科学計算研究室 Pythonゼミ　フォローアップ

～3. Jordan法～

2021-03-03 福田　浩

1　Python スクリプト

基本的にはC++のソースファイルを1行毎Pythonに変換している．Pythonの変換する上での注意点は以下．

- Pythonで2次元配列の初期化には`a = [[0 for x in range(n+1)] for y in range(n)]`を使用
- 元数nの標準入力からの取得は`n = int(input())`
- 係数`a[i][j]`の標準入力からの取得は`a[i][j] = float(input())`

```
EPSILON = 0.001
n = int(input())
a = [[0 for x in range(n+1)] for y in range(n)]
for i in range(n):
    for j in range(n+1):
        a[i][j] = float(input())
for i in range(n):
    pivot = a[i][i]
    if abs(pivot) > EPSILON:
        for j in range(i, n+1):
            a[i][j] /= pivot
        for k in range(n):
            d = a[k][i]
            for j in range(i, n+1):
                if k!=i:
                    a[k][j] -= d*a[i][j]
    else:
        print("Pivot: ", pivot, "is too small.")
for i in range(n):
    print(a[i][n])
```

2　課題の解答

$$
\begin{cases}
3x & +y & +z & = 10 \\
x & +5y & +2z & = 21 \\
x & +2y & +5z & = 30
\end{cases}
\tag{1}
$$

の解

```
1.0000000000000004
2.0
4.999999999999999
```

$$
\begin{cases}
0.51x_1 & +0.95x_2 & +0.80x_3 & +0.28x_4 & +0.41x_5 & = 16.7 \\
0.39x_1 & +0.25x_2 & +0.43x_3 & +0.28x_4 & +0.88x_5 & = 9.8 \\
0.55x_1 & +0.91x_2 & +0.12x_3 & +0.23x_4 & +0.31x_5 & = 10.4 \\
0.26x_1 & +0.66x_2 & +0.95x_3 & +0.52x_4 & +0.57x_5 & = 17.7 \\
0.83x_1 & +0.73x_2 & +0.62x_3 & +0.16x_4 & +0.77x_5 & = 14.1
\end{cases}
\tag{2}
$$

の解

```
1.311160993497137
6.931843040494124
8.054233685446567
7.328872362964148
2.318501938682501
```

3　ill-condition

$$
\begin{cases}
99x & +98y = 197 \\
100x & +99y = 199
\end{cases}
\tag{3}
$$

の解は $x = 1, y = 1$ である．一方，上式の x の係数が 0.01%減少した

$$
\begin{cases}
98.99x & +98y = 197 \\
100x & +99y = 199
\end{cases}
\tag{4}
$$

の解は $x = 100, y = -99$ である．僅か 0.01%の変化で解が大きく変わる場合がある．これはそもそも 2 元連立方程式を構成する 2 つの方程式が「近しい」ことに起因する．2 つの方程式をグラフ化したときの直線の傾きはそれぞれ $-99/98 \sim 1.01020408, -100/99 \sim 1.01010101$ であり，僅か 0.01%しか違わない．2 元連立方程式は 2 つの未知数と 2 つの方程式からなるが，この際，2 つの方程式が異なる場合に，2 つの未知数を同定することが出来る．2 つの方程式が異なるとはいえ非常に近しい場合は，ill-condition になり，解が不安定になる．

連立方程式の解が求められる実用シーンでは，方程式の係数は測定により求められる場合が多い．測定には誤差が伴う．誤差を含む係数を備える連立方程式が ill-condition になるとその解の信頼性は著しく低下する．連立方程式を解く際は ill-condition の事前考察が不可欠である．