科学計算研究室 Python ゼミ　フォローアップ

～8. 数値積分 (Simpson 公式)～

2021-03-31 福田　浩

1　Python スクリプト

- 基本的には C++のソースファイルを 1 行毎 Python に変換している.

```
 1  def simp(d, n, x1, x2, a):
 2       s = 0
 3       x = x1
 4       h = (x2-x1)/(2*n)
 5
 6       for i in range(0, 2*n-1, 2):
 7           x = x1+h*i
 8           for j in range(d+1):
 9               s += a[j]*((x)**j)*h/3.0
10               s += a[j]*((x+h)**j)*h/3.0*4.0
11               s += a[j]*((x+h*2)**j)*h/3.0
12       return s
13
14  def exact(d, x1, x2, a):
15       theory = 0
16       for i in range(d+1):
17           theory += a[i]/(i+1)*((x2**(i+1))-(x1**(i+1)))
18       return theory
19
20  x1, x2 = input().split(" ")
21  x1 = int(x1)
22  x2 = int(x2)
23  d, n = input().split(" ")
24  d = int(d)
25  n = int(n)
26  a = []
27  for i in range(d+1):
28       a.append(float(input()))
29
30  calc_result = simp(d, n, x1, x2, a)
31  theory_result = exact(d, x1, x2, a)
32
33  print("approx:\t",calc_result)
34  print("exact:\t",theory_result)
35  print("error:\t",theory_result - calc_result, end='  ')
36  print("(",(calc_result -  theory_result)/theory_result*100, "%)")
```

2 課題の解答

2.1 $\int_0^2(-x^2+2x)\,dx$

```
approx:   1.3333333333333333
exact:    1.3333333333333335
error:    2.220446049250313e-16   ( -1.6653345369377345e-14 \%)

approx:   1.3333333333333328
exact:    1.3333333333333335
error:    6.661338147750939e-16   ( -4.996003610813203e-14 \%)

approx:   1.333333333333333
exact:    1.3333333333333335
error:    4.440892098500626e-16   ( -3.330669073875469e-14 \%)
```

2.2 $\int_1^2(x^6-21x^5+175x^4-735x^3+1624x^2-1764x+740)\,dx$

```
approx:   9.726234218749841
exact:    9.726190476190627
error:    -4.374255921391068e-05   ( 0.0004497398988945459 \%)

approx:   9.726193210449333
exact:    9.726190476190627
error:    -2.7342587056722323e-06   ( 2.8112329409603908e-05 \%)

approx:   9.726191016303792
exact:    9.726190476190627
error:    -5.401131648596902e-07   ( 5.553183090356581e-06 \%)
```

3 可視化処理

図 1 にあるように，Simpson 公式による近似の誤差は極めて小さく，スライス数の増多に伴う蓄積誤差の増加の方が大きい．

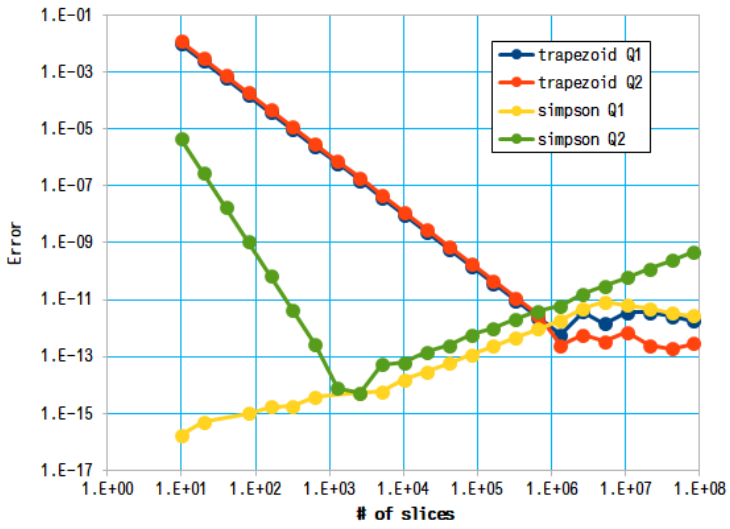

Figure 1: スライス数と誤差の関係