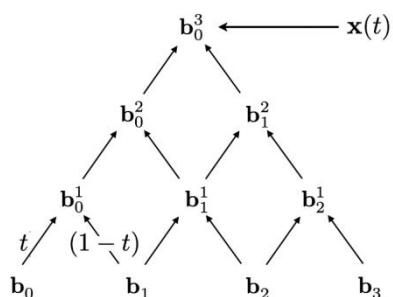


## 《计算机图形学》作业 2

姓名： 张凯歌 学号： 21301026 学院： 软件学院

1. 计算以(30,0),(60,10),(80,30),(90,60),(90,90)为控制顶点的四次 Bezier 曲线在  $t = \frac{1}{4}$  处的值，并画出 de Casteljau 三角形。

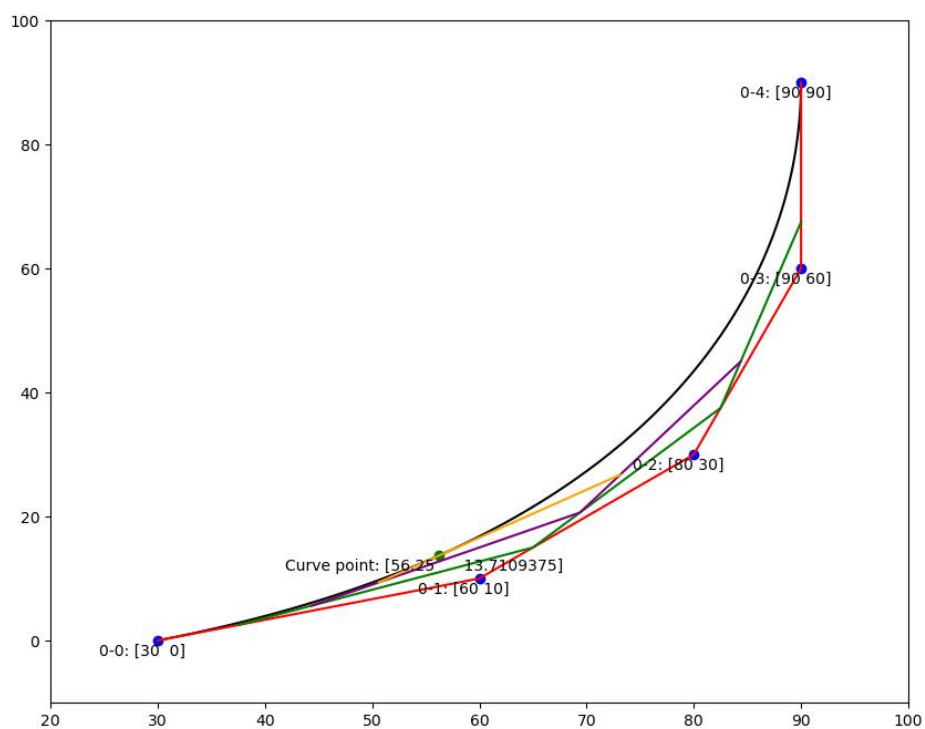
(说明： de Casteljau 三角形为如下格式)



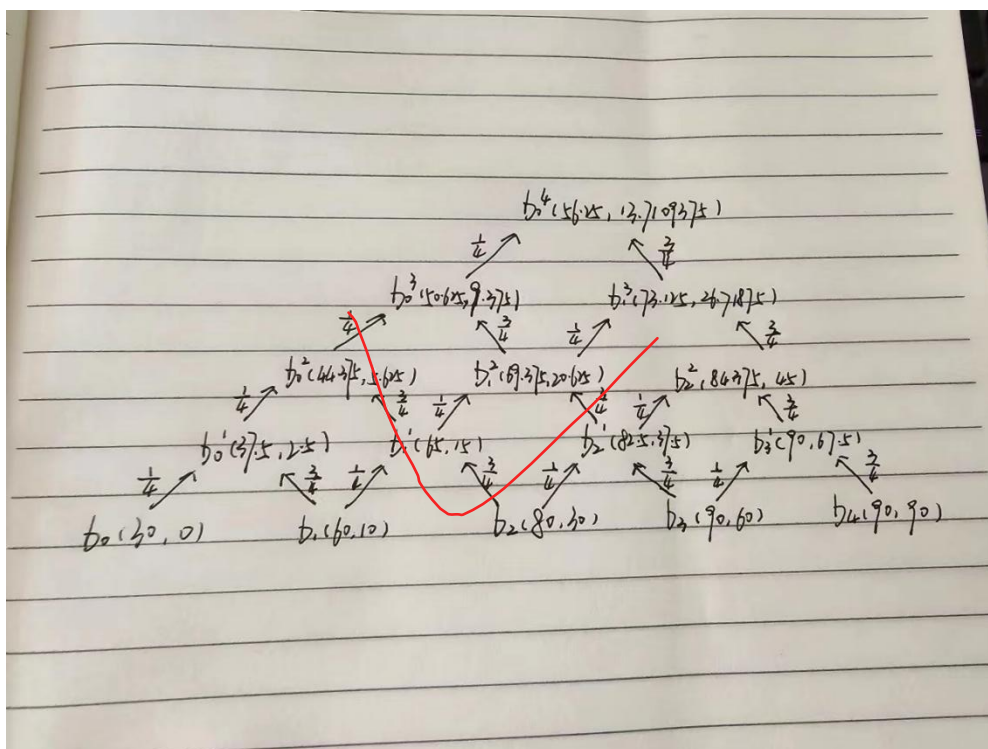
计算过程：

$$\begin{aligned} B\left(\frac{1}{4}\right) &= \sum_{i=0}^4 \binom{4}{i} (1-t)^{4-i} t^i P_i \\ &= 1 \times \frac{81}{256} \times (30, 0) + 4 \times \frac{27}{256} \times (60, 10) + 6 \times \frac{9}{256} \times (80, 30) + 4 \times \frac{3}{256} \times (90, 60) + \\ &\quad 1 \times \frac{1}{256} \times (90, 90) \\ &= (16.25, 13.7109375) \end{aligned}$$

### Bezier 曲线:



de Casteljau 三角形:

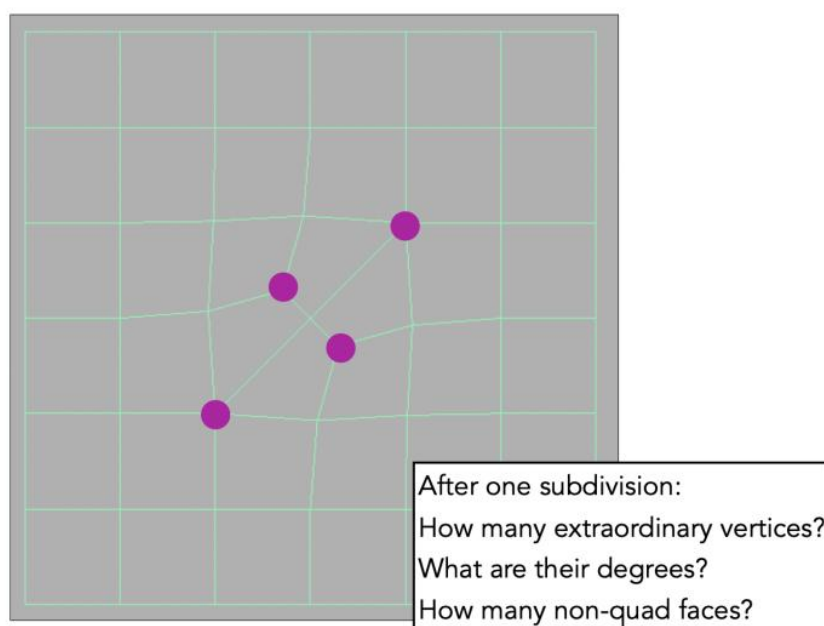
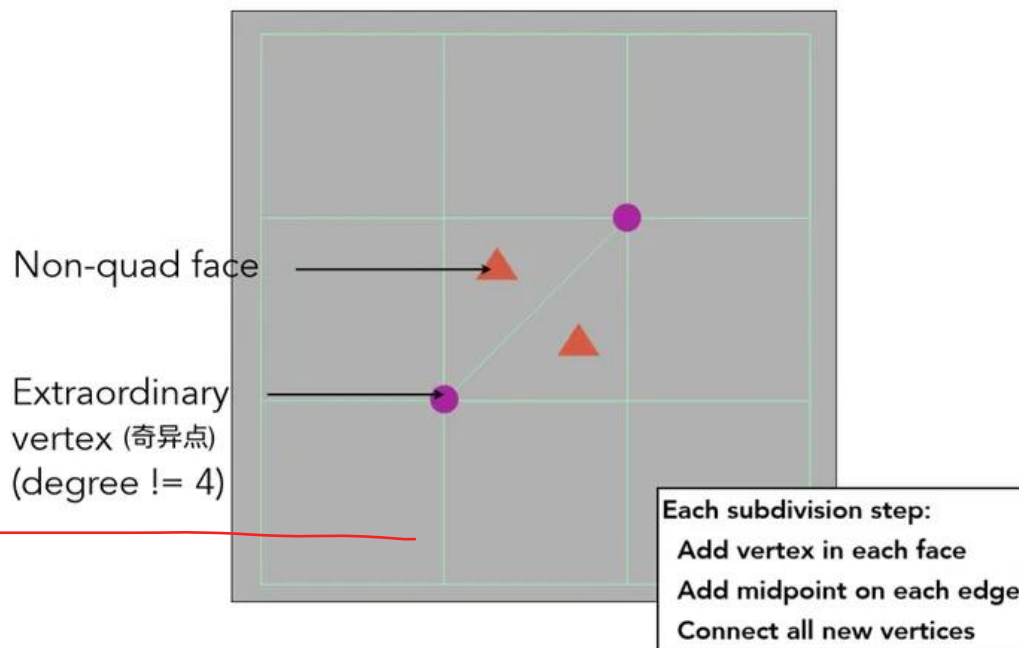


2. 请简述一种网格细分算法的工作原理。

### Catmull-Clark Subdivision

Each subdivision step 每一步:

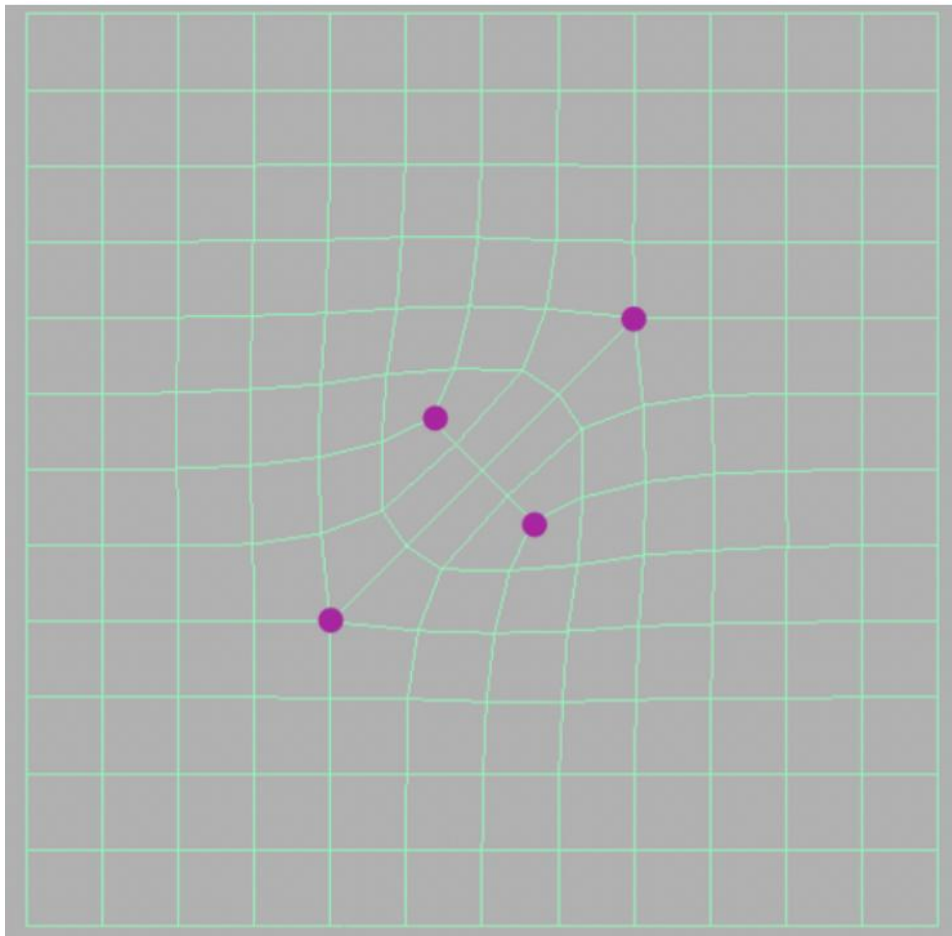
- 1) Add vertex in each face 在每个面里添加新的顶点
- 2) Add midpoint on each edge 在每个面的每条边选取中点
- 3) Connect all new vertices 在每个面中连接新的顶点和这些重点



### Catmull-Clark 细分的特点

- 1) 有几个非四边形面，就会多出几个奇异点，所以现在一共有  $2+2=4$  个
- 2) 新多出来的奇异点的度数与原来所在面的边数相等，如这里就是 3 度
- 3) 第一次细分之后所有面都会变成四边形，且往后奇异点数目不再增加

下面是再一次细分的结果



同样的，增加完成后需要调整各类顶点的位置，对于 face point, edge point, vertex point 这三类不同位置的顶点，以下为具体的公式来计算顶点的位置

$$\begin{aligned} f(\text{face point}) &= \frac{v_1 + v_2 + v_3 + v_4}{4} \\ e(\text{edge point}) &= \frac{v_1 + v_2 + f_1 + f_2}{4} \\ v(\text{vertex point}) &= \frac{f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + 2(m_1 + m_2 + m_3 + m_4) + 4p}{16} \end{aligned}$$

其中， $m$  为每条边的中点， $p$  为旧的顶点

