

～6. 最小二乗法～

2021-03-24 福田 浩

1 Python スクリプト

- 基本的には C++のソースファイルを1行毎 Python に変換している.
- 1, 2 行目: n は, データ点数
- 1, 3 行目: m は, 近似多項式の次数
- 4 行目: `jordan.py` に引数として近似多項式の次数を渡すために, 標準出力に出力
- 5, 6 行目: データ点数を格納する配列 (リスト) を作成
- 7~10 行目: データ x , y をスペース区切りで取得
- 12 行目: 近似多項式の係数を格納する配列 (リスト) `a[0:n]` を 0 で初期化
- 14~20 行目: 最小二乗法
- 21 行目: `jordan.py` に引数として近似多項式の係数を渡すために, 標準出力に出力

```
1 n, m = input().split(" ")
2 n = int(n)
3 m = int(m)
4 print(m)
5 x = []
6 y = []
7 for i in range(n):
8     xx, yy = map(float, input().split(" "))
9     x.append(xx)
10    y.append(yy)
11
12 a = [[0 for i in range(n+1)] for j in range(n)]
13
14 for i in range(m):
15     for j in range(m):
16         for k in range(n):
17             a[i][j] += x[k]**(i+j)
18             print(a[i][j])
19         for k in range(n):
20             a[i][n] += y[k]*x[k]**i
21     print(a[i][n])
```

2 課題の解答

2.1 $(-2, 1), (0, -1), (2, 5)$ の 1 次近似

$$y = + 1.666666666666667 x^0 + 1.0 x^1$$

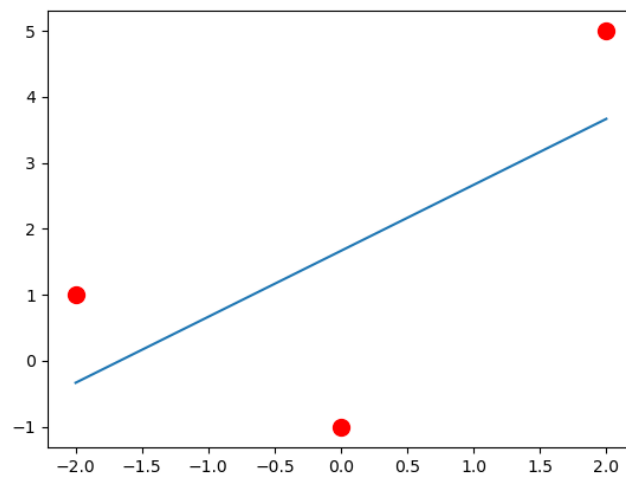


Figure 1: $(-2, 1), (0, -1), (2, 5)$ とその 1 次近似

2.2 $(1, 2), (2, 5), (3, 7), (5, 10), (6, 17)$ の 3 次近似

$$\begin{aligned} y = & + -6.1764705882361035 x^0 \\ & + 11.00840336134552 x^1 \\ & + -3.3109243697482205 x^2 \\ & + 0.35294117647061857 x^3 \end{aligned}$$

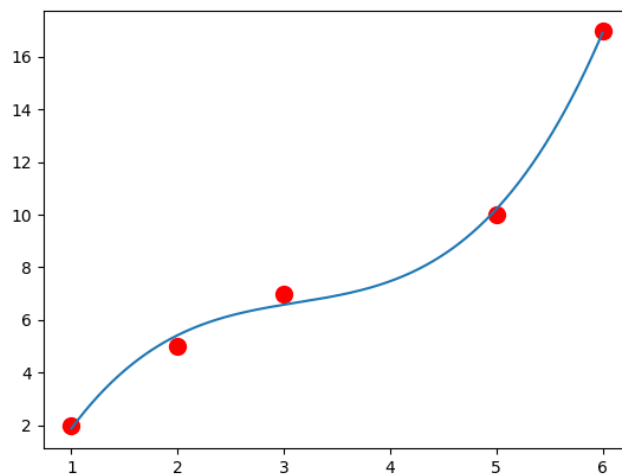


Figure 2: $(1, 2), (2, 5), (3, 7), (5, 10), (6, 17)$ とその 3 次近似

3 可視化处理

- 1行目：Jordan法のプログラムライブラリ `jordan_lib.py` のインポート
- 2, 3行目：グラフツールのインポート
- 4行目：グラフ点数の定義
- 5~23行目：前記プログラムとおんなじ
- 25行目：Jordan法の関数 `solve_jordan()` のコール
- 27~29行目：近似多項式の数式表示
- 31~42行目：近似多項式のグラフ表示

```
1 import jordan_lib
2 import numpy as np
3 import matplotlib.pyplot as plt
4 N = 400
5 n, m = input().split(" ")
6 n = int(n)
7 m = int(m)
8
9 x = []
10 y = []
11 for i in range(n):
12     xx, yy = map(float, input().split(" "))
13     x.append(xx)
14     y.append(yy)
15
16 a = [[0 for i in range(m+1)] for j in range(m)]
17
18 for i in range(m):
19     for j in range(m):
20         for k in range(n):
21             a[i][j] += x[k]**(i+j)
22         for k in range(n):
23             a[i][m] += y[k]*x[k]**i
24
25 ans = jordan_lib.solve_jordan(m,a)
26
27 print("y=",end=" ")
28 for i in range(m):
29     print("+",ans[i],"x^",i)
30
31 xp = np.linspace(x[0],x[n-1],N+1)
32
33 z = []
34 for j in range(N+1):
35     zz = 0
36     for i in range(m):
```

```

37     zz += ans[i]*xp[j]**i
38     z.append(zz)
39
40 plt.scatter(x,y, s=100, c="red")
41 plt.plot(xp,z)
42 plt.show()

```

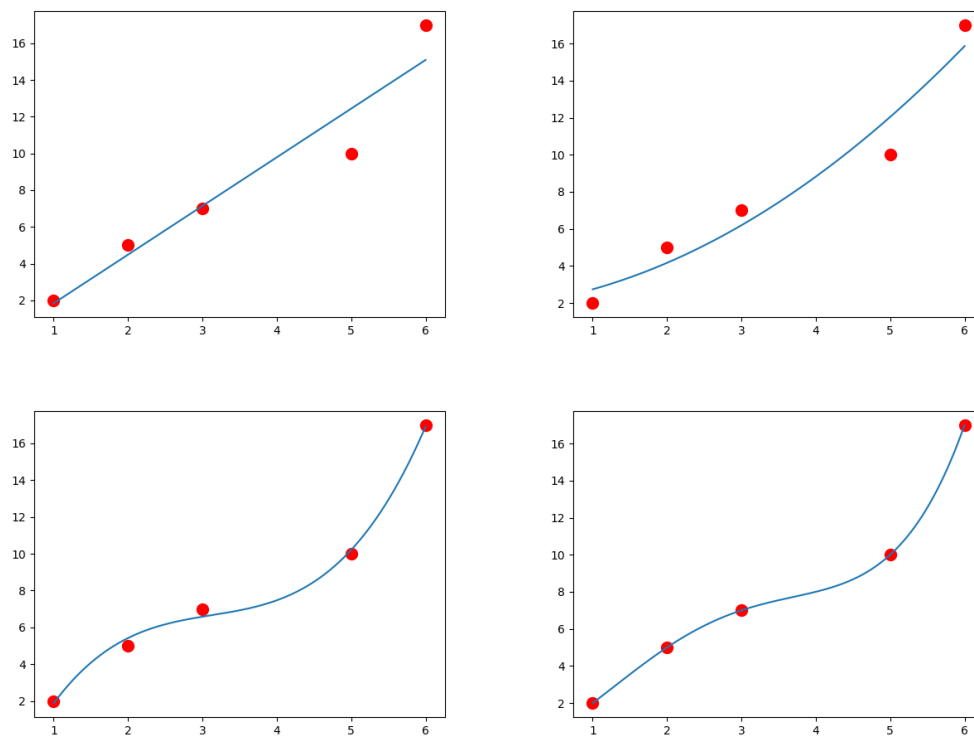


Figure 3: (1, 2), (2, 5), (3, 7), (5, 10), (6, 17) とその 1~4 次近似

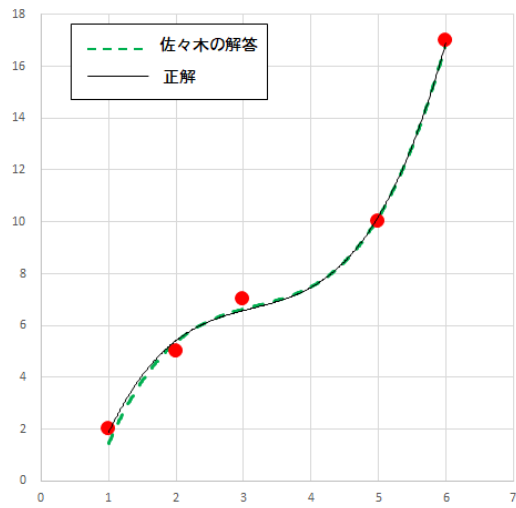


Figure 4: 答え合わせ

ちなみに $(1, 2), (2, 5), (3, 7), (5, 10), (6, 17)$ の 4 次近似は, Lagrange 補間した場合と完全におんなじ.

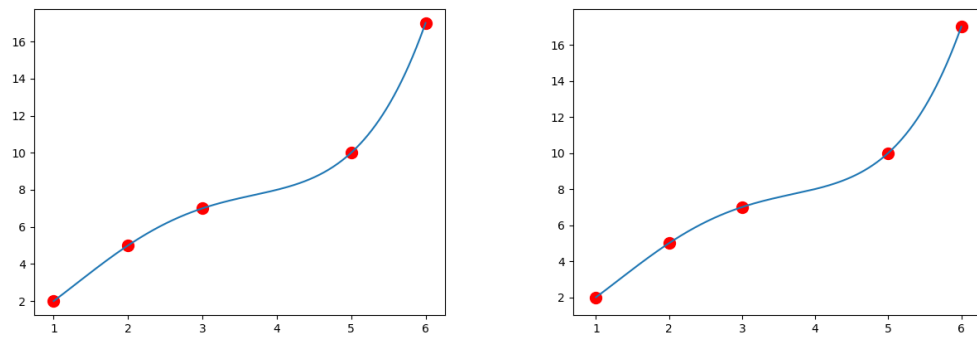


Figure 5: $(1, 2), (2, 5), (3, 7), (5, 10), (6, 17)$ の 4 次近似 (左図) と Lagrange 補間 (右図)