

第三次书面作业

封面写明学号和姓名，否则此次作业不得分

不得使用硬皮本和厚度超过 0.5 厘米的作业本!!! 否则此次作业不得分

建议使用 22 开单线本。22 开：约为 207mm×157mm

10 月 17 日上课铃响之前交至讲台处。本次作业满分 52 分（最终计算总成绩时将折算）。

注意：

- 注意题目要求。
- 不得随意省略过程。
- 只能使用课件或教材中有的等值式、推理公式，如果需要课件或教材中未给出的等值式、推理公式必须先给出其证明。
- 进行推理时要按教材的格式书写，每一行都必须写清依据，否则该题目不得分。

3.1 （4 分）求下列各命题公式的主析取范式和主合取范式，须使用“ Σ ”和“ Π ”表示。

(a) $p \wedge (q \vee (\neg p \wedge r))$ 。

(b) $(p \Rightarrow q) \vee ((q \wedge p) \Leftrightarrow (q \Leftrightarrow \neg r))$ 。

3.2 （6 分）由表 3.1 所示的真值表，写出公式 A、B、C 的主合取范式和主析取范式，须使用“ Σ ”和“ Π ”表示。

表3.1 题 3.2 用表

p	q	A	B	C
T	T	F	T	F
T	F	T	F	T
F	T	T	F	T
F	F	T	T	F

3.3 （4 分）使用将命题公式化为主范式（须使用“ Σ ”或“ Π ”表示）的方法判断下列各题中两个命题公式是否等值。

(a) $(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$ 与 $(p \wedge q) \Rightarrow r$ 。

(b) $(p \vee q) \wedge (q \vee r) \wedge (r \vee p)$ 与 $(p \wedge q) \vee (q \wedge r) \vee (r \wedge p)$ 。

3.4 （4 分）利用主范式（须使用“ Σ ”或“ Π ”表示）判断下列命题公式的类型。

- (a) $(p \Rightarrow q \wedge r) \vee (\sim r \Rightarrow (p \Rightarrow q))$ 。
- (b) $(p \Rightarrow q \wedge r) \vee ((\sim p \vee q) \Rightarrow (p \wedge \sim r))$ 。

3.5 (6分) 利用主范式(须使用“ Σ ”或“ Π ”表示)求下列命题公式的成真指派和成假指派。

- (a) $(q \Rightarrow p) \wedge (\sim p \Rightarrow q)$ 。
- (b) $(p \Rightarrow q) \wedge (\sim p \wedge r)$ 。

3.6 (3分) 使用推理演算方法构造下面推理的证明。

(a) 前提: $p \vee q, p \Leftrightarrow r, \sim q \vee s$ 。

结论: $s \vee r$ 。

(b) 前提: $(p \wedge q) \Rightarrow r, \sim s \vee p, q$ 。

结论: $s \Rightarrow r$ 。

(c) 前提: $\sim r \vee s, s \Rightarrow q, \sim q$ 。

结论: $q \Leftrightarrow r$ 。

3.7 (3分) 利用归结法证明题 3.6 的(1)~(3)。

3.8 (6分) 证明以下推理的有效性。

- (a) 如果公司的利润高, 那么或者公司有个好经理, 或者它是一个好企业且大体上是个好的经营年份。现在的情况是: 公司的利润高而且不是一个好的经营年份。因此公司有一个好经理。
- (b) 只有生产发展了, 才能改善人民的物质生活条件; 只有改善人民的物质生活条件, 大量的现实矛盾才能解决。所以, 不发展生产, 那么大量的现实矛盾不能解决。

3.9 (8分) 将下列语句符号化(论域使用全总个体域)。

- (1) 人都生活在地球上。
- (2) 有的人长着金色头发。
- (3) 不存在又不好好学习又能拿到好成绩的学生。
- (4) 所有老师和有些学生总是准时到达教室。
- (5) 任何金属都可以溶解在某种液体中。
- (6) 有一种液体可以溶化任何金属。
- (7) 只有一个北京。
- (8) 整数都可以比较大小

3.10 (3分) (通过等值演算) 证明下列各等值式:

- (a) $(\exists x)(\exists y)(P(x) \Rightarrow Q(y)) \equiv (\forall x)P(x) \Rightarrow (\exists y)Q(y)$ 。

$$(b) \quad \sim(\forall x)(\exists y)((P(x, y) \vee Q(x, y)) \wedge (R(x, y) \vee S(x, y)))$$

$$\equiv (\exists x)(\forall y)((P(x, y) \vee Q(x, y)) \Rightarrow (\sim R(x, y) \wedge \sim S(x, y)))。$$

$$(c) \quad (\forall x)(P(x) \vee q) \Rightarrow (\exists x)(P(x) \wedge q) \equiv (q \Rightarrow (\exists x)P(x)) \wedge (\sim q \Rightarrow (\exists x)\sim P(x))。(\text{其中 } q \text{ 不含变项 } x \text{ 的任何出现})$$

3.11 (3 分) 判断下列公式哪些是普遍有效的并给出证明，不是普遍有效的举出反例。

$$(1) ((\exists x)P(x) \Rightarrow (\exists x)Q(x)) \Rightarrow (\exists x)(P(x) \Rightarrow Q(x))$$

$$(2) (\exists x)P(x) \wedge (\exists x)Q(x) \Rightarrow (\exists x)(P(x) \wedge Q(x))$$

$$(3) (\exists x)P(x) \wedge (\exists x)Q(x) \Rightarrow (\exists x)(P(x) \Rightarrow Q(x))$$

3.12 (2 分) 求下列公式的前束范式。

$$(1) \quad \sim((\forall x)(\exists y)P(a, x, y) \wedge (\forall x)Q(x, b)) \Rightarrow R(x)$$

$$(2) \quad (\exists x)P(x, y) \Leftrightarrow (\forall z)Q(z)$$