

1강. 행렬과 행렬식

— Index —

1. 행렬
 - (1) 용어정리
 - (2) 행렬의 연산
2. 연립일차방정식
 - (1) 행렬의 표현
 - (2) 가우스 조던 소거법
 - (3) 역행렬 이용
3. 행렬식
 - (1) 행렬식이란?
 - (2) 역행렬
 - (3) 크래머 공식

1. 행렬

(1) 용어정리

성분 := 행렬 안에 배열된 구성원
(=행=원소)

행 := 행렬의 가로줄

열 := 행렬의 세로줄

$m \times n$ 행렬 := m 개의 행과 n 개의 열로
이루어진 행렬

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \leftarrow \begin{array}{l} 1\text{행} \\ 2\text{행} \\ \uparrow \uparrow \uparrow \\ 1 \ 2 \ 3 \end{array} \quad \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} \rightarrow \text{표현기호}$$

$(a_{ij})_{m \times n}$ = a_{ij} 의 성분으로 찬 m 행 n 열의 행렬

— Index —

1. 행렬
 - (1) 용어정리
 - (2) 행렬의 연산
2. 연립일차방정식
 - (1) 행렬의 표현
 - (2) 가우스 조던 소거법
 - (3) 역행렬 이용
3. 행렬식
 - (1) 행렬식이란?
 - (2) 역행렬
 - (3) 크래머 공식

주대각선

주대각선 := 행렬의 원쪽 위에서 오른쪽 아래를 가르는 선

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

* 대각행렬 : 대각선만 값이 채워진 것

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

대각성분 := 주대각선에 걸치는, 행과 열의 지표수가 같은 성분

$$\rightarrow (i, j) \text{ 성분}$$

영행렬 := 모든 성분이 0인 행렬 표기도 0

전치행렬 := (a_{ij}) 에 대하여 (a_{ji})

대칭행렬 := $A = A^T$ 인 A

정사각행렬 := 행, 열의 개수가 같은 행렬

단위행렬 := 모든 대각성분이 1이고, 그

외의 성분은 0인 정사각행렬

I_n 으로 표기

$$\begin{pmatrix} a_{23} & & a_{32} \\ 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{전치}} \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ 전치해도 같은 것

I_2 이면 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

I_3 이면 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

— Index —

- 행렬
 - 용어정리
 - 행렬의 연산
- 연립일차방정식
 - 행렬의 표현
 - 가우스 조던 소거법
 - 역행렬 이용
- 행렬식
 - 행렬식이란?
 - 역행렬
 - 크래머 공식

(2) 행렬의 연산

$m \times n$ 행렬 $A = (a_{ij})$, $B = (b_{ij})$ 에 대해

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \text{ 일 때}$$

① 덧셈과 뺄셈

$$A \pm B = (a_{ij} \pm b_{ij})$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}, A - B = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}$$

② 상수배 (스칼라배)

$$\text{상수 } c \text{에 대해 } cA = (ca_{ij}), c^2 A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

A의 열과 B의 행 크기가 같아 곱셈이 가능

$$a_{ij} \times b_{jk} = C_{ik} \text{ 행렬이 된다.}$$

— Index —

- 행렬
 - 용어정리
 - 행렬의 연산
- 연립일차방정식
 - 행렬의 표현
 - 가우스 조던 소거법
 - 역행렬 이용
- 행렬식
 - 행렬식이란?
 - 역행렬
 - 크래머 공식

③ 곱셈

$$AB = (c_{ik}) : m \times r \text{ 행렬}$$

$$\text{단, } c_{ik} = \sum_{j=1}^n a_{ij} b_{jk}$$

* 행렬의 곱셈은 교환법칙이 성립되지 않는다.

덧셈 : 교환, 결합법칙 성립

곱셈 : 교환X 결합O

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \text{ 일 때 } (A \cdot B)$$

$$= \begin{pmatrix} 1+0+5 & 2+0+6 \\ 0+3+0 & 0+4+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \text{ } 2 \times 2 \text{ 행렬이 됨}$$

$$f(x,y) = (ax+by, cx+dy), g(x,y) = (px+qy, rx+sy)$$

2. 연립일차방정식

$$f \cdot g = (apx+aqy+brx+bsy, cpx+cqy+drx+dsy) = ((ap+br)x+(aq+bs)y, (cp+dr)x+(cq+ds)y)$$

(1) 행렬의 표현

- 행렬
 - 용어정리
 - 행렬의 연산
- 연립일차방정식
 - 행렬의 표현
 - 가우스 조던 소거법
 - 역행렬 이용
- 행렬식
 - 행렬식이란?
 - 역행렬
 - 크래머 공식

예를 들어, $\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x+3y=8 \end{cases}$ 를

① $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 8 \end{pmatrix}$ 표현 \Rightarrow 가우스 조던 소거법

② $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \end{pmatrix}$ 표현 \Rightarrow 역행렬 이용

↑ 계수행렬 ↑ 상수행렬

$$F = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, G = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow F \cdot G = \begin{pmatrix} ap+br & aq+bs \\ cp+dr & cq+ds \end{pmatrix}$$

— Index —

- 행렬
 - 용어정리
 - 행렬의 연산
- 연립일차방정식
 - 행렬의 표현
 - 가우스 조던 소거법
 - 역행렬 이용
- 행렬식
 - 행렬식이란?
 - 역행렬
 - 크래머 공식

(2) 가우스 조던 소거법

다음 세 가지의 기본 행 연산을 통해 연립일차방정식의 첨가행렬을 기약 행 사다리꼴로 변환하여 해를 구한다.

- 한 행을 상수배한다.
- 한 행을 상수배하여 다른 행에 더한다.
- 두 행을 맞바꾼다.

Ex) 예제 문제

$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases}$$

행은 그대로
 $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 8 \end{array} \right)$ $\times 2$
 $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 5 \\ 0 & -1 & -2 \end{array} \right)$ - (2 4 10)
 $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 5 \\ 0 & -1 & -2 \end{array} \right)$

-1을 곱해준다
 $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \end{array} \right)$ 1행에 $\times 2$ 를 한 값을 2행으로 뺀다.
 $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 5 \\ 0 & 2 & 4 \end{array} \right)$

그 행은 그대로
 $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{array} \right)$ 2행에 $\times 2$ 를 한 값을 1행으로 뺀다.
 $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$

연립 일차 방정식으로 변형

행사다리꼴로 만드는 것을
가우스 소거법

기약행 사다리꼴을 만드는 것을
가우스 조던 소거법

$$\begin{cases} 1x + 0y = 1 \\ 0x + 1y = 2 \end{cases} \quad x = 1, y = 2$$

가우스 조던 소거법의 원칙

- 간단하게 바꾼다
- 고유의 값을 변형시키면 안된다

Tip 최대한 0 또는 1로 바꾼다

— Index —

- 행렬
 - 용어정리
 - 행렬의 연산
- 연립일차방정식
 - 행렬의 표현
 - 가우스 조던 소거법
 - 역행렬 이용
- 행렬식
 - 행렬식이란?
 - 역행렬
 - 크래머 공식

(3) 역행렬 이용

연립일차방정식 $AX=B$ 에서 A 의 역행렬 A^{-1} 가 존재하면, $X=A^{-1}B$ 이다.

예를 들어,

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \end{pmatrix}$$

1을 기준으로 1을 포함한 열의 나머지를 0으로 만드는 것을 기약행 사다리꼴이라고 한다.

1. 행렬
 - (1) 용어정리
 - (2) 행렬의 연산
2. 연립일차방정식
 - (1) 행렬의 표현
 - (2) 가우스 조던 소거법
 - (3) 역행렬 이용

3. 행렬식

유클리드 기저 설정에도 사용됨.

(1) 행렬식이란?

정사각행렬 A 를 하나의 수로 써대응시키는 특별한 함수. $\det A = |A|$ 이때, A 가 (determinant)

1) $0 \times 0 \Leftrightarrow \det(\) = 0$

2) $1 \times 1 \Leftrightarrow \det(a) = a \rightarrow$ 하나의 성분만 존재

3) $2 \times 2 \Leftrightarrow \det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$ ex)

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \det A = |A|$

$= 1 \times 4 - 2 \times 3 = 4 - 6 = -2$

4) $3 \times 3 \Leftrightarrow$

$$\begin{aligned} \det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} &= a_{11}M_{11} + a_{12}M_{12} + a_{13}M_{13} \\ &= a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \\ &= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} \\ &\quad - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} \end{aligned}$$

5) $4 \times 4 \Leftrightarrow$

$\det A = a_{11}M_{11} - a_{12}M_{12} + a_{13}M_{13} - a_{14}M_{14}$

ex)
 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ 이라고 할 때

이 행렬의 경우 3열로 계산하는 것이 가장 간편!

① 1행을 기준으로 계산할 경우
 다른 행과 열을 기준으로 하면 결과는 같다.

$$\begin{aligned} \det A &= 1 \times \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} - 2 \times \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} + 3 \times \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \\ &= 1 \times (1 \times 0 - 2 \times 0) - 2 \times (0 \times 0 - 1 \times 0) \\ &\quad + 3 \times (0 \times 2 - 1 \times 1) \\ &= -3 \end{aligned}$$

② 3열로 계산할 경우

$$\begin{aligned} \det A &= 3 \times M - 0 \times M + 0 \times M \text{ or } \\ &= 3 \times M \text{ 만 계산하면 됨} \end{aligned}$$

*사루스 법칙(전개)

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} &a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} \\ &- a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} \end{aligned}$$

간편하지만 행렬식을 이용하자

(2) 역행렬

행렬식이 0이면 역행렬이 존재하지

않는다. 즉, 행렬식이 0이 아닌

정사각행렬 A 의 역행렬 A^{-1} 은

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{pmatrix} C_{11} & C_{21} & \cdots \\ C_{12} & C_{22} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}$$

(단, $C_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$)

ex. $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$

Proof)

A 에 역행렬을 곱하면 단위행렬이 나온다.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{11} & C_{21} & \cdots & C_{n1} \\ C_{12} & C_{22} & \cdots & C_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{1n} & C_{2n} & \cdots & C_{nn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \det A & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \det A & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \det A \end{pmatrix}$$

$A \quad \text{adj } A \quad \det A \cdot I$

$$A \cdot \text{adj } A = \det A \cdot I$$

(수반행렬)

$\det A \neq 0$ 이라면 $A \frac{\text{adj } A}{\det A} = I$

\downarrow
A의 역행렬이다

그렇다면 $A \cdot \frac{\text{adj } A}{\det A} = I$ 의 교환법칙이 성립할까?

A. $\frac{\text{adj } A}{\det A} = I$ 의 교환법칙 증명

$AB = I$ 일때 양변에 B 와 B^{-1} 을 곱해준다
(단위행렬)

$$\underline{B} \underline{A} \underline{B} \underline{B}^{-1} = \underline{B} \underline{I} \underline{B}^{-1}$$

$$BAI = BB^{-1}$$

$$BA = I \text{ 이므로}$$

$AB = I$ 의 교환법칙이 성립되므로

A. $\frac{\text{adj } A}{\det A} = I$ 의 교환법칙도 성립함.

$\frac{\text{adj } A}{\det A} \cdot A = I$ 도 성립!

<왜 0이 되는지 이유>

$$\begin{array}{r} 1 \ 2 \ 3 \\ 4 \ 5 \ 6 \\ 7 \ 8 \ 9 \end{array} \quad 4 \times \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - 5 \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 6 \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} \\ = 4 \cdot 5 \cdot 9 - 4 \cdot 6 \cdot 8 - 4 \cdot 5 \cdot 9 + 5 \cdot 6 \cdot 7 + 6 \cdot 4 \cdot 8 - 6 \cdot 5 \cdot 9 \\ = 0 \end{array}$$

<역행렬구하기 예제>

ex)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{4-6} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2+3 & 1-1 \\ -6+6 & 3-2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(3) 크래머 공식

연립일차방정식 $AX = B$ 에서, A 가 행렬식이 0이 아닌 정사각행렬일 때,

$$x_j = \frac{\det A_j}{\det A} = \frac{1}{\begin{vmatrix} a_{11} & \dots & b_1 & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & b_2 & \dots & a_{2n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \dots & b_n & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}} \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & a_{2j} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nj} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

단, $j = 1, \dots, n$ 이고 A_j 는 A 의 j 번째

열을 B 의 원소로 바꾼 행렬이다.

(j 번째 열)

$\langle x_j = \frac{\det A_j}{\det A}$ 의 증명 >

$$AX = B \Leftrightarrow \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

양변에 A^{-1} 을 곱하기.

$$\downarrow X = A^{-1}B$$

역행렬 공식에 의해서 $A^{-1} = \frac{\text{adj} A}{\det A}$ 이므로

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{\det A} \begin{pmatrix} C_{11} & C_{21} & C_{31} \\ C_{12} & C_{22} & C_{32} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

$$x_1 = \frac{1}{\det A} (b_1 C_{11} + b_2 C_{21} + b_3 C_{31}) \text{이 되는데}$$

* $C_{i,j}$ 는 $(-1)^{i+j} \times M_{i,j}$ 이므로 부호가 포함된 형태다

설명하는 이유는?

=>

A_1 은 A 의 1번째 열을 B 의 1번째 열로 바꾼 행렬이므로

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{\det A_1}{\det A} = \frac{1}{\det A} \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad \text{행렬식} \\ &= \frac{1}{\det A} (b_1 \times M_{11} - b_2 \times M_{21} + b_3 \times M_{31}) \\ &= \frac{1}{\det A} (b_1 C_{11} + b_2 C_{21} + b_3 C_{31}) \end{aligned}$$

[연습문제]

1. 다음 연립일차방정식을 가우스 조던 소거법 또는 역행렬을 이용하여 풀이하고, 해에 대해 탐구하시오.

$$(1) \begin{cases} 2x + 4y - 3z = 1 \\ x + y + 2z = 9 \\ 3x + 6y - 5z = 0 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x - y + 2z = 5 \\ 2x - 3y + z = -10 \\ 3x - 3y + 6z = 15 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 2x + 4y - 2z = 6 \\ x + y + 2z = 9 \\ x + 2y - z = 4 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} x + y + 2z + 4w + v = 0 \\ z + w + 2v = 0 \\ 2x + 2y - z + 3w = 0 \end{cases}$$

2. 역행렬이 존재하는 두 정사각행렬 A, B 에 대하여

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$$
 임을 보이시오.

3. 다음 행렬의 역행렬을 구하시오.

$$(1) \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$(2) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\overline{\det A}$$

4. 정사각행렬 A 와 A 의 역행렬 A^{-1} 에 대하여

$$\det(A^{-1}) = \frac{1}{\det(A)}$$
 임을 증명하시오.

5. 크래머 공식을 이용하여 다음 연립일차방정식의 해를 구하시오.

$$(1) \begin{cases} 5x + 3y + 2 = 0 \\ 4x - y + 5 = 0 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x + 2z = 6 \\ -x - 2y + 3z = 8 \\ -3x + 4y + 6z = 30 \end{cases}$$

1. 다음 연립일차방정식을 가우스 조던 소거법 또는 역행렬을 이용하여 풀이하고, 해에 대해 탐구하시오.

$$(1) \begin{cases} 2x + 4y - 3z = 1 \\ x + y + 2z = 9 \\ 3x + 6y - 5z = 0 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x - y + 2z = 5 \\ 2x - 3y + z = -10 \\ 3x - 3y + 6z = 15 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 2x + 4y - 2z = 6 \\ x + y + 2z = 9 \\ x + 2y - z = 4 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} x + y + 2z + 4w + v = 0 \\ z + w + 2v = 0 \\ 2x + 2y - z + 3w = 0 \end{cases}$$

1) $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 4 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 9 \\ 3 & 6 & -5 & 0 \end{array} \right)$

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 2 & 4 & -3 & 1 \\ 3 & 6 & -5 & 0 \end{matrix}$$

$$3 \ 3 \ 6 \ 27$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 4 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 9 \\ 3 & 6 & -5 & 0 \end{array} \right) \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 2 & 4 & -3 & 1 \\ 3 & 6 & -5 & 0 \end{array} \right) \begin{matrix} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 2 & -7 & -17 \\ 0 & 3 & -11 & -27 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 1 & -\frac{7}{2} & -\frac{17}{2} \\ 0 & 3 & -11 & -27 \end{matrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & \frac{11}{2} & \frac{35}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{7}{2} & -\frac{17}{2} \\ 0 & 3 & -11 & -27 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & \frac{11}{2} & \frac{35}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{7}{2} & -\frac{17}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \end{array} \right)$$

$$1 \ 0 \ \frac{11}{2} \ \frac{35}{2}$$

$$0 \ 1 \ -\frac{7}{2} \ -\frac{17}{2}$$

$$0 \ 0 \ 1 \ -\frac{3}{2}$$

2. 역행렬이 존재하는 두 정사각행렬 A , B 에 대하여

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$$
임을 보이시오.

3. 다음 행렬의 역행렬을 구하시오.

$$(1) \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$(2) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

4. 정사각행렬 A 와 A 의 역행렬 A^{-1} 에 대하여

$$\det(A^{-1}) = \frac{1}{\det(A)} \text{ 입을 증명하시오.}$$

5. 크래머 공식을 이용하여 다음 연립일차방정식의 해를 구하시오.

$$(1) \begin{cases} 5x + 3y + 2 = 0 \\ 4x - y + 5 = 0 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x + 2z = 6 \\ -x - 2y + 3z = 8 \\ -3x + 4y + 6z = 30 \end{cases}$$