

北京交通大学软件学院
M210004B - 算法设计与分析(2024年春)
书面作业6

这是本课程的第六次书面作业，占总成绩的2%，对于下面的证明题你需要写出详细的证明过程（即不可以出现诸如“显然”、“易得”等论证方式），对于所有的计算题需写明计算步骤，**只列出答案的不得分**。在提交作业时，你**只能够提交PDF版本**，推荐使用 $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ 对作业进行排版（课程主页上有一些教程供参考，你也可以自己查看其它的相关教程），你也可以使用MS-Word或者WPS排版，但请不要提交排版的源文件（tex文件或者doc/docx文件）。**未按要求提交PDF格式的作业将不被评阅，直接记为0分！**此外，你被允许与其他同学讨论课程的作业内容，但是一旦当你开始书写作业时，所有你将提交的作业内容都必须由自己独立完成。请参见《教学大纲实施细则》了解有关学业诚信的特别规定。如果你不清楚你的行为是否违反了有关学业诚信的特别规定，请**先**通过邮件、讨论区的方式与课程组取得联系。本次作业的截止时间为2024年5月28日00:00:00，也就是说你需要在2024年5月27日23:59:59前将作业提交至KL教学平台。

1. (10分) **抢占式排队接水问题**：考虑课堂上介绍的接水问题，现在我们给每个人赋一个到达时间 r_i ，也就是第 i 个人只有在 r_i 时刻起可以接水。此外，接水是可抢占的，也就是在第 i 个人接水的时候，我们可以让他暂时把位置让出来，等到未来的某个时刻再让他继续接水。例如：第 i 个人在时刻 $r_i = 1$ 时到达饮水机处开始接水，他需要6个单位时间完成接水动作，但是他在时刻4被抢占，然后在时刻10恢复接水，在时刻11再次被抢占，最后在时刻13恢复接水，在时刻15接水完毕。此时， a_i 的接水时间仍然是6个时间单位，但接水过程被切割成了三部分。在此情况下，他的接水的完成时刻为 $f_i = 15$ 。请设计一个算法求解一种接水方案，使得总的平均完成时刻 $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i$ 最小。证明你的算法的正确性，分析算法的时间复杂度。