

北京交通大学软件学院  
M210004B - 算法设计与分析 (2024 年春)  
书面作业 3

这是本课程的第三次书面作业，占总成绩的 2%，对于下面的证明题你需要写出详细的证明过程（即不可以出现诸如“显然”、“易得”等论证方式），对于所有的计算题需写明计算步骤，**只列出答案的不得分**。在提交作业时，**你只能够提交 PDF 版本**，推荐使用 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 对作业进行排版（课程主页上有一些教程供参考，你也可以自己查看其它的相关教程），你也可以使用 MS-Word 或者 WPS 排版，但请不要提交排版的源文件（tex 文件或者 doc/docx 文件）。**未按要求提交 PDF 格式的作业将不被评阅，直接记为 0 分！**此外，你被允许与其他同学讨论课程的作业内容，但是一旦当你开始书写作业时，所有你将提交的作业内容都必须由自己独立完成。请参见《教学大纲实施细则》了解有关学业诚信的特别规定。如果你不清楚你的行为是否违反了有关学业诚信的特别规定，请**先**通过邮件、讨论区的方式与课程组取得联系。本次作业的截止时间为 2024 年 4 月 16 日 00:00:00，也就是说你需要在 2024 年 4 月 15 日 23:59:59 前将作业提交至 KL 教学平台。

1. (10 分) 对于一个整型数  $s$  和两个由小到大排好序的整型数组  $A, B$ , 其中为  $|A| = m, |B| = n$ , 请设计一个时间复杂度为  $\Theta(m + n)$  的算法，找出是否存在  $x_1 \in A, x_2 \in B$  使得  $x_1 + x_2 = s$ , 并证明你的算法的正确性。
2. (10 分) 请设计一个时间复杂度为  $\Theta(\lg n)$  的算法，求解满足如下递推关系的第  $n$  项：

$$f_n = 3 \times f_{n-1} + 4 \times f_{n-3} + 2 \times f_{n-4}$$

其中  $f_1 = 2, f_2 = 5, f_3 = 3, f_4 = 7$ , 请说明你的算法的正确性。