

Pursuit evasion problem

Marianne Brigidou, Elisa Faure

March 24, 2025

1 Description du problème

Le problème de poursuite-évasion sur un graphe se présente comme un jeu dans lequel des poursuivants et un intrus évoluent sur un ensemble de points reliés par des lignes. Dans ce jeu, l'intrus peut se déplacer à une vitesse infinie, ce qui lui permet de passer d'un point à un autre instantanément, même vers des points déjà visités par les poursuivants. Les poursuivants, quant à eux, se déplacent d'un point à un autre en suivant les lignes qui les relient, et leur objectif est de se retrouver sur le même point que l'intrus pour le capturer. La difficulté réside dans le fait que l'intrus peut toujours éviter les poursuivants en choisissant un chemin qui lui permet de rester hors d'atteinte, surtout si les poursuivants n'organisent pas leur déplacement de manière à couvrir l'ensemble du graphe de façon stratégique. Ainsi, il n'existe pas toujours de stratégie gagnante pour les poursuivants, car selon la structure du graphe et le nombre de poursuivants, il est parfois impossible de garantir la capture de l'intrus.

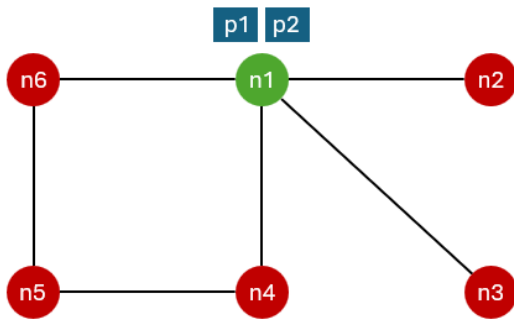
2 Explication des choix de modélisation

Dans notre modélisation, nous avons choisi de représenter le problème de poursuite-évasion sous forme de domaine STRIPS, en nous concentrant sur la dynamique de propagation de l'insécurité dans le graphe. Nous considérons que tous les agents, qu'ils soient poursuivants ou l'intrus, connaissent entièrement la structure du graphe, ce qui leur permet de prendre des décisions en fonction des connexions existantes entre les nœuds. Le modèle repose sur le fait que les agents ne peuvent pas traverser ou sauter par-dessus un autre agent lorsqu'ils se déplacent le long d'une arête, garantissant ainsi que les interactions ne se font qu'au niveau des nœuds.

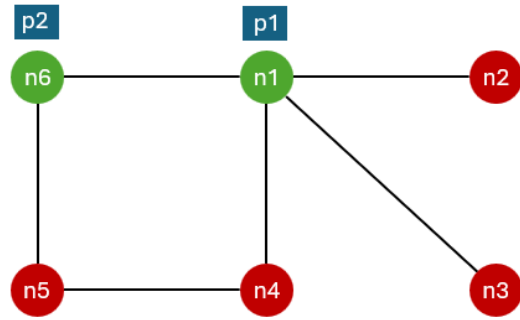
Le choix d'introduire des prédicats comme « visited » et « secure » permet de suivre l'état des nœuds dans le graphe au fil des mouvements des poursuivants. Lorsqu'un poursuivant se déplace, il visite un nouveau nœud, et ce nœud devient « secure » au sens où il est temporairement protégé contre l'intrus. Ainsi, l'ensemble des nœuds « secure » représentent l'ensemble des nœuds où les poursuivants sont certains que l'intrus ne peut pas se trouver. Cependant, le modèle intègre aussi la notion de « pending-propagation » pour représenter la propagation de l'insécurité sur les nœuds voisins, reflétant la capacité de l'intrus à exploiter les failles laissées par les déplacements des poursuivants. Ce mécanisme de propagation est déclenché lorsque certaines conditions locales sur le graphe sont réunies, notamment lorsqu'un nœud sécurisé (mais où aucun poursuivant ne se trouve) possède des voisins non sécurisés, ce qui indique un risque que l'intrus puisse s'y réfugier.

En combinant ces mécanismes, notre modèle vise à simuler une stratégie de couverture du graphe par les poursuivants qui doit progressivement réduire les zones d'évasion possibles de l'intrus. La structure du domaine oblige les poursuivants à planifier leurs déplacements de manière à empêcher toute propagation non contrôlée de l'insécurité, tout en tenant compte du fait que l'intrus peut se déplacer extrêmement rapidement. Ce choix reflète l'idée fondamentale du problème de poursuite-évasion, où l'objectif est de garantir qu'en dépit de la mobilité supérieure de l'intrus, une stratégie bien orchestrée de couverture du graphe conduira inévitablement à sa capture.

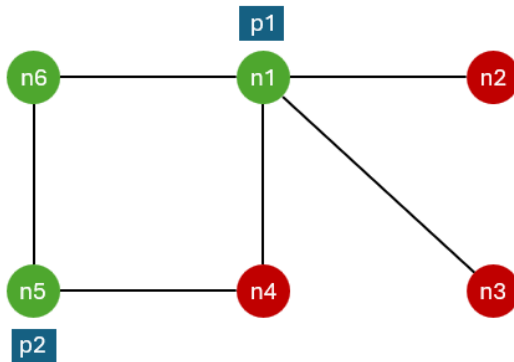
3 Illustration du problème



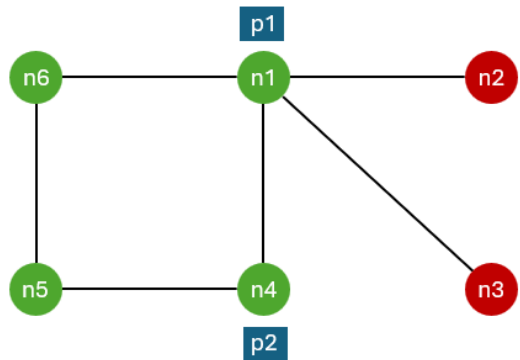
(a) État initial : deux poursuivants p1 et p2 sur le noeud 1 (qui est le seul noeud sécurisé, l'intrus pouvant se trouver sur chacun des autres noeuds).



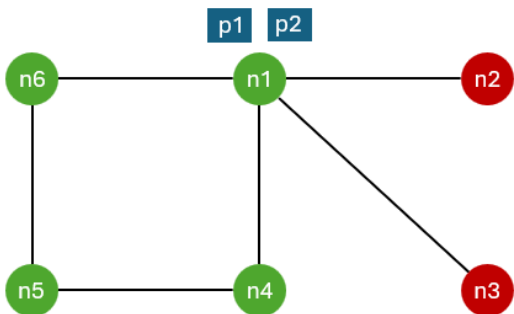
(b) Étape 1 : déplacement de p2 du noeud n1 vers n6. n1 et n6 sont sécurisés puisque l'intrus ne peut pas s'y trouver (présence d'un poursuivants).



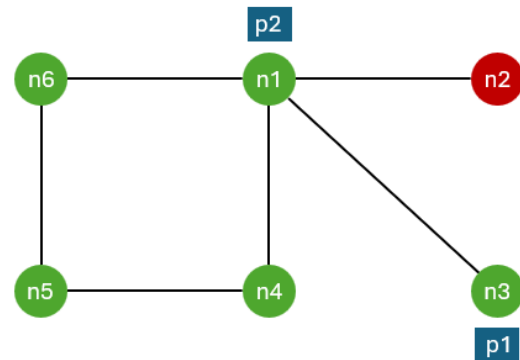
(c) Étape 2 : déplacement de p2 de n6 vers n5. n5 devient sécurisé et n6 le reste puisqu'aucun intrus n'a pu s'y déplacer par rapport à l'étape précédente (car il est encadré par des noeuds sécurisés).



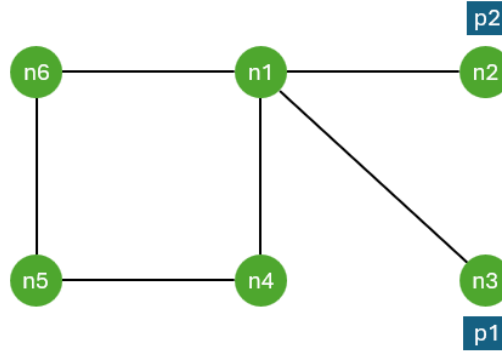
(d) Étape 3 : déplacement de p2 de n5 vers n4. n5 et n6 restent sécurisés car ils ne sont encadrés que par des noeuds sécurisés.



(e) Étape 4 : déplacement de p2 sur n1. Ici, les 4 noeuds de gauche sont sécurisés, les poursuivants sont sûrs qu'ils ne contiennent pas d'intrus.



(f) Étape 5 : déplacement de p1 sur n3. n3 devient donc sécurisé, et les 4 autres noeuds le restent (n1 car il héberge un poursuivants, les autres car ils ne touchent pas de noeud non sécurisé).



(g) Étape 6 : déplacement de p2 sur n2.
 Cette dernière étape permet à tous les
 noeuds du graphe d'être sécurisés, ce qui
 était le but. L'intrus est donc forcément
 trouvé avec cette stratégie de déplacement de
 la part des deux poursuivants.

Figure 1: Illustration du problème de poursuite-évasion avec un graphe de 6 noeuds et 2 poursuivants, et plan proposé par l'algorithme.

4 Justification du choix de ce problème

Ce problème est intéressant parce qu'il illustre un défi stratégique complexe, où il faut concilier la rapidité d'un adversaire capable de se déplacer instantanément avec la nécessité pour les poursuivants de planifier soigneusement leur couverture du graphe. D'une part, il pose la difficulté de concevoir une stratégie de déplacement qui, tout en tenant compte de la structure du graphe et des limitations imposées par l'impossibilité de sauter par-dessus un autre agent, permet d'empêcher l'intrus de trouver une échappatoire. D'autre part, il met en lumière les problèmes liés à la propagation de l'insécurité : en suivant l'évolution de l'état des nœuds (visitée, sécurisée ou en attente de propagation), on doit anticiper les conséquences locales et globales des mouvements des agents. Ce problème est également pertinent pour de nombreuses applications pratiques, comme la robotique ou la sécurité des réseaux, où l'objectif est de maîtriser des environnements complexes et dynamiques face à des intrusions ou des comportements imprévus.