科学計算研究室 Pythonゼミ　フォローアップ

～7. 数値積分 (台形公式)～

2021-03-31 福田　浩

1　Python スクリプト

- 基本的には C++のソースファイルを 1 行毎 Python に変換している.

```
def trape(d, n, x1, x2, a):
     s = 0
     x = x1
     h = (x2-x1)/n

     for i in range(n+1):
         x = x1+h*i
         if i==0 or i==n:
             for j in range(d+1):
                 s += a[j]*(x**j)*h/2
         else:
             for j in range(d+1):
                 s += a[j]*(x**j)*h
     return s

def exact(d, x1, x2, a):
     theory = 0
     for i in range(d+1):
         theory += a[i]/(i+1)*((x2**(i+1))-(x1**(i+1)))
     return theory

x1, x2 = input().split(" ")
x1 = int(x1)
x2 = int(x2)
d, n = input().split(" ")
d = int(d)
n = int(n)
a = []
for i in range(d+1):
     a.append(float(input()))

calc_result = trape(d, n, x1, x2, a)
theory_result = exact(d, x1, x2, a)

print("approx:\t",calc_result)
print("exact:\t",theory_result)
print("error:\t",theory_result - calc_result, end=’ ’)
print("(",(calc_result -  theory_result)/theory_result*100, "%)")
```

2 課題の解答

2.1 $\int_0^2(-x^2+2x)\,dx$

```
n=10の時
approx:  1.3200000000000003
exact:   1.3333333333333335
error:   0.013333333333333197  ( -0.9999999999999896 \%)

n=20の時
approx:  1.33
exact:   1.3333333333333335
error:   0.0033333333333334103  ( -0.2500000000000057 \%)

n=30の時
approx:  1.331851851851852
exact:   1.3333333333333335
error:   0.001481481481481417  ( -0.11111111111110625 \%)
```

2.2 $\int_1^2(x^6-21x^5+175x^4-735x^3+1624x^2-1764x+740)\,dx$

```
n=10の時
approx:  9.846015499999883
exact:   9.726190476190627
error:   -0.11982502380925553  ( 1.231983108932351 \%)

n=20の時
approx:  9.756179539062432
exact:   9.726190476190627
error:   -0.02998906287180425  ( 0.30833308215808053 \%)

n=30の時
approx:  9.739521649062638
exact:   9.726190476190627
error:   -0.01333117287201091  ( 0.13706469048334138 \%)
```

- いずれの場合も，誤差はスライス数の 2 乗に反比例している

3 可視化処理

図 1 にあるように，x 軸の上側で，かつ上に凸のグラフを台形公式で近似すると，面積を過小評価するため，誤差はマイナスになる．一方，x 軸の上側で，かつ下に凸のグラフを台形公式で近似すると，面積を過大評価するため，誤差はプラスになる．

また，図 2 にあるように，スライスの数が増えると，誤差は急激に減少する．しかし，スライスの数が 10^6 を超えると，誤差が下げ止まりになる．これは，スライス数増加による誤差減少分と，数値の丸め誤差による誤差増加分がバランスするためである．

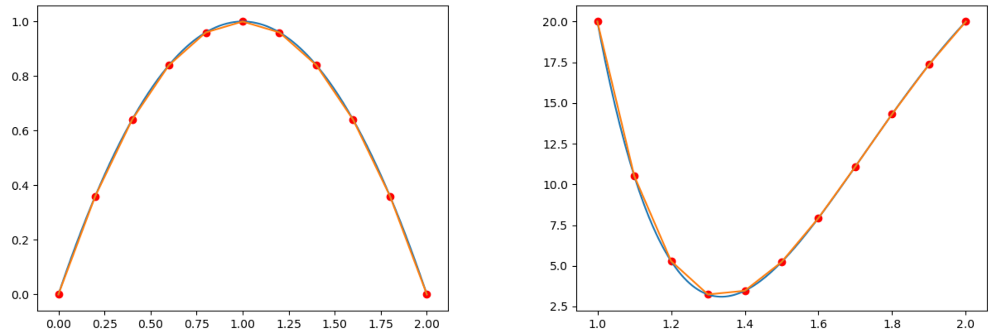

Figure 1: 台形公式の誤差

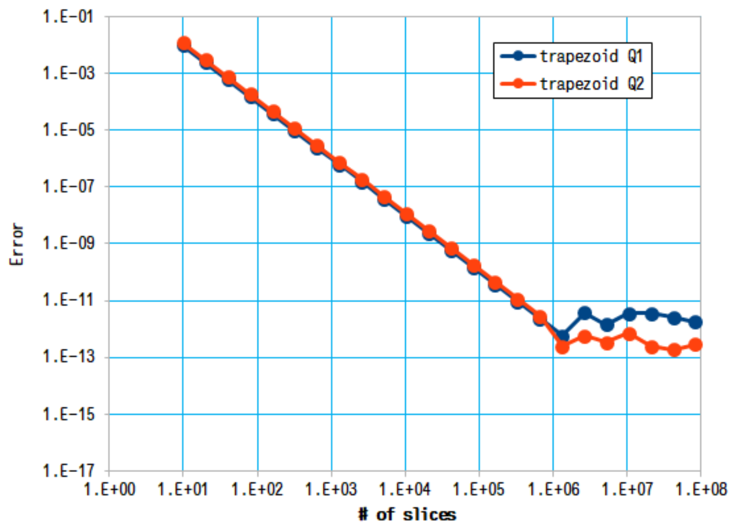

Figure 2: スライス数と誤差の関係