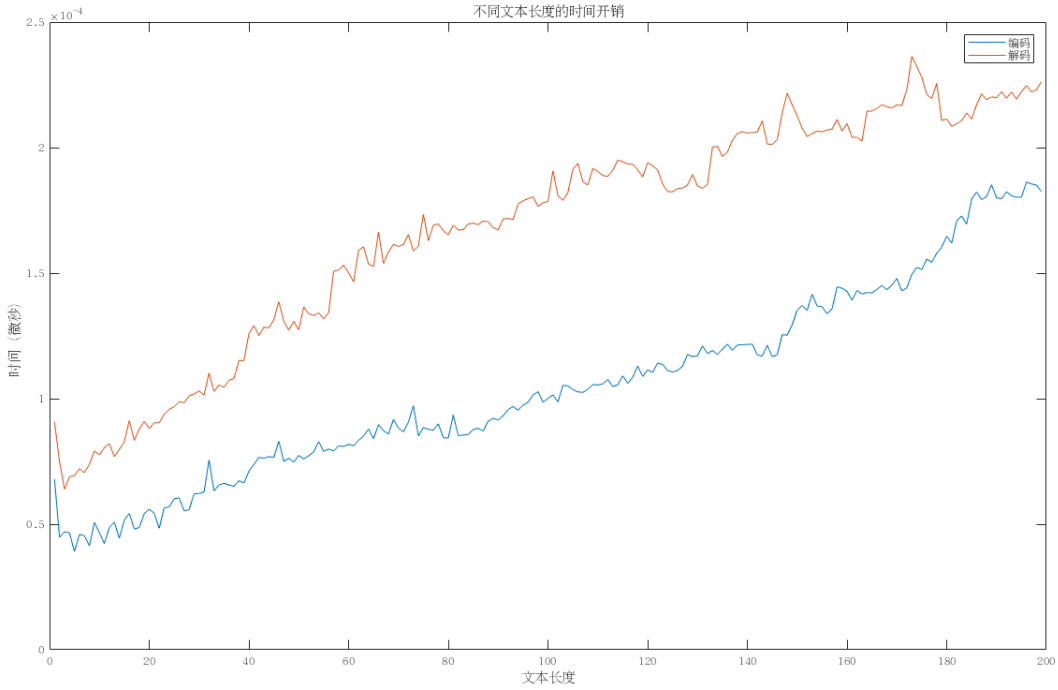
解码时间开销

解码的时间开销主要是在获取第一列排序上，$T(n) = n\log(n)$。同编码一样，对长度从1到200的不同文本做解码，然后汇出时间曲线，一共做十组，结果如下。

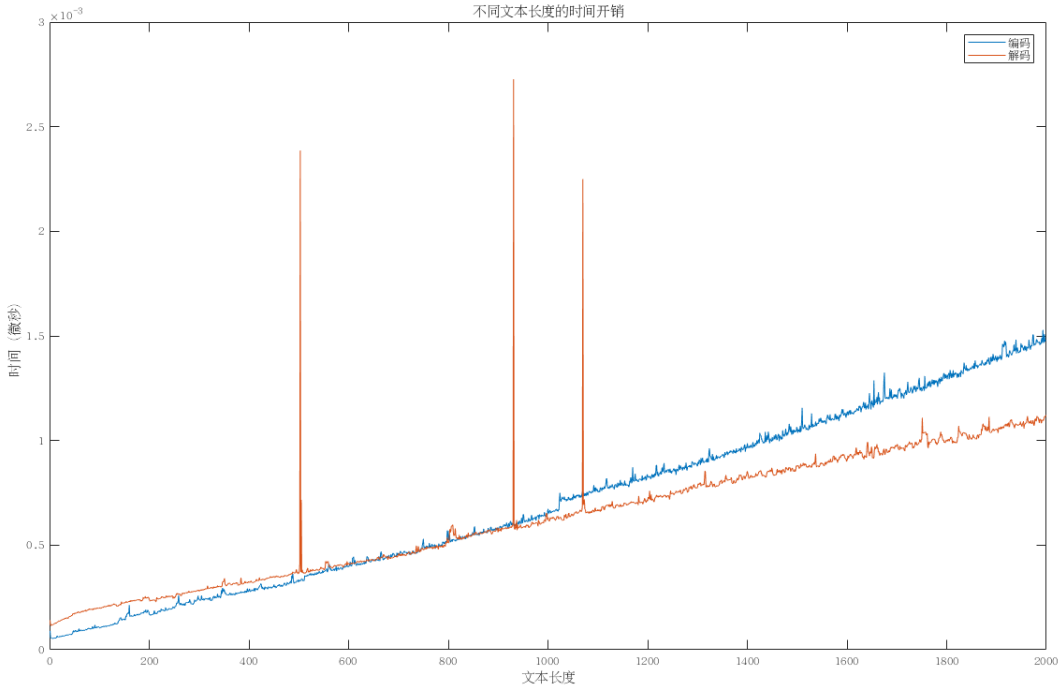


平均

由于误差，这里对十组数据取平均，分别绘制编码和解码的平均时间开销如下



这里趋势不是很明显，将文本长度跨度放到2000，绘制平均时间开销图如下



显然，由于编码时间复杂度更大，所以在n比较大的时候，开销时间超过了解码时间。

优缺点

优点

BWT编码结果通常更适合压缩，因为它会将相同模式的字串聚集到一起，以便于局部数据处理。之后再利用run-length-encoding (或者move-to-front coding)方法。更重要得是，BWT可以快速的恢复出原字符串。

缺点

假设原字符串长度是N，由于排序的存在，所以复杂度比较高，对硬件不是很友好。