Министерство цифрового развития, связи и массовых коммуникаций Российской Федерации

Ордена Трудового Красного Знамени федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский технический университет связи и информатики» Кафедра «МКиИТ»

Лабораторная работа №4(часть 2)

по дисциплине «Data mining»

## In [3]:

```
from sklearn.tree import DecisionTreeClassifier, plot_tree
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
```

## Получение данных

Будем работать с набором данных для задачи классификации - данные по сердечно сосудистым заболеваниям, довольно стандартный набор для изучения машинного обучения, но его нет в sklearn'e. Поэтому скачиваем данные со стороны, с google диска.

Ссылка на google drive: <a href="https://drive.google.com/file/d/1Si4EJ\_Rexl3Q7yZU8eLjgp4ORe\_BXr4G">https://drive.google.com/file/d/1Si4EJ\_Rexl3Q7yZU8eLjgp4ORe\_BXr4G</a>)

В задаче предалагается предсказать наличие сердечно-сосудистых заболеваний по результатам классического врачебного осмотра. Датасет сформирован 3 групп признаков:

#### Объективные признаки:

- Возраст (в днях)
- Рост
- Bec
- Пол

#### Результаты измерения:

- Артериальное давление верхнее и нижнее
- Холестерин (три группы: норма, выше нормы, значительно выше нормы)
- Глюкоза (три группы: норма, выше нормы, значительно выше нормы)

#### Субъективные признаки (бинарные):

- Курение
- Употребление Алкоголя
- Физическая активность

#### In [4]:

```
full_df = pd.read_csv('cardio.csv', ';')
full_df.head()
```

C:\Users\Daniel\AppData\Local\Temp\ipykernel\_6408\3313206709.py:1: FutureW arning: In a future version of pandas all arguments of read\_csv except for the argument 'filepath\_or\_buffer' will be keyword-only.

```
full_df = pd.read_csv('cardio.csv', ';')
```

#### Out[4]:

	id	age	gender	height	weight	ap_hi	ap_lo	cholesterol	gluc	smoke	alco	active	(
0	0	18393	2	168	62.0	110	80	1	1	0	0	1	
1	1	20228	1	156	85.0	140	90	3	1	0	0	1	
2	2	18857	1	165	64.0	130	70	3	1	0	0	0	
3	3	17623	2	169	82.0	150	100	1	1	0	0	1	
4	4	17474	1	156	56.0	100	60	1	1	0	0	0	
4												•	<b>•</b>

#### In [5]:

#### In [6]:

```
full_df['age'] = round(full_df['age'] / 365)
```

Чтобы более наглядно смотреть, как обучается дерево решений возьмем только 5 объектов и 2 признака.

#### In [7]:

```
features = ['age', 'ap_hi']
```

## In [8]:

```
df = full_df[features + target]
df = df.head(5)
df
```

#### Out[8]:

	age	ap_hi	cardio
0	50.0	110	0
1	55.0	140	1
2	52.0	130	1
3	48.0	150	1
4	48.0	100	0

```
In [9]:
```

```
X = df[features]
y = df[target]
```

# Что такое дерево решений?

С чем можно сравнить деревья решений? А их можно сравнить с игрой в "стикеры".



Когда на стикере пишешь имя знаменитости/ название животного/персонажа из игры и т.д., а затем клеешь на лоб другу. Друг должен с помощью вопросов, на которые можно давать ответ только да или нет, догадаться, а кто же написан на стикере.

Если вы играете в стикеры с именем публичной личности, то самый первый и самый логичный вопрос будет связан с полом человека, потому что в среднем 50% мужчин, 50% женщин и одним вопросом "мой загаданный человек такого-то пола?" можно отсечь 50% вариантов, как неправильные ответы. А затем продолжить задавать вопросы, пока в конечном счете не дойдете до одного человека.

Так же ведут себя наши деревья решений, они задают вопросы к данным, разбивая на подвыборки, чтобы докопаться до истины

Так давайте обучем одно дерево решений с помощью sklearn'a.

Инициализируем его для задачи классификации и обучим на признаках ( X ) и целевой переменной ( y ). По признакам модель будет запоминать закономерности, которые больше влияют на наличие сердечно-сосудистого заболевания.

#### In [10]:

```
from sklearn.tree import DecisionTreeClassifier

tree = DecisionTreeClassifier(random_state=1)
tree.fit(X, y)
```

#### Out[10]:

DecisionTreeClassifier(random\_state=1)

In a Jupyter environment, please rerun this cell to show the HTML representation or trust the notebook.

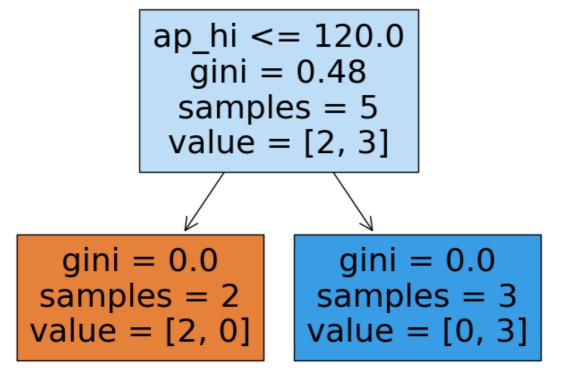
On GitHub, the HTML representation is unable to render, please try loading this page with nbviewer.org.

Теперь визуализируем наше обученное дерево решений. Из себя дерево решений представлет набор вопросов к данным. Узлы (ноды), где как раз-таки находится вопрос - называются **вершинами**, в этом дереве у нас есть одна вершина, где хранится вопрос ар\_hi <= 120.

## In [11]:

```
from sklearn.tree import plot_tree

plt.figure(figsize=(8, 6))
plot_tree(tree, feature_names=features, filled=True);
```



По этому вопросу идет разбиение выборки на две подвыборки: на левую, где условие удовлетворяется (*верхняя цифра давления действительно меньше либо равна 120*) и на правую, где условие не удовлетворяетсся (*где давление больше 120*).

Тем самым получаем ещё два узла, которые уже именуются **листами**, благодаря ним будем получать финальное предсказание модели.

В **левом листе** у нас ноходится два объекта и они вдвоем 0 класса, значит любой объект, у которого давление будет меньше или равно 120 попадет в этот конечный узел и будет считаться 0 классом.

А в **правом листе** находится три объекта и они все имеют метку класс 1. А значит, если возьмем новый объект, спросим у него давление и оно окажется больше 120, то предскажем ему класс 1.

Левая подвыборка, где условие удовлетворяется

## In [12]:

```
df[df['ap_hi'] <= 120]
```

#### Out[12]:

	age	ap_hi	cardio
0	50.0	110	0
4	48.0	100	0

Правая подвыборка, где условие не удовлетворяется

## In [13]:

```
df[~(df['ap_hi'] <= 120)]</pre>
```

#### Out[13]:

	age	ap_hi	cardio
1	55.0	140	1
2	52.0	130	1
3	48.0	150	1

# Какие вопросы задает дерево решений?

В целом, смысл дерева поняли, теперь пора разобраться, как дерево решений понимает, какие вопросы нужно задавать.

#### In [14]:

```
import numpy as np
```

```
In [15]:
```

df

#### Out[15]:

	age	ap_hi	cardio
0	50.0	110	0
1	55.0	140	1
2	52.0	130	1
3	48.0	150	1
4	48.0	100	0

А на самом деле дерево действует в лоб и задает всевозможные вопросы, которые только можно задавать. Давайте приведем примеры вопросов.

## Вопросы с признаком age

Для начала с признаком возраста.

• age <= 50

Получаем две подвыборки, где слева 3 объекта, а справа 2.

#### In [16]:

```
condition = df['age'] <= 50
display(df[condition], df[~condition])</pre>
```

	age	ap_hi	cardio
0	50.0	110	0
3	48.0	150	1
4	48.0	100	0
	age	ap_hi	cardio
1	<b>age</b> 55.0	<b>ap_hi</b> 140	cardio
-			

• age <= 55

Вот этот вопрос нелогичный, так как они никак наши данные не разбивает, а кладет все объекты в одну подвыборку, так что его не считаем за нормальный вопрос.

## In [17]:

```
condition = df['age'] <= 55
display(df[condition], df[~condition])</pre>
```

	age	ap_hi	cardio
0	50.0	110	0
1	55.0	140	1
2	52.0	130	1
3	48.0	150	1
4	48.0	100	0

## age ap\_hi cardio

• age <= 52

Получаем две подвыборки, слева 4 объекта, а справа 1.

## In [18]:

```
condition = df['age'] <= 52
display(df[condition], df[~condition])</pre>
```

		age	ap_hi	cardio
_	0	50.0	110	0
	2	52.0	130	1
	3	48.0	150	1
	4	48.0	100	0
			an hi	oordio.
		age	ap_hi	cardio
	1	55.0	140	1

и остается только один вопрос, т.к. два последних объекта имеют одинаковое значение возраста

• age <= 48

Здесь разбиение 2 на 3.

## In [19]:

```
condition = df['age'] <= 48
display(df[condition], df[~condition])</pre>
```

	age	ap_hi	cardio
3	48.0	150	1
4	48.0	100	0
	age	ap_hi	cardio
0	<b>age</b> 50.0	110	cardio 0
0			

Резюмируем по признаку возраста. Получили 3 валидных вопроса

## Вопросы с признаком ap\_hi

Дальше с признаком ap\_hi.

ap\_hi <= 110</li>

Слева 2 объекта, справа 3

age ap\_hi cardio

## In [20]:

```
condition = df['ap_hi'] <= 110
display(df[condition], df[~condition])</pre>
```

0	50.0	110	0
4	48.0	100	0
	age	ap_hi	cardio
1	55.0	140	1
2	52.0	130	1

• ap\_hi <= 100

Слева 1 объект, справа 4

## In [21]:

```
condition = df['ap_hi'] <= 100
display(df[condition], df[~condition])</pre>
```

	age	ap_hi	cardio
4	48.0	100	0
	age	ap_hi	cardio
0	50.0	110	0
1	55.0	140	1
2	52.0	130	1
3	48.0	150	1

• ap\_hi <= 140

Слева 4 объекта, справа 1

## In [22]:

```
condition = df['ap_hi'] <= 140
display(df[condition], df[~condition])</pre>
```

	age	ap_hi	cardio
0	50.0	110	0
1	55.0	140	1
2	52.0	130	1
4	48.0	100	0
	age	ap_hi	cardio
3	48.0	150	1

• ap\_hi <= 130

Слева 3 объекта, справа 2

#### In [23]:

```
condition = df['ap_hi'] <= 130
display(df[condition], df[~condition])</pre>
```

	age	ap_hi	cardio
0	50.0	110	0
2	52.0	130	1
4	48.0	100	0
	age	ap_hi	cardio
1	55.0	140	1
3	48.0	150	1

И последний вопрос с признаком ap\_hi

ap hi <= 150</li>

Слева 5 объектов, справа 0, вопрос неправильный, потому что никакого раззбиения он нам не дает, так что его за вопрос не считаем.

## In [24]:

```
condition = df['ap_hi'] <= 150
display(df[condition], df[~condition])</pre>
```

	age	ap_hi	cardio
0	50.0	110	0
1	55.0	140	1
2	52.0	130	1
3	48.0	150	1
4	48.0	100	0

age ap\_hi cardio

Итого, 3 вопроса про возраст и 4 вопроса про давление. Как из 7 вопросов найти самый успешный, а тут стоит поговорить про функционал качества, который будет сравнивать успешность разбиений.

# Как дерево решений обучается?

## Прирост информации

За функционал качества при работе с деревом решений принимается **прирост информации** (information gain):

$$Q(X_m, j, t) = H(X_m) - \frac{|X_l|}{|X_m|} H(X_l) - \frac{|X_r|}{|X_m|} H(X_r),$$

где  $X_m$  - множество объектов, попавших в вершину на данном шаге,  $X_l$  и  $X_r$  - множества, попадающие в левое и правое поддерево после разбиения. H(X) - *критерий информативности*. Он показывает неопределенность в данных, хаус, нечистоту.

Задача обучения состоит в его минимизации и, соответственно, максимизации прироста информации.

Ещё критерии информативности нужно нормировать - домножить на долю объектов, ушедших в соответствующее подмножество. Например, если у нас множество в узле разбилось на два подмножества размером в 9990 объектов и 10 объектов, но при этом в первом подмножестве все объекты будут принадлежать к одному классу, а во втором - к разным, то в целом разбиение будет считаться хорошим, так как подавляющее большинство отсортировано правильно.

В деревьях для задачи классификации используются два основных критерия информативности для подсчета ошибки, которые оперируют вероятностями появления каждого класса:

Обозначим через  $p_k$  долю объектов класса k в выборке X:

$$p_k = \frac{1}{|X|} \sum_{i \in X} [y_i = k].$$

Критерии информативности для задачи классификации:

• Энтропийный критерий или энтропия Шеннона:

$$H(X) = -\sum_{k=1}^{K} p_k \log_2 p_k.$$

Минимум энтропии (0) достигается, когда все объекты относятся к одному класссу, а максимум - при равномерном распределении. В формуле полагается, что  $0\log_2 0 = 0$ .

• Критерий Джини или индекс Джини:

$$H(X) = \sum_{k=1}^{K} p_k (1 - p_k) = 1 - \sum_{k=1}^{K} p_k^2,$$

где K - количество классов в наборе данных X.

Его минимум (0) достигается, когда все объекты относятся к одному классу, а максимум - при равном содержании объектов всех класов.

## Энтропия Шеннона

#### In [25]:

df

### Out[25]:

	age	ap_hi	cardio
0	50.0	110	0
1	55.0	140	1
2	52.0	130	1
3	48.0	150	1
4	48.0	100	0

У нас всё еще есть выборка из 5 людей. У двух из них нет заболевания (класс 0), а у трех оно имеется (класс 1). И мы хотим с помощью дерева решений найти такое разбиение, которое наиболее качественно разбивает выборку на две подвыборки, при этом в одной должны быть люди только с 0 классом, а во второй должны быть только люди с 1 классом.

Следить за таким порядком в подвыборках будет Энтропия или критерий Джини. Они позволяют посчитать количество неопределенности в наших данных.

Давайте разберемся в этом занятии с энтропией, а критерий Джини работает практически аналогичным образом.

$$H(X) = -\sum_{k=1}^{K} p_k \log_2 p_k.$$

Начнем с подсчета энтропии в исходной выборке из 5 объектов. У нас два объекта 0 класса и три объекта 1 класса.

#### In [26]:

```
class_0 = 2
class_1 = 3
total = class_0 + class_1

p_0 = class_0 / total
p_1 = class_1 / total
p_0, p_1
```

## Out[26]:

(0.4, 0.6)

Имеем вероятность быть 0 классом 0.4:

$$p_0 = \frac{2}{5} = 0.4$$

А вероятность быть 1 классом равняется 0.6

$$p_1 = \frac{3}{5} = 0.6$$

А значит в данной системе очень много неопределенности, ведь практически с вероятностью 50/50 объект может быть или 0 классом или 1. Создавая модель дерево решений, мы хотим задавать такие вопросы, которые будут отделять 1 класс от 0 и класть в отдельные подвыборки.

Давайте с такими вероятностями посчитаем энтропию.

#### In [27]:

#### Out[27]:

#### 0.9709505944546686

Она получается довольно высокой (напомню, что в идеале критерий информативности энтропия должна стремиться к нулю), а значит раз энтропия высокая, то и определенности пока что нет.

Значит нужно разбивать выборку до этой самой определенности.

Благо список вопросов, которые можем тестировать, уже составляли.

Все наши найденные значения прироста информации будем записывать в таблицу.

## In [28]:

```
results = pd.DataFrame(columns=['feature', 'value', 'IG'])
results
```

#### Out[28]:

feature value IG

#### Вопросы с признаком age

#### age <= 50

Получаем две подвыборки, где слева 3 объекта, а справа 2.

#### In [29]:

```
condition = df['age'] <= 50
display(df[condition], df[~condition])</pre>
```

	age	ap_hi	cardio
0	50.0	110	0
3	48.0	150	1
4	48.0	100	0
	age	ap_hi	cardio
1	55.0	140	1
2	52.0	130	1

## Левая подвыборка

Сначала считаем вероятности в левой подвыборке

#### In [30]:

```
df[condition]
```

## Out[30]:

	age	ap_hi	cardio
0	50.0	110	0
3	48.0	150	1
4	48.0	100	0

## In [31]:

```
class_0 = 2
class_1 = 1
total = class_0 + class_1

p_0 = class_0 / total
p_1 = class_1 / total
p_0, p_1
```

#### Out[31]:

Имеем вероятность быть 0 классом в левой ветки:

$$p_0 = \frac{2}{3} = 0.667$$

А вероятность быть 1 классом равняется

$$p_1 = \frac{1}{3} = 0.334$$

А значит в данной ветке определенности побольше, чем было в исходной, ведь теперь с большей вероятностью объект может быть 0 классом и меньшей 1.

Объединяем вероятности в энтропию и она имеет значение меньше, чем у исходной энтропии (там было 0.97), но и это значение всё равно еще очень далеко от заветного 0.

#### In [32]:

```
entropy_left = - (p_0 * np.log2(p_0) + p_1 * np.log2(p_1))
entropy_left
```

#### Out[32]:

0.9182958340544896

## Правая подвыборка

Теперь считаем вероятности в правой подвыборке

#### In [33]:

```
df[~condition]
```

#### Out[33]:

	age	ap_hi	cardio
1	55.0	140	1
2	52.0	130	1

#### In [34]:

```
class_0 = 0
class_1 = 2
total = class_0 + class_1

p_0 = class_0 / total
p_1 = class_1 / total
p_0, p_1
```

## Out[34]:

(0.0, 1.0)

Имеем вероятность быть 0 классом в правой ветке:

$$p_0 = \frac{0}{2} = 0$$

А вероятность быть 1 классом равняется

$$p_1 = \frac{2}{2} = 1$$

А значит в данной ветке определено всё, здесь находятся объекты только первого класса, нулевого класса здесь нет - вот это для нас самая лучшая ситуация.

Объединяем вероятности в энтропию (при этом считаем, что  $0\log_2 0 = 0$  и считаем только второе слагаемое). Получили значение равное 0 - это идеальное значения, которое говорит нам, что нет неопределенности, нет энтропии.

#### In [35]:

```
entropy_right = - p_1 * np.log2(p_1)
entropy_right
```

#### Out[35]:

-0.0

Получили в левой подвыборке энтропию 0.91, а во второй 0, теперь можем объединить эти значения в прирост информации.

#### Прирост информации

$$Q(X_m, j, t) = H(X_m) - \frac{|X_l|}{|X_m|} H(X_l) - \frac{|X_r|}{|X_m|} H(X_r)$$

#### In [36]:

display(df[condition], df[~condition])

		age	ap_hi	cardio
•	0	50.0	110	0
	3	48.0	150	1
	4	48.0	100	0
		age	ap_hi	cardio
٠	1	55.0	140	1
	2	52.0	130	1

При этом помним, что энтропии в подвыборках нужно нормировать. В левой оказалось 3 объекта из 5 исходных, а в правой их оказалось 2 тоже из 5.

#### In [37]:

```
IG = entropy_start - (3/5) * entropy_left - (2/5) * entropy_right
IG
```

## Out[37]:

## 0.4199730940219749

Итого прирост информации для вопроса age <= 50 равняется 0.41, чем это значение больше, тем лучше. Мы же хотим получить как можно больше полезной информации за счет разбиения данных на подвыборки.

Давайте запишем эти результаты в таблицу

#### In [38]:

```
results = results.append({
    'feature': 'age',
    'value': 50,
    'IG': IG
}, ignore_index=True)
results
```

C:\Users\Daniel\AppData\Local\Temp\ipykernel\_6408\1475736929.py:1: FutureW arning: The frame.append method is deprecated and will be removed from pan das in a future version. Use pandas.concat instead.

```
results = results.append({
```

#### Out[38]:

	feature	value	IG
0	age	50	0.419973

## age <= 55

Едем дальше, но вспомнинаем, что этот вопрос был некорректным, ведь он делал разбиения.

## In [39]:

```
condition = df['age'] <= 55
display(df[condition], df[~condition])</pre>
```

	age	ap_hi	cardio
0	50.0	110	0
1	55.0	140	1
2	52.0	130	1
3	48.0	150	1
4	48.0	100	0

## age ap\_hi cardio

#### age <= 52

Получаем две подвыборки, слева 4 объекта, а справа 1.

#### In [40]:

```
condition = df['age'] <= 52
display(df[condition], df[~condition])</pre>
```

	age	ap_hi	cardio
0	50.0	110	0
2	52.0	130	1
3	48.0	150	1
4	48.0	100	0
	age	ap_hi	cardio
1	55.0	140	1

## Левая подвыборка

Сначала считаем вероятности в левой подвыборке

#### In [41]:

```
df[condition]
```

## Out[41]:

	age	ap_hi	cardio
0	50.0	110	0
2	52.0	130	1
3	48.0	150	1
4	48.0	100	0

## In [42]:

```
class_0 = 2
class_1 = 2
total = class_0 + class_1

p_0 = class_0 / total
p_1 = class_1 / total
p_0, p_1
```

#### Out[42]:

(0.5, 0.5)

Имеем вероятность быть 0 классом в левой ветки:

$$p_0 = \frac{2}{4} = 0.5$$

А вероятность быть 1 классом равняется

$$p_1 = \frac{2}{4} = 0.5$$

Имеем очень высокую неопределенность, 50/50 будет либо первый класс, либо нулевой.

Объединяем вероятности в энтропию и она единичная, хауса много, определенности нет.

#### In [43]:

```
entropy_left = - (p_0 * np.log2(p_0) + p_1 * np.log2(p_1))
entropy_left
```

#### Out[43]:

1.0

#### Правая подвыборка

Теперь считаем вероятности в правой подвыборке

#### In [44]:

```
df[~condition]
```

#### Out[44]:

```
age ap_hi cardio
1 55.0 140 1
```

## In [45]:

```
class_0 = 0
class_1 = 1
total = class_0 + class_1

p_0 = class_0 / total
p_1 = class_1 / total
p_0, p_1
```

#### Out[45]:

(0.0, 1.0)

И здесь тоже вероятность быть 0 классом в правой ветке нулевая:

$$p_0 = \frac{0}{2} = 0$$

А вероятность быть 1 классом равняется

$$p_1 = \frac{2}{2} = 1$$

Здесь вообще один объект и он первого класса, значит здесь определенность высокая.

Считаем энтропию (при этом снова считаем, что  $0\log_2 0 = 0$  и подсчитываем только второе слагаемое). Получили значение равное 0.

#### In [46]:

```
entropy_right = - p_1 * np.log2(p_1)
entropy_right
```

## Out[46]:

-0.0

Получили в левой подвыборке энтропию 1, а во второй 0, теперь можем объединить эти значения в прирост информации.

#### Прирост информации

$$Q(X_m, j, t) = H(X_m) - \frac{|X_l|}{|X_m|} H(X_l) - \frac{|X_r|}{|X_m|} H(X_r)$$

#### In [47]:

display(df[condition], df[~condition])

	age	ap_hi	cardio
0	50.0	110	0
2	52.0	130	1
3	48.0	150	1
4	48.0	100	0
	age	ap_hi	cardio
1	55.0	140	1

Энтропию в подвыборках нормируем. В левой оказалось 4 объекта из 5 исходных, а в правой их оказалось 1 из 5.

#### In [48]:

```
IG = entropy_start - (4/5) * entropy_left - (1/5) * entropy_right
IG
```

#### Out[48]:

#### 0.17095059445466854

Итого прирост информации для вопроса age <= 52 равняется 0.17, что меньше, чем прирост в вопросе с возрастом age <= 50.

Тоже запишем результат в таблицу

#### In [49]:

```
results = results.append({
    'feature': 'age',
    'value': 52,
    'IG': IG
}, ignore_index=True)
results
```

C:\Users\Daniel\AppData\Local\Temp\ipykernel\_6408\82619183.py:1: FutureWar
ning: The frame.append method is deprecated and will be removed from panda
s in a future version. Use pandas.concat instead.
 results = results.append({

#### Out[49]:

	feature	value	IG
0	age	50	0.419973
1	age	52	0.170951

#### age <= 48

и остается только один вопрос.

Здесь разбиение 2 на 3.

age ap\_hi cardio

#### In [50]:

**2** 52.0

```
condition = df['age'] <= 48
display(df[condition], df[~condition])</pre>
```

3	48.0	150	1
4	48.0	100	0
	age	ap_hi	cardio
0	<b>age</b> 50.0	<b>ap_hi</b> 110	cardio 0
0			

130

Хватит уже считать критерии информативности и прирост информации руками, давайте сделаем две вспомогательные функции для подсчета энтропии и прироста информации.

#### In [51]:

```
# Расчет энтропии
def entropy(labels):
    на вход labels - целевые значения
    на выходе подсчитанная энтропия
    labels = list(labels)
    # подсчет количества объектов разных классов
    classes = {}
    for label in labels:
        if label not in classes:
            classes[label] = 0
        classes[label] += 1
    # расчет критерия
    ent = 0
    for label in classes:
        p = classes[label] / len(labels)
        ent += p * np.log2(p)
    return -ent
```

#### In [52]:

```
# Pacчem npupocma

def gain(left_labels, right_labels, root_labels):

# доля выборки, ушедшая в левое поддерево

p = float(left_labels.shape[0]) / (left_labels.shape[0] + right_labels.shape[0])

IG = entropy(root_labels) - p * entropy(left_labels) - (1 - p) * entropy(right_label)

return IG
```

#### Прирост информации

Передаем наши целевые значения в подвыборках и исходной выборки в функция для подсчета прироста информации.

```
In [53]:
```

```
IG = gain(df[condition]['cardio'], df[~condition]['cardio'], df['cardio'])
IG
```

#### Out[53]:

0.01997309402197489

#### In [54]:

```
display(df[condition], df[~condition])
```

	age	ap_hi	cardio
3	48.0	150	1
4	48.0	100	0
	age	ap_hi	cardio
0	<b>age</b> 50.0	<b>ap_hi</b> 110	cardio 0
0			

Прирост информации для вопроса age <= 48 равняется 0.01, что совсем маленькое значение по сравнению с предыдущими.

Тоже запишем результат в таблицу

#### In [55]:

```
results = results.append({
    'feature': 'age',
    'value': 48,
    'IG': IG
}, ignore_index=True)
results
```

C:\Users\Daniel\AppData\Local\Temp\ipykernel\_6408\2455523651.py:1: FutureW arning: The frame.append method is deprecated and will be removed from pan das in a future version. Use pandas.concat instead.

results = results.append({

#### Out[55]:

	feature	value	IG
0	age	50	0.419973
1	age	52	0.170951
2	age	48	0.019973

Резюмируем по признаку возраста. Получили 3 валидных вопроса и их три подсчитанные прироста информации.

#### Вопросы с признаком ap\_hi

#### ap\_hi <= 110

Слева 2 объекта, справа 3. Уже видим на моменте разбиения, что что-то интересное намечается, в одной выборке только 0, во второй только 1, идеальная определенность.

#### In [56]:

```
condition = df['ap_hi'] <= 110
display(df[condition], df[~condition])</pre>
```

	age	ap_hi	cardio
0	50.0	110	0
4	48.0	100	0
	age	ap_hi	cardio
1	<b>age</b> 55.0	<b>ap_hi</b> 140	cardio 1
-			cardio 1

## Прирост информации

Но проверим эти хорошие результаты и с помощью прироста информации. Передаем наши целевые значения в подвыборках и исходной выборки в функция для подсчета прироста информации.

#### In [57]:

```
IG = gain(df[condition]['cardio'], df[~condition]['cardio'], df['cardio'])
IG
```

#### Out[57]:

## 0.9709505944546686

Прирост информации для вопроса ap\_hi <= 110 равняется 0.97, что равняется исходной стартовой энтропии среди всех объектов. Это значит, что этим вопросом мы получили всю нужную для нас информацию.

Запишем этот идеальный результат в таблицу.

#### In [58]:

```
results = results.append({
    'feature': 'ap_hi',
    'value': 110,
    'IG': IG
}, ignore_index=True)
results
```

C:\Users\Daniel\AppData\Local\Temp\ipykernel\_6408\3257547875.py:1: FutureW arning: The frame.append method is deprecated and will be removed from pan das in a future version. Use pandas.concat instead.

results = results.append({

#### Out[58]:

	feature	value	IG
0	age	50	0.419973
1	age	52	0.170951
2	age	48	0.019973
3	ap_hi	110	0.970951

## ap\_hi <= 100

Слева 1 объект, справа 4

age ap\_hi cardio

## In [59]:

```
condition = df['ap_hi'] <= 100
display(df[condition], df[~condition])</pre>
```

4	48.0	100	0
	age	ap_hi	cardio
0	50.0	110	0
1	55.0	140	1
2	52.0	130	1
3	48.0	150	1

#### Прирост информации

```
In [60]:
```

```
IG = gain(df[condition]['cardio'], df[~condition]['cardio'], df['cardio'])
IG
```

## Out[60]:

0.3219280948873623

Прирост информации для вопроса ap\_hi <= 100 равняется 0.32, тоже неплохо, но вот с предудущим результатом походу уже ничего не сравнится.

Запишем результат в таблицу.

#### In [61]:

```
results = results.append({
    'feature': 'ap_hi',
    'value': 100,
    'IG': IG
}, ignore_index=True)
results
```

C:\Users\Daniel\AppData\Local\Temp\ipykernel\_6408\1925750101.py:1: FutureW arning: The frame.append method is deprecated and will be removed from pan das in a future version. Use pandas.concat instead.

results = results.append({

#### Out[61]:

	feature	value	IG
0	age	50	0.419973
1	age	52	0.170951
2	age	48	0.019973
3	ap_hi	110	0.970951
4	ap_hi	100	0.321928

#### ap\_hi <= 140

Слева 4 объекта, справа 1

#### In [62]:

```
condition = df['ap_hi'] <= 140
display(df[condition], df[~condition])</pre>
```

	age	ap_hi	cardio
0	50.0	110	0
1	55.0	140	1
2	52.0	130	1
4	48.0	100	0
	age	ap_hi	cardio
3	48.0	150	1

#### Прирост информации

#### In [63]:

```
IG = gain(df[condition]['cardio'], df[~condition]['cardio'], df['cardio'])
IG
```

## Out[63]:

#### 0.17095059445466854

Ну уж совсем печальный прирост. При вопросе ар hi <= 140 равняется 0.17.

Запишем этот идеальный результат в таблицу.

#### In [64]:

```
results = results.append({
    'feature': 'ap_hi',
    'value': 140,
    'IG': IG
}, ignore_index=True)
results
```

C:\Users\Daniel\AppData\Local\Temp\ipykernel\_6408\2141255655.py:1: FutureW arning: The frame.append method is deprecated and will be removed from pan das in a future version. Use pandas.concat instead.

results = results.append({

#### Out[64]:

	feature	value	IG
0	age	50	0.419973
1	age	52	0.170951
2	age	48	0.019973
3	ap_hi	110	0.970951
4	ap_hi	100	0.321928
5	ap hi	140	0.170951

#### ap hi <= 130

Слева 3 объекта, справа 2

## In [65]:

```
condition = df['ap_hi'] <= 130
display(df[condition], df[~condition])</pre>
```

	age	ap_hi	cardio
0	50.0	110	0
2	52.0	130	1
4	48.0	100	0
	age	ap_hi	cardio
1	55.0	140	1
3	48.0	150	1

## Прирост информации

#### In [66]:

```
IG = gain(df[condition]['cardio'], df[~condition]['cardio'], df['cardio'])
IG
```

## Out[66]:

#### 0.4199730940219749

Прирост информации для вопроса ap\_hi <= 130 равняется 0.41.

#### In [67]:

```
results = results.append({
    'feature': 'ap_hi',
    'value': 130,
    'IG': IG
}, ignore_index=True)
results
```

C:\Users\Daniel\AppData\Local\Temp\ipykernel\_6408\1135121396.py:1: FutureW arning: The frame.append method is deprecated and will be removed from pan das in a future version. Use pandas.concat instead.

results = results.append({

#### Out[67]:

	feature	value	IG
0	age	50	0.419973
1	age	52	0.170951
2	age	48	0.019973
3	ap_hi	110	0.970951
4	ap_hi	100	0.321928
5	ap_hi	140	0.170951
6	ap_hi	130	0.419973

#### ap\_hi <= 150

И последний вопрос с признаком ар\_hi

Слева 5 объектов, справа 0, вопрос неправильный, потому что никакого раззбиения он нам не дает, так что его за вопрос не считаем.

#### In [68]:

```
condition = df['ap_hi'] <= 150
display(df[condition], df[~condition])</pre>
```

	age	ap_hi	cardio
0	50.0	110	0
1	55.0	140	1
2	52.0	130	1
3	48.0	150	1
4	48.0	100	0

## age ap\_hi cardio

Итого, 3 вопроса про возраст и 4 вопроса про давление. Можем вывести таблицу с приростами информации, но думаю своего победителя мы уже нашли.

#### In [69]:

results

#### Out[69]:

	feature	value	IG
0	age	50	0.419973
1	age	52	0.170951
2	age	48	0.019973
3	ap_hi	110	0.970951
4	ap_hi	100	0.321928
5	ap_hi	140	0.170951
6	ap_hi	130	0.419973

Это вопрос ap\_hi <= 110 - у него максимальный прирост информации из всевозможных вопросов, которые мы назадавали. Значит его и будем использовать для нашего дерева решений.

То, что мы с вами сделали - это ооочень маленькая часть всего построения дерева решений, мы нашли только один вопрос - а у деревьев их может быть десятки, сотни, тысячи и еще больше, зависит от сложности задачи.

И еще одно интересное замечание. Когда мы строили с вами дерево решений из sklearn'a, то самый лучший вопрос получался age <= 120, а у нас такого вопроса не было.

```
In [70]:
```

```
plt.figure(figsize=(8, 6))
plot_tree(tree, feature_names=features, filled=True);
```

```
ap_hi <= 120.0

gini = 0.48

samples = 5

value = [2, 3]

gini = 0.0

samples = 2

value = [2, 0]

gini = 0.0

samples = 3

value = [0, 3]
```

Это потому, что можно еще немного иначе задавать вопросы. Брать не буквально уникальные значения из признака, а среднее между уникальными отсортированными значениями.

```
In [71]:
```

```
sorted(df['ap_hi'].unique())
```

#### Out[71]:

[100, 110, 130, 140, 150]

И могли бы задавать такие вопросы

## In [72]:

```
display(
    f'ap_hi <= {(100 + 110) / 2}',
    f'ap_hi <= {(110 + 130) / 2}',
    f'ap_hi <= {(130 + 140) / 2}',
    f'ap_hi <= {(140 + 150) / 2}',
}</pre>
```

```
'ap_hi <= 105.0'
```

При этом разбиения мы будем получать такие же, как и при наших вопросах, к примеру, вопрос по такое методике ap\_hi <= 105 (среднее между 100 и 110).

#### In [73]:

```
condition = df['ap_hi'] <= 105
display(df[condition], df[~condition])</pre>
```

	age	ap_hi	cardio
4	48.0	100	0
	age	ap_hi	cardio
0	50.0	110	0
1	55.0	140	1
2	52.0	130	1
3	48.0	150	1

Это тоже самое, что наш вопрос ар\_hi <= 100.

## In [74]:

```
condition = df['ap_hi'] <= 100
display(df[condition], df[~condition])</pre>
```

4	48.0	100	0
	age	ap_hi	cardio
0	50.0	110	0
1	55.0	140	1
2	52.0	130	1
3	48.0	150	1

age ap\_hi cardio

Так что можно находить лучшие вопросы:

<sup>&#</sup>x27;ap\_hi <= 120.0'

<sup>&#</sup>x27;ap\_hi <= 135.0'

<sup>&#</sup>x27;ap\_hi <= 145.0'

- 1. через уникальные значения в признаке
- 2. через среднее арифметическое уникальных значений в признаке

## Процесс построения дерева решений

Возьмем выборку чуть побольше, чтобы дерево решений имело больше вершин (узлы с вопросами) и листов (узлы с предсказаниями).

#### In [75]:

```
X = full_df.iloc[:10][features]
y = full_df.iloc[:10][target]
```

Первым делом получился вопрос ap\_hi <= 125, в этой вершине находится 10 объектов (samples=10), из которых 6 относится к классу 0 и 4 относятся к классу 1 (value=[6, 4]). Кстати здесь энтропия высокая, равная 0.971.

Затем задается вопрос, где получился самый большой прирост информации и делается разбиение на две подвыборки.

Левая получилась из 5 объектов ( samples=5 ), при чем они все являются объектами 0 класса, так что у них энтропия равняется 0, определено всё, если объект оказывается в этом листе, то 100% он будет нулевым классом, сделать энтропию меньше нуля мы чисто физически не можем, поэтому оставим в покое эту ветку и пойдем к правой.

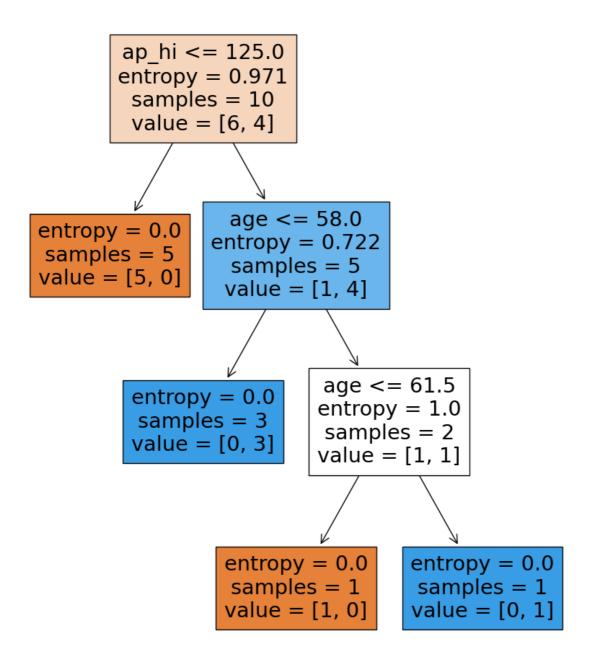
В ней так же 5 объектов, но один - это 0 класс, а четверо - это объекты 1 класса, так что энтропия не нулевая, вот здесь и продолжаем задавать вопросы, с помощью перебора, постоянно считая энтропию и объединяя их в прирост информации, где он получился больше, этот вопрос и берем. Оказалось, что самый большой прирост информации с вопросом аge <= 58.

И так далее, пока не встретим какой-либо критерий останова.

#### In [76]:

```
tree = DecisionTreeClassifier(criterion='entropy')
tree.fit(X, y)

plt.figure(figsize=(10, 12))
plot_tree(tree, feature_names=features, filled=True);
```



Про дерево для решения задачи регрессии можно посмотреть <u>видео (https://youtu.be/0mMeaC3gjNI)</u> на youtube.