

## 《计算机图形学》作业 2

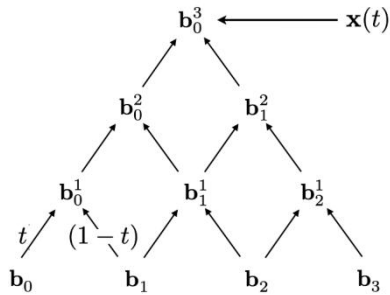
姓名: 王美靖

学号: 21301049

学院: 软件学院

1. 计算以(30,0),(60,10),(80,30),(90,60),(90,90)为控制顶点的四次 Bezier 曲线在  $t = \frac{1}{4}$  处的值, 并画出 de Casteljau 三角形。

(说明: de Casteljau 三角形为如下格式)



解:  $t = \frac{1}{4}$ , 控制点  $b_0 = (30, 0)$ ,  $b_1 = (60, 10)$ ,  $b_2 = (80, 30)$ ,  $b_3 = (90, 60)$ ,  $b_4 = (90, 90)$

第一层计算  $b_0^1 = (1-t)b_0 + tb_1 = (1-\frac{1}{4})(30, 0) + \frac{1}{4}(60, 10) = (37.5, 2.5)$

$b_1^1 = (1-t)b_1 + tb_2 = \frac{3}{4}(60, 10) + \frac{1}{4}(80, 30) = (65, 15)$

$b_2^1 = (1-t)b_2 + tb_3 = \frac{3}{4}(80, 30) + \frac{1}{4}(90, 60) = (82.5, 37.5)$

$b_3^1 = (1-t)b_3 + tb_4 = \frac{3}{4}(90, 60) + \frac{1}{4}(90, 90) = (90, 67.5)$

第二层计算  $b_0^2 = (1-t)b_0^1 + tb_1^1 = \frac{3}{4}(37.5, 2.5) + \frac{1}{4}(65, 15) = (44.375, 5.625)$

$b_1^2 = (1-t)b_1^1 + tb_2^1 = \frac{3}{4}(65, 15) + \frac{1}{4}(82.5, 37.5) = (69.375, 20.625)$

$b_2^2 = (1-t)b_2^1 + tb_3^1 = \frac{3}{4}(82.5, 37.5) + \frac{1}{4}(90, 67.5) = (84.375, 45)$

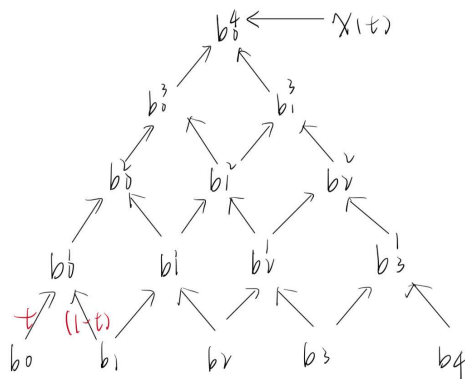
第三层计算  $b_0^3 = (1-t)b_0^2 + tb_1^2 = \frac{3}{4}(44.375, 5.625) + \frac{1}{4}(69.375, 20.625) = (50.625, 9.375)$

$b_1^3 = (1-t)b_1^2 + tb_2^2 = \frac{3}{4}(69.375, 20.625) + \frac{1}{4}(84.375, 45) = (73.125, 26.71875)$

第四层计算  $b_0^4 = (1-t)b_0^3 + tb_1^3 = \frac{3}{4}(50.625, 9.375) + \frac{1}{4}(73.125, 26.71875) = (56.25, 13.7109375)$

所以当  $t = \frac{1}{4}$  时, 四次贝塞尔曲线的顶点为  $b_0^4 = (56.25, 13.7109375)$

de Casteljau 三角形为:



## 2. 请简述一种网格细分算法的工作原理。

网格细分算法是一种在计算机图形学中用于生成更细致和更平滑的网格的方法。以下是 Loop 细分算法（常用于三角形网格的细分算法）的工作原理：

1、初始网格：从一个由三角形组成的初始网格开始。将三角形按照下图的方式一分为四。



2、生成新顶点：对于每一条边，计算一个新的顶点。假设边的两个端点为 A 和 B，与该边相邻的两个三角形的其他顶点为 P 和 Q。

新顶点的位置通过以下公式计算：

$$V_{\text{new}} = \frac{3}{8}(A + B) + \frac{1}{8}(P + Q)$$

这个公式平衡了边上的顶点和相邻顶点的位置，以产生一个新的顶点。

3、更新旧顶点：

对于每个旧顶点，计算新的位置。假设旧顶点为 V，与它相邻的顶点有 N 个。

新位置通过以下公式计算：

$$V_{\text{new}} = (1 - N \cdot \beta)V + \beta \sum_{i=1}^N V_i$$

其中  $\beta$  是一个平滑因子，通常取值为：

$$\beta = \frac{1}{N} \left( \frac{5}{8} - \left( \frac{3}{8} + \frac{1}{4} \cos \left( \frac{2\pi}{N} \right) \right)^2 \right)$$

这个公式确保了顶点在细分后移动到一个平滑的新位置。

4、重新连接网格：

使用生成的新顶点和更新后的旧顶点，重新连接网格以形成新的三角形。通常，每个旧三角形被分割成四个新的三角形。

5、迭代细分：

重复上述步骤，逐次细分网格，直到达到所需的平滑度或细节层次。

总结：Loop 细分算法通过生成新顶点和更新旧顶点的位置来细分网格，使得网格变得更加平滑和细致。它采用局部平均的方式来计算新顶点和顶点的移动，以确保网格形状的平滑过渡。